

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет агротехнологій
Кафедра землеробства, геодезії та землеустрою

МЕТОДОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА МЕТОДИ НАУКОВОГО АНАЛІЗУ

Методичні рекомендації

для виконання практичних робіт здобувачами
третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти ОПП «Агрономія»
спеціальності 201 Агрономія
денної форми здобуття вищої освіти

МИКОЛАЇВ

2023

УДК 167:631/635+001.89

М54

Друкується за рішенням науково-методичної комісії факультету агротехнологій Миколаївського національного аграрного університету від 01.09.2023 р., протокол № 2.

Укладачі:

- В. В. Гамаюнова – д-р с.-г. наук, професор, завідувач кафедри землеробства, геодезії та землеустрою, Миколаївський національний аграрний університет;
І. В. Смірнова – доцент кафедри землеробства, геодезії та землеустрою, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

- О. М. Дробітько – канд. с.-г. наук, директор ФГ «Олена» Вознесенського району Миколаївської області;
М. І. Федорчук – д-р с.-г. наук, професор кафедри рослинництва та садово-паркового господарства, Миколаївський національний аграрний університет.

ЗМІСТ

Вступ	4
Практична робота 1. Дисперсійний аналіз однофакторного вегетаційного дослідження	6
Практична робота 2. Дисперсійний аналіз двофакторного вегетаційного дослідження	12
Практична робота 3. Дисперсійний аналіз однофакторного польового дослідження	15
Практична робота 4. Дисперсійний аналіз двофакторного польового дослідження	20
Практична робота 5. Дисперсійний аналіз дослідження, проведеного методом латинського квадрату	26
Практична робота 6. Дисперсійний аналіз дослідження, проведеного методом латинського прямокутника	30
Практична робота 7. Дисперсійний аналіз дослідження, проведеного методом розщеплених ділянок	34
Практична робота 8. Кореляційний і регресійний аналіз прямолінійної залежності	39
Практична робота 9. Аналіз криволінійної залежності та складання рівнянь регресії для криволінійної залежності	42
Додатки	45
Список рекомендованої літератури	48

ВСТУП

Ефективність і якість наукової роботи, результативність досліджень в агрономії визначається методичним рівнем планування і постановки польових і лабораторних експериментів та методами проведення статистичної обробки експериментальних даних.

Метою навчальної дисципліни «Методологія наукових досліджень та методи наукового аналізу» є сформувати у здобувачів вищої освіти ступеня «доктор філософії» спеціальності 201 Агрономія систему знань і навичок з методів і організації проведення досліджень у сфері землеробства, рослинництва, агрохімії, фізіології рослин.

Завдання курсу – освоїти і закріпити на практичних заняттях найважливіші розділи дисципліни, в тому числі :

- основні поняття і елементи методики польового досліджу;
- розміщення варіантів у польовому досліді;
- планування польового досліджу;
- техніка закладання та проведення польового досліджу;
- документація та звітність в науково-дослідній роботі;
- математична статистика, емпіричні та теоретичні розподіли;
- розрахунки статистичних характеристик;
- статистичні методи перевірки гіпотез;
- дисперсійний аналіз одно- та багатofакторних дослідів;
- кореляція, регресія, складання рівнянь регресії для лінійної та криволінійної залежностей.

У результаті вивчення дисципліни здобувач вищої освіти повинен **знати**:

- сутність загальнонаукових і спеціальних методів досліджень в агрономії;
- польовий дослід як основний метод в агрономії, принципи його планування та проведення;
- методику і техніку закладання польового досліджу;
- зміст спостережень у польовому досліді;
- особливості закладання та проведення інших спеціальних методів дослідження в агрономії;
- методику виконання статистичного аналізу експериментальних даних і використання його результатів для їх інтерпретації.

На підставі набутих знань здобувач вищої освіти повинен **уміти**:

- закласти польовий, вегетаційний чи лізиметричний досліди;
- відповідно до програми досліджень провести в них обліки і спостереження;
- здійснити статистичний аналіз експериментальних даних відповідно до обраного методу і дати оцінку якості проведеному дослідю;
- вести необхідну документацію дослідів та складати на її основі науковий звіт.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1

Тема: Дисперсійний аналіз однофакторного вегетаційного дослідження

Суть дисперсійного аналізу: У польовому дослідженні, розміщеному методом рендомізованих повторень, урожай змінюється залежно від варіантів, повторень, а також від випадкових причин – неврахованої зміни умов навколишнього середовища або індивідуальної мінливості самих рослин. Останні дві причини також впливають на помилки дослідження. Англійський математик Р. Фішер виразив ці зміни сумами квадратів таких розсіювань: варіантів – C_V ; повторень – C_P ; помилки – C_Z . Їх сума і є сумою квадратів загального розсіювання (C_Y). Тоді $C_Y = C_V + C_P + C_Z$.

Для кожного розсіювання обчислюють число ступенів свободи (γ):

варіантів - $\gamma_V = l - 1$;

повторень - $\gamma = n - 1$;

помилки - $\gamma_Z = (l - 1)(n - 1)$;

загального розсіювання – $N - 1$;

де $N = l \cdot n$, (l – кількість варіантів, n – кількість повторень).

Діленням певної суми квадратів відхилень на число ступенів свободи отримують дисперсію – S^2 . Дисперсія – це розсіювання даних дослідження і розчленування загального варіювання врожаю чи інших показників на складові частини. Звідси і назва методу – дисперсійний аналіз. Найбільш застосовувані дисперсія варіантів (S_V^2) та дисперсія помилки (S_Z^2), яку ще називають дисперсією залишку.

Співвідношення цих двох дисперсій є тим основним критерієм, що має змогу дати загальну оцінку достовірності різниці між середніми арифметичними або загальну оцінку достовірності дослідження. Цей критерій позначають першою літерою прізвища автора дисперсійного аналізу Фішера. Критерій Фішера визначають за формулою

$$F_{\text{факт}} = S_V^2 \div S_Z^2.$$

Розрахувавши критерій Фішера фактичний ($F_{\text{факт}}$), його порівнюють із теоретичним критерієм ($F_{\text{теор}}$) на певних рівнях надійної імовірності (додатки 3 і 4) і роблять висновки. Якщо критерій Фішера фактичний (розрахований) дорівнює критерію

теоретичному або більший від нього ($F_{факт} \geq F_{теор}$), достовірність різниць між середніми арифметичними доведена. Це означає, що в досліді є одна пара або кілька пар варіантів, між середніми арифметичними яких є достовірна різниця. Якщо $F_{факт} < F_{теор}$, то достовірних різниць між середніми арифметичними немає.

Буває, що $F_{факт}$ лише дещо менший від $F_{теор}$. Дотримуючись вищенаведеного правила, слід робити висновок про те, що достовірних різниць у досліді немає. Однак продовження аналізу часто дає змогу знайти цю різницю хоч між однією парою варіантів. Тому в таких випадках не варто зупинятися лише на розрахунках критерію F , а треба знаходити найменшу істотну різницю (НІР). З цим статистичним показником порівнюють різницю (d) між середніми арифметичними. Якщо $d \geq$ НІР, то між варіантами доведена істотність різниці. Докази ведуть, як правило, на рівнях надійної імовірності $P_{0,95}$ та $P_{0,99}$.

Дисперсійний аналіз є найдосконалішим методом статистичної обробки даних. Його переваги полягають у виділенні із загального варіювання його компонентів, розрахуванні узагальненої помилки всього досліді (S_x) на основі більшої кількості спостережень, ніж для індивідуальних помилок окремих пар варіантів у недисперсійних методах. Так, при 5-ти варіантах і 4-х повторностях число ступенів свободи помилки ν_z становить $(5-1)(4-1)=12$, у той час як для кожного варіанта досліді окремо воно становить $4-1=3$, тобто в 4 рази менше, а для пари варіантів $(4-1)+(4-1)=6$.

Дисперсійний аналіз досить ефективний для багатofакторних дослідів, оскільки дає змогу визначити достовірність не лише дії факторів окремо, а й їх взаємодії.

Висновок про точність усього досліді роблять наприкінці дисперсійного аналізу на основі числового значення відносної помилки $S_x \%$, яку визначають за формулою

$$S_x \% = \frac{S_x \cdot 100}{\overline{X_N}},$$

де $S_x \%$ - узагальнена помилка досліді, $\overline{X_N}$ - середня арифметична всього досліді.

Без обчислення помилки досліді дисперсійний аналіз вважається незакінченим, а висновки неповними.

Основна відміна дисперсійних аналізів полягає у формулах і в

переліках тих сум квадратів, що розраховуються:

- 1) неповна рендомізація - $C_y = C_v + C_p + C_z$;
- 2) повна рендомізація - $C_y = C_v + C_z$;
- 3) латинський квадрат і латинський прямокутник

$$C_y = C_v + C_p + C_z + C_c;$$

- 4) двофакторний дослід

$$C_y = C_p + C_a + C_b + C_{ab} + C_{ac} + C_{bc} + C_{abc} + C_z.$$

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного дослідження по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1

Урожай зеленої маси гороху, г/посудину

Номер варіанта	Повторення		
	I	II	III
1	24,3	23,4	25,5
2	23,7	24,3	25,5
3	24,0	24,3	25,5
4	24,0	24,9	25,5
5	24,0	25,2	25,5

Приклад: Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного дослідження по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 1.2).

Дози добрив по варіантах: 1 варіант – 0, 2 – 10, 3 – 20, 4 – 30, 5 – 40 г на посудину.

Кожний варіант вивчається в трьох посудинах.

Таблиця 1.2

Урожай зеленої маси гороху, г/посудину

Номер варіанта	Повторення			Сума за варіантом, $\sum V$	Середня за варіантом, \bar{X}
	I	II	III		
1	16,5	17,3	17,5	51,3	17,1
2	18,7	20,4	18,5	57,6	19,2
3	20,7	21,2	19,0	60,9	20,3
4	21,3	23,8	22,1	67,2	22,4
5	23,1	24,3	25,5	72,9	24,3
				$\sum X = 309,9$	$\bar{X}_{N=}$ $= 20,7$

В однофакторному вегетаційному досліді загальне варіювання результативної ознаки розкладається на два компоненти:

$C_y = C_v + C_z$, тобто на варіювання варіантів і випадкове варіювання.

Статистичний аналіз даних проводять в три етапи:

1 етап. Складають розрахункову таблицю 1.2, в якій визначають суми і середні по варіантах, загальну суму ($\sum X$) і середнє арифметичне по всьому досліді ($\bar{X}_N = \sum X:N$).

2 етап. Розраховують суми квадратів відхилень по формулах та визначають фактичне значення критерія Фішера $F_{\text{факт}}$:

- загальне число спостережень у досліді:

$$N = 1 \cdot n = 5 \cdot 3 = 15;$$

- корегуючий фактор (поправка):

$$C = (\sum X)^2 : N = (309,9)^2 : 15 = 6402,5;$$

- загальна сума квадратів відхилень:

$$C_y = \sum X^2 - C = (16,5^2 + 17,3^2 + 17,5^2 + \dots + 25,5^2) - 6402,5 = 6507,71 - 6402,5 = 105,21;$$

- сума квадратів відхилень для варіантів:

$$C_v = \sum V^2 : n - C = (51,3^2 + 57,6^2 + 60,9^2 + 67,2^2 + 72,7^2) : 3 - 6402,5 = 19488,51 : 3 - 6402,5 = 93,67;$$

- сума квадратів відхилень залишку (помилки):

$$C_z = C_y - C_v = 105,21 - 93,67 = 11,54.$$

Одержані дані розрахунків заносять до таблиці 1.3, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_v^2), дисперсію помилки (S_z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{\text{факт}}$).

Таблиця 1.3

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{\text{факт}}$	$F_{\text{теор}}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	105,21	14	-	-	-	-
Варіантів	93,67	4	23,42	20,3	3,48	5,99
Помилки	11,54	10	1,15			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S_v^2 = C_v : \gamma_v = 93,67 : 4 = 23,42; \quad S_z^2 = C_z : \gamma_z = 11,54 : 10 = 1,15.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$$F_{\text{факт}} = S_v^2 : S_z^2 = 23,42 : 1,15 = 20,3.$$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів $\gamma=3$ (більша дисперсія) та помилки $\gamma_z=9$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,48 і при $P_{0,99}$ – 5,99.

Правило: якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами дослідження вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{\text{факт}}=1694,93$, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,48 і 5,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап.

Для оцінки конкретних різниць розраховують:

а) помилку дослідження ($S_{\bar{X}}$)

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_z^2 \div n} = \sqrt{0,29 \div 3} = 0,27 .$$

б) помилку різниці S_d

$$S_d = S_{\bar{X}} \cdot 1,41 = 0,27 \cdot 1,41 = 0,381 \text{ ц/га } (1,41=\sqrt{2}).$$

в) найменшу істотну різницю (НІР) в абсолютних і відносних показниках:

$$НІР = S_d \cdot t_{05} = 2,23 \cdot 0,88 = 1,96;$$

$$НІР\% = \frac{t_{05} \cdot S_d}{\bar{X}} \cdot 100 = \frac{2,23 \cdot 0,88}{20,66} \cdot 100 = 9,5\%.$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить 2,23.

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 1.4.

Таблиця 1.4

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Номер варіанта	Дози добрив, г/посудину	Середній урожай, \bar{X}	Різниця d	
			г/посудину	%
1	-	17,1	-	-
2	10	19,2	2,1	12,28
3	20	20,3	3,2	18,71
4	30	22,4	5,3	30,99
5	40	24,3	7,2	42,1
НІР ₀₅		-	1,96	9,5

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА: якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.**

Висновок: внесення добрив в дозах 10, 20, 30, 40 г/посудину істотно підвищує врожайність зеленої маси гороху (у всіх варіантах різниця з контролем – d більше НІР).

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2

Тема: *Дисперсійний аналіз двофакторного вегетаційного дослідю*

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного дослідю по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 2.1).

Таблиця 2.1

Урожай зеленої маси гороху, г/посудину

Номер варіанта	Повторення		
	I	II	III
1	24,3	23,4	25,5
2	23,7	24,3	25,5
3	24,0	24,3	25,5
4	24,0	24,9	25,5
5	24,0	25,2	25,5

Приклад: Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного дослідю по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 2.2).

Таблиця 2.2

Урожай зеленої маси гороху, г/посудину

Номер варіанта	Повторення			Сума за варіантом, $\sum V$	Середня за варіантом, \bar{X}
	I	II	III		
1	16,5	17,3	17,5	51,3	17,1
2	18,7	20,4	18,5	57,6	19,2
3	20,7	21,2	19,0	60,9	20,3
4	21,3	23,8	22,1	67,2	22,4
5	23,1	24,3	25,5	72,9	24,3
				$\sum X = 309,9$	$\bar{X}_{N=5} = 20,7$

Дози добрив по варіантах: 1 варіант – 0, 2 – 10, 3 – 20, 4 – 30, 5 – 40 г на посудину. Кожний варіант вивчається в трьох посудинах.

В однофакторному вегетаційному досліді загальне варіювання результативної ознаки розкладається на два компоненти:

$C_y = C_v + C_z$, тобто на варіювання варіантів і випадкове варіювання.

Статистичний аналіз даних проводять в три етапи:

1 етап. Складають розрахункову таблицю 2.2, в якій визначають суми і середні по варіантах, загальну суму ($\sum X$) і середнє арифметичне по всьому досліді ($\bar{X}_N = \sum X:N$).

2 етап. Розраховують суми квадратів відхилень по формулах та визначають фактичне значення критерія Фішера $F_{\text{факт}}$:

- загальне число спостережень у досліді: $N = 1 \cdot n = 5 \cdot 3 = 15$;

- корегуючий фактор (поправка):

$$C = (\sum X)^2:N = (309,9)^2:15 = 6402,5;$$

- загальна сума квадратів відхилень:

$$C_y = \sum X^2 - C = (16,5^2 + 17,3^2 + 17,5^2 + \dots + 25,5^2) - 6402,5 = 6507,71 - 6402,5 = 105,21;$$

- сума квадратів відхилень для варіантів:

$$C_v = \sum V^2:N = (51,3^2 + 57,6^2 + 60,9^2 + 67,2^2 + 72,7^2):3 - 6402,5 = 19488,51:3 - 6402,5 = 93,67;$$

- сума квадратів відхилень залишку (помилки):

$$C_z = C_y - C_v = 105,21 - 93,67 = 11,54.$$

Одержані дані розрахунків заносять до таблиці 2.3, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{\text{факт}}$).

Таблиця 2.3

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{\text{факт}}$	$F_{\text{теор}}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	105,21	14	-	-	-	-
Варіантів	93,67	4	23,42	20,3	3,48	5,99
Помилки	11,54	10	1,15			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S_V^2 = C_v : \gamma_v = 93,67:4 = 23,42; \quad S_Z^2 = C_z : \gamma_z = 11,54:10 = 1,15.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$$F_{\text{факт}} = S_V^2 : S_Z^2 = 23,42:1,15 = 20,3.$$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів $\gamma=3$ (більша дисперсія) та помилки $\gamma_z=9$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,48 і при $P_{0,99}$ – 5,99.

Правило: якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи

окремими варіантами досліду вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{\text{факт}}=1694,93$, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,86 і 6,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап. Для оцінки конкретних різниць розраховують:

а) помилку досліду ($S_{\bar{x}}$)

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_Z^2 \div n} = \sqrt{0,29 \div 4} = 0,27.$$

б) помилку різниці S_d

$$S_d = S_{\bar{x}} \cdot 1,41 = 0,27 \cdot 1,41 = 0,381 \text{ ц/га } (1,41=\sqrt{2}).$$

в) найменшу істотну різницю (НІР) в абсолютних і відносних показника:

$$НІР = S_d \cdot t_{05} = 2,23 \cdot 0,88 = 1,96;$$

$$НІР\% = \frac{t_{05} \cdot S_d}{\bar{X}} \cdot 100 = \frac{2,23 \cdot 0,88}{20,66} \cdot 100 = 9,5\%.$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить 2,23. Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 2.4.

Таблиця 2.4

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Номер варіанта	Дози добрив, г/посудину	Середній урожай, \bar{X}	Різниця d	
			г/посудину	%
1	-	17,1	-	-
2	10	19,2	2,1	12,28
3	20	20,3	3,2	18,71
4	30	22,4	5,3	30,99
5	40	24,3	7,2	42,1
НІР ₀₅		-	1,96	9,5

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА: якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.**

Висновок: внесення добрив в дозах 10, 20, 30, 40 г/посудину істотно підвищує врожайність зеленої маси гороху (у всіх варіантах різниця з контролем – d більше НІР).

ПРАКТИЧНА РОБОТА №3

Тема: Дисперсійний аналіз однофакторного польового дослідю

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз одно факторного польового дослідю. Виконується на базі даних про врожайність озимої пшениці після різних попередників, які наведені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1

Урожайність озимої пшениці після різних попередників, ц/га

Номер варіанта	Попередник	Повторення			
		I	II	III	IV
1	Багаторічні трави на один укіс	49,2	51,3	53,2	53,4
2	Вико-вівсяна сумішка	46,2	48,1	49,1	51,4
3	Горох	44,8	47,0	47,1	49,2
4	Кукурудза на силос	25,0	27,4	27,6	29,6

Приклад: Дисперсійний аналіз виконується на базі даних про врожайність озимої пшениці після різних попередників в 3 етапи.

1 етап.

Таблиця 3.2

Урожайність озимої пшениці після різних попередників, ц/га

Номер варіанта	Попередник	Повторення				Сума за варіантом, $\sum V$	Середня за варіантом, \bar{X}
		I	II	III	IV		
1	Багаторічні трави на один укіс	49,2	51,3	53,2	53,4	207,1	51,8
2	Вико-вівсяна сумішка	46,2	48,1	49,1	51,4	194,8	48,7
3	Горох	44,8	47,0	47,1	49,2	188,1	47,0
4	Кукурудза на силос	25,0	27,4	27,6	29,6	109,6	27,4
Сума за повторенням, $\sum P$	-	165,2	173,8	177,0	183,6	$\sum X = \sum \sum P =$ $= \sum \sum V = 699,6$	$\bar{X}_{N=}$ $= 43,7$

2 етап.

Вибирають довільний початок, значення якого має бути цілим числом, близьким до загальної середньої ($A=44$) і складають таблицю 3.3 відхилень подільночних урожаїв від довільного початку ($X-A$) та визначають суми відхилень за варіантами ($\sum V_A$), повтореннями ($\sum P_A$) і суму сум за варіантами і повтореннями (L).

Таблиця 3.3**Відхилення дат від довільного початку ($X-A$)**

Номер варіанта	Повторення				$\sum V_A$
	I	II	III	IV	
1	5,2	7,3	9,2	9,4	31,1
2	2,2	4,1	5,1	7,4	18,8
3	0,8	3,0	3,1	6,2	13,1
4	-19,0	-16,6	-16,4	-14,4	-66,4
$\sum P_A$	-10,8	-2,2	1,0	8,6	$L=-3,4$

Всі одержані відхилення та їх суми підносять до квадрата і записують до таблиці 3.4.

Таблиця 3.4**Квадрат відхилень дат від довільного початку**

Номер варіанта	Повторення				$(\sum V_A)^2$
	I	II	III	IV	
1	27,04	53,29	84,64	88,36	967,21
2	4,84	16,81	26,01	54,76	353,44
3	0,64	9,0	9,61	38,44	171,61
4	361	275,56	268,96	207,36	4408,96
$(\sum P_A)^2$	116,64	4,84	1,0	73,96	$L^2=11,56$

Корегуючий фактор $C = \frac{L^2}{N} = \frac{11,56}{16} = 0,72$.

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_Y = \sum (X - A)^2 - C = (27,04 + 53,29 + 84,64 + 88,36 + 4,84 + 16,81 + 26,01 + 54,76 + 0,64 + 9,0 + 9,61 + 38,44 + 361 + 275,56 + 268,96 + 207,36) - 0,72 = 1526,32 - 0,72 = 1525,6.$$

Сума квадратів повторень

$$C_P = (\sum P_A)^2 \div l - C = (116,64 + 4,84 + 1 + 73,96) \div 4 - 0,72 = 196,44 \div 4 - 0,72 = 48,39.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_V = (\sum V_A)^2 \div n - C = (967,21 + 353,44 + 171,61 + 4408,96) \div 4 - 0,72 = 5901,22 \div 4 - 0,72 = 1475,31 - 0,72 = 1474,59.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$$C_Z = C_y - C_P - C_V = 1525,59 - 48,39 - 1474,59 = 2,61.$$

Обчислюють число ступенів вільності загального розсіювання (γ_Y), повторень (γ_P), варіантів (γ_V) та помилки (γ_Z):

$$\gamma_Y = N - 1 = 16 - 1 = 15;$$

$$\gamma_P = n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_V = l - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_Z = (l - 1)(n - 1) = (4 - 1)(4 - 1) = 3 \cdot 3 = 9;$$

Одержані дані розрахунків заносять до лівої частини таблиці 3.5, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{\text{факт}}$)

Таблиця 3.5

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{\text{факт}}$	$F_{\text{теор}}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	1525,59	15	-	-	-	-
Повторень	48,39	3	-	-	-	-
Варіантів	1474,59	3	491,53	1694,93	3,86	6,99
Помилки	2,61	9	0,29	-	-	-

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S_V^2 = C_V : \gamma_V = 1474,59 : 3 = 491,5 ;$$

$$S_Z^2 = C_Z : \gamma_Z = 2,61 : 9 = 0,29.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою

$$F_{\text{факт}} = S_V^2 : S_Z^2 = 491,53 : 0,29 = 1694,93.$$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів $\gamma=3$ (більша дисперсія) та помилки $\gamma_Z=9$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,86 і при $P_{0,99}$ – 6,99.

Правило: якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами дослідів вважається достовірною.

Висновок: у нашому прикладі $F_{\text{факт}}=1694,93$, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,86 і 6,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап. Далі розраховують узагальнену помилку дослідів ($S_{\bar{X}}$) та помилку різниці S_d за формулами:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_z^2 \div n} = \sqrt{0,29 \div 4} = 0,27;$$

$$S_d = S_{\bar{x}} \cdot 1,41 = 0,27 \cdot 1,41 = 0,381 \text{ ц/га } (1,41 = \sqrt{2}).$$

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховують, як правило, на двох рівнях надійної імовірності ($P_{0,95}$ і $P_{0,99}$) за такими формулами:

$$\text{НІР}_{0,95} = S_d \cdot t_{0,95};$$

$$\text{НІР}_{0,99} = S_d \cdot t_{0,99}.$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить на рівнях імовірності $P_{0,95}$ і $P_{0,99}$, відповідно 2,26 і 3,25.

Для характеристики істотності приватних різниць і точності дослідів розраховують:

- **найменшу істотну різницю:**

$$\text{НІР}_{0,95} = S_d \cdot t_{0,95} = 0,381 \cdot 2,26 = 0,86 \text{ ц/га};$$

$$\text{НІР}_{0,99} = S_d \cdot t_{0,99} = 0,381 \cdot 3,25 = 1,24 \text{ ц/га};$$

- **відносну помилку всього дослідів**

$$S_{\bar{x}} \% = \frac{S_{\bar{x}} \cdot 100}{X_N} = \frac{0,27 \cdot 100}{43,7} = 0,62\%;$$

- **точність дослідів**

$$T \% = 100 - 0,62 = 99,32\%.$$

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 3.6.

Таблиця 3.6

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Номер варіанта	Попередник	\bar{X}	Різниця d	НІР		$S_{\bar{x}} \%$	T%
				0,95	0,99		
1	Багаторічні трави на один укіс	51,8	-	-	-	-	-
2	Вико-вівсяна сумішка	48,7	-3,1	0,86	1,24	0,62	99,36
3	Горох	47,0	-4,8				
4	Кукурудза на силос	27,4	-24,4				

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР на обох рівнях надійної імовірності, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА: якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.**

Висновки:

- оскільки критерій Фішера фактичний становить 1694,93, що значно більше за $F_{0,95}(3,86)$ і $F_{0,99}(6,99)$, то різниця між усіма окремими варіантами дослідів достовірна на обох рівнях надійної імовірності;
- точність обчислення середніх арифметичних висока, тому що значення $S_{\bar{x}}\%$ не перевищує 3 %;
- зниження врожайності в другому варіанті проти контролю істотне, тому що різниця між середніми цих варіантів більша від НІР на обох рівнях імовірності, у третьому і четвертому варіантах зниження врожайності тим більш істотне на обох рівнях імовірності.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №4

Тема: Дисперсійний аналіз двофакторного польового досліджу

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз двофакторного польового досліджу з вивченням глибини оранки та норм азоту під озиму пшеницю (табл. 4.1).

Таблиця 4.1

Урожайність озимої пшениці за різних глибин обробітку ґрунту та норм внесення азоту, ц/га

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність			
		I	II	III	IV
20-22	N ₃₀	46,3	45,4	53,0	51,1
	N ₆₀	50,2	53,7	51,8	56,7
	N ₉₀	61,4	55,2	62,5	58,2
10-12	N ₃₀	51,9	55,2	55,9	55,5
	N ₆₀	53,6	58,8	57,1	58,2
	N ₉₀	63,7	62,9	66,6	65,1

Приклад: Виконати дисперсійний аналіз двофакторного польового досліджу з вивченням глибини оранки та норм азоту під озиму пшеницю (табл. 4.2). Статистичну обробку даних двофакторного польового досліджу проводять методом дисперсійного аналізу поетапно.

1 етап.

Таблиця 4.2

Урожайність озимої пшениці за різних глибин обробітку ґрунту та норм внесення азоту, ц/га

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Сума за варіантом $\sum V$	Середня за варіант \bar{X}
		I	II	III	IV		
20-22	N ₃₀	48,1	46,3	54,0	52,7	201,1	50,3
	N ₆₀	50,6	54,2	52,4	58,8	216,0	54,0
	N ₉₀	61,0	55,3	62,8	58,4	237,5	59,4
10-12	N ₃₀	52,6	55,3	56,7	54,9	219,58	54,9
	N ₆₀	54,2	59,1	57,4	57,8	228,5	57,1
	N ₉₀	64,0	62,2	66,1	65,4	257,7	64,4
Сума за повторення, $\sum P$		330,5	332,4	349,4	348,0	$\sum X = 1360,3$	$\bar{X}_N = 56,7$

2 етап.

За довільний початок приймаємо $A=57$ і підраховуємо відхилення дат від нього (таблиця 4.3).

Таблиця 4.3**Відхилення дат від довільного початку (X-A)**

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Сума за варіантом, ΣV
		I	II	III	IV	
20-22	N ₃₀	-8,9	-10,7	-3,0	-4,3	-26,9
	N ₆₀	-6,4	-2,8	-4,6	1,8	-12,0
	N ₉₀	4,0	-1,7	5,8	1,4	9,5
10-12	N ₃₀	-4,4	-1,7	-0,3	-2,1	-8,5
	N ₆₀	-2,8	2,1	0,4	0,8	0,5
	N ₉₀	7,0	5,2	9,1	8,4	29,7
Сума за повторення, ΣP		-11,5	-9,6	7,4	6,0	L=-7,7

Далі розраховують квадрати відхилень дат від довільного початку (таблиця 4.4).

Таблиця 4.4**Квадрати відхилень дат від довільного початку (X-A)²**

Глибина оранки, см (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Квадрат суми за варіантом, $(\Sigma V)^2$
		I	II	III	IV	
20-22	N ₃₀	79,21	114,49	9,00	18,49	723,61
	N ₆₀	40,96	7,84	21,16	3,24	144,00
	N ₉₀	16,00	2,89	33,64	1,96	90,25
10-12	N ₃₀	19,36	2,89	0,09	4,41	72,25
	N ₆₀	7,84	4,41	0,16	0,64	0,25
	N ₉₀	49,00	27,04	82,81	70,56	882,09
Квадрат суми за повторення, $(\Sigma P)^2$		132,25	92,16	54,76	36,00	L ² =59,29

Кількість варіантів $l = l_A \cdot l_B = 2 \cdot 3 = 6$.

Загальне число дат (спостережень) $N = l \cdot n = 6 \cdot 4 = 24$.

Корегуючий фактор

$$C = L^2 \div N = 59,29 \div 24 = 2,47 .$$

Загальне розсіювання

$$C_Y = \sum (X - A)^2 - C = (79,21 + 114,49 + \dots + 82,81 + 70,56) - 2,47 = 618,09 - 2,47 = 615,62.$$

Регулювання повторень

$$C_P = (\sum P)^2 \div l - C = (132,25 + 92,16 + 54,76 + 36,00) \div 6 - 2,47 = 315,17 \div 6 - 2,47 = 50,06.$$

Розсіювання варіантів

$$C_V = (\sum V)^2 \div n - C = (723,25 + 144,00 + 90,25 + 72,25 + 0,25 + 882,09) \div 4 - 2,47 = 457,64.$$

Випадкове розсіювання (помилка)

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 615,62 - 50,06 - 475,64 = 89,92.$$

3 етап. На цьому етапі статистичної обробки даних двофакторного дослідження визначають так звані головні ефекти факторів, що вивчаються, і їх взаємодію.

Щоб мати уявлення про ефективність кожного фактора, необхідно попередньо скласти таблицю 4.5 про суму квадратів, яку беруть з таблиці 9.4.

Таблиця 4.5**Таблиця для обчислення дії і взаємодії факторів**

Глибина оранки, см (фактор А)	Норма азоту (фактор В)			$\sum A^2$
	N ₃₀	N ₆₀	N ₉₀	
20-22	723,61	144,00	9,025	957,86
10-12	72,25	0,25	882,09	954,59
$\sum B^2$	795,86	144,25	972,34	$\sum X^2 = 1912,45$

Розсіювання за фактором А

$$C_A = \sum A^2 \div (l_B \cdot n) - C = (957,86 + 954,59) \div (3 \cdot 4) - 2,47 = 156,9 .$$

Розсіювання за фактором В

$$C_B = \sum B^2 \div (l_A \cdot n) - C = (795,86 + 144,25 + 972,34) \div (2 \cdot 4) - 2,47 = 236,59 .$$

Розсіювання за взаємодією факторів АВ

$$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 475,64 - 156,9 - 236,59 = 82,15 .$$

Число ступенів вільності всіх розсіювань:

$$\gamma_Y = N - 1 = 24 - 1 = 23; \gamma_A = l_A - 1 = 2 - 1 = 1; \gamma_B = l_B - 1 = 3 - 1 = 2;$$

$$\gamma_{P} = n - 1 = 4 - 1 = 3; \gamma_{AB} = (l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(3 - 1) = 2;$$

$$\gamma_Z = \gamma_Y - \gamma_P - \gamma_A - \gamma_B - \gamma_{AB} = 23 - 3 - 1 - 2 - 2 = 15.$$

Після цього складають таблицю 4.6 про результати дисперсійного аналізу, попередньо розрахувавши дисперсії і критерії Фішера.

Таблиця 4.6

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	γ	S^2	$F_{\text{факт}}$	$F_{\text{теор}}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	615,62	23	-	-	-	-
Повторень	50,06	3	-	-	-	-
Фактор А	156,9	1	156,90	26,19	4,54	8,68
Фактор В	236,59	2	118,30	19,75	3,60	6,36
Взаємодії АВ	82,15	2	41,07	6,86	3,6	6,36
Помилки	89,92	15	5,99	-	-	-

Дисперсії окремо для факторів А і В та їх взаємодії:

$$S_A^2 = C_A \div \gamma_A = 156,9 \div 1 = 156,9;$$

$$S_B^2 = C_B \div \gamma_B = 236,59 \div 2 = 118,30;$$

$$S_{AB}^2 = C_{AB} \div \gamma_{AB} = 82,15 \div 2 = 41,07;$$

$$S_Z^2 = C_Z \div \gamma_Z = 89,92 \div 15 = 5,99.$$

Критерії Фішера фактичні:

$$F_A = S_A^2 \div S_Z^2 = 156,9 \div 5,99 = 26,19;$$

$$F_B = S_B^2 \div S_Z^2 = 118,30 \div 5,99 = 19,75;$$

$$F_{AB} = S_{AB}^2 \div S_Z^2 = 41,07 \div 5,99 = 6,86.$$

Оскільки критерії Фішера фактичні F_A , F_B , F_{AB} становлять відповідно 26,19; 19,75 та 6,86, що значно більше за теоретичні критерії на обох рівнях імовірності, то глибини оранки та норми азоту достовірно впливають на врожайність озимої пшениці.

4 етап.

Щоб встановити, між якими середніми існує істотна різниця, розраховують:

- узагальнену помилку для всього досліджу

$$S_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{S_Z^2}{n}} = \sqrt{\frac{5,99}{4}} = 1,22.$$

- узагальнену помилку для фактора А

$$S_A = \sqrt{S_Z^2 \div (l_B \cdot n)} = \sqrt{5,99 \div (3 \cdot 4)} = 0,71.$$

- узагальнену помилку для фактора В

$$S_e = \sqrt{S_Z^2 \div (l_A \cdot n)} = \sqrt{5,99 \div (2 \cdot 4)} = 0,86.$$

- помилку різниці для всього дослідю

$$S_{d_x} = S_x \cdot 1,41 = 1,22 \cdot 1,41 = 1,72 \text{ ц}$$

- помилку різниці для фактора А

$$S_{dA} = S_A \cdot 1,41 = 0,71 \cdot 1,41 = 1,0 \text{ ц}$$

- помилку різниці для фактора В

$$S_{dB} = S_B \cdot 1,41 = 0,86 \cdot 1,41 = 1,21 \text{ ц}$$

Далі розраховують найменші істотні різниці (НІР):

- всього дослідю

$$НІР_{0,95} = S_{d_x} \cdot t_{0,95} = 1,72 \cdot 2,13 = 3,66 \approx 3,7 \text{ ц / га,}$$

$$НІР_{0,99} = S_{d_x} \cdot t_{0,99} = 1,72 \cdot 2,95 = 5,07 \approx 5,1 \text{ ц / га.}$$

- фактора А

$$НІР_{0,95} = S_{dA} \cdot t_{0,95} = 1 \cdot 2,13 = 2,13 \approx 2,1 \text{ ц / га,}$$

$$НІР_{0,99} = S_{dA} \cdot t_{0,99} = 1 \cdot 2,95 = 2,95 \approx 3,0 \text{ ц / га.}$$

- фактора В

$$НІР_{0,95} = S_{dB} \cdot t_{0,95} = 1,21 \cdot 2,13 = 2,58 \approx 2,6 \text{ ц / га,}$$

$$НІР_{0,99} = S_{dB} \cdot t_{0,99} = 1,21 \cdot 2,95 = 3,57 \approx 3,6 \text{ ц / га.}$$

Відносна помилка всього дослідю

$$S_{\bar{x}} \% = \frac{S_{\bar{x}} \cdot 100}{\bar{X}_N} = \frac{1,22 \cdot 100}{56,7} = 2,15 \% .$$

Таблиця 4.7

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу даних двофакторного дослідю

Глибина оранки, см (фактор А)	Дози азоту (фактор В)	\bar{X}	Різниця за фактором		НІР		$S_{\bar{x}} \%$	Т%
			А	В	0,95	0,99		
20-22	N ₃₀	50,3			3,7	5,1	2,15	97,85
	N ₆₀	54,0		3,7				
	N ₉₀	59,4		9,1				
10-12	N ₃₀	54,9	4,6					
	N ₆₀	57,1	3,1	2,2				
	N ₉₀	64,4	5,0	9,5				
НІР _{0,95} за факторами			2,1	2,6				
НІР _{0,99} за факторами			3,0	3,6				

Низька відносна помилка свідчить про високу точність проведення досліджень. Точність досліду $T=100-2,15=97,85\%$. Після наведених розрахунків, складають підсумкову таблицю 9.7, на основі якої роблять висновки про вплив факторів А (глибини оранки), В (норми азоту) та їх взаємодії АВ на врожайність озимої пшениці.

Висновки

За фактором А – використання оранки на глибину 10-12 см замість оранки на 20 - 22 см дає істотний приріст урожаю озимої пшениці на всіх фонах удобрення.

За фактором В – на фоні глибокої оранки істотний приріст урожаю на обох рівнях надійної імовірності забезпечує внесення обох підвищених норм азоту, а на фоні мільчої оранки – лише внесення N_{90} .

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5

Тема: Дисперсійний аналіз досліду, проведеного методом латинського квадрату

Завдання: виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського квадрату 5×5 в досліді з ячменем (табл.5.1).

Таблиця 5.1

Схема розміщення досліду і урожаї ячменю

Ряди	Стовпчики				
	1	2	3	4	5
1	34,2D	32,3C	33,4A	32,6B	34,6E
2	41,5B	34,9A	39,8E	36,8C	38,4D
3	34,6E	28,8B	38,1D	32,5A	36,3C
4	35,2A	34,2D	37,6C	40,2E	34,7B
5	32,7C	33,5E	27,8B	33,3D	32,5A

Приклад: виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського квадрату 5×5 в досліді з ячменем.

1 етап. Складаємо розрахункову таблицю 5.2.

Таблиця 5.2

Схема розміщення досліду і урожаї ячменю

Ряди	Стовпчики					Суми по		Середні по варіантам
	1	2	3	4	5	рядам P	варіантам V	
1	35,3D	31,1C	32,6A	33,4B	33,8E	166,2	163,5A	32,7
2	40,8B	33,7A	39,3E	37,7C	37,3D	188,8	162,2B	32,44
3	35,8E	27,7B	37,2D	31,8A	35,8C	168,3	173,7C	34,74
4	34,2A	35,3D	36,9C	40E	33,9B	180,3	178,8D	35,76
5	32,2C	33,7E	26,4B	33,7D	31,2A	157,2	182,6E	35,52
Сума по стовпчикам, $\sum C$	178,3	161,5	172,4	176,6	172	$\sum X = 860,8$		$\bar{X} = 34,43$

Латинськими буквами позначені варіанти.

2 етап. Вибирають довільний початок, значення якого має бути цілим числом, близьким до загальної середньої ($A=35$) і складають таблицю 10.3 відхилень подільночних урожаїв від довільного початку ($X-A$) та визначають суми відхилень за варіантами ($\sum V_A$), рядами ($\sum P_A$), стовпчиками ($\sum C_A$) і суму сум за варіантами, рядами і стовпчиками (L).

Перевіряють правильність розрахунків по рівності $\sum P = \sum C = \sum V = L = -14,2$

Таблиця 5.3

Відхилення дат від довільного початку (X-A)

Ряди	Стовпчики					Суми по	
	1	2	3	4	5	$\sum P_A$	$\sum V_A$
1	0,3D	-3,9C	-2,4A	-1,6B	-1,2E	-8,8	-11,5A
2	5,8B	-1,3A	4,3E	2,7C	2,3D	13,8	-12,8B
3	0,8E	-7,3B	2,2D	-3,2A	0,8C	-6,7	-1,3C
4	-0,8A	0,3D	1,9C	5E	-1,1B	5,3	3,8D
5	-2,8C	-1,3E	-8,6B	-1,3D	-3,8A	-17,8	7,6E
$\sum C_A$	3,3	-13,5	-2,6	1,6	-3	L=-14,2	

Всі одержані відхилення та їх суми підносять до квадрата і записують до таблиці 5.4.

Таблиця 5.4

Квадрат відхилень дат від довільного початку

Ряди	Стовпчики					Суми по	
	1	2	3	4	5	$(\sum P_A)^2$	$(\sum V_A)^2$
1	0,09 D	15,21C	5,76A	2,56B	1,44E	77,44	132,25A
2	33,64B	1,69A	18,49E	7,29C	5,29D	190,44	163,84B
3	0,64E	53,29B	4,84D	10,24A	0,64C	44,89	1,69C
4	0,64A	0,09D	3,61C	25E	1,21B	28,09	14,44D
5	7,84C	1,69E	73,96B	1,69D	14,44A	316,84	57,76E
$(\sum C_A)^2$	10,89	182,25	6,16	2,56	9	L ² =201,64	

Загальне число дат (спостережень) $N=n \cdot n=5 \cdot 5=25$.

Корегуючий фактор $C = \frac{L^2}{N} = \frac{201,64}{25} = 8,07..$

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_y = \sum (X - A)^2 - C = (0,09 + 15,21 + 5,76 + 2,56 + \dots + 14,44) - 8,07 = 291,28 - 8,07 = 283,21.$$

Сума квадратів відхилень стовпчиків

$$C_c = (\sum C_A)^2 \div n - C = (10,89 + 182,25 + 6,76 + 2,56 + 9) \div 5 - 8,07 = 211,46 \div 5 - 8,07 = 34,22.$$

Сума квадратів відхилень рядів

$$C_p = (\sum P_A)^2 \div n - C = (77,44 + 190,44 + 44,89 + 28,09 + 316,84) \div 5 - 8,07 = 657,7 \div 5 - 8,07 = 123,47.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_v = (\sum V_A)^2 \div n - C = (132,25 + 163,84 + 1,69 + 14,44 + 57,76) \div 5 - 8,07 = 369,98 \div 5 - 8,07 = 65,93.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$$C_z = C_y - C_p - C_v = 283,21 - 34,22 - 123,47 - 65,93 = 59,59.$$

Обчислюють число ступенів вільності загального розсіювання (γ_Y), рядів (γ_P), варіантів (γ_V), стовпчиків (γ_C) та помилки (γ_Z):

$$\gamma_Y = N - 1 = 25 - 1 = 24;$$

$$\gamma_P = n - 1 = 5 - 1 = 4;$$

$$\gamma_V = n - 1 = 5 - 1 = 4;$$

$$\gamma_C = n - 1 = 5 - 1 = 4;$$

$$\gamma_Z = \gamma_Y - \gamma_P - \gamma_V - \gamma_C = 24 - 4 - 4 - 4 = 12.$$

Одержані дані розрахунків заносять до лівої частини таблиці 5.5, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{\text{факт}}$).

Таблиця 5.5

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{\text{факт}}$	$F_{\text{теор}}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	283,21	24	-	-	-	-
Стовпців	34,22	4	-	-	-	-
Рядів	123,47	4	-	-	-	-
Варіантів	65,93	4	16,48	3,32	3,26	5,41
Помилки	59,59	12	4,97			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S_V^2 = C_V : \gamma_V = 65,93 : 4 = 16,48 ;$$

$$S_Z^2 = C_Z : \gamma_Z = 59,59 : 12 = 4,97.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$$F_{\text{факт}} = S_V^2 : S_Z^2 = 16,48 : 4,97 = 3,32.$$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів $\gamma=4$ (більша дисперсія) та помилки $\gamma_Z=12$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,26 і при $P_{0,99}$ – 5,41. Якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами дослідження вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{\text{факт}}=3,32$, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,26 і 5,41, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап.

Далі розраховують узагальнену помилку досліду ($S_{\bar{X}}$) та помилку різниці S_d за формулами:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_Z^2 \div n} = \sqrt{4.97 \div 5} = 0.99 ;$$

$$S_d = S_{\bar{x}} \cdot 1,41 = 0,99 \cdot 1,41 = 1,4 \text{ ц/га } (1,41=\sqrt{2}).$$

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховують, як правило, на двох рівнях надійної імовірності ($P_{0,95}$ і $P_{0,99}$) за такими формулами:

$$НІР_{0,95}=S_d \cdot t_{0,95};$$

$$НІР_{0,99}=S_d \cdot t_{0,99}.$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить на рівнях імовірності $P_{0,95}$ і $P_{0,99}$, відповідно 2,18 і 3,06.

$$НІР_{0,95}=S_d \cdot t_{0,95} = 1,4 \cdot 2,18 = 3,06 \text{ ц/га};$$

$$НІР_{0,99}=S_d \cdot t_{0,99} = 1,4 \cdot 3,06 = 4,28 \text{ ц/га}.$$

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 10.6.

Таблиця 10.6**Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу**

Варіанти (сорти)	Урожай, ц/га	Різниця з стандартом, ц/га
А (St)	32,7	-
В	32,4	-0,3
С	34,7	2,0
Д	35,8	3,1
Е	36,5	3,8
НІР	-	3,06

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР на обох рівнях надійної імовірності, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА: якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.**

Висновок: у варіанті В зниження врожаю неістотне порівняно з стандартом, у варіанті С підвищення врожаю неістотне, а у варіанті Д і С підвищення врожаю істотне порівняно з стандартом.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

Тема: Дисперсійний аналіз досліду, проведеного методом латинського прямокутника

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського прямокутника $4 \times 4 \times 2$ в досліді з кукурудзою на зелену масу (табл. 6.1).

Таблиця 6.1

Схема розміщення досліду і урожаї зеленої маси кукурудзи

Ряди	Стовпчики			
	1	2	3	4
1	48,4E	63,9G	35,9B	50,6D
	43,5A	65,5C	46,8F	60,7H
2	65,1G	42,8E	54,5D	34,8B
	67,2C	42,2A	54,8H	35,2F
3	40,8F	51,3H	41,2E	51,8G
	40,8B	48,8D	36,7A	60,5C
4	54,2H	45,4F	52,5G	31,6E
	62,7D	36,9B	59,4C	45,6A

Приклад: Виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського прямокутника $4 \times 4 \times 2$ в досліді з кукурудзою на зелену масу.

1 етап. Необхідно розрахувати суми по стовпчикам С, рядам Р, варіантам V і загальну суму всіх врожаїв $\sum X$. Суми врожаїв по варіантам розраховують сумуванням всіх врожаїв для відповідного варіанту. Перевіряють правильність розрахунків $\sum P = \sum C = \sum X$.

Таблиця 6.2

Схема розміщення досліду і урожаї зеленої маси кукурудзи

Ряди	Стовпчики				Суми по		Середні по варіантам
	1	2	3	4	рядам Р	варіантам V	
1	49E	64G	35B	50D	413	167A	41,8A
	43A	65C	47F	60H		147B	36,8B
2	64G	42E	55D	35B	393	250C	62,5C
	66C	42A	54H	35F		215D	53,8D
3	40F	50H	40E	51G	365	161E	40,2E
	40B	48D	36A	60C		167F	41,8F
4	53H	45F	53G	30E	385	232G	58,0G
	62D	37B	59C	46A		217H	54,2H
Сума по стовпчикам, $\sum C$	417	393	379	367	$\sum X = 1556$		$\bar{X} = 48,6$

Латинськими буквами позначені варіанти.

2 етап. Розраховують суми квадратів, записують їх в таблицю дисперсійного аналізу і визначають критерій F.

Загальне число дат (спостережень) $N=l_a \cdot l_b \cdot n=4 \cdot 4 \cdot 2=32$.

Корегуючий фактор $C=(\sum X)^2 : N = (1556)^2 : 32 = 75660,5$.

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_Y = \sum X^2 - C = (49^2 + 64^2 + 35^2 + \dots + 46^2) - 75660,5 = 3269,5.$$

Сума квадратів відхилень стовпчиків

$$C_c = \sum C^2 \div l - C = (417^2 + 393^2 + 376^2 + 367^2) \div 8 - 75660,5 = 173.$$

Сума квадратів відхилень рядів

$$C_p = \sum P^2 \div n - C = (413^2 + 393^2 + 365^2 + 385^2) \div 8 - 75660,5 = 148.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_v = \sum V^2 \div n - C = (167^2 + 147^2 + 250^2 + \dots + 217^2) \div 4 - 75660,5 = 2576.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$$C_Z = C_Y - C_P - C_c - C_V = 3269,5 - 148,0 - 173,0 - 2576,0 = 372,5.$$

Обчислюють число ступенів вільності загального розсіювання (γ_Y), рядів (γ_P), варіантів (γ_V), стовпчиків (γ_c) та помилки (γ_Z):

$$\gamma_Y = N - 1 = 32 - 1 = 31;$$

$$\gamma_P = n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_V = l - 1 = 8 - 1 = 7;$$

$$\gamma_c = n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_Z = \gamma_Y - \gamma_P - \gamma_V - \gamma_c = 31 - 3 - 7 - 3 = 18.$$

Одержані дані розрахунків заносять до лівої частини таблиці 6.3, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{\text{факт}}$).

Таблиця 6.3

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{\text{факт}}$	$F_{\text{теор}}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	3269,5	31	-	-	-	-
Стовпців	148,0	3	-	-	-	-
Рядів	173,0	3	-	-	-	-
Варіантів	2576,0	7	368,0	17,78	2,58	3,85
Помилки	372,5	18	20,69			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S_V^2 = C_V : \gamma_V = 2576,0 : 7 = 368,0;$$

$$S_Z^2 = C_Z : \gamma_Z = 372,0 : 18 = 20,69.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$$F_{\text{факт}} = S_V^2 : S_Z^2 = 368,0 : 20,69 = 17,78.$$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів $\gamma=4$ (більша дисперсія) та помилки $\gamma_Z=12$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,26 і при $P_{0,99}$ – 5,41. Якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами досліду вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{\text{факт}}=17,78$, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 2,58 і 3,85, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап.

Далі розраховують узагальнену помилку досліду ($S_{\bar{X}}$) та помилку різниці S_d за формулами:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_Z^2 \div n} = \sqrt{20,69 \div 4} = 2,24m;$$

$$S_d = S_{\bar{X}} \cdot 1,41 = 2,24 \cdot 1,41 = 3,22m \quad (1,41 = \sqrt{2}).$$

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховують, як правило, на двох рівнях надійної імовірності ($P_{0,95}$ і $P_{0,99}$) за такими формулами:

$$\text{НІР}_{0,95} = S_d \cdot t_{0,95};$$

$$\text{НІР}_{0,99} = S_d \cdot t_{0,99}.$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить на рівнях імовірності $P_{0,95}$ і $P_{0,99}$, відповідно 2,10 і 2,88.

$$\text{НІР}_{0,95} = S_d \cdot t_{0,95} = 3,22 \cdot 2,10 = 6,8 \text{ т/га};$$

$$\text{НІР}_{0,99} = S_d \cdot t_{0,99} = 3,22 \cdot 2,88 = 9,27 \text{ т/га}.$$

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці б.4.

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР на обох рівнях надійної імовірності, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись ПРАВИЛА: *якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.*

Таблиця 6.4

Урожай зеленої маси кукурудзи (т/га)

Варіанти (сорти)	Урожай, ц/га	Різниця з стандартом, т/га
A (St)	41,8	-
B	36,8	-5,0
C	62,5	20,7
D	53,8	12,0
E	40,2	-1,6
F	41,8	0,0
G	58,0	16,2
H	54,2	12,4
HP _{0,95}	-	6,8
HP _{0,99}		9,27

Висновок: варіанти C, D, і H істотно перевищують стандарт, усі інші варіанти неістотно відрізняються від контролю.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7

Тема: Дисперсійний аналіз досліду, проведеного методом розщеплених ділянок

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського прямокутника $4 \times 4 \times 2$ в досліді з кукурудзою на зелену масу.

Таблиця 7.1

Схема розміщення досліду і урожаї зеленої маси кукурудзи

Ряди	Стовпчики			
	1	2	3	4
1	48,4E	63,9G	35,9B	50,6D
	43,5A	65,5C	46,8F	60,7H
2	65,1G	42,8E	54,5D	34,8B
	67,2C	42,2A	54,8H	35,2F
3	40,8F	51,3H	41,2E	51,8G
	40,8B	48,8D	36,7A	60,5C
4	54,2H	45,4F	52,5G	31,6E
	62,7D	36,9B	59,4C	45,6A

Приклад: В досліді з багаторічними травами на ділянках першого порядку (1000 м^2) вивчалась дія вапнування (0 – без вапна, 1 – по вапну), а на ділянках другого порядку (200 м^2) – п'ять доз фосфорних добрив (0 – без фосфору, 1 – 30, 2 – 60, 3 – 90, 4 – 120 кг P_2O_5 на 1 га). Врожаї наведені в таблиці 2. Опрацювати результати досліду методом дисперсійного аналізу.

Дисперсійний аналіз двофакторного досліду з двома градаціями фактору А ($l_a=2$) і п'ятьма градаціями фактору В ($l_b=5$), поставлений методом розщеплених ділянок в чотирьох повторностях ($n=4$), проводять в п'ять етапів.

1 етап.

Складають розрахункову таблицю 7.2, в якій розраховують суми рядам Р, варіантам V, середні по варіантам і загальну суму всіх врожаїв $\sum X$. Перевіряють правильність розрахунків $\sum P = \sum V = \sum X$.

2 етап.

Розраховують суми квадратів і визначають критерій F.

Загальне число дат (спостережень) $N = l_a \cdot l_b \cdot n = 2 \cdot 5 \cdot 4 = 40$;

Таблиця 7.2

Вплив вапнування і доз фосфору на врожай сіна багаторічних трав (ц з га)

Фактор А	Фактор В	Повторення, X				Суми по варіантам V	Середні по варіантам
		I	II	III	IV		
0	0	22	20	24	26	92	23,0
	1	26	23	26	29	104	26,0
	2	29	28	31	31	119	29,8
	3	31	35	30	31	127	31,8
	4	31	30	32	30	123	30,8
1	0	25	22	28	24	99	24,8
	1	28	29	32	28	117	29,2
	2	29	31	34	36	130	32,5
	3	34	36	37	32	139	34,8
	4	36	40	42	36	154	38,5
Сума по повторенням, $\sum P$		417	393	379	367	$\sum X = 1204$	$\bar{X} = 30,1$

Корегуючий фактор $C = (\sum X)^2 : N = (1204)^2 : 40 = 36240,2$.

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_Y = \sum X^2 - C = (22^2 + 20^2 + 24^2 + \dots + 36^2) - 36240,2 = 953,6.$$

Сума квадратів відхилень повторень

$$C_P = \sum P^2 \div l_a l_b - C = (291^2 + 294^2 + 316^2 + 303^2) \div 10 - 36240,4 = 37,8.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_V = \sum V^2 \div n - C = (92^2 + 104^2 + 119^2 + \dots + 154^2) \div 4 - 36240,4 = 791,1.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 953,6 - 37,8 - 791,1 = 124,7.$$

3 етап. Визначають суми квадратів для факторів А, В і взаємодії АВ. Для цього складають таблицю 12.3, в яку записують відповідні суми врожаїв по варіантам з таблиці 12.2, знаходять суми і середні по факторам А і В.

Дисперсійний аналіз даних таблиці 7.3 дає: загальне варіювання C_{A+B+AB} (дорівнює воно $C_V = 791,1$), варіювання факторів А і В. Взаємодію АВ знаходимо по різниці:

$$C_{A+B+AB} = (92^2 + 104^2 + 119^2 + \dots + 154^2) \div n - C = 148126 \div 4 - 36240,4 = 791,1;$$

$$C_A = \sum A^2 \div l_B n - C = (565^2 + 639^2) \div 5 \times 4 - 36240,4 = 136,9$$

при $(l_A - 1) = (2 - 1) = 1$ ступені свободи;

$$C_B = \sum B^2 \div l_A n - C = (191^2 + 221^2 + 249^2 + 277^2) \div 2 \times 4 - 36240,4 = 610,6$$

при $(l_B - 1) = (5 - 1) = 4$ ступенях свободи;

$$C_{AB} = C_{A+B+AB} - C_A - C_B = 791,1 - 136,6 - 610,9 = 43,6$$

при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(5 - 1) = 4$ ступенях свободи.

Таблиця 7.3

Таблиця для визначення головних ефектів і взаємодій

Фактор А	Фактор В					Суми А	Середні А
	0	1	2	3	4		
0	92	104	119	127	123	565	28,2=A ₀
1	99	117	130	139	154	639	32,0=A ₁
Суми В	191	221	249	266	277	$\sum X = 1204$	
Середні В	23,9=B ₀	27,6=B ₁	31,1=B ₂	33,2=B ₃	34,6=B ₄	$\bar{X} = 30,1$	

4 етап.

В досліді, поставленому методом розщеплених ділянок, є дві помилки: одна для варіантів А, які вивчаються на більш великих ділянках першого порядку (помилка I), і друга для варіантів В і взаємодії АВ (помилка II). Щоб визначити помилки I і II, треба розкласти суму квадратів залишку C_z на складові компоненти: $C_z = C_{zI} + C_{zII}$. Сума квадратів C_{zI} дає можливість оцінити істотність дії вапна (помилка I), а C_{zII} ефект фосфору і взаємодії вапнування з фосфором (помилка II). Розкладання C_z проводять так: розраховують суму квадратів для ділянок першого порядку C_{zI} , а суму квадратів для ділянок другого порядків C_{zII} знаходять за різницею.

Щоб визначити помилку I, складають таблицю 7.4, в яку записують суми урожаїв по ділянкам першого порядку (вапнування). Для першої ділянки першого повторення сума дорівнює $22+26+29+31+31=139$ (по таблиці 12.2), другого повторення $20+23+28+35+30=136$ і т.д. Правильність розрахунків перевіряють $\sum P = \sum V = \sum X$.

Таблиця 7.4

Суми врожаїв по ділянкам першого порядку для визначення помилки I

Фактор А	Повторення				Суми А Середні А
	I	II	III	IV	
0	139	136	143	147	565
1	152	158	173	156	639
Суми Р	291	294	316	303	$\sum X = 1204$

Таблиця 7.4 дозволяє визначити загальну суму квадратів відхилень $C_{Z I}$, значення C_A і C_B , які визначені раніше, суму квадратів для помилки I:

$$C_Y = (139^2 + 136^2 + \dots + 156^2) \div l_B - C = 182208 \div 5 - 36240,4 = 201,2;$$

$$C_{Z^2} = C_{y^2} - C_A - C_B = 201,2 - 136,9 - 37,8 = 26,5 ;$$

при $(l_A-1)(n-1)=(2-1)(4-1)=3$ ступенях свободи;

$$C_{Z^2 I} = C_{Z^2} - C_{Z I} = 124,7 - 26,5 = 98,2.$$

Тепер можна скласти таблицю дисперсійного аналізу і визначити істотність дії і взаємодії факторів по F-критерію (таблиця 7.5).

Таблиця 7.5

**Результати дисперсійного аналізу двофакторного дослідження 2×5,
поставленого методом розщеплених ділянок**

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{\text{факт}}$	F_{05}
Загальне	953,6	39	-	-	-
Повторень	37,8	3	-	-	-
Фактору А	136,9	1	136,90	15,50	10,13
Помилка I	26,5	3	8,83	-	-
Фактору В	610,6	4	152,65	37,32	2,78
Взаємодії АВ	43,6	4	10,90	2,66	2,78
Помилки II	98,2	24	4,09	-	-

Для розрахунку дисперсії суми квадратів ділимо на ступені вільності.

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності факторів А, В і взаємодії АВ (чисельник) і відповідних їм помилок I або II (знаменник). Якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами дослідження вважається достовірною. Ефект вапнування і фосфору доведено ($F_{\text{ф}} > F_{05}$), взаємодія цих факторів неістотна ($F_{\text{ф}} < F_{05}$).

5 етап. Оцінка істотності часткових різниць:

а) ділянки першого порядку (вапнування):

$$S_{\bar{x}}^I = \sqrt{S_{Z I}^2 \div n} = \sqrt{8,83 \div 4} = 1,49 \text{ ц};$$

$$S^I_d = S_{\bar{x}} \cdot 1,41 = 1,49 \cdot 1,41 = 2,10 \text{ ц} \quad (1,41 = \sqrt{2}).$$

$$\text{НІР}^I_{05} = S^I_d \cdot t_{05} = 3,18 \cdot 2,10 = 6,68 \text{ ц}$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки І).

б) ділянки другого порядку (дозы фосфору):

$$S^{II}_{\bar{x}} = \sqrt{S_{ZII}^2 \div n} = \sqrt{4,09 \div 4} = 1,00 \text{ ц};$$

$$S^{II}_d = S_{\bar{x}} \cdot 1,41 = 1,00 \cdot 1,41 = 1,41 \text{ ц} \quad (1,41 = \sqrt{2}).$$

$$\text{НІР}^{II}_{05} = S^{II}_d \cdot t_{05} = 2,06 \cdot 1,41 = 2,90 \text{ ц}$$

значення $t_{05} = 2,06$, при 24 ступенях свободи для помилки ІІ.

б етап. Оцінка істотності головних ефектів:

для головного ефекту вапнування А:

$$S_d = \sqrt{\frac{2S_{II}^2}{nl_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,83}{4 \cdot 5}} = 0,94 \text{ ц};$$

$$\text{НІР}_{05} = S_d \cdot t_{05} = 3,18 \cdot 0,94 = 2,98 \text{ ц};$$

для головного ефекту фосфору В:

$$S_d = \sqrt{\frac{2S_{II}^2}{nl_A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,09}{4 \cdot 2}} = 1,00 \text{ ц};$$

$$\text{НІР}_{05} = S_d \cdot t_{05} = 2,06 \cdot 1,00 = 2,06 \text{ ц}.$$

Отримані значення істотної різниці оцінюють: $\text{НІР}^I_{05} = 6,68 \text{ ц}$ – значення різниць між середніми по ділянках першого порядку – ефект вапнування при різних рівнях фосфорного живлення ($a_1b_0 - a_0b_0 = 24,8 - 23,0 = 1,8 \text{ ц}$; $a_1b_4 - a_0b_4 = 38,5 - 30,8 = 7,7 \text{ ц}$ і т. д., див. таблицю 12.2);

$\text{НІР}^{II}_{05} = 2,90 \text{ ц}$ – значення різниць між середніми по ділянках другого порядку – ефект доз фосфору на вапнованому і невапнованому фоні ($a_0b_1 - a_0b_0 = 26,0 - 23,0 = 3,0 \text{ ц}$; $a_1b_1 - a_1b_0 = 29,2 - 24,8 = 4,4 \text{ ц}$ і т. д., див. таблицю 7.2);

$\text{НІР}_{05} = 2,98 \text{ ц}$ – значення середнього (головного) ефекту вапнування А незалежно від доз фосфору ($A_1 - A_0 = 32,0 - 28,2 = 3,8 \text{ ц}$);

$\text{НІР}_{05} = 2,06 \text{ ц}$ – значення середнього (головного) ефекту фосфору незалежно від фону ($B_1 - B_0 = 27,6 - 23,9 = 3,7 \text{ ц}$; $B_2 - B_1 = 31,1 - 27,6 = 3,5 \text{ ц}$ і т. д.).

Результати дослідів і статистичної обробки зручно представити у вигляді графіку.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №8

Тема: Кореляційний та регресійний аналіз прямолінійної залежності

Завдання: Провести аналіз залежності між довжиною 10 окремих листків озимої пшениці та їх площами (табл. 8.1) визначених на основі індивідуальних вимірів.

Таблиця 8.1

Данні для проведення розрахунків

Номери листків (пар)	Довжина листа, см X	Площа листа, см ² У
1	16,1	7,4
2	17,3	8,7
3	18,6	10,3
4	20,0	11,2
5	21,3	12,9
6	21,6	13,2
7	21,8	13,7
8	22,0	14,1
9	22,4	14,3
10	22,8	14,8

Приклад: Виконати кореляційний та регресійний аналізи даних таблиці 8.2, в якій наведено результати визначення відносної вологості (X) та липкості (У) чорнозему.

Таблиця 8.2

Обчислення кореляційної залежності між відотною вологістю та липкістю ґрунту

Номер пари	Вологість, % X	Липкість, г/см ² У	X ²	У ²	ХУ
1	19,9	0,0	396,01	0,00	0,00
2	20,9	0,6	436,81	0,36	12,54
3	26,1	1,1	681,21	1,21	28,71
4	29,4	1,2	864,36	1,44	35,28
5	30,5	1,7	930,25	2,89	51,85
6	40,3	1,7	1624,09	2,89	68,51
7	44,8	2,6	2007,04	6,76	116,48
8	47,8	3,4	2284,84	11,56	162,52
9	55,6	4,2	3091,36	17,64	233,52
10	58,3	5,8	3398,89	33,64	3387,14
11	64,5	6,3	4160,25	39,69	406,35
12	76,6	7,3	5867,56	53,29	559,18
N=12	∑X=514,7	∑У=35,9	∑X ² =25742,67	∑У ² =171,37	∑X·У=2013,08

Кореляційний аналіз:

Визначають шість допоміжних величин:

$$n = 12;$$

$$\bar{X} = \sum X \div n = 514,7 \div 12 = 42,89\%;$$

$$\bar{Y} = \sum Y \div n = 35,9 \div 12 = 2,99 \text{ г/см}^2.$$

$$\sum (X - \bar{x})^2 = \sum X^2 - (\sum X)^2 \div n = 257742,67 - 514,7^2 \div 12 = 3666,33;$$

$$\sum (Y - \bar{y})^2 = \sum Y^2 - (\sum Y)^2 \div n = 171,37 - 35,9^2 \div 12 = 63,97;$$

$$\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y}) = \sum XY - (\sum X \sum Y) \div n = 2013,08 - (514,7 \cdot 35,9) \div 12 = 473,27.$$

Далі визначають:

- **коефіцієнт кореляції r**

$$r = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{x})^2 \sum (Y - \bar{y})^2}} = \frac{473,27}{\sqrt{3666,33 \cdot 63,97}} = 0,977 \approx 0,98.$$

- **помилку коефіцієнта кореляції**

$$S_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,98}{12-2}} = \sqrt{\frac{0,02}{10}} = 0,045.$$

- **критерій достовірності коефіцієнта кореляції**

$$t_r = \frac{r}{S_r} = \frac{0,98}{0,045} = 21,78.$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять за числом ступенів вільності

$$\gamma_r = n - 2 = 12 - 2 = 10,$$

$$t_{0,95}=2,23; t_{0,99}=3,17.$$

Про силу зв'язку роблять висновок за таким правилом: якщо коефіцієнт кореляції дорівнює одиниці, то зв'язок - повний; якщо він становить 0,66-0,99, то зв'язок - сильний; якщо він перебуває в межах 0,33-0,66 – середній і якщо коефіцієнт кореляції менший за 0,33, то зв'язок - слабкий.

Оскільки в нашому прикладі $r=0,98$, то зв'язок між відносною вологістю та липкістю чорнозему сильний.

Про напрям зв'язку висновок роблять за правилом залежно від знака при коефіцієнті кореляції: якщо він плюсовий, то кореляція пряма, а якщо мінусовий, то зворотна.

У нашому прикладі кореляція пряма.

Про достовірність зв'язку висновок роблять за правилом: якщо критерій достовірності коефіцієнта кореляції фактичний

більший за теоретичні його значення або дорівнює їм, то зв'язок достовірний.

Висновок: оскільки критерій фактичний (t_r) становить 21,78, що значно більше теоретичних значень $t_{0,95}$ (2,23) і $t_{0,99}$ (3,17), то зв'язок між відносною вологістю чорнозему і його липкістю достовірний на обох рівнях надійної імовірності.

Регресійний аналіз. Його здійснюють за сильного та достовірного зв'язку і будь-якого напрямку (прямого чи зворотного). Під регресією розуміють зміну результативної ознаки Y (функції) при певній зміні однієї або декількох факторіальних (аргумента). Зв'язок між функцією та аргументом виражають рівнянням регресії, що має такий вигляд

$$Y = \bar{y} + b_{yx} (X - \bar{x}),$$

де b_{yx} - коефіцієнт регресії, який визначається за формулою

$$b_{yx} = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sum (X - \bar{x})^2} = \frac{473,27}{3666,33} = 0,13 \text{ г/см}^3.$$

Отже, в нашому прикладі за зміни відносної вологості чорнозему на 1 % його липкість змінюється на 0,13 г/см³.

Підготувавши значення коефіцієнта регресії у рівняння регресії, одержимо робоче рівняння за яким, знаючи відносну вологість чорнозему, можна визначити його липкість.

$$y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x}) = 2,99 + 0,13(X - 42,89) = 0,13X - 2,58;$$

таким чином $y = 0,13X - 2,58$.

Розрахуємо липкість чорнозему за відносної вологості його 76,6% (12 пара) $y = 0,13 \cdot 76,6 - 2,58 = 9,96 - 2,58 = 7,38 \text{ г/см}^3$, а фактична липкість склала 7,30 г/см³. Точність прогнозування липкості чорнозему за його відносною вологістю розраховують за формулою.

Різниця між розрахунковою липкістю і фактичною становить $7,38 - 7,30 = 0,08 \text{ г/см}^3$ або $0,08 \cdot 100 \div 7,30 = 1,1 \%$, тому точність дослідів дорівнюватиме

$$T\% = 100 - 1,1 = 98,9 \%$$

Таким чином, точність прогнозування липкості чорнозему за його відносною вологістю є високою.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 9

Тема: Криволінійна залежність

Завдання: На основі дослідних матеріалів залежність урожайності озимої пшениці від норми висіву (X) за таблицею 9.1 визначити кореляційне відношення та скласти рівняння регресії.

Таблиця 9.1

Данні для проведення розрахунків

№ пар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Норми висіву, ц/га X	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4
Урожайність, ц/га Y	32	34	38	46	51	55	57	53	50	44

Наявність криволінійного зв'язку можна визначити за графіком, коли за зростання X спостерігається спочатку зростання Y, а потім його зменшення (або навпаки).

Приклад: На основі дослідних матеріалів залежність урожайності озимої пшениці від норми висіву (X) за таблицею 9.2 визначити кореляційне відношення та скласти рівняння регресії.

Таблиця 9.2

Урожайність зерна озимої пшениці (Y) залежно від норми висіву (X)

№ пар	Норми висіву, ц/га X	Урожайність, ц/га Y	\bar{Y}_x	$y - \bar{y}_x$	$(y - \bar{y}_x)^2$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$
1	3,5	32	33	-1	1	-14	196
2	3,6	34		1	1	-12	144
3	3,7	38	42	-4	16	-8	64
4	3,8	46		4	16	0	0
5	3,9	51	53	-2	4	5	25
6	4,0	55		2	4	9	81
7	4,1	57	55	2	4	11	121
8	4,2	53		-2	4	7	49
9	4,3	50	47	3	9	4	16
10	4,4	44		-3	9	-2	4
		$\bar{y} = 46$		$\sum (y - \bar{y}_x) = 0$	$\sum (y - \bar{y}_x)^2 = 68$	$\sum (y - \bar{y}) = 0$	$\sum (y - \bar{y})^2 = 700$

Аналіз криволінійної залежності. Для визначення аналізу криволінійної залежності користуються не коефіцієнтом кореляції, а

кореляційним відношенням η_{xy} або η_{yx} , яке розраховується за формулою

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2 - (y - y_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{\frac{700 - 68}{700}} = 0,95.$$

Суть розрахунків таблиці 9.2. При 10 варіантах норм висіву їх доцільно розділити на 5 груп і розраховувати середнє значення y_x для кожної групи. Подальші розрахунки зрозумілі, їх суми використовують для обчислення кореляційного відношення.

Висновок: оскільки кореляційне відношення становить 0,95 і не виходить за межі 0,66-0,99, то між нормами висіву і врожайністю зерна озимої пшениці зв'язок сильний.

Далі розраховують:

- помилку кореляційного відношення

$$S\eta_{yx} = \sqrt{\frac{1 - \eta_{yx}^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,95^2}{10 - 2}} = 0,11.$$

- критерій достовірності фактичний

$$t_\eta = \frac{\eta_{yx}}{S\eta_{yx}} = \frac{0,95}{0,11} = 8,64.$$

Критерій Стюдента теоретичний знаходять за числом ступенів вільності

$$\nu_\eta = n - 2 = 10 - 2 = 8; \quad t_{0,95} = 2,31; \quad t_{0,99} = 3,36.$$

Висновок: оскільки критерій Стюдента фактичний $t_\eta = 8,64$ більший за $t_{0,95}$ і $t_{0,99}$, то зв'язок достовірний на обох рівнях надійної імовірності.

Складання рівняння регресії для криволінійної залежності.

Оскільки у наведеному прикладі зв'язок сильний і достовірний це дає нам підставу складати рівняння регресії. Графічне зображення залежності урожайності зерна озимої пшениці від норми висіву має форму параболи.

Рівняння параболи загалом має вигляд

$$y = a + b_1 x + b_2 X^2.$$

Вона розраховується за формулою

$$y = \bar{y} + \frac{\sum (X - \bar{x})y}{\sum (X - \bar{x})^2} (X - \bar{x}) + \left[\frac{\sum (X - \bar{x})^2 y - nc\bar{y}}{\sum (X - \bar{x})^4 - nc^2} \right] \cdot [(X - \bar{x})^2 - c],$$

де c – корегуючий фактор, що визначається як $\sum (X - \bar{x})^2 : n$.

Для розрахунків рівняння параболи складають допоміжну таблицю 9.3.

Таблиця 9.3

Розрахунки вихідних даних для складання квадратичної параболі

Норма висіву, млн./га, X	Урожай ц/га, Y	$(X - \bar{x})$	$(X - \bar{x})^2$	$(X - \bar{x})^4$	$(X - \bar{x})y$	$(X - \bar{x})^2 y$
3,5	32,	-0,45	0,2025	0,0410	-14,4	6,480
3,6	34	-0,35	0,1225	0,0150	-11,9	4,165
3,7	38	-0,25	0,0625	0,0039	-9,5	2,375
3,8	46	-0,15	0,0225	0,0005	-6,9	1,035
3,9	51	-0,05	0,0025	0	-2,55	0,128
4,0	55	0,05	0,0025	0	2,75	0,138
4,1	57	0,15	0,0225	0,0005	8,55	1,283
4,2	53	0,25	0,0625	0,0039	13,25	3,313
4,3	50	0,35	0,1225	0,0150	17,50	6,125
4,4	44	0,45	0,2025	0,0410	19,80	8,910
$\bar{x}=3,95$	$\bar{y}=46,0$	$\sum(X - \bar{x})=0$	$(X - \bar{x})^2 = 0,825$	$(X - \bar{x})^4 = 0,1208$	$(X - \bar{x})y = 16,60$	$(X - \bar{x})^2 y = 33,95$

Корегуючий фактор

$$C = \frac{\sum (X - \bar{x})^2}{n} = \frac{0,825}{10} = 0,0825.$$

Далі підставляють значення сум з таблиці 14.3 та корегуючий фактор у вищенаведену формулу для одержання рівняння регресії

$$\begin{aligned} \bar{y} &= 46 + \frac{16,6}{0,825} (X - 3,95) + \left[\frac{33,95 - 10 \cdot 0,0825 \cdot 46}{0,1208 - 10 \cdot 0,0825^2} \right] \cdot [(X - 3,95)^2 - 0,0825] = 46 + 20,1212 X - \\ &- 79,4787 + \frac{-4}{0,0527} \cdot (X^2 - 7,9X + 15,6025 - 0,0825) = 46 + 20,1212 X - 79,4787 - 75,9X^2 + \\ &+ 599,61X - 1184,2298 + 6,2618 = 619,7312 X - 75,9X^2 - 1211,4467. \end{aligned}$$

Для перевірки точності прогнозування врожайності зерна озимої пшениці за розрахованим рівнянням регресії, підставляємо норму висіву $X=4$ млн. шт./га.

$$\begin{aligned} y &= 619,7312 \cdot 4 - 75,9 \cdot 4^2 - 1211,4467 = 2478,9248 - 1214,4 - 1211,4467 = \\ &= 53,0781 \approx 53,1 \text{ ц/га}. \end{aligned}$$

Точність прогнозування урожайності зерна озимої пшениці за нормою висіву розраховують за формулою

$$T\% = \frac{53,1 \cdot 100}{55} = 96,54\%.$$

Отже прогнозування за отриманою формулою точне, що вказує на можливість практичного використання виведеного рівняння.

Додаток 1
Значення критерію t для 5 і 1 % рівня значущості

Число ступенів вільності	Рівень значущості		Число ступенів вільності	Рівень значущості	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,71	63,66	18	2,10	2,88
2	4,30	9,93	19	2,09	2,86
3	3,18	5,84	20	2,09	2,85
4	2,78	4,60	21	2,08	2,83
5	2,57	4,03	22	2,07	2,82
6	2,45	3,71	23	2,07	2,81
7	2,37	3,50	24	2,06	2,80
8	2,31	3,36	25	2,06	2,79
9	2,26	3,25	26	2,06	2,78
10	2,23	3,17	27	2,05	2,77
11	2,20	3,11	28	2,05	2,76
12	2,18	3,06	29	2,05	2,76
13	2,16	3,01	30	2,04	2,75
14	2,15	2,98	50	2,01	2,68
15	2,13	2,95	100	1,98	2,63
16	2,12	2,92	∞	1,96	2,58
17	2,11	2,90			

Додаток 2

Значення критерію τ для 5 і 1 % рівня значущості

n	τ		n	τ	
	0,05	0,01		0,05	0,01
4	0,955	0,991	14	0,395	0,502
5	0,807	0,916	16	0,369	0,472
6	0,689	0,805	18	0,349	0,449
7	0,610	0,740	20	0,334	0,430
8	0,554	0,683	22	0,320	0,414
9	0,512	0,635	24	0,309	0,400
10	0,477	0,597	26	0,299	0,389
11	0,450	0,566	28	0,291	0,378
12	0,428	0,541	30	0,283	0,369

Додаток 3

Значення критерію F на 5 % рівні значущості (імовірності 95 %)

Ступені вільності для меншої дисперсії (знаменника)	Ступені вільності для більшої дисперсії (чисельника)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	249	252	253
2	18,5	19	19,2	19,3	19	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,28	9,12	9	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,74	8,64	8,58	8,56
4	7,71	6,9	6,59	6,39	6,3	6,16	6,09	6,04	6	5,96	5,91	5,77	5,7	5,66
5	6,61	5,8	5,41	5,19	5,1	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,68	4,53	4,44	4,4
6	5,99	5,1	4,76	4,53	4,4	4,27	4,21	4,15	4,1	4,06	4	3,84	3,75	3,71
7	5,59	4,7	4,35	4,12	4	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,57	3,41	3,32	3,28
8	5,32	4,5	4,07	3,84	3,7	3,58	3,5	3,44	3,39	3,34	3,28	3,12	3,03	2,98
9	5,12	4,3	3,86	3,63	3,5	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,07	2,9	2,8	2,76
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,3	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,91	2,74	2,64	2,59
11	4,84	4	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,86	2,79	2,61	2,5	2,45
12	4,75	3,9	3,49	3,26	3,1	3	2,92	2,85	2,8	2,76	2,69	2,5	2,4	2,35
13	4,46	3,8	3,41	3,18	3	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,6	2,42	2,32	2,26
14	4,6	3,7	3,34	3,11	3	2,85	2,77	2,7	2,65	2,6	2,53	2,35	2,24	2,19
15	4,54	3,6	3,29	3,06	2,9	2,79	2,7	2,64	2,59	2,55	2,48	2,29	2,18	2,12
16	4,49	3,6	3,24	3,01	2,9	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,24	2,13	2,07
17	4,45	3,6	3,2	2,96	2,8	2,7	2,62	2,55	2,5	2,45	2,38	2,19	2,08	2,02
18	4,41	3,6	3,16	2,94	2,8	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,15	2,04	1,98
19	4,38	3,5	3,13	2,9	2,7	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,31	2,11	2	1,94
20	4,35	3,5	3,1	2,87	2,7	2,6	2,52	2,45	2,4	2,35	2,28	2,08	1,96	1,9
21	4,32	3,5	3,07	2,84	2,7	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,05	1,93	1,87
22	4,3	3,4	3,05	2,82	2,7	2,55	2,47	2,4	2,35	2,3	2,23	2,03	1,91	1,84
23	4,28	3,4	3,03	2,8	2,6	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,2	2	1,88	1,82
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,6	2,51	2,43	2,36	2,3	2,26	2,18	1,98	1,86	1,8
25	4,24	3,4	2,99	2,76	2,6	2,49	2,41	2,34	2,25	2,24	2,16	1,96	1,84	1,77
26	4,22	3,4	2,98	2,74	2,6	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	1,95	1,82	1,76
28	4,2	3,3	2,95	2,71	2,6	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	1,91	1,78	1,72
30	4,17	3,3	2,92	2,69	2,5	2,42	2,34	2,27	2,21	2,12	2,09	1,89	1,76	1,69
40	4,08	3,2	2,84	2,61	2,5	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2	1,79	1,66	1,59
50	4,03	3,2	2,79	2,56	2,4	2,29	2,2	2,13	20,7	2,02	1,95	1,74	1,6	1,52
100	3,94	3,1	2,7	2,46	2,3	2,19	2,1	2,03	1,97	1,92	1,85	1,63	1,48	1,39

Додаток 4

Значення критерія F на 5 % рівні значущості (імовірності 99 %)

Ступені свободи для меншої дисперсії (знаменника)	Ступені свободи для більшої дисперсії (чисельника)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6,56	6106	6324	6302	6334
2	98,5	99	99,2	99,3	99,3	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	26,6	26,4	26,2
4	21,2	18	16,7	16	15,5	15,2	15	14,8	14,7	14,5	14,4	13,9	13,7	13,6
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,89	9,47	9,24	9,13
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,1	7,98	7,87	7,72	7,31	7,09	6,99
7	12,3	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7	6,84	6,71	6,62	6,47	6,07	5,85	5,75
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,67	5,28	5,06	4,96
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,8	5,62	5,47	5,35	5,26	5,11	4,73	4,51	4,41
10	10	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,71	4,33	4,12	4,01
11	9,85	7,2	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,4	4,02	3,8	3,7
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,5	4,39	4,3	4,16	3,78	3,56	3,46
13	9,07	6,7	5,74	5,2	4,86	4,62	4,44	4,3	4,19	4,1	3,96	3,59	3,37	3,27
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,29	4,14	4,03	3,94	3,8	3,43	3,21	3,11
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4	3,89	3,8	3,67	3,29	3,07	2,97
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,2	3,89	3,78	3,69	3,61	3,45	3,18	2,96	2,86
17	8,4	6,11	5,18	4,67	4,34	4,1	3,93	3,79	3,68	3,59	3,45	3,08	2,86	2,76
18	8,28	6,01	5,09	5,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,6	3,51	3,37	3	2,78	2,68
19	8,18	5,93	5,01	4,5	4,17	3,94	3,77	3,68	3,52	2,43	3,3	2,92	2,7	2,63
20	8,1	5,85	4,94	4,43	4,1	3,87	3,71	3,56	3,45	3,37	3,23	2,86	2,63	2,53
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,65	3,51	3,4	3,31	3,17	2,8	2,58	2,47
22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,75	2,53	2,42
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,3	3,21	3,07	2,7	2,48	2,37
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,9	3,67	3,5	3,36	3,25	3,17	3,03	2,66	2,44	2,33
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13	2,99	2,62	2,4	2,29
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,17	3,09	2,96	2,58	2,36	2,25
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,76	3,53	3,36	3,23	3,11	3,03	2,9	2,52	2,3	2,18
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,7	3,47	3,3	3,17	3,06	2,98	2,84	2,47	2,24	2,13
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,88	2,8	2,66	2,29	2,05	1,94
50	7,17	5,06	4,2	3,72	3,41	3,18	3,02	2,88	2,78	2,7	2,56	2,18	1,94	1,81
100	6,9	4,82	3,98	3,51	3,2	2,99	2,82	2,69	2,59	2,51	2,36	1,98	1,73	1,59

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Базова література

1. Дідора В. Г., Смаглий О. Ф., Ермантраут Е. Р. Методика наукових досліджень в агрономії : навч. посіб. Київ : Центр учбової літератури, 2013. 264 с.
2. Дослідна справа в агрономії: навч. посібник у 2 кн. – Кн. 1. Теоретичні аспекти дослідної справи / А. О. Рожков та ін.; за ред. А. О. Рожкова. Харків : Майдан, 2016. 316 с.
3. Манько Ю. П., Цюк О. А., Павлов О. С. Методологія, методи і методика досліджень в агрономії : навч. посіб. Вінниця : ТОВ «Нілан-ЛТД», 2016. 96 с.
4. Основи наукових досліджень в агрономії : підруч. / В. О. Єщенко та ін. Вінниця : ПП «ГД «Едельвейс і К»», 2014. 332 с.
5. Партика З. В. Основи наукових досліджень: підготовка дисертацій : навч. посіб. Київ : Видавництво Ліра-К, 2017. 232 с.
6. Конверський А. Основи методології та організація наукових досліджень : підруч. Київ : Центр учбової літератури, 2021. 352 с.

Допоміжна література

1. Євтушенко М. Ю., Хижняк М. І. Методологія та організація наукових досліджень : навч. посіб. Київ : Центр навчальної літератури, 2019. 350 с.
2. Колесников О. В. Основи наукових досліджень : навч. посіб. Київ : Центр навчальної літератури, 2019. 144 с.
3. Методика наукових досліджень в агрономії : навч. посіб. Ермантраут Е. Р. та ін. Біла Церква, 2018. 104 с.
4. Надикто В. Т. Основи наукових досліджень : підруч. Херсон, 2017. 268 с.
5. Складання бібліографічних посилань за Національним стандартом України ДСТУ 8302:2015 (загальні правила) : метод. рекомендації / уклад. О. Г. Пустова ; за ред. О. О. Цокало, Д. В. Ткаченко. Миколаїв : МНАУ, 2018. 56 с. URL : <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/5668>

Інформаційні ресурси

1. Електронний каталог Національної парламентської бібліотеки України: [політемат. база даних містить відом. про вітчизн. та зарубіж. кн., брош., що надходять у фонд НПБ України]. – Електронні дані (803 438 записів). Київ : Нац. парлам. б-ка України, 2002-2015. URL: catalogue.nplu.org .

2. Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського : сайт. Київ : НБУВ, 2013-2015. URL: www.nbuv.gov.ua.

3. Український інститут інтелектуальної власності : сайт. Київ : УІПВ, 2017. URL: <http://www.uipv.org>.

Законодавчо-нормативні акти

1. Про наукову та науково-технічну діяльність : Закон України № 1977- XII від 13 грудня 1991 року із змінами та доповненнями. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/848-19#Text>.

Навчальне видання

**МЕТОДОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА МЕТОДИ
НАУКОВОГО АНАЛІЗУ**

Методичні рекомендації

Укладачі

Гамаюнова Валентина Василівна
Смірнова Ірина Вікторівна

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 3,25.

Тираж 20 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від

20.02.2013 р.

