

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



Інженерно-енергетичний факультет
Кафедра загальнотехнічних дисциплін

Механіка матеріалів і конструкцій:
методичні рекомендації (розділ «Кручення»)
для виконання лабораторних робіт та самостійної роботи
з використанням інформаційно-освітнього середовища
для здобувачів вищої освіти ступеня «бакалавр»
спеціальностей 208 «Агроінженерія»,
015 «Професійна освіта (Технологія виробництва і переробки продуктів
сільського господарства)» денної та заочної форма навчання.

Миколаїв
2017

УДК 539.3/6

М55

Рекомендовано до друку рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від __.__.17, протокол №__.

Укладачі:

Д. В. Бабенко—канд. техн. наук, професор, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін, Миколаївський національний аграрний університет.

Н. А. Доценко— канд. техн. наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

Р. М. Трищ—доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри охорони праці, стандартизації та сертифікації, Українська інженерно-педагогічна академія;

І. П. Атаманюк – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний аграрний університет, 2017

©Бабенко Д. В., Доценко Н. А., 2017

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1.ЗСУВ.....	5
2.КРУЧЕННЯ.....	13
3.ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ.....	21
4.ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ.....	25
5.ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ.....	27
ЛІТЕРАТУРА.....	29
ДОДАТОК 1.....	30

ВСТУП

Механіка матеріалів і конструкцій є однією із важливих загальнотехнічних дисциплін, які вивчаються на інженерних спеціальностях Вищих навчальних закладів освіти аграрного профілю III і IV рівнів акредитації. Використовуючи методи теоретичної механіки і математичного аналізу, знання з фізики аналітичної геометрії і вивчивши фізико-механічні властивості матеріалів, механіка матеріалів і конструкцій вирішує питання розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість деталей машин та елементів конструкцій.

Механіка матеріалів і конструкцій дає можливість поєднати вимоги найбільшої міцності з економією матеріалу, надійності в роботі з найменшою вартістю конструкцій, оптимального проектування з високою продуктивністю машин і агрегатів.

Ринкова економіка в сільському господарстві країни поставила перед аграріями конкретні задачі, виконання яких вимагають від інженерних кадрів серйозного і глибокого знання розрахунків на міцність машин і інженерних споруд і накладають на вивчення курсу механіки матеріалів і конструкцій нові підвищені і відповідальні вимоги. Створюються нові види і типи машин, споруд, агрегатів. Підвищення робочих швидкостей і навантажень, збільшення рухомих мас, застосування нових високоміцних матеріалів в конструкціях, створення і широке застосування композитних матеріалів, робота механізмів і машин в агресивних середовищах вимагають від інженера глибоких знань в області закономірностей розподілу зусиль в конструкціях і деталях машин, в області опору конструкцій цим зусиллям в області розрахунків на міцність. Розрахунки на міцність дають можливість запобігти виникненню високих напружень, шкідливих вібрацій в деталях, пошкоджень, не допускати втрати стійкості деталей машин і споруд, збільшити їх довговічність, надійність.

Одним із важливих розділів механіки матеріалів і конструкцій є розрахунок на кручення. Розтяг чи стиск часто зустрічаються в елементах машин чи споруд (кручення валів, у підйомо – транспортних машинах).

1. ЗСУВ

1.1.Поняття про чистий зсув

У деяких випадках міцність і жорсткість конструкції пов'язана з опором матеріалу деформаціям зсуву, які викликані дотичними напруженнями τ . Розглянемо найбільш простий випадок зсуву – чистий зсув. Чистий зсув – коли в двох взаємно перпендикулярних площинах діють тільки дотичні напруження τ . При цьому подовження сторін відсутнє, а виникає тільки кутова деформація (рис. 1).

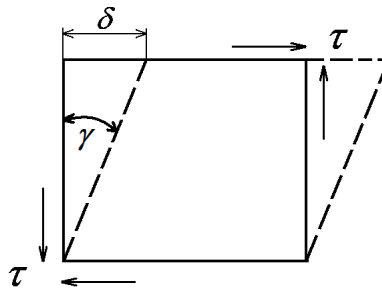


Рис. 1. Деформація при чистому зсуві.

Прийнявши площадки чистого зсуву за вихідні, напруження в інших площинах визначатимуться за формулами (рис. 2):

$$\sigma_{\alpha} = \tau \cdot \sin 2\alpha, \tag{1}$$

$$\tau_{\alpha} = \tau \cdot \cos 2\alpha. \tag{2}$$

оскільки $\sin 2(\alpha + 90) = -\sin 2\alpha$.

Очевидно із виразу (1.1):

$$\sigma_{\alpha} = -\sigma_{\alpha+90}, \tag{3}$$

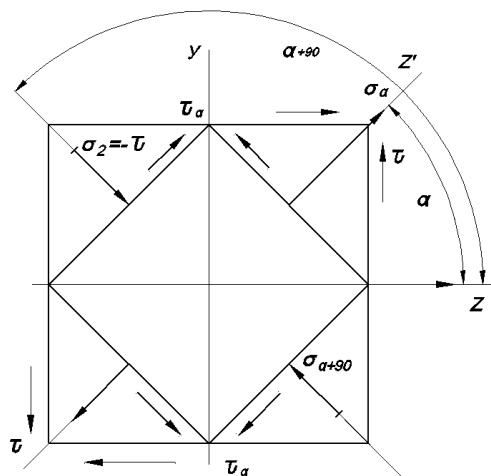


Рис. 1.2. Визначення напружень при повороті площин чистого зсуву.

Вираз (1.3) є законом парності нормальних напружень при чистому зсуві.

Із аналізу виразів (1.1) і (1.2) маємо такі рівності (рис. 3):

$$\begin{array}{lll} \alpha = 0, & \sigma_{\alpha} = 0, & \tau_{\alpha} = \tau_{\max}. \\ \alpha = 45^{\circ}, & \sigma_{\alpha} = \tau, & \tau_{\alpha} = 0. \\ \alpha = 135^{\circ}, & \sigma_{\alpha} = -\tau, & \tau_{\alpha} = 0. \end{array}$$

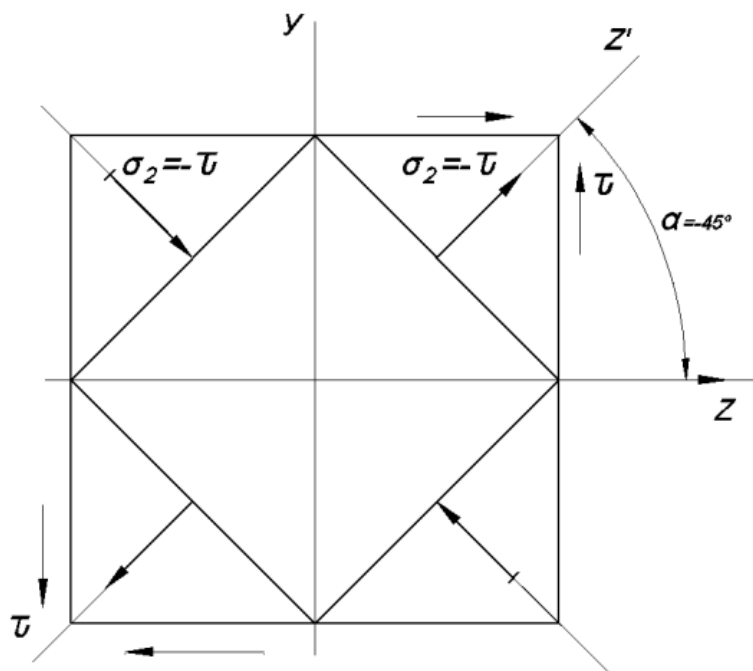


Рис. 3. Напруження в площинах при куті 45° що до площин чистого зсуву.

Таким чином головні площини із площинами чистого зсуву становлять кут 45° . Головні напруження за модулем дорівнюють дотичним. Чистий зсув – це єдиний випадок напруженого деформованого стану, при якому змінюється форма зразка, а об’єм лишається незмінним. Це зрозуміло із виразу:

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3); \quad (4)$$

$$\sigma_3 = 0; \quad \sigma_1 = -\sigma_2 = \tau. \theta = 0.$$

1.2. Закон Гука при чистому зсуві

Деформація зразка при чистому зсуві характеризується (рис. 4):

δ – абсолютний зсув;

$\frac{\delta}{a} = \gamma$ – відносний зсув (кут зсуву).

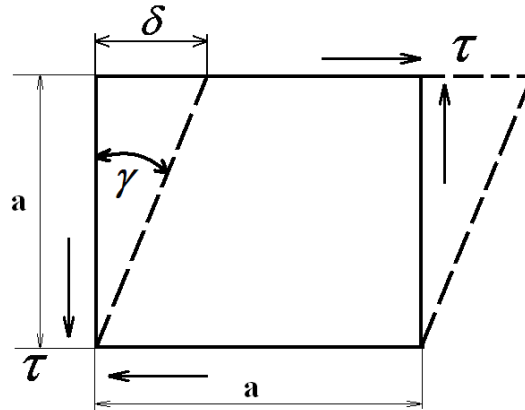


Рис. 4. Деформації при чистому зсуві.

Для пластичних матеріалів ця залежність $\tau - \gamma$ має вигляд (рис. 5).

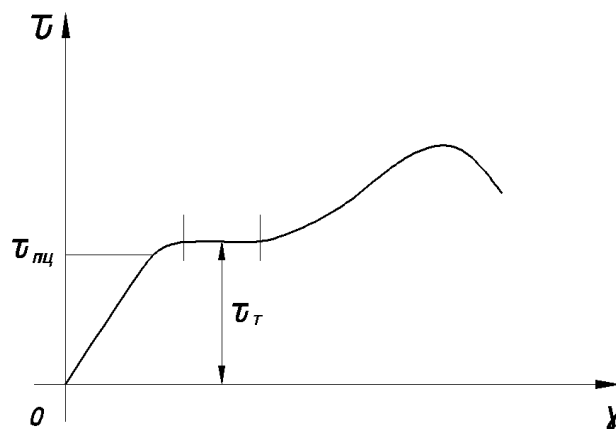


Рис. 5. Діаграма $\tau - \gamma$ для пластичних матеріалів.

У зоні пропорційності між τ і γ існує лінійна залежність, яка називається законом Гука при зсуві:

$$\tau = G \cdot \gamma. \quad (5)$$

G – модуль пружності 2-го роду, або модуль пружності при зсуві. Цікаво відмітити, що для більшості матеріалів має місце така залежність:

$$\tau_T = \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}}. \quad (6)$$

1.3. Залежність між модулями пружності при розтягу та зсуві

Розглянемо плоский напружений стан в точці і покажемо в ній площадки чистого зсуву й головні площини з відповідними напруженнями (рис. 6).

Із рис. 6 видно, що деформацію діагоналі елемента можна представити двояко. З одного боку, вона викликана деформацією зсуву, а значить залежить від дотичних напружень τ , пов'язаних з модулем пружності G . З другого боку, цю діагональ можна уявити як волокно, яке розтягується від напруження σ_1 і стискається від напруження σ_2 , а значить залежить від модуля пружності E . Тобто очевидно, що між G та E існує залежність.

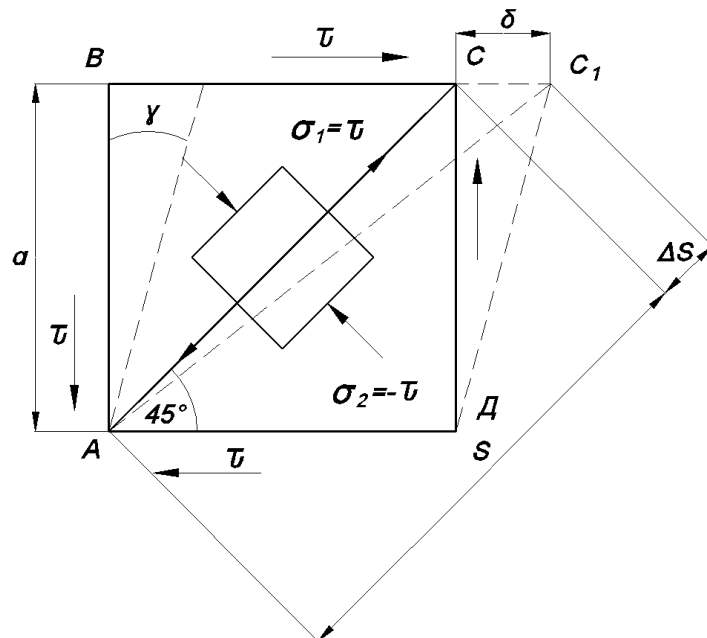


Рис. 6. Деформація елемента при чистому зсуві.

Із (рис.6) очевидно:

$$\Delta S = \delta \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot \gamma, \quad (7)$$

$$a = S \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot S; \quad \gamma = \frac{\tau}{G}.$$

$$\text{Тоді: } \Delta S = \frac{\tau}{2 \cdot G} \cdot S. \quad (8)$$

З іншого боку – вид розтягу можна записати:

$$\varepsilon = \frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu \cdot \sigma_2); \quad (9)$$

$$\sigma_1 = \tau, \quad \sigma_2 = -\tau.$$

$$\Delta S = \frac{(1+\mu)\tau}{E} \cdot S. \quad (10)$$

Порівнявши (1.8) та (1.10), маємо теоретичну залежність між модулями пружності при розтягу-стиску E та зсуві G

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}. \quad (11)$$

1.4. Потенціальна енергія при чистому зсуві

При чистому зсуві роботу виконує дотична сила T (рис. 7).

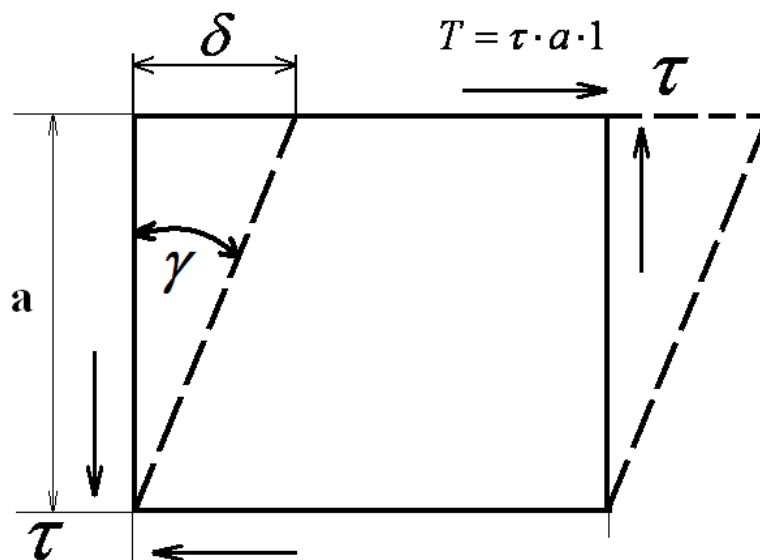


Рис. 7. Дія дотичної сили та викликані деформації.

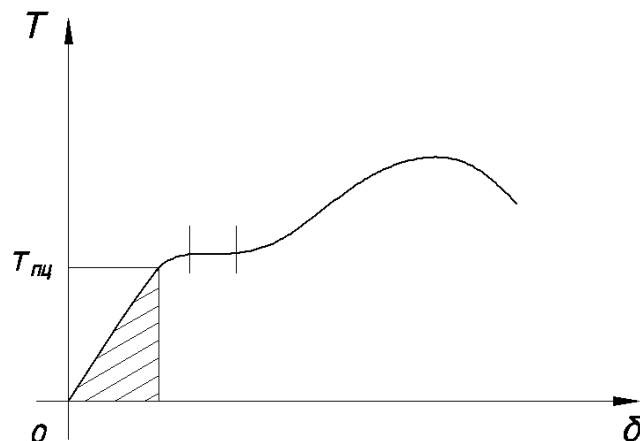


Рис. 8. Графічне відображення роботи, що виконує дотична сила.

У зоні границі пропорційності робота, яку виконує сила T дорівнює потенціальній енергії і визначається за формулою (рис. 8):

$$A = U = \frac{1}{2} \cdot T \cdot \delta. \quad (12)$$

Враховуючи, що $T = \tau \cdot a \cdot 1$; $\delta = \gamma \cdot a$;

$$U = \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot \gamma \cdot a^2 \cdot 1 \quad (13)$$

Питома потенційна енергія:

$$u = \frac{U}{V_0} = \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot \gamma, \text{ де } V_0 = a^2 \cdot 1. \quad (14)$$

Замінивши \mathcal{Y} у виразі (1.14) ($\mathcal{Y} = \frac{\tau}{G}$), матимемо:

$$u = \frac{\tau^2}{2 \cdot G}. \quad (15)$$

Цей вираз аналогічний виразу при центральному розтягу-стиску.

1.5. Практичний розрахунок з'єднань, що працюють на зсув

Дійсна деформація заклепкового або зварного з'єднання дуже складна і лише наближено може бути розглянута як деформація чистого зсуву. Тому методика, що розглядатиметься, має умовний характер, але вона досить проста і підтверджується експериментальними даними на практиці, що забезпечує її широке застосування в інженерній практиці.

а) Розрахунок заклепкового з'єднання (рис. 1.9).

Руйнування з'єднання може відбуватися з двох причин:

1) від зрізу заклепки по площинах $n - m$ та $n_1 - m_1$

(рис. 1.9). Зусилля на зріз визначається за формулою:

$$S_{зр} = F_{зр} \cdot [\tau]_{зр}; \quad (16)$$

де площа зрізу: $F_{зр} = k \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$;

k – кількість площин зрізу;

$[\tau]_{зр}$ – допустиме дотичне напруження від зрізу тіла заклепки.

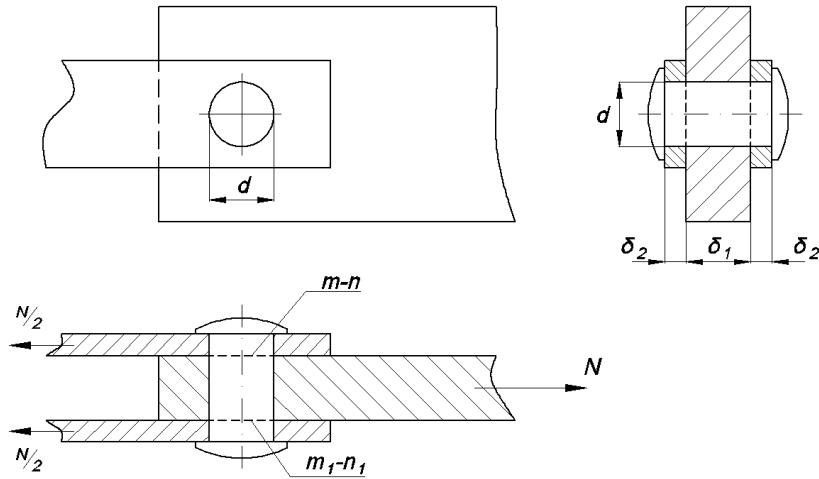


Рис. 9. Схема заклепкового з'єднання.

2) від зминання листів або тіла заклепки. Зусилля на зминання визначається за формулою:

$$S_{зм} = F_{зм}^{\min} \cdot [\sigma]_{зм}; \quad (5.17)$$

де: $\left\{ \begin{array}{l} F_{зм1} = d \cdot \delta_1 \\ F_{зм2} = d \cdot 2 \cdot \delta_2 \end{array} \right\}$ площі зминання (18), (19) $[\sigma]_{зм}$ –

допустиме значення напруження на зминання заклепки.

Загальна кількість заклепок визначається (рис. 10):

$$n = \frac{N}{S_{\min}}; \quad (20)$$

де: S_{\min} – мінімальне значення, яке приймається з виразів (16) або (17).

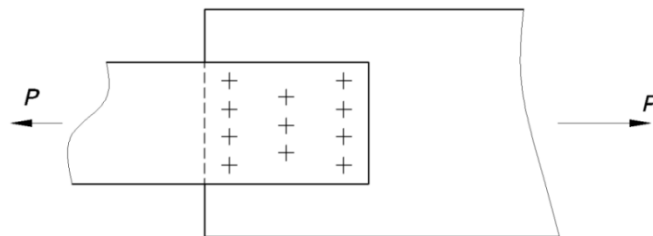


Рис. 10. Визначення кількості заклепок.

б) Розрахунок зварного шва.

Зварні з'єднання не викликають послаблення тіла деталі та є менш трудомістким, тому знайшли широке застосування в

інженерній практиці. Руйнування зварного з'єднання відбувається по найменшій площині – бісекторній площині (рис. 11).

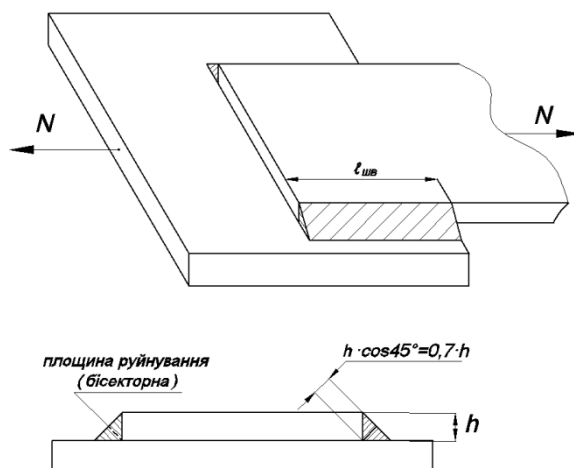


Рис. 11. Зварне з'єднання.

При цьому розрахунковий поперечний переріз шва приймається у вигляді трикутника.

Площу зрізу шва розраховують за формулою:

$$F_{зр} = 2 \cdot l_{шв} \cdot 0,7 \cdot h = 1,4 \cdot h \cdot l_{шв}. \quad (21)$$

Відповідно до цього, умова міцності зварного шва має вигляд:

$$\frac{N}{F_{зр}} = \frac{N}{1,4 \cdot h \cdot l_{шв}} \leq [\tau]_{\kappa}^{з\phi} \quad (22)$$

де $[\tau]_{\kappa}^{з\phi}$ – допустиме дотичне напруження матеріалу шва на зріз;

$l_{шв}$ – розрахункова довжина шва, яка приймається на 10 мм меншою фактичної довжини через «непровари» при запалюванні та гасінні дуги.

Матеріал шва не має яскраво вираженої площини плинності (крихкий матеріал), тому в момент руйнування τ не вирівнюються.

Тому довжину шва обмежують $l_{шв} \leq 60 h$. З іншого боку, необхідно щоб $l_{шв} \geq 40 \text{ мм}$ або $l_{шв} \geq 4 h$.

Із наведеної умови міцності (22) можна знайти довжину зварного шва:

$$l_{шв} = \frac{N}{1,4 h [\tau]_{\kappa}^{з\phi}} \quad (23)$$

2. КРУЧЕННЯ

2.1. Визначення крутних моментів та побудова їх епюр

Якщо в поперечному перерізі стрижень виникає тільки один внутрішній фактор – крутний момент, а решта внутрішніх зусиль дорівнює нулю, то він знаходиться в умовах кручення. Стрижні, які «працюють» на кручення, «роблять», як правило, круглого поперечного перерізу і називаються валами. Для визначення крутного моменту в поперечному перерізі вала застосовують метод перерізів, згідно з яким він дорівнює сумі зовнішніх моментів, прикладених до будь-якої із відсічених частин вала (рис. 12).

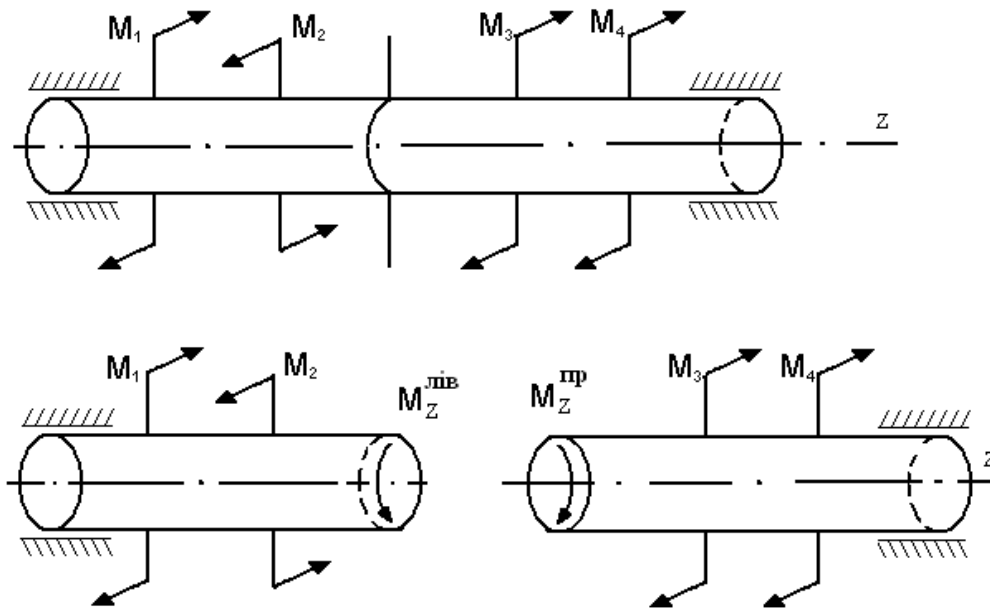


Рис. 12. Схема завантаження вала.

Правило знаків: крутний момент $M_{кр}$ вважається додатним, якщо при погляді на поперечний переріз вала з боку зовнішньої нормалі він напрямлений за ходом годинникової стрілки.

$$\sum M_z = 0; -M_1 + M_2 - M_3 - M_4 = 0; \quad (24)$$

$$\sum M_z^{лів} - M_1 + M_2;$$

$$\sum M_z^{пра} M_3 + M_4.$$

Якщо знайти значення крутних моментів в цілій низці поперечних перерізів, то можна побудувати епюру крутних моментів, яка показує зміну крутного моменту по довжині валу. Епюра $M_{кр}$ будується від базисної лінії.

Покажемо на конкретному прикладі побудову епюри крутних моментів.

Визначаємо значення M_z в характерних перерізах вала (рис. 13), якими є початок і кінець вала, а також точки прикладання зовнішніх зосереджених крутних моментів.

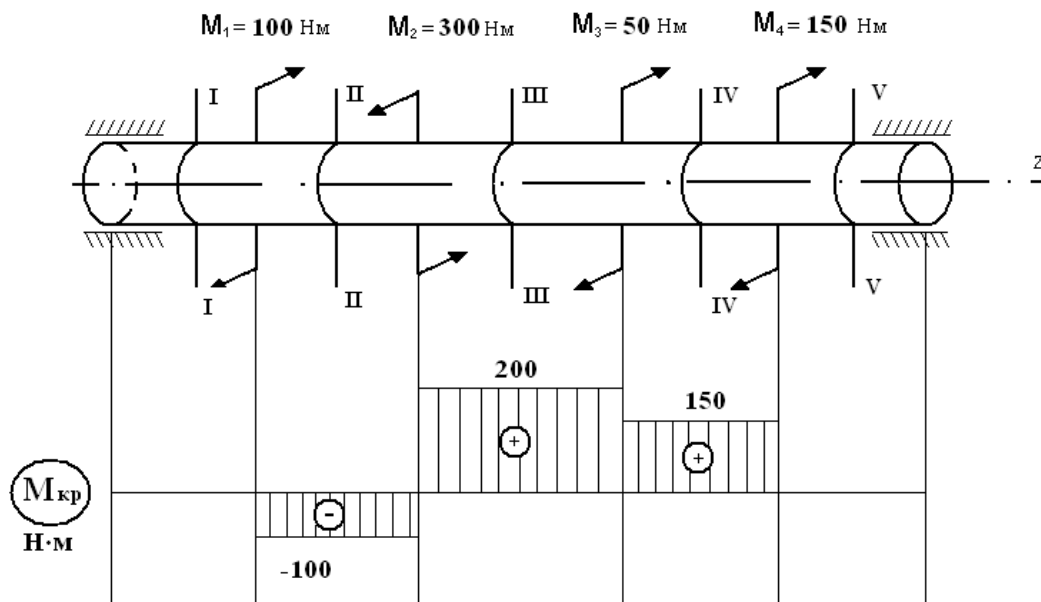


Рис. 13. Схема завантаження вала та епюра $M_{кр}$.

$$\sum M_z^I = 0;$$

$$\sum M_z^{II} = -M_1 = -100 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\sum M_z^{III} = -M_1 + M_2 = -100 + 300 = 200 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\sum M_z^{IV} = M_4 = 150 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\sum M_z^V = 0.$$

2.2. Напруження та деформації при крученні круглого вала

За допомогою рівнянь статки неможливо знайти характер розподілу напружень по поперечному перерізу вала. Тому нанесемо на бокову поверхню круглого вала сітку з поперечних та поздовжніх рисок (рис. 14). У результаті прикладання крутного моменту нанесені прямокутники трансформуються, при цьому поперечні риси залишаються прямими і відстань між ними не змінюється. Це свідчить про те, що подовження волокон відсутнє. На підставі цього сформовано робочі гіпотези, які покладені в основу подальших висновків.

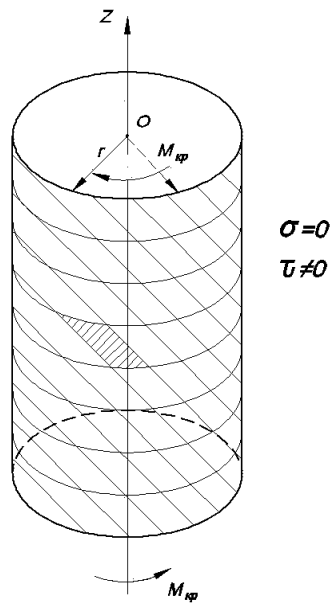


Рис. 14. Вал з нанесеними рисками.

При крученні круглого стрижня справедливою є гіпотеза плоских перерізів (гіпотеза Бернуллі). Радіус, уявно проведений, після деформації залишається прямим. Це дає можливість представити кручення як результат зсуву поперечних перерізів одних відносно інших.

Розглянемо деформацію вала (рис. 16).

Деформація характеризується:

γ – кут зсуву;

φ – кут закручування.

Розглянемо ділянку вала довжиною dz (рис. 17).

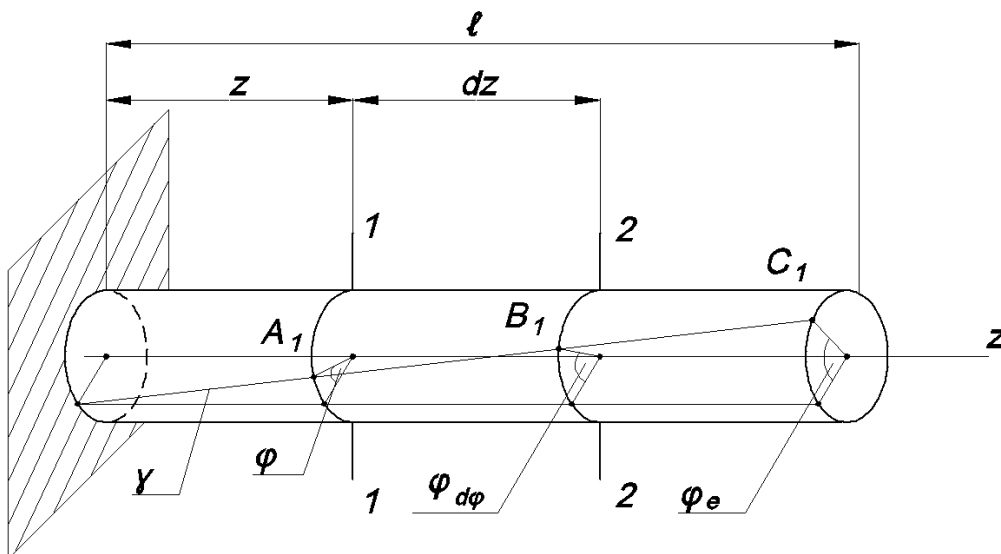


Рис. 17. Деформація вала.

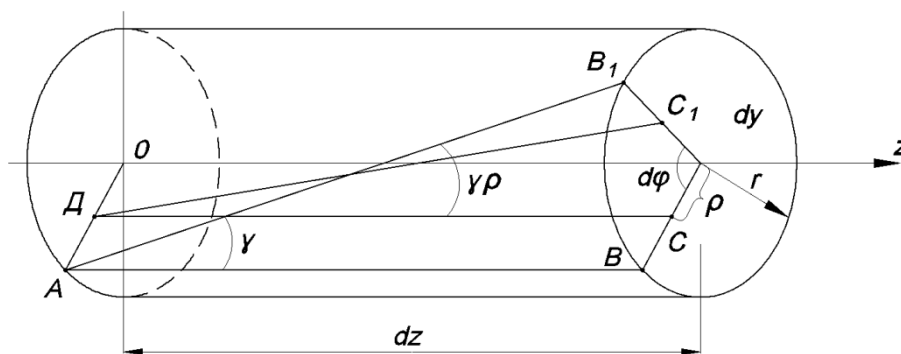


Рис. 18. Деформація відрізка вала довжиною dz .

Кут зсуву на поверхні вала дорівнює:

$$\gamma = \frac{BB_1}{AB} = \frac{r \cdot d\varphi}{dz};$$

Для довільного волокна на відстані ρ від центру ваги:

$$\gamma_\rho = \frac{CC_1}{DC} = \frac{\rho \cdot d\varphi}{dz}.$$

Використовуючи закон Гука при чистому зсуві, маємо:

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \frac{d\varphi}{dz} \cdot r; \quad (25)$$

$$\tau_\rho = G \gamma_\rho = G \cdot \frac{d\varphi}{dz} \cdot \rho. \quad (26)$$

Вирази (25) та (26) свідчать про те, що дотичні напруження по поперечному перерізу вала розподілені за лінійним законом і епюра τ має вигляд, наведений на рис. 19.

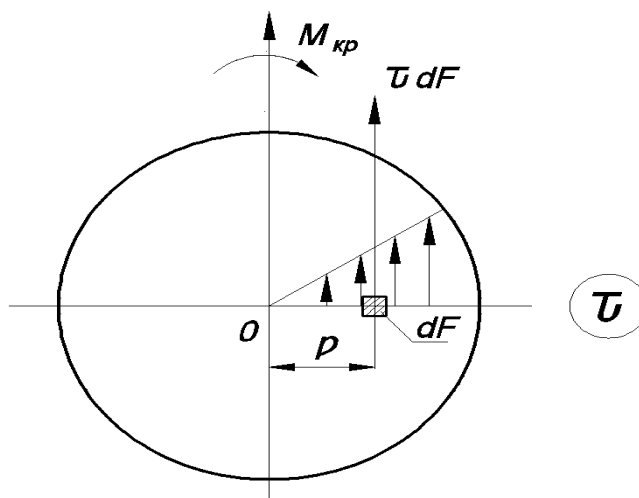


Рис.19. Розподілення дотичних напружень по поперечному перерізу вала.

Для виключення з виразів (25) та (26) частини $\frac{d\varphi}{dz}$, знайдемо внутрішній крутний момент.

$$dM_{кр} = \tau_{\rho} \cdot dF \cdot \rho;$$

$$M_{кр} = \int_F \tau_{\rho} \cdot dF \cdot \rho = \int_F G \frac{d\varphi}{dz} \cdot \rho \cdot dF \cdot \rho = G \frac{d\varphi}{dz} \int_F \rho^2 \cdot dF. \quad (27)$$

Враховуючи, що $\int_F \rho^2 \cdot dF = I_{\rho}$ – полярний момент інерції, отримаємо:

$$M_{кр} = G \frac{d\varphi}{dz} \cdot I_{\rho}; \quad (29)$$

Звідси матимемо:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_{кр}}{G \cdot I_{\rho}}. \quad (30)$$

Підставивши (29) в (30), отримаємо, що:

$$\tau_{\rho} = \frac{M_{кр}}{I_{\rho} \cdot G} \cdot G \cdot \rho = \frac{M_Z}{I_{\rho}} \cdot \rho. \quad (31)$$

Очевидно, що $\tau_{\max} = \frac{M_Z}{I_{\rho}} \cdot r = \frac{M_Z}{I_{\rho}/r}$,

де $\frac{I_{\rho}}{r} = W_{\rho}$ – полярний момент опору.

$$\text{Тоді } \tau_{\max} = \frac{M_Z}{W_{\rho}}. \quad (32)$$

Умова міцності валу при крученні:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{Z \max}}{W_{\rho}} \leq [\tau]. \quad (33)$$

де: $[\tau]$ – допустиме дотичне напруження, що приводиться у нормах.

Із виразу (33) можливе розв'язання задачі за знаходження діаметра вала при заданому навантаженні та матеріалі:

$$W_{\rho} = \frac{M_{Z \max}}{[\tau]}; \quad (34)$$

$$W_{\rho} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2 \cdot d^3. \quad (35)$$

Порівнявши вирази (34) та (35), знайдемо діаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{z \max}}{0,2 \cdot [\tau]}} \quad (36)$$

Із виразу (5.30) маємо, що на ділянці вала – кут закручування $d\varphi$ дорівнює:

$$d\varphi = \frac{M_z \cdot dz}{G \cdot I_\rho} \quad (37)$$

Для всього вала:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_z \cdot dz}{G \cdot I_\rho} \quad (38)$$

Для вала із сталим поперечним перерізом і однаковим значенням M_z :

$$\varphi = \frac{M_z \cdot l}{G \cdot I_\rho} \quad (39)$$

Для визначення характеристики жорсткості вала, вводиться поняття відносного кута закручування (θ):

$$\theta = \frac{\varphi}{l} \quad (40)$$

Одиниця виміру ($рад/м$).

2.3. Потенціальна енергія при крученні круглого валу

При крученні крутний момент виконує роботу на викликаних деформаціях (куті закручування). У зоні пружної деформації робота дорівнює потенціальній енергії U і визначається:

$$A = U = \frac{1}{2} \cdot M_z \cdot \varphi \quad (41)$$

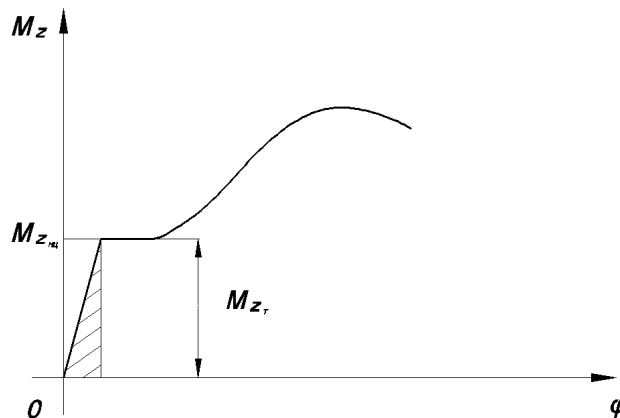


Рис. 20. Робота крутного моменту.

Виразивши крутний момент через кут φ , або навпаки, матимемо:

$$u = \frac{M_z^2 \cdot l}{2G \cdot I_\rho} = \frac{\varphi^2 \cdot G \cdot I_\rho}{2l} \quad (42)$$

2.4. Кручення стрижня прямокутного поперечного перерізу

Очевидно, що деформація вала прямокутного поперечного перерізу принципово відрізняється від деформації круглого вала, оскільки має місце переміщення точок вздовж вісі вала і порушення гіпотези плоских перерізів. Тобто поперечні перерізи викривляються (депланують) (рис. 21).

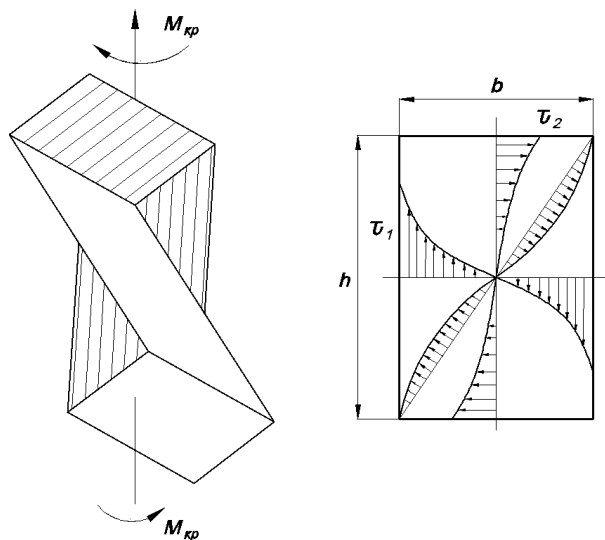


Рис. 21. Деформація вала прямокутного поперечного перерізу.

Наведемо кінцеві результати, які базуються лише на емпіричних даних і за яких епюри τ мають вигляд (рис. 21).

Очевидно, що τ_{\max} виникають посередині довшої сторони прямокутника і визначаються:

$$\tau_1 = \frac{M_{кр}}{W_{прям}}, \quad (43)$$

Напруження в точці 2:

$$\tau_2 = \varphi \cdot \tau_1, \quad (44)$$

Кут закручування:

$$\varphi = \frac{M_{кр} \cdot l}{G \cdot I_\alpha}; \quad (45)$$

де: $W_{\text{прям}} = \alpha \cdot h \cdot \epsilon^2$ – момент опору перерізу;

$I_{\alpha} = \beta \cdot h \cdot \epsilon^3$ – полярний момент інерції; перерізу вала.

Коефіцієнти α , β , γ , залежать від геометричного співвідношення сторін валу h і b і приводяться в нормах.

Умова міцності та жорсткості для вала прямокутного поперечного перерізу має вигляд:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{кр}}}{\alpha \cdot h \cdot \epsilon^2} \leq [\tau]. \quad (46)$$

$$\theta_{\text{max}} = \frac{M_{\text{кр}}}{G \cdot \beta \cdot h \cdot \epsilon^3} \leq [\theta]. \quad (47)$$

Здобувачі вищої освіти ступеня «бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія», 015 «Професійна освіта (Технологія виробництва і переробки продуктів сільського господарства)» денної та заочної форма навчання можуть ознайомитись з вище викладеною теоретичною інформацією на сайті МНАУ MOODLE, перейшовши на веб-ресурс за допомогою посилання <http://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=355> або скориставшись QR-кодом (рисунок 22). На сайті викладено лекцію з аудіо-супроводом та контрольні питання для кращого засвоєння пройденого матеріалу. Після кожного пункту плану приведено питання, і студент, надавши правильну відповідь може перейти до ознайомлення з наступним пунктом плану лекції.



Рис.22. QR-код для користування веб-ресурсом «Лекція «Кручення»»

3. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Деформація кручення прямого стрижня виникає від дії зовнішніх пар сил, що діють в площинах, перпендикулярних до осі стержня. Моменти зовнішніх пар називають моментами кручення. В загальному випадку на стержень діють декілька моментів кручення, прикладених в різних перерізах і взаємно врівноважених. Внутрішні сили при крученні приводяться до одного силового фактору - моменту кручення.

Момент кручення - це результативний момент дотичних сил, що виникають в поперечних перерізах стержня відносно його поздовжню вісі, позначають момент кручення $M_{кр}$. Закон зміни моментів кручення по довжині стержня показують в вигляді графіка - епюри моментів кручення.

При розрахунку стрижнів(валів) часто задається потужність N і кутова швидкість (ω або n) і при цьому момент кручення обчислюють по одній із формул:

$$M = 97400 \cdot \frac{N}{n}$$

де, M в кН·м, N в кВт, n в об/хв.

$$M = 71620 \cdot \frac{N}{n}$$

Тут M в кН·м, N в к.с., n в об/хв.

Слід звернути увагу на гіпотези, які прийняті при визначенні напружень при крученні стержнів круглого суцільного і кільцевого перерізів.

В поперечних перерізах при прийнятих гіпотезах виникають тільки дотичні напруження, які визначаються за формулою

$$\tau = \frac{M_{кр}}{I_{\rho}};$$

тобто дотичні напруження по поперечному перерізу розподіляються нерівномірно, по лінійному закону від нуля у центрі ваги і до максимального значення на поверхні стержня.

В цьому випадку виникає поняття про момент опору, його розмірність m^3 або cm^3 . Для кола $W_{\rho} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2 \cdot d^3$

Умова міцності при крученні має вигляд:

$$\tau_{max} \leq [\tau]$$

де $[\tau]$ - допустиме дотичне напруження при крученні, яке залежить від матеріалу, характеру роботи конструкції та інше. Для нормальної роботи стрижня він повинен мати достатню жорсткість, тобто найбільший відносний кут закручування не повинен перевищувати допустимого значення. При розрахунку стрижня на міцність і жорсткість із двох знайдених значень діаметру слід приймати більше значення. Після вивчення цієї теми потрібно розв'язувати задачу на кручення.

Умова задачі

На сталевий вал діють чотири моменти. Необхідно:

- 1) побудувати епюру моментів кручення;
- 2) при заданому значенні $[\tau]$ визначити діаметр вала із розрахунку на міцність і округлити його величину до ближнього більшого значення, відповідно рівного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180 і 200 мм;
- 3) побудувати епюру кутів закручування;
- 4) знайти найбільший відносний кут закручування (на 1 пог. м).

Дано: Сталевий вал, схема якого зображена на рис. 23.

$$M_1=150\text{кН}\cdot\text{м} ; M_2=150\text{кН}\cdot\text{м} ; M_3=150\text{кН}\cdot\text{м} ; M_4=150\text{кН}\cdot\text{м};$$

$$a=v=c=150\text{см} ; [\tau]=550\text{МПа} , G=8\cdot 10^{10}\text{Па}$$

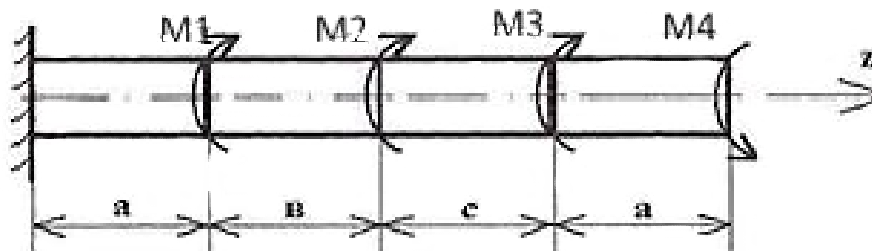


Рис.23. Сталевий вал

1. Визначаємо значення моментів кручення на кожній ділянці вала та будуємо епюру (рис .24.)

$$M_{1-1} = -M_4 = -150\text{кН}\cdot\text{м}$$

$$M_{2-2} = -M_4 + M_3 = -150 + 150 = 0$$

$$M_{3-3} = -M_4 + M_3 + M_2 = -150 + 150 + 150 = 150\text{кН}\cdot\text{м}$$

$$M_{4-4} = -M_4 + M_3 + M_2 + M_1 = -150 + 150 + 150 + 150 = 300\text{кН}\cdot\text{м}$$

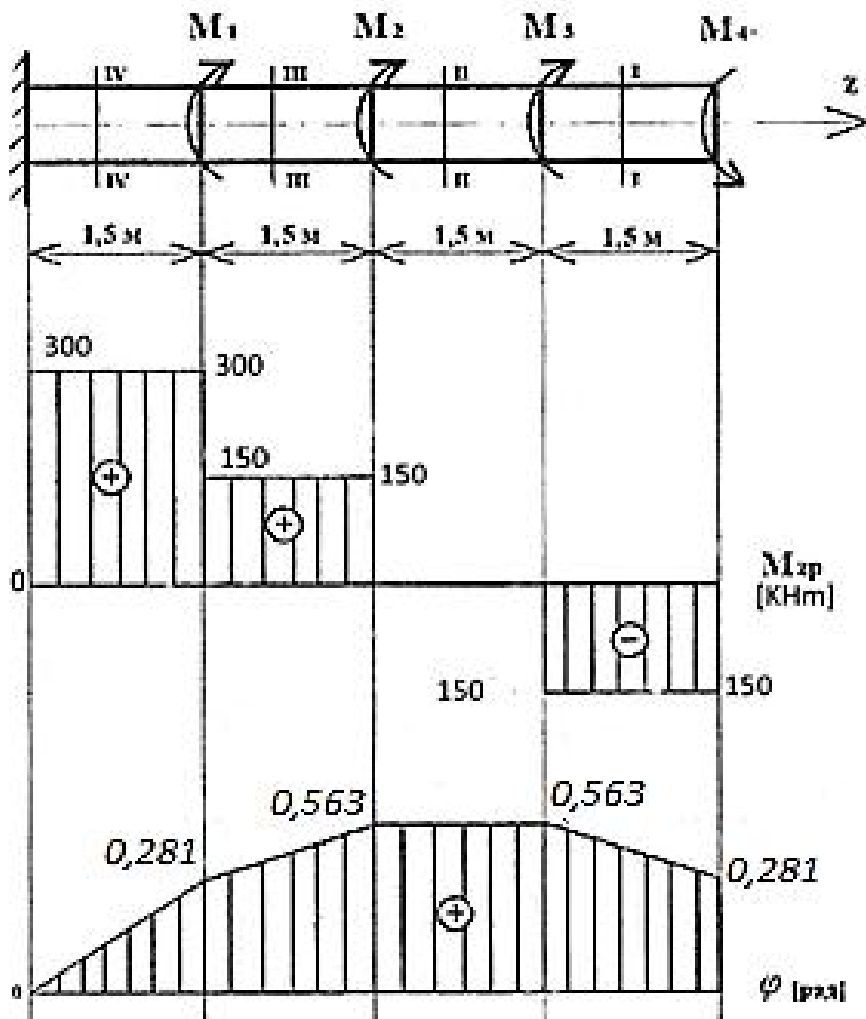


Рис.24.Схема стального валу з побудовою епюр

2. При заданому значенні $[\tau]$ визначаємо діаметр валу:

$$W_{кр} = \frac{M_{кр}}{[\tau]} = \frac{300 \cdot 10^3}{550 \cdot 10^6} = 0,5454 \cdot 10^3 \text{ м}^3 = 545,5 \text{ см}^3$$

$$W_{кр} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,1 \cdot d^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{кр}}{0,1}} = \sqrt[3]{\frac{545,4}{0,1}} = \sqrt[3]{5454} = 17,6 \text{ см}$$

Приймаємо діаметр валу рівний 180 мм.

З похибки: $\Delta = \frac{17,6-18}{17,6} \cdot 100\% = 2,23\%$, допускається до 5%.

Тобто необхідно прийняти вал більшого діаметру із ряду $\varnothing=180\text{мм}$.

3. Визначаємо кути закручування і будуємо епюру (рис. 5.25):

$$\varphi_1 = \frac{M_1 \cdot a}{G \cdot I_p} = \frac{-150 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,1 \cdot (0,18)^4} = -0,281 \text{ рад.};$$

$$\varphi_2 = 0$$

$$\varphi_3 = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,1 \cdot (0,18)^4} = 0,281 \text{ рад.};$$

$$\varphi_4 = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,1 \cdot (0,18)^4} = 0,563 \text{ рад.}$$

Загальний кут закручування складає:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = -0,281 + 0 + 0,281 + 0,563 = 0,563 \text{ рад.}$$

Будуємо епюру кутів закручення відносно затиснення валу.

4. Визначаємо найбільший відносний кут закручення, який знаходиться на 5 ділянці :

$$\theta = \frac{\varphi_4}{a} = \frac{0,563}{1,5} = 0,375 \text{ рад/м}$$

На сайті викладено практичне заняття з аудіо-супроводом. Студенти можуть ознайомитись з вище викладеною інформацією на сайті МНАУ MOODLE, скориставшись QR-кодом (рисунок 25).



Рис.25. QR-код для користування веб-ресурсом «Лекція «Кручення»»

4.ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ

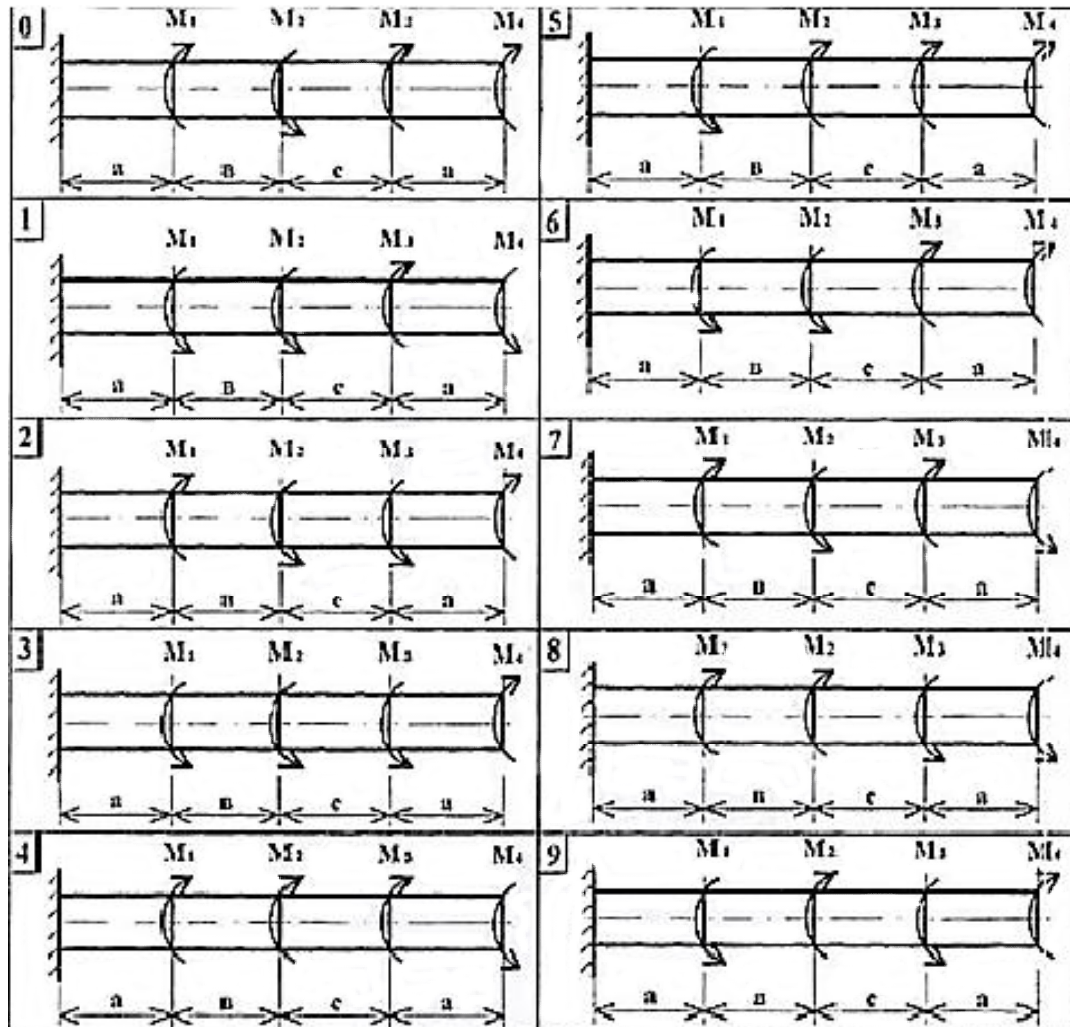
На сталений вал діють чотири моменти. Необхідно:

- 1) побудувати епюру моментів кручення;
- 2) при заданому значенні $[\tau]$ визначити діаметр вала із розрахунку на міцність і округлений до ближнього більшого значення, відповідно рівного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180 і 200 мм;
- 3) побудувати епюру кутів закручування;
- 4) знайти найбільший відносний кут закручування (на 1 пог. м).

За завданням викладача студенти вибирають номер схеми та числового варіанту та виконують завдання.

Таблиця 1

Схеми для самостійного виконання практичного завдання



Числові варіанти для самостійного виконання
практичного завдання

№	a, м	b, м	c, м	M ₁ , кНм	M ₂ , кНм	M ₃ , кНм	M ₄ , кНм	[τ], МПа
1	1,1	1,1	1,1	1100	1100	1100	1100	35
2	1,2	1,2	1,2	1200	1200	1200	1200	40
3	1,3	1,3	1,3	1300	1300	1300	1300	45
4	1,4	1,4	1,4	1400	1400	1400	1400	50
5	1,5	1,5	1,5	1500	1500	1500	1500	55
6	1,6	1,6	1,6	1600	1600	1600	1600	60
7	1,7	1,7	1,7	1700	1700	1700	1700	65
8	1,8	1,8	1,8	1800	1800	1800	1800	70
9	1,9	1,9	1,9	1900	1900	1900	1900	75
0	2,0	2,0	2,0	2000	2000	2000	2000	80

Контрольні питання

1. Що називають моментом кручення?
2. Визначення моменту кручення по N.
3. Які напруження виникають в поперечному перерізі круглого стрижня при крученні?
4. Формула для визначення дотичних напружень при крученні.
5. Чому дорівнюють дотичні напруження при крученні і де їх максимальне значення?
6. Чому дорівнює полярний момент опору при крученні? Одиниці вимірювання?
7. Чому дорівнює момент опору кільцевого перерізу?
8. Формула для визначення кута закручування при крученні?
9. Розрахунок вала на міцність.
10. Як розраховують вал на жорсткість?

5.ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

1. Напружений стан в поперечних перерізах стрижня представляє собою
 А)згин; Б)складний опір; В)чистий зсув; Г)центральний розтяг-стиск

2.Момент кручення для круглого поперечного перерізу рівний

А) $W_{кр} = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$; Б) $W_{кр} = \frac{\pi \cdot d^3}{64}$; В) $W_{кр} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$

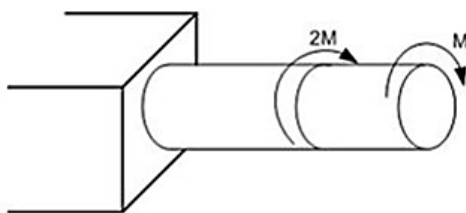
3.При крученні стрижня круглого поперечного перерізу в його поздовжніх перерізах

- А) напруження відсутні;
- Б) відмінні від нуля тільки нормальні напруження;
- В) відмінні від нуля тільки дотичні напруження;
- Г) відмінні від нуля і дотичні, і нормальні напруження.

4.При крученні стержня круглого перерізу його діаметр

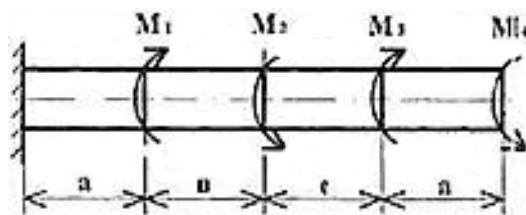
- А)зменшується; Б)збільшується; В)не змінюється;
- Г)може, як збільшуватися, так і зменшуватися

5.Умова міцності для стрижня має вигляд



А) $\frac{3M}{W_{\rho}} \leq [\tau]$; Б) $\frac{2M}{W_{\rho}} \leq [\tau]$; В) $\frac{M}{W_{\rho}} \leq [\tau]$; Г) $\frac{M}{3W_{\rho}} \leq [\tau]$

6.Максимальний момент кручення при $M_1=M_2=M_3=M_4=100\text{кНм}$ та $a=b=c=1\text{ м}$ рівний



А)100 кНм Б)200 кНм В)0 кНм Г)300 кНм

7.Умова міцності вала при крученні визначається за формулою

$$\text{А) } \tau_{\max} = \frac{M_{Z \max}}{W_{\rho}} \leq [\tau]; \quad \text{Б) } \sigma_{\max} = \frac{M_{Z \max}}{W_{\rho}} \leq \sigma . ;$$

$$\text{В) } \tau_{\max} = \frac{M_{Z \max}}{W_{\rho}} \geq [\tau].$$

8. Правило знаків для визначення крутного моменту

А) крутний момент $M_{кр}$ вважається додатним, якщо при погляді на поперечний переріз вала з боку зовнішньої нормалі він напрямлений за ходом годинникової стрілки.

Б) крутний момент $M_{кр}$ вважається від'ємним, якщо при погляді на поперечний переріз вала з боку зовнішньої нормалі він напрямлений за ходом годинникової стрілки.

В) крутний момент $M_{кр}$ вважається максимальним, якщо при погляді на поперечний переріз вала з боку зовнішньої нормалі він направлений за ходом годинникової стрілки.

9. Для визначення характеристики жорсткості вала, вводиться поняття відносного кута закручування

$$\text{А) } \theta = \frac{\varphi}{l}; \quad \text{Б) } \gamma_{\rho} = \frac{\rho \cdot d\varphi}{dz}; \quad \text{В) } \frac{\delta}{a} = \gamma$$

11. Якщо при крученні стержня круглого перетину його діаметр збільшити в 2 рази, то максимальне дотичне напруження

А) зменшиться в 8 разів;

Б) збільшиться в 8 разів;

В) зменшиться в 16 разів;

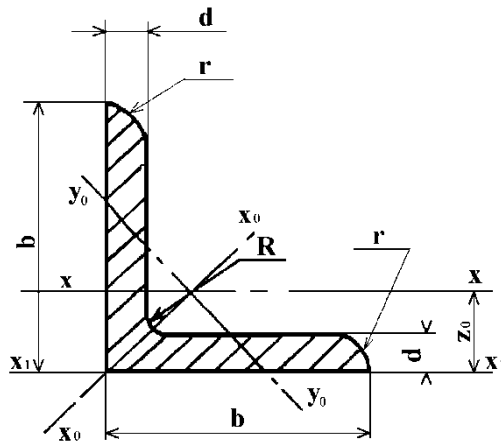
Г) зменшиться в 4 рази.

ЛІТЕРАТУРА

1. Цурпал І. А. Механіка матеріалів і конструкцій / І. А. Цурпал. – К. : Вища школа, 2005. – 367 с.
2. Ройзман В. П. Опір матеріалів: навчальний посібник / В. П. Ройзман. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – 124 с.
3. Агамиров Л. В. Сопротивление материалов: краткий курс для студентов вузов / Л. В. Агамиров. – М.: ООО «Издательство АСТ»: 2003. – 256 с.
4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко – К. : Вища школа, 1993. – 460 с.
5. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. – К. : Наукова думка, 1975. – 360 с.
6. Цурпал И. А. Краткий курс сопротивления материалов / И. А. Цурпал. – К. : Вища школа, 1989. – 331 с.
7. Королев П. Г. Сборник задач по сопротивлению материалов / П. Г. Королев – К. : Вища школа, 1997. – 288 с.
8. Тимошенко С. П. Сопротивление материалов / С. П. Тимошенко – М. : Наука, 1965. – 560 с.
9. Александров А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – М.: Высшая школа, 2009. – 560 с.
10. Расчетные и курсовые работы по сопротивлению материалов / Ф. З. Алмаметов, С. И. Арсеньев, Н. А. Курицын, А. М. Мишин. – М.: Высшая школа, 2003. – 367 с.
11. Бабенко Д. В. Механіка матеріалів і конструкцій: конспект лекцій. Ч. 1. / Д. В. Бабенко. – Миколаїв.: МДАУ, 2011. – 148 с.
12. Бабенко Д. В. Механіка матеріалів і конструкцій: конспект лекцій. Ч. 2. / Д. В. Бабенко – Миколаїв. : МДАУ, 2011. – 168 с.

Сортамент прокатної сталі

Кутники рівносторонні (за ГОСТ 8509-86)



Позначення:

b - ширина полиці;
 d - товщина полиці;
 J – момент інерції;
 i - радіус інерції;

Z_0 - відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці

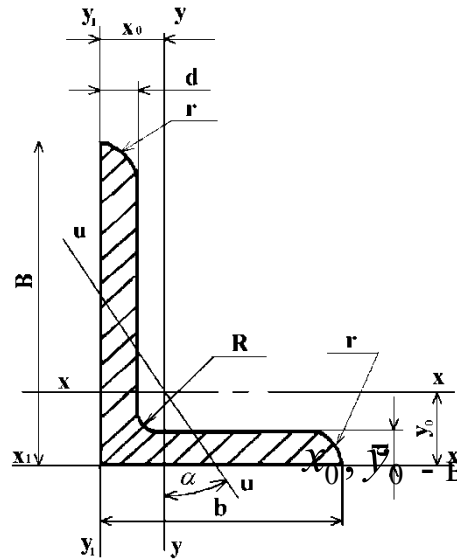
Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу F , $см^2$	J_x , $см^4$	i_x , $см$	J_{x_0max} , $см^4$	i_{x_0max} , $см$	J_{y_0min} , $см^4$	i_{y_0min} , $см$	J_{x1} , $см$	Z_0 , $см$	Маса 1м, кг
	b	d										
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33	2,32
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	3,05
		5	4,80	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	3,77
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	3,44
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	4,25
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	3,90
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	4,81
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	50,0	1,78	5,72
6,5	65	6	7,52	29,85	1,99	47,38	2,51	12,32	1,28	17,53	1,83	5,91
			9,84	38,13	1,97	60,42	1,27	15,58	2,48	28,29	1,90	7,73

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу F, см ²	J_x , см ⁴	i_x , см	$J_{Xo\max}$, см ⁴	$i_{Xo\max}$, см	$J_{Yo\min}$, см ⁴	$i_{Yo\min}$, см	J_{x1} , см	Z_0 , см	Маса 1м, кг
	b	d										
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
		8	10,70	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	8,37
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	9,02
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	10,10
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	6,78
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19	7,36
		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23	8,51
		8	12,3	73,4	2,34	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27	9,65
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43	8,33
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47	9,64
		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51	10,9
		9	15,6	118	2,75	186	3,96	48,6	1,77	219	2,55	12,2

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу	J_x , см ⁴	i_x , см	$J_{Xo\max}$ см ⁴	$i_{Xo\max}$ см	$J_{Yo\min}$ см ⁴	$i_{Yo\min}$ см	J_{x1} см	Z_0 , см	Маса 1м, кг
	b	d										
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68	10,1
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71	10,8
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75	12,2
		10	19,2	179	2,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83	15,1
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91	17,9
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99	20,6
		16	29,7	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06	23,3
11	110	7	15,7	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96	11,9
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00	13,5
12,5	125	8	19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	516	3,36	15,5
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	17,3
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	19,1
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	22,7
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	26,2
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	29,6
14	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	19,4
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	21,5
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	25,5
16	160	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу F, $см^2$	J_x , $см^4$	i_x , $см$	$J_{Xo\max}$, $см^4$	$i_{Xo\max}$, $см$	$J_{Yo\min}$, $см^4$	$i_{Yo\min}$, $см$	J_{x1} , $см$	Z_0 , $см$	Маса l_m , кг
	b	d										
18	180	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	30,5
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1
20	200	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37	37,0
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42	39,9
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46	42,8
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54	48,7
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70	60,1
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89	74,0
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07	87,6
22	220	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93	47,4
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02	53,8
25	250	16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75	61,5
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83	68,9
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91	76,1
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00	83,3
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11	94,0
		28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23	104,5
		30	142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	14753	7,31	111,4

Кутники нерівнобокі (за ГОСТ 8510-86)



Відстань від центра ваги до зовнішніх граней полиць

Позначення:

B– ширина більшої полиці;

b– ширина меншої полиці;

d– товщина полиці;

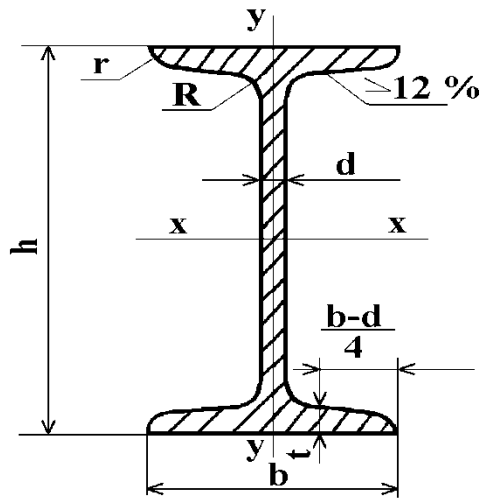
J– момент інерції;

i– радіус інерції;

Номер профілю	Розміри, мм			Площа F, см ²	J_x , см ⁴	i_x , см	J_y , см ⁴	i_y , см	$J_{U \min}$, см ⁴	$i_{u \min}$, см	Кут нахилу осі u, tg α	J_{X_1} , см ⁴	J_{Y_1} , см ⁴	x_0 , см	y_0 , см	Маса 1м, кг
	B	b	d													
5,6/3,6	56	36	4	3,58	11,4	1,78	3,7	1,02	2,19	0,78	0,406	23,2	6,25	0,84	1,82	2,81
			5	4,41	13,8	1,77	4,48	1,01	2,66	0,78	0,404	29,2	7,91	0,88	1,86	3,46
6,3/4	63	40	4	4,04	16,3	2,01	5,16	1,13	3,07	0,87	0,397	33,0	8,51	0,91	2,03	3,17
			5	4,98	19,9	2,00	6,26	1,12	3,72	0,86	0,396	41,4	10,8	0,95	2,08	3,91
			6	5,90	23,3	1,99	7,28	1,11	4,36	0,86	0,393	49,9	13,1	0,99	2,12	4,63
			8	7,68	29,6	1,96	9,15	1,09	5,58	0,85	0,386	66,9	17,9	1,07	2,20	6,03
7/4,5	70	45	5	5,59	27,8	2,23	9,05	1,27	5,34	0,98	0,406	56,7	15,2	1,05	2,28	4,39
7,5/5	75	50	5	6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	69,7	20,8	1,17	2,39	4,79
			6	7,25	40,9	2,38	14,6	1,42	8,48	1,08	0,435	83,9	25,2	1,21	2,44	5,69
			8	9,47	52,4	2,35	18,5	1,40	10,9	1,07	0,430	112	34,2	1,29	2,52	7,43

Номер про- філю	Розміри, мм			Площа F, $см^2$	$J_x,$ $см^4$	$i_x,$ $см$	$J_y,$ $см^4$	$i_y,$ $см$	$J_{U\min}$ $см^4$	$i_{u\min}$ $см$	Кут нахилу осі $u, tg\alpha$	$J_{X_1},$ $см^4$	$J_{Y_1},$ $см^4$	x_0 $см$	y_0 $см$	Маса 1м, кг
	B	b	d													
8/5	80	50	5	6,36	41,6	2,56	12,7	1,41	7,58	1,09	0,387	84,6	20,8	1,13	2,60	4,99
			6	7,55	49,0	2,55	14,8	1,40	8,88	1,08	0,386	102	25,2	1,17	2,65	5,92
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	2,88	19,7	1,58	11,8	1,22	0,384	132	32,2	1,26	2,92	6,17
			6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	145	35,2	1,28	2,95	6,70
			8	11,18	90,9	2,85	27,1	1,56	16,3	1,21	0,380	194	47,8	1,36	3,04	8,77
10/6,3	100	63	6	9,59	98,3	3,2	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	198	49,9	1,42	3,23	7,53
			7	11,1	113	3,19	35,0	1,78	20,8	1,37	0,392	232	58,7	1,46	3,28	8,70
			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	266	67,6	1,50	3,32	9,87
			10	15,5	154	3,15	47,1	1,75	28,3	1,35	0,387	333	85,8	1,58	3,40	12,1
11/7	110	70	6,5	11,4	142	3,53	45,6	2,00	26,9	1,53	0,402	285	74,3	1,58	3,55	8,98
			8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,400	353	92,3	1,64	3,61	10,9
12,5/8	125	80	7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	452	119	1,80	4,01	11,0
			8	16,0	256	4,00	83,0	2,28	48,8	1,75	0,406	518	137	1,84	4,05	12,5
			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	649	173	1,92	4,14	15,5
			12	23,4	365	3,95	117	2,24	69,5	1,72	0,400	781	210	2,00	4,22	18,3
14/9	140	90	8	18,0	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	727	104	2,03	4,49	14,1
			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	911	245	2,12	4,58	17,5
16/10	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,20	0,391	1221	300	2,23	5,19	18,0
			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,390	1359	335	2,28	5,23	19,8
			12	30,0	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	1634	405	2,36	5,32	23,6
			14	34,7	897	5,08	272	2,80	162	2,16	0,385	1910	477	2,43	5,40	27,3

Номер про- філю	Розміри, мм			Площа F, $см^2$	$J_x,$ $см^4$	$i_x,$ $см$	$J_y,$ $см^4$	$i_y,$ $см$	$J_{U\min}$ $см^4$	$i_{u\min}$ $см$	Кут нахилу осі $u, tg\alpha$	$J_{X_1},$ $см^4$	$J_{Y_1},$ $см^4$	x_0 $см$	y_0 $см$	Маса 1м, кг
	B	b	d													
18/11	180	110	10	18,3	952	5,80	276	3,12	165	2,42	0,375	1933	444	2,44	5,88	22,2
			12	33,7	1123	5,77	324	3,10	194	2,40	0,374	2342	537	2,52	5,97	26,4
20/ 12,5	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	2920	718	2,79	6,50	27,4
			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,74	0,392	3189	786	2,83	6,54	29,7
			14	43,9	1801	6,41	551	3,59	327	2,73	0,390	3726	922	2,91	6,62	34,4
			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	2,72	0,388	4264	1061	2,99	6,71	39,1
25/16	250	160	12	48,3	3147	8,07	1032	4,62	604	3,54	0,410	6212	1634	3,53	7,97	37,9
			16	63,6	4091	8,02	1333	4,58	781	3,50	0,408	8308	2200	3,69	8,14	49,9
			18	71,1	4545	7,99	1475	4,56	896	3,49	0,407	9358	2487	3,77	8,23	55,8
			20	78,5	4987	7,97	1613	4,53	949	3,48	0,405	10410	2776	3,85	8,31	61,7



Балки двотаврові (за ГОСТ 8239-89)

Позначення:

h – висота балки

b – ширина полиці

d – товщина стінки

t – середня товщина полиці

J – момент інерції

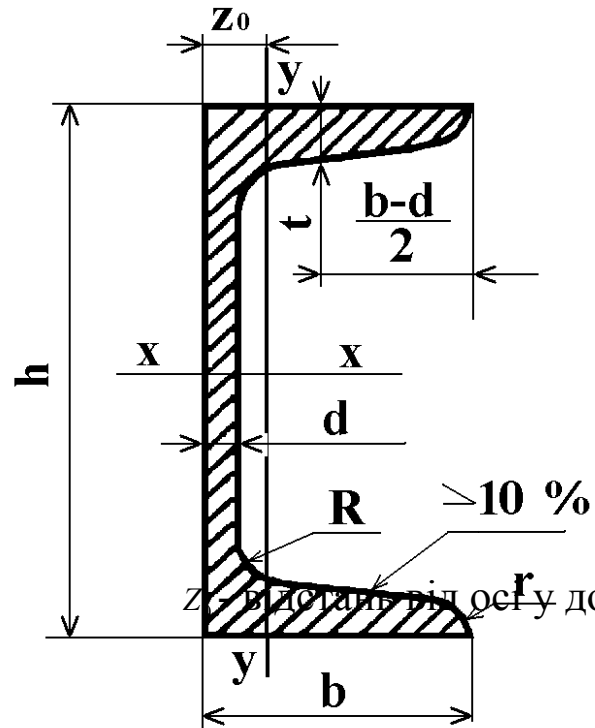
W – момент опору

i – радіус інерції

S – статичний момент площі

Номер профілю	Розміри, мм				Площа а $F, \text{ см}^2$	$J_x, \text{ см}^4$	$W_x, \text{ см}^3$	$i_x, \text{ см}$	$S_x, \text{ см}^3$	$J_y, \text{ см}^4$	$W_y, \text{ см}^3$	$i_y, \text{ см}$	Ма са 1м, кг
	h	b	d	t									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18 ^a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20 ^a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7

Номер профілю	Розміри, мм				Площа а F, $см^2$	$J_x,$ $см^4$	$W_x,$ $см^3$	$i_x,$ $см$	$S_x,$ $см^3$	$J_y,$ $см^4$	$W_y,$ $см^3$	$i_y,$ $см$	Ма са 1м, кг
	h	b	d	t									
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22 ^a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24 ^a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27 ^a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30 ^a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108



Швелери (за ГОСТ 8420-89)

Позначення:

h – висота балки

b – ширина полиці

d – товщина стінки

t – середня товщина полиці

J – момент інерції

W – момент опору

i – радіус інерції

S – статичний момент площі

Номер профілю	Розміри, мм				Площа F , $см^2$	J_x , $см^4$	W_x , $см^3$	i_x , $см$	S_x , $см^3$	J_y , $см^4$	W_y , $см^3$	i_y , $см$	Z_0 , $см$	Маса l_m , кг
	h	b	d	t										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	167	12,3

Номер профілю	Розміри, мм				Площа $F, \text{ см}^2$	$J_x,$ см^4	$W_x,$ см^3	$i_x,$ см	$S_x,$ см^3	$J_y,$ см^4	$W_y,$ см^3	$i_y,$ см	$Z_0,$ см	Маса $l_m, \text{ кг}$
	h	b	d	t										
14 ^a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16 ^a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94	16,3
18 ^a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20 ^a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22 ^a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24 ^a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

Навчальне видання

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ

Методичні рекомендації

Укладачі: **Бабенко** Дмитро Володимирович
Доценко Наталія Андріївна

Відповідальний за випуск: Д. В. Бабенко

Редактори: Д. В. Бабенко

Н. А. Доценко

Комп'ютерний набір: Н. А. Доценко

Дизайн і верстка: Н.А. Доценко

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк.2

Тираж 50 прим. Зам. №_

Надруковано у видавничому відділі

Миколаївського національного аграрного університету.

54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК№4490 від 20.02.2013р.