

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНЖЕНЕРНО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ, ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ ТА
ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Частина I

методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачами за першим(бакалаврським) рівнем вищої освіти ОПП «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної форми здобуття вищої освіти

Миколаїв

2024

УДК 621.3

ТЗЗ

Рекомендовано до друку науково-методичною комісією Інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 27.05.2025, протокол № 9.

Укладачі:

- Олександр Циганов – старший викладач кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Андрій Руденко – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

- Василь Грубань – канд. тех. наук, доцент, зав. кафедрою кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу, Миколаївський національний аграрний університет.
- Каріне Горбунова – канд. пед. наук, доцент, зав. кафедрою методики професійного навчання, Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний
аграрний університет, 2024

ЗМІСТ

Практична робота №1. Аналіз електричних кіл постійного струму з одним джерелом живлення. Визначення еквівалентного опору, струмів і напруг у вітках.....	4
Практична робота №2. Використання рівнянь Кірхгофа для аналізу розгалужених електричних кіл постійного струму	10
Практична робота №3. Використання метод еквівалентного генератора.....	24
Практична робота №4. Використання методу контурних струмів.....	28
Практична робота №5. Розгалужене коло синусоїдального струму.....	46
Екзаменаційні питання з дисципліни «ТОЕ Ч.1».....	67
Список використаних джерел.....	69

Практична робота №1

«Аналіз електричних кіл постійного струму з одним джерелом живлення.

Визначення еквівалентного опору, струмів і напруг у вітках.»

Мета роботи: *Набути практичних навичок розрахунку параметрів електричних кіл постійного струму, що містять одне джерело живлення. Засвоїти методику визначення еквівалентного опору кола, а також знаходження струмів і напруг у його вітках з використанням основних законів електротехніки — законів Ома та Кірхгофа.*

Ключові слова: *електричне коло, постійний струм, еквівалентний опір, закон Ома, закони Кірхгофа, струм, напруга, джерело живлення, розрахунок електричних кіл.*

Key words: *electric circuit, direct current, equivalent resistance, Ohm's law, Kirchhoff's laws, current, voltage, power source, electrical circuit analysis.*

1. Теоретична частина.

Для електричного кола, схема якого показана на рис. 1.1а, визначити струм джерела живлення I , якщо відомі значення: $E; R_1; R_2; R_3; R_4; R_5$. де YY- порядковий номер в журналі старости.

Вихідні дані наведені в табл. 1.1.

№ студента	U_{ex}, B	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$R_5, Ом$
1	110 +YY	8	7	6	10	7
2	120+YY	10	4	4	8	9
3	130+YY	19	8	5	6	8
4	140+YY	8	10	8	4	11
5	150+YY	10	4	9	5	10
6	160+YY	21	5	11	8	13
7	170+YY	16	6	12	9	12
8	180+YY	20	9	14	10	14
9	190+YY	22	8	16	12	15
10	100+YY	12	8	10	4	6
11	110+YY	8	7	6	10	7

12	120+YY	10	4	4	8	9
13	130+YY	19	8	5	6	8
14	140+YY	8	10	8	4	11
15	150+YY	10	4	9	5	10
16	160+YY	21	5	11	8	13
17	170+YY	16	6	12	9	12
18	180+YY	20	9	14	10	14
19	190+YY	22	8	16	12	15
20	100+YY	12	8	10	4	6
21	110+YY	8	7	6	10	7
22	120+YY	10	4	4	8	9
23	130+YY	19	8	5	6	8
24	140+YY	8	10	8	4	11
25	150+YY	10	4	9	5	10
26	160+YY	21	5	11	8	13
27	170+YY	16	6	12	9	12
28	180+YY	20	9	14	10	14
29	190+YY	22	8	16	12	15
30	100+YY	12	8	10	4	6

Методичні рекомендації до розв'язування задачі.

Визначення струму що в гілках електричного кола, схема якого представлена на рис. 1.1., з умовою:

$$U = 120B; R_1 = 10\Omega; R_2 = 15\Omega; R_3 = 8\Omega; R_4 = 12\Omega; R_5 = 24\Omega.$$

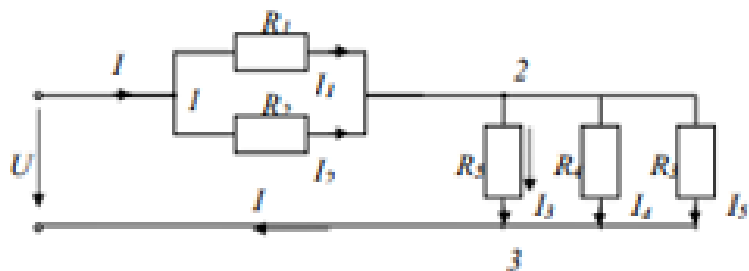


Рис. 1.1. Схема кола.

Приклад рішення.

Замінімо кожне паралельне з'єднання резисторів одним еквівалентним опором (рис. 1.2) та визначимо значення цих еквівалентних опорів.

Для двох паралельно з'єднаних резисторів:

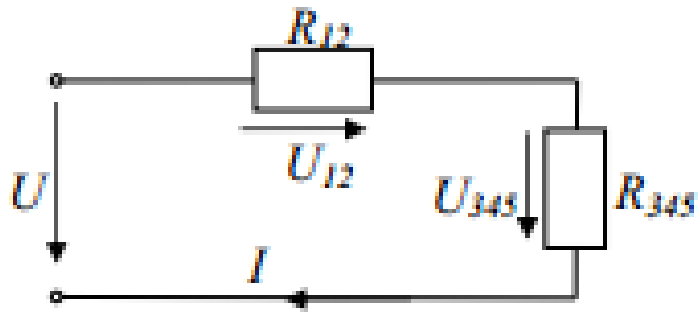


Рис. 1.2. Схема заміщення опорів електричного кола.

1. Знайти еквівалентні опори.

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом},$$

$$\frac{1}{R_{345}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{6}{24} = 0,25;$$

$$R_{345} = 4 \text{ Ом}.$$

2. Знайти струм джерела за законом Ома для всього кола:

$$I = \frac{U}{R_{12} + R_{345}} = \frac{120}{6 + 4} = 12 \text{ А}.$$

3. Розрахувати струм в гілках.

За правилами «чужої гілки»:

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{15}{10 + 15} = 7,2 \text{ А}$$

$$I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{10}{10 + 15} = 4,8 \text{ А}$$

За допомогою напруги на паралельних гілках:

$$U_{345} = R_{345} \cdot I = 4 \cdot 12 = 48B;$$

$$I_3 = \frac{U_{345}}{R_3} = \frac{48}{8} = 6A;$$

$$I_4 = \frac{U_{345}}{R_4} = \frac{48}{12} = 4A;$$

$$I_5 = \frac{U_{345}}{R_5} = \frac{48}{24} = 2A;$$

Визначення еквівалентної ємності.

У практичних електричних схемах часто застосовують комбінації кількох конденсаторів, з'єднаних між собою. Аналогічно до провідників, розрізняють два основні типи з'єднань: послідовне та паралельне.

Послідовне з'єднання передбачає, що негативно заряджена пластина одного конденсатора з'єднується з позитивно зарядженою пластиною наступного, далі — негативно другого з позитивною третього і так далі.

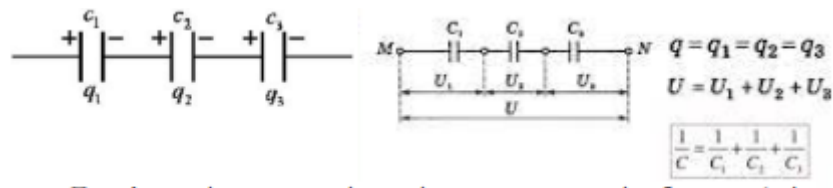


Рис. 3. Послідовне з'єднання конденсаторів.

Під час послідовного з'єднання конденсаторів заряди на всіх їхніх обкладках (за винятком першої, підключеної безпосередньо до джерела живлення) виникають у результаті електростатичної індукції. Унаслідок цього всі обкладки конденсаторів і батарея в цілому матимуть однаковий за величиною заряд q .

Потенціали сполучених обкладок двох сусідніх конденсаторів є однаковими, тому загальна різниця потенціалів на кінцях батареї конденсаторів дорівнює сумі напруг між обкладками кожного окремого конденсатора.

$$U_1 = \varphi_1 - \varphi_2 \quad U_2 = \varphi_2 - \varphi_3$$

$$U_3 = \varphi_3 - \varphi_4 \text{ і т.д.}$$

$$(\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4) + \dots = \varphi_1 - \varphi_n = U$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots$$

Розпишемо різницю потенціалів між обкладками кожного конденсатора, враховуючи, що напруга на батареї дорівнює сумі напруг на окремих конденсаторах:

$$U_1 = q_1 / C_1$$

$$U_2 = q_2 / C_2$$

$$U_3 = q_3 / C_3$$

Підставимо отримані вирази для напруг на окремих конденсаторах у формулу:

$$\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} + \dots$$

Паралельне з'єднання — це такий тип з'єднання конденсаторів, при якому однойменно заряджені пластини всіх конденсаторів під'єднуються до спільних точок: усі позитивно заряджені — до однієї точки, а всі негативно заряджені — до іншої.

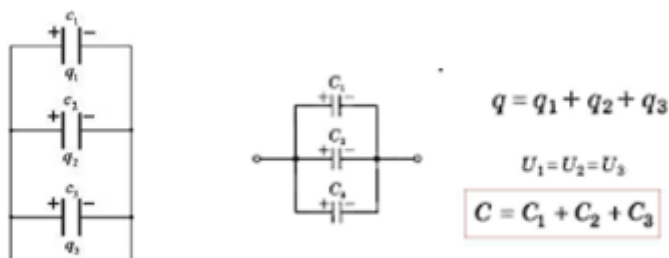


Рис. 4. Паралельне з'єднання конденсаторів.

Розпишемо заряд на кожному конденсаторі, використовуючи означення ємності:

$$q_1 = C_1 U_1$$

$$q_2 = C_2 U_2$$

$$q_3 = C_3 U_3$$

Підставимо усі отримані вирази у формулу, враховуючи, що при паралельному з'єднанні напруга на всіх конденсаторах однакова:

$$CU = C_1 U_1 + C_2 U_2 + C_3 U_3$$

Завдання 2. Для електричного кола, схема якого показана на рис. 5 (а та б), розрахувати еквівалентну ємність. Початкові дані наведені в табл. 2.

Варіант	U, B	$C_1, мкФ$	$C_2, мкФ$	$C_3, мкФ$	$C_4, мкФ$	$C_5, мкФ$
1	$34+\alpha$	8	8	6	8	7
2	$42+\alpha$	10	4	4	6	9
3	$53+\alpha$	19	8	5	4	11
4	$64+\alpha$	8	10	9	5	10
5	$75+\alpha$	10	4	11	8	13
6	$86+\alpha$	21	5	12	9	12
7	$97+\alpha$	16	6	14	10	14
8	$111+\alpha$	20	9	16	12	15
9	$119+\alpha$	22	8	16	12	15

Примітка « α – це останні дві цифри номеру залікової книжки студента»

Практична робота №2

«Використання рівнянь Кірхгофа для аналізу розгалужених електричних кіл постійного струму»

Мета роботи. Ознайомитися з принципами застосування рівнянь Кірхгофа для аналізу розгалужених електричних кіл постійного струму. Навчитися складати та розв'язувати системи рівнянь для визначення струмів і напруг у гілках кола, перевіряти виконання законів збереження енергії та заряду, а також формувати навички практичного розрахунку електричних мереж за допомогою законів Кірхгофа.

Ключові слова: рівняння Кірхгофа; перший закон Кірхгофа; другий закон Кірхгофа; розгалужене електричне коло; постійний струм; контур; вузол; струм; напруга; опір; метод аналізу електричних кіл.

Key words: Kirchhoff's equation; Kirchhoff's first law; Kirchhoff's second law; branched electric circuit; direct current; circuit; node; current; voltage; resistance; method of analyzing electric circuits.

1. Теоретичні відомості

Під час аналізу електричних кіл часто необхідно визначити струми у вітках та напруги на елементах кола за відомими параметрами джерел ЕРС і струму, опорами резисторів та конфігурацією кола. Для кіл постійного струму вплив індуктивностей і ємностей не враховується.

Якщо електричне коло містить n_b віток і n_b з вузлів, то згідно з першим і другим законами Кірхгофа для нього можна скласти відповідно $(n_b - 1)$ та $(n_b - n_b + 1)$ незалежних рівнянь. Таким чином, загалом отримаємо n_b незалежних рівнянь з $2n_b$ невідомими — струмами у вітках та напругами на елементах.

Закон Ома дозволяє скласти ще n_b рівнянь, які пов'язують між собою напруги на елементах кола та струми у відповідних вітках. У результаті

система складається з $2n_b$ рівнянь з $2n_b$ невідомими — струмами віток і напругами елементів.

Щоб спростити розв'язок, кількість рівнянь можна зменшити до n_b виразивши:

- усі струми через напруги на елементах, або
- усі напруги через струми віток.

Найчастіше використовують другий підхід — виражають напруги елементів через струми віток. У цьому разі для незалежних контурів безпосередньо складають рівняння за другим законом Кірхгофа, де в лівій частині рівняння вказують падіння напруг на резисторах у вигляді $I_k R_k$, а в правій — ЕРС, що входять до складу відповідного контуру.

Складнішими є зворотні задачі синтезу електричних кіл, коли за відомими значеннями струмів і напруг на окремих ділянках необхідно визначити конфігурацію схеми та параметри її елементів.

Порядок розрахунку електричного кола методом рівнянь Кірхгофа:

Визначити кількість вузлів $(n_b - 1)$ з i віток n_b у колі, задати довільні напрями струмів у кожній вітці.

За першим законом Кірхгофа скласти $(n_b - 1)$ рівнянь.

Вибрати незалежні контури кола та задати напрям їх обходу (зручно — за годинниковою стрілкою).

Для кожного з контурів скласти рівняння за другим законом Кірхгофа у формі:

$$\sum I_k R_k - \sum E_k$$

Розв'язуємо систему рівнянь і визначаємо значення невідомих струмів у вітках кола.

Перевіряємо правильність розрахунків за допомогою балансу потужностей.

Хоча перевірку можна виконати й за законами Кірхгофа, застосування енергетичного балансу дозволяє додатково підтвердити коректність отриманих результатів.

Згідно з даним методом, сума потужностей, що генеруються джерелами енергії, повинна дорівнювати сумі потужностей, споживаних навантаженнями (у колах постійного струму — резисторами).

Іншими словами, в електричному колі має виконуватися баланс потужностей, який є прямим наслідком закону збереження енергії:

$$\sum P_{\text{джерел}} = \sum P_{\text{споживачів}}$$

Розглянемо електричне коло на рис. 1.1:

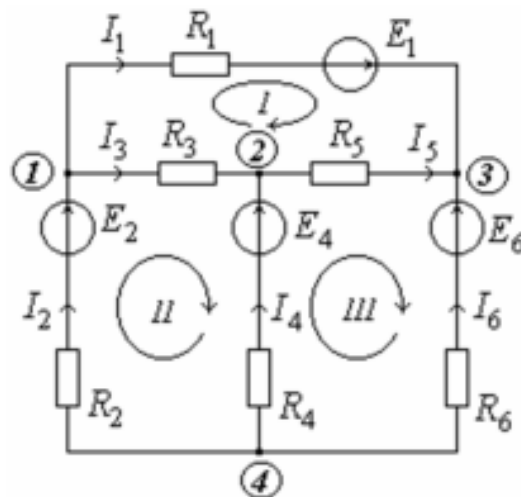


Рис. 1.1. Схема електричного кола з трьома контурами.

У колі (рис. 1.1) наявні $n_{bз}$ вузлів і n_b віток.

Кількість незалежних рівнянь, які можна скласти за першим законом Кірхгофа, дорівнює:

$$n_{bз} - 1 = n_1$$

$$I_2 - I_1 - I_3 = 0;$$

$$I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$I_1 + I_5 + I_6 = 0$$

Кількість контурів для розрахунків:

$$n_b - n_{b3} + 1 = n$$

Виділяємо прост контури і вибираємо напрями контуру руху струму за годинниковою стрілкою:

$$I.I_1R_1 - I_5R_5 - I_3R_3 = E_1;$$

$$II.I_2R_2 + I_3R_3 - I_4R_4 = E_2 - E_4;$$

$$III.I_4R_4 + I_5R_5 - I_6R_6 = E_4 - E_6;$$

Згідно із законами Кірхгофа було складено систему з шести рівнянь, що містить шість невідомих струмів.

Для більш складного електричного кола (рис. 1.2) кількість вузлів дорівнює n_{b3} , а кількість віток — n_b .

У вітці №8 струм є відомим, оскільки його значення визначається джерелом струму.

Отже, загальна кількість віток із невідомими струмами становить $n_b - 1$.

Кількість незалежних рівнянь, які можна скласти за першим законом Кірхгофа, дорівнює: $n_{b3} - 1 = 4$

$$1)I_2 + I_5 + I_7 = 0;$$

$$2)I_3 - I_7 - J = 0;$$

$$3)I_1 - I_5 - I_6 = 0;$$

$$4)I_4 - I_3 + I_6 = 0.$$

Знаходимо відповідну кількість рівнянь за II законом Кірхгофа:

$$n = n_b - n_{b3} - 1 = 7 - 5 + 1 = 3$$

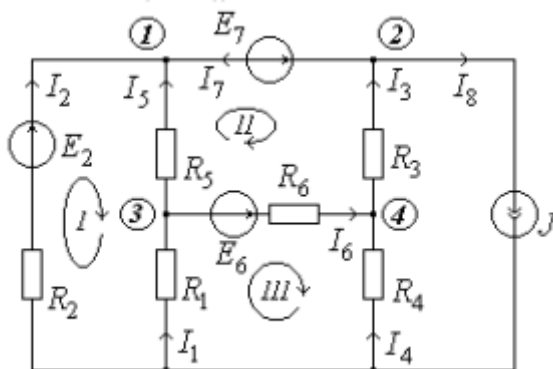


Рис. 1.2 Схема електричного кола з чотирма контурами

Складаємо рівності для 3 з (4) незалежних простих контурів:

$$I.) I_2 R_2 - I_5 R_5 - I_1 R_1 = E_2;$$

$$II.) I_5 R_5 - I_3 R_3 - I_6 R_6 = E_7 - E_6;$$

$$III.) I_1 R_1 + I_6 R_6 - I_4 R_4 = E_6;$$

Для перевірки вірності проведених розрахунків необхідно скласти рівняння балансу:

$$I_2 E_2 + I_7 E_7 + I_6 E_6 + JU_{52} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6,$$

$$\text{де } U_{52} = I_4 R_4 + I_3 R_3,$$

2. Приклад розрахунку лінійного електричного кола постійного струму методом рівнянь Кірхгофа

Приклад 1. Для лінійного електричного кола, зображеного на рис. 1.3, необхідно скласти рівняння згідно із законами Ома та Кірхгофа, а також визначити значення струмів у вітках і падіння напруг на елементах цього кола.

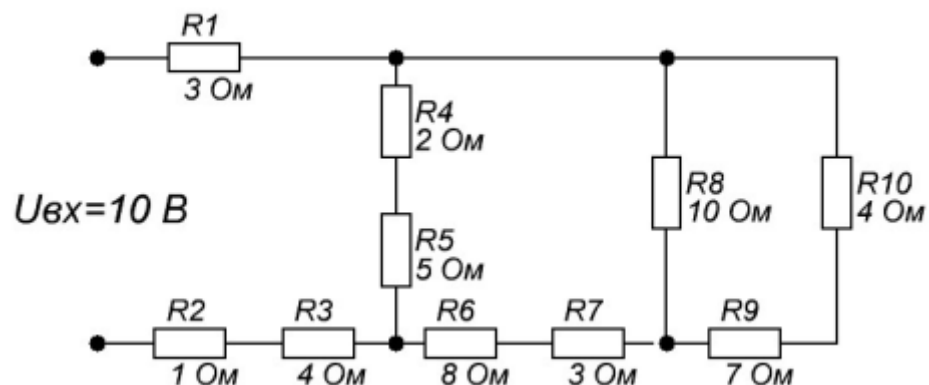


Рис. 1.3. Схема лінійного електричного кола для прикладу 1.1

Під час складання рівнянь за законами Ома та Кірхгофа приймаємо, що нумерація напруг і струмів відповідає нумерації опорів.

Оскільки електричне коло має три вузли (див. рис. 1.4), то згідно з першим законом Кірхгофа можна записати два незалежні рівняння:

для вузла 1:

$$I_1 = I_4 + I_8 + I_{10}; \text{ при } I_4 = I_5; I_9 = I_{10}.$$

для вузла 2:

$$I_7 = I_9 + I_8; \text{ при } I_7 = I_6.$$

Оскільки струми через резистори $R_2; R_3$ спрямовані до джерела вхідної ЕРС, для них виконується співвідношення:

$$I_1 = I_2 = I_3$$

Електричне коло містить три незалежні контури, тому відповідно до другого закону Кірхгофа складаємо рівняння для кожного з цих контурів.

$$U_{\text{вх}} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5;$$

$$U_7 + U_8 + U_6 = U_4 + U_5;$$

$$U_8 = U_9 + U_{10}.$$

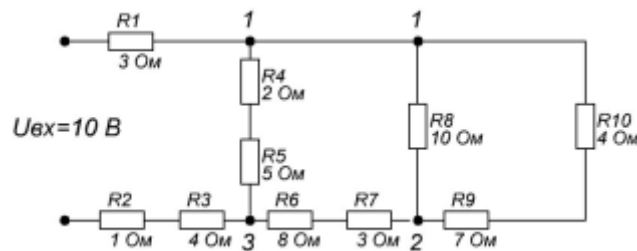


Рис. 1.4. Схема для складання рівнянь за законами Ома та Кірхгофа

З урахуванням закону Ома для кожної вітки електричного кола складаємо систему з п'яти рівнянь, яка описує взаємозв'язок струмів, напруг і опорів у колі.

$$\begin{cases} I_1 = I_4 + I_8 + I_{10}; \\ I_7 = I_8 + I_9; \\ I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = U_{\text{вх}}; \\ I_4 R_4 + I_5 R_5 = I_6 R_6 + I_7 R_7 + I_8 R_8; \\ I_8 R_8 = I_9 R_9 + I_{10} R_{10}. \end{cases}$$

Перепишемо отриману систему рівнянь, враховуючи, що через послідовно з'єднані елементи електричного кола протікає однаковий струм.

$$\begin{cases} I_1 = I_4 + I_8 + I_{10}; \\ I_7 = I_8 + I_9; \\ I_1(R_1 + R_2 + R_3) + I_4(R_4 + R_5) = U_{BX}; \\ I_4(R_4 + R_5) = I_6(R_6 + R_7) + I_8 R_8; \\ I_8 R_8 = I_9(R_9 + R_{10}). \end{cases}$$

Підставивши числові значення вхідної напруги та опорів резисторів, отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 = I_4 + I_8 + I_9; \\ I_7 = I_8 + I_9; \\ 8I_1 + 7I_4 = 10; \\ 7I_4 = 1I_7 + 10I_8; \\ 10I_8 = 1I_9. \end{cases}$$

Розв'яжемо отриману систему рівнянь.

$$I_8 = \frac{11I_9}{10} = 1.1I_9;$$

$$I_7 = I_8 + I_9 = 1.1I_9 + I_9 = 2.1I_9;$$

$$I_4 = \frac{11I_7 + 10I_8}{7} = \frac{11 \cdot 2.1I_9 + 10 \cdot 1.1I_9}{7} = 4.871I_9;$$

$$I_1 = I_4 + I_8 + I_9 = 4.871I_9 + 1.1I_9 + I_9 = 6.971I_9;$$

$$8I_1 + 7I_4 = 8 \cdot 6.971I_9 + 7 \cdot 4.871I_9 = 89.865I_9 = 10;$$

$$I_9 = \frac{10}{89.865} = 0.1113 \text{ A};$$

$$I_8 = 1.1I_9 = 1.1 \cdot 0.1113 = 0.1224 \text{ A};$$

$$I_7 = 2.1I_9 = 2.1 \cdot 0.1113 = 0.2337 \text{ A};$$

$$I_4 = 4.871I_9 = 4.871 \cdot 0.1113 = 0.5421 \text{ A};$$

$$I_1 = 6.971I_9 = 6.971 \cdot 0.1113 = 0.7759 \text{ A}.$$

За отриманими значеннями струмів обчислимо напруги на окремих елементах кола.

$$U_1 = I_1 R_1 = 0.7759 \cdot 3 = 2.3277 \text{ В}.$$

$$U_2 = I_2 R_2 = 0.7759 \cdot 1 = 0.7759 \text{ В}.$$

$$U_3 = I_3 R_3 = 0.7759 \cdot 4 = 3.1036 \text{ В}.$$

$$U_4 = I_4 R_4 = 0.5421 \cdot 2 = 1.0842 \text{ В}.$$

$$U_5 = I_5 R_5 = 0.5421 \cdot 5 = 2.7105 \text{ В}.$$

$$U_6 = I_6 R_6 = 0.2337 \cdot 8 = 1.8696 \text{ В}.$$

$$U_7 = I_7 R_7 = 0.2337 \cdot 3 = 0.7011 \text{ В}.$$

$$U_8 = I_8 R_8 = 0.1224 \cdot 10 = 1.224 \text{ В}.$$

$$U_9 = I_9 R_9 = 0.1113 \cdot 7 = 0.7791 \text{ В}.$$

$$U_{10} = I_{10} R_{10} = 0.1113 \cdot 4 = 0.4452 \text{ В}.$$

На основі отриманих результатів виконаємо перевірку дотримання законів Кірхгофа для вузлів і контурів електричного кола:

для вузла 1:

$$I_1 = 0,7759A = I_4 + I_8 + I_{10} = 0,5421 + 0,1224 + 0,1113 = 0,7758A;$$

для вузла 2:

$$I_7 = 0,2337A = I_8 + I_9 = 0,122 + 0,1113 = 0,234A.$$

для вузла 3:

$$I_3 = 0,776A = I_5 + I_6 = 0,542 + 0,2337 = 0,776A;$$

для першого контуру:

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 = 2,328 + 0,776 + 3,104 + 1,084 + 2,710 = \\ = 10,002B \approx U_{BX} = 10B;$$

для другого контуру:

$$U_4 + U_5 = 1,084 + 2,710 = 3,795B \cong \\ \cong U_6 + U_7 + U_8 = 1,87 + 0,701 + 1,224 = 3,795B;$$

для третього контуру:

$$U_8 = 1,224B \approx U_9 + U_{10} = 0,779 + 0,445 = 1,224B.$$

Виконані перевірки показують, що для всіх вузлів і контурів електричного кола закони Кірхгофа дотримуються з високою точністю (відносна похибка становить менше ніж 0,02%), отже, розрахунок проведено правильно.

Для додаткового контролю отриманих результатів — напруг та струмів у колі — складемо баланс потужностей.

Потужності, що розсіюються на окремих елементах схеми:

$$\begin{aligned}
P_1 &= U_1 I_1 = 2.3277 \cdot 0.7759 = 1.8061 \text{ Вт}; \\
P_2 &= U_2 I_2 = 0.7759 \cdot 0.7759 = 0.602 \text{ Вт}; \\
P_3 &= U_3 I_3 = 3.1036 \cdot 0.7759 = 2.4081 \text{ Вт}; \\
P_4 &= U_4 I_4 = 1.0842 \cdot 0.5421 = 0.5877 \text{ Вт}; \\
P_5 &= U_5 I_5 = 2.7105 \cdot 0.5421 = 1.4694 \text{ Вт}; \\
P_6 &= U_6 I_6 = 1.8696 \cdot 0.2337 = 0.4369 \text{ Вт}; \\
P_7 &= U_7 I_7 = 0.7011 \cdot 0.2337 = 0.1638 \text{ Вт}; \\
P_8 &= U_8 I_8 = 1.224 \cdot 0.1224 = 0.1498 \text{ Вт}; \\
P_9 &= U_9 I_9 = 0.7791 \cdot 0.1113 = 0.0867 \text{ Вт}; \\
P_{10} &= U_{10} I_{10} = 0.4452 \cdot 0.1113 = 0.0496 \text{ Вт}.
\end{aligned}$$

Сума потужності елементів:

$$P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{N=10} P_i = \sum_{i=1}^{N=10} U_i I_i = 7,760 \text{ Вт}.$$

Потужність, споживачів:

$$P_{\text{спож.}} = U_{\text{джер.}} I_{\text{джер.}} = U_{\text{ВХ}} I_1 = 10 \cdot 0,776 = 7,76 \text{ Вт}.$$

Баланс потужностей:

$$P_{\text{спож.}} = 7,76 \text{ Вт} \approx P_{\Sigma} = 7,760 \text{ Вт}.$$

Розрахунки виконано з високою точністю, оскільки відносна похибка при перевірці балансу потужностей становить незначне значення, що підтверджує правильність отриманих результатів.

$$\varepsilon_p = \frac{P_{\text{спож.}} - P_{\Sigma}}{P_{\text{спож.}}} \cdot 100\% = \frac{7,759 - 7,760}{7,759} \cdot 100\% = -0,014\%$$

3. Домашнє завдання

Необхідно виконати розрахунок лінійного електричного кола методом складання рівнянь за законами Кірхгофа, використовуючи приклад, наведений у пункті 2, для схем № 01...15 згідно з вихідними даними, поданими в таблиці 1.1.

Завдання до практичних занять визначає викладач за допомогою чотирьохзначного коду – XX.YY, де

XX – номер варіанту схеми;

YY – порядковий номер в списку старости; варіанта параметрів елементів схеми (відповідно до табл. 1.1).

Приклад: варіант 06.11 означає, що необхідно провести розрахунок схеми № 06 з використанням вихідних даних варіанта 11.

№ варіанту	U _{вх} , В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	R4, Ом	R5, Ом	R6, Ом	R7, Ом	R8, Ом
01	10+YY	2	4	6	8	1	3	5	7
02	12+YY	3	5	7	9	2	4	6	8
03	14+YY	4	6	8	8	3	5	7	9
04	16+YY	5	7	9	7	4	6	8	8
05	18+YY	6	8	8	6	5	7	9	7
06	20+YY	7	9	7	5	6	8	8	6
07	22+YY	8	8	6	4	7	9	7	5
08	24+YY	9	7	5	3	8	8	6	4
09	26+YY	8	6	4	2	9	7	5	3
10	28+YY	7	5	3	1	8	6	4	2
11	30+YY	6	4	2	2	7	5	3	1
12	16+YY	5	3	1	3	6	4	2	2
13	20+YY	4	2	2	4	5	3	1	3

Варіанти схем для розрахунку.

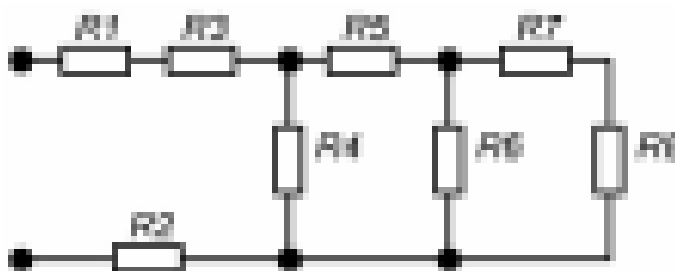


Схема №1.

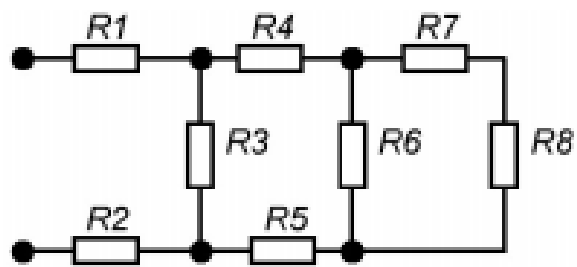


Схема №2.

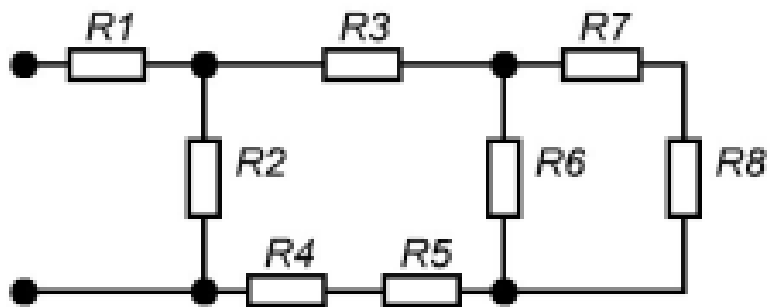


Схема №3.

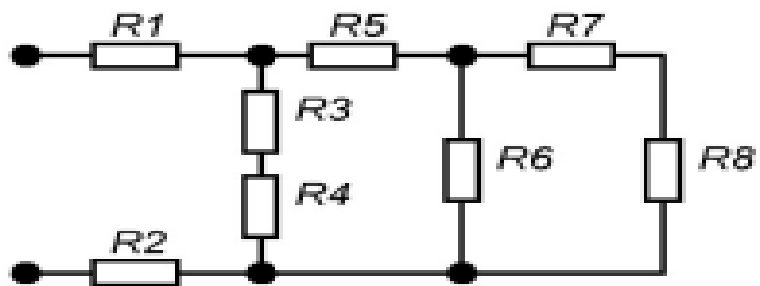


Схема №4.

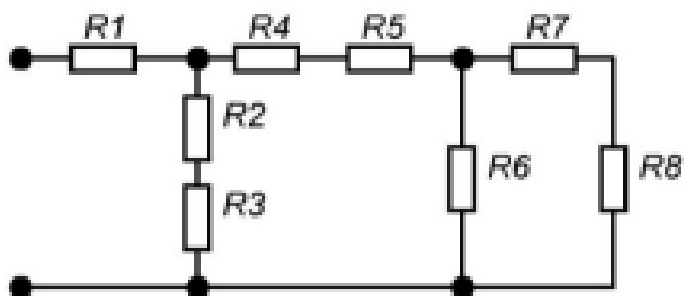


Схема №5.

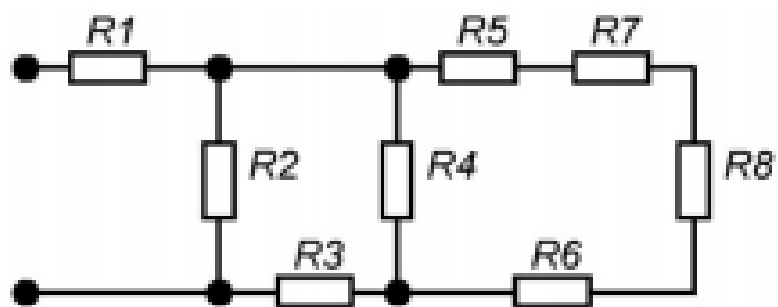


Схема № 6.

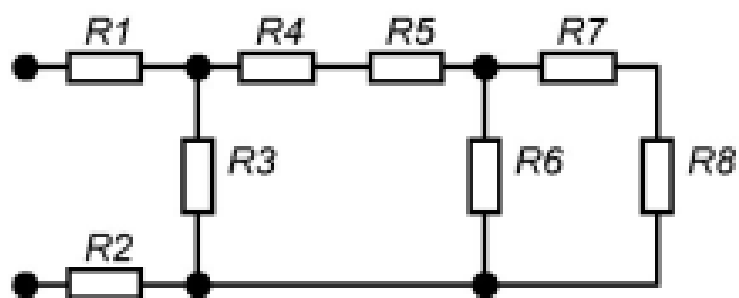


Схема № 7.

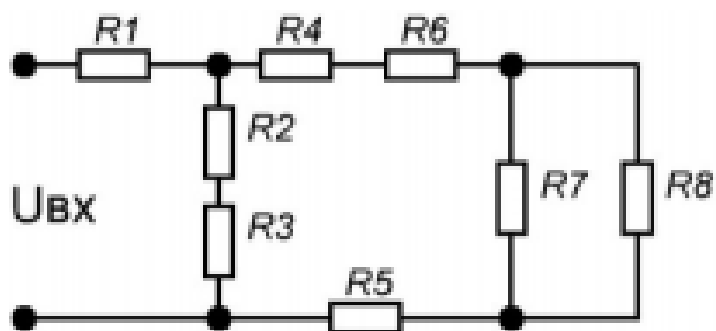


Схема №8.

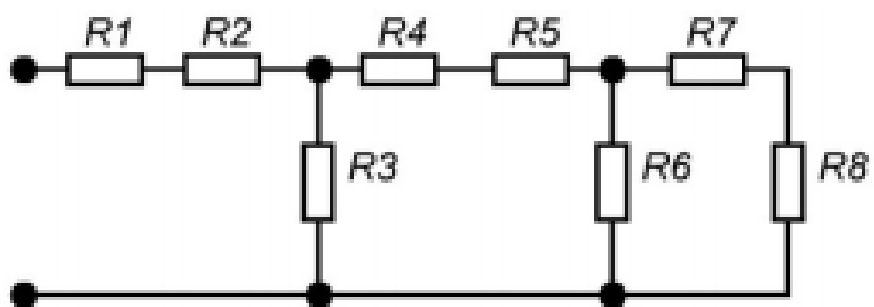


Схема №9.

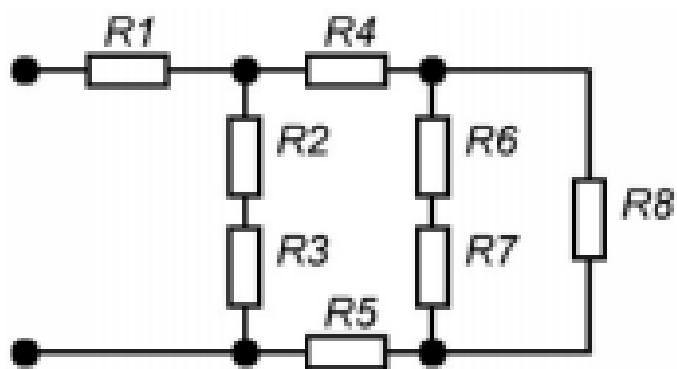


Схема №10.

Практична робота №3

«Використання метод еквівалентного генератора»

Мета роботи – визначити еквівалентну ємність та характеристики електричного кола з послідовним і паралельним з'єднанням резисторів, провести аналіз струму та напруги на окремих елементах кола.

Ключові слова: електричне коло, резистор, еквівалентна ємність, паралельне з'єднання, послідовне з'єднання, напруга, струм.

Key words: electric circuit, resistor, equivalent capacitance, parallel connection, series connection, voltage, current

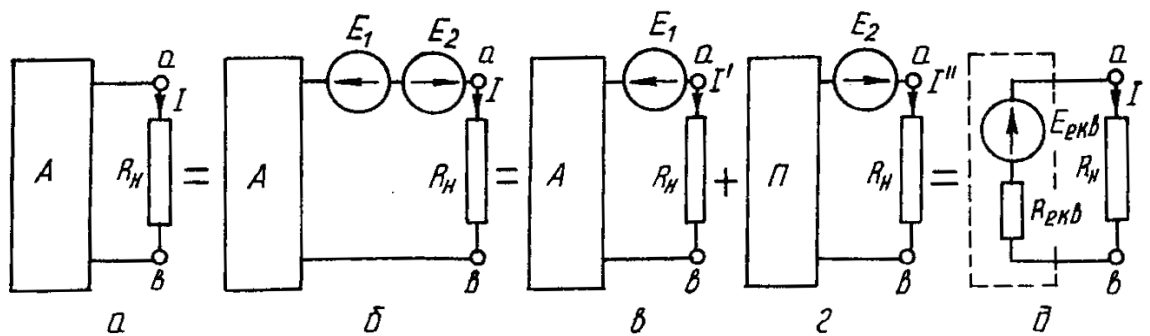


Рис. 1. До розрахунку струму вітки методом еквівалентного

Активний і пасивний двополюсники. У будь-якій електричній схемі завжди можна виділяти яку-небудь одну вітку, а іншу частину схеми незалежно від її структури й складності умовно зобразити прямокутником (рис. 1,а). Щодо виділеної вітки вся схема, позначена прямокутником, є **двополюсником**.

Якщо двополюсник має джерела електроенергії, то його називають **активним**, в прямокутнику його позначають літерою «А». Якщо у двополюснику немає джерел електричної енергії, то його називають **пасивним** двополюсником і в прямокутнику не пишуть ніякої літери або літеру «П» (рис. 1,г).

Метод еквівалентного генератора застосовують тоді, коли треба визначити струм тільки в одній вітці складної схеми чи проаналізувати значення (u чи i) при зміні параметра цієї вітки. Метод оснований на принципі

накладання, тому його можна застосовувати тільки для лінійних електричних кіл.

Нехай задана деяка схема й потрібно знайти струм тільки в одній її вітці. Метод оснований на принципі накладання, тому його можна застосовувати тільки для лінійних електричних кіл.

Нехай задана деяка схема й потрібно знайти струм тільки в одній її вітці. Уявно помістимо решту схеми, яка має ЕРС і опори, в прямокутник (активний двополіусник "А"), виділивши із неї одну вітку ab , в якій необхідно знайти струм I (рис. 1,а).

Струм I вітки ab не зміниться, якщо в цю вітку увімкнути дві однакові й протилежно спрямовані ЕРС E_1 і E_2 (рис. 1,б). Значення ЕРС E_1 та E_2 виберемо такими, що дорівнюють напрузі на затискачах ab при неробочому ході (н.х.) вітки (тобто при вимкненні вітки ab):

$$E_1 = E_2 = U_{ab\text{нх}}.$$

На основі принципу накладання струм I можна зобразити як суму двох струмів I' та I'' (рис. 1,в,г):

$$I = I' + I''.$$

Струм I' викликаний ЕРС E_1 і всіма джерелами ЕРС активного двополіусника, поміщеними у прямокутник (рис. 1,в), а струм I'' викликається тільки ЕРС E_2 (рис. 1,г). У прямокутнику "П" схеми (рис. 1,г) відсутні всі ЕРС, але залишені їх внутрішні опори та опори віток схеми.

Оскільки $E_1 = U_{ab\text{нх}}$ і напрямлена зустрічно цій напрузі, то струм I' дорівнює нулеві:

$$I' = (U_{ab\text{нх}} - E_1) / R_H = 0 / R_H = 0$$

Струм I'' із схеми (рис. 1.46,г) визначиться так:

$$I'' = \frac{E_2}{R_{ax} + R_n} = \frac{U_{ab\text{нх}}}{R_{ax} + R_n}$$

де R_{bx} – вхідний опір двополіусника щодо клем ab , його ще називають еквівалентним опором двополіусника $R_{екв}$; R_n – опір вітки ab – опір навантаження.

Ураховуючи, що $I = I' + I'' = 0 + I'' = I''$, можемо остаточно записати, що струм I виділеної окремої вітки ab визначиться так:

$$I = \frac{U_{abHb}}{R_{BX} + R_H} = \frac{E_{EKB}}{R_{BX} + R_H}$$

Формула відповідає схемі, зображеній на (рис. 1,д), в якій $E_{EKB} = U_{abHx}$, а $R_{EKB} = R_{abHx}$

Якщо прийняти, що $R_H = 0$ (закорочені затискачі ab), то одержимо струм короткого замикання (к.з.) $I_K = E_{EKB}/R_{EKB}$, звідки $R_{EKB} = E_{EKB}/I_K$. Отже, внутрішній опір складної схеми може бути визначений експериментально з режиму к.з. Якщо струм к.з. надмірно великий, то режим можна здійснити, увімкнувши до клем ab відомий опір R_0 тоді $I_K = E_{EKB}/(R_{EKB} + R_0)$, звідки

$$R = \frac{E_{EKB}}{I'_K} - R_0$$

Оскільки розглянутий метод оснований на заміні активного двополюсника еквівалентним генератором (рис. 1,д), то його прийнято називати методом еквівалентного генератора, або методом активного двополюсника.

Послідовність розрахунку цим методом така:

а) розмикаємо вітку ab (вимикаємо опір R_H) і знаходимо напругу між точками ab : U_{abHx} , це й буде ЕРС еквівалентного генератора: $E_{EKB} = U_{abHx}$,

б) визначаємо вхідний опір R_{BX} всієї схеми щодо затискачів ab при недіючих джерелах ЕРС (їх $E = 0$) й вимкненому R_H . Внутрішні опори джерел ЕРС залишаються;

в) за формулою знаходимо струм у вітці ab схеми.

Варіант для самостійного виконання.

Варіант	$R_1, \text{Ом}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_1, \text{Ом}$	$R_1, \text{Ом}$	$E_1, \text{В}$
Відповідно до номеру в журналі старости	$1+\alpha$	4	$2+\alpha$	$1+\alpha$	2	$10+\alpha$

Примітка « α – це останні дві цифри номеру залікової книжки студента»

Приклад 1.5. Визначити струм в діагоналі ab мостової схеми (рис. 1.49,д). для якої

$$R_1 = R_4 = 1 \text{ Ом}, R_2 = 4 \text{ Ом}, R_3 = 2 \text{ Ом}, R_5 = 2 \text{ Ом}, E_1 = 10 \text{ В}.$$

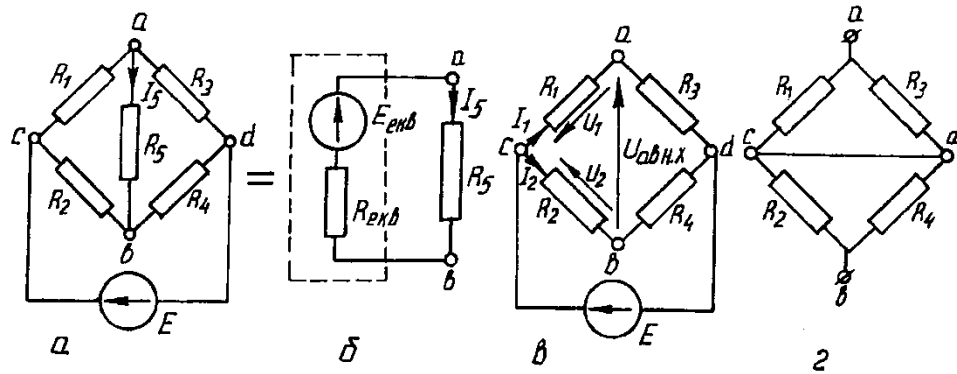


Рис. 2. Розрахунок струму методом еквівалентного генератора

1. Розмикаємо вітку ab (рис. 2,в) і знаходимо напругу неробочого ходу $U_{abнх}$.

$$U_{abнх} = U_2 - U_1 = R_2 I_2 - R_1 I_1 = R_2 \frac{E}{R_2 + R_4} - R_1 \frac{E}{R_1 + R_3} = 4 \frac{10}{4+1} - 1 \frac{10}{1+2} = 4.67 \text{ В} = E_{EKB}$$

2. Підрахуємо вхідний опір всієї схеми щодо затискачів ab , якщо джерело ЕРС замкнено (рис. 2,г). Оскільки внутрішній опір джерела ЕРС дорівнює нулеві, то точки c і d схеми виявилися з'єднаними накоротко. Тоді

$$R_{BX} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4} = \frac{1 \cdot 2}{1+2} + \frac{4 \cdot 1}{4+1} = 1.47 \text{ Ом} = R_{EKB};$$

Струм в діагоналі мостової схеми згідно формули та (рис. 2,б) дорівнює:

$$I_5 = I_H = \frac{E_{EKB}}{R_{EKB} + R_H} = \frac{4.67}{1.47 + 2} = 1.342 \text{ А}$$

Практична робота №4

«Використання методу контурних струмів»

Мета роботи: Ознайомитися з методом контурних струмів та навчитися застосовувати його для аналізу електричних кіл постійного струму. Виконати розрахунок струмів у гілках кола за допомогою системи рівнянь, складеної на основі закону Кірхгофа для контурів.

Ключові слова: контурний струм, закон Кірхгофа, електричне коло, рівняння контурів, опір, джерело напруги.

Key words: mesh current, Kirchhoff's law, electrical circuit, mesh equations, resistance, voltage source.

У табл.1.2 наведені 29 варіантів розрахункового електричного кола, кожний студент виконує індивідуальний варіант завдання. Числові значення елементів схеми представлені в табл.1.2 і вибираються відповідно до останньої цифри номера групи. Наприклад, для групи 273 – варіант №3. Для груп 241-244 варіант вибирається відповідно до суми цифр у номері групи; наприклад, для групи 244 номер варіанта буде $2 + 4 + 4 = 10$.

Номер схеми n (див. табл. 1.1) відповідає порядковому номеру, під яким прізвище студента записане в груповому журналі.

Таблиця 1.1

Номер варіанта	Числові значення параметрів елементів схем															
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	I_1	I_2
	Ом							В							А	
1	10	5	15	8	6	5	4	10	30	20	40	15	10	20	10	5
2	5	8	6	10	7	15	4	20	10	30	15	40	20	10	5	3
3	8	10	6	15	7	4	5	40	15	10	20	30	10	20	3	10
4	10	6	8	7	15	5	4	30	10	15	40	20	2	10	2	8
5	6	5	10	15	4	8	7	15	40	10	20	20	30	10	8	2
6	7	10	8	15	4	6	5	20	10	30	40	15	10	20	6	7
7	15	6	5	8	10	4	7	10	40	15	20	20	30	10	7	6

8	4	15	5	7	10	8	6	20	10	20	40	30	15	10	5	2
9	10	6	4	8	15	7	5	30	10	20	40	15	20	10	2	5
10	8	5	15	6	10	4	7	10	20	30	40	10	20	15	1	6

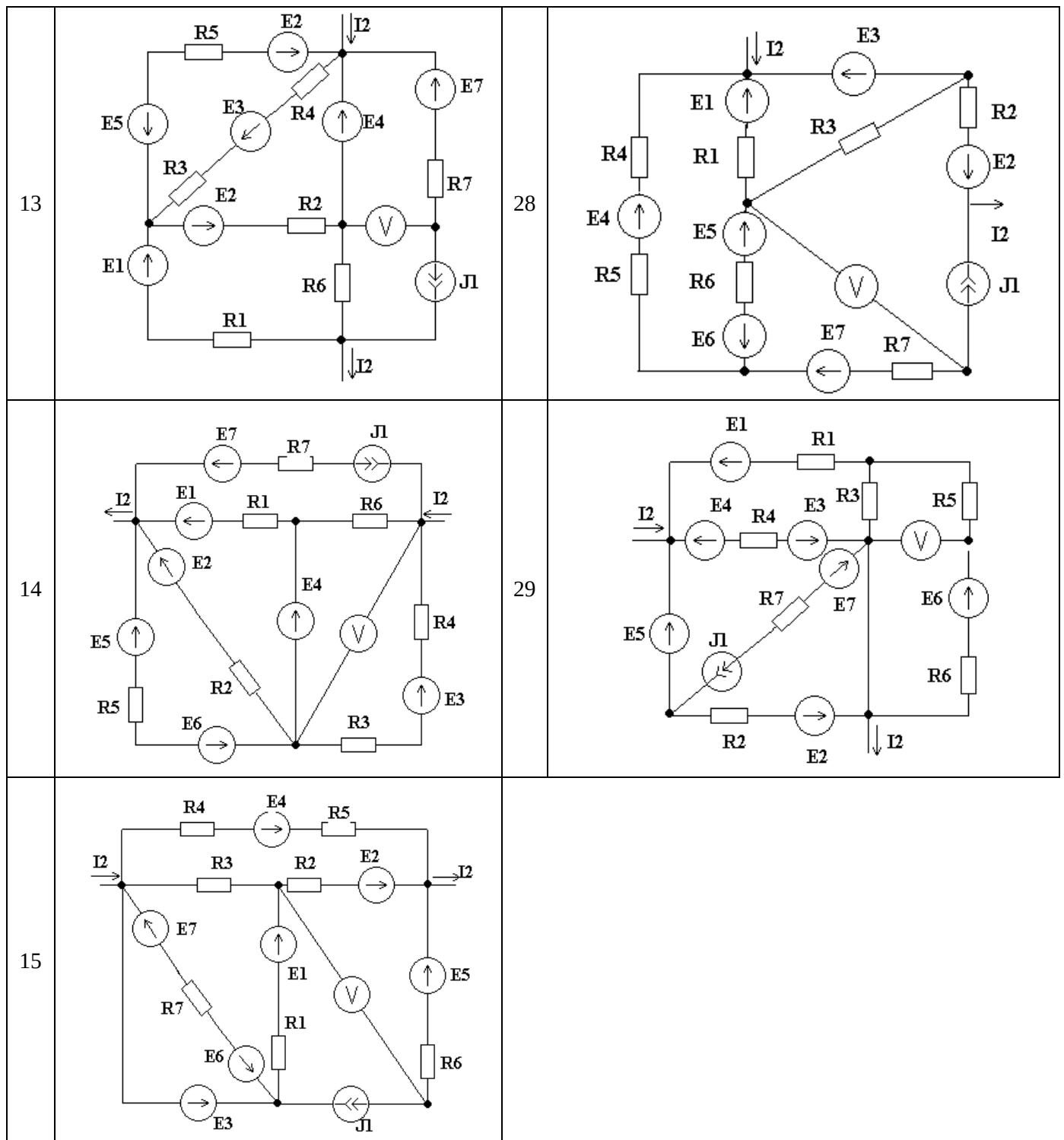
Таблица 1.2.

n	Схема	n	Схема
1		16	
2		17	
3		18	

4		19	
5		20	
6		21	

7		22	
8		23	
9		24	

10		25	
11		26	
12		27	



1.4. Методичні вказівки:

1.4.1. При розрахунку методом контурних струмів рекомендуються струми джерел струму I_1 і I_2 замикати по найкоротших шляхах і розглядати їх як контурні.

1.4.2. При виконанні п. 6 завдання ЕРС еквівалентного генератора E_E приймається рівною напрузі холостого ходу U_{20} на затискачах розімкнутої другої галузі. При цьому розрахунок струмів у схемі, що утворилася в результаті розриву другої галузі, найбільш доцільно виконувати методом вузлових потенціалів.

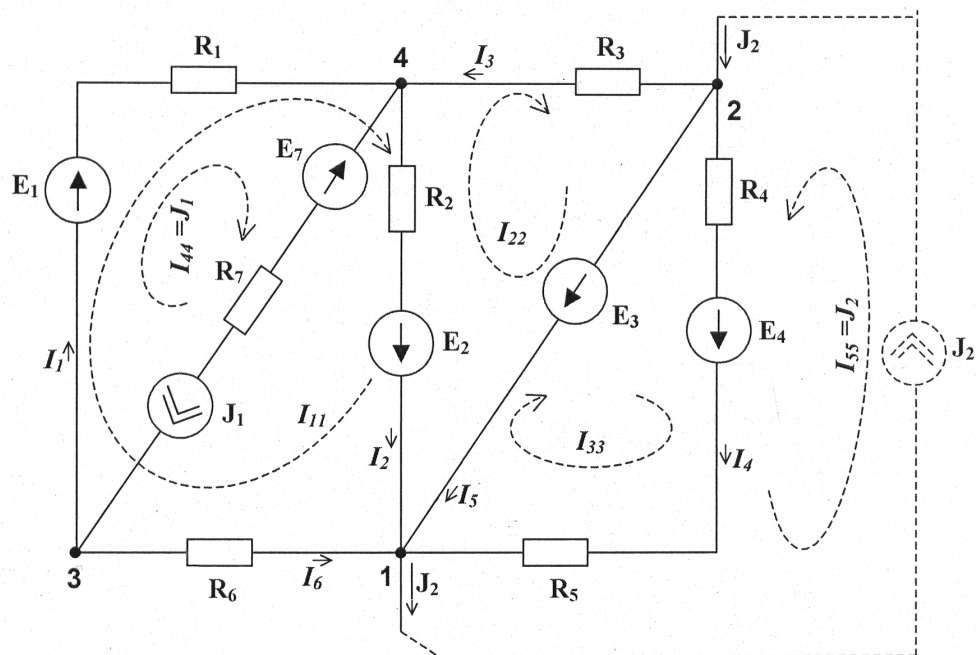
1.4.3. При виконанні п. 4 завдання вольтметр розглядається як ідеальний ($R_B = \infty$).

1.5. Приклад виконання завдання 1:

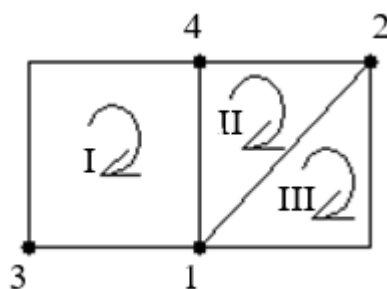
Вихідні дані:

Строчка даних 4, схема 7: $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 6 \text{ Ом}$; $R_3 = 8 \text{ Ом}$; $R_4 = 7 \text{ Ом}$; $R_5 = 15 \text{ Ом}$; $R_6 = 5 \text{ Ом}$; $R_7 = 4 \text{ Ом}$; $E_1 = 30 \text{ В}$; $E_2 = 10 \text{ В}$; $E_3 = 15 \text{ В}$; $E_4 = 40 \text{ В}$; $E_5 = 20 \text{ В}$; $E_6 = 20 \text{ В}$; $E_7 = 10 \text{ В}$; $J_1 = 2 \text{ А}$; $J_2 = 8 \text{ А}$.

Для вихідної схеми вкажемо напрямки всіх струмів та визначимося з контурними струмами та вузлами.



Складемо граф для вихідної схеми:



Визначимося з кількістю рівнянь, які потрібно скласти для кожного з методів розв’язання.

Кількість віток	В	6
Кількість вузлів в системі	у	4
Кількість незалежних контурів	$k=(B-y+1)$	3
Кількість рівнянь за методом рівнянь станів	$N_{MPC}=B$	6
Кількість рівнянь за I законом Кірхгофа	$N_{I\text{ з.к.}}=y-1$	3
Кількість рівнянь за II законом Кірхгофа	$N_{II\text{ з.к.}}=N_{MPC}-N_{I\text{ з.к.}}$	3
Кількість рівнянь за методом контурних струмів	$N_{MKS}=k$	3
Кількість невідомих за методом вузлових потенціалів	$N_{МУП}=y-1 < B$	3

Перший закон Кірхгофа застосовується до вузлів і формулюється таким чином: алгебраїчна сума струмів у вузлі дорівнює нулю. $\sum_{k=1}^n I_k = 0$. Додатними записуються струми, що направлені від вузла, від’ємними – ті, що направлені до вузла. Слід зауважити, що потрібно враховувати струм джерела якщо воно з’єднано з вузлом.

Другий закон Кірхгофа застосовується до контурів електричного ланцюга та формулюється таким чином: у будь-якому контурі, алгебраїчна сума напруг на затисках віток, що входять до цього контуру дорівнює нулю.

$\sum_{i=1}^n U_i = 0$, або $\sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n R_i I_i$. Додатними записуються напруги та струми, напрямки яких співпадає з напрямком довільно вибраним напрямком обходу контуру.

1. Складемо систему рівнянь за законами Кірхгофа:

$$\begin{cases} -I_2 - I_4 - I_5 - I_6 + J_2 = 0 \\ I_3 + I_4 + I_5 - J_2 = 0 \\ I_1 + I_6 - J_1 = 0 \\ I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_6 R_6 = E_1 + E_2 \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2 - E_3 \\ I_4 (R_4 + R_5) = E_4 - E_3 \end{cases}$$

2. Запроваджуючи поняття контурних струмів, струми віток визначають як алгебраїчну суму оточуючих кожен задану вітку. Додатними записуються контурні струми, напрямки яких співпадає з напрямком струмів віток.

Визначимо струми у вітках через контурні струми:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} + J_1; \\ I_2 &= I_{11} - I_{22}; \\ I_3 &= -I_{22}; \\ I_4 &= I_{33} + J_2; \\ I_5 &= I_{22} - I_{33}; \\ I_6 &= -I_{11}. \end{aligned}$$

Запишемо систему рівнянь за методом контурних струмів у загальному вигляді:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} = E_{11} \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + R_{23}I_{33} = E_{22} \\ R_{31}I_{11} + R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33} \end{cases}$$

В матричному вигляді, ця система має такий вигляд:

$$[R] \times [I] = [E], \text{ де } [R] = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}, [I] = \begin{vmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{vmatrix}, [E] = \begin{vmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{vmatrix}.$$

Елементи головної діагоналі матриці $[R]$ – повні (власні) опори відповідних контурів. Повним опором контуру будемо називати суму опорів даного контуру. Елементи, що лежать поза головною діагоналлю ($R_{ij}, i \neq j$) – загальні опори для i -го та j -го контурів. Загальні опори записуємо зі знаком

“+”, якщо контурні струми суміжних контурів орієнтовані згідно. Якщо суміжні контури не мають загальних опорів, відповідний опір записуємо як нуль.

Слід зауважити, що якщо коло містить вітки з джерелом струму, то в цьому випадку ми вважаємо, що кожна вітка з джерелом струму входить до складу деякого контуру, який містить в собі інші вітки з джерелом ЕРС та опорів. При цьому, контурні струми даних контурів вважаються наперед відомими, та рівними струму джерела. Рівняння за методом контурних струмів в цьому випадку складають тільки для контурів з невідомими контурними струмами, але при запису слід враховувати усі контурні струми, як відомі, так і невідомі.

Складемо систему рівнянь за методом контурних струмів.

$$\begin{cases} I_{11} \cdot (R_1 + R_2 + R_6) - I_{22} \cdot R_2 = E_1 + E_2 - I_{44} \cdot R_1 \\ -I_{11} \cdot R_2 + I_{22} \cdot (R_2 + R_3) = E_3 - E_2 \\ I_{33} \cdot (R_4 + R_5) = E_4 - E_3 - I_{55} \cdot (R_4 + R_5) \end{cases}$$

Підставимо в отриману систему рівнянь початкові дані.

$$\begin{cases} I_{11} \cdot (10 + 6 + 5) - I_{22} \cdot 6 = 30 + 10 - 2 \cdot 10 \\ -I_{11} \cdot 6 + I_{22} \cdot (6 + 8) = 15 - 10 \\ I_{33} \cdot (7 + 15) = 40 - 15 - 8 \cdot (7 + 15) \end{cases} \quad \begin{cases} 21 \cdot I_{11} - 6 \cdot I_{22} = 20 \\ -6 \cdot I_{11} + 14 \cdot I_{22} = 5 \\ 22 \cdot I_{33} = -151 \end{cases}$$

У матричній формі, ця система рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{vmatrix} 21 & -6 & 0 \\ -6 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 22 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 \\ 5 \\ -151 \end{vmatrix}$$

Для розв'язку цієї системи застосуємо метод Крамера.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 21 & -6 & 0 \\ -6 & 14 & 0 \\ 0 & 0 & 22 \end{vmatrix} = 5676$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -6 & 0 \\ 5 & 14 & 0 \\ 151 & 0 & 22 \end{vmatrix} = 6820$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 21 & 20 & 0 \\ -6 & 5 & 0 \\ 0 & -151 & 22 \end{vmatrix} = 4950$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 21 & -6 & 20 \\ -6 & 14 & 5 \\ 0 & 0 & -151 \end{vmatrix} = -38958$$

Знайдемо контурні струми.

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{6820}{5676} = 1,202 \text{ A};$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{4950}{5676} = 0,872 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-38958}{5676} = -6,864 \text{ A}.$$

Струми в вітках знаходимо через контурні струми.

$$I_1 = I_{11} + J_1 = 3,202 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = 0,33 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_{22} = -0,872 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{33} + J_2 = 1,136 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = 7,736 \text{ A};$$

$$I_6 = -I_{11} = -1,202 \text{ A}.$$

Перевірити отримані результати можна шляхом підстановки значень до рівнянь, отриманих за II-м законом Кірхгофа.

$$\begin{cases} I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_6 R_6 = E_1 + E_2 \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_2 - E_3 \\ I_4 (R_4 - R_5) = E_4 - E_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3,202 \cdot 10 + 0,33 \cdot 6 - (-1,202 \cdot 5) = 30 + 10 \\ 0,33 \cdot 6 + (-0,872 \cdot 8) = 10 - 15 \\ 1,136 \cdot (7 - 15) = 40 - 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40,01 - 40 = 0,01 \\ 4,996 - 5 = -0,004 \\ 24,992 - 25 = -0,008 \end{cases}$$

Як можна побачити з перевірки, загальна похибка в розв'язку за методом контурних струмів не перевищує 0,01. Ця похибка виникла як результат округлення при розрахунку системи рівнянь.

3. У методі контурних струмів, ми вважали первісними невідомими контурні струми, а в методі вузлових потенціалів, за невідомі беруться потенціали вузлів ланцюга. Струми у вітках можуть бути знайдені через потенціали вузлів завдяки закону Ома.

В матричному вигляді, система рівнянь має такий вигляд:

$[G] \times [\varphi] = [J]$, де $[G]$ – квадратна матриця вузлових провідностей. Відомо, що провідність G – величина, обернена опору. $G = \frac{1}{R}$.

Елементи головної діагоналі матриці $[G]$ – узяті зі знаком “+” сума провідностей усіх віток, приєднаних до даного вузла (власна провідність). Елементи, що лежать поза головною діагоналлю ($G_{ij}, i \neq j$) – узяті зі знаком “–” сума провідностей віток, що з'єднують між собою вузли i та j (загальна провідність). Права частина кожного рівняння, J дорівнює алгебраїчній сумі добутку ЕРС джерела та провідності кожної вітки, що приєднана до даного вузла. Знак “+” – якщо ЕРС направлена до вузла, що розглядається, та “–”, якщо від вузла. Для складання системи рівнянь за методом вузлових потенціалів, один з вузлів необхідно заземлити.

Заземлимо вузол 1: $\varphi_1 = 0$. Тоді $\varphi_2 = -E_3 = -15$ В.

Складемо систему рівнянь.

$$\begin{cases} \varphi_3 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} \right) - \varphi_4 \cdot \frac{1}{R_1} = -\frac{E_1}{R_1} + J_1 \\ -\varphi_3 \cdot \frac{1}{R_1} + \varphi_4 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{\varphi_2}{R_3} - J_1 \end{cases}$$

Підставляючи початкові дані, отримуємо:

$$\begin{cases} \varphi_3 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right) - \varphi_4 \cdot \frac{1}{10} = -\frac{30}{10} + 2 \\ -\varphi_3 \cdot \frac{1}{10} + \varphi_4 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right) = \frac{30}{10} - \frac{10}{6} + \frac{-15}{8} - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,3 \cdot \varphi_3 - 0,1 \cdot \varphi_4 = -1 \\ -0,1 \cdot \varphi_3 + 0,39167 \cdot \varphi_4 = -2,54167 \end{cases}$$

В матричній формі ця система має такий вигляд:

$$\begin{vmatrix} 0,3 & -0,1 \\ -0,1 & 0,39167 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 \\ -2,54167 \end{vmatrix}.$$

Розв'яжемо її за допомогою метода Крамера.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,3 & -0,1 \\ -0,1 & 0,39167 \end{vmatrix} = 0,1075$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -1 & -0,1 \\ -2,54167 & 0,39167 \end{vmatrix} = -0,64583$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,3 & -1 \\ -0,1 & -2,54167 \end{vmatrix} = -0,8625$$

Знайдемо потенціали вузлів 3 та 4:

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-0,64583}{0,1075} = -6,008 \text{ В}; \quad \varphi_4 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-0,8625}{0,1075} = -8,023 \text{ В}.$$

Струми в гілках знаходимо згідно закону Ома.

$$I_1 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4 + E_1}{R_1} = \frac{-6,008 - (-8,023) + 30}{10} = 3,202 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + E_2}{R_2} = \frac{-8,023 - 0 + 10}{6} = 0,33 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{R_3} = \frac{-15 - (-8,023)}{8} = -0,872 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_4}{R_4 + R_5} = \frac{-15 - 0 + 40}{7 + 15} = 1,136 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{R_6} = \frac{-6,008 - 0}{5} = -1,202 \text{ A};$$

$$I_5 = J_2 - I_3 - I_4 = 8 - (-0,872) - 1,136 = 7,736 \text{ A, згідно з I-м законом Кірхгофа.}$$

Перевірку метода вузлових потенціалів виконують за I-м законом Кірхгофа.

$$\begin{cases} -I_2 - I_4 - I_5 - I_6 + J_2 = 0 \\ I_3 + I_4 + I_5 - J_2 = 0 \\ I_1 + I_6 - J_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,33 - 1,136 - 7,736 + 1,202 + 8 = 0 \\ -0,872 + 1,136 + 7,736 - 8 = 0 \\ 3,202 - 1,202 - 2 = 0 \end{cases}$$

Як видно з останньої системи рівнянь, отримані данні відповідають рівнянню за I-м законом Кірхгофа.

4. Баланс потужності – наслідок застосування закону збереження енергії для електричних ланцюгів.

Для розрахунку балансу потужності необхідно знати напругу на джерелах струму.

$$U_{J1} = J_1 R_7 + E_7 + I_1 R_1 - E_1 = 2 \cdot 4 + 10 + 3,202 \cdot 10 - 30 = 20,02 \text{ В.}$$

$$U_{J2} = I_4 \cdot (R_4 + R_5) - E_4 = 1,136 \cdot (7 + 15) - 40 = -15,008 \text{ В.}$$

Знайдемо потужність джерела та споживача енергії.

$$P_{\text{дж}} = \sum E_i \cdot I_i = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_5 + E_4 \cdot I_4 - E_7 \cdot J_1 + U_{J1} \cdot J_1 + U_{J2} \cdot J_2 = 160,816 \text{ Вт};$$

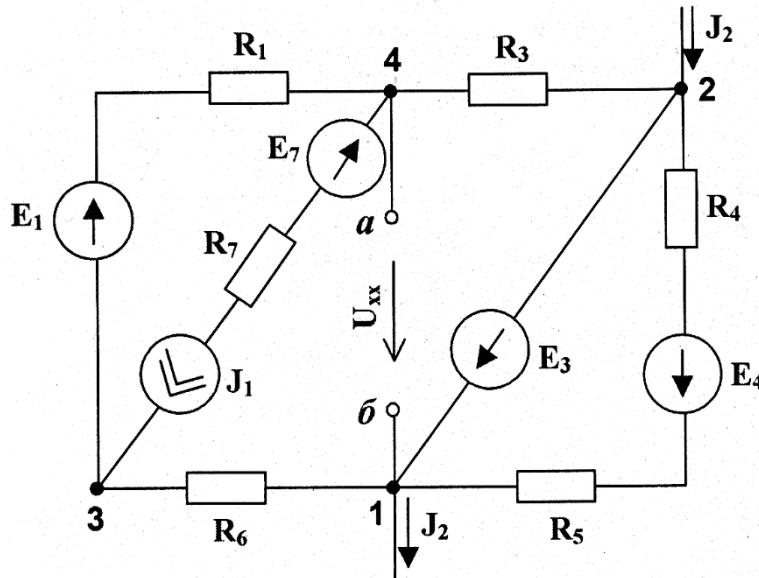
$$P_{cn} = \sum I_i^2 R_i = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot (R_4 + R_5) + I_6^2 \cdot R_6 + J_1 \cdot R_7 = 160,879 \text{ Вт.}$$

Як можна побачити, $P_{дж} \approx P_{cn}$, тобто баланс потужностей виконується.

5. Знайдемо показники вольтметра як різницю потенціалів між точками його підключення.

$$V = \varphi_4 - \varphi_2 = -8,023 - (-15) = 6,977 \text{ В.}$$

6. Метод еквівалентного генератора використовується тоді, коли потрібно знайти струм в одній заданій вітці. Використаємо цей метод для розрахунку току I_2 . Умовно прибираємо з кола вітку, що містить R_2 , E_2 .



Струм I_2 можна знайти за такою формулою: $I_2 = \frac{E_2 + E_{екв}}{R_2 + R_{екв}}$, де $E_{екв} = U_{xx}$ –

напруга – холостого ходу на затисках розімкненої вітки. $U_{xx} = \varphi_a - \varphi_b$.

Розв'яжемо отримане коло за допомогою метода вузлових потенціалів. Заземлимо вузол 1: $\varphi_1 = 0$. Тоді $\varphi_2 = -E_3 = -15 \text{ В}$.

Складемо систему рівнянь.

$$\begin{cases} \varphi_3 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} \right) - \varphi_4 \cdot \frac{1}{R_1} = -\frac{E_1}{R_1} + J_1 \\ -\varphi_3 \cdot \frac{1}{R_1} + \varphi_4 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{E_1}{R_1} + \frac{\varphi_2}{R_3} - J_1 \end{cases}$$

Підставляючи початкові дані, отримуємо:

$$\begin{cases} \varphi_3 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right) - \varphi_4 \cdot \frac{1}{10} = -\frac{30}{10} + 2 \\ -\varphi_3 \cdot \frac{1}{10} + \varphi_4 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{8} \right) = \frac{30}{10} + \frac{-15}{8} - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,3 \cdot \varphi_3 - 0,1 \cdot \varphi_4 = -1 \\ -0,1 \cdot \varphi_3 + 0,225 \cdot \varphi_4 = -0,875 \end{cases}$$

В матричній формі ця система має такий вигляд:

$$\begin{vmatrix} 0,3 & -0,1 \\ -0,1 & 0,225 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 \\ -0,875 \end{vmatrix}.$$

Розв'яжемо її за допомогою метода Крамера.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,3 & -0,1 \\ -0,1 & 0,225 \end{vmatrix} = 0,0575$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -1 & -0,1 \\ -0,875 & 0,225 \end{vmatrix} = -0,3125$$

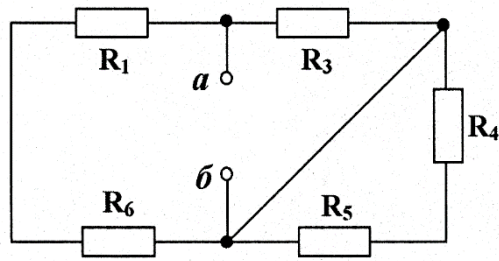
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,3 & -1 \\ -0,1 & -0,875 \end{vmatrix} = -0,3625$$

Знайдемо потенціали вузлів 3 та 4:

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-0,3125}{0,0575} = -5,435 \text{ В}; \quad \varphi_4 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-0,3625}{0,0575} = -6,304 \text{ В}.$$

$$E_{екв} = U_{xx} = \varphi_4 - \varphi_1 = -6,304 \text{ В}.$$

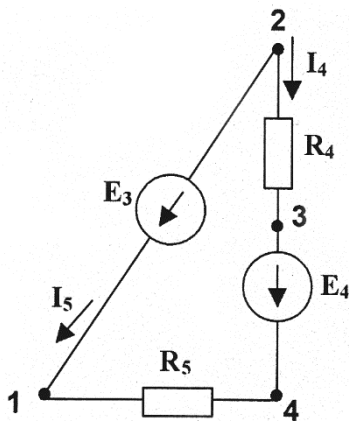
Потрібно знайти $R_{екв}$. Для цього необхідно джерела ЕРС замкнути, вітки з джерелами струму розімкнути.



$$R_{екв} = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_6)}{R_1 + R_3 + R_6} = \frac{8 \cdot (10 + 5)}{10 + 8 + 5} = 5,2174 \text{ Ом.}$$

Знаходимо значення току I_2 .

$$I_2 = \frac{E_2 + E_{екв}}{R_2 + R_{екв}} = \frac{10 + (-6,304)}{6 + 5,2174} = 0,329 \text{ А.}$$



7. Для побудови потенційної діаграми, необхідно обійти обраний контур та визначити потенціал кожної точки. Обходимо контур 1-2-3-4-1:

Заземлимо вузол 1: $\varphi_1 = 0$;

$$\varphi_2 = \varphi_1 - E_3 = 0 - 15 = -15 \text{ В;}$$

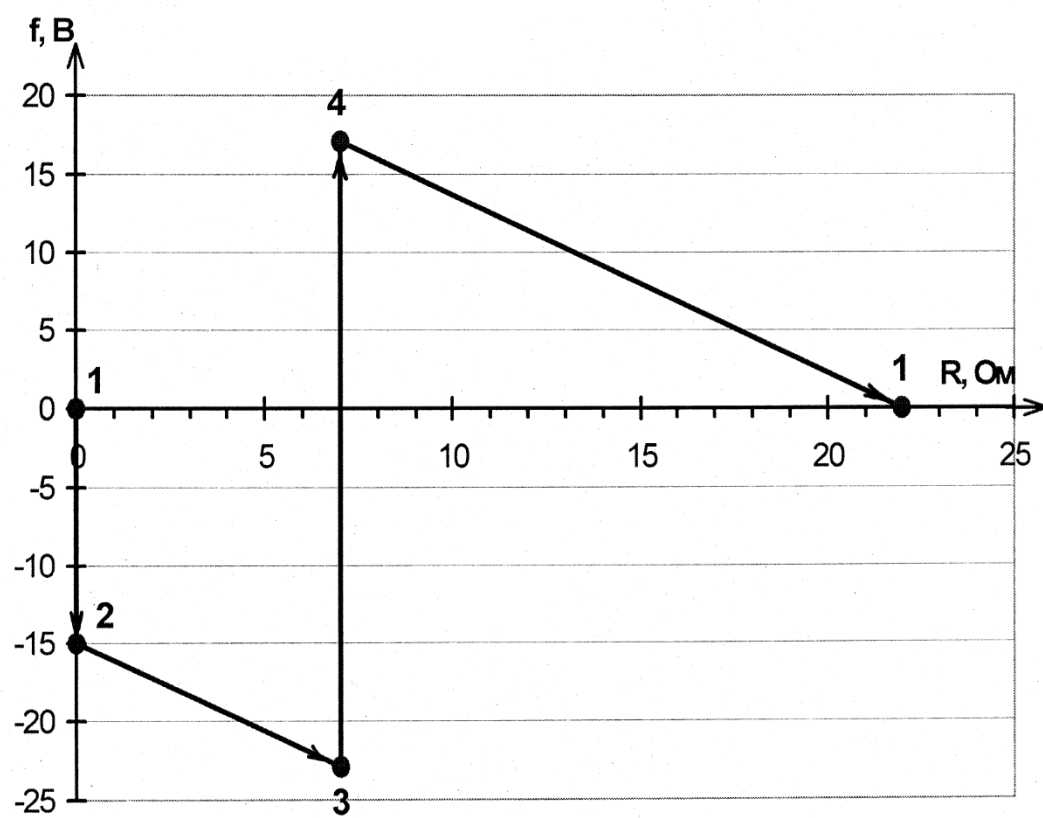
$$\varphi_3 = \varphi_2 - I_4 R_4 = -15 - 1,136 \cdot 7 = -22,952 \text{ В;}$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + E_4 = -22,952 + 40 = 17,048 \text{ В.}$$

Перевіримо точність розрахунків:

$$\varphi_1 = \varphi_4 - I_4 R_5 = 17,048 - 1,136 \cdot 15 = 0,008 \text{ В, } \approx 0$$

За результатами розрахунків, побудуємо потенційну діаграму.



Практична робота №5. *«Розгалужене коло синусоїдального струму»*

Мета роботи - закріплення знань за розділом *«Методи розрахунку електричних кіл при постійних синусоїдальних струмах»* шляхом розрахунку конкретного електричного кола із взаємною індуктивністю.

Ключові слова: *синусоїдальний струм, електричне коло змінного струму, активний опір, закон Ома для змінного струму, фаза та зсув фази, резонанс струмів, коефіцієнт потужності.*

Key words: *sinusoidal current, alternating current electrical circuit, active resistance, Ohm's law for alternating current, phase and phase shift, current resonance, power factor.*

1.2. Зміст роботи:

1.2.1. Для заданої вихідної схеми (табл.2.1) скласти систему рівнянь за законами Кірхгофа й записати їх у матричній формі.

1.2.2. Для заданої вихідної схеми скласти систему рівнянь методом контурних струмів і записати їх у матричній формі.

1.2.3. Скласти таблицю даних для введення в ЕОМ для розрахунку струмів вихідної схеми одним із методів (п.1 або 2 – на вибір).

1.2.4. Увести вихідні дані в ЕОМ і одержати комплексні значення струмів у галузях. Роздрукувати дані розрахунків на ЕОМ вклеїти в розрахунок. Записати вираження струмів в алгебраїчній і показовій формах, а також їхні миттєві значення.

1.2.5. Для одного з нижніх контурів розрахувати комплекси напруг на всіх елементах, у тому числі й напруги взаємної індукції. Побудувати векторну діаграму струмів і топографічну діаграму напруг для цього контуру.

1.2.6. За даними розрахунку побудувати на одному графіку криві миттєвих значень ЕРС e_2 і струму i_2 .

1.2.7. Обчислити показання ваттметра аналітично й по даним векторної діаграми струмів і топографічної діаграми напруг.

1.2.8. За результатами обчислень п.4 скласти баланс потужностей для вихідної схеми.

1.2.9. Вважаючи, що для заданої схеми індуктивний зв'язок між котушками відсутній, методом вузлових потенціалів знайти струми кола. Записати комплекси цих струмів в алгебраїчній і показовій формах.

1.2.10. Приймавши у якості навантаження R_2 , L_2 , знайти струм I_2 методом еквівалентного генератора, вважаючи, що індуктивний зв'язок між котушками відсутній.

1.2.11. Визначити, який реактивний елемент треба включити паралельно навантаженню, щоб коефіцієнт потужності навантаження дорівнював одиниці. Визначити, з яким $\cos \phi$ буде працювати в цьому випадку джерело еквівалентної ЕРС.

Таблиця 2.1.

п	Схема	п	Схема
1		15	

2		16
3		17

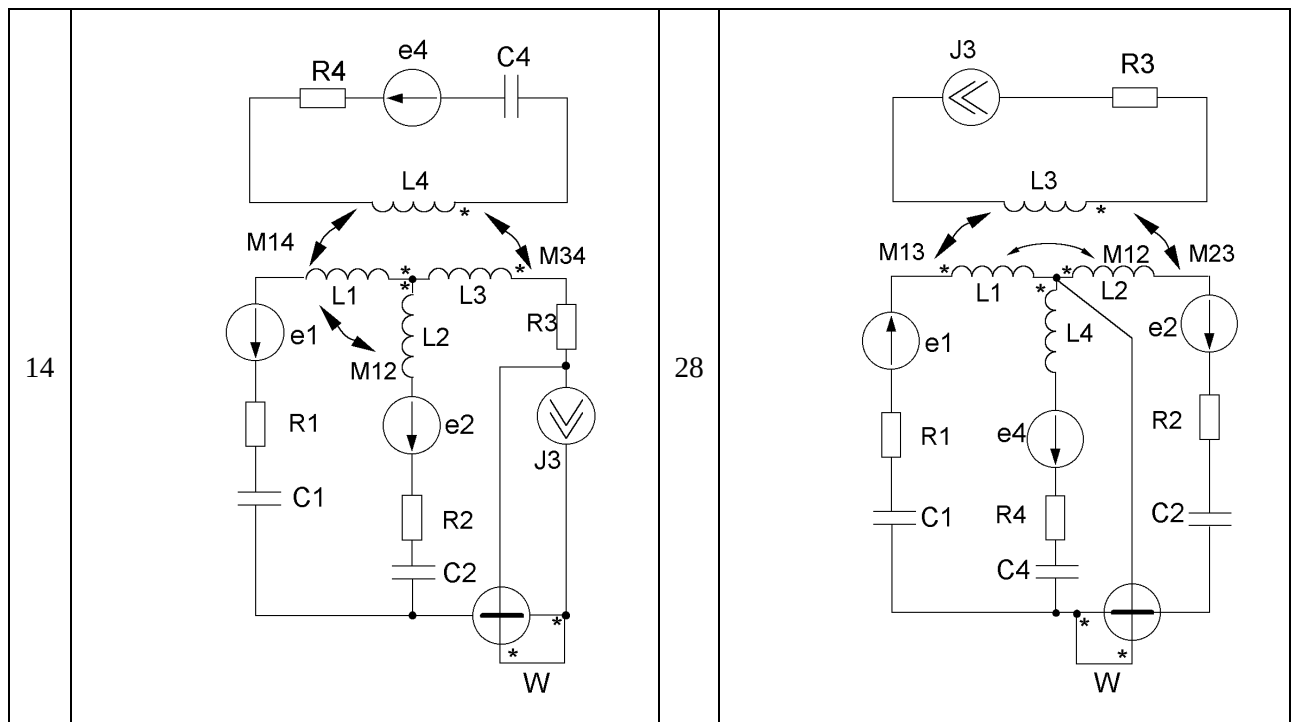
4		18	
5		19	

6		20
7		21

8		22
9		23

10		24
11		25
10		24
11		25

12		26
13		27
26		



2.3. Вихідні дані:

2.3.1. Номер схеми n вибирається за порядковим номером, під яким прізвище студента записане в груповому журналі.

2.3.2. Числові значення елементів схеми наведені в табл. 2.2, варіант завдання N вибирається відповідно до останньої цифри групи, для груп 241-244 – відповідно до суми цифр у номері групи.

2.3.3. Для всіх варіантів частота напруги мережі $f = 50$ Гц. ЕРС визначається за наступними формулами:

$$E_1 = \frac{100}{n}(n+N)e^{j^{15\lceil n+N \rceil}} \text{ В};$$

$$E_2 = \frac{80}{n}(n+N)e^{j^{8\lceil n+N \rceil}} \text{ В};$$

$$E_4 = \frac{120}{n}(n+N)e^{j^{12\lceil n+N \rceil}} \text{ В};$$

$$I_2 = 0,2n + j0,1N \text{ А};$$

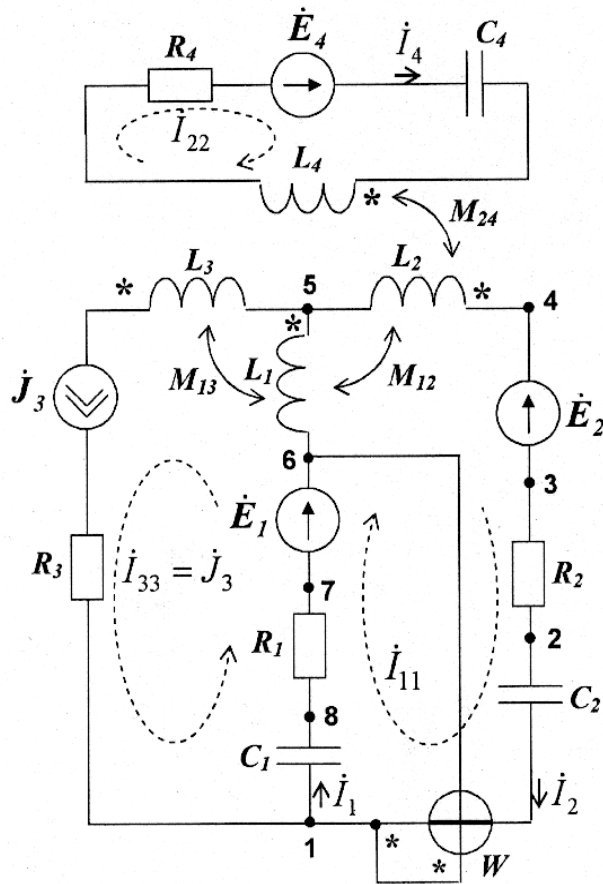
Таблиця 2.2.

Параметр	Числові значення для варіантів N										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
R_1 , Ом	30	20	15	40	60	10	50	35	25	45	55
L_1 , Гн	0.10	0.20	0.15	0.12	0.16	0.18	0.13	0.10	0.14	0.16	0.19
C_1 , мкФ	100	120	150	200	250	130	180	110	170	140	130
R_2 , Ом	15	20	35	30	18	17	16	12	10	25	28
L_2 , Гн	0.20	0.30	0.15	0.25	0.28	0.15	0.23	0.28	0.17	0.18	0.22
C_2 , мкФ	200	300	350	250	280	320	330	270	220	350	300
R_3 , Ом	10	5	7	15	8	6	4	12	16	9	11
L_3 , Гн	0.05	0.10	0.12	0.15	0.08	0.06	0.11	0.07	0.13	0.09	0.10
R_4 , Ом	50	25	30	20	33	40	45	38	27	35	42
L_4 , Гн	0.20	0.15	0.25	0.10	0.17	0.19	0.22	0.11	0.18	0.13	0.21
C_4 , мкФ	220	200	150	250	180	150	170	190	230	240	190
M_{12} , Гн	0.09	0.18	0.13	0.10	0.14	0.12	0.10	0.08	0.13	0.14	0.18
M_{23} , Гн	0.03	0.08	0.11	0.13	0.06	0.05	0.10	0.05	0.12	0.08	0.07
M_{34} , Гн	0.03	0.09	0.11	0.08	0.07	0.05	0.10	0.06	0.12	0.07	0.09
M_{14} , Гн	0.08	0.13	0.14	0.09	0.12	0.15	0.11	0.09	0.12	0.12	0.17
M_{13} , Гн	0.04	0.08	0.11	0.10	0.06	0.04	0.09	0.06	0.11	0.06	0.08
M_{24} , Гн	0.16	0.13	0.12	0.07	0.16	0.13	0.17	0.10	0.14	0.11	0.17

2.4. Приклад виконання завдання 2:

Вихідні дані:

Строчка даних N=4, схема n=10: $R_1 = 40$ Ом; $R_2 = 30$ Ом; $R_3 = 15$ Ом; $R_4 = 20$ Ом; $L_1 = 0,12$ Гн; $L_2 = 0,25$ Гн; $L_3 = 0,15$ Гн; $L_4 = 0,10$ Гн; $C_1 = 200$ мкФ; $C_2 = 250$ мкФ; $M_{12} = 0,10$ Гн; $M_{13} = 0,10$ Гн; $M_{24} = 20$ В; $f = 10$ В;



Інші вихідні дані обчислюємо відповідно до наступних виразів:

$$\dot{E}_1 = \frac{100}{n}(n+N) \cdot e^{j5^\circ(n+N)} = \frac{100}{10}(10+4) \cdot e^{j5^\circ(10+4)} = 140e^{j70^\circ} = 47,883 + j131,557 \text{ B};$$

$$\dot{E}_2 = \frac{80}{n}(n+N) \cdot e^{j8^\circ(n+N)} = \frac{80}{10}(10+4) \cdot e^{j8^\circ(10+4)} = 112e^{j112^\circ} = -41,956 + j103,845 \text{ B};$$

$$\dot{E}_3 = \frac{120}{n}(n+N) \cdot e^{j12^\circ(n+N)} = \frac{120}{10}(10+4) \cdot e^{j12^\circ(10+4)} = 168e^{j168^\circ} = -164,329 + j34,929 \text{ B};$$

$$\dot{J}_3 = 0,2 \cdot n + j0,1 \cdot N = 0,2 \cdot 10 + j0,1 \cdot 4 = 2 + j0,4 = 2,0396e^{j11,31^\circ} \text{ A}.$$

1. Розрахунок розгалуженого кола при наявності взаємної індуктивності можна вести, складаючи рівняння по першому й другому законам Кірхгофа. При цьому необхідно враховувати, що струм у будь-якій гілці залежить не тільки від ЕРС джерела, яке знаходиться в ній і від потенціалів тих вузлів, до яких вона приєднана, але також і від струмів інших гілок, які наводять ЕРС взаємної індукції.

Перший закон Кірхгофа $\sum \dot{I}_i = 0$ встановлює, що алгебраїчна сума струмів гілок, що сходяться в один вузол, дорівнює нулю. Він застосовується

до незалежних вузлів, тобто таких, які відрізняються хоча б однією новою гілкою.

При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа ЕРС взаємної індукції звичайно враховуються як відповідні напруги. Знак комплексної напруги $\pm jX_{Mks} \dot{I}_s$ на елементі k визначається на підставі зіставлення напрямку обходу елемента k і позитивного напрямку струму в елементі s. Якщо ці напрямки щодо однойменних затисків однакові, то напруга дорівнюватиме $jX_{Mks} \dot{I}_s$. У протилежному випадку напруга дорівнюватиме $-jX_{Mks} \dot{I}_s$.

Отже, другий закон Кірхгофа $\sum \dot{E}_i = \sum \underline{Z}_i \dot{I}_i \pm jX_{Mks} \dot{I}_s$.

Визначаємо кількість рівнянь за законами Кірхгофа.

Число гілок з невідомими струмами $\Gamma = 3$,

отже, число рівнянь $n = \Gamma = 3$.

Кількість вузлів у схемі $V_3 = 2$.

Тоді: кількість рівнянь за I законом Кірхгофа $n = V_3 - 1 = 2 - 1 = 1$;

кількість рівнянь за II законом Кірхгофа $n_{II} = n - n_I = 3 - 1 = 2$.

Складемо систему рівнянь за законами Кірхгофа.

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{J}_3 = 0 \\ \dot{I}_1 [R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})] + \dot{I}_2 [R_2 + j(X_{L2} - X_{C2})] + jX_{M12} \dot{I}_1 + jX_{M12} \dot{I}_2 + jX_{M13} \dot{J}_3 - \\ - jX_{M24} \dot{I}_4 = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 \\ \dot{I}_4 [R_4 + j(X_{L4} - X_{C4})] - jX_{M24} \dot{I}_2 = \dot{E}_4 \end{cases}$$

Представимо цю систему рівнянь у матричній формі:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ R_1 + j(X_{L1} - X_{C1} + X_{M12}) & R_2 + j(X_{L2} - X_{C2} + X_{M12}) & -jX_{M24} \\ 0 & -jX_{M24} & R_4 + j(X_{L4} - X_{C4}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{J}_3 \\ \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - jX_{M13} \dot{J}_3 \\ \dot{E}_4 \end{bmatrix}$$

2. Для розрахунку режиму складного електричного кола можна обмежитись спільним розв'язанням лише $k = (\Gamma - B_3 + 1) = 3 - 2 + 1 = 2$ незалежних

рівнянь, складених на підставі другого закону Кірхгофа, скориставшись методом контурних струмів.

При цьому перший закон Кірхгофа, звичайно, завжди задовольняється.

Складемо систему рівнянь за методом контурних струмів.

Кількість рівнянь у системі рівняється числу незалежних контурів і дорівнює 2.

$$\begin{cases} \dot{I}_{11} [R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2} - X_{C1} - X_{C2})] + \dot{J}_3 [R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})] + j2X_{M12}\dot{I}_{11} - \\ - jX_{M24}\dot{I}_{22} + jX_{M12}\dot{J}_3 + jX_{M13}\dot{J}_3 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 \\ - jX_{M24}\dot{I}_{11} + \dot{I}_{22} [R_4 + j(X_{L4} - X_{C4})] = \dot{E}_4 \end{cases}$$

Представимо цю систему рівнянь у матричній формі:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + j(X_{L1} + X_{L2} - X_{C1} - X_{C2} + 2X_{M12}) & -jX_{M24} \\ -jX_{M24} & R_4 + j(X_{L4} - X_{C4}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{J}_3 [R_1 + j(X_{L1} - X_{C1} + X_{M12} + X_{M13})] \\ \dot{E}_4 \end{bmatrix}$$

3. Визначаємо необхідні числові значення реактивних опорів.

$$X_L = \omega L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}; \quad X_M = \omega M, \quad \text{де } \omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1} - \text{кутова частота.}$$

Підставимо вихідні дані. Отримуємо:

$$\begin{array}{llll} X_{L1} = 37,68 \text{ Ом}; & X_{C1} = 15,924 \text{ Ом}; & X_{L1} - X_{C1} = 21,756 \text{ Ом}; & X_{M12} = 31,4 \text{ Ом}; \\ X_{L2} = 78,5 \text{ Ом}; & X_{C2} = 12,739 \text{ Ом}; & X_{L2} - X_{C2} = 65,761 \text{ Ом}; & X_{M13} = 31,4 \text{ Ом}; \\ X_{L3} = 47,1 \text{ Ом}; & & & X_{M24} = 21,98 \text{ Ом}; \\ X_{L4} = 31,4 \text{ Ом}; & X_{C4} = 12,739 \text{ Ом}; & X_{L4} - X_{C4} = 18,661 \text{ Ом}; & \end{array}$$

Підставляючи числові значення, отримуємо матрицю для розрахунку значень комплексних струмів за допомогою ПК.

Виконаємо розрахунок як системи рівнянь, складеної за законами Кірхгофа, так і системи рівнянь, складеної за методом контурних струмів.

Розрахунок виконаний на ПК за допомогою програми *MathCAD 2001 Professional*.

Розрахунок системи рівнянь, складеної за законами Кірхгофа:

Представимо систему рівнянь у такому вигляді:

$$[A] \times [i] = [B], \text{ де:}$$

$[A]$ – матриця коефіцієнтів системи

$[B]$ – матриця вільних членів

$$[i] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_4 \end{bmatrix}$$

Підставляючи числові значення, отримуємо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 40 + 53.156j & 30 + 97.161j & -21.98j \\ 0 & -21.98j & 20 + 18.661j \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 + 0.4j \\ 102.399 - 35.088j \\ -164.329 + 34.929j \end{pmatrix}$$

Розв'язок будемо шукати у вигляді $[i] = [A]^{-1} \times [B]$

Розрахунок виконуємо за допомогою засобів САПР *MathCAD 2001 Professional*

$$I := A^{-1} \cdot B$$

$$\begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I4 \end{pmatrix} := I$$

$$I = \begin{pmatrix} 0.537 + 0.007j \\ -1.463 - 0.393j \\ -4.092 + 3.957j \end{pmatrix}$$

Отримуємо значення струмів:

– у комплексній формі:

$$I1 = 0.537 + 0.007j \quad A$$

$$I2 = -1.463 - 0.393j \quad A$$

$$I4 = -4.092 + 3.957j \quad A$$

– у показовій формі:

$$|I1| = 0.537 \quad A \quad \text{agr}(I1) = 0.747 \quad \text{град}$$

$$|I2| = 1.515 \quad A \quad \text{agr}(I2) = -164.964 \quad \text{град}$$

$$|I4| = 5.692 \quad A \quad \text{agr}(I4) = 135.961 \quad \text{град}$$

Розрахунок системи рівнянь, складеної за допомогою методу контурних струмів:

Представимо систему рівнянь у такому вигляді:

$$[C] \times [I] = [D], \text{ де:}$$

$[C]$ – матриця коефіцієнтів системи

$[D]$ – матриця вільних членів

$[I] = \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{22} \end{bmatrix}$ – матриця невідомих контурних струмів

Підставляючи числові значення, отримуємо:

$$C = \begin{pmatrix} 70 + j150,317 & -j21,98 \\ -j21,98 & 20 + j18,661 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 43,661 - j157,4 \\ -164,329 + j34,929 \end{pmatrix}$$

Розв'язок будемо шукати у вигляді $[I] = [C]^{-1} \times [D]$

Розрахунок виконуємо за допомогою засобів САПР *MathCAD 2001 Professional*

$$\begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{pmatrix} = C^{-1} \cdot D \quad \begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,463 - j0,393 \\ -4,092 + j3,957 \end{pmatrix}$$

Струми у гілках знаходимо через контурні струми:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{11} + J_3 & I_1 &= 0,537 + j0,007 & A \\ I_2 &= I_{11} & I_2 &= -1,463 - j0,393 & A \\ I_4 &= I_{22} & I_4 &= -4,092 + j3,957 & A \end{aligned}$$

4. Таким чином, ми отримали наступні значення комплексних струмів у гілках.

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= 0,537 + j0,007 = 0,537e^{j0,747^\circ} & A \\ \dot{I}_2 &= -1,463 - j0,393 = 1,515e^{j164,964^\circ} & A \\ \dot{I}_4 &= -4,092 + j3,957 = 5,692e^{j135,961^\circ} & A \end{aligned}$$

Запишемо миттєві значення:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= 0,537\sqrt{2} \sin(314t + 0,747^\circ) A \\ i_2(t) &= 1,515\sqrt{2} \sin(314t - 164,964^\circ) A \\ i_4(t) &= 5,692\sqrt{2} \sin(314t + 135,961^\circ) A \end{aligned}$$

5. Прийmemo $\phi_1 = 0$. Тоді послідовно обходимо зовнішній контур і розраховуємо потенціал кожної точки.

$$\begin{aligned}
\dot{\phi}_2 &= \dot{\phi}_1 - jX_{C2} \dot{I}_2 \\
\dot{\phi}_3 &= \dot{\phi}_2 + R_2 \dot{I}_2 \\
\dot{\phi}_4 &= \dot{\phi}_3 - \dot{E}_2 \\
\dot{\phi}_5 &= \dot{\phi}_4 + jX_{L2} \dot{I}_2 + jX_{M12} \dot{I}_1 - jX_{M24} \dot{I}_4 \\
\dot{\phi}_6 &= \dot{\phi}_5 + jX_{L1} \dot{I}_1 + jX_{M12} \dot{I}_2 - jX_{M13} \dot{I}_3 \\
\dot{\phi}_7 &= \dot{\phi}_6 - \dot{E}_1 \\
\dot{\phi}_8 &= \dot{\phi}_7 + R_1 \dot{I}_1
\end{aligned}$$

Виконуємо розрахунок за допомогою *MathCAD 2001 Professional*

$f_1 := 0$	$f_1 = 0$	
$f_2 := f_1 - j \cdot X_{C2} \cdot I_2$	$f_2 = -5.005 + 18.631j$	<i>B</i>
$f_3 := f_2 + I_2 \cdot R_2$	$f_3 = -48.881 + 6.845j$	<i>B</i>
$f_4 := f_3 + E_2$	$f_4 = -90.837 + 110.69j$	<i>B</i>
$f_5 := f_4 + j \cdot X_{L2} \cdot I_2 + j \cdot X_{M12} \cdot I_1 - j \cdot X_{M24} \cdot I_4$	$f_5 = 26.763 + 102.703j$	<i>B</i>
$f_6 := f_5 + j \cdot X_{L1} \cdot I_1 + j \cdot X_{M12} \cdot I_2 - j \cdot X_{M13} \cdot I_3$	$f_6 = 26.272 + 139.831j$	<i>B</i>
$f_7 := f_6 - E_1$	$f_7 = -21.611 + 8.274j$	<i>B</i>
$f_8 := f_7 + I_1 \cdot R_1$	$f_8 = -0.113 + 8.558j$	<i>B</i>

Перевіримо правильність розрахунку:

$$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_8 - jX_{C1} \dot{I}_1;$$

$$f_{ls} := f_8 - j \cdot X_{C1} \cdot I_1$$

$$f_{ls} = 0$$

За результатами розрахунку в масштабі побудуємо векторну діаграму (наведено в кінці)

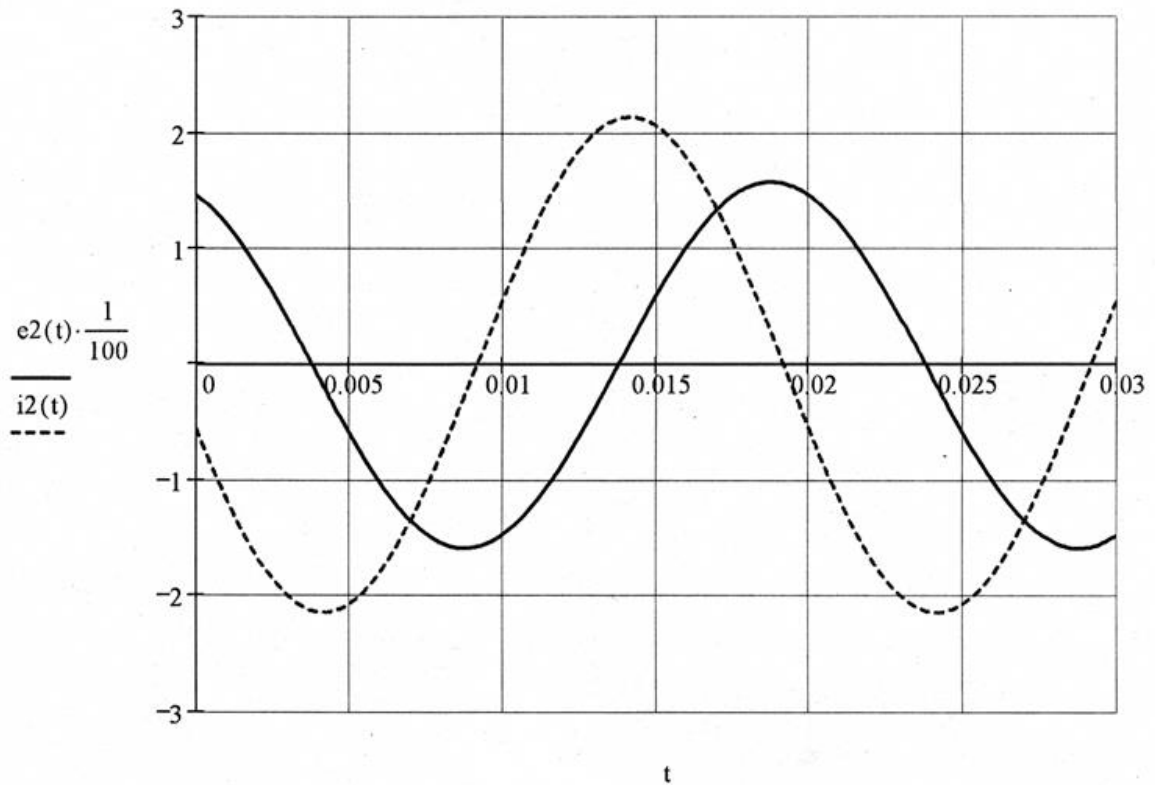
6. Запишемо миттєві значення ЕРС e_2 і струму i_2 :

$$e_2(t) = 112\sqrt{2} \sin(314t + 112^\circ) \text{ В};$$

$$i_2(t) = 1,515\sqrt{2} \sin(314t + 164,964^\circ) \text{ А};$$

Графіки $e_2(t)$ і $i_2(t)$ наведені нижче.

$$t := 0, 0.0001 \dots 0.030$$



7. Знаходимо показання ватметра

$$P_W = \operatorname{Re}[\bar{I}_2 \cdot (\dot{\phi}_6 - \dot{\phi}_1)].$$

$$P_W := \operatorname{Re}[\bar{I}_2 \cdot (\dot{\phi}_6 - \dot{\phi}_1)], \quad P_W = -93,36 \text{ Вт}$$

8. Складемо баланс потужностей

Знаходимо напругу на джерелі струму:

$$\dot{U}_{j3} = \dot{J}_3 [R_3 + jX_{L3}] + \dot{I}_1 [R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})] - \dot{E}_1 + jX_{M12} \dot{I}_2 + jX_{M13} (\dot{I}_1 + \dot{J}_3)$$

$$U_{J3} := J_3 \cdot (R_3 + j \cdot X_{L3}) + I_1 \cdot [R_1 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1})] - E_1 + j \cdot X_{M12} \cdot I_2 + j \cdot X_{M13} \cdot (I_1 + J_3)$$

$$U_{J3} = -15,827 + 14,373j \text{ В}$$

$$|U_{J3}| = 21,379 \text{ В} \quad \arg(U_{J3}) \cdot k = 137,757 \text{ град}$$

Тепер знаходимо потужність джерела і споживача енергії:

Потужність джерела:

$$\tilde{S}_{\text{дж}} = \sum_{i=1}^n \dot{E}_i \bar{I}_i = \dot{E}_1 \bar{I}_1 - \dot{E}_2 \bar{I}_2 + \dot{E}_4 \bar{I}_4 + \dot{U}_{J3} \bar{J}_3;$$

$$S_{\text{дж}} := E_1 \cdot \bar{I}_1 - E_2 \cdot \bar{I}_2 + E_4 \cdot \bar{I}_4 + \dot{U}_{J3} \cdot \bar{J}_3; \quad S_{\text{дж}} = 790,904 + 781,176j \text{ В} \cdot \text{А}$$

Потужність споживача:

$$\tilde{S}_{cn} = \sum_{i=1}^n Z_i I_i^2 \pm j \sum_{i=1}^n 2 X_{Mmn} I_m I_n \cos(\psi_{i_m} - \psi_{i_n});$$

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{cn} = & I_1^2 [R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})] + I_2^2 [R_1 + j(X_{L2} - X_{C2})] + J_3^2 [R_3 + jX_{L3}] + I_4^2 [R_4 + j(X_{L4} - X_{C4})] + \\ & + j2 \cdot [X_{M12} I_1 I_2 \cos(\psi_{i_1} - \psi_{i_2}) + X_{M13} I_1 J_3 \cos(\psi_{i_1} - \psi_{j_3}) - X_{M24} I_2 I_4 \cos(\psi_{i_1} - \psi_{i_4})]. \end{aligned}$$

$$P_{cn} := (|I1|)^2 \cdot R1 + (|I2|)^2 \cdot R2 + (|J3|)^2 \cdot R3 + (|I4|)^2 \cdot R4;$$

$$P_{cn} = 790,904 \text{ Вт.}$$

$$Q_{cn}' := (|I1|)^2 \cdot (XL1 - XC1) + (|I2|)^2 \cdot (XL2 - XC2) + (|J3|)^2 \cdot XL3 + (|I4|)^2 \cdot (XL4 - XC4);$$

$$Q_{cn}' = 957,79 \text{ Вар.}$$

$$Q1 := XM12 \cdot |I1| \cdot |I2| \cdot \cos(\arg(I1) - \arg(I2)) \quad Q1 = -24.77 \text{ Вар}$$

$$Q2 := XM13 \cdot |I1| \cdot |J3| \cdot \cos(\arg(I1) - \arg(J3)) \quad Q2 = -33.841 \text{ Вар}$$

$$Q3 := XM24 \cdot |I2| \cdot |I4| \cdot \cos(\arg(I2) - \arg(I4)) \quad Q3 = -97.379 \text{ Вар}$$

$$Q_{cn}'' := Q1 + Q2 + Q3$$

$$Q_{cn} := Q_{cn}' + 2Q_{cn}'' \quad Q_{cn} = 781.176 \text{ Вар}$$

$$S_{cn} := P_{cn} + j \cdot Q_{cn}$$

$$S_{cn} = 790.904 + 781.176j \quad \text{В} \cdot \text{А}$$

$$S_{дж} = 790.904 + 781.176j \quad \text{В} \cdot \text{А}$$

$$S_{cn} = 790.904 + 781.176j \quad \text{В} \cdot \text{А}$$

Як бачимо, $\tilde{S}_{дж} = \tilde{S}_{cn}$, робимо висновок, що баланс потужностей виконується.

9. Напряга між верхнім та нижнім вузлами схеми дорівнює:

$$\dot{U} = \frac{\frac{\dot{E}_1}{R_1 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1})} + \frac{\dot{E}_2}{R_2 + j \cdot (X_{L2} - X_{C2})} - \dot{J}_3}{\frac{1}{R_1 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1})} + \frac{1}{R_2 + j \cdot (X_{L2} - X_{C2})}}$$

Виконуємо розрахунок за допомогою *MathCAD 2001 Professional*

$$U := \frac{\frac{E_1}{R_1 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1})} + \frac{E_2}{R_2 + j \cdot (X_{L2} - X_{C2})} - j3}{\frac{1}{R_1 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1})} + \frac{1}{R_2 + j \cdot (X_{L2} - X_{C2})}}$$

$$U = -25.352 + 86.875j \text{ В}$$

Токи в гілках визначимо згідно закону Ома:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}}{R_1 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1})}; \dot{I}_2 = \frac{-\dot{E}_2 + \dot{U}}{R_2 + j \cdot (X_{L2} - X_{C2})}; \dot{I}_4 = \frac{\dot{E}_4}{R_4 + j \cdot (X_{L4} - X_{C4})}$$

$$I_1' := \frac{E_1 - U}{R_1 + j \cdot (X_{L1} - X_{C1})}$$

$$I_2' := \frac{-E_2 + U}{R_2 + j \cdot (X_{L2} - X_{C2})}$$

$$I_4' := \frac{E_4}{R_4 + j \cdot (X_{L4} - X_{C4})}$$

Отримуємо значення струмів:

– у комплексній формі:

$$I_1' = 1.882 + 0.094j \text{ А}$$

$$I_2' = -0.118 - 0.306j \text{ А}$$

$$I_4' = -3.521 + 5.032j \text{ А}$$

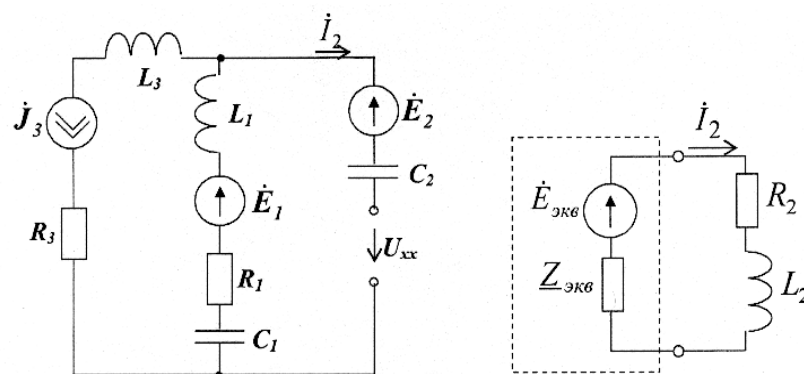
– у показовій формі:

$$|I_1'| = 1.884 \text{ А} \quad \text{agr}(I_1') = 2.859 \text{ град}$$

$$|I_2'| = 0.328 \text{ А} \quad \text{agr}(I_2') = -111.088 \text{ град}$$

$$|I_4'| = 6.142 \text{ А} \quad \text{agr}(I_4') = 124.981 \text{ град}$$

10. Вважаючи, що індуктивний зв'язок між котушками відсутній, знаходимо струм $\dot{I}_2$ за допомогою метода еквівалентного генератора.



Представимо частину схеми, зовнішню стосовно навантаження у вигляді двополюсника.

Струм $\dot{I}_2$ знаходимо відповідно закону Ома: $\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_{екв}}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{екв}}$, де:

$\dot{E}_{екв} = U_{xx}$ – напруга холостого ходу на затискачах розімкнутої гілки.

$\underline{Z}_H = R_2 + jX_{L2} = 30 + j78,5$ Ом – опір навантаження.

$\underline{Z}_{екв} = R_1 + j(X_{L1} - X_{C1} - X_{C2}) = 40 + j(37,68 - 15,924 - 12,739) = 40 + j9,017$ Ом – еквівалентний опір.

Знаходимо напругу холостого ходу:

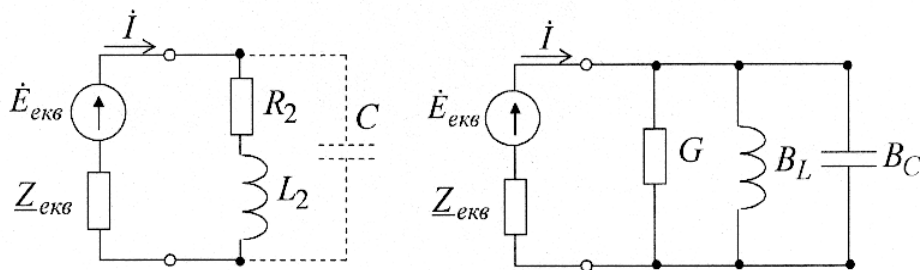
$$\begin{aligned} \dot{U}_{xx} &= \frac{\frac{\dot{E}_1}{R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})} - \dot{J}_3}{1} - \dot{E}_2 = \dot{E}_1 - \dot{J}_3 \cdot [R_1 + j(X_{L1} - X_{C1})] - \dot{E}_2 = \\ &= 47,883 + j131,557 - (2 + j0,4) \cdot (40 + j21,756) + 41,956 - j103,845 = \\ &= 18,541 - j31,8 \text{ В.} \end{aligned}$$

$$\dot{E}_{екв} = \dot{U}_{xx} = 18,541 - j31,8 \text{ В.}$$

Тоді знаходимо струм $\dot{I}_2$:

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{\dot{E}_{екв}}{\underline{Z}_H + \underline{Z}_{екв}} = \frac{18,541 - j31,8}{30 + j78,5 + 40 + j9,017} = \frac{18,541 - j31,8}{70 + j87,517} = \frac{36,8104e^{-j59,756^\circ}}{112,0679e^{-j51,346^\circ}} = 0,328e^{-j111,102^\circ} = \\ &= -0,118 - j0,306 \text{ А} \end{aligned}$$

11. Замінімо послідовну сполуку елементів навантаження на паралельну.



$$G = \frac{R_2}{R_2^2 + X_{L2}^2} = \frac{30}{30^2 + 78,5^2} = 0,00424794 \text{ См} - \text{активна провідність};$$

$$B_L = \frac{X_{L2}}{R_2^2 + X_{L2}^2} = \frac{78,5}{30^2 + 78,5^2} = 0,01111544 \text{ См} - \text{реактивна провідність}.$$

Щоб $\cos \varphi$ дорівнював одиниці, необхідне дотримання умови $B_L = B_C$.

$B_C = \omega C$, визначимо величину шуканої ємності:

$$C = \frac{B_C}{\omega} = \frac{B_L}{\omega} = \frac{0,01111544}{314} = 3,5399 \cdot 10^{-5} \Phi \approx 35,4 \text{ MK} \Phi.$$

Визначимо $\cos \varphi_{екв}$.

$$\cos \varphi_{e\kappa\delta} = \cos(\psi_{\dot{E}_{e\kappa\delta}} - \psi_i) = \cos(\psi_{\dot{E}_{e\kappa\delta}/i}) = \cos(\psi_{\underline{Z}^*}).$$

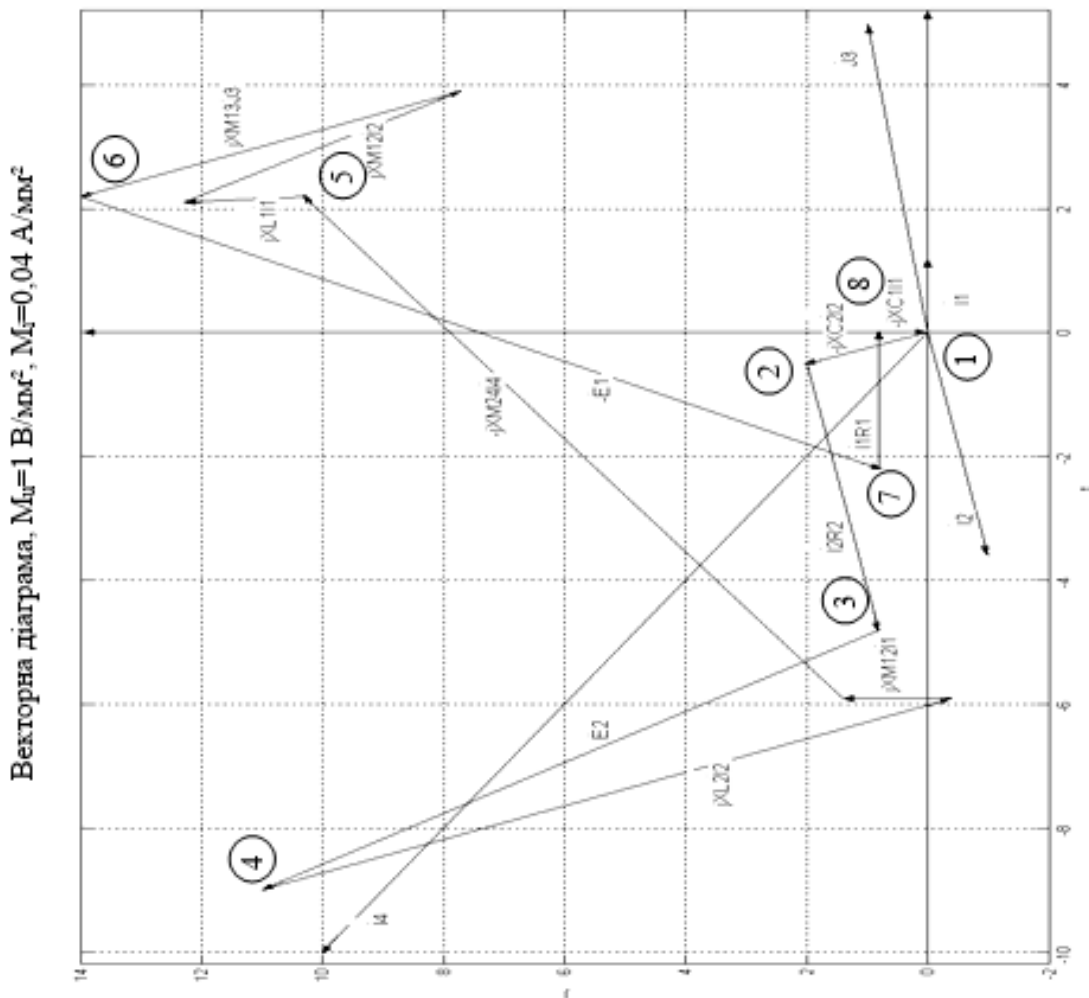
$$\underline{Z}^* = \underline{Z}_{e\kappa\delta} + \frac{1}{G - j(B_L - B_C)} = \underline{Z}_{e\kappa\delta} + \frac{1}{G} \text{ (тому що } B_L = B_C, B_L - B_C = 0).$$

Тоді визначаємо:

$$\underline{Z}^* = 40 + j9,017 + \frac{30^2 + 78,5^2}{30} = 275,408 + j9,017 \, \Omega.$$

$$\psi_{\underline{z}^*} = \arctg \frac{9,017}{275,408} = 1,875^\circ = \varphi_{\text{екб}};$$

$$\cos \varphi_{ek\theta} = \cos(1,875^\circ) = 0,9995.$$



ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «ТОЕ Ч.1»

1. Елементи електричного кола та їх характеристики.
2. Схеми заміщення джерел енергії. Умови еквівалентності схем заміщення.
3. Структура електричного кола. Закон Ома.
4. Структура електричного кола. Закони Кірхгофа.
5. Метод контурних струмів.
6. Енергетичний баланс електричного кола.
7. Метод вузлових потенціалів.
8. Принцип і метод накладання джерел енергії.
9. Вхідні і взаємні провідності віток, їх розрахунки.
10. Властивість взаємності і її використання. Теорема компенсації.
11. Перетворення пасивних ділянок електричного кола.
12. Перетворення активних ділянок електричного кола.
13. Перенесення джерела ЕРС за вузол.
14. Активні і пасивні двополюсники. Метод еквівалентного генератора.
15. Синусоїдальний струм та основні величини, що його характеризують.
16. Зображення синусоїдальних функцій обертовими векторами.
17. Зображення синусоїдальних струмів і напруг комплексними функціями.
18. Співвідношення між напругами і струмами на елементах кола змінного струму.
19. Розрахункова схема кола змінного струму.
20. Закони Кірхгофа для кола змінного струму.
21. Опір в колі синусоїдального струму.
22. Індуктивність в колі синусоїдального струму.
23. Ємність в колі синусоїдального струму.
24. Послідовне з'єднання елементів R , L , C в колі синусоїдального струму.
25. Трикутники напруг і опорів.
26. Паралельне з'єднання елементів R , L , C в колі синусоїдального струму.
27. Трикутники струмів і провідностей.

28. Пасивний двополюсник при синусоїдальному струмі. Умови еквівалентності схем заміщення.
29. Закони Кірхгофа в комплексній формі.
30. Символічний метод розрахунку кола синусоїдального струму.
31. Потужності кола синусоїдального струму.
32. Комплексна потужність.
33. Баланс потужностей кола синусоїдального струму.
34. Резонанс у послідовному електричному колі.
35. Енергетичні процеси при резонансі у послідовному електричному колі.
36. Резонанс у паралельному електричному колі.
37. Частотні характеристики реактивних елементів.
38. Наведіть основні поняття магнітних кіл (B , F , H , Φ) та охарактеризуйте зв'язок між ними.
39. Наведіть основні закони магнітних кіл: закони повного струму, закони Ома та Кірхгофа.
40. Наведіть формальну аналогію між магнітними й електричними колами.
41. Поясніть порядок розрахунку нерозгалуженого магнітного кола при постійному струмі: пряма задача.
42. Поясніть порядок розрахунку нерозгалуженого магнітного кола при постійному струмі: зворотна задача.
43. Поясніть порядок розрахунку розгалуженого магнітного кола при постійному струмі: пряма задача.
44. Поясніть порядок розрахунку розгалуженого магнітного кола при постійному струмі: зворотна задача.
45. Індуктивнозв'язані елементи кола. Поняття взаємної індуктивності.
46. Розрахунок електричних кіл з індуктивнозв'язаними елементами.

Список літературних джерел

1. Рудик А. В., Филипчук Л. В., Кулик Н. І. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1. Практикум : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2024. 113 с. URL: <https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi78/0057613.pdf>
2. Хілов В., Койфман О., Рухлов А. Практикум з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки». Частина 1. Стаціонарні процеси у лінійних колах постійних, гармонійних однофазних, трифазних і полігармонійних струмів. Одеса : Олді+, 2024. 186 с.
3. Хілов В. Теоретичні основи електротехніки. Київ : Каравела, 2021. 468 с.
4. Шегедин О., Маляр В. Теоретичні основи електротехніки : навчальний посібник. . Ч. 1. Львів : Новий Світ – 2000, 2020. 168 с.
5. Кунденко М. П., Мардзявко В. А., Руденко А. Ю. Аналіз технології генерації НВЧ випромінення з визначенням адаптивного типу діодів для подальшого конструювання апаратів для знезараження. *Інтегровані технології та енергозбереження*. 2023. № 2. С. 24–37. URL: <http://ite.khpi.edu.ua/article/view/292410/285462>
6. Кунденко М. П., Піх Є. О. Розробка технологічної схеми НВЧ–установки для сушіння зерна. *Енергетика і автоматика*. 2021. № 2. С. 75–85. DOI: <https://doi.org/10.31548/energiya2021.05.075>

Навчальне видання

ТЕОРІЯ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Методичні рекомендації

Укладач: **Циганов** Олександр Миколайович

Руденко Андрій Юрійович

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 4,4.

Тираж 20 прим. Зам. №_____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.