

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-енергетичний факультет

Кафедра електроенергетики, електротехніки та
електромеханіки

Фізика.

Модуль 5 «Електромагнетизм. Змінний електричний струм»,
методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачами
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка»

Миколаїв
2023

УДК 531.19
Ф48

Рекомендовано до друку науково-методичною комісією інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 07.12.2023, протокол № 4

Укладачі:

Вахоніна Лариса — канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

Грубань Василь — канд. тех. наук доцент кафедри тракторів та сільськогосподарського виробництва, Миколаївський національний аграрний університет.

Ставинський Андрій — д-р техн. наук, професор, зав. кафедрою електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний
аграрний університет, 2023

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Загальні методичні рекомендації до розв’язування задач і виконання контрольних робіт.....	6
Навчальний матеріал з розділу курсу фізики.....	7
1.Електромагнітизм.....	7
2.Змінний електричний струм.....	12
Приклади розв’язування задач.....	18
Задачі для самостійного розв’язування.....	44
Контрольна робота.....	48
Приклади тестових питань для захисту теоретичної частини змісту модуля.....	79
Додатки.....	88
Список використаних джерел.....	93

ВСТУП

У процесі занять студенти вчаться застосовувати набуті теоретичні знання. Вивчення теорії на прикладах, взятих із життя і досягнень науки та техніки, чітка організація практичних знань, високі вимоги до студентів сприяють вихованню якостей, які повинен мати майбутній спеціаліст.

Студент має ґрунтовно опрацьовувати відповідний лекційний матеріал, визначати незрозумілі питання для з'ясування під час занять та виконувати домашнє завдання.

Для засвоєння матеріалу, розширення та поглиблення знань, з'ясування функціональної залежності фізичних величин, встановлення зв'язку теорії з практикою, розвитку самостійного мислення і навичок самостійної роботи - розв'язування задач має першорядне значення. Отже, для розв'язування задач недостатньо формального знання фізичних законів. Для цього необхідне вміння міркувати, аналітично мислити, знаходити спеціальні методи розв'язування задач.

Перед тим, як виконувати самостійне завдання, студент повинен вивчити відповідний лекційний матеріал за літературою, рекомендованою викладачем, зрозуміти задачі, розв'язані до теми заняття, відповісти на запитання, поставлені до даної теми.

Задачі рекомендується розв'язувати у такій послідовності:

- а) ознайомлення з умовою задачі та її конкретний запис;
- б) аналіз задачі;
- в) розв'язування задачі;

- г) перевірка найменування одиниць виміру фізичних величин;
- д) обчислення потрібної величини;
- є) аналіз одержаного результату.

У методичних рекомендаціях наведено теоретичний матеріал з розділу "Електромагнетизм. Змінний електричний струм", що читається згідно з навчальним планом. Задачі підібрано так, щоб вони стосувалися основних питань курсу і щоб їх було достатньо для розв'язування під час занять в аудиторії та вдома. Для виконання самостійного завдання використовують окремі задачі.

Усі величини в задачах мають бути виражені за Міжнародною системою одиниць.(СІ)

Фізичні величини функціонально зв'язані між собою, а тому нераціонально для всіх величин довільно встановлювати одиниці вимірювання. У науці та техніці довільно прийнято одиниці лише для кількох величин, що називаються основними. Для решти величин одиниці виміру встановлені на основі формул, що зв'язують дану величину з величинами, для яких встановлено основні одиниці: ці нові одиниці називаються похідними. Сукупність основних і похідних одиниць виміру фізичних одиниць становлять систему одиниць.

Передбачено ряд задач для самостійного розв'язування , а також питання для самоперевірки теоретичної частини з курсу електромагнетизму (тести).

У контрольних роботах для студентів денної форми навчання передбачено шість задач. Використовуючи таблицю варіантів, студент визначає за номером варіанта відповідні номери задач.

Загальні методичні рекомендації до розв'язку задач і виконання контрольних робіт.

1. Розв'язування задач варто супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями; у разі, коли це можливо, дати рисунок, виконаний креслярським способом.

2. Розв'язувати задачу потрібно в загальному вигляді, тобто виразити шукану величину в літерних позначеннях величин, заданих в умові задачі. При такому способі розв'язування не виконуються обчислення проміжних величин.

3. Після одержання розрахункової формули для перевірки правильності, її варто підставити в праву частину формули замість символів позначення одиниць цих величин, провести з ними необхідні дії і переконатися в тому, що отримана при цьому одиниця вимірювання відповідає шуканій величині. Якщо такої відповідності немає, то це означає, що задачу розв'язано невірно.

4. Числові значення величин при підстановці їх у розрахункову формулу варто виражати тільки в одиницях СІ. Як виняток допускається виражати в будь-яких, але однакових одиницях, числові значення однорідних величин, що перебувають у чисельнику і знаменнику та мають однаковий ступінь.

5. При підстановці в розрахункову формулу, а також у відповіді числові значення величин варто записувати як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на відповідну ступінь десяти.

Наприклад, замість 3520 треба записати $3,52 \cdot 10^3$, замість 0,00129 записати $1,29 \cdot 10^{-3}$ і т.п.

6. Обчислення за розрахунковою формулою слід проводити з дотриманням правил наближених обчислень. Остаточну відповідь варто записувати з трьома значущими цифрами. Це стосується і випадку, коли результат отримано з використанням калькулятора.

НАВЧАЛЬНІ МАТЕРІАЛИ З РОЗДІЛУ КУРСУ ФІЗИКИ.

1.ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.

Зв'язок магнітної індукції B з напруженістю H магнітного поля

$$B = \mu\mu_0 H,$$

де μ — магнітна проникність ізотропного середовища; μ_0 — магнітна постійна. У вакуумі $\mu=1$, і тоді магнітна індукція у вакуумі

$$B = \mu_0 H.$$

Закон Біо - Савара – Лапласа

$$dB \frac{\mu\mu_0}{4\pi} [dlr] \frac{I}{r^3} \text{ чи } dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl,$$

де dB — магнітна індукція поля, створюваного елементом дроту довжиною dl зі струмом I ; вектор r -радіус-вектор, спрямований від елемента провідника до точки, в якій визначається магнітна індукція; α — кут між радіусом-вектором і напрямком струму в елементі дроту.

Магнітна індукція в центрі колового струму

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

де R — радіус колового витка.

Магнітна індукція на вісі колового струму

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

де h — відстань від центра витка до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля прямого струму

$$B = \mu\mu_0 I / (2\pi r_0),$$

де r_0 — відстань від вісі дроту до точки, в якій визначається магнітна індукція.

Магнітна індукція поля, створюваного відрізком дроту зі струмом (див. рис. 1, а і приклад 1),

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

Позначення зрозумілі з рисунка. Напрямок вектора магнітної індукції B позначено точкою — це значить, що B спрямований перпендикулярно площині креслення до нас.

При симетричному розташуванні кінців дроту щодо точки, в якій визначається магнітна індукція (рис. 1, б), $-\cos \alpha_2 = \cos \alpha_1 = \cos \alpha$, тоді

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r_0} \cos \alpha.$$

Магнітна індукція поля соленоїда

$$B = \mu\mu_0 n I,$$

де n — відношення числа витків соленоїда до його довжини.

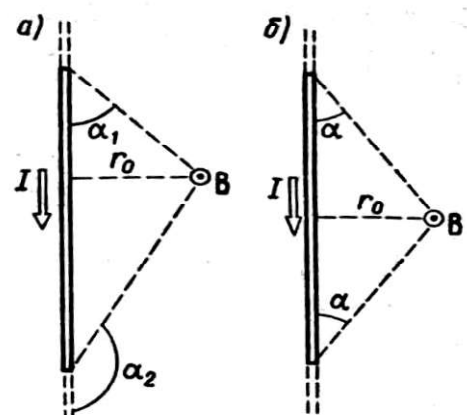


Рис. 1

Сила, що діє на дріт зі струмом у магнітному полі (закон Ампера),

$$F = I[Bl], \text{ чи } F = IBl \sin \alpha,$$

де l — довжина дроту; α — кут між напрямком струму в дроті і вектором магнітної індукції B . Це вираз справедливий для однорідного магнітного поля і прямого відрізка дроту. Якщо поле неоднорідне і провід не є прямим, то закон Ампера можна застосовувати до кожного елемента дроту окремо:

$$dF = I[dBl]$$

Магнітний момент плоского контуру зі струмом

$$p_m = nIS,$$

де n — одиничний вектор нормалі (позитивної) до площини контуру; I — сила струму, що протікає по контурі; S — площа контуру.

Механічний (обертальний) момент, що діє на контур зі струмом, розміщений в однорідному магнітному полі,

$$M = [p_m B] \text{ чи } M = p_m B \sin \alpha,$$

де α — кут між векторами p_m і B .

Потенційна енергія (механічна) контуру зі струмом у магнітному полі

$$\Pi_{\text{мех}} = p_m B, \text{ чи } \Pi_{\text{мех}} = p_m B \cos \alpha$$

Відношення магнітного моменту p_m до механічного L (моменту імпульсу) зарядженої частинки, що рухається по круговій орбіті,

$$\frac{p_m}{l} = \frac{1}{2} \frac{Q}{m},$$

де Q — заряд частинки; m — маса частинки.

Сила Лоренца

$$F = Q[vB], \text{ чи } F = QvB\sin\alpha.$$

де v — швидкість зарядженої частинки; α - кут між векторами v і B .

Магнітний потік:

а) у випадку однорідного магнітного поля і плоскої поверхні

$$\Phi = BS \cos \alpha \text{ чи } \Phi = B_n S,$$

де S — площа контуру; α — кут між нормаллю до площини контуру і вектором магнітної індукції:

б) у випадку неоднорідного поля і довільної поверхні:

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

(інтегрування ведеться по всій поверхні).

Ця формула вірна для соленоїда і тороїда з рівномірним намотуванням щільно прилягаючих один до одного N витків.

Робота по переміщенню замкнутого контуру в магнітному полі

$$A = I \Delta \Phi.$$

ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}.$$

Різниця потенціалів на кінцях дроту, що рухається із швидкістю v у магнітному полі,

$$U = Blv \sin \alpha,$$

де l — довжина дроту; α — кут між векторами v і B .

Заряд, що протікає по замкнутому контурі при зміні магнітного потоку, що пронизує цей контур,

$$Q = \Delta\Phi / R, \text{ чи } Q = N\Delta\Phi / R = \Delta\psi / R,$$

де R — опір контуру.

Індуктивність контуру

$$L = \Phi / I.$$

ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt},$$

Індуктивність соленоїда

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

де n — відношення числа витків соленоїда до його довжини; V — об'єм соленоїда.

Миттєве значення сили струму в ланцюзі, що має опір R і індуктивність L :

$$\text{а) } I = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L}) \quad (\text{при замиканні ланцюга}), \text{ де } \varepsilon \text{ — ЕРС}$$

джерела струму; t — час, що пройшов після замикання ланцюга;

б) $I = I_0 e^{-Rt/L}$ (при розмиканні ланцюга), де I_0 — сила струму в ланцюзі при $t=0$; t — час, що пройшов з моменту розмикання ланцюга.

Енергія магнітного поля. Об'ємна густина енергії магнітного поля (відношення енергії магнітного поля соленоїда до його об'єму)

$$\varpi = BH/2, \text{ чи } \varpi = B^2/(2\mu\mu_0),$$

де B — магнітна індукція; H — напруженість магнітного поля.

2.ЗМІННИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

2.1. Знаходження змінного струму. Миттєве і максимальне значення е. р. с.

В провіднику при перетині ним магнітних силових ліній виникає е. р. с. індукції, величина якої дорівнює добутку індукції поля на довжину провідника, на швидкість руху провідника і на синус кута між напрямками вектора магнітної індукції і вектора швидкості:

$$\varepsilon_{ind} = Blv \sin \varphi$$

$$\varepsilon_{ind} = \varepsilon_0 \sin \varphi = \varepsilon_0 \sin \omega t$$

ω — циклічна частота змінного струму.

Величину ε_0 називають *максимальним*, або *амплітудним*, значенням е. р. с.

Якщо рамка складається з N витків, то е. р. с, яка виникає в ній при рівномірному обертанні, буде в N раз більша

$$\varepsilon_{ind} = \omega NBS \sin \omega t$$

Якщо рамку замкнути на зовнішнє коло з опором R , в зовнішньому колі проходитиме змінний струм

$$I = I_0 \sin \omega t ,$$

який буде зареєстрований гальванометром. Величина I називається *миттєвим* значенням струму, а I_0 — *максимальним*, або *амплітудним*.

Змінним струмом називають струм, який змінюється за величиною і напрямом за синусоїдним законом.

2.2. Амплітуда, період, частота і фаза змінного струму. Ефективне (діюче) значення струму і напруги

Найбільші значення струму I_0 і ε_0 називаються *амплітудними*.
Час повної зміни е. р. с. (циклу), після якого весь процес її зміни повторюється в тому самому порядку, називається *періодом змінного струму* (T).

Число періодів змінного струму за одиницю часу називають *частотою змінного струму* ν :

$$\nu = \frac{1}{T}$$

Стандартна частота змінного струму 50 Гц.

Величину $\omega t = 2\pi\nu t = \frac{2\pi}{T}t$ називають *фазою змінного струму*.

Ефективне (діюче) значення струму:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Ефективним, або діючим, значенням сили змінного струму називається сила такого постійного струму, який виділяє в певному провіднику стільки ж теплоти за час одного періоду змінного струму, скільки останній за той самий час.

Ефективні значення напруги $U_{\text{еф}}$ і $\varepsilon_{\text{еф}}$ менші від максимальних (амплітудних) в $\sqrt{2}$ рази:

$$U_{\text{еф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \varepsilon_{\text{еф}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}}$$

Потужність змінного струму визначається добутком

$$P = U_{ef} \varepsilon_{ef} \cos \varphi ,$$

де φ — різниця фаз між струмом і е. р. с. Визначену таким способом потужність називають *ефективною*. Величина $\cos \varphi$ називається *коефіцієнтом потужності*.

2.3.Опори в колі змінного струму

Якщо в колі змінного струму є лише активний опір R , то вся електрична енергія витрачається на теплову дію. У цьому колі струм і напруга завжди мають однакові фази. Закон Ома в цьому разі справедливий як для максимальних, так і для діючих значень напруги і сили струму:

$$I_0 = \frac{U_0}{R}, I_{ef} = \frac{U_{ef}}{R}$$

Індуктивний опір прямо пропорційний індуктивності кола L і циклічній частоті змінного струму ω :

$$X_L = \omega L$$

Ємнісний опір X_c обернено пропорційний ємності C і циклічній частоті змінного струму ω :

$$X_c = \frac{1}{\omega C}$$

Індуктивний і ємнісний опори називають *реактивними*.

Якщо коло складається з послідовно сполучених активного, індуктивного і ємнісного опорів, то повний опір кола Z можна

визначити за формулою:
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

Зсув фаз між струмом і напругою в колі змінного струму визначають з рівності

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Закон Ома для кола з трьох послідовно сполучених опорів R , X_L і X_C визначається співвідношенням

$$I = \frac{U}{Z}$$

2.4. Трансформатори

Для змінного струму є. р. с. (напругу) підвищують за допомогою підвищувальних *трансформаторів*. У найпростішому вигляді трансформатор складається з двох обмоток на спільному замкнутому залізному осерді. Первинна обмотка N_1 складається з невеликого числа витків товстого проводу, вторинна обмотка N_2 — з великого числа витків тонкого проводу. Струм, що проходить через обмотку N_1 , створює змінний потік магнітної індукції Φ , який майже цілком зосереджений всередині осердя і пронизує витки вторинної обмотки. Обидві обмотки пронизуються тим самим потоком. При зміні цього потоку в кожній обмотці індукується є. р. с. Якщо N_1 — число витків первинної обмотки, то є. р. с, яка виникає, дорівнює

$$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

У вторинній обмотці, що має N_2 витків, виникає є. р. с, яка дорів-

нює

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Порівнявши вирази для ε_1 і ε_2 , дістанемо зв'язок

$$\varepsilon_1 = \frac{N_1}{N_2} \varepsilon_2$$

Відношення $\frac{N_1}{N_2}$ називають коефіцієнтом трансформації. Якщо число витків вторинної обмотки більше, ніж первинної ($N_2 > N_1$), то трансформатор називається *підвищувальним*. Якщо навпаки ($N_1 > N_2$), то трансформатор називається *знижувальним*.

Якщо до кінців вторинної обмотки трансформатора не під'єднане яке-небудь навантаження, тобто вторинна обмотка розімкнута (холостий хід трансформатора), то напруга на кінцях цієї обмотки і U_2 дорівнює е. р. с. ε_2 , що індукується в ній:

$$U_2 = \varepsilon_2$$

Е. р.с. ε_1 , яка індукується в первинній обмотці, напрямлена, за правилом Ленца, протилежно до прикладеної до неї зовнішньої напруги U_1 і майже дорівнює їй:

$$U_1 \approx \varepsilon_1$$

Отже, відношення індукованих е. р. с. в обмотках при холостому ході наближено дорівнює відношенню напруг на затискачах обмоток трансформатора:

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Якщо вторинну обмотку тепер замкнути на яке-небудь зовнішнє навантаження, то напруга на затискачах цієї обмотки вже дорівнюватиме

$$U_2^{\backslash} = \varepsilon_2 - I_2 r_2 ,$$

де $I_2 r_2$ — спад напруги на вторинній обмотці.

Осердя трансформатора виготовляють не з цільного куска заліза, а набирають з тонких пластин, ізольованих одна від одної шаром лаку або тонкого паперу. Це спричинено тим, що змінний магнітний потік, який існує в трансформаторі, створює е. р. с. індукції не лише у витках котушок, а й в осерді, яке також є провідником. Тому в осерді виникають *вихрові струми*, які називають *струмами Фуко*. Ці струми нагрівають осердя, що призводить до непродуктивних втрат енергії. Щоб зменшити ці втрати, осердя трансформатора набирають з окремих, ізольованих одна від одної, пластин. Нехтуючи втратами в трансформаторі, можна вважати, що потужності, які розвиваються в первинному і вторинному колах, практично однакові:

$$\varepsilon_1 I_1 = \varepsilon_2 I_2$$

Використавши попередню рівність (1), дістанемо

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$

Сили струмів у первинному і вторинному колах обернено пропорційні числу витків у первинній і вторинній обмотках.

Приклади рішення задач

Приклад 1. По відрізку прямого дроту довжиною $l=80\text{см}$ тече струм $I=50\text{А}$. Визначити магнітну індукцію B поля, створеного цим струмом, у точці A , рівновіддаленої від кінців відрізка дроту і знаходиться на відстані $r_0=30\text{см}$ від його середини.(рис.2)

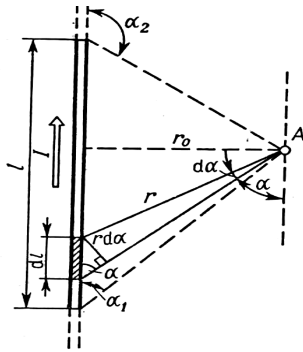


Рис.2

Рішення. Для рішення задач скористаємося законом Біо - Савара-Лапласа і принципом суперпозиції магнітних полів. Закон Біо-Савара-Лапласа дозволяє визначити магнітну індукцію dB , створювану елементом струму $I dl$. Помітимо, що вектор dB у точці A спрямований за площину креслення. Принцип суперпозиції дозволяє для визначення B скористатися геометричним підсумовуванням (інтегруванням):

$$B = \int_l dB, \quad (1)$$

де символ l означає, що інтегрування поширюється на всю довжину дроту.

Запишемо закон Біо-Савара-Лапласа у векторній формі:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} [dlr],$$

де dB — магнітна індукція, створена елементом дроту довжиною dl зі струмом I у точці, обумовлений радіусом-вектором r ; μ_0 - магнітна постійна; μ , — магнітна проникність середовища, у якій знаходиться дріт (у нашому випадку $\mu=1$). Помітимо, що вектори

dB від різних елементів струму співпадають за напрямком, тому вираз (1) можна переписати в скалярній формі:

$$B = \int_l dB,$$

$$\text{де } dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{r^2} dl.$$

В скалярному вираженні закону Біо-Савара-Лапласа кут α є кут між елементом струму Idl і радіус-вектором r . Таким чином,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin \alpha}{r^2} dl. \quad (2)$$

Перетворимо підінтегральний вираз так, щоб була одна перемінна — кут α . Для цього виразимо довжину елемента дроту dl через кут $d\alpha$: $dl = r d\alpha / \sin \alpha$ (рис. 2). Тоді підінтегральний вираз $\frac{\sin \alpha}{r^2} dl$ запишемо

$$\text{у вигляді } \frac{\sin \alpha}{r^2} \cdot \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{d\alpha}{r}.$$

Помітимо, що перемінна r також залежить від α , ($r = r_0 / \sin \alpha$); отже,

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin \alpha}{r_0} d\alpha.$$

Таким чином, вираз (2) можна переписати у вигляді

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi r_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha,$$

де α_1 і α_2 — межі інтегрування.

Виконаємо інтегрування

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3)$$

Помітимо, що при симетричному розташуванні точки А щодо

відрізка дроту $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$. З урахуванням цього формула (3) прийме вигляд

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} \cos\alpha_1 \quad (4)$$

З рис. 2 випливає що;

$$\cos\alpha = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

Підставивши вираз $\cos\alpha_1$ у формулу (4), одержимо

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \times \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}} \quad (5)$$

Зробивши обчислення по формулі (5), знайдемо

$$B = 26,7 \text{ мкТл.}$$

Напрямок вектора магнітної індукції B поля, створеного прямим струмом, можна визначити за правилом буравчика (правила правого гвинта).

Для цього проводимо магнітну силову лінію (штрихова лінія на рис. 3) і по дотичній до неї в цікавлячій нас точці проводимо вектор B . Вектор магнітної індукції B в точці А (рис. 4) спрямований і перпендикулярно площині креслення від нас.

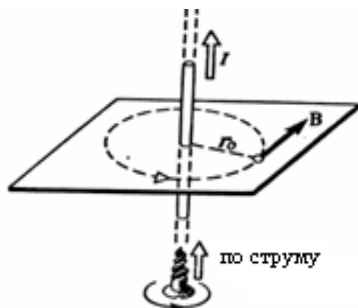


Рис. 3

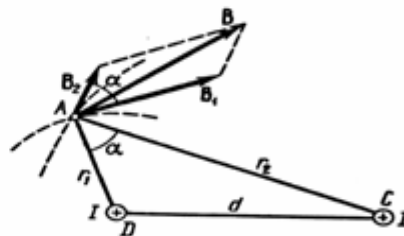


Рис.4

Приклад 2. Два паралельних нескінченно довгих проводи D і C, по яких тече в одному напрямку електричний струм силою $I=60\text{A}$, розташовані на відстані $d=10\text{см}$ один від одного. Визначити магнітну індукцію B поля, створеного провідниками зі струмом у точці А (рис. 4), що відстоїть від вісі одного провідника на відстані $r_1=5\text{см}$, від іншого — $r_2=12\text{см}$.

Рішення. Для визначення магнітної індукції B в точці А скористаємося принципом суперпозиції магнітних полів. Для цього визначимо напрямки магнітних індукцій B_1 , і B_2 полів, створених кожним провідником зі струмом окремо, і складемо їх геометрично:

$$B=B_1+B_2.$$

Модуль вектора B може бути знайдений по теоремі косинусів:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha} , \quad (1)$$

де α — кут між векторами B_1 і B_2 .

Магнітні індукції B_1 і B_2 виражаються відповідно через силу струму I і відстані r_1 і r_2 від проводів до точки А:

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1); \quad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2)$$

Підставляючи вираз B_1 і B_2 у формулу (1) і виносячи $\mu_0 I / (2\pi)$ за знак кореня, одержуємо

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha} . \quad (2)$$

Обчислимо $\cos \alpha$. Помітивши, що $\alpha = \angle DAC$ (так як кути з відповідно перпендикулярними сторонами), за теоремою косинусів запишемо

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \alpha ,$$

де d — відстань між проводами. Звідси

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 \cdot r_2}; \cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

Підставимо у формулу (2) числові значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} \cdot \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \cdot \frac{23}{40}} T_{\text{л}} = 3,08 \cdot 10^{-4} T_{\text{л}} = 308 \mu\text{кТл}$$

Приклад 3. По тонкому провідному кільцю радіусом $R=10\text{см}$ тече струм $I=80\text{А}$. Знайти магнітну індукцію B в точці A , рівновіддаленій від усіх точок кільця на відстань $r=20\text{см}$.

Рішення. Для рішення задачі скористаємося законом Біо — Савара — Лапласа:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[dlr]}{r^2},$$

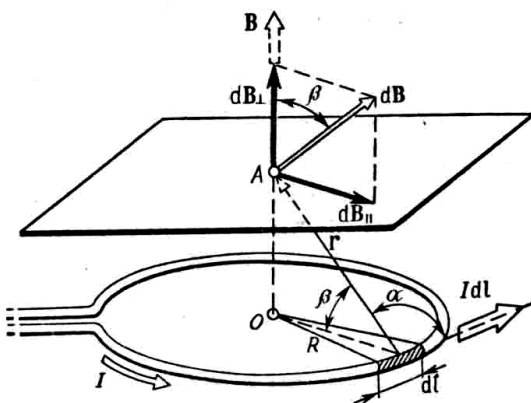


Рис.5

де dB — магнітна індукція поля, створеного елементом струму Idl точки, обумовленої радіусом вектором r .

Виділимо на кільці елемент dl і від нього в точку A проведемо радіус-вектор r (рис. 5). Вектор dB

направимо відповідно до правила буравчика.

Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів, магнітна індукція B в точці A визначається інтегруванням:

$$B = \int_l dB$$

де інтегрування ведеться по всіх елементах dl . Розкладемо вектор

dB на дві складові: $dB_{\perp}$, перпендикулярну площині кільця, і $dB_{\parallel}$, паралельно площині кільця, тобто

$$dB = dB_{\perp} + dB_{\parallel}$$

Тоді

$$B = \int_l dB_{\perp} + \int_l dB_{\parallel}$$

Помітивши, що $\int_l dB_{\parallel} = 0$ з понять симетрії і що вектори $dB_{\perp}$ від різних елементів dl співнаправлені, замінимо векторне підсумовування (інтегрування) скалярним:

$$B = \int_l dB_{\perp}, \quad \text{де} \quad dB = dB \cos \beta \quad \text{і} \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \quad (\text{оскільки } dl$$

перпендикулярний r і, отже, $\sin \alpha = 1$). Таким чином,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cdot \cos \beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \cos \beta \cdot 2\pi R}{4\pi r^2}.$$

Після скорочення на 2π і заміни $\cos \beta$ на R/r (рис.5) одержимо

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}.$$

Перевіримо, чи дає права частина рівності одиницю магнітної індукції (Тл):

$$\frac{[\mu_0][I][R^2]}{[r^3]} = \frac{1\Gamma_n \cdot 1A \cdot 1m^2}{m \cdot 1m^3} = \frac{1\Gamma_n \cdot 1A^2}{1A \cdot 1m^2} = \frac{1Дж}{1A \cdot 1m^2} = \frac{1H \cdot 1m}{1A \cdot 1m} = 1Тл$$

Тут ми скористалися визначальною формулою для магнітної індукції:

$$B = \frac{M_{\max}}{p}.$$

$$\text{Тоді} \quad 1Тл = \frac{1H \times 1m}{1A \times 1m^2}$$

Виразимо усі величини в одиницях СІ і зробимо обчислення

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 80 \cdot (0,1)^2}{2 \cdot (0,2)^3} Tл = 6,28 \cdot 10^{-5} Tл,$$

чи $B=62,8\text{мкТл}$.

Вектор **B** спрямований по вісі кільця (пунктирна стрілка на рис. 5) відповідно до правила свердлика.

Приклад 4. Довгий провід зі струмом $I=50\text{А}$ згинають під кутом $\alpha=2\pi/3$. Визначити магнітну індукцію B в точці А (рис. 6). Відстань $d=5\text{ см}$.

Рішення. Вигнутий провід можна розглядати як два довгих проводи, кінці яких з'єднані в точці О (рис.6) . Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів магнітна індукція B в точці А буде дорівнювати геометричній сумі магнітних індукцій B_1 і B_2 полів, створених відрізками довгих проводів 1 до 2, тобто $B=B_1 + B_2$. Магнітна індукція B_2 дорівнює нулю. Це впливає з закону Біо—Савара—Лапласа, відповідно до якого в точках, що лежать на вісі приводу, $dB=0$ ($[dlr]=0$).

Магнітну індукцію B_1 знайдемо, скориставшись співвідношенням (3), знайденим у прикладі 1:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

де r_0 — найкоротша відстань від дроту I до точки А (рис. 7).



рис.6

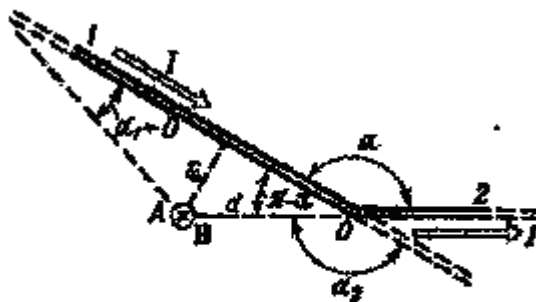


рис.7

У нашому випадку $\alpha \rightarrow 0$ (провід довгий), $\alpha_2 = \alpha = 2\pi/3$ ($\cos\alpha_2 = \cos(2\pi/3) = -1/2$). Відстань $r_0 = d \sin(\pi - \alpha) = d \sin(\pi/3) = d\sqrt{3}/2$.

Тоді магнітна індукція

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d \sqrt{3}/2} (1 + 1/2).$$

Так як $B=B_1$ ($B_2=0$), то

$$B = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi d}.$$

Вектор B співпадає по напрямку з вектором B_1 і визначається правилом правого гвинта. На (рис. 7) цей напрямок відзначений хрестиком у кружечку (перпендикулярно площини креслення, від нас).

Перевірка одиниць аналогічна виконаній в прикладі 3. Зробимо обчислення:

$$B = \frac{\sqrt{3} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \text{ Тл} = 3,46 \cdot 10^{-5} \text{ Тл} = 3,46 \text{ мкТл}$$

Приклад 5. Два нескінченно довгих проводи схрещені під прямим кутом (рис. 8). По проводах течуть струми $I_1=80$ А та $I_2=60$ А. Відстань d між проводами дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію B в точці А, однаково віддаленої від обох проводів.

Рішення. Відповідно до принципу суперпозиції магнітних полів магнітна індукція $\mathbf{B}$ поля, створеного струмами I_1 і I_2

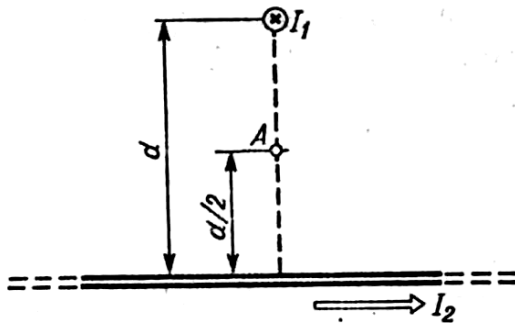


Рис. 8

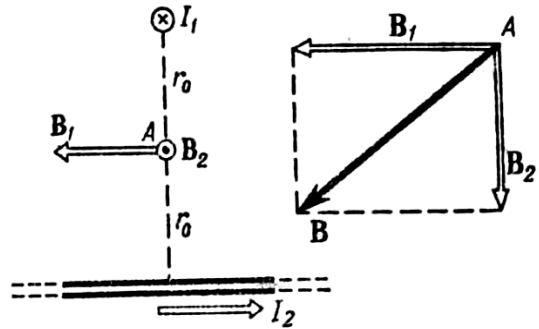


Рис. 9

визначається виразом $B = B_1 + B_2$, де B_1 — магнітна індукція поля, створеного в точці А струмом I_1 ;

B_2 — магнітна індукція поля, створеного в точці А струмом I_2 .

Помітимо, що вектори B_1 і B_2 взаємно перпендикулярні (їхні напрямки знаходяться за правилом буравчика і зображені в двох проекціях на рис. 9). Тоді модуль вектора B можна визначити по теоремі Піфагора:

$$B = |\mathbf{B}| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2},$$

де B_1 і B_2 визначаються по формулах розрахунку магнітної індукції для нескінченно довгого прямолінійного дроту зі струмом:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0} \text{ і } B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}$$

У нашому випадку $r_0 = d/2$. Тоді

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2}.$$

Перевірка одиниць величин аналогічно виконаній в прикладі (3).

Зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 10^{-1}} \sqrt{80^2 + 60^2} Tл = 4 \cdot 10^{-4} Tл = 400 \mu Tл.$$

Приклад 6. Нескінченно довгий провід зігнутий так, як це зображено на рис. 10. Радіус R дуги кола дорівнює 10 см. Визначити магнітну індукцію B поля, створену в точці O струм $I=80$ А, що тече по цьому проводі.

Рішення. Магнітну індукцію B в точці O знайдемо, використовуючи принцип суперпозиції магнітних полів: $B = \sum B_i$. У нашому випадку провід можна розбити на три частини (рис. 11): два прямолінійних проводи (1 і 3),

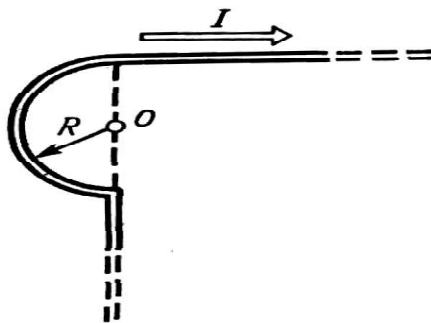


Рис. 10

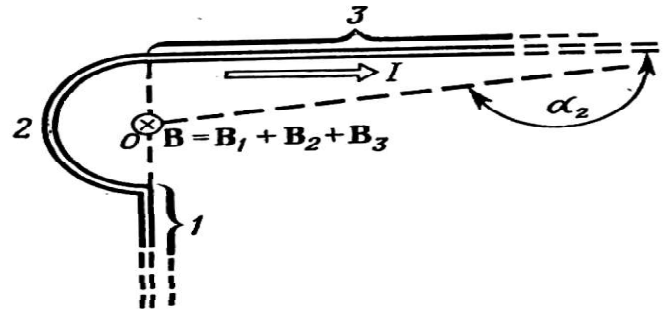


Рис. 11

Одним кінцем направлені в нескінченність, і дугу півкола (2) радіуса R .

Тоді

$$B = B_1 + B_2 + B_3$$

де B_1 , B_2 і B_3 — магнітні індукції в точці O , створені струмом, що тече відповідно на першій, другій і третій ділянках проводу.

Так як точка O лежить на осі дроту 1, то $B_1=0$ і тоді

$$B = B_2 + B_3$$

З урахуванням того, що вектори B_2 і B_3 спрямовані відповідно до правила буравчика перпендикулярно площині креслення від нас, то геометричне підсумовування можна замінити алгебраїчним:

$$B = B_2 + B_3$$

Магнітну індукцію B_2 знайдемо, скориставшись виразом для магнітної індукції в центрі колового струму:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

У нашому випадку магнітне поле в точці O створюється лише половиною такого колового струму, тому

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнітну індукцію B_3 знайдемо, скориставшись співвідношенням 3, виведеним у прикладі 1:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

У нашому випадку $r_0 = R$, $\alpha_1 = \pi/2$ ($\cos \alpha_1 = 0$), $\alpha_2 \rightarrow \pi$ ($\cos \alpha_2 = -1$), Тоді:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

Використовуючи знайдені вирази для B_2 і B_3 , одержимо

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

чи

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\pi + 1).$$

Перевірка одиниць величин аналогічно виконана в прикладі 3.

Зробимо обчислення:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0,1} (\pi + 1) Tл = 3,31 \cdot 10^{-4} Tл.$$

Приклад 7. По двом паралельним прямим проводах довжиною $l=2,5$ м кожний, що знаходяться на відстані $d=20$ см один від одного, течуть однакові струми $I=1$ кА. Обчислити силу взаємодії струмів.

Рішення. Взаємодія двох проводів, по яких течуть струми, здійснюється через магнітне поле. Кожен струм створює магнітне поле, що діє на інший провід.

Припустимо, що обидва струми (позначимо їх для зручності I_1 і I_2) течуть в одному напрямку. Струм I_1 створює в місці розташування другого дроту (зі струмом I_2) магнітне поле.

Проведемо лінію магнітної індукції (пунктир на рис. 12) через другий провід і по дотичній до неї — вектор магнітної індукції B_1 . Модуль магнітної індукції B_1 визначається співвідношенням

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}. \quad (1)$$

Відповідно по закону Ампера, на кожен елемент другого дроту зі струмом I_2 довжиною dl діє в магнітному полі сила

$$dF = I_2 B_1 dl \sin(dlB).$$

Тому що вектор dl перпендикулярний вектору B_1 , то $\sin(dlB)=1$ і тоді

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Підставивши в цей вираз B_1 згідно (1), одержимо

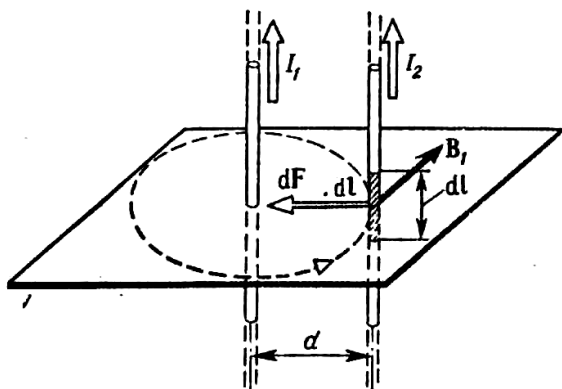


Рис. 12

$$dF = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Силу F взаємодії проводів зі струмом знайдемо інтегруванням:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l.$$

Помітивши, що $I_1 = I_2 = I$

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю сили (Н) :

$$\frac{[\mu_0] [I^2] [l]}{[d]} = \frac{1 \text{ Гн/м} \times 1 \text{ А}^2 \times 1 \text{ м}}{1 \text{ м}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Н}$$

Зробимо обчислення:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} \text{ Н} = 2,5 \text{ Н}$$

Сила F співпадає по напрямку із силою dF (рис. 12) і визначається (у даному випадку простіше) правилом лівої руки.

Приклад 8. Протон, що пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U=600\text{В}$, влетів в однорідне магнітне поле з індукцією $B=0,3\text{Тл}$ і почав рухатися по колу. Обчислити радіус R кола.(рис. 13)

Рішення. Рух зарядженої частинки

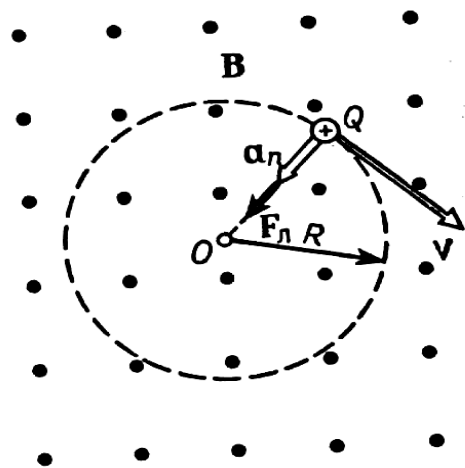


Рис. 13

в однорідному магнітному полі буде відбуватися по колі тільки в тому випадку, коли частинка влетить у магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції $v \perp B$. Тому що сила Лоренца перпендикулярна вектору v , то вона надасть частинці (протону) нормальне прискорення a_n .

Відповідно до другого закону Ньютона,

$$F_L = ma_n, \quad (1)$$

де m — маса протона.

На рис.13 сполучена траєкторія протона з площиною креслення і надано (довільно) напрямок вектора v . Силу Лоренца направимо перпендикулярно вектору v до центра кола (вектори a_n і F_L співпадає). Використовуючи правило лівої руки, визначимо напрямок магнітних силових ліній (напрямок вектора B).

Перепишемо вираз (1) у скалярній формі (у проекції на радіус):

$$F_L = ma_n. \quad (2)$$

У скалярній формі $F_L = QBv \sin \alpha$. У нашому випадку $v \perp B$ і $\sin \alpha = 1$, тоді $F_L = QvB$. Тому що нормальне прискорення $a_n = v^2/R$, то вираз (2) перепишемо таким способом:

$$QvB = mv^2 / R$$

Звідси знаходимо радіус кола:

$$R = mv / (QB).$$

Помітивши, що mv є імпульс протона (p), цей вираз можна записати у вигляді

$$R = p / (QB). \quad (3)$$

Імпульс протона знайдемо, скориставшись зв'язком між роботою сил електричного поля і зміною кінетичної енергії протона, тобто $A = \Delta T$, чи

$$Q(\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1,$$

де $\varphi_1 - \varphi_2$ — прискорююча різниця потенціалів (чи напруга, що прискорює, U) ; T_1 і T_2 — початкова і кінцева кінетичні енергії протона.

Нехтуючи початковою кінетичною енергією протона ($T_1 \approx 0$) і виразивши кінетичну енергію T_2 через імпульс p , одержимо

$$QU = p^2 / (2m)$$

Знайдемо з цього виразу імпульс підставимо його у формулу (3):

$$R = \frac{\sqrt{2mQU}}{QB},$$

чи

$$R = \frac{1}{B} \sqrt{2mU/Q}. \quad (4)$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю довжини (м):

$$\begin{aligned} \frac{[m^{1/2}][U^{1/2}]}{[B][Q^{1/2}]} &= \frac{1}{1Tл} \left(\frac{1кз \times 1В}{1Кл} \right)^{1/2} = \frac{(1кз)^{1/2} \times 1А \cdot м^2 \times (1Дж)^{1/2}}{1Дж \times 1Кл} = \frac{(1кз)^{1/2} \times 1м^2}{(1Дж)^{1/2} \times 1с} = \\ &= \frac{(1кз)^{1/2} \cdot м^2}{(1Дж)^{1/2} \cdot м/с \cdot с} = 1м \end{aligned}$$

Підставимо у формулу (4) числові значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$R = \frac{1}{0,3} \sqrt{\frac{2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 600}{1,6 \cdot 10^{-19}}} м = 0,0118 м = 11,8 мм.$$

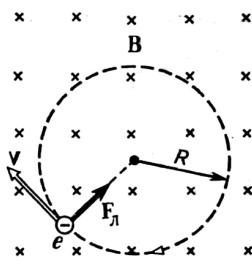


Рис. 14

Приклад 9. Електрон, влетівши в однорідне магнітне поле ($B=0,2$ Тл), став рухатися по кола радіуса $R=5$ см. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного колового струму.

Рішення. Електрон починає рухатися по кола, якщо він влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно лініям магнітної індукції. На рис.14 лінії магнітної індукції перпендикулярні площини креслення і спрямовані «від нас» (позначені хрестиками).

Рух електрона по колу еквівалентно круговому струмі, який у даному випадку визначається виразом

$$I_{екв} = \frac{|e|}{T},$$

де e - заряд електрона; T – період його обертання.

Період обертання можна виразити через швидкість електрона v і шлях, пройдений електроном за період $T=v/(2\pi R)$. Тоді

$$I_{екв} = |e|v/(2\pi R). \quad (1)$$

Знаючи $I_{екв}$, знайдемо магнітний момент еквівалентного колового струму. По визначенню, магнітний момент контуру зі струмом виражається співвідношенням

$$p_m = I_{екв} S, \quad (2)$$

де S — площа, обмежена колом, описаним електроном ($S=\pi R^2$).

Підставивши $I_{екв}$ із (1) у виразу (2), одержимо

$$p_m = \frac{|e|\hbar}{2\pi R} \times \pi R^2$$

Скоротимо на πR і перепишемо цей вираз у вигляді:

$$p_m = \frac{1}{2}|e|\hbar R. \quad (3)$$

В отриманому виразі є швидкість електрона, що зв'язана з радіусом R кола, по якій він рухається, співвідношенням $R = \hbar / (mv)$ (див. приклад 8). Замінивши Q на $|e|$, знайдемо швидкість $v = |e|\hbar R / m$ і підставимо її у формулу (3):

$$p_m = \frac{|e|^2 \hbar^2 R^2}{2m}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю магнітного моменту ($A \cdot m^2$):

$$\frac{|e|^2 \hbar^2 R^2}{2m} = \frac{(1.6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot (1.05 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31}} = \frac{(1.6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 1.1 \cdot 10^{-68}}{1.82 \cdot 10^{-30}} = \frac{2.8 \cdot 10^{-56}}{1.82 \cdot 10^{-30}} = 1.5 \cdot 10^{-26} A \cdot m^2$$

Приклад 10. Електрон рухається в однорідному магнітному полі ($B=10\text{мТл}$) по гвинтовій лінії, радіус R якої дорівнює 1 см і

крок $h=6$ см. Визначити період T обертання електрона і його швидкість v .

Рішення. Електрон буде рухатися по гвинтовій лінії, якщо він влітає в однорідне магнітне поле під

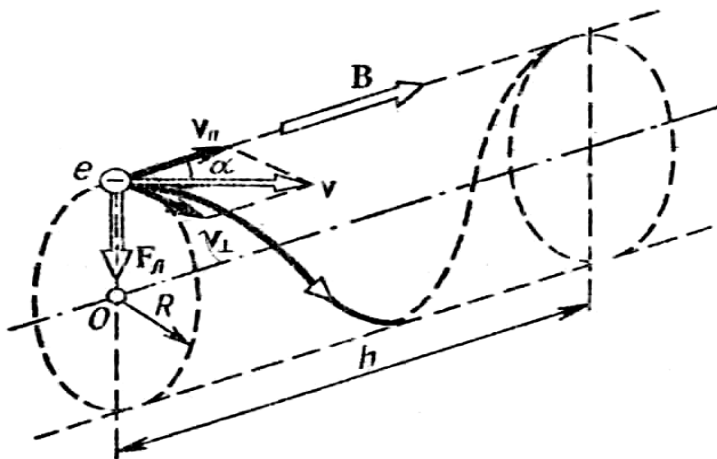


Рис. 15

деяким кутом ($\alpha \neq \pi/2$) до ліній магнітної індукції. Розкладемо, як це показано на рис.15, швидкість v електрона на два складові: рівнобіжну вектору $B(v_{\parallel})$ і перпендикулярну йому ($v_{\perp}$). Швидкість $v_{\parallel}$ у магнітному полі не змінюється і забезпечує переміщення електрона уздовж силової лінії. Швидкість $v_{\perp}$ у результаті дії сили Лоренца буде змінюватися тільки по напрямку ($F_L \perp v_{\perp}$) (під час відсутності рівнобіжної складової ($v_{\parallel}=0$) рух електрона відбувався б по колу в площині, перпендикулярній магнітним силовим лініям). Таким чином, електрон буде брати участь одночасно в двох рухах: рівномірному переміщенні із швидкістю $v_{\parallel}$ і рівномірному русі по кола зі швидкістю $v_{\perp}$.

Період обертання електрона зв'язаний з перпендикулярною складовою швидкості співвідношенням

$$T = 2\pi R / v_{\perp} \quad (1)$$

Знайдемо відношення $R/v_{\perp}$. Для цього скористаємося тим, що сила Лоренца повідомляє електрону нормальне прискорення $a_n = v_{\perp}^2 / R$. Відповідно до другого закону Ньютона можна написати

$$F_L = ma_n$$

чи

$$|e|v_{\perp}B = mv_{\perp}^2 / R, \quad (2)$$

де $v_{\perp} = v \sin \alpha$.

Скоротивши (2) на $v_{\perp}$, виразимо співвідношення $R/v_{\perp}$. ($R/v_{\perp} = m/|e|B$) і підставимо його у формулу (1):

$$T = 2\pi \times \frac{m}{|e|B}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю часу (с):

$$\frac{[m]}{[e][B]} = \frac{1\kappa\mathcal{Z}}{1K\mathcal{L}\cdot 1T\mathcal{L}} = \frac{1\kappa\mathcal{Z}\cdot A\cdot \mathcal{M}^2}{1A\cdot c\cdot H\cdot \mathcal{M}} = \frac{1\kappa\mathcal{Z}\cdot c^2\cdot \mathcal{M}^2}{1c\cdot \kappa\mathcal{Z}\cdot \mathcal{M}^2} = 1c$$

Зробимо обчислення:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} c = 3,57 \cdot 10^{-9} c = 3,57 \text{ нс}.$$

Модуль швидкості v , як це видно з рис. 15, можна виразити через $v_{\perp}$ і $v_{\parallel}$:

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}$$

З формули (2) виразимо перпендикулярну складову швидкості:

$$v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}.$$

Рівнобіжну складову швидкості $v_{\parallel}$ знайдемо з наступних розумінь. За час, рівний періоду звертання T , електрон пройде уздовж силової лінії відстань, рівну кроку гвинтової лінії, тобто $h = Tv_{\parallel}$, звідки

$$v_{\parallel} = h/T$$

Підставивши замість T праву частину виразу (2), одержимо

$$v_{\parallel} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Таким чином, модуль швидкості електрона

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}.$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю швидкості (м/с). Для цього помітимо, що R і h мають однакову одиницю — метр (м). Тому в квадратних дужках ми

поставимо тільки одну з величин (наприклад, R):

$$\cdot \frac{[e][B]}{[m]} [R^2]^{1/2} = \frac{1Kл \cdot 1Tл}{1кг} м = \frac{1A \cdot c \cdot H \cdot м \cdot м}{кг \cdot A \cdot м^2} = \frac{1H \cdot c}{1кг} = \frac{1кг \cdot м \cdot c}{1кг \cdot c^2} = 1м/с$$

Зробимо обчислення

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left[(0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2\pi} \right)^2 \right]^{1/2} м/с = 2,46 \cdot 10^7 м/с.$$

Приклад 11. Альфа-частинка пройшла різницю потенціалів, що прискорює, $U=104$ В і влетіла в схрещені під прямим кутом електричне ($E=10$ кВ/м) і магнітне ($B=0,1$ Тл) поля. Знайти відношення заряду альфа-частинки до її маси, якщо, рухаючи перпендикулярно обом полям, частка не випробує відхилень від прямолінійної траєкторії.

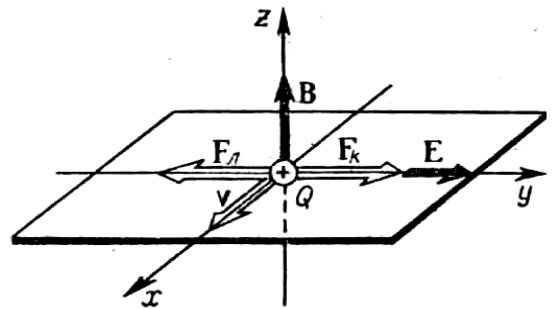


Рис. 16

Рішення. Для того щоб знайти відношення заряду Q альфа-частинки до її маси m , скористаємося зв'язком між роботою сил електричного поля і зміною кінетичної енергії частинки:

$$QU = mv^2 / 2$$

$$\text{звідки } Q/m = v^2 / (2U) \quad (1)$$

Швидкість v альфа-частинки знайдемо з наступних розумінь. У схрещених електричному і магнітному полях на заряджену частку, що рухається, діють дві сили:

а) сила Лоренца $F_L = Q[vB]$, спрямована перпендикулярно швидкості v і вектору магнітної індукції B ;

б) Кулонівська сила $F_K = QE$, співпадає за напрямком з вектором напруженості E електростатичного поля ($Q>0$). На рис. 16 направимо вектор магнітної індукції

B уздовж вісі Oz , швидкість v — у позитивному напрямку вісі Ox , тоді F_L і F_K будуть спрямовані так, як показано на рисунку.

Альфа-частинка не буде випробувати відхилення, якщо геометрична сума сил. $F_L=F_K$ буде дорівнювати нулю. У проекції на вісь Oy одержимо наступну рівність (при цьому враховано, що $v \perp B$ і $\sin \alpha = 1$):

$$\text{Тоді} \quad QE - QvB = 0,$$

Звідки

$$v = E / B.$$

Підставивши це вираз швидкості у формулу (1), одержимо

$$Q/m = E^2(2UB^2).$$

Переконаємося в тому, що права частина рівності дає одиницю питомого заряду (Кл/кг):

$$\frac{[E^2]}{[U][B^2]} = \frac{(1B/м)^2}{1B \cdot 1Tл)^2} = \frac{(1B \cdot A)^2}{1B \cdot (1H)^2} = \frac{1Дж \cdot 1Кл}{(1H \cdot c)^2} = \frac{1Кл \cdot м}{1H \cdot c^2} = 1Кл/кг$$

Зробимо обчислення:

$$\frac{Q}{m} = \frac{(10^4)^2}{2 \cdot 10^4 \cdot (0,1)^2} Кл/кг = 4,81 \cdot 10^7 Кл/кг = 48,1 МКл/кг$$

Приклад 12. Коротка котушка, що містить $N=103$ витків, рівномірно обертається з частотою $n=10c^{-1}$ навколо вісі AB , що лежить у площині котушки і перпендикулярна лініям однорідного магнітного поля ($B=0,04Тл$). Визначити миттєве значення ЕРС

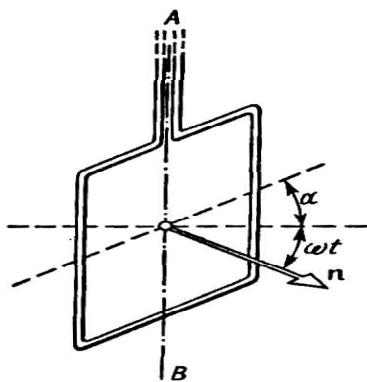


Рис. 17

індукції для тих моментів часу, коли площина котушки складає кут $\alpha=60^\circ$ з лініями поля. Площа S котушки дорівнює 100 см^2 .

Рішення. Миттєве значення ЕРС індукції ε_i визначається основним рівнянням електромагнітної індукції

Фарадея—Максвела:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt} \quad (1)$$

Зчеплення потоку $\psi = N\Phi$, де N — число витків котушки, що пронизуються магнітним потоком Φ . Підставивши вираз Ψ у формулу (1), одержимо

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При обертанні котушки магнітний потік Φ , що пронизує котушку в момент часу t , змінюється за законом $\Phi = BS \cos \omega t$, де B — магнітна індукція; S — площа котушки; ω — кутова швидкість котушки. Підставивши у формулу (2) вираз магнітного потоку Φ і продиференціювавши за часом, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t.$$

Помітивши, що кутова швидкість ω зв'язана з частотою обертання n котушки співвідношенням $\omega = 2\pi n$ і що кут $\omega t = \pi/2 - \alpha$ (рис. 17), одержимо (враховано, що $\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos \alpha$)

$$\varepsilon_i = 2\pi nBS \cos \alpha.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю ЕРС (В):

$$[n][B][S] = \frac{1\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{1\text{с}} = \frac{1\text{В} \cdot \text{м}^2}{1\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{Кл}} = 1\text{В}.$$

Зробимо обчислення:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 2,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 0,05\text{В} = 25,1\text{В}.$$

Приклад 13. Квадратна дротова рамка зі стороною $a=5$ см і опором $R=10$ мОм знаходиться в однорідному магнітному полі ($B=40$ мТл). Нормаль до площини рамки складає кут $\alpha=30^\circ$ з лініями магнітної індукції. Визначити заряд Q , що пройде по рамці, якщо магнітне поле виключити.

Рішення. При вимиканні магнітного поля відбудеться зміна магнітного потоку. Внаслідок цього в рамці виникне ЕРС індукції, обумовлена основним законом електромагнітної індукції

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

ЕРС індукції викликає в рамці індукційний струм, миттєве значення якого можна визначити скориставшись законом Ома для повного ланцюга $I_i = \varepsilon_i / R$, де R — опір рамки. Тоді

$$I_i R = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Тому що миттєве значення сили індукційного струму $I_i = \frac{dQ}{dt}$, то це вираз можна переписати у вигляді

$$\frac{dQ}{dt} R = - \frac{d\Phi}{dt}, \text{ звідки } dQ = - \frac{d\Phi}{R} \quad (1)$$

Проінтегрувавши вираз (1), знайдемо

$$\int_0^Q dQ = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi \quad \text{чи} \quad Q = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Помітивши що при виключеному полі (кінцевий стан) $\Phi_2=0$, остання рівність перепишеться у вигляді

$$Q = \frac{\Phi_1}{R}. \quad (2)$$

Знайдемо магнітний потік Φ_1 . По визначенню магнітного потоку маємо

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha,$$

де S — площа рамки.

У нашому випадку (рамка квадратна) $S=a^2$. Тоді

$$\Phi_1 = Ba^2 \cos \alpha. \quad (3)$$

Підставивши (3) у (2), одержимо

$$Q = \frac{Ba^2}{R} \cos \alpha.$$

Переконаємося в тому, що права частина цієї рівності дає одиницю заряду (Кл):

$$\frac{[B][a^2]}{[R]} = \frac{1\text{Тл} \cdot (1\text{м}^2)}{1\text{Ом}} = \frac{1\text{Н} \cdot \text{м}^2}{1\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{Ом}} = \frac{1\text{Дж}}{1\text{В}} = 1\text{Кл}$$

Зробимо обчислення:

$$Q = \frac{0,04 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{3/2}}{0,01} \text{Кл} = 8,67 \cdot 10^{-3} \text{Кл} = 8,67 \text{мКл}$$

Приклад 14. Плоский квадратний контур зі стороною $a=10$ см, по якому тече струм $I=100$ А, вільно установився в однорідному магнітному полі ($B=1\text{Тл}$). Визначити роботу A , чинену зовнішніми

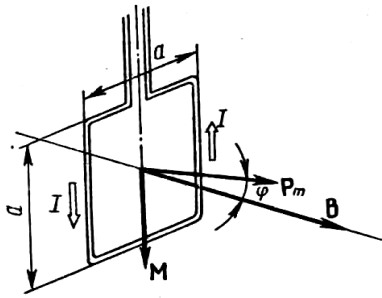


Рис. 18

силами при повороті контуру щодо вісі, що проходить через середину його протилежних сторін, на кут: 1) $\varphi_1=90^\circ$; 2) $\varphi_2=3^\circ$. При повороті контуру сила струму в ньому підтримується незмінною.

Рішення. Як відомо, на контур зі струмом у магнітному полі діє момент сили (рис. 18)

$$M = p_m B \sin \varphi, \quad (1)$$

де $p_m = IS = I a^2$ — магнітний момент контуру; B — магнітна індукція; φ — кут між векторами p_m (спрямований по нормалі до контуру) і B . За умовою задачі в початковому положенні контур вільно встановився в магнітне поле. При цьому момент сили дорівнює нулю ($M=0$), а виходить, $\varphi=0$, тобто вектори p_m і B співпадають за напрямком. Якщо зовнішні сили виведуть контур з положення рівноваги, то момент сил, що виник [див. (1)] буде прагнути повернути контур у вихідне положення. Протидіяти цьому буде робота зовнішніх сил. Оскільки момент сил змінний (залежить від кута повороту φ), то для підрахунку роботи застосуємо формулу роботи в диференціальній формі $dA = M d\varphi$. З огляду на формулу (1), одержуємо

$$dA = I B a^2 \cdot \sin \varphi d\varphi.$$

Взявши інтеграл від цього вираз, знайдемо роботу при повороті на кінцевий кут:

$$A = I B a^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi \quad (2)$$

Робота при повороті на кут $\varphi=90^\circ$

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = IBa^2 \cdot [(-\cos \varphi)]_0^{\pi/2} = IBa^2 \quad (3)$$

Виразимо числові значення величин в одиницях СІ ($I=100$ А, $B=1$ Тл, $a=10$ см= $0,1$ м) і підставимо в (3):

$$A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}$$

Робота при повороті на кут $\varphi_2=3^\circ$. У цьому випадку, з огляду на, що кут φ_2 малий, замінимо у виразі (2) $\sin \varphi \approx \varphi$:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2 \quad (4)$$

Виразимо кут φ_2 у радіанах. Після підстановки числових значень величин у (4) знайдемо

$$A_2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 \text{ Дж} = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж}.$$

Задачу можна вирішити й іншими способами:

1. Робота зовнішніх сил по переміщенню контуру зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку сили струму в контурі на зміну магнітного потоку, що пронизує контур:

$$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

де Φ_1 — магнітний потік, що пронизує контур до переміщення; Φ_2 — те ж, після переміщення.

Якщо $\varphi_1=90^\circ$, то $\Phi_1=BS$, $\Phi_2=0$.

Отже, $A=IBS=IBa_2$,

I що збігається з (3).

2. Скористаємося виразом для механічної потенційної енергії контуру зі струмом у магнітному полі

$$\Pi(\varphi) = -p_m B \cos \varphi.$$

Тоді робота зовнішніх сил

$$A = \Delta\Pi = \Pi_2 - \Pi_1,$$

чи

$$A = p_m B (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

Тому що $p_m = Ia^2$, $\cos \varphi_1 = 1$ і $\cos \varphi_2 = 0$, то

$$A = IBa^2,$$

що також збігається з (3).

Приклад 15. Соленоїд із сердечником з немагнітного матеріалу містить $N=1200$ витків дроту, щільно прилягаючий один до одного. При силі струму $I=4$ А магнітний потік $\Phi=6$ мкВб. Визначити індуктивність L соленоїда і енергію W магнітного поля соленоїда.

Рішення. Індуктивність L зв'язана з зчепленням потоку W і силою струму I співвідношенням

$$\psi = IL. \quad (1)$$

Зчеплення потоку, у свою чергу, може бути визначене через потік Φ и число витків N (за умови, що витки щільно прилягають один до одного):

$$\psi = \Phi N \quad (2)$$

З формул (1) і (2) знаходимо індуктивність соленоїда:

$$L = N\Phi / I \quad (3)$$

Енергія магнітного поля соленоїда

$$W = \frac{1}{2} LI^2$$

Виразивши L згідно (3), одержимо

$$W = \frac{1}{2} N \Phi I. \quad (4)$$

Підставимо у формули (3) і (4) значення фізичних величин і зробимо обчислення:

$$L = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} \Gamma_H = 1,8 \cdot 10^{-3} \Gamma_H = 1,8 \text{ мГн};$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \text{ Дж} = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 14,4 \text{ мДж}.$$

Приклад 16. Визначити максимальний потік магнітної індукції через прямокутну рамку, яка в однорідному магнітному полі робить 10 об/с. Амплітуда е. р. с, яка наводиться в рамці, 3 В.

Д а н о

Рішення

$n = 10$ об/с, Е. р. с, яка виникає в рамці, можна записати у вигляді:
 $\varepsilon_0 = 3$ В.

$$\varepsilon = \omega B S \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t ,$$

Φ —? де ε_0 — амплітудне значення е. р. с, яку можна записати інакше:

$$\varepsilon_0 = \omega B S = 2\pi n B S ,$$

де $B S = \Phi$ — максимальний магнітний потік, що пронизує рамку (у той момент, коли рамка перпендикулярна до магнітного поля).

Тому

$$\Phi = \frac{\varepsilon_0}{2\pi n}, \Phi = \frac{3 \text{ В}}{2 \cdot 3,14 \cdot 10 \frac{1}{\text{с}}} = 4,8 \cdot 10^{-2} \text{ Вб}$$

Приклад 17. Знайти індуктивність котушки, якщо амплітуда змінної напруги на її кінцях дорівнює 200 В, амплітуда струму в ній дорівнює 15 А і частота струму дорівнює 50 Гц. Активним опором котушки знехтувати.

Д а н о

Рішення

$$U_0 = 200 \text{ В.}$$

Індуктивний опір котушки

$$I_0 = 15 \text{ А,}$$

$$X = \omega L ,$$

$$\nu = 50 \text{ Гц}$$

де $\omega = 2\pi\nu$ — циклічна частота струму.

$$L = ?$$

Із закону Ома $I_0 = \frac{U_0}{X_L}$ - для кола з індуктивністю

визначаємо:

$$L = \frac{U_0}{2\pi\nu I_0}, L = \frac{200 \text{ В}}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \text{ Гц} \cdot 15 \text{ А}} = 0,042 \text{ Г}$$

Приклад 18. Первинну обмотку трансформатора (знижувального) з коефіцієнтом трансформації $k = 8$ увімкнено в сітку з напругою 220 В. Опір вторинної обмотки трансформатора 1,2 Ом, сила струму у вторинній обмотці 5 А. Визначити напругу на затискачах вторинної обмотки. Втратами в первинній обмотці трансформатора знехтувати.

Д а н о

Рішення

$$k = 8$$

Е. р. с. у вторинній обмотці трансформатора

$$U_1 = 220 \text{ В}$$

$$\varepsilon = \frac{U_1}{k}$$

$$r_2 = 1,2 \text{ Ом}$$

Напруга на затискачах вторинної обмотки буде

$$I_2 = 5 \text{ А}$$

$$U_2 = \varepsilon_2 - I_2 r_2 = \frac{U_1}{k} - I_2 r_2$$

$$U_2 = ?$$

$$U_2 = \frac{220 \text{ В}}{8} - 5 \text{ А} \cdot 1,2 \text{ Ом} = 21,5 \text{ В}$$

Приклад 19. Трансформатор підвищує напругу з 220 В до 2000 В. У вторинній обмотці проходить струм 0,6 А. К. к. д. трансформатора 98%. Який струм проходить у первинній обмотці?

Д а н о

Рішення

$U_1 = 220 \text{ В}$, Під час роботи трансформатора є некорисні втрати
 $U_2 = 2000 \text{ В}$, на нагрівання обмоток трансформатора, на вихрові
 $I_2 = 0,6 \text{ А}$, струми в осерді і на переманіччування осердя.

$\eta = 98\% = 0,98$. Тому потужність, яку віддає вторинна обмотка

$I_1 = ?$ навантаженню, $I_2 U_2$ (корисна) буде менша

за потужність, яку підводять до первинної обмотки, $I_1 U_1$

(затрачена). Під к. к. д. трансформатора слід розуміти відношення

$$\frac{I_2 U_2}{I_1 U_1} = \eta$$

Звідси можна знайти величину струму в первинній обмотці:

$$I_1 = \frac{I_2 U_2}{U_1 \eta}$$

Підставимо числові значення:

$$I_1 = \frac{0,6 \text{ А} \cdot 2000 \text{ В}}{0,98 \cdot 220 \text{ В}} \approx 5,56 \text{ А}$$

Задачі для самостійного рішення

1. Напруженість магнітного поля $H=100 \text{ А/м}$. Обчислити магнітну індукцію B цього поля у вакуумі. [126мкТл]
2. По двох довгих рівнобіжних проводах течуть в однаковому

напрямку струми $I_1 = 10\text{A}$ и $I_2 = 15\text{A}$. Відстань між проводами $A = 10$ см. Визначити напруженість H магнітного поля в точці, вилученої від першого дроту на $r_1 = 8$ см і від другого на $r_2 = 6$ см. $[44,5 \text{ A/м}]$

3. Вирішити задачу 2 за умови, що струми течуть у протилежних напрямках, точка вилучена від першого дроту на $r_1 = 15$ см і від другого на $r_2 = 10$ см. $[17,4 \text{ A/м}]$

4. По тонкому провіднику, вигнутому у вигляді правильного шестикутника зі стороною $a = 10$ см, тече струм $I = 20$ А. Визначити магнітну індукцію B в центрі шестикутника. $[138 \text{ мкТл}]$.

5. Обмотка соленоїда містить два шари щільно прилягаючи один до одного витки дроту діаметром $d = 0,2\text{мм}$. Визначити магнітну індукцію B на вісі соленоїда, якщо по дроту тече струм $I_1 = 0,5\text{A}$. $[6,28 \text{ мТл}]$

6. В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,01\text{Тл}$ поміщений прямий провідник довжиною $l = 20\text{см}$ (проводи що підводяться знаходяться поза полем). Визначити силу F , що діє на провідник, якщо по ньому тече струм $I = 50\text{A}$, а кут ϕ між напрямком струму і вектором магнітної індукції дорівнює 30° . $[50 \text{ мН}]$

7. Рамка зі струмом $I = 5$ А містить $N = 20$ витків тонкого дроту. Визначити магнітний момент p_m рамки зі струмом, якщо її площа $S = 10 \text{ см}^2$. $[0,1 \text{ A} \cdot \text{м}^2]$

8. По витку радіусом $R = 10$ см тече струм $I = 50\text{A}$. Виток поміщений в однорідне магнітне поле ($B = 0,2\text{Тл}$). Визначити момент сили M , що діє на виток, якщо площина витка складає кут $\phi = 60^\circ$ з лініями індукції. $[0,157 \text{ Н} \cdot \text{м}]$

9. Протон влетів у магнітне поле перпендикулярно лініям

індукції і описав дугу радіусом $R=10$ см. Визначити швидкість v протона, якщо магнітна індукція $B=1$ Тл. $[9,57 \text{ Мм/с}]$

10. Визначити частоту n звертання електрона по коловій орбіті в магнітному полі ($B=1$ Тл). $[2,8 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}]$

11. Електрон в однорідному магнітному полі рухається по гвинтовій лінії радіусом $R=5$ см і кроком $h=20$ см. Визначити швидкість v електрона, якщо магнітна індукція $B=0,1$ мТл. $[1,04 \cdot 10^6 \text{ м/с}]$

12. Кільце радіусом $R=10$ см знаходиться в однорідному магнітному полі ($B=0,318$ Тл). Площина кільця складає з лініями індукції кут $\varphi=30^\circ$. Обчислити магнітний потік Φ , що пронизує кільце. $[5 \text{ мВб}]$

13. По провіднику, зігнутому у вигляді квадрата зі стороною $a=10$ см, тече струм $I=20$ А. Площина квадрата перпендикулярна магнітним силовим лініям поля. Визначити роботу A , яку необхідно зробити для того, щоб видалити провідник за межі поля. Магнітна індукція $B=0,1$ Тл. Поле вважати однорідним. $[0,02 \text{ Дж}]$

14. Провідник довжиною $l=1$ м рухається зі швидкістю $v=5$ м/с перпендикулярно лініям індукції однорідного магнітного поля. Визначити магнітну індукцію B , якщо на кінцях провідника виникає різниця потенціалів $U=0,02$ В. $[4 \text{ мТл}]$

15. Рамка площею $S=50 \text{ см}^2$, що містить $N=100$ витків, рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ($B=40$ мТл). Визначити максимальну ЕРС індукції ε_{max} , якщо вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна лініям індукції, а рамка обертається з частотою $n=960$ об/хв. $[2,01 \text{ В}]$

16. Кільце з дроту опором $R=1\text{ мОм}$ знаходиться в однорідному магнітному полі ($B=0,4\text{ Тл}$). Площина кільця складає з лініями індукції кут $\varphi=90^\circ$. Визначити заряд Q , що протече по кільцю, якщо його висмикнути з поля. Площа кільця $S=10\text{ см}^2$. [0,4 Кл]

17. Соленоїд містить $N=4000$ витків дроту, по якому тече струм $I=20\text{ А}$. Визначити магнітний потік Φ і потокозчеплення Ψ , якщо індуктивність $L=0,4\text{ Гн}$. [2мВб; 8Вб]

18. На картонний каркас довжиною $l=50\text{ см}$ і площею перетину $S=4\text{ см}^2$ намотаний в один шар провід діаметром $d=0,2\text{ мм}$ так, що витки щільно прилягають один до одного (товщиною ізоляції знехтувати). Визначити індуктивність L соленоїда, що вийшов. [6,28мГн]

19. Визначити силу струму в ланцюзі через $t=0,01\text{ с}$ після її розмикання. Опір ланцюга $R=20\text{ Ом}$ і індуктивність $L=0,1\text{ Гн}$. Сила струму до розмикання ланцюга $I_0=50\text{ А}$. [6,75 А]

20. По обмотці соленоїда індуктивністю $L=0,2\text{ Гн}$ тече струм $I_1=10\text{ А}$. Визначити енергію W магнітного поля соленоїда. [10Дж]

Контрольна робота.

Варіант	Номера задач					
1	1	31	61	91	121	151
2	2	32	62	92	122	152
3	3	33	63	93	123	153
4	4	34	64	94	124	154
5	5	35	65	95	125	155
6	6	36	66	96	126	156
7	7	37	67	97	127	157
8	8	38	68	98	128	158
9	9	39	69	99	129	159
10	10	40	70	100	130	160
11	11	41	71	101	131	161
12	12	42	72	102	132	162
13	13	43	73	103	133	163
14	14	44	74	104	134	164
15	15	45	75	105	135	165
16	16	46	76	106	136	166
17	17	47	77	107	137	167
18	18	48	78	108	138	168
19	19	49	79	109	139	169
20	20	50	80	110	140	170
21	21	51	81	111	141	171
22	22	52	82	112	142	172
23	23	53	83	113	143	173
34	24	54	84	114	144	174
25	25	55	85	115	145	175
26	26	56	86	116	146	176
27	27	57	87	117	147	177
28	28	58	88	118	148	178
29	29	59	89	119	149	179
30	30	60	90	120	150	180

1. Точкові заряди $Q_1=20\text{мкКл}$, $Q_2=-10\text{мкКл}$ знаходяться на відстані $d=5\text{ см}$ один до одного. Визначити напруженість поля в точці, віддаленої на $r_1=3\text{ см}$ від першого і на $r_2=4\text{ см}$ від другого заряду. Визначити також силу F , що діє в цій точці на точковий заряд $Q=1\text{мкКл}$.

2. Три однакових точкових заряди $Q_1=Q_2=Q_3=2\text{нКл}$ знаходяться у вершинах рівностороннього трикутника зі сторонами $a=10\text{см}$. Визначити модуль і напрямок сили F , що діє на один із зарядів з боку двох інших.

3. Два позитивних точкових заряди Q і $9Q$ закріплені на відстані $d=100\text{ см}$ один від одного. Визначити, у якій точці на прямій, що проходить через заряди, варто помістити третій заряд так, щоб він знаходився в рівновазі. Вказати, який знак повинний мати цей заряд для того, щоб рівновага була стійкою, якщо переміщення зарядів можливі тільки уздовж прямої, що проходить через закріплені заряди.

4. Дві однаково заряджених кульки підвішені в одній точці на нитках однакової довжини. При цьому нитки розійшлися на кут α . Кульки занурюють в олію. Яка густина ρ олії, якщо кут розбіжності ниток при зануренні в олію залишається незмінним? Густина матеріалу кульок $\rho_0=1,5\cdot 10^3\text{ кг/м}^3$, діелектрична проникність олії $\varepsilon=2,2$.

5. Чотири однакових заряди $Q_1=Q_2=Q_3=Q_4=40\text{нКл}$ закріплені у вершинах квадрата зі стороною $a=10\text{ см}$. Знайти силу F , що діє на один з цих зарядів з боку трьох інших.

6. Точкові заряди $Q_1=30\text{мкКл}$ і $Q_2=-20\text{мкКл}$ знаходяться на

відстані $d=20$ см один від одного. Визначити напруженість електричного поля E в точці, віддаленій від першого заряду на відстань $r_1=30$ см, а від другого на $r_2=15$ см.

7. У вершинах правильного трикутника зі стороною $a=10$ см знаходяться заряди $Q_1=10\text{мкКл}$, $Q_2=20\text{мкКл}$ і $Q_3=30\text{мкКл}$. Визначити силу F , що діє на заряд Q_2 з боку двох інших зарядів.

8. У вершинах квадрата знаходяться однакові заряди $Q_1=Q_2=Q_3=Q_4=8\cdot 10^{-10}$ Кл. Який негативний заряд Q потрібно помістити в центрі квадрата, щоб сила взаємного відштовхування позитивних зарядів була урівноважена силою притягання негативного заряду?

9. На відстані $d=20$ см знаходяться два точкових заряди: $Q_1=-50$ нКл і $Q_2=100$ нКл. Визначити силу F , що діє на заряд $Q_3=-10$ нКл, віддалений від обох зарядів на однакову відстань, рівну d .

10. Відстань d між двома точковими зарядами ($Q_1=2\text{нКл}$ і $Q_2=4\text{нКл}$ дорівнює 60 см. Визначити точку, у яку потрібно помістити третій заряд Q_3 так, щоб система зарядів знаходилася в рівновазі. Визначити заряд Q_3 і його знак. Стійка чи хитлива буде рівновага?

11. Тонкий стержень довжиною $l=20\text{см}$ несе рівномірно розподілений заряд $\tau=0,1\text{мкКл}$. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці A , що лежить на вісі стержня на відстані $a=20$ см від його кінця.

12. По тонкому півкільцю радіуса $R=10\text{см}$ рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau=1\text{мкКл/м}$. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим

зарядом у точці О, що збігається з центром кільця.

13. Тонке кільце несе розподілений заряд $Q=0,2\text{мкКл}$. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці А, рівновіддалені від усіх точок кільця на відстань $r=20\text{см}$. Радіус кільця $R=10\text{см}$.

14. Третина тонкого кільця радіуса $R=10\text{ см}$ несе розподілений заряд $Q=50\text{нКл}$. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці О, що збігається з центром кільця.

15. Нескінченний тонкий стержень, обмежений з одного боку, несе рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau=0,5\text{мкКл/м}$. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці А, що лежить на вісі стержня на відстані $a=20\text{см}$ від його початку.

16. По тонкому кільцю радіусом $R=20\text{см}$ рівномірно розподілений з лінійною густиною $\tau=0,2\text{ мкКл/м}$ заряд. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці А, що знаходиться на вісі кільця на відстані $h=2R$ від його центра.

17. По тонкому півкільцю рівномірно розподілений заряд $Q=20\text{мкКл}$ із лінійною густиною $\tau=0,1\text{мкКл/м}$. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці О, що збігається з центром кільця.

18. Чверть тонкого кільця радіусом $R=10\text{см}$ несе рівномірно розподілений заряд $Q=0,05\text{мкКл}$. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці О, що

збігається з центром кільця.

19. По тонкому кільцю рівномірно розподілений заряд $Q=10$ нКл із лінійною густиною $\tau = 0,01$ мкКл/м. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці A , що лежить на вісі кільця і віддаленого від його центра на відстань, рівна радіусу кільця.

20. Дві третини тонкого кільця радіусом $R=10$ см несуть рівномірно розподілений з лінійною густиною $\tau=0,2$ мкКл/м заряд. Визначити напруженість E електричного поля, створеного розподіленим зарядом у точці O , що збігається з центром кільця.

21. На двох концентричних сферах радіусом R і $2R$ рівномірно розподілені заряди з поверхневою густиною σ_1 і σ_2 (рис. 10). Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського-Гаусса, знайти залежність $E(r)$ напруженості електричного поля від відстані для трьох областей: I , II і III . Прийняти $\sigma_1=4\sigma$, $\sigma_2=\sigma$; 2) обчислити напруженість E в точці, вилученій від центра на відстань r , і вказати напрямок вектора E . Прийняти $\sigma=30$ нКл/м², $r=1,5R$; 3) побудувати графік $E(r)$.

22. Див. умова задачі 321. В п. 1 прийняти $\sigma_1=\sigma_2=-\sigma$. В п. 2 прийняти $\sigma=0,1$ мкКл/м², $r=3$.

23. Див. умова задачі 321. В п.1 прийняти $\sigma_1=-4\sigma$, $\sigma_2=\sigma$. В п. 2 прийняти $\sigma=50$ нКл/м², $r=1,5R$.

22. Див. умова задачі 321. В п. 1 прийняти $\sigma_1=-2\sigma$, $\sigma_2=\sigma$. В п. 2 прийняти $\sigma=0,1$ мкКл/м², $r=3R$.

25. На двох нескінченних паралельних площинах рівномірно

розподілені заряди з поверхневою густиною σ_1 і σ_2 (рис. 11). Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського-Гаусса і принцип суперпозиції електричних полів, знайти вираз $E(x)$ напруженості електричного поля в трьох областях: I , II і III . Прийняти $\sigma_1=2\sigma$, $\sigma_2=\sigma$; 2) обчислити напруженість E поля в точці, розташованій ліворуч від площин, і вказати напрямки вектора E ; 3) побудувати графік $E(x)$.



Рис. 19

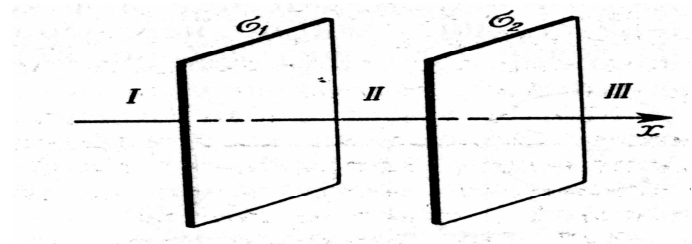


Рис. 20

26. Див. умову задачі 25. У п. 1 прийняти $\sigma_1=-4\sigma$, $\sigma_2=2\sigma$. У п. 2 прийняти $\sigma=40$ нКл/м² і точку розташувати між площинами.

27. Див. умова задачі 25. У п. 1 прийняти $\sigma_1=\sigma$, $\sigma_2=-2\sigma$. У п. 2 прийняти $\sigma=20$ нКл/м² і точку розташувати справа від площин.

28. На двох коаксіальних нескінченних циліндрах радіусами R і $2R$ рівномірно розподілені заряди з поверхневою густиною σ_1 і σ_2 (рис. 21). Потрібно: 1) використовуючи теорему Остроградського-Гаусса: знайти залежність $E(r)$ напруженості

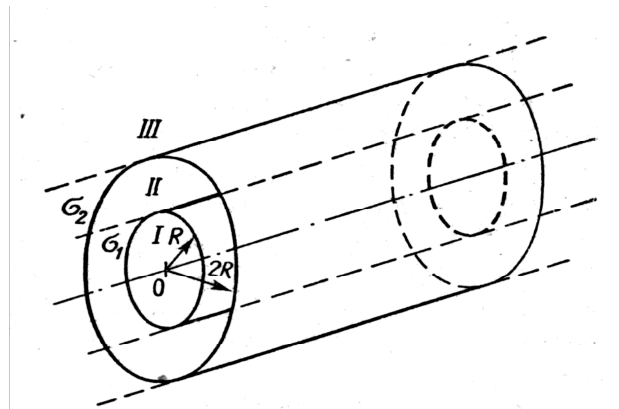


Рис. 21

електричного поля від відстані для трьох областей: *I*, *II*, *III*.
 Прийняти $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) обчислити напруженість E в точці, вилученої від вісі циліндрів на відстань r , і вказати напрямок вектора E . Прийняти $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$, $r = 1,5R$;
 3) побудувати графік $E(r)$.

29. Див. умова задачі 328. У п. 1 прийняти $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$. У п. 2 прийняти $\sigma = 60 \text{ нКл/м}^2$, $r = 3R$.

30. Див. умова задачі 328. У п. 1 прийняти $\sigma_1 = -\sigma$, $\sigma_2 = 4\sigma$. У п. 2 прийняти $\sigma = 30 \text{ нКл/м}^2$, $r = 4R$.

31. Два точкових заряди $Q_1 = 6 \text{ нКл}$ і $Q_2 = 3 \text{ нКл}$ знаходяться на відстані $d = 60 \text{ см}$ один від одного. Яку роботу необхідно зробити зовнішнім силам, щоб зменшити відстань між зарядами вдвічі?

32. Електричне поле створене зарядженою провідною кулею, потенціал ϕ якої 300 В . Визначити роботу сил поля по переміщенню заряду $q = 0,2 \text{ мкКл}$ із точки 1 у точку 2 (рис. 22).

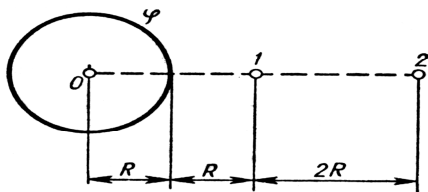


Рис. 22

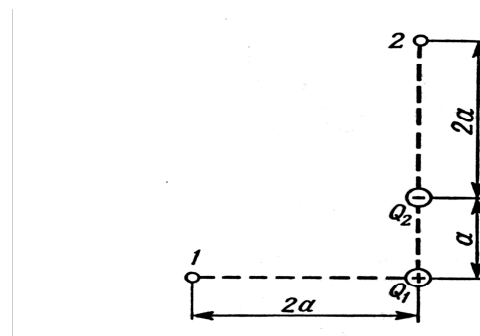


Рис. 23

33. Електричне поле створене зарядами $Q_1 = 2 \text{ мкКл}$, $Q_2 = -2 \text{ мкКл}$, що знаходяться на відстані $a = 10 \text{ см}$ один від одного. Визначити роботу сил поля, при переміщенні заряду $Q = 0,5 \text{ мкКл}$ із

точки 1 у точку 2 (рис. 23).

34. Дві паралельно заряджені площини, з поверхневою густиною заряду $\sigma_1=2\text{мкКл/м}^2$ і $\sigma_2=-0,8\text{мкКл/м}^2$, знаходяться на відстані $d=0,6$ см одна від одної. Визначити різницю потенціалів U між площинами.

35. Диполь з електричним моментом $p=100\text{пКл}\cdot\text{м}$ вільно установився у вільному електричному полі напруженістю $E=200\text{кВ/м}$. Визначити роботу зовнішніх сил, яку необхідно затрати для повороту диполя на кут $\alpha=180^\circ$.

36. Чотири однакових краплі ртуті, заряджених до потенціалу $\phi=10\text{В}$, зливаються в одну. Який потенціал ϕ_1 краплі, що утворилася?

37. Тонкий стержень зігнутий у кільце радіусом $R=10$ см. Він рівномірно заряджений з лінійною густиною заряду $\tau=800\text{нКл/м}$. Визначити потенціал ϕ у точці, розташованій на вісі кільця на відстані $h=10\text{см}$ від його центра.

38. Поле утворене точковим диполем з електричним моментом $p=200\text{пКл}\cdot\text{м}$. Визначити різниця потенціалів U двох точок поля, розташованих симетрично щодо диполя на його вісі на відстані $r=40\text{см}$ від центра диполя.

39. Електричне поле утворене нескінченно довгою зарядженою ниткою, лінійна густина заряду якої $\tau=20\text{пКл/м}$. Визначити різницю потенціалів U двох точок поля, що знаходять від нитки на відстані $r_1=8$ см і $r_2=12$ см.

40. Тонка квадратна рамка рівномірно заряджена з лінійною густиною заряду $\tau=200\text{пКл/м}$. Визначити потенціал ϕ поля в точці

перетину діагоналей.

41. Порошина масою $m=200\text{мкг}$, що несе на собі заряд $Q=40\text{нКл}$, влетіла в електричне поле в напрямку силових ліній. Після проходження різниці потенціалів $U=200\text{ В}$ порошина мала швидкість $v=10\text{м/с}$. Визначити швидкість v_0 порошини до того, як вона влетіла в поле.

42. Електрон, який мав кінетичну енергію $T=10\text{еВ}$, влетів в однорідне електричне поле в напрямку силових ліній. Яку швидкістю буде мати електрон, пройшовши в цьому полі різницю потенціалів $U=8\text{В}$?

43. Знайти відношення швидкостей іонів Cu^{2+} і K^+ , що пройшли однакову різницю потенціалів.

44. Електрон з енергією $T=400\text{ еВ}$ (у нескінченності) рухається уздовж силової лінії в напрямку до поверхні металевої зарядженої сфери радіусом $R=10\text{ см}$. Визначити мінімальну відстань a , на яку наблизиться електрон до поверхні сфери, якщо заряд її $Q=-10\text{ нКл}$.

45. Електрон, пройшовши в плоскому конденсаторі шлях від однієї пластини до іншої, придбав швидкість $v=105\text{ м/с}$. Відстань між

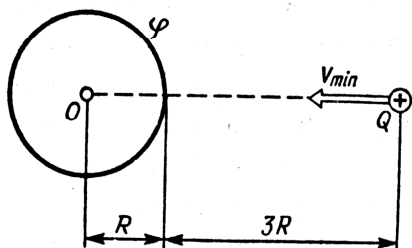


Рис. 24

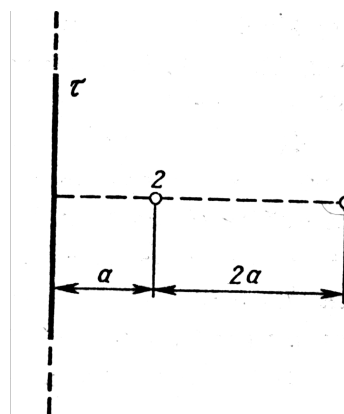


Рис. 25

пластинами $d=8$ мм. Знайти: 1) різницю потенціалів U між пластинами; 2) поверхневу густину заряду σ на пластинах.

46. Порошина масою $m=5$ нг, що несе на собі $N=10$ електронів, пройшла у вакуумі прискорюючи різницю потенціалів $U=1$ МВ. Яка кінетична енергія T порошини? Яку швидкість v придбала порошина?

47. Яку мінімальну швидкість $v_{\min}$ повинен мати протон, щоб він міг досягти поверхні металевої кулі зарядженої до потенціалу $\varphi = 400$ В (рис. 24)?

48. В однорідне електричне поле напруженістю $E=200$ В/м влітає (вздовж силових ліній) електрон зі швидкістю $v_0=2$ Мм/с. Визначити відстань l , що пройде електрон до точки, в якій його швидкість буде дорівнювати половині початкової.

49. Електричне поле створене нескінченною зарядженою прямою лінією з рівномірно розподіленим зарядом ($\tau=10$ нКл/м). Визначити кінетичну енергію T_2 електрона в точці 2, якщо в точці 1 його кінетична енергія $T_1=200$ еВ (рис. 25).

50. Електрон рухається вздовж силових ліній однорідного електричного поля. У деякій точці поля з потенціалом $\varphi_1=100$ В електрон мав швидкість $v_1=6$ Мм/с. Визначити потенціал φ_2 точки поля, дійшовши до якого електрон втратить половину своєї швидкості.

51. Конденсатори ємністю $C_1=5$ мкФ і $C_2=10$ мкФ заряджені до напруг $U_1=60$ В і $U_2=100$ В відповідно. Визначити напругу на обкладках конденсаторів після їхнього з'єднання обкладками, що мають однойменні заряди.

52. Конденсатор ємністю $C_1=10$ мкФ заряджений до напруги $U=10$ В. Визначити заряд на обкладках цього конденсатора після того, як паралельно йому був підключений інший, незаряджений, конденсатор ємністю $C_2=20$ мкФ.

53. Конденсатори ємностями $C_1=2$ мкФ, $C_2=5$ мкФ і $C_3=10$ мкФ з'єднані послідовно і знаходяться під напругою $U=850$ В. Визначити напругу і заряд на кожному з конденсаторів.

54. Два конденсатори ємностями $C_1=2$ мкФ і $C_2=5$ мкФ заряджені до напруг $U_1=100$ В и $U_2=150$ В відповідно. Визначити напругу на обкладках конденсаторів після їхнього з'єднання обкладками, що мають різнойменні заряди.

55. Два однакових плоских повітряних конденсатори ємністю $C=100$ пФ кожний з'єднані в батарею послідовно. Визначити, на скільки зміниться ємність C батареї, якщо простір між пластинами одного з конденсаторів заповнити парафіном.

56. Два конденсатори ємностями $C_1=5$ мкФ і $C_2=8$ мкФ з'єднані послідовно і приєднані до батареї з ЕРС $\mathcal{E}=80$ В. Визначити заряди Q_1 і Q_2 конденсаторів і різниці потенціалів U_1 і U_2 між їхніми обкладками.

57. Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин радіусом $R=10$ см кожна. Відстань між пластинами $d=2$ мм. Конденсатор приєднаний до джерела напруги $U=80$ В. Визначити заряд Q і напруженість E поля конденсатора в двох випадках: а) діелектрик — повітря; б) діелектрик — скло.

58. Дві металеві кульки радіусами $R_1=5$ см і $R_2=10$ см мають заряди $Q_1=40$ нКл і $Q_2=-20$ нКл відповідно. Знайти енергію W , що

виділиться при розряді, якщо кулі з'єднати провідником.

59. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено двома шарами діелектрика: скла товщиною $d_1=0,2$ см і шаром парафіну товщиною $d_2=0,3$ см. Різниця потенціалів між обкладками $U=300$ В. Визначити напруженість E поля і падіння потенціалу в кожному із шарів.

60. Плоский конденсатор із площею пластин $S=200$ см² кожна заряджений до різниці потенціалів $U=2$ кВ. Відстань між пластинами $d=2$ см. Діелектрик — скло. Визначити енергію W поля конденсатора і густину енергії w поля.

61. Котушка і амперметр з'єднані послідовно і підключені до джерела струму. До клем котушки приєднано вольтметр з опором $r=4$ кОм. Амперметр показує силу струму $I=0,3$ А, вольтметр — напруга $U=120$ В. Визначити опір R котушки. Визначити відносну похибку ε , що буде допущена при вимірі опору, якщо зневажити силою струму, що тече через вольтметр.

62. ЕРС батареї $\varepsilon=80$ В, внутрішній опір $R_i=5$ Ом. Зовнішній ланцюг споживає потужність $P=100$ Вт. Визначити силу струму I у ланцюгу, напругу U , під яким знаходиться зовнішній ланцюг, і її опір R .

63. Від батареї, ЕРС якої $\varepsilon=600$ В, потрібно передати енергію на відстань $l=1$ км. Споживана потужність $P=5$ кВт. Знайти мінімальні втрати потужності в мережі, якщо діаметр підвідних мідних проводів, $d=0,5$ см.

64. При зовнішньому опорі $R_1=8$ Ом сила струму в ланцюзі $I_1=0,8$ А, при опорі $R_2=15$ Ом сила струму $I_2=0,5$ А, Визначити силу

струму $I_{к.з.}$ короткого замикання джерела ЕРС.

65. ЕРС батареї $\varepsilon=24\text{В}$. Найбільша сила струму, що може дати батарея, $I_{\max}=10\text{А}$. Визначити максимальну потужність $P_{\max}$, що може виділятися в зовнішньому ланцюзі.

66. Акумулятор з ЕРС $\varepsilon=12\text{В}$ заряджається від мережі постійного струму з напругою $U=15\text{В}$. Визначити напругу на клеммах акумулятора, якщо його внутрішній опір $R_i=10\ \Omega$.

67. Від джерела з напругою $U=800\text{В}$ необхідно передати споживачу потужність $P=10\text{кВт}$ на деяку відстань. Який найбільший опір може мати лінія передачі, щоб втрати енергії в ній не перевищували 10% від переданої потужності?

68. При включенні електромотора в мережу з напругою $U=220\text{В}$ він споживає струм $I=5\text{А}$. Визначити потужність, споживану мотором, і його КПД, якщо опір R обмотки мотора дорівнює $6\ \Omega$.

69. У мережу з напругою $U=100\ \text{В}$ підключили котушку з опором $R_1=2\text{к}\Omega$ і вольтметр, з'єднані послідовно. Показання вольтметра $U_1=80\text{В}$. Коли котушку замінили іншою, вольтметр показав $U_2=60\text{В}$. Визначити опір R_2 іншої котушки.

70. ЕРС батареї $\varepsilon=12\ \text{В}$. При силі струму $I=4\text{А}$ ККД батареї $\eta=0,6$. Визначити внутрішній опір R_i батареї.

71. За час $t=20\text{с}$ при рівномірно зростаючій силі струму від нуля до деякого максимуму в провіднику опором $R=5\ \Omega$ виділилася кількість теплоти $Q=4\text{кДж}$. Визначити швидкість наростання сили струму, якщо опір провідника $R=5\ \Omega$.

72. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом

$I = I_0 e^{-\alpha t}$, де $I_0 = 20 \text{ А}$, $\alpha = 10^2 \text{ с}^{-1}$. Визначити кількість теплоти, що виділилося в провіднику за час $t = 10^{-2} \text{ с}$.

73. Сила струму в провіднику опором $R = 10 \text{ Ом}$ за час $t = 50 \text{ с}$ рівномірно наростає від $I_1 = 5 \text{ А}$ до $I_2 = 10 \text{ А}$. Визначити кількість теплоти Q , що виділилося за цей час у провіднику.

74. У провіднику за час $t = 10 \text{ с}$ при рівномірному зростанні сили струму від $I_1 = 1 \text{ А}$ до $I_2 = 2 \text{ А}$ виділилася кількість теплоти $Q = 5 \text{ кДж}$. Знайти опір R провідника.

75. Сила струму в провіднику змінюється з часом за законом $I = I_0 \sin \omega t$. Знайти заряд Q , що проходить через поперечний переріз провідника за час t , рівний половині періоду T , якщо початкова сила струму $I_0 = 10 \text{ А}$, циклічна частота $\omega = 50 \pi \text{ с}^{-1}$.

76. За час $t = 10 \text{ с}$ при рівномірно зростаючій силі струму від нуля до деякого максимуму в провіднику виділилася кількість теплоти $Q = 40 \text{ кДж}$. Визначити середню силу струму $\langle I \rangle$ у провіднику, якщо його опір $R = 25 \text{ Ом}$.

77. За час $t = 8 \text{ с}$ при рівномірно зростаючій силі струму в провіднику опором $R = 8 \text{ Ом}$ виділилася кількість теплоти $Q = 500 \text{ Дж}$. Визначити заряд q , що проходить у провіднику, якщо сила струму в початковий момент часу дорівнює нулю.

78. Визначити кількість теплоти Q , що виділилося за час $t = 10 \text{ с}$ у провіднику опором $R = 10 \text{ Ом}$, якщо сила струму в ньому, рівномірно зменшуючись, змінилася від $I_1 = 10 \text{ А}$ до $I_2 = 0$.

79. Сила струму в ланцюзі змінюється за законом $I = I_0 \sin \omega t$. Визначити кількість теплоти, що виділиться в провіднику опором $R = 10 \text{ Ом}$ за час, рівний чверті періоду (від $t_1 = 0$ до $t_2 = T/4$, де $T = 10 \text{ с}$).

80. Сила струму в ланцюзі змінюється з часом за законом $I = I_0 e^{-\alpha t}$. Визначити кількість теплоти, яка виділиться в провіднику опором $R=20\text{Ом}$ за час, протягом якого струм зменшиться в e раз. Коефіцієнт α прийняти рівним $2 \cdot 10^{-2} \text{с}^{-1}$.

81. Нескінченно довгий провід зі струмом $I=100\text{А}$ зігнутий так, як це показано на рис. 26. Визначити магнітну індукцію B в точці O . Радіус дуги $R=10\text{ см}$.

82. Магнітний момент p_m тонкого провідного кільця $p_m=5\text{А}\cdot\text{м}^2$. Визначити магнітну індукцію B в точці A , що знаходиться на вісі кільця і віддаленої від точок кільця на відстань $r=20\text{ см}$ (рис. 27).

83. По двох схрещених під прямим кутом нескінченно довгих проводах течуть струми I і $2I$ ($I=100\text{А}$). Визначити магнітну індукцію B в точці A (рис. 42). Відстань $d=10\text{ см}$.

84. По нескінченно довгому проводі, вигнутому так, як це показано на рис. 43, тече струм $I=200\text{А}$. Визначити магнітну індукцію B в точці O . Радіус дуги $R=10\text{ см}$.

85. По тонкому кільцю радіусом $R=20\text{см}$ тече струм $I=100\text{ А}$. Визначити магнітну індукцію B на вісі кільця в точці A (рис. 44). Кут $\beta=\pi/3$.

86. По двох нескінченно довгих проводах, схрещених під прямим кутом, течуть струми I_1 і $I_2=2I_1$ ($I_1=100\text{ А}$). Визначити магнітну індукцію B в точці A , яка рівновіддалена від проводів на відстань $R=10\text{см}$ (рис. 45).

87. По нескінченно довгому проводі, вигнутому так, як це показано на рис. 46, тече струм $I=200\text{А}$. Визначити магнітну

індукцію B в точці O . Радіус дуги $R=10$ см.

88. По тонкому кільцю тече струм $I=80$ А. Визначити магнітну індукцію B в точці A , рівновіддаленої від точок кільця на відстань $r=10$ см (рис. 47). Кут $\alpha=\pi/6$.

89. По двох нескінченно довгих, прямих паралельних проводах течуть однакові струми $I=60$ А. Визначити магнітну індукцію B в точці A (рис. 48), рівновіддаленій від проводів на відстань $d=10$ см. Кут $\beta=\pi/3$.

90. Нескінченно довгий провід зі струмом $I=50$ А зігнуть так, як це показано на рис. 49. Визначити магнітну індукцію B в точці A , що лежить на бісектрисі прямого кута на відстані $d=10$ см від його вершини

91. По двох паралельних проводах довжиною $l=3$ м кожний течуть однакові струми $I=500$ А. Відстань d між проводами дорівнює 10 см. Визначити силу F взаємодії проводів.

92. По трьох паралельних прямих проводах, що знаходиться на однаковій відстані $d=20$ см один від одного, течуть однакові струми $I=400$ А. У двох проводах напрямки струмів збігаються. Обчислити для кожного з проводів відношення сили, що діє на нього, до його довжини.

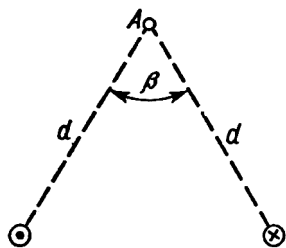


Рис.34

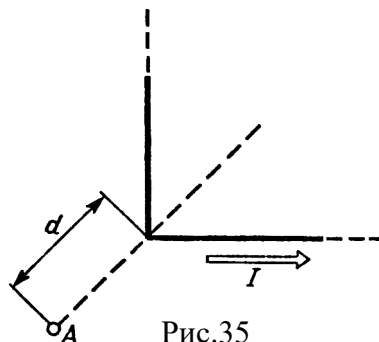


Рис.35

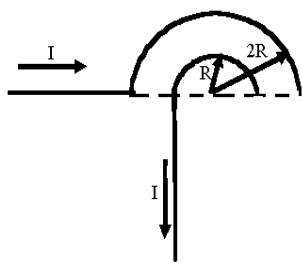


Рис.26

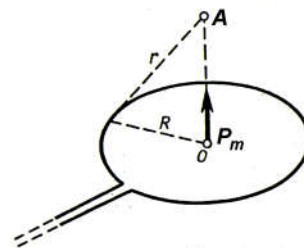


Рис.27

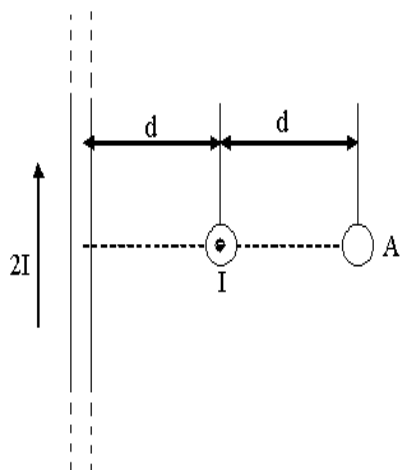


Рис.28

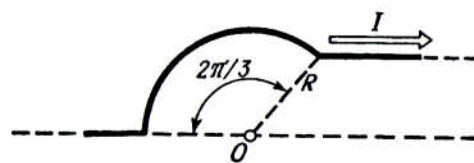


Рис.29

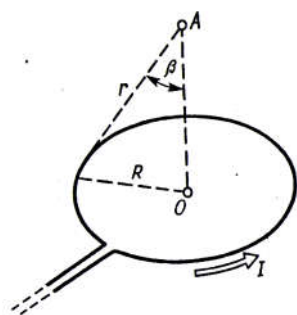


Рис.30

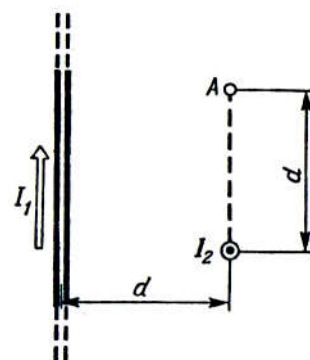


Рис.31

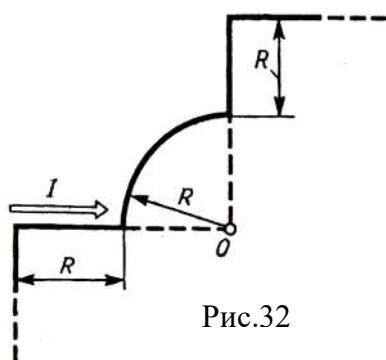


Рис.32

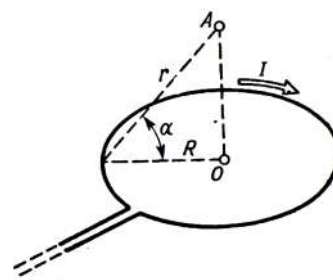


Рис.33

93. Квадратна дрова рама розташована в одній площині з довгим прямим проводом так, що дві її сторони паралельні дроту. По рамі і дроту течуть однакові струми $I=200\text{А}$. Визначити силу F , що діє на раму, якщо найближча до дроту сторона рами знаходиться від нього на відстані, рівній її довжині.

94. Коротка котушка площею поперечного перерізу $S=250\text{см}^2$, що містить $N=500$ витків дроту, по якому тече струм $I=5\text{А}$, розміщена в однорідному магнітному полі напруженістю $H=1000\text{А/м}$. Знайти: 1) магнітний момент p_m котушки; 2) обертаючий момент M , що діє на котушку, якщо вісь котушки складає кут $\varphi=30^\circ$ з лініями поля.

95. Тонкий провід довжиною $l=20\text{см}$ зігнутий у вигляді півкільця і розміщений у магнітному полі ($B=10\text{мТл}$) так, що площа півкільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. По дроту пропустили струм $I=50\text{А}$. Визначити силу F , що діє на провід. Проводи, що підводять, спрямовані вздовж ліній магнітної індукції.

96. Шини генератора довжиною $l=4\text{м}$ знаходяться на відстані $d=10\text{см}$ одна від одної. Знайти силу взаємного відштовхування шин при короткому замиканні, якщо струм $I_{\text{к.з}}$ короткого замикання дорівнює 5кА .

97. Квадратний контур зі стороною $a=10\text{ см}$, по якому тече струм $I=50\text{А}$, вільно установився в однорідному магнітному полі ($B=10\text{мТл}$). Визначити зміну $\Delta\P$ потенційної енергії контуру при повороті навколо вісі, що лежить у площині контуру, на кут $\varphi=180^\circ$.

98. Тонке провідне кільце зі струмом $I=40\text{А}$ розміщено в однорідне магнітне поле ($B=80\text{мТл}$). Площина кільця перпендикулярна лініям магнітної індукції. Радіус R кільця дорівнює 20 см . Знайти силу F , що розтягує кільце.

99. Квадратна рамка з тонкого дроту може вільно обертатися навколо горизонтальної вісі, що збігає з однієї зі сторін. Маса m рамки дорівнює 20 г . Рамку помістили в однорідне магнітне поле ($B=0,1\text{Тл}$), спрямоване вертикально нагору. Визначити кут α , на який відхилилася рамка від вертикалі, коли по ній пропустили струм $I=10\text{А}$.

100. По круговому витку радіусом $R=5\text{ см}$ тече струм $I=20\text{А}$. Виток розташований в однорідному магнітному полі ($B=40\text{мТл}$) так, що нормаль до площини контуру складає кут $\psi=\pi/6$ з вектором B . Визначити зміну $\Delta\P$ потенційної енергії контуру при його повороті на кут $\varphi=\pi/2$ у напрямку збільшення кута ψ .

101. По тонкому кільцю радіусом $R=10\text{ см}$ рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau=50\text{нКл/м}$. Кільце обертається навколо вісі, перпендикулярній площині кільця і проходить через його центр, з частотою $n=10\text{ с}^{-1}$. Визначити магнітний момент p_m , обумовлений обертанням кільця.

102. Диск радіусом $R=8\text{см}$ несе рівномірно розподілений по поверхні заряд ($\sigma=100\text{ нКл/м}^2$). Визначити магнітний момент p_m , обумовлений обертанням диска, навколо вісі, що проходить через його центр і перпендикулярно площині диска. Кутова швидкість обертання диска $\omega=60\text{ рад/с}$.

103. Стержень довжиною $l=20$ см заряджений рівномірно розподіленим зарядом з лінійною густиною $\tau=0,2\text{мкКл/м}$. Стержень обертається з частотою $n=10\text{ с}^{-1}$ навколо вісі, перпендикулярній стержню і проходить через його кінець. Визначити магнітний момент p_m , обумовлений обертанням стержня.

104. Протон рухається по колу радіусом $R=0,5\text{см}$ з лінійною швидкістю $v=10^6\text{м/с}$. Визначити магнітний момент p_m , створений еквівалентним коловим струмом.

105. Тонке кільце радіусом $R=10\text{см}$ несе рівномірно розподілений заряд $\tau=80\text{нКл}$. Кільце обертається з кутовою швидкістю $\omega=50\text{рад/с}$ відносно вісі, що збігається з одним з діаметрів кільця. Знайти магнітний момент p_m , обумовлений обертанням кільця.

106. Заряд $Q=0,1\text{мкКл}$ рівномірно розподілений по стержню довжиною $l=50\text{см}$. Стержень обертається з кутовою швидкістю $\omega=20\text{рад/с}$ відносно вісі, перпендикулярна стержню і проходить через його середину. Знайти магнітний момент p_m , обумовлений обертанням стержня.

107. Електрон в атомі водню рухається навколо ядра (протона) по колу радіусом $R=53\text{пм}$. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного колового струму.

108. Суцільний циліндр радіусом $R=4\text{см}$ і висотою $h=15\text{см}$ несе рівномірно розподілений по об'єму заряд ($\rho=0,1\text{ мкКл/м}^3$). Циліндр обертається з частотою $n=10\text{с}^{-1}$ навколо вісі, що збігається з його геометричною віссю. Знайти магнітний момент p_m циліндра, обумовлений його обертанням.

109. По поверхні диска радіусом $R=15\text{см}$ рівномірно

розподілений заряд $Q=0,2\text{мкКл}$. Диск обертається з кутовою швидкістю $\omega=30\text{рад/с}$ відносно вісі, яка перпендикулярна площині диска і проходить через його центр. Визначити магнітний момент p_m , обумовлений обертанням диска.

110. По тонкому стержню довжиною $l=40\text{см}$ рівномірно розподілений заряд $Q=60\text{нКл}$. Стержень обертається з частотою $\omega=12\text{с}^{-1}$ навколо вісі, яка перпендикулярна стержню і проходить через стержень на відстані $a=l/3$ від одного з його кінців. Визначити магнітний момент p_m , обумовлений обертанням стержня.

111. Два іони різних мас з однаковими зарядами влетіли в однорідне магнітне поле, стали рухатися по колах радіусами $R_1=3\text{см}$ і $R_2=1,73\text{см}$. Визначити відношення мас іонів, якщо вони пройшли однакову прискорюючу різницю потенціалів.

112. Однозарядний іон натрію пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U=1\text{кВ}$ і влетів перпендикулярно лініям магнітної індукції в однорідне поле ($B=0,5\text{Тл}$). Визначити відносну атомну масу A іона, якщо він описав коло радіусом $R=4,37\text{см}$.

113. Електрон пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U=800\text{В}$ і, влетівши в однорідне магнітне поле $B=47\text{мТл}$, став рухатися по гвинтовій лінії з кроком $h=6\text{см}$. Визначити радіус R гвинтової лінії.

114. Альфа-частинка пройшла прискорюючу різницю потенціалів $U=300\text{В}$ і, потрапивши в однорідне магнітне поле, стала рухатися по гвинтовій лінії радіусом $R=1\text{см}$ і кроком $A=4\text{см}$. Визначити магнітну індукцію B поля.

115. Заряджена частинка пройшла прискорюючу різницю

потенціалів, $U=100\text{В}$ і, влетівши в однорідне магнітне поле ($B=0,1\text{Тл}$), стала рухатися по гвинтовій лінії з кроком $h=6,5\text{см}$ і радіусом $R=1\text{см}$. Визначити відношення заряду частинки до її маси.

116. Електрон влетів в однорідне магнітне поле ($B=200\text{мТл}$) перпендикулярно лініям магнітної індукції. Визначити силу еквівалентного колового струму $I_{\text{екв}}$, створеного рухом електрона в магнітному полі.

117. Протон пройшов прискорюючу різницю потенціалів $U=300\text{В}$ і влетів в однорідне магнітне поле ($B=20\text{мТл}$) під кутом $\alpha=30^\circ$ до ліній магнітної індукції. Визначити крок h і радіус R гвинтової лінії, по якій буде рухатися протон у магнітному полі.

118. Альфа-частинка, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів U стала рухатися в однорідному магнітному полі з індукцією $B=50\text{мТл}$ по гвинтовій лінії з кроком $h=5\text{см}$ і радіусом $R=1\text{ см}$. Визначити прискорюючу різницю потенціалів, яку пройшла альфа-частинка.

119. Іон з кінетичною енергією $T=1\text{кеВ}$ потрапив в однорідне магнітне поле ($B=21\text{мТл}$) і став рухатися по колу. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного колового струму.

120. Іон, потрапивши в магнітне поле ($B=0,01\text{Тл}$), став рухатися по колу. Визначити кінетичну енергію T (в еВ) іона, якщо магнітний момент p_m еквівалентного колового струму дорівнює $1,6 \cdot 10^{-14} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

121. Протон влетів у схрещенні під кутом $\alpha=120^\circ$ магнітне ($B=50\text{мТл}$) і електричне ($E=20\text{кВ/м}$) поля. Визначити прискорення a протона, якщо його швидкість v ($|v|=4 \cdot 10^5 \text{ м/с}$) перпендикулярна

векторам E і B .

122. Іон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів $U=645\text{В}$, влетів у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ($B=1,5\text{мТл}$) і електричне ($E=200\text{В/м}$) поля. Визначити відношення заряду іона до його маси, якщо іон у цих полях рухається прямолінійно.

123. Альфа-частинка влетіла в схрещені під прямим кутом магнітне ($B=5\text{мТл}$) і електричне ($E=30\text{кВ/м}$) поля. Визначити прискорення a альфа-частинки, якщо її швидкість v ($|v|=2\cdot 10^6\text{ м/с}$) перпендикулярна векторам B і E , причому сили, що діють з боку цих полів, протиставлені.

124. Електрон, пройшовши прискорюючу різницю потенціалів $U=1,2\text{кВ}$, потрапив у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне й електричне поля. Визначити напруженість E електричного поля, якщо магнітна індукція B поля дорівнює 6мТл .

125. Однорідні магнітне ($B=2,5\text{мТл}$) і електричне ($E=10\text{кВ/м}$) поля схрещені під прямим кутом. Електрон, швидкість v якого дорівнює $4\cdot 10^6\text{м/с}$, влітає в ці поля так, що сили, що діють на нього з боку магнітних і електричних полів, однакові за напрямком. Визначити прискорення a електрона. (Прискорення a визначається в момент входження зарядженої частинки в область простору, де локалізовані однорідні магнітне й електричне поля.)

126. Однозарядний іон літію масою $m=7\text{а.о.м.}$ пройшов прискорюючу різницю потенціалів, $U=300\text{ В}$ і влетів у схрещені під прямим кутом однорідні магнітне й електричне поля. Визначити магнітну індукцію B поля, якщо траєкторія іона в схрещених полях

прямолінійна. Напруженість E електричного поля дорівнює 2кВ/м.

127. Альфа-частинка, що має швидкість $v=2\text{Мм/с}$, влітає під кутом $\alpha=30^\circ$ до співнаправлених магнітного ($B=1\text{Тл}$) і електричного ($E=1\text{кВ/м}$) полів. Визначити прискорення a альфа-частинки. (Прискорення a визначається в момент входження зарядженої частинки в область простору, де локалізовані однорідні магнітне і електричне поля.)

128. Протон пройшов деяку прискорюючу різницю потенціалів, U і влетів у схрещені під прямим кутом однорідні поля: магнітне ($B=5\text{Тл}$) і електричне ($E=20\text{кВ/м}$). Визначити різницю потенціалів U , якщо протон у схрещених полях рухається прямолінійно.

129. Магнітне ($B=2\text{Тл}$) і електричне ($E=1,6\text{кВ/м}$) поля співпадають за напрямком. Перпендикулярно векторам B и E влітає електрон зі швидкістю $v=0,8\text{Мм/с}$. Визначити прискорення a електрона. (Прискорення a визначається в момент входження зарядженої частинки в область простору, де локалізовані однорідні магнітне й електричне поля.)

130. У схрещені під прямим кутом однорідні магнітне ($H=1\text{МА/м}$) і електричне ($E=50\text{кВ/м}$) поля влетів іон. При якій швидкості v іона (по модулю і напрямку) він буде рухатися в схрещених полях прямолінійно?

131. Плоский контур площею $S=20\text{см}^2$ знаходиться в однорідному магнітному полі ($B=0,03\text{Тл}$). Визначити магнітний потік Φ , що пронизує контур, якщо площа його складає кут $\varphi=60^\circ$ з напрямком ліній індукції.

132. Магнітний потік Φ , який перетинає соленоїд, дорівнює 50мкВб. Довжина соленоїда $l=50\text{см}$. Знайти магнітний момент p_m соленоїда, якщо його витки щільно прилягають один до одного.

133. В середній частині соленоїда, що містить $n=8\text{витків/см}$, поміщений коловий виток діаметром $d=4\text{см}$. Площина витка розташована під кутом $\varphi=60^\circ$ до вісі соленоїда. Визначити магнітний потік Φ , що пронизує виток, якщо по обмотці соленоїда тече струм $I=1\text{А}$.

134. На довгий картонний каркас діаметром $d=5\text{см}$ покладена одношарова обмотка (виток до витка) із дроту діаметром $d=0,2\text{мм}$. Визначити магнітний потік Φ , створений таким соленоїдом при силі струму $I=0,5\text{А}$.

135. Квадратний контур із стороною $a=10\text{см}$, в якому тече струм $I=6\text{А}$, знаходиться в магнітному полі ($B=0,8\text{Тл}$) під кутом $\alpha=50^\circ$ до ліній індукції. Яку роботу A потрібно затратити, щоб при незмінній силі струму в контурі змінити його форму на коло?

136. Плоский контур із струмом $I=5\text{А}$ вільно встановився в однорідному магнітному полі ($B=0,4\text{Тл}$). Площа контуру $S=200\text{см}^2$. Підтримуючи струм у контурі незмінним, його повернули навколо вісі, що лежить у площині контуру, на кут $\alpha=40^\circ$. Визначити виконану при цьому роботу A .

137. Виток, в якому підтримується постійна сила струму $I=60\text{А}$, вільно встановився в однорідному магнітному полі ($B=20\text{мТл}$). Діаметр витка $d=10\text{см}$. Яку роботу A потрібно виконати для того, щоб повернути виток навколо вісі, що співпадає з діаметром, на кут $\alpha=\pi/3$.

138. В однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям індукції розташований плоский контур площею $S=100\text{см}^2$. Підтримуючи в контурі постійну силу струму $I=50\text{А}$, його перемістили з поля в область простору, де поле відсутнє. Визначити магнітну індукцію B поля, якщо при переміщенні контуру була виконана робота $A=0,4\text{Дж}$.

139. Плоский контур із струмом $I=50\text{А}$ розташований в однорідному магнітному полі ($B=0,6\text{Тл}$) так, що нормаль до контуру перпендикулярна лініям магнітної індукції. Визначити роботу, виконану силами поля при повільному повороті контуру біля вісі, що лежить у площині контуру, на кут $\alpha=30^\circ$.

140. Визначити магнітний потік Φ , що пронизує соленоїд, якщо його довжина $l=50\text{ см}$ і магнітний момент $p_m=0,4\text{Вб}$.

141. В однорідному магнітному полі ($B=0,1\text{Тл}$) рівномірно з частотою $n=5\text{с}^{-1}$ обертається стержень довжиною $l=50\text{см}$ так, що площина його обертання перпендикулярна лініям напруженості, а вісь обертання проходить через один з його кінців. Визначити індукційну різницю потенціалів U на кінцях стержня.

142. В однорідному магнітному полі з індукцією $B=0,5\text{Тл}$ обертається з частотою $n=10\text{ с}^{-1}$ стержень довжиною $l=20\text{см}$. Вісь обертання паралельна лініям індукції і проходить через один з кінців стержня перпендикулярно його вісі. Визначити різницю потенціалів U на кінцях стержня.

143. У дротяне кільце, приєднане до балістичного гальванометра, усталили прямий магніт. При цьому по ланцюзі пройшов заряд $Q=50\text{мкКл}$. Визначити зміну магнітного потоку $\Delta\Phi$

через кільце якщо опір ланцюга гальванометра $R = 10 \text{ Ом}$.

144. Тонкий мідний провід масою $m = 5 \text{ г}$ зігнутий у вигляді квадрата, і кінці його замкнуті. Квадрат розміщений в однорідне магнітне поле ($B = 0,2 \text{ Тл}$) так, що його площа перпендикулярна лініям поля. Визначити заряд Q , що потече по провіднику, якщо квадрат, потягнувши за протилежні вершини, витягнули в лінію.

145. Рамка з дроту опором $R = 0,04 \text{ Ом}$ рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ($B = 0,6 \text{ Тл}$). Вісь обертання лежить у площині рамки і перпендикулярна лініям індукції. Площа рамки $S = 200 \text{ см}^2$. Визначити заряд Q , що потече по рамці при зміні кута між нормаллю до рамки і лініями індукції: 1) від 0 до 45° ; 2) від 45 до 90° .

146. Дротовий виток діаметром $D = 5 \text{ см}$ і опором $R = 0,02 \text{ Ом}$ знаходиться в однорідному магнітному полі ($B = 0,3 \text{ Тл}$). Площина витка складає кут $\varphi = 40^\circ$ з лініями індукції. Який заряд Q протече по витку при вимиканні магнітного поля?

147. Рамка, що містить $N = 200$ витків тонкого дроту, може вільно обертатися навколо вісі, що лежить у площині рамки. Площа рамки $S = 50 \text{ см}^2$. Вісь рамки перпендикулярна лініям індукції однорідного магнітного поля ($B = 0,05 \text{ Тл}$). Визначити максимальну ЕРС, що індукується в рамці при її обертанні з частотою $n = 40 \text{ с}^{-1}$.

148. Прямий провідний стержень довжиною $l = 40 \text{ см}$ знаходиться в однорідному магнітному полі ($B = 0,1 \text{ Тл}$). Кінці стержня замкнуті гнучким проводом, що знаходиться поза полем. Опір усього ланцюга $R = 0,5 \text{ Ом}$. Яка потужність P буде потрібно для рівномірного переміщення стержня перпендикулярно лініям

магнітної індукції зі швидкістю $v=10\text{ м/с}$?

149. Дротовий контур площею $S=500\text{ см}^2$ і опором $R=0,1\text{ Ом}$ рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ($B=0,5\text{ Тл}$). Вісь обертання лежить у площині кільця і перпендикулярна лініям магнітної індукції. Визначити максимальну потужність P_{max} , необхідну для обертання контуру з кутовою швидкістю $\omega=50\text{ рад/с}$.

150. Кільце з мідного дроту масою $m=10\text{ г}$ поміщено в однорідне магнітне поле ($B=0,5\text{ Тл}$) так, що площа кільця складає кут $\beta=60^\circ$ з лініями магнітної індукції. Визначити заряд Q , що пройде по кільцю, якщо зняти магнітне поле.

151. Соленоїд перетином $S=10\text{ см}^2$ містить $N=103$ витків. При силі струму $I=5\text{ А}$ магнітна індукція B поля усередині соленоїда дорівнює $0,05\text{ Тл}$. Визначити індуктивність L соленоїда.

152. На картонний каркас довжиною $l=0,8\text{ м}$ і діаметром $D=4\text{ см}$ намотаний в один шар провід діаметром $d=0,25\text{ мм}$ так, що витки щільно прилягають один до одного. Обчислити індуктивність L соленоїда.

153. Котушка, намотана на магнітний циліндричний каркас, має $N=250$ витків і індуктивність $L_1=36\text{ мГн}$. Щоб збільшити індуктивність котушки до $L_2=100\text{ мГн}$, обмотку котушки зняли і замінили обмоткою з більш тонкого дроту з таким розрахунком, щоб довжина котушки залишилася колишньою. Скільки витків виявилось в котушці після перемотування?

154. Індуктивність L соленоїда, намотаного в один шар на немагнітний каркас, дорівнює $0,5\text{ мГн}$. Довжина l соленоїда дорівнює $0,6\text{ м}$, діаметр $D=2\text{ см}$. Визначити відношення n числа

витків соленоїда до його довжини.

155. Соленоїд містить $N=800$ витків. Перетин сердечника (з немагнітного матеріалу) $S=10\text{см}^2$. По обмотці тече струм, що створює поле з індукцією $B=8\text{мТл}$. Визначити середнє значення ЕРС $\langle \varepsilon_i \rangle$ самоіндукції, що виникає на затискачах соленоїда, якщо сила струму зменшується практично до нуля за час $\Delta t=0,8\text{мс}$.

156. По котушці індуктивністю $L=8\text{мкГн}$ тече струм $I=6\text{А}$. Визначити середнє значення ЕРС $\langle \varepsilon_i \rangle$ самоіндукції, що виникає в контурі, якщо сила струму зміниться практично до нуля за час $\Delta t=5\text{мс}$.

157. В електричному ланцюзі, що містить резистор опором $R=20\text{Ом}$ і котушку індуктивністю $L=0,06\text{Гн}$, тече струм $I=20\text{А}$. Визначити силу струму I в ланцюзі через $\Delta t=0,2\text{мс}$ після її розмикання.

158. Ланцюг складається з котушки індуктивністю $L=0,1\text{Гн}$ і джерела струму. Джерело струму відключили, не розриваючи ланцюга. Час, через який сила струму зменшиться до $0,001$ первісного значення, дорівнює $t=0,07\text{с}$. Визначити опір котушки.

159. Джерело струму замкнули на котушку опором $R=10\text{Ом}$ і індуктивністю $L=0,2\text{Гн}$. Через який час сила струму в ланцюзі досягне 50% максимального значення?

160. Джерело струму замкнули на котушку опором $R=20\text{Ом}$. Через час $t=0,1\text{с}$ струм I у котушці досяг $0,95$ граничного значення. Визначити індуктивність L котушки.

171. Неонова лампа починає світитись, коли напруга на її

електродах досягає певного значення (потенціал запалювання). Скільки часу за період буде світитись лампа, якщо її ввімкнули в промислову мережу, діюче значення в якій дорівнює потенціалу запалювання лампи?

172. По графіку, зображеному на малюнку, визначити амплітуду e , р. с., період. Напишіть рівняння миттєвого значення e , р. с.

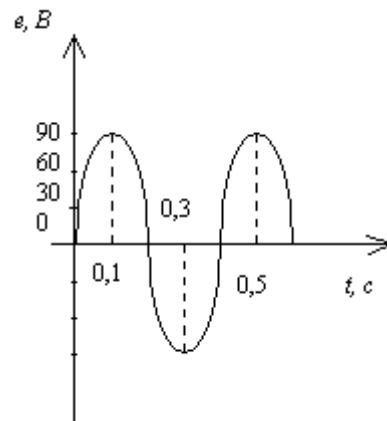


Рис. 36.

173. Коливальний контур складається з дроселя з індуктивністю $0,2$ Гн і конденсатора з ємністю 10^{-5} Ф. У момент, коли напруга на конденсаторі дорівнює 1 В, струм в контурі дорівнює $0,01$ А. Який максимальний струм у цьому контурі?

174. Первинна обмотка знижувального трансформатора з коефіцієнтом трансформації $k=10$ увімкнена в коло з напругою $U_1=120$ В. Опір вторинної обмотки трансформатора $I_2=5$ А. Визначити напругу на затискачах вторинної обмотки трансформатора. Втрати в первинному колі трансформатора не враховувати.

175. На симетричне залізне осердя, намотано дві котушки. При вмиканні котушки 1 у мережу змінного струму напруга на

затискачах котушки 2, $U_2=13,2\text{В}$. при вмиканні котушки 2 в ту саму мережу напруга на затискачах котушки 1 $U_1=120\text{ В}$. Чому дорівнює відношення чисел витків котушок? Вважати, що магнітний потік, створений кожною котушкою, не виходить із осердя. (рис. 37)

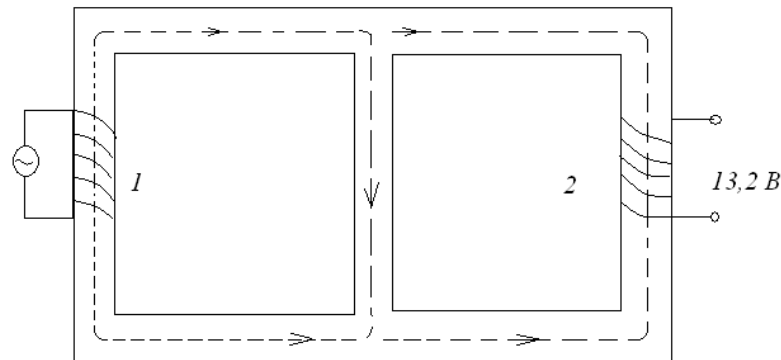


Рис.37

176. Який максимальний потік магнітної індукції через прямокутну рамку, яка в однорідному магнітному полі робить 1000 об/хв. Амплітуда е. р. с, яка наводиться в рамці, 5 В.

177. Знайти індуктивність котушки, якщо амплітуда змінної напруги на її кінцях дорівнює 200 В, амплітуда струму в ній дорівнює 15 А і частота струму дорівнює 50 Гц. Активним опором котушки знехтувати.

178. Амплітуда змінної напруги на її кінцях дорівнює 220 В, амплітуда струму в ній дорівнює 30 А. Визначити індуктивність котушки, якщо частота струму дорівнює 45 Гц, а активним опором котушки можна знехтувати.

179. К. к. д. трансформатора, який підвищує напругу з 180 В до 2200 В, 96%. У вторинній обмотці проходить струм 1А. Який струм проходить у первинній обмотці?

180. Якщо коло складається з послідовно сполучених активного, індуктивного і ємнісного опорів. Визначити повний опір кола, якщо активний опір дорівнює 50 Ом, індуктивний 80 Ом і ємнісний 100 Ом.

1.4. Приклади тестових питань для захисту теоретичної частини змісту модуля

1. Що називається магнітним полем:

- а) наука, що вивчає властивості нерухомих зарядів та їх взаємодію, а також властивість їхніх полів ;
- б) особливий вид матерії, який виникає навколо провідника з електричним струмом та навколо постійних магнітів;
- в) особливий вид матерії, що вивчає взаємодію електричних та магнітних полів ;

2. Характеристики магнітного поля:

- а) напруга і сила струму;
- б) вектор магнітної індукції ; потік вектора магнітної індукції ; напруженість магнітного поля;
- в) прискорення і миттєва швидкість;

3. Вектор магнітної індукції:

- а) $B = \mu_0 H$; б) $B = \frac{M}{IS}$; в) $\Phi = BS \cos \alpha$.

4. Які із перерахованих величин є характеристики магнітного поля:

- а) напруга, потенціал ;
- б) напруга, напруженість ;
- в) напруженість магнітного поля, вектор магнітної індукції ;

5. Формула напруженості магнітного поля:

а) $H = \frac{B}{\mu\mu_0}$; б) $E = mgh$; в) $E = \frac{F_k}{q}$.

6. Зв'язок магнітної індукції B з напруженістю H магнітного поля виражається формулою:

а) $B = \mu\mu_0 H$, б) $B = \mu_0 H$, в) $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl$,

7. Магнітна індукція в центрі колового струму:

а) $B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}$, б) $B = \mu_0 H$, в) $B = \mu\mu_0 H$

8. Індукція магнітного поля B вимірюється в:

а) А (амперах); б) Н (н'ютонах); в) Тл (теслах)

9. Потік магнітної індукції:

а) $E = \hbar \cdot \omega$; б) $\hat{O} = \vec{B} \cdot \vec{S} \cdot \cos \alpha$; в) $C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$;

10. Закон Біо-Савара-Лапласа:

а) $B = \mu\mu_0 H$, б) $B = \mu_0 H$, в) $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl$,

11. Сила Лоренца:

а) $F = mgh$; б) $F = QvB \sin \alpha$; в) $F = mg$

12. Сила Ампера:

а) $\left| \vec{F} \right| = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$; б) $C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon R$; в) $\vec{F} = \vec{B} \cdot \vec{I} \cdot l \cdot \sin \alpha$;

13. Робота по переміщенню замкнутого контуру в магнітному полі

а) $A_i = -\frac{d\psi}{dt}$ б) $\epsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}$ в) $A = I\Delta\Phi$.

14. Індукційний струм:

а) це впорядкований рух заряджених частинок в електричному полі;

- б) це електричний струм, який з'явився в колі і немає джерела;
 в) це струм, утворений вільними носіями заряду у газах;

15. Індуктивність:

а) $L = I \cdot \omega$; б) $\dot{I} = \varepsilon \cdot 2$; в) $L = \frac{\hat{O}}{2}$;

16. Енергія магнітного поля:

а) $\omega = \frac{V}{R}$; б) $\omega = \frac{LI^2}{2}$; в) $E = -L \frac{dI}{dt}$;

17. ЕРС індукції

а) $A = I \Delta \Phi$, б) $\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$, в) $\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}$.

18. Самоіндукція:

а) $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$; б) $\varepsilon = \frac{AC\dot{O}}{q}$; в) $E = \frac{mv^2}{2}$;

19. Індуктивність соленоїда

а) $L = \mu\mu_0 n^2 V$, б) $\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}$, в) $L = I \Delta \Phi$.

20. Індуктивність контуру

а) $C = \frac{U}{q}$ б) $\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$, в) $L = \Phi / I$.

21. Миттєве значення струму

а) $I = \frac{E}{q}$; б) $I = \frac{dq}{dt}$; в) $I = I_0 \sin \omega t$.

22. Змінним струмом називають:

- а) струм, який змінюється за величиною і напрямом за синусоїдним законом;
 б) роботу електричного поля при переміщенні заряду з точки в точку;
 в) робота електричного поля при переміщенні заряду з точки в нескінченність.

23.Періодом змінного струму називається:

- а) Час повної зміни е. р. с. (циклу), після якого весь процес її зміни повторюється в тому самому порядку,
- б) струм, який змінюється за величиною і напрямом за синусоїдним законом;
- в) робота електричного поля при переміщенні заряду з точки в точку.

24. Частотою змінного струму називається:

- а) число періодів змінного струму за одиницю часу;
- б) робота електричного поля при переміщенні заряду з точки в точку.
- в) час повної зміни е. р. с. (циклу), після якого весь процес її зміни повторюється в тому самому порядку,

25.Індуктивний опір:

а) $R = \frac{U}{I}$, б) $X_L = \omega L$, в) $R = \rho \frac{l}{s}$.

26. Повний опір кола можна визначити за формулою:

а) $X_C = \frac{1}{\omega C}$, б) $X_L = \omega L$, в) $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$

27. Ємнісний опір:

а) $X_C = \frac{1}{\omega C}$, б) $X_L = \omega L$, в) $R = \rho \frac{l}{s}$.

28. Частота змінного струму:

а) $T = \frac{1}{\nu}$; б) $T = I \nu$; в) $\nu = \frac{1}{T}$.

29. Фаза змінного струму.

$$\text{a) } \omega t = 2\pi \nu t = \frac{2\pi}{T} t ; \text{ б) } T = l v ; \text{ в) } v = \frac{1}{T} .$$

30. Ефективне (діюче) значення струму:

$$\text{a) } \sum_{k=1}^n I_k = 0 ; \text{ б) } I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} ; \text{ в) } I = I_0 \sin \omega t$$

31. Ефективним, або діючим, значенням сили змінного струму називається:

а) сила такого постійного струму, який виділяє в певному провіднику стільки ж теплоти за час одного періоду змінного струму, скільки останній за той самий час.

б) час повної зміни е. р. с. (циклу), після якого весь процес її зміни повторюється в тому самому порядку,

в) величина, що чисельно дорівнює теплоті яка виділяється при проходженні струму за одиницю часу ;

32. Ефективні значення напруги U_{ef} і ε_{ef} :

$$\text{a) } \sum_{k=1}^n U_k = 0 ; \quad \sum_{k=1}^n \varepsilon_k = 0 ;$$

$$\text{б) } U_{\text{ef}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} , \varepsilon_{\text{ef}} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} ;$$

$$\text{в) } I = I_0 \sin \omega t , \varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}$$

33. Потужність змінного струму:

$$\text{a) } P = IR ; \text{ б) } P = IU ; \text{ в) } P = U_{\text{ef}} \varepsilon_{\text{ef}} \cos \varphi ,$$

34. Коефіцієнт трансформації:

$$\text{a) } \kappa = \frac{N_1}{N_2} \varepsilon_2 , \text{ б) } \kappa = \frac{N_1}{N_2} , \text{ в) } \varepsilon_2 = -N_2 \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

ДОДАТКИ

1 . Основні фізичні постійні (округлені значення)

Фізична постійна	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравітаційна постійна	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Постійна Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярна газова стала	R	$8,31 \text{ Дж/(моль К)}$
Стандартний об'єм	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Постійна Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постійна Стефана – Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \text{ К}^4)$
Постійна закону зсуву Віна	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м К}$
Постійна Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$
Постійна Ридберга	R_∞	$10973731,77 \text{ м}^{-1}$
Радіус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	λ_e	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А м}^2$
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}(13,6 \text{ еВ})$
Атомна одиниця маси	$a.o.m.$	$1,660 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Електрична постійна	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна постійна	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

<i>Найменування</i>	<i>Значення</i>
Радіус Землі	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Маса Землі	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радіус Сонця	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$
Маса Сонця	$1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радіус Місяця	$1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$
Маса Місяця	$7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Відстань від центру Землі до центру Сонця	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Відстань від центру Землі до центру Місяця	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

3. Густина твердих тіл

Тверде тіло	Густина, кг/м^3	Тверде тіло	Густина, кг/м^3
Алюміній	$2,70 \cdot 10^3$	Мідь	$8,93 \cdot 10^3$
Барій	$3,50 \cdot 10^3$	Нікель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадій	$6,02 \cdot 10^3$	Свинець	$11,3 \cdot 10^3$
Вісмут	$9,80 \cdot 10^3$	Срібло	$10,5 \cdot 10^3$
Залізо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезій	$1,90 \cdot 10^3$
Літій	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

4 . Густина рідин

Рідина	Густина, кг/м^3	Рідина	Густина, кг/м^3
Вода (при 4^0C)	$1,00 \cdot 10^3$	Сірковуглець	$1,26 \cdot 10^3$
Гліцерин	$1,26 \cdot 10^3$		
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$

5 . Густина газів (за нормальних умовх)

Газ	Густина, кг/м^3	Газ	Густина, кг/м^3
Водень	0,09	Гелій	0,18
Повітря	1,29	Кисень	1,43

6. Ефективний діаметр молекули

Газ	Діаметр, м	Газ	Діаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелій	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водень	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кисень	$2,7 \cdot 10^{-10}$

7. Маса атомів легких ізотопів

Ізотоп	Символ	Маса а.о.м.	Ізотоп	Символ	Маса а.о.м.
Нейтрон	${}_0^1n$	1,00867	Берилій	${}_4^7Be$ ${}_4^9Be$	7,01693 9,01219
Водень	${}_1^1H$ ${}_1^2H$	1,00783 2,01410	Бор	${}_5^{10}B$ ${}_5^{11}B$	10,01294 11,00930
Гелій	${}_2^3He$ ${}_2^4He$	3,01605 4,00260	Вуглець	${}_6^{14}C$ ${}_6^{13}C$	12,00000 13,00335
Літій	${}_3^6Li$ ${}_3^7Li$	6,01513 7,01601	Азот	${}_7^{14}N$	14,00307
			Кисень	${}_8^{16}O$ ${}_8^{17}O$	15,99491 16,99913

8. Періоди напіврозпаду радіоактивних ізотопів

Ізотоп	Символ	Період напіврозпаду
Актиній	${}_{89}^{225}Ac$	10 діб
Йод	${}_{53}^{131}I$	8 діб
Кобальт	${}_{27}^{60}Co$	5,3 року
Магній	${}_{12}^{27}Mg$	10хв
Радій	${}_{86}^{226}Ra$	1626 років
Радон	${}_{86}^{222}Rn$	3,8доби
Стронцій	${}_{38}^{90}Sr$	27 років
Фосфор	${}_{15}^{32}P$	14,3 доби
Церій	${}_{58}^{144}Ce$	285 діб

9.Магнітна проникливість (μ) пара- і діамагнетиків.

Парамагнетик	$(\mu - 1) \cdot 10^6$	Діамагнетик	$(\mu - 1) \cdot 10^6$
Азот	0,013	Бензол	7,5
Алюміній	21	Вісмут	176
Вольфрам	176	Вода	9,0
Залізо хлористе	2500	Водень	0,063
Кисень	1,8	Кам'яна сіль	12,6
Кисень (рідкий)	3400	Кварц	15,1
Платина	360	Мідь	10,3
Ебоніт	14	Вуглекислота	5,3

10.Температурний коефіцієнт опору (α) речовин при температурі від 0 °С до 100 °С

Речовина	$\alpha \cdot 10^4, K^{-1}$	Речовина	$\alpha \cdot 10^4, K^{-1}$
Алюміній	45	Залізо	65
Вісмут	42	Манганін (36 % Cu — 2%Ni — 2 % Mn)	0,1
Вольфрам	48	Мідь	43
Германій (при 100 °С)	--300	Платина	38
Кам'яна сіль (10% - розчин)	--210	Ртуть	10
Константан (58 %Cu — 40 % Ni — 2 % Mn)	0,01	Свинець	42
Кремній (при 100°С)	--450	Срібло	41

11.Питомий опір (ρ) речовин при температурі 0°C

Речовина	$\rho \cdot 10^8$, Ом·м	Речовина	$\rho \cdot 10^8$, Ом·м
Алюміній	2,5	Кремній	$2,3 \cdot 10^{13}$
Вісмут	110	Латунь (60 % Cu — 34 % Zn)	63
Вода (хімічно чиста)	10^{14}	Манганін (85 %Cu — 3 % Ni — 12 % Mn)	40
Германій	$47 \cdot 10^8$	Марганець	258
Графіт	3000	Мідь	1,8
Залізо	10	Миш'як	350
Золото	2,2	Платина	11
Калій	6,7	Ртуть	9,4
Кам'яна сіль (10%-й розчин)	$8,25 \cdot 10^5$	Свинець	20
Кварц	10^{26}	Срібло	1,6
Константан (54 %Cu—45 % Ni — 1 % Mn)	50	Сіре олово	$2 \cdot 10^4$
		Скло	10^{17}
		Теллур	$1,6 \cdot 10^5$
		Фарфор	10^{21}

СПИСОК ВИКОРИСТНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Загальна фізика. Оптика : оглядові лекції / уклад. В. М. Кадченко. Кривий Ріг : КДПУ, 2020. 70 с. URL: http://elibrary.kdpu.edu.ua/bitstream/123456789/4159/1/ДЕК_ОГЛЯДОВІ%20ЛЕКЦІЇ_2.pdf
2. Коваленко В. Ф. Загальна фізика в прикладах, запитаннях і відповідях. Механіка : навчальний посібник. Київ : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2011. 223 с. URL: http://rex.knu.ua/wp/wp-content/uploads/2017/10/Kovalenko_Mechanics.pdf
3. Конспект з фізики для студентів скороченої форми навчання / уклад. О. Крамар. Тернопіль : Центр оперативної поліграфії, 2018. 128 с. URL: https://elartu.tntu.edu.ua/bitstream/lib/27376/1/metod_AT_preprint.pdf
4. Коцюбинський В. О., Бойчук В. М. Фізика (вибрані питання) : курс лекцій. Івано-Франківськ :ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника", 2021. 309 с. URL: <http://lib.pnu.edu.ua:8080/bitstream/123456789/9429/1/Фізика%20вибрані%20питання%209.pdf>
5. Коцюбинський В. О., Бойчук В. М. Фізика : курс лекцій. Івано-Франківськ :ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника", 2020. 310 с. URL: http://lib.pnu.edu.ua:8080/bitstream/123456789/6649/1/Курс%20лекцій_фізика.pdf
6. Лекції з курсу загальної фізики . Розділ I. Механіка / уклад. М. І. Правда. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2021. 55 с. URL: http://eir.zntu.edu.ua/bitstream/123456789/7495/1/MV_Pravda.pdf
7. Лекції з курсу загальної фізики. Розділ IV. Хвильова оптика / уклад. М. І. Правда. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2021. 20 с. URL: http://eir.zntu.edu.ua/bitstream/123456789/7498/1/MV_Pravda.pdf
8. Лекції з курсу загальної фізики. Розділ II. Молекулярна фізика та термодинаміка / уклад. М. І. Правда. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2021. 36 с. URL: http://eir.zntu.edu.ua/bitstream/123456789/7496/1/MV_Pravda.pdf
9. Лекції з курсу загальної фізики. Розділ III. Електрика та магнетизм / уклад. М. І. Правда. Запоріжжя : НУ «Запорізька політехніка», 2021. 56 с. URL: http://eir.zntu.edu.ua/bitstream/123456789/7497/1/MV_Pravda.pdf
10. Огородніков В. А., Федотов В. О., Перлов В. Є. Теоретична механіка. Кінематика : конспект лекцій. Вінниця : ВНТУ, 2015. 69 с. URL: https://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/18337/TM_kin_kl.PDF?sequence=1
11. Огородніков В. А., Федотов В. О., Кириця І. Ю. Теоретична механіка. Динаміка : конспект лекцій. Вінниця : ВНТУ, 2016. 84 с. URL: https://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/18336/Конспект_лекцій_Динаміка_Кириця.PDF?sequence=1&isAllowed=y
12. Павло В. Фізика. Основи і механічний рух : підручник. Одеса : Book Chef, 2020. 384 с.
13. Прокопів В. В. Конспекти лекцій з молекулярної фізики. Івано-Франківськ : Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,

2017. 76 с. URL: http://lib.pnu.edu.ua:8080/bitstream/123456789/3745/1/Konspekt-FF_Knyga.pdf

14. Русаков В. Ф. Фізичні основи механіки: навчальний посібник. Вінниця: ДонНУ імені Василя Стуса, 2019. 144 с. URL: https://r.donnu.edu.ua/bitstream/123456789/113/1/84_%20Русаков%20В.Ф.%20Механіка.pdf

15. Янг Г., Фрідман Р., Сендін Т., Форд Л. Фізика для університетів з розділами сучасної фізики. Львів : Наутілус, 2009. 1600 с.

16. Calculation of Optimal Geometric Parameters Electrical Apparatus for Controlling the Irrigation System / O. Sadovoy et al. 2023 *IEEE 5th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 27–30 September 2023. 2023. URL: <https://doi.org/10.1109/mees61502.2023.10402456>

17. Comparison of Active Power Losses of Single-Phase Electromagnetic Static Devices by Radial Electromagnetic System / O. Sadovoy et al. 2022 *IEEE 4th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 20–23 October 2022. 2022. URL: <https://doi.org/10.1109/mees58014.2022.10005760>

18. Technological Parameters Of The Magnetic Circuit Of The Compact Transformer For Aggregate Electric Drive / E. Avdieieva et al. 2020 *IEEE Problems of Automated Electrodrive. Theory and Practice (PAEP)*, Kremenchuk, Ukraine, 2020, pp. 1-4, DOI: <https://doi.org/10.1109/PAEP49887.2020.9240779>.

19. Development of a Model of Cell Functioning to Measure the Interaction of Low-Energy EMF / M. Kundenko et al. 2022 *XXXII International Scientific Symposium Metrology and Metrology Assurance (MMA)*, Sozopol, Bulgaria, 7–11 September 2022. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1109/mma55579.2022.9993093>.

Навчальне видання

ФІЗИКА.

Модуль 5 «Електромагнетизм. Змінний електричний струм»

Методичні рекомендації

Укладачі: **Вахоніна** Лариса Володимирівна

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 4,3.

Тираж 20 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.10.2013р.