

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

ІНЖЕНЕРНО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**КАФЕДРА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ, ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ ТА
ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ**

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності G3 «Електрична інженерія» заочної форми здобуття вищої освіти

Миколаїв
2026

УДК 621.3

Т33

Рекомендовано до друку науково-методичною комісією Інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 17.03.2026, протокол № 6.

Укладач:

Віталій Мардзявко – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

Олексій Садовий – канд. тех. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Андрій Ставинський – д-р техн. наук, професор, зав. кафедрою електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний
аграрний університет, 2026

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ПРАКТИЧНА РОБОТА №1. Розрахунок простих кіл постійного струму.....	5
ПРАКТИЧНА РОБОТА №2. Розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму.....	14
ПРАКТИЧНА РОБОТА №3. Розрахунок складних кіл постійного електричного струму.....	24
ПРАКТИЧНА РОБОТА №4. Однофазні електричні кола. Розрахунок електричних кіл змінного струму.....	35
ПРАКТИЧНА РОБОТА №5. Розрахунок складних електричних кіл змінного струму з кількома джерелами електрорушійної сили символічним методом та методом вузлових потенціалів.....	58
ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТІВ З ПРАКТИЧНИХ РОБІТ.....	71
ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ПІДГОТОВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАННЯТЬ.....	72
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	74
ДОДАТКИ.....	76

ВСТУП

Дисципліна «Теоретичні основи електротехніки» є фундаментальною складовою професійної підготовки здобувачів вищої освіти за спеціальністю 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», оскільки формує базові знання та вміння, необхідні для аналізу, розрахунку та проектування електричних і електромеханічних систем. Засвоєння положень цієї дисципліни є необхідною передумовою для вивчення подальших фахових дисциплін, зокрема електричних машин, електроприводу, електроенергетичних систем і мереж, силової електроніки та автоматизованих систем керування.

Практичні заняття з теоретичних основ електротехніки відіграють важливу роль у закріпленні теоретичних знань і формуванні практичних навичок розрахунку електричних кіл постійного та змінного струму. У процесі виконання практичних робіт здобувачі освіти набувають умінь застосовувати закон Ома, закони Кірхгофа, методи еквівалентних перетворень електричних схем, методи контурних струмів і вузлових потенціалів, а також здійснювати перевірку правильності розрахунків шляхом складання балансу потужностей.

Методичні рекомендації призначені для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти заочної форми навчання та містять систематизований виклад теоретичних відомостей, приклади розв'язання типових задач, індивідуальні варіанти завдань, порядок виконання практичних робіт, вимоги до оформлення звітів і питання для самоконтролю. Структура матеріалу побудована за принципом поступового ускладнення — від розрахунку простих електричних кіл постійного струму до аналізу складних розгалужених кіл та однофазних кіл змінного струму.

Запропоновані методичні рекомендації спрямовані на розвиток аналітичного мислення, формування інженерного підходу до розв'язання електротехнічних задач та підвищення рівня самостійної роботи здобувачів освіти, що є особливо актуальним для заочної форми здобуття вищої освіти.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №1

Тема: Розрахунок простих кіл постійного струму

Мета роботи: є у формуванні в здобувачів освіти практичних навичок розрахунку електричних кіл постійного струму зі змішаним з'єднанням елементів шляхом визначення еквівалентного опору, загального струму, розподілу струмів і напруг у гілках кола на основі закону Ома, а також у закріпленні вміння аналізувати вплив параметрів елементів на режим роботи електричного кола.

1. Теоретична частина

Електричні кола постійного струму є основою для вивчення електротехніки та електроенергетичних систем, оскільки більшість реальних електротехнічних пристроїв і установок можуть бути зведені до еквівалентних схем постійного струму. Електричним колом постійного струму називають сукупність електричних елементів, з'єднаних між собою таким чином, що в них під дією джерела електричної енергії протікає струм сталої величини та напрямку. До основних елементів електричного кола належать джерела електрорушійної сили, споживачі електричної енергії (навантаження) та з'єднувальні провідники.

Головною метою аналізу електричних кіл постійного струму є визначення електричних величин у різних елементах кола, а саме: струмів, напруг та потужностей. Для цього використовують фундаментальні закони електротехніки, серед яких основне місце займає закон Ома, що встановлює кількісний зв'язок між напругою, струмом і опором. Відповідно до закону Ома для ділянки кола сила струму прямо пропорційна прикладеній напрузі та обернено пропорційна опору цієї ділянки.

У випадку послідовного з'єднання елементів електричного кола через усі елементи протікає один і той самий струм. При цьому загальна напруга кола

дорівнює сумі падінь напруги на кожному елементі, а еквівалентний опір визначається як сума опорів усіх елементів. Такий тип з'єднання характерний для ділянок кола, в яких струм не розгалужується.

При паралельному з'єднанні елементів електричного кола всі гілки перебувають під однаковою напругою джерела, а загальний струм дорівнює сумі струмів у кожній гілці. Еквівалентний опір паралельного з'єднання завжди менший за найменший із опорів гілок і визначається як обернена величина суми обернених опорів окремих елементів. Паралельне з'єднання широко застосовується в електричних мережах для забезпечення однакової напруги на споживачах.

У більшості практичних випадків електричні кола мають змішане з'єднання елементів, тобто містять як послідовні, так і паралельні ділянки. Розрахунок таких кіл виконується шляхом поетапного спрощення схеми, при якому складні ділянки замінюються еквівалентними опорами. Після визначення загального опору кола за законом Ома знаходять загальний струм, а далі - напруги та струми в окремих гілках і елементах.

З'єднання двох і більше елементів називається вузлом і зображується на електричній схемі «жирною» точкою. Розглянемо найпростіші схеми – послідовного та паралельного з'єднання двох опорів.

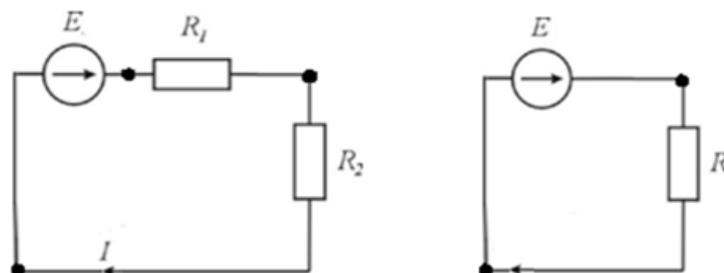


Рис. 1.1 – Послідовне з'єднання

Після підключення до послідовного з'єднання опорів ЕРС, в колі виникне струм I . Величина струму I залежатиме від величини сумарного опору R . Електричні заряди, під час протікання по колу, «долють» спочатку один опір, а

за ним другий. Тож загальний опір при послідовному з'єднанні двох елементів буде більший за окремо взятий кожен опір, і дорівнюватиме їх сумі: $R=R_1+R_2$.

В спрощеній схемі $U_R=E$, оскільки джерело ЕРС і опір R під'єднанні між одними і тими ж вузлами, різниця потенціалів між якими складає E . Згідно закону Ома:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_1 + R_2}, \quad (1.1)$$

Через обидва елементи на першій схемі потече однаковий струм I , але напруги на даних елементах розподіляться пропорційно їх опорам: $U_{R1}=IR_1$, $U_{R2}=IR_2$. Через більший опір «знадобиться» більша напруга для протікання також самого струму, як і через менший опір. $U_{R1}+U_{R2} = IR_1 + IR_2 = I (R_1+R_2) = IR = E$.

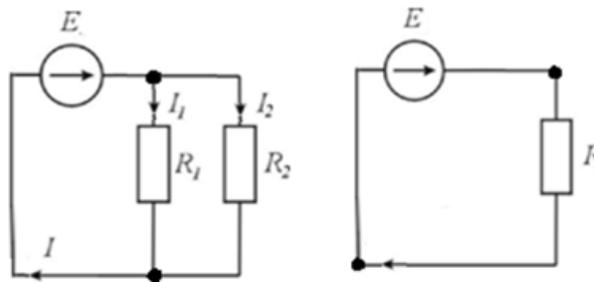


Рис. 1.2 – Паралельне з'єднання

В даній схемі електричним зарядам, під дією ЕРС, представляється «вибір» – іти по одній гілці, чи по іншій – таким чином, протікання «полегшується», і загальний опір буде менший, ніж опір окремо кожного елемента. Струми в гілках будуть обернено пропорційні опорам (чим більше опір, тим менше струм):

$$I_1 = E / R_1, \quad I_2 = E / R_2, \quad (1.2)$$

Оскільки загальний струм «ділиться» на два «потоки», його величина буде дорівнювати сумі величин струмів в гілках: $I = I_1 + I_2$.

З даних співвідношень, використовуючи закон Ома для повного опору і для двох окремих опорів, можна виразити формулу загального опору:

$$\frac{E}{R} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2}, \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad (1.3)$$

За даним принципом можна також довести, що при n - паралельних з'єднань опорів, загальний опір:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{s=1}^n \frac{1}{R_s}, \quad (1.4)$$

Величина, обернена до опору, називається провідністю, вимірюється в Сименсах [См], і в колах постійного струму позначається літерою G : $G = \frac{1}{R}$, для n -паралельних з'єднань опорів: $G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$.

Важливим аспектом аналізу електричних кіл постійного струму є розрахунок потужності. Електрична потужність визначається як добуток напруги на струм або як функція струму і опору. Закон збереження енергії в електричному колі проявляється у вигляді балансу потужностей: потужність, що віддається джерелом, дорівнює сумі потужностей, споживаних усіма навантаженнями та втратами в колі. Виконання цього балансу є одним із основних критеріїв правильності розрахунків.

Слід також враховувати, що будь-яка зміна параметрів елементів електричного кола, зокрема опору навантаження, призводить до зміни режиму роботи всього кола. Це викликає перерозподіл струмів і напруг, що може суттєво впливати на роботу електротехнічних пристроїв. Саме тому вміння аналізувати електричні кола постійного струму та прогнозувати наслідки зміни їх параметрів є важливою складовою професійної підготовки майбутніх фахівців електроенергетичної галузі.

Головною задачею розрахунку електричних кіл є визначення струмів і потужностей в різних елементах кола (джерелах, приймачах, проводах), а також напруги на окремих елементах кола.

Вихідними даними для розрахунку звичайно є задані ЕРС кола і характеристики (параметри) елементів кола, тобто або їх опори, або

номінальні напруги і потужності. Якщо діюча в колі ЕРС і параметри елементів незмінні в часі, то така задача має однозначне рішення.

Якщо електричне коло уявляє собою поєднання послідовно і паралельно включених споживачів (змішана схема з'єднань) і при цьому має одне джерело живлення (одну ЕРС), то вона розраховується в такому порядку:

1. Шляхом послідовного спрощення знаходять загальний опір кола.
2. За законом Ома знаходять загальний струм.
3. Знаходять розподіл струмів і напруг в схемі.

2. Завдання

У ході виконання практичної роботи необхідно ознайомитися з принциповою схемою електричного кола постійного струму зі змішаним з'єднанням елементів, визначити еквівалентні опори окремих ділянок та загальний опір кола, за законом Ома розрахувати загальний струм, знайти розподіл струмів і напруг у гілках та окремих елементах, обчислити споживані потужності, перевірити правильність розрахунків за балансом потужностей, проаналізувати вплив зміни параметрів елементів на режим роботи кола та оформити результати з відповідними висновками.

3. Порядок виконання практичного завдання

Методику розрахунку розглянемо на прикладі. Вихідні дані: $U = 240$ В; $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 20$ Ом; $R_3 = 60$ Ом; $R_4 = 9$ Ом; $R_5 = 30$ Ом; $R_6 = 4$ Ом; $R_7 = 2$ Ом. Знайти розподіл струмів в схемі.

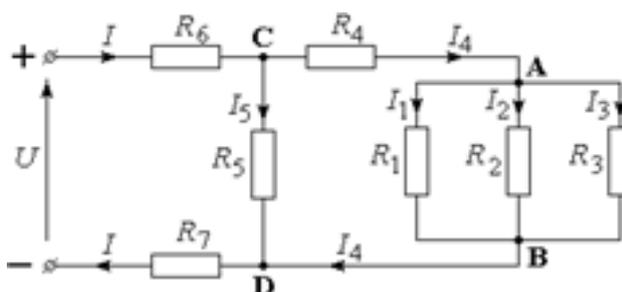


Рис. 1.1 – Еквівалентна схема кола постійного струму

1. Визначаємо еквівалентний опір між точками AB :

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3} =$$

$$= \frac{10 \cdot 20 \cdot 60}{10 \cdot 20 + 20 \cdot 60 + 10 \cdot 60} = 6 \text{ Ом}; \quad (1.5)$$

2. Складаємо послідовно з'єднані опори R_{AB} та R_4 і отримуємо R' :

$$R' = R_{AB} + R_4 = 6 + 9 = 15 \text{ Ом}, \quad (1.6)$$

Опір R' в свою чергу виявляється з'єднаним паралельно з опором R_5 . Їх загальний опір:

$$\frac{1}{R_{CD}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R'} \Rightarrow R_{CD} = \frac{R' \cdot R_5}{R' + R_5} = \frac{15 \cdot 20}{15 + 20} = 10 \text{ Ом}, \quad (1.7)$$

3. Загальний (еквівалентний) опір кола:

$$R = R_6 + R_{CD} + R_7 = 4 + 10 + 2 = 16 \text{ Ом}, \quad (1.8)$$

4. Загальний струм:

$$I = U / R = 240 / 16 = 15 \text{ А}, \quad (1.9)$$

5. Напруга між точками C і D :

$$U_{CD} = I \cdot R_{CD} = 15 \cdot 10 = 150 \text{ В}, \quad (1.10)$$

6. Струми в опорах R' і R_5 :

$$I_4 = U_{CD} / R' = 150 / 15 = 10 \text{ А}, \quad (1.11)$$

$$I_5 = U_{CD} / R_5 = 150 / 30 = 5 \text{ А},$$

7. Напруга між точками A і B :

$$U_{AB} = I_4 \cdot R_{AB} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ В}, \quad (1.12)$$

8. Струми в опорах R_1 , R_2 , R_3 :

$$I_1 = U_{AB} / R_1 = 60 / 10 = 6 \text{ А}; \quad I_2 = U_{AB} / R_2 = 60 / 20 = 3 \text{ А};$$

$$I_3 = U_{AB} / R_3 = 60 / 60 = 1 \text{ А}. \quad (1.13)$$

Для перевірки розрахунку можна використати те, що в електричному колі завжди встановлюється струм I такої величини, при якій загальна потужність,

що віддається джерелом дорівнює сумі потужностей, що споживаються кожним приймачем кола.

Необхідно звернути увагу на те, що в електричному колі завжди встановлюється струм I такої величини, при якій прикладена до кола напруга U повністю врівноважує (компенсує) втрати напруги в усіх послідовно включених елементах кола. Зміна величини опору будь-якої ділянки схеми неминуче спричиняє зміну як загального струму, так і струмів, що протікають в окремих елементах цієї схеми.

4. Вказівки щодо оформлення звіту

1. Ознайомитися з принциповою схемою електричного кола постійного струму зі змішаним з'єднанням елементів та вихідними даними, наведеними в умові практичної роботи.

2. Визначити еквівалентний опір окремих ділянок електричного кола шляхом поетапного спрощення схеми з урахуванням послідовного та паралельного з'єднання опорів.

3. Розрахувати загальний (еквівалентний) опір електричного кола.

4. На основі закону Ома визначити загальний струм кола.

5. Знайти напруги на основних ділянках електричного кола та струми в окремих гілках і елементах.

6. Розрахувати електричні потужності, що споживаються окремими елементами кола, та визначити потужність, що віддається джерелом живлення.

7. Перевірити правильність виконаних розрахунків шляхом складання балансу потужностей електричного кола.

8. Проаналізувати вплив зміни опору одного з елементів на загальний струм та розподіл струмів і напруг у колі.

9. Оформити результати розрахунків у вигляді таблиць і зробити обґрунтовані висновки щодо режиму роботи електричного кола.

10. Сформулювати загальний висновок за результатами виконання практичної роботи.
11. Відповісти на питання для самоконтролю.
12. Оформити звіт відповідно до вимоги захисту та виконання практичних робіт.

5. Питання для самоконтролю

1. У чому полягає фізичний зміст закону Ома для ділянки та замкненого електричного кола постійного струму?
2. Як визначається еквівалентний опір при послідовному та паралельному з'єднанні резисторів?
3. Який порядок розрахунку електричного кола постійного струму зі змішаним з'єднанням елементів?
4. Як здійснюється перевірка правильності розрахунків електричного кола за допомогою балансу потужностей?
5. Як впливає зміна опору одного з елементів кола на загальний струм і розподіл струмів та напруг у гілках?

Таблиця 1.1 – Варіанти завдань для виконання практичної роботи

Варіант	U (В)	R ₁ (Ом)	R ₂ (Ом)	R ₃ (Ом)	R ₄ (Ом)	R ₅ (Ом)	R ₆ (Ом)	R ₇ (Ом)
1	120	6	12	24	5	20	3	2
2	180	9	18	36	6	30	4	3
3	240	10	20	40	8	25	5	2
4	200	8	16	32	10	40	4	6
5	150	5	15	30	6	20	4	5
6	220	11	22	44	9	33	6	4
7	160	8	24	48	12	24	5	3

Варіант	U (В)	R ₁ (Ом)	R ₂ (Ом)	R ₃ (Ом)	R ₄ (Ом)	R ₅ (Ом)	R ₆ (Ом)	R ₇ (Ом)
8	300	15	30	60	10	50	5	10
9	110	10	25	50	5	20	2	3
10	250	12	24	48	8	40	6	6
11	140	7	14	28	4	16	3	2
12	260	13	26	52	10	39	7	5
13	180	9	27	54	6	18	4	3
14	210	14	28	56	7	35	5	7
15	170	10	20	50	5	25	5	5
16	230	11	33	66	11	22	6	4
17	190	8	16	48	6	24	3	5
18	280	14	28	70	14	35	7	10
19	130	6	18	36	6	18	3	4
20	240	12	36	72	12	24	6	8
21	160	8	32	64	8	16	4	4
22	200	10	30	60	10	20	5	5
23	270	15	45	90	15	30	6	9
24	150	6	12	36	6	18	3	3
25	320	16	32	64	16	48	8	8
26	175	7	21	42	7	21	4	5
27	260	13	39	78	13	26	6	7
28	140	5	20	40	5	20	2	3
29	290	14	42	84	14	28	7	10
30	180	9	18	45	9	27	4	6

ПРАКТИЧНА РОБОТА №2

Тема: Розрахунок лінійних електричних кіл постійного струму

Мета роботи: набуття практичних навичок розрахунку лінійних електричних кіл постійного струму шляхом застосування закону Ома, першого і другого законів Кірхгофа, методу еквівалентних перетворень електричних схем, а також перевірки правильності розрахунків за допомогою балансу потужностей.

1. Теоретична частина

Розрахунок електричних кіл постійного струму базується на фундаментальних законах електротехніки, які визначають взаємозв'язок між основними електричними величинами та описують умови їх розподілу в колі. До таких законів належать закон Ома, перший і другий закони Кірхгофа, а також закон Джоуля–Ленца, застосування яких дозволяє коректно визначати струми, напруги, потужності та енергетичні характеристики електричних кіл.

Закон Ома встановлює кількісну залежність між напругою, струмом і електричним опором (або еквівалентним опором ділянки кола) та є основою для розрахунку режимів роботи електричних кіл постійного струму. При практичному використанні цього закону важливим є дотримання прийнятої системи знаків: у випадку, коли напрямок прикладеної напруги або електрорушійної сили не збігається з обраним додатним напрямком струму, відповідні величини у формулах необхідно враховувати зі знаком «-», що забезпечує правильність математичного опису електричного процесу.

Перший закон Кірхгофа застосовується для аналізу вузлів електричного кола та відображає закон збереження заряду. Згідно з ним, алгебраїчна сума струмів у всіх вітках, що сходяться в одному вузлі, дорівнює нулю. При цьому струми, напрямлені до вузла, умовно вважаються додатними, а струми, що відтікають від вузла, – від'ємними. Дотримання цього правила дозволяє

складати коректні рівняння струмів і визначати їх розподіл у розгалужених електричних колах.

Другий закон Кірхгофа використовується для розрахунку електричних контурів і ґрунтується на законі збереження енергії. Він стверджує, що алгебраїчна сума електрорушійних сил у замкненому контурі дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруг на всіх елементах цього контуру. При складанні рівнянь за другим законом Кірхгофа напруги та ЕРС вважаються додатними, якщо їх напрямки збігаються з прийнятим напрямком обходу контуру, що забезпечує однозначність і коректність розрахунків.

Згідно з законом Джоуля-Ленця енергія, яка споживається пасивною ділянкою кола постійного струму, дорівнює:

$$W=U \cdot I \cdot t, \quad (2.1)$$

де U - напруга на пасивній ділянці; I - струм; t - час.

Потужність енергії розраховується за формулою:

$$P = \frac{W}{t} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}, \quad (2.2)$$

Потужність джерела електрорушійної сили дорівнює:

$$P_{\text{дж}}=E \cdot I, \quad (2.3)$$

Якщо ЕРС E і струм I джерела мають різні знаки, то потужність джерела є від'ємною, а це означає, що дане джерело не генерує, а споживає енергію.

Якщо внутрішній опір джерела $R_{\text{вн}}$ є набагато меншим за опір приймача $R_{\text{п}}$, то таке джерело називають джерелом напруги, бо практично величина напруги на його затискачах не залежить від струму споживача. Надалі, в прикладах для розрахунків, будемо застосовувати лише джерела напруг.

При розрахунках задач простих електричних кіл, які мають тільки одне джерело живлення, доцільно використовувати метод еквівалентного перетворення електричного кола з метою його спрощення. Після такого еквівалентного перетворення загальний струм (струм джерела) розраховується за законом Ома:

$$I = \frac{E}{R_{\text{екв}}}, \quad (2.4)$$

При послідовному з'єднанні резисторів еквівалентний опір розраховується за формулою:

$$R_{\text{екв}} = \sum_{k=1}^n R_k, \quad (2.5)$$

де n - кількість послідовно з'єднаних резисторів; R_k - один з конкретних опорів, з яких складається еквівалентний опір.

При паралельному з'єднанні резисторів еквівалентна провідність буде дорівнювати:

$$G_{\text{екв}} = \sum_{k=1}^m G_k, \quad (2.6)$$

де m - кількість паралельно з'єднаних резисторів; G_k - одна з конкретних провідностей кола.

При мішаному з'єднанні резисторів еквівалентний опір електричного кола $R_{\text{екв}}$ знаходять поступовим спрощенням схеми і еквівалентним перетворенням “згортанням” її до одного еквівалентного опору .

2. Завдання

1. Вивчити теоретичні основи розрахунку лінійних електричних кіл постійного струму, зокрема закон Ома, перший і другий закони Кірхгофа та закон Джоуля–Ленца.

2. Для заданої електричної схеми відповідно до індивідуального варіанта:

- накреслити електричну схему;
- позначити вузли, вітки та контури;
- задати додатні напрямки струмів у вітках і напрямок обходу контурів.

3. Виконати спрощення електричного кола методом еквівалентних перетворень, визначивши еквівалентні опори для послідовного, паралельного або мішаного з'єднання резисторів.

4. Розрахувати еквівалентний опір електричного кола відносно затискачів джерела живлення та визначити струм джерела за законом Ома.
5. Визначити напруги на окремих ділянках електричного кола та розрахувати струми у всіх вітках із застосуванням закону Ома та законів Кірхгофа.
6. Обчислити потужність, що споживається кожним резистором, а також потужність, яку віддає джерело електричної енергії.
7. Перевірити правильність виконаних розрахунків шляхом складання рівнянь за першим законом Кірхгофа для одного або декількох вузлів кола.
8. Виконати перевірку балансу потужностей та зробити висновок щодо енергетичної узгодженості отриманого режиму роботи електричного кола.
9. Оформити звіт з практичної роботи відповідно до встановлених вимог, навівши розрахункові формули, проміжні обчислення, схеми та обґрунтовані висновки.

3. Порядок виконання практичного завдання

Приклад 1. В електричному колі, схему якого зображено на рис. 2.1, відомими є значеннями опорів резисторів R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 і R_6 , електрорушійна сила ЕРС E і її внутрішній опір R_0 . Розрахувати струми у вітках кола.

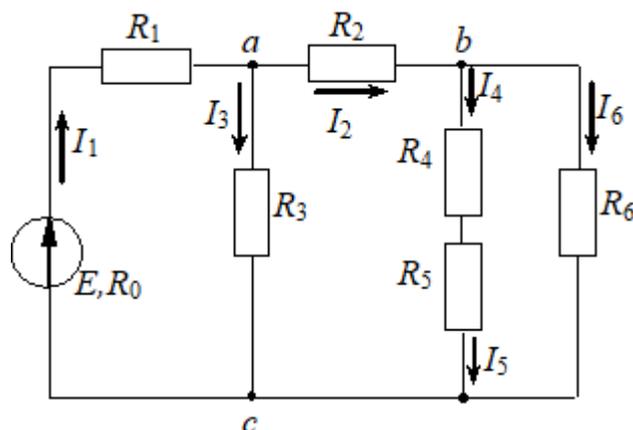


Рис. 2.1 – Електрична схема для прикладу 1

1. Спростимо схему електричного кола до одного еквівалентного опору відносно затискачів джерела живлення. Схема спрощується шляхом заміни групи послідовно або паралельно з'єднаних резисторів одним еквівалентним опором. Так резистори R_4 і R_5 з'єднані послідовно, а резистор R_6 - з ними паралельно, тому їх еквівалентний опір:

$$R_{bc} = \frac{(R_4 + R_5) \cdot R_6}{(R_4 + R_5 + R_6)}, \quad (2.7)$$

Після проведених перетворень схема приймає вигляд, показаний на рис. 2.2.

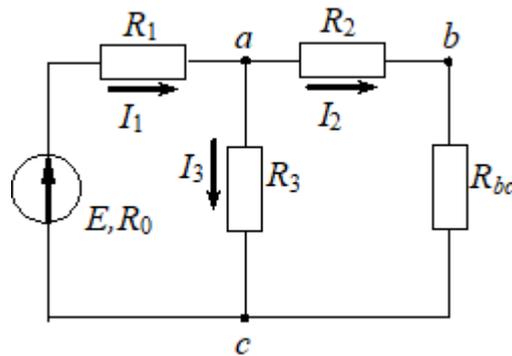


Рис. 2.2 – Спрощена електрична схема для прикладу 1

Еквівалентний опір всього кола дорівнює:

$$R_{\text{екв}} = R_0 + R_1 + R_{\text{екв}(ac)} = R_0 + R_1 + \frac{R_3 \cdot (R_2 + R_{bc})}{R_2 + R_3 + R_{bc}}, \quad (2.8)$$

Струм I_1 в нерозгалуженій частині схеми визначається за законом Ома:

$$I_1 = \frac{E}{R_{\text{екв}}}, \quad (2.9)$$

Напруга між точками “a” та “c” розраховується за формулою:

$$U_{ac} = I_1 \cdot R_{\text{екв}(ac)} = I_1 \cdot \frac{R_3 \cdot (R_2 + R_{bc})}{R_2 + R_3 + R_{bc}}, \quad (2.10)$$

Тоді струми у вітках можна розрахувати за законом Ома:

$$I_3 = \frac{U_{ac}}{R_3}; \quad I_2 = \frac{U_{ac}}{R_2 + R_{bc}}, \quad (2.11)$$

Аналогічно розраховуються струми I_4 та I_6 , тобто розраховують спочатку величину напруги $U_{bc} = I_2 \cdot R_{bc}$, а потім струми в паралельних вітках. Для розрахунку струмів у паралельних вітках можна користуватись ще і таким правилом: струм в одній із паралельних віток дорівнює загальному струму цих віток, помноженому на опір іншої вітки (сусідньої) і поділеному на суму опорів обох віток:

$$I_4 = I_5 = I_2 \frac{R_6}{R_4 + R_5 + R_6}; \quad I_6 = I_2 \frac{R_4 + R_5}{R_4 + R_5 + R_6}, \quad (2.12)$$

Для перевірки рішення можна користуватись рівняннями, складеними за першим законом Кірхгофа, і рівнянням балансу потужностей, які для схеми, зображеної на рис.1, будуть мати вигляд:

$$I_1 = I_2 + I_3; \quad I_2 = I_4 + I_6, \quad (2.13)$$

Потужність енергії, яку генерує джерело, дорівнює арифметичній сумі потужностей споживачів:

$$EI_1 = (R_0 + R_1) \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + (R_4 + R_5) \cdot I_4^2 + R_6 \cdot I_6^2, \quad (2.14)$$

Приклад 2. В електричних колах досить часто потрібно розрахувати зворотну задачу, коли значення ЕРС є невідомим, а задано один із електричних параметрів кола: величину напруги, струму або потужність на одному із елементів електричного кола.

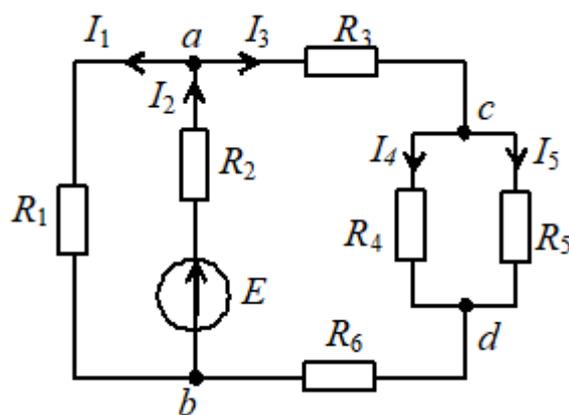


Рис. 2.3 – Електрична схема для прикладу 2

Наприклад, в електричному колі (рис. 2.3) задано потужність енергії $P_3=75 \text{ Вт}$, яка споживається резистором R_3 , та значення опорів резисторів $R_1=6 \text{ Ом}$, $R_2=4 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$, $R_5 = 8 \text{ Ом}$, $R_6= 7,4 \text{ Ом}$. Знайти величину ЕРС E .

Потужність енергії, що споживається резистором R_3 , розраховується за формулою: $P_3 = I_3^2 \cdot R_3$, звідки знаходимо значення струму I_3 :

$$I_3 = \sqrt{\frac{P_3}{R_3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = 5 \text{ А}, \quad (2.15)$$

Тоді величину струму в одній із паралельних віток розраховують за формулою: $I_4 = I_3 \frac{R_5}{R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 8}{2 + 8} = 4 \text{ А}$, а в іншій – можна знайти за I законом

Кірхгофа для вузла "c": $I_5 = I_3 - I_4 = 5 - 4 = 1 \text{ А}$.

Для того, що б розрахувати величину струму I_1 , необхідно знати величину напруги на резисторі R_1 , яка дорівнює напрузі між вузлами "a" та "b". Величину напруги U_{ab} розраховують за законом Ома для ділянки кола, що складається із розгалуженої схеми з опорами R_3 , R_4 , R_5 , R_6 :

$$R_{cd} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = \frac{2 \cdot 8}{2 + 8} = 1,6 \text{ Ом}, \quad (2.16)$$

$$U_{ab} = I_3 \cdot R_{\text{екв}(acdb)} = I_3 \cdot (R_3 + R_{cd} + R_6) = 5(3 + 1,6 + 7,4) = 5 \cdot 12 = 60 \text{ В}, \quad (2.17)$$

Тоді: $I_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{60}{6} = 10 \text{ А}$, а величина струму джерела:

$$I_{\text{дж}} = I_2 = I_1 + I_3 = 10 + 5 = 15 \text{ А}, \quad (2.18)$$

Величину ЕРС можна розрахувати або за II законом Кірхгофа, складеним для контура "aba", або за законом Ома для кола, яке складається із E та еквівалентного опору всього електричного кола $R_{\text{екв}}$.

Згідно з II законом Кірхгофа: $E = I_2 R_2 + I_1 R_1 = 15 \cdot 4 + 10 \cdot 6 = 120 \text{ В}$.

За законом Ома:

$$E = I_2 \cdot R_{\text{екв}} = I_2 \left(R_2 + \frac{R_1 \cdot R_{\text{екв}(acdb)}}{R_1 + R_{\text{екв}(acdb)}} \right) = 15 \cdot \left(4 + \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} \right) = 120 \text{ В}, \quad (2.19)$$

4. Вказівки щодо оформлення звіту

1. Ознайомитися з короткими теоретичними відомостями, що подані до практичної роботи.
2. Розглянути приклад виконання практичного завдання з метою засвоєння послідовності та методики розрахунків.
3. Провести всі необхідні розрахунки відповідно до індивідуального варіанта завдання.
4. Надати письмові відповіді на питання для самоконтролю з теми практичної роботи.
5. Оформити звіт з практичної роботи відповідно до встановлених вимог щодо виконання та захисту практичних робіт.
6. Сформулювати висновки за результатами виконаної практичної роботи, узагальнивши отримані результати та набуті практичні навички.

5. Питання для самоконтролю

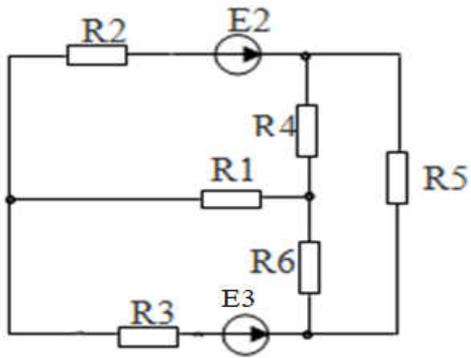
1. У чому полягає фізичний зміст закону Ома та за яких умов він застосовується для розрахунку електричних кіл постійного струму?
2. Як формулюється перший закон Кірхгофа та які правила вибору напрямків струмів необхідно враховувати при складанні вузлових рівнянь?
3. Яке призначення другого закону Кірхгофа та як правильно обирається напрямок обходу контуру при його застосуванні?
4. Яким чином визначається еквівалентний опір електричного кола при послідовному, паралельному та мішаному з'єднанні резисторів?
5. У чому полягає перевірка балансу потужностей в електричному колі постійного струму та яке її практичне значення?

Таблиця 2.1 – Варіанти завдань для виконання практичної роботи

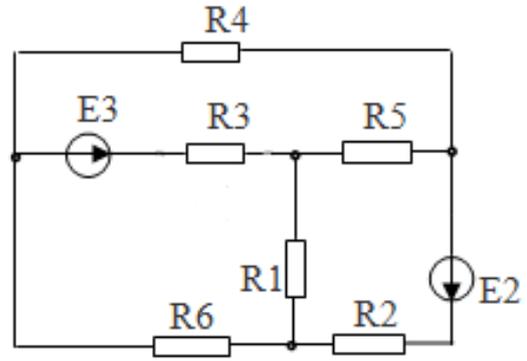
Варіант	Схема	R1	R2	R3	R4	R5	R6	E1	E2	E3
		Ом						В		
1	1	13	5	9	7	10	4	-	10	21
2	1	13	5	2	8	11	15	-	12	16
3	1	4	8	6	10	13	10	-	30	9
4	1	20	80	100	35	150	40	-	100	150
5	1	10	18	5	10	8	6	-	20	30
6	1	4	13	9	10	5	6	-	16	8,2
7	4	130	40	60	80	110	45	12	13	-
8	4	6	5	8	14	7	8	20	14	-
9	4	55	80	100	40	70	120	25	10	-
10	4	110	60	45	150	80	50	25	8	-
11	4	7	12	4	9	15	8	20	8	-
12	4	30	40	22	10	14	50	23	9,5	-
13	2	15	12	10	9	8	7	-	13	14
14	2	12	35	22	6	10	15	-	20	7,6
15	2	4	7	10	12	20	5,5	-	20	10
16	2	4	11	5	12	7	8	-	25	4,5
17	2	9	20	16	40	30	22	-	30	10
18	2	5	10	12	7	8	15	-	15	13
19	2	5	7	10	4	15	20	-	15	20
20	3	8	10	6	15	21	26	-	25	14
21	3	20	8	12	10	16	6	-	9	45
22	3	19	7	3	12	16	22	-	12	30
23	4	6	12	9	15	20	15	-	21	22,5
24	3	30	120	150	52,5	225	60	-	90	375
25	3	15	27	7,5	15	12	9	-	16,5	52,5
26	4	6	20	13	15	7,5	9	16,2	15	-

27	3	195	60	90	120	165	67,5	-	10,2	37,5
28	3	9	7,5	12	21	10,5	12	-	15	33
29	3	82,5	120	150	60	105	180	-	25,5	22,5
30	3	165	90	67,5	225	120	75	-	21	21

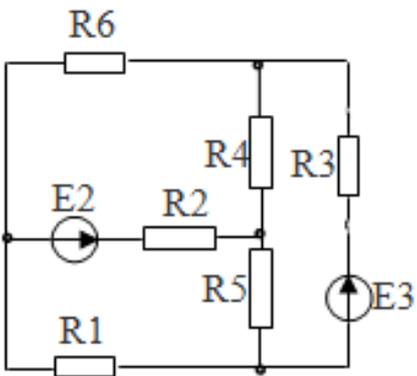
Схеми для виконання завдання



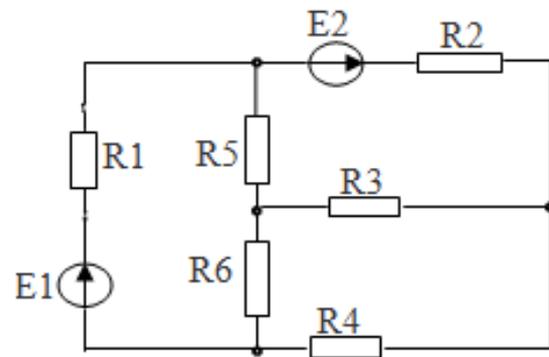
1)



2)



3)



4)

ПРАКТИЧНА РОБОТА №3

Тема: Розрахунок складних кіл постійного електричного струму

Мета роботи: є набуття навичок розрахунку складних електричних кіл постійного струму з використанням законів Кірхгофа та методу контурних струмів, а також перевірка правильності розрахунків за балансом потужностей.

1. Теоретична частина

При розрахунках задач, що мають складне електричне коло, тобто розгалужене коло з декілька джерелами живлення, використовують методи, в основу яких покладено закон Ома та закони Кірхгофа.

Класичним методом розрахунку таких кіл є метод рівнянь Кірхгофа, в якому безпосередньо використовуються I та II закони Кірхгофа.

Закон Ома - фундаментальний закон електрики, який свідчить, що сила струму (I) в ділянці ланцюга прямо пропорційна напрузі (U) на кінцях цієї ділянки і обернено пропорційна опору (R) ділянки, висловлюючись формулою:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (3.1)$$

Іншими словами, чим більша напруга, тим сильніший струм; чим більший опір, тим слабший струм за інших рівних умов. Закон Ома показує зв'язок між напругою, струмом та опором (або еквівалентним опором ділянки) електричного кола. Якщо при використанні закону Ома з'ясовується, що напрямок напруги U або електрорушійної сили (ЕРС) E не співпадає з обраним додатним напрямком струму, то у формулах закону Ома ці величин записуються із знаком “-”.

Перший закон Кірхгофа використовується для вузлів електричного кола: алгебраїчна сума струмів у вітках, що сходяться в вузлі, дорівнює нулю, причому, струми одного напрямку, наприклад ті, що приходять у вузол, записуються із знаком “+”, а ті, що виходять з вузла, – із знаком “-”.

$$\sum I_k = 0, \quad (3.2)$$

Другий закон Кірхгофа використовується для контурів електричного кола: алгебраїчна сума *Е.Р.С.* у контурі електричного кола дорівнює алгебраїчній сумі спадів напруг у цьому контурі. Напруги і *е.р.с.* записують із знаком “+”, якщо їх напрямки співпадають з прийнятим напрямком обходу контура.

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0, \quad (3.3)$$

Всі інші методи розрахунку є похідними із цих фундаментальних законів електротехніки.

До таких методів належать:

- метод контурних струмів;
- метод вузлових потенціалів;
- метод накладання;
- метод еквівалентного генератора та інші.

Метод рівнянь Кірхгофа. Для електричного кола, що складається з *m*-віток, *n*-вузлів, число невідомих струмів дорівнює числу віток і для їх визначення необхідно скласти *m* рівнянь за першим та другим законами (правилами) Кірхгофа.

Рекомендуємо дотримуватись такого порядку розрахунку:

- а) довільно обрати і позначити на схемі стрілками додатній напрямок струмів у всіх вітках ($I_1, I_2, I_3, \dots, I_m$) і напрямки обходу контурів;
- б) для $n-1$ вузлів скласти рівняння за першим законом Кірхгофа;
- в) для $m-(n-1)$ взаємно незалежних контурів скласти рівняння за другим законом Кірхгофа.

В результаті отримуємо систему, яка складається з *m* рівнянь з *m* невідомими. Знаходження числових значень невідомих виконується будь-яким математичним методом розв'язання системи алгебраїчних рівнянь (метод Жордана-Гауса, метод Крамера та інші).

Метод контурних струмів. В основі цього методу лежать закони Кірхгофа та припущення, що в кожному контурі протікають незалежні один від одного контурні струми, а струм кожної вітки дорівнює алгебраїчній сумі контурних струмів, які протікають через дану вітку.

Порядок розрахунку:

- а) довільно вибрати у схемі взаємно незалежні контури;
- б) для кожного незалежного контура прийняти довільний напрямок контурного струму, який протікає по всіх опорах контуру;
- в) для обраних контурів скласти систему рівнянь за другим законом Кірхгофа відносно контурних струмів;
- г) розв'язати систему рівнянь і за знайденими контурними струмами знайти дійсні струми у вітках електричного кола.

2. Завдання

Для заданої схеми складного електричного кола постійного струму необхідно довільно задати та позначити на схемі додатні напрямки струмів у всіх вітках, скласти рівняння за першим законом Кірхгофа для $n-1$ вузлів і за другим законом Кірхгофа для взаємно незалежних контурів, утворивши повну систему рівнянь, яку слід розв'язати будь-яким відомим математичним методом з метою визначення струмів у всіх вітках кола; далі виконати розрахунок цього ж електричного кола методом контурних струмів, визначити значення контурних та віткових струмів, після чого перевірити правильність отриманих результатів шляхом складання балансу потужностей джерел і споживачів електричної енергії, визначити відносну похибку розрахунку та зробити обґрунтований висновок щодо відповідності результатів основним законам електротехніки.

3. Порядок виконання практичного завдання

Завдання 1. Метод рівнянь Кірхгофа. Для електричного кола (рис. 3.1) знайти струми у всіх вітках класичним методом рівнянь Кірхгофа, якщо: $R_1=13$ Ом, $R_2=5$ Ом, $R_3=2$ Ом, $R_4=8$ Ом, $R_5=11$ Ом, $R_6=15$ Ом, $E_1=12$ В, $E_3=14$ В.

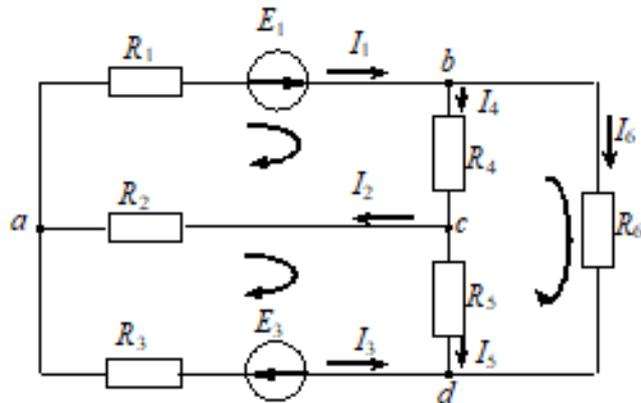


Рис. 3.1 – Електрична схема для прикладу 1

Для даного кола складаємо систему рівнянь за законами Кірхгофа.

Довільно вибираємо додатні напрямки струмів $I_1 \dots I_6$ у вітках і позначаємо їх стрілками.

Для вузлів “*a*”, “*b*”, “*c*” складаємо рівняння за першим законом Кірхгофа:

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0; \quad (3.4)$$

$$+I_1 - I_4 - I_6 = 0; \quad (3.5)$$

$$-I_2 + I_4 - I_5 = 0. \quad (3.6)$$

Довільно вибираємо три незалежних контури і напрямки обходу в цих контурах. Напрямки обходу позначаємо круглими стрілками. Складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа:

$$- \text{для контуру авса: } I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 = -E_1; \quad (3.7)$$

$$- \text{для контуру асда: } -I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 = E_3; \quad (3.8)$$

$$- \text{для контуру свдс: } -I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 - I_5 \cdot R_5 = 0. \quad (3.9)$$

Отже, для розрахунків струмів у схемі (рис. 3.1) методом законів Кірхгофа необхідно скласти шість рівнянь і знайти шість невідомих струмів:

$$\left\{ \begin{array}{l} -I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ +I_1 - I_4 - I_6 = 0; \\ -I_2 + I_4 - I_5 = 0; \\ I_1 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_4 + I_2 \cdot R_2 = E_1; \\ -I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 = E_3; \\ -I_4 \cdot R_4 + I_6 \cdot R_6 - I_5 \cdot R_5 = 0. \end{array} \right. , \quad (3.10)$$

Після складання рівнянь необхідно підставити числові значення вихідних даних і звести систему рівнянь до нормального вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} -I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ +I_1 - I_4 - I_6 = 0; \\ -I_2 + I_4 - I_5 = 0; \\ 13 \cdot I_1 + 5 \cdot I_2 + 8 \cdot I_4 = 12; \\ -5 \cdot I_2 - 2 \cdot I_3 + 11 \cdot I_5 = 14; \\ -8 \cdot I_4 - 11 \cdot I_5 + 15 \cdot I_6 = 0. \end{array} \right. , \quad (3.11)$$

Після розрахунку системи рівнянь будь яким математичним методом отримаємо:

$$\begin{array}{ll} I_1 = 0,972 \text{ А}; & I_4 = 0,209 \text{ А}; \\ I_2 = -0,462 \text{ А}; & I_5 = 0,671 \text{ А}; \\ I_3 = -1,434 \text{ А}; & I_6 = 0,763 \text{ А}. \end{array}$$

Завдання 2. Метод контурних струмів. Знайти струми у всіх вітках електричного кола (рис. 3.2) методом контурних струмів і скласти баланс потужностей, якщо: $R_1=13$ Ом, $R_2=5$ Ом, $R_3=2$ Ом, $R_4=8$ Ом, $R_5=11$ Ом, $R_6=15$ Ом, $E_1=20$ В, $E_2=8$ В, $E_3=6$ В.

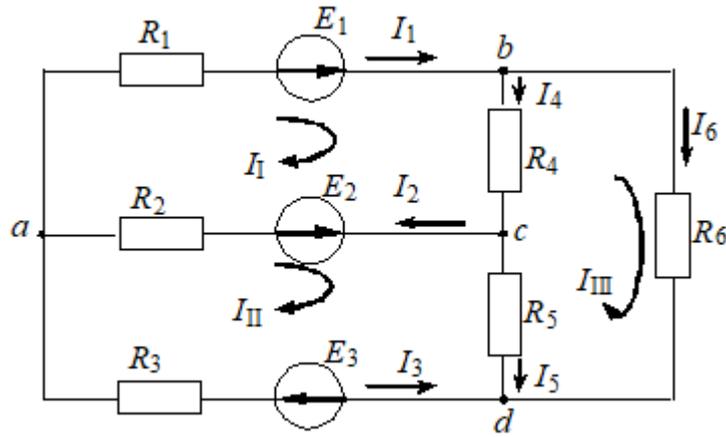


Рис. 3.2 – Електрична схема для прикладу 2

Електричне коло (рис. 3.2) складається з трьох незалежних контурів. В цих контурах довільно вибираємо напрямок контурних струмів I_I , I_{II} , I_{III} (в даному прикладі за рухом годинникової стрілки). За методом струмів суміжних контурів. При цьому, якщо струм суміжного контура співпадає з напрямком обходу контура, для якого складається рівняння, то спад напруги від даного струму записують в рівнянні із знаком “+”, в протилежному випадку із знаком “-”.

$$\begin{cases} I_I \cdot (R_1 + R_2 + R_4) - I_{II} \cdot R_2 - I_{III} \cdot R_4 = E_1 - E_2 \\ -I_I \cdot R_2 + I_{II} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) - I_{III} \cdot R_5 = E_2 + E_3, \\ -I_I \cdot R_4 - I_{II} \cdot R_5 + I_{III} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Підставимо значення опорів і виконаємо необхідні перетворення:

$$\begin{cases} 26 \cdot I_I - 5 \cdot I_{II} - 8 \cdot I_{III} = 12 \\ -5 \cdot I_I + 18 \cdot I_{II} - 11 \cdot I_{III} = 14, \\ -8 \cdot I_I - 11 \cdot I_{II} + 34 \cdot I_{III} = 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Після розрахунку системи рівнянь будь-яким математичним методом отримаємо:

$$I_I = 0,972 \text{ A};$$

$$I_{II} = 0,645 \text{ A};$$

$$I_{III} = 0,763 \text{ A}.$$

На підставі отриманих значень контурних струмів та вибраних напрямків струмів у вітках знаходимо струми у вітках електричного кола:

$$\begin{cases} I_1 = I_I = 0,972 \text{ A} \\ I_2 = I_I - I_{II} = 0,972 - 1,434 = -0,462 \text{ A} \\ I_3 = -I_{II} = -1,434 \text{ A} \\ I_4 = I_I - I_{III} = 0,972 - 0,763 = 0,209 \text{ A} , \\ I_5 = I_{II} - I_{III} = 1,434 - 0,763 = 0,671 \text{ A} \\ I_6 = I_{III} = 0,763 \text{ A} \end{cases} \quad (3.14)$$

Розглянемо розрахунок балансу потужностей.

Рівняння балансу потужностей для складної схеми буде мати вигляд:

$$\sum_{k=1}^m E_k \cdot I_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 \cdot R_k, \quad (3.15)$$

де k - порядковий номер вітки, m - кількість джерел в електричному колі, n - кількість віток. Алгебраїчна сума потужностей всіх джерел енергії буде дорівнювати арифметичній сумі потужностей всіх споживачів енергії. При цьому, якщо напрямок струму співпадає з напрямком дії *e.p.c*, потужність джерела необхідно вважати додатною і записувати в рівнянні із знаком "+". У протилежному випадку цю потужність вважають від'ємною і записують із знаком "-".

Запишемо для цього кола рівняння балансу потужностей:

$$\begin{aligned} E_1 \cdot I_1 - E_2 \cdot I_2 - E_3 \cdot I_3 &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 ; \\ 20 \cdot 0,972 - 8 \cdot (-0,462) - 6 \cdot (-1,434) &= 0,972^2 \cdot 13 + (-0,462)^2 \cdot 5 + (-1,434)^2 \cdot 2 + \\ &+ 0,209^2 \cdot 8 + 0,671^2 \cdot 11 + 0,763^2 \cdot 15; \\ 19,44 + 3,696 + 8,604 &= 12,282 + 1,067 + 4,113 + 0,349 + 4,952 + 8,732; \\ 31,74 &\approx 31,495. \end{aligned}$$

Відносна похибка розрахунку складає:

$$\frac{31,74 - 31,495}{31,495} \cdot 100\% = 0,77\%, \quad (3.16)$$

що є меншим за дозволену 3% похибку.

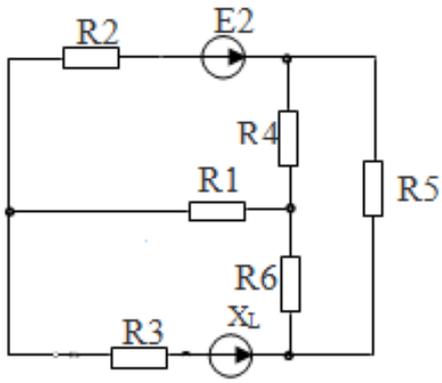
4. Вказівки щодо оформлення звіту

1. Ознайомитися з короткими теоретичними відомостями, що подані до практичної роботи.
2. Розглянути приклад виконання практичного завдання з метою засвоєння послідовності та методики розрахунків.
3. Провести всі необхідні розрахунки відповідно до індивідуального варіанта завдання.
4. Надати письмові відповіді на питання для самоконтролю з теми практичної роботи.
5. Оформити звіт з практичної роботи відповідно до встановлених вимог щодо виконання та захисту практичних робіт.
6. Сформулювати висновки за результатами виконаної практичної роботи, узагальнивши отримані результати та набуті практичні навички.

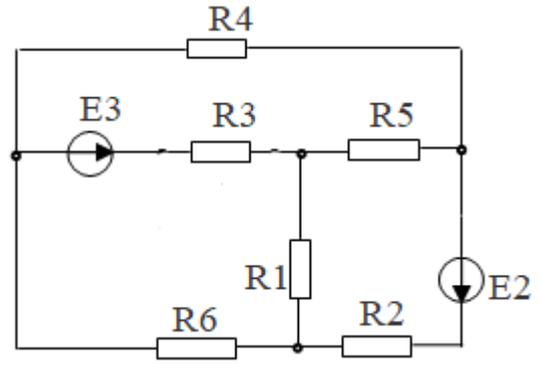
5. Питання для самоконтролю

1. У чому полягає фізичний зміст першого та другого законів Кірхгофа і в яких випадках вони застосовуються під час розрахунку складних електричних кіл?
2. Як визначається кількість рівнянь, необхідних для розрахунку електричного кола методом рівнянь Кірхгофа, та від чого вона залежить?
3. У чому полягає суть методу контурних струмів і як визначається струм у вітці через контурні струми?
4. Чому при розрахунках можуть з'являтися від'ємні значення струмів і як їх слід фізично інтерпретувати?
5. Для чого складається баланс потужностей електричного кола і яким чином він використовується для перевірки правильності розрахунків?

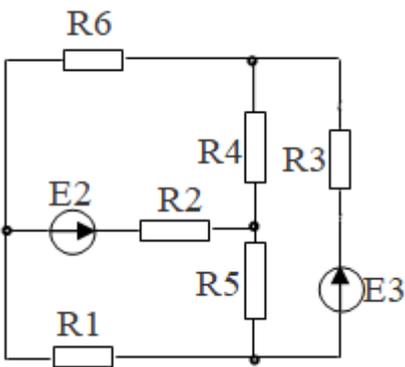
Схеми для виконання завдання



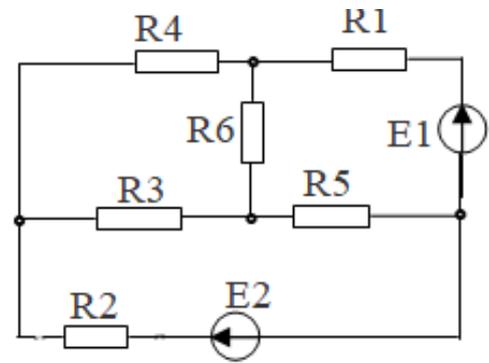
1)



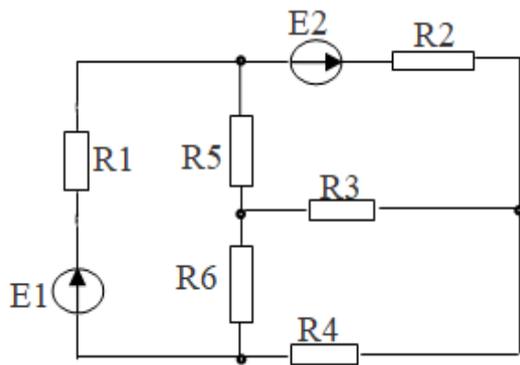
2)



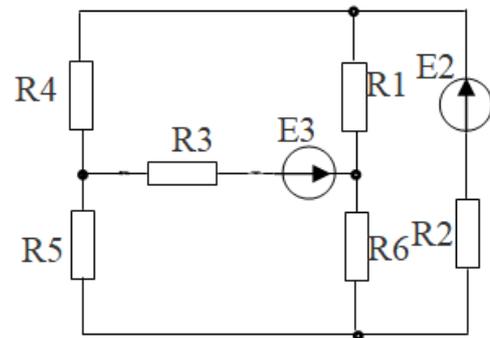
3)



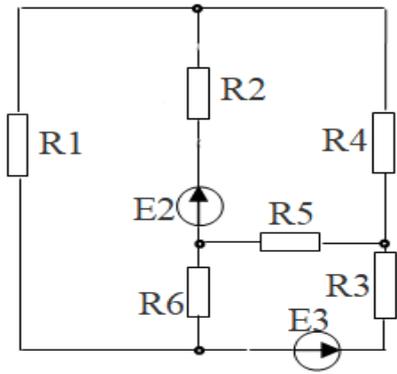
4)



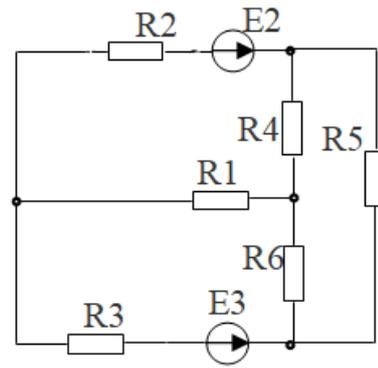
5)



6)



7)



8)

Таблиця 3.1 – Варіанти завдань для виконання практичної роботи

Варіант	Рис.	R1	R2	R3	R4	R5	R6	E1	E2	E3
		Ом						В		
1	1	13	5	9	7	10	4	21	10	21
2	2	13	5	2	8	11	15	16	12	16
3	3	4	8	6	10	13	10	9	30	9
4	4	20	80	100	35	150	40	150	100	150
5	5	10	18	5	10	8	6	30	20	30
6	6	4	13	9	10	5	6	8,2	16	8,2
7	7	130	40	60	80	110	45	12	13	12
8	8	6	5	8	14	7	8	14	20	14
9	1	55	80	100	40	70	120	10	25	10
10	2	110	60	45	150	80	50	25	8	25
11	3	7	12	4	9	15	8	8	20	8
12	4	30	40	22	10	14	50	23	9,5	23
13	5	15	12	10	9	8	7	14	13	14
14	6	12	35	22	6	10	15	7,6	20	7,6
15	7	4	7	10	12	20	5,5	10	20	10
16	8	4	11	5	12	7	8	4,5	25	4,5
17	1	9	20	16	40	30	22	10	30	10
18	2	5	10	12	7	8	15	13	15	13

19	3	5	7	10	4	15	20	20	15	20
20	4	8	10	6	15	21	26	14	25	14
21	5	20	8	12	10	16	6	45	9	45
22	6	19	7	3	12	16	22	30	12	30
23	7	6	12	9	15	20	15	21	22,5	22,5
24	8	30	120	150	52,5	225	60	375	90	375
25	1	15	27	7,5	15	12	9	52,5	16,5	52,5
26	2	6	20	13	15	7,5	9	16,2	15	16,2
27	3	195	60	90	120	165	67,5	37,5	10,2	37,5
28	4	9	7,5	12	21	10,5	12	15	25	33
29	5	82,5	120	150	60	105	180	22	25,5	22,5
30	6	165	90	67,5	225	120	75	18	21	21

ПРАКТИЧНА РОБОТА №4

Тема: Однофазні електричні кола. Розрахунок електричних кіл змінного струму.

Мета роботи: є набути практичних навичок розрахунку струмів, напруг і потужностей у колах змінного струму із застосуванням символічного (комплексного) методу; навчитися визначати еквівалентні опори електричних кіл, будувати векторні та топографічні діаграми струмів і напруг.

1. Теоретична частина

1.1. Комплексні числа

Будь-яке комплексне число можна виразити різними формами:

– **алгебраїчною** $\dot{C} = a + jb$, де a – дійсна частина комплексного числа (дорівнює проекції вектора \overline{C} на вісь “ x ”) і jb – уявна частина комплексного числа (b дорівнює проекції вектора \overline{C} на вісь “ y ”);

– **показниковою** $\dot{C} = C \cdot e^{j\varphi}$, де C – модуль комплексного числа (дорівнює довжині вектора \overline{C}), φ – аргумент комплексного числа, який дорівнює величині кута між вектором \overline{C} та віссю “ x ”.

В алгебраїчній формі запису зручно додавати та віднімати комплексні числа.

Наприклад:

$$\dot{C}_1 = 26 + j11, \quad \dot{C}_2 = -8 + j13; \quad (4.1)$$

$$\dot{C}_1 + \dot{C}_2 = 26 + j11 + (-8 + j13) = 18 + j24; \quad (4.2)$$

$$\dot{C}_1 - \dot{C}_2 = 26 + j11 - (-8 + j13) = 34 - j2. \quad (4.3)$$

Перемножувати та ділити комплексні числа зручно в показниковій формі запису. Тому перед виконанням таких дій слід виразити числа в показниковій формі.

Перехід від алгебраїчної до показникової форми запису виконується за формулами:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad (4.4)$$

$$\varphi = \arctg \frac{b}{a}, \quad (4.5)$$

Наприклад:

$$\dot{C}_1 = 26 + j11 = \sqrt{26^2 + 11^2} \cdot e^{j \arctg \frac{11}{26}} = 28,231 e^{j22,932^\circ}; \quad (4.6)$$

$$\dot{C}_2 = -8 + j13 = 15,264 e^{j121,607^\circ}; \quad (4.7)$$

$$\dot{C}_3 = -8 - j24 = 25,298 e^{-j108,434^\circ}; \quad (4.8)$$

$$C_4 = 16 - j10 = 18,868 e^{-j32,005^\circ}. \quad (4.9)$$

При визначенні кутів зверніть увагу на те, що комплексне число $\dot{C}_2 = -8 + j13$ знаходиться у другому квадранті комплексної площини, $\dot{C}_3 = -8 - j24$ – в третьому квадранті площини, а аргумент φ відраховується від осі додатних чисел.

Після запису комплексних чисел в показниковій формі їх добуток та частка розраховується таким чином:

$$\dot{C}_1 \cdot \dot{C}_2 = 28,231 e^{j22,932^\circ} \cdot 15,264 e^{j121,607^\circ} = 430,917 e^{j144,54^\circ}; \quad (4.10)$$

$$\frac{\dot{C}_3}{\dot{C}_4} = \frac{25,298 e^{-j108,434^\circ}}{18,868 e^{-j32,005^\circ}} = 1,34 e^{-j76,429^\circ}. \quad (4.11)$$

Якщо необхідно знову знайти суму або різницю чисел, які записані в показниковій формі, необхідно виконати зворотний перехід.

Перехід від показникової до алгебраїчної форми запису виконується за формулою, в основі якої лежить формула Ейлера $e^{\pm j\varphi} = \cos \varphi \pm j \sin \varphi$, а саме:

$$c \cdot e^{\pm j\varphi} = c \cdot \cos \varphi \pm j \cdot c \cdot \sin \varphi = a \pm jb, \quad (4.12)$$

де $c \cdot \cos \varphi = a$; $c \cdot \sin \varphi = b$.

Наприклад:

$$15 \cdot e^{\pm j30^\circ} = 15 \cdot \cos 30^\circ + j \cdot 15 \cdot \sin 30^\circ = 12,99 + j7,5;$$

$$6 \cdot e^{\pm j160,4^\circ} = -5,65 + j2,013;$$

$$c \cdot e^{\pm j\varphi} = 8,252 - j19,725;$$

$$c \cdot e^{\pm j\varphi} = -2,5 - j4,33.$$

1.2. Синусоїдні величини в колах змінного струму та символічний (комплексний) метод їх розрахунку

Миттєве значення електрорушійної сили, що змінюється у часі за синусоїдним законом, має вигляд:

$$e = E_m \cdot \sin(\omega t \pm \psi), \quad (4.13)$$

де E_m - максимальне значення електрорушійної сили, $(\omega t + \psi)$ - фаза або фазний кут, ψ - початкова фаза, ω - кутова частота, $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T}$, t - час, в який визначається миттєве значення.

За тим самим законом будуть змінюватись викликані нею струми і напруги в вітках кола. Крім цього, наявність в електричному колі реактивних опорів індуктивності та ємності призводять до зсуву фаз між струмами та напругами, а саме: миттєва напруга на активному опорі дорівнює $u = iR$ і збігається за фазою зі струмом. На індуктивності напруга $u_L = L \frac{di}{dt}$ випереджає

струм на кут $\frac{\pi}{2}$, а на ємності напруга $u_C = \frac{1}{C} \int i \cdot dt$ відстає від струму на кут $\frac{\pi}{2}$.

Перший та другий закони Кірхгофа в колах змінного струму можна застосовувати тільки для миттєвих значень, а розрахунок миттєвих значень струмів та напруг навіть в простих колах є досить громіздкою задачею.

Значення реактивних (індуктивних і ємнісних) опорів залежать від кутової частоти струму ω :

$$X_L = \omega L, X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad (4.14)$$

Діюче значення струму джерела в електричному колі, що містить активні та реактивні опори, розраховується за формулами:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R_{\text{екв}}^2 + X_{\text{екв}}^2}}, \quad (4.15)$$

$$I = U \cdot Y = \sqrt{g_{\text{екв}}^2 + b_{\text{екв}}^2}$$

де U - діюче значення напруги на затискачах джерела; $Z, R_{\text{екв}}, X_{\text{екв}}$ - повний опір, еквівалентний активний та реактивний опори кола; $Y, g_{\text{екв}}, b_{\text{екв}}$ - повна провідність, еквівалентна активна та реактивна провідності кола, відповідно.

Кут зсуву фаз між напругою та струмом розраховується за формулами:

$$\varphi = \arctg \frac{X_{\text{екв}}}{R_{\text{екв}}} = \arctg \frac{b_{\text{екв}}}{g_{\text{екв}}}, \quad (4.16)$$

Активна потужність енергії: $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = I^2 R$ Вт;

Реактивна потужність енергії: $Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 X$ ВАр;

Повна потужність: $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I = I^2 Z = U^2 Y$ ВА.

Баланс потужностей в електричному колі змінного струму має вигляд:

$$\sum P_{\text{джерел}} = \sum P_{\text{споживачів}}, \quad (4.17)$$

$$\sum Q_{\text{джерел}} = \sum Q_{\text{споживачів}}, \quad (4.18)$$

Розрахунок електричних кіл змінного струму спрощується, якщо синусоїдні величини зображувати векторами або комплексними числами.

Наприклад, електрорушійну силу, миттєве значення якої $e = E_m \cdot \sin(\omega t \pm \psi)$, в прямокутній системі координат можна зобразити вектором \vec{E} . Довжина цього вектора (згідно з вибраним масштабом) дорівнює максимальному E_m або діючому значенню $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$. Вектор E розташовуємо

відносно горизонтальної осі “ x ” під кутом початкової фази ψ , причому додатні кути відкладаються проти, а від’ємні – по напрямку руху годинникової стрілки (рис. 4.1, б).

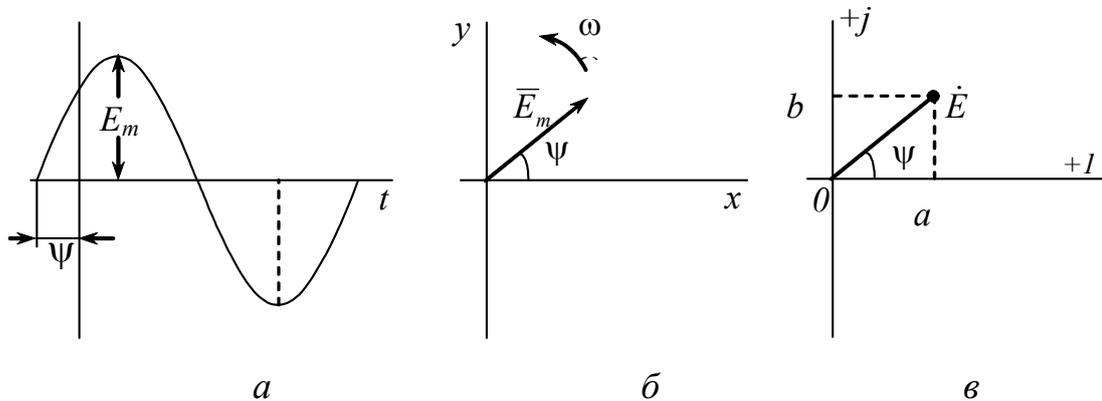


Рис. 4.1

Підставою для такого зображення є те, що, якщо даний вектор обернути проти руху годинникової стрілки з кутовою швидкістю ω , то проекція такого вектора на вісь ординат “ y ” в кожний момент часу буде дорівнювати миттєвому значенню ЕРС.

Так само зображується і решта синусоїдних величин в колі (струми, напруги), викликаних дією ЕРС. Оскільки всі вектори при однаковій частоті будуть обертатися з однією і тією ж швидкістю, їх взаємне розташування в часі не змінюється. Тому такі вектори можна розглядати в системі координат в певний момент часу, як правило при $t=0$, як сукупність нерухомих векторів, яка називається векторною діаграмою. Векторна діаграма надає можливість досить просто розраховувати електричні параметри в електричних колах графічним методом.

Але метод векторних діаграм, як і всі графічні методи, особливо в складних колах, призводить до похибок в розрахунках.

Задача значно спрощується, якщо вісь “ x ” вважати віссю дійсних чисел, а вісь “ y ” віссю уявних чисел комплексної площини. Тоді на такій площині положення векторів можна записати комплексними числами, наприклад, вектор

\bar{E}_m буде відповідати комплексному числу (рис. 4.1, в) $\dot{E} = a + jb$ або $\dot{E} = E \cdot e^{j\psi}$.

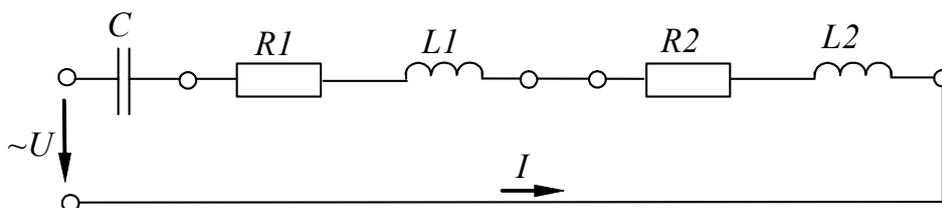
Також комплексними числами зображуються і інші величини електричного кола, що змінюються в часі синусоїдно.

Прояви електромагнітних явищ, обумовлених реактивними елементами кола (зсув по фазі між струмом та напругою), в символічному методі врахований, а саме: спад напруги на індуктивності $\omega L \cdot I$ множиться на оператор повороту на 90° , тобто, на $j = e^{j90^\circ}$, а спад напруги на ємності – на оператор $(-j) = e^{-j90^\circ}$. Тоді напруги на індуктивності та ємності в символічному методі записуються як $\dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I}$ і $\dot{U}_C = -j \frac{1}{\omega C} \cdot \dot{I}$, відповідно. В цих виразах множники $j\omega L$ та $-j \frac{1}{\omega C}$ є реактивними опорами індуктивності та ємності, записаними в комплексній формі.

Зображення величин, що змінюються в часі синусоїдно, та зображення опорів комплексними числами дають можливість співвідношення між синусоїдними величинами та інтегро-диференціальні рівняння, складені за законами Кірхгофа в колах змінного струму, замінити простими алгебраїчними рівняннями з комплексними коефіцієнтами, виконати необхідні розрахунки, а потім, якщо необхідно, виконати зворотний перехід до оригіналів, тобто, записати вирази миттєвих значень величин.

2. Завдання

Завдання 1. Схема електричного кола згідно з умовами задачі має вигляд:



де, послідовно з конденсатором, ємність якого C , включено дві котушки індуктивностей, параметри яких дорівнюють L_1, R_1, L_2, R_2 .

До даного електричного кола підведено напругу, миттєве значення якої $u = 155,56 \sin(314t + 30^\circ)$. Необхідно розрахувати:

- діюче значення струму;
- діюче значення напруг на окремих елементах кола;
- повну, активну та реактивну потужності електричної енергії, що споживаються електричним колом;
- побудувати векторну діаграму струму та напруг;
- записати вирази миттєвих значень.

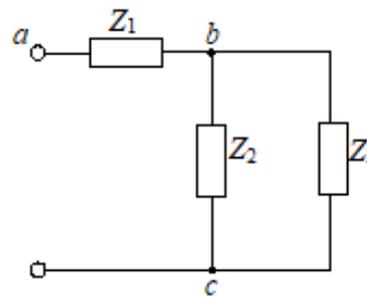
Завдання 2. Параметри електричного кола, задані у вигляді комплексних чисел:

$$\dot{U} = 127e^{j0};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 2 + j8;$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C} = 2 - j5;$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j\omega L_3 = 3 + j4.$$



В нерозгалуженій частині кола послідовно включено два елементи, один із них характеризується активним опором R_1 , інший – реактивним індуктивним опором X_{L_1} . В одну із віток, з'єднаних паралельно, послідовно включено резистор з опором R_2 та конденсатор з реактивним ємнісним опором X_{C_2} і, відповідно, в іншій паралельній вітці включено R_3 та X_{L_3} .

Необхідно:

- накреслити принципову схему електричного кола;
- розрахувати струми в вітках електричного кола;
- скласти і розрахувати баланс потужностей в електричному колі;
- побудувати векторну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг.

3. Порядок виконання практичного завдання

Завдання 1. Послідовно з конденсатором, ємність якого $C=318,47$ мкФ, включено дві котушки індуктивностей, параметри яких дорівнюють $L_1=0,034$ Гн, $R_1=3$ Ом, $L_2=25,92$ мГн, $R_2=1$ Ом.

До даного електричного кола підведено напругу, миттєве значення якої $u = 155,56 \sin(314t + 30^\circ)$. Необхідно накреслити схему електричного кола та розрахувати:

- діюче значення струму;
- діюче значення напруг на окремих елементах кола;
- повну, активну та реактивну потужності електричної енергії, що споживаються електричним колом;
- побудувати векторну діаграму струму та напруг;
- записати вирази миттєвих значень.

1. Схема електричного кола згідно з умовами задачі має вигляд, наведений на рис. 4.2.

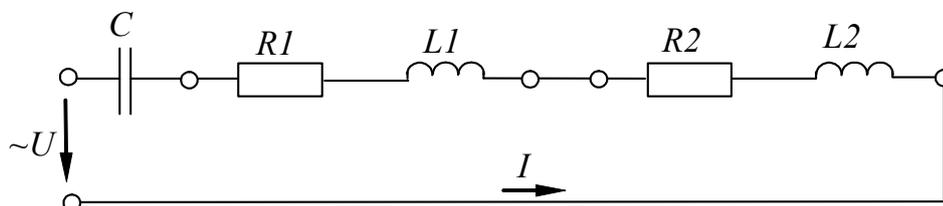


Рис. 4.2

2. Аналізуючи умову задачі, з'ясуємо, що кутова частота підведеної напруги (див. запис миттєвого значення напруги) $\omega = 314$ рад/сек. При такій частоті опори реактивних елементів електричного кола дорівнюють:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 318,47 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ Ом},$$

$$X_{L_1} = \omega L_1 = 314 \cdot 0,034 = 10,7 \text{ Ом},$$

$$X_{L_2} = \omega L_2 = 314 \cdot 25,8 \cdot 10^{-3} = 8,1 \text{ Ом},$$

Зверніть увагу на те, що при розрахунках опорів величини ємності та індуктивностей переводяться в основні одиниці вимірювання за системою СІ: (С, Ф; L, Гн).

3. Розрахунок простих електричних кіл, а дане коло є простим, можна виконати таким чином.

За законом Ома діюче значення струму

$$I = \frac{U}{Z_{\text{екв}}},$$

де U - діюче значення підведеної напруги, а $Z_{\text{екв}}$ - еквівалентний опір електричного кола.

Діюче значення напруги дорівнює:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{155,56}{1,41} = 110 \text{ В},$$

Еквівалентний опір в колах змінного струму розраховується за формулою

$$\begin{aligned} Z_{\text{екв}} &= \sqrt{R_{\text{екв}}^2 + X_{\text{екв}}^2} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (-X_C + X_{L1} + X_{L2})^2} = \\ &= \sqrt{(3+1)^2 + (-10+10,7+8,1)^2} = \sqrt{4^2 + 8,8^2} = 9,666 \text{ Ом}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Тоді діюче значення струму дорівнює (4.22):

$$I = \frac{U}{Z_{\text{екв}}} = \frac{110}{9,666} = 11,38 \text{ А}.$$

Але за цим методом необхідно окремо розраховувати ще й кут зсуву струму відносно напруги (4.16):

$$\varphi = \arctg \frac{X_{\text{екв}}}{R_{\text{екв}}} = \arctg \frac{8,8}{4} = 65,55^\circ.$$

Активна потужність, що споживається електричним колом, розраховується за формулою:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 110 \cdot 11,38 \cdot \cos 65,55^\circ = 518,12 \text{ Вт}.$$

Реактивна потужність:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 110 \cdot 11,38 \cdot \sin 65,55^\circ = 1138,5 \text{ ВАр}.$$

Повна потужність:

$$S = U \cdot I = 110 \cdot 11,38 = 1251,8 \text{ ВА.}$$

Ці самі потужності можна розрахувати ще і за такими формулами:

$$P = I^2 R_1 + I^2 R_2 = I^2 (R_1 + R_2) = 11,38^2 \cdot 4 = 518,12 \text{ Вт;}$$

$$Q = I^2 \cdot (-X_C + X_{L_1} + X_{L_2}) = 11,38^2 \cdot (-10 + 10,7 + 8,1) = 11,38^2 \cdot 8,8 = 1139,6 \text{ ВАр;}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{518,12^2 + 1139,6^2} = 1251,85 \text{ ВА.}$$

Якщо застосувати **символічний метод**, то розрахунок електричних параметрів кола зводиться до таких дій над комплексними числами.

Записуємо діюче значення напруги, миттєве значення якої $u = 155,56 \sin(314t + 30^\circ)$, комплексним числом:

$$\dot{U} = \frac{155,56}{\sqrt{2}} e^{j30^\circ} = 110 e^{j30^\circ}. \quad (4.20)$$

Опори елементів кола також зображуємо комплексними числами.

Опір ємності:

$$\underline{Z}_C = -jX_C = -j10. \quad (4.21)$$

Опори котушок індуктивностей:

$$\underline{Z}_{K_1} = R_1 + jX_{L_1} = 3 + j10,7;$$

$$\underline{Z}_{K_2} = R_2 + jX_{L_2} = 1 + j8,1. \quad (4.22)$$

Еквівалентний опір кола в символічному зображенні має вигляд:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{екв}} &= \underline{Z}_C + \underline{Z}_{K_1} + \underline{Z}_{K_2} = -jX_C + R_1 + jX_{L_1} + R_2 + jX_{L_2} = \\ &= -j10 + 3 + j10,7 + 1 + j8,1 = 4 + j8,8 = 9,666 e^{j65,55^\circ}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

Діюче комплексне значення струму визначається за формулою:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\text{екв}}} = \frac{110 e^{j30^\circ}}{9,666 e^{j65,55^\circ}} = 11,38 e^{-j35,55^\circ}, \quad (4.24)$$

Вираз миттєвого значення струму має вигляд:

$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) = 11,38 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314t - 35,55^\circ), \quad (4.25)$$

Комплексна потужність \tilde{S} розраховується за формулою:

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = 110 e^{j30^\circ} \cdot 11,38 e^{+j35,55^\circ} = 1251,8 e^{j65,55^\circ} = 518,12 + j1139,5, \quad (4.26)$$

У цьому виразі дійсна частина комплексного числа \tilde{S} дорівнює величині активної потужності, а уявна частина – величині реактивної потужності.

Для побудови векторної діаграми (рис. 4.3) необхідно розрахувати за законом Ома діючі значення спадів напруг на окремих елементах електричного кола.

$$U_C = I \cdot X_C = 11,38 \cdot 10 = 113,8 \text{ В};$$

$$U_{R_1} = I \cdot R_1 = 11,38 \cdot 3 = 34,14 \text{ В};$$

$$U_{L_1} = I \cdot X_{L_1} = 11,38 \cdot 10,7 = 121,76 \text{ В};$$

$$U_{R_2} = I \cdot R_2 = 11,38 \cdot 1 = 11,38 \text{ В};$$

$$U_{L_2} = I \cdot X_{L_2} = 11,38 \cdot 3,14 = 35,73 \text{ В}.$$

Векторну діаграму (рис. 4.3) будуємо в такій послідовності.

1. Орієнтуючись на числові значення струму та спадів напруг, вибираємо масштаби для векторів струму та напруг:

1 см довжини вектора струму буде відповідати 2 А;

1 см довжини векторів напруг буде відповідати 20 В.

2. На площині довільно креслимо вісь дійсних чисел, відносно якої під кутом $35,55^\circ$ в напрямку руху годинникової стрілки відкладаємо вектор струму \bar{I} . Довжина вектора в вибраному для струму масштабі дорівнює $\frac{11,38 \text{ А}}{2 \frac{\text{А}}{\text{см}}} = 5,69 \text{ см}$.

3. Відносно вектора струму відкладаємо вектори спадів напруг на окремих елементах електричного кола. Вектор напруги на ємності орієнтують під кутом 90° відносно вектора струму в сторону відставання. Вектори напруг на активних опорах \bar{U}_{R_1} , \bar{U}_{R_2} співпадають за напрямком з вектором струму, а вектори спадів напруг на індуктивностях \bar{U}_{L_1} , \bar{U}_{L_2} випереджають вектор струму \bar{I} на кут 90° . В результаті складання векторів напруг $\bar{U} = \bar{U}_C + \bar{U}_{R_1} + \bar{U}_{L_1} + \bar{U}_{R_2} + \bar{U}_{L_2}$ отримаємо вектор загальної напруги \bar{U} , який

буде розташовуватись під кутом 30° проти руху годинникової стрілки і довжина якого в вибраному для напруги масштабі буде дорівнювати 5,5 см. Для того, щоб визначити величину напруги, необхідно довжину відповідного вектора помножити на масштаб, тобто $U = 5,5 \text{ см} \cdot 20 \frac{\text{В}}{\text{см}} = 110 \text{ В}$.

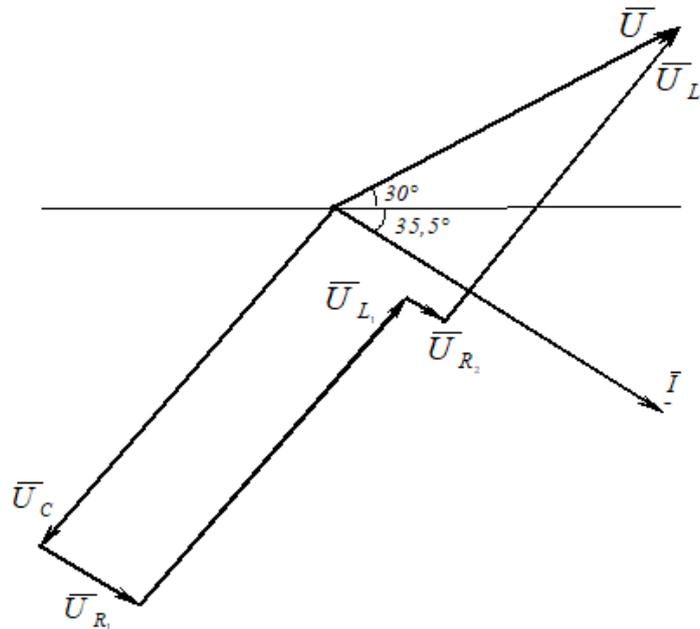


Рис. 4.3

Завдання 2. Параметри електричного кола, зображеного на рис. 4.4, задані у вигляді комплексних чисел:

$$\dot{U} = 127e^{j0};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = 2 + j8;$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - j\frac{1}{\omega C} = 2 - j5;$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j\omega L_3 = 3 + j4.$$

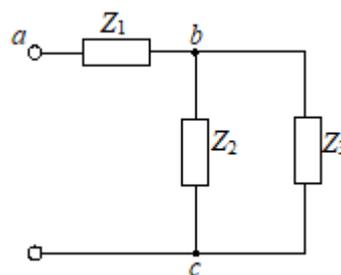


Рис. 4.4

Необхідно:

- накреслити принципову схему електричного кола;
- розрахувати струми в вітках електричного кола;
- скласти і розрахувати баланс потужностей в електричному колі;
- побудувати векторну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг.

Аналізуючи вирази опорів, записаних в символічній формі, приходимо до висновку, що в нерозгалуженій частині кола послідовно включено два елементи, один із них характеризується активним опором $R_1 = 2$ Ома, інший – реактивним індуктивним опором $X_{L_1} = 8$ Ом (це може бути реальна котушка індуктивностей). В одну із віток, з'єднаних паралельно, послідовно включено резистор з опором $R_2 = 2$ Ом та конденсатор з реактивним ємнісним опором $X_{C_2} = 5$ Ом і, відповідно, в іншій паралельній вітці включено $R_3 = 3$ Ом та $X_{L_3} = 4$ Ом.

Отже, електрична принципова схема буде мати вигляд як на рис. 4.5.

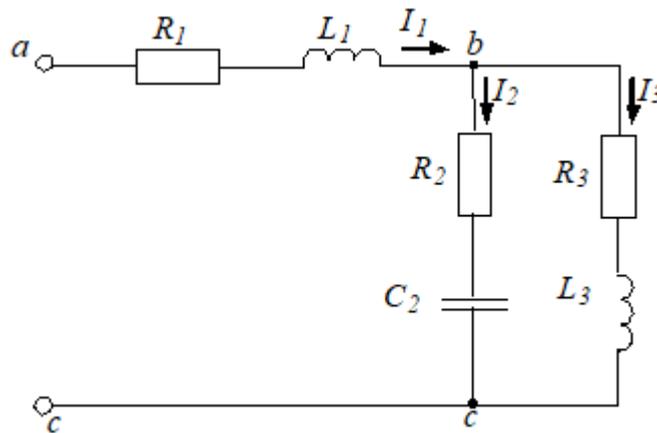


Рис. 4.5

Дане електричне коло є простим, оскільки в ньому присутнє тільки одне джерело напруги. Такі кола, як правило, розраховуються шляхом еквівалентних перетворень схеми і зведенням її до одного еквівалентного опору $Z_{\text{екв}}$ (рис. 4.6).

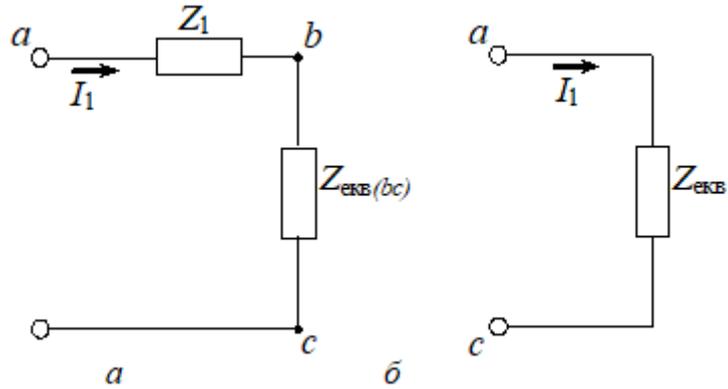


Рис. 4.6

В електричному колі, яке складається тільки із джерела струму та одного еквівалентного опору (рис. 4.6), струм I_1 розраховується за законом Ома. Оскільки розрахунки будемо виконувати символічним методом, то закон Ома записується таким чином:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\text{екв}}}, \quad (4.27)$$

де $\underline{Z}_{\text{екв}}$ – еквівалентний комплексний опір кола, яке складається із двох послідовно включених ділянок кола “ ab ” та “ bc ”.

Тому $\underline{Z}_{\text{екв}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{\text{екв}(bc)}$, де $\underline{Z}_{\text{екв}(bc)}$ – в свою чергу, еквівалентний комплексний опір двох паралельно з’єднаних віток і дорівнює:

$$\underline{Z}_{\text{екв}(bc)} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}, \quad (4.28)$$

Враховуючи цей запис, розрахунок загального еквівалентного комплексного опору має вигляд:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{екв}} &= \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 2 + j8 + \frac{(2 - j5) \cdot (3 + j4)}{2 - j5 + 3 + j4} = \\ &= 2 + j8 + \frac{5,383e^{-j68,198^\circ} \cdot 5e^{j53,13^\circ}}{5,099e^{-j11,31^\circ}} = \\ &= 2 + j8 + 5,28e^{-j3,759^\circ} = 2 + j8 + 5,268 - j0,346 = \\ &= 7,268 + j7,654 = 10,555e^{j46,481^\circ}, \end{aligned} \quad (4.29)$$

При виконанні розрахунків доцільно операції “додавання” та “віднімання” комплексних чисел виконувати в алгебраїчній формі запису, а при множенні та діленні комплексних чисел алгебраїчну форму запису комплексних чисел доцільно переводити в показникову. Як виконується перехід від однієї форми запису до іншої викладено вище в теоретичних відомостях про комплексні числа.

Отже, діюче комплексне значення струму в нерозгалуженій частині кола дорівнює:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\text{екв}}} = \frac{127e^{j0}}{10,555e^{j46,481}} = 12,032e^{-j46,481}$$

Величини струмів в паралельних вітках можна визначати різними шляхами. Наводимо один із них.

Розраховуємо напругу на паралельних вітках між вузлами “b” та “c”. Згідно з рис. 4.6:

$$\dot{U}_{bc} = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_{\text{екв}(bc)} = 12,032e^{-j46,481} \cdot 5,28e^{-j3,759} = 63,53e^{-j50,24}, \quad (4.30)$$

Тоді струми в паралельних вітках розраховуються за законом Ома для окремих ділянок електричного кола:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_2} = \frac{63,53e^{-j50,24}}{5,385e^{-j68,198}} = 11,797e^{j17,958}, \quad (4.31)$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_3} = \frac{63,53e^{-j50,24}}{5e^{j53,13}} = 12,706e^{-j103,36}, \quad (4.32)$$

Перевірку правильності розрахунку можна виконати за I законом Кірхгофа або за балансом потужностей.

Рівняння, складене для вузла “i” даного кола за першим законом Кірхгофа, має вигляд:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3, \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= 11,97e^{j17,958} + 12,706e^{-j103,36} = 11,222 + j3,637 - 2,936 - j12,362 = \\ &= 8,286 - j8,725 = 12,032e^{-j46,476}, \end{aligned}$$

що дорівнює значенню струму I_1 , розрахованому за законом Ома для еквівалентної схеми.

Виконавши розрахунок кола символічним методом, визначаємо діючі значення струмів в вітках:

$$I_1 = 12,032 \text{ A}; I_2 = 11,797 \text{ A}; I_3 = 12,706 \text{ A}.$$

Вирази миттєвих значень струмів:

$$i_1 = 12,032 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(314t - 46^\circ 28') = 17,015 \sin(314t - 46^\circ 28'), \quad (4.34)$$

$$i_2 = 16,683 \sin(314t + 17^\circ 57'), \quad (4.35)$$

$$i_3 = 17,969 \sin(314t - 103^\circ 21'), \quad (4.36)$$

Повна потужність енергії, яку джерело віддає в електричне коло, в символічному методі розраховується за формулою:

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot I_1^*, \quad (4.37)$$

де I_1^* - вираз струму, спряжений виразу I_1 .

$$\tilde{S} = \dot{U} \cdot I_1^* = 127e^{j0} \cdot 12,032e^{+j46,481} = 1528,064 e^{j46,481}, \quad (4.38)$$

Якщо даний вираз комплексної потужності перевести в алгебраїчну форму, то дійсна частина комплексної потужності буде дорівнювати активній потужності, а уявна частина – реактивній потужності.

$$\tilde{S} = P + jQ = 1528,064 e^{j46,481} = 1052,217 + j1108,069, \quad (4.39)$$

З іншого боку, активна потужність, яка використовується споживачами дорівнює:

$$P = \sum I_k^2 \cdot R_k = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 = 12,032^2 \cdot 2 + 11,797^2 \cdot 2 + 12,706^2 \cdot 3 = 289,538 + 278,338 + 484,327 = 1052,203 \text{ Вт}, \quad (4.40)$$

а реактивна потужність, яка використовується споживачами:

$$Q = \sum I_k^2 \cdot X_k = I_1^2 \cdot X_{L1} - I_2^2 \cdot X_C + I_3^2 \cdot X_L = 12,032^2 \cdot 8 - 11,797^2 \cdot 5 + 12,706^2 \cdot 4 = 1108,075 \text{ ВАр}. \quad (4.41)$$

Задачу розраховано правильно. Похибка розрахунку складає менше дозволених 3%.

$$\text{Наприклад: } \Delta P = \frac{1052,217 - 1052,203}{1052,27} \cdot 100\% = 0,001\%.$$

Побудова векторної діаграми. Перед побудовою векторної діаграми необхідно розрахувати діючі значення спадів напруг на окремих елементах кола (за законом Ома):

$$U_{R_1} = I_1 \cdot R_1 = 12,032 \cdot 2 = 24,064 \text{ В}, \quad (4.42)$$

$$U_{L_1} = I_1 \cdot X_{L_1} = 12,032 \cdot 8 = 96,256 \text{ В}, \quad (4.43)$$

$$U_{R_2} = I_2 \cdot R_2 = 11,797 \cdot 2 = 23,594 \text{ В}, \quad (4.44)$$

і далі аналогічно:

$$U_{C_2} = 58,985 \text{ В}, \quad U_{R_2} = 38,118 \text{ В}, \quad U_{L_3} = 50,824 \text{ В}.$$

Побудову векторної діаграми (рис. 4.7) виконуємо в такому порядку.

1. Проаналізувавши величини діючих значень струмів та напруг, вибираємо зручні для побудови масштаби окремо для струму та напруги, а саме: 1 см довжини вектора струму відповідає 4 А, а 1 см довжини вектора напруги відповідає 10 В.

2. На площині в довільному напрямку (як правило, горизонтально) креслимо вісь дійсних чисел. Прийmemo потенціал вузла „с” електричного кола рівним нулю і позначимо його на осі дійсних чисел $\varphi_c = 0$. З точки “с” відкладаємо вектор вхідної напруги. Оскільки початкова фаза заданої вхідної напруги $127e^{j0}$ дорівнює нулю, то вектор вхідної напруги, довжина якого в вибраному масштабі дорівнює 12,7 см, буде співпадати за напрямком з віссю дійсних чисел.

3. Відносно осі дійсних чисел, а в даному випадку відносно вектора вхідної напруги, будуємо в вибраному масштабі вектори струмів $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$. Кут зсуву між вектором вхідної напруги і струмом дорівнює аргументу відповідного комплексного числа, наприклад вектор струму \bar{I}_1 відстає від вектора напруги на кут $46^\circ 29'$, і тому його креслимо відносно вектора напруги за напрямком руху годинникової стрілки, вектор струму \bar{I}_2 креслимо під кутом $17^\circ 57'$ в сторону випередження вектора напруги, тобто проти руху

годинникової стрілки і, нарешті, вектор \bar{I}_3 креслимо під кутом $103^\circ 21'$ в сторону руху годинникової стрілки. Згідно з першим законом Кірхгофа, векторна сума векторів \bar{I}_2 і \bar{I}_3 має дорівнювати вектору \bar{I}_1 .

4. Потім будуємо в вибраному для напруги масштабі векторну діаграму спадів напруг. Рекомендується при побудові векторів напруг обхід в контурі або на ділянці кола вибирати проти напрямку струму в вітках і відкладати вектори спадів напруг на елементах кола в тій самій послідовності, в якій відповідні елементи розташовані в електричному колі. Тоді кінець кожного вектора спаду напруги на комплексній площині буде відповідати потенціалу відповідних точок електричного кола.

Починаємо побудову векторної діаграми від вузла “с” електричного кола.

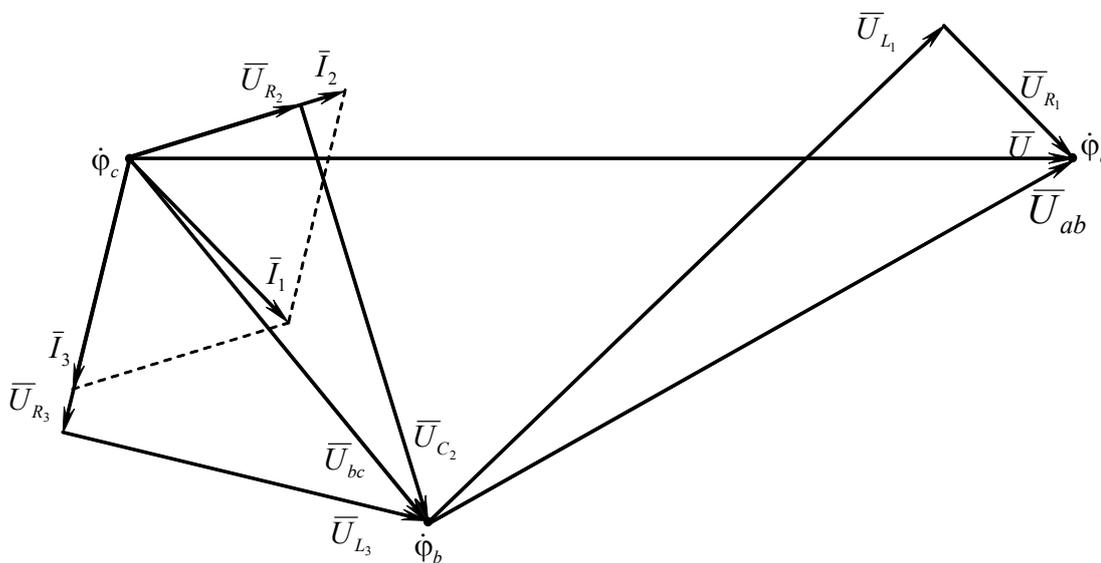


Рис. 4.7

Оскільки напруги на активних опорах співпадають по фазі із струмами, які протікають по відповідних опорах, а напруги на реактивних опорах випереджають або відстають (залежно від характеру реактивного опору) на кут $\frac{\pi}{2}$ від своїх струмів, то вектор напруги \bar{U}_{R_2} креслимо співпадаючим із вектором струму \bar{I}_2 , а вектор \bar{U}_{C_2} креслимо під кутом 90° до вектора струму \bar{I}_2 в сторону руху годинникової стрілки. Сума векторів \bar{U}_{R_2} та \bar{U}_{C_2} дорівнює

вектору спаду напруги між точками схеми “b” та “c”, тобто, \bar{U}_{cb} . Цей самий вектор \bar{U}_{cb} можна отримати шляхом побудови векторів \bar{U}_{R_3} та \bar{U}_{L_3} , але при побудові вектор \bar{U}_{R_3} креслимо співпадаючим із струмом \bar{I}_3 , а вектор спаду напруги на індуктивності \bar{U}_{L_3} під кутом 90° до струму \bar{I}_3 проти руху годинникової стрілки.

Сума векторів \bar{U}_{L_2} і \bar{U}_{R_2} дорівнює вектору напруг \bar{U}_{ab} .

Згідно з другим законом Кірхгофа в даному колі вектор загальної напруги дорівнює векторній сумі спадів напруг $\bar{U} = \bar{U}_{bc} + \bar{U}_{ab}$. Тому із точки “b” діаграми креслимо вектор спаду напруги на індуктивності \bar{U}_{L_1} під кутом 90° до вектора струму \bar{I}_1 , а потім креслимо вектор напруги на активному опорі \bar{U}_{R_1} , який має бути паралельним (співпадаючим) вектору струму \bar{I}_1 .

4. Вказівки щодо оформлення звіту

1. Ознайомитися з короткими теоретичними відомостями, що подані до практичної роботи.
2. Розглянути приклад виконання практичного завдання з метою засвоєння послідовності та методики розрахунків.
3. Провести всі необхідні розрахунки відповідно до індивідуального варіанта завдання.
4. Надати письмові відповіді на питання для самоконтролю з теми практичної роботи.
5. Оформити звіт з практичної роботи відповідно до встановлених вимог щодо виконання та захисту практичних робіт.
6. Сформулювати висновки за результатами виконаної практичної роботи, узагальнивши отримані результати та набуті практичні навички.

5. Питання для самоконтролю

1. У чому полягає сутність символічного (комплексного) методу розрахунку електричних кіл змінного струму та які його переваги порівняно з розрахунком миттєвих значень?

2. Як визначаються комплексні опори активного, індуктивного та ємнісного елементів і який їх фізичний зміст?

3. Яким чином обчислюються діючі значення струмів і напруг у нерозгалужених та розгалужених колах змінного струму?

4. Що таке активна, реактивна та повна потужності в колі змінного струму і як виконується баланс потужностей?

5. Які правила побудови векторних і топографічних діаграм струмів та напруг і яку інформацію вони дають про роботу електричного кола?

Таблиця 4.1. – Вихідні дані для виконання практичної роботи (завдання 1)

Варіант	$U_m, \text{В}$	$\psi, ^\circ$	$C, \text{мкФ}$	$L1, \text{Гн}$	$R1, \text{Ом}$	$L2, \text{мГн}$	$R2, \text{Ом}$
1	155	0	220	0,030	2,0	20	1,0
2	160	15	240	0,032	2,5	22	1,2
3	165	-10	260	0,034	3,0	24	1,5
4	170	20	280	0,036	3,5	26	1,0
5	175	-15	300	0,038	4,0	28	1,8
6	180	30	320	0,040	2,0	30	2,0
7	185	0	340	0,042	2,5	32	1,2
8	190	10	360	0,044	3,0	34	1,5
9	195	-20	380	0,046	3,5	36	1,8
10	200	25	400	0,048	4,0	38	2,0
11	155	-30	210	0,031	2,2	21	1,1
12	160	5	230	0,033	2,7	23	1,3

Варіант	Um, В	ψ , °	C, мкФ	L1, Гн	R1, Ом	L2, мГн	R2, Ом
13	165	15	250	0,035	3,2	25	1,6
14	170	-10	270	0,037	3,7	27	1,9
15	175	20	290	0,039	4,2	29	2,1
16	180	-25	310	0,041	2,1	31	1,2
17	185	30	330	0,043	2,6	33	1,4
18	190	0	350	0,045	3,1	35	1,7
19	195	10	370	0,047	3,6	37	1,9
20	200	-15	390	0,049	4,1	39	2,2
21	155	25	215	0,030	2,3	20	1,0
22	160	-20	235	0,032	2,8	22	1,3
23	165	0	255	0,034	3,3	24	1,6
24	170	15	275	0,036	3,8	26	1,9
25	175	-10	295	0,038	4,3	28	2,2
26	180	20	315	0,040	2,2	30	1,1
27	185	-30	335	0,042	2,7	32	1,4
28	190	10	355	0,044	3,2	34	1,7
29	195	0	375	0,046	3,7	36	2,0
30	200	30	395	0,048	4,2	38	2,3

Таблиця 4.2. – Вихідні дані для виконання практичної роботи (завдання 2)

Варіант	U, В	φ , °	R1, Ом	XL1, Ом	R2, Ом	XC2, Ом	R3, Ом	XL3, Ом
1	110	0	2	6	3	4	4	5
2	115	10	3	7	2	5	5	6
3	120	-5	4	8	3	6	6	7
4	125	15	5	9	4	7	7	8

Варіант	U, В	$\varphi, ^\circ$	R1, Ом	XL1, Ом	R2, Ом	XC2, Ом	R3, Ом	XL3, Ом
5	130	-10	6	10	5	8	8	9
6	135	20	2	7	4	5	6	6
7	140	0	3	8	5	6	7	7
8	145	-15	4	9	6	7	8	8
9	150	25	5	10	7	8	9	9
10	155	-20	6	11	8	9	10	10
11	110	10	2	5	3	4	4	6
12	115	-5	3	6	4	5	5	7
13	120	0	4	7	5	6	6	8
14	125	15	5	8	6	7	7	9
15	130	-10	6	9	7	8	8	10
16	135	20	2	6	4	5	5	6
17	140	0	3	7	5	6	6	7
18	145	-15	4	8	6	7	7	8
19	150	25	5	9	7	8	8	9
20	155	-20	6	10	8	9	9	10
21	110	5	2	6	3	5	4	6
22	115	-10	3	7	4	6	5	7
23	120	0	4	8	5	7	6	8
24	125	15	5	9	6	8	7	9
25	130	-5	6	10	7	9	8	10
26	135	20	2	5	4	4	5	6
27	140	0	3	6	5	5	6	7
28	145	-15	4	7	6	6	7	8

Варіант	U, В	$\varphi, ^\circ$	R1, Ом	XL1, Ом	R2, Ом	XC2, Ом	R3, Ом	XL3, Ом
29	150	10	5	8	7	7	8	9
30	155	-20	6	9	8	8	9	10

ПРАКТИЧНА РОБОТА №5

Тема: Розрахунок складних електричних кіл змінного струму з кількома джерелами електрорушійної сили символічним методом та методом вузлових потенціалів.

Мета роботи: є вивчення методів аналізу складних електричних кіл змінного струму з двома джерелами ЕРС; набуття практичних навичок застосування символічного (комплексного) методу та методу вузлових потенціалів для розрахунку струмів у вітках кола.

1. Теоретична частина

Електричні кола змінного струму, що містять декілька джерел електрорушійної сили, належать до складних електричних кіл і потребують спеціальних методів розрахунку. Безпосереднє застосування законів Кірхгофа до миттєвих значень струмів і напруг у таких колах є громіздким, тому на практиці використовують символічний, або комплексний, метод аналізу.

Символічний метод ґрунтується на поданні синусоїдних електричних величин у вигляді комплексних величин, що відповідають їх діючим значенням. Такий підхід дозволяє врахувати як амплітуду, так і фазовий зсув між струмами та напругами. Завдяки цьому диференціальні рівняння, що описують роботу електричного кола, замінюються алгебраїчними, що значно спрощує процес розрахунку.

Активні, індуктивні та ємнісні елементи електричного кола у змінному струмі характеризуються різним характером опору. Активні елементи не викликають зсуву фаз між струмом і напругою, тоді як індуктивні та ємнісні елементи призводять до появи фазових зсувів, що обумовлює наявність реактивної складової потужності. У символічному методі ці особливості враховуються автоматично через комплексне подання опорів.

Для аналізу складних електричних кіл з кількома джерелами ЕРС широко застосовується метод вузлових потенціалів. Сутність цього методу полягає у визначенні потенціалів вузлів електричного кола відносно одного вибраного опорного вузла, потенціал якого приймається рівним нулю. На основі першого закону Кірхгофа для кожного вузла складаються рівняння струмів, що дозволяє визначити потенціали всіх вузлів кола. Після цього струми у вітках знаходяться за відомими співвідношеннями між напругою та опором.

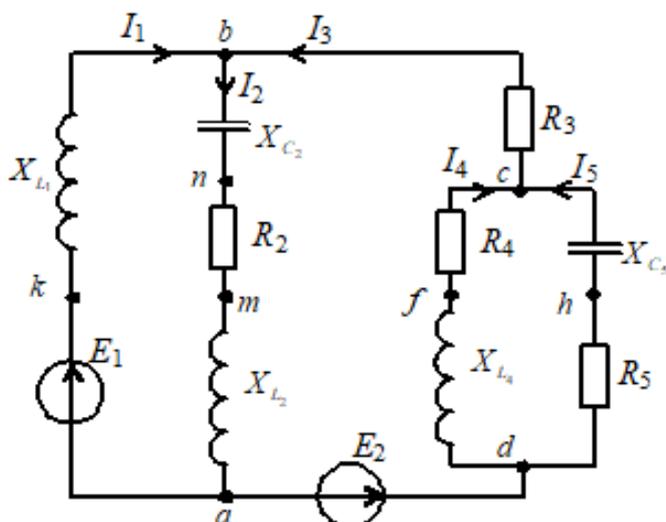
Особливу увагу під час розрахунків необхідно приділяти напрямкам струмів і полярності джерел електрорушійної сили. Вибір умовних напрямків струмів здійснюється довільно, однак при складанні рівнянь важливо суворо дотримуватися прийнятих напрямків та знаків. Якщо в результаті розрахунків значення струму має від'ємний знак, це означає, що його реальний напрямок є протилежним до прийнятого.

Енергетичні процеси в колах змінного струму оцінюються за допомогою активної, реактивної та повної потужностей. Активна потужність характеризує перетворення електричної енергії в інші види енергії, тоді як реактивна потужність пов'язана з процесами накопичення та повернення енергії електромагнітними полями індуктивних і ємнісних елементів. Для перевірки правильності розрахунків виконується баланс потужностей, відповідно до якого сумарна потужність, що генерується джерелами, повинна дорівнювати сумарній потужності, споживаній елементами кола з урахуванням характеру реактивних складових.

Для наочного подання результатів розрахунків застосовуються векторно-топографічні діаграми. Векторні діаграми дозволяють графічно відобразити фазові співвідношення між струмами та напругами, а топографічні діаграми — розподіл потенціалів у різних точках електричного кола. Побудова таких діаграм сприяє кращому розумінню фізичних процесів, що відбуваються в колі, та дає можливість додатково перевірити правильність аналітичних обчислень.

2. Завдання

Завдання 1. В електричному колі, діють два джерела ЕРС змінного струму однієї частоти $e_1 = 189,5 \sin(314t + 90^\circ)$ та $e_3 = 189,5 \sin 314t$. Параметри електричного кола: $X_{L_1}, R_2, X_{C_2}, X_{L_2}, R_3, R_4, X_{L_4}, R_5, X_{C_5}$.



Необхідно :

1. Розрахувати величини струмів в усіх вітках кола та комплексні потужності джерел і порівняти їх значення із величинами загальних активних, реактивних потужностей споживачів.
2. Побудувати векторно–топографічну діаграму електричного кола.

3. Порядок виконання практичного завдання

Завдання 1. В електричному колі, зображеному на рис. 5.1, діють два джерела ЕРС змінного струму однієї частоти $e_1 = 189,5 \sin(314t + 90^\circ)$ та $e_3 = 189,5 \sin 314t$.

Параметри електричного кола: $X_{L_1} = 120 \text{ Ом}, R_2 = 150 \text{ Ом}, X_{C_2} = 120 \text{ Ом}, X_{L_2} = 70 \text{ Ом}, R_3 = 30 \text{ Ом}, R_4 = 50 \text{ Ом}, X_{L_4} = 300 \text{ Ом}, R_5 = 30 \text{ Ом}, X_{C_5} = 70 \text{ Ом}.$

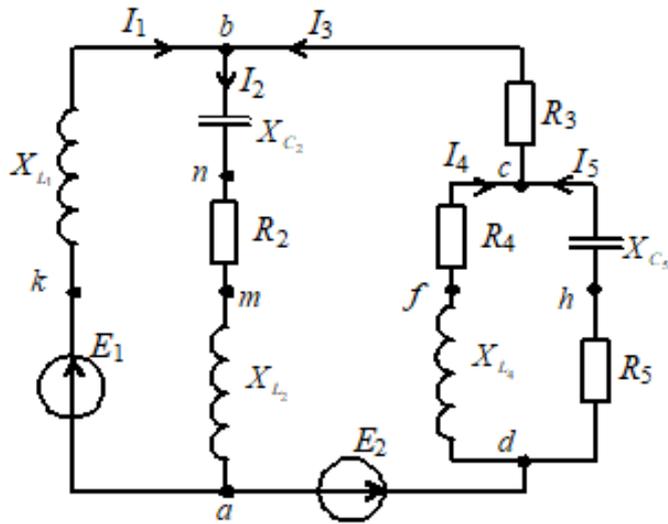


Рис. 5.1.

Розрахувати величини струмів в усіх вітках кола та комплексні потужності джерел і порівняти їх значення із величинами загальних активних, реактивних потужностей споживачів.

Побудувати векторно-топографічну діаграму електричного кола.

Оскільки в даному електричному колі дві електрорушійні сили, то таке коло є складним, і для визначення струмів в вітках застосовується один із методів розрахунку складних кіл.

Перед початком розрахунку доцільно символічним методом визначити еквівалентний опір кожної вітки:

$$\underline{Z}_1 = jX_{L1} = j120 = 120e^{j90^\circ}, \quad (5.1)$$

$$\underline{Z}_2 = jX_{L2} + R_2 - jX_{C2} = j70 + 150 - j120 = 150 - j50 = 158,11e^{-j18,43^\circ}, \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 = \underline{Z}_{3\text{екв}} &= \underline{Z}_3 + \underline{Z}_{cd} = \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_4 \cdot \underline{Z}_5}{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5} = R_3 + \frac{(R_4 + jX_{L4})(R_5 - jX_{C5})}{R_4 + jX_{L4} + R_5 - jX_{C5}} = \\ &= 30 + \frac{(50 + j300)(30 - j70)}{50 + j300 + 30 - j70} = 30 + \frac{304,14e^{j80,54^\circ} \cdot 76,16e^{-j66,8^\circ}}{243,52e^{j70,82^\circ}} = \\ &= 30 + 95,12e^{-j57,08^\circ} = 30 + 51,69 - j79,85 = 81,69 - j79,85 = 114,23e^{-j44,35^\circ}, \quad (5.3) \end{aligned}$$

Тоді розрахункова еквівалентна схема електричного кола буде мати вигляд, зображений на рис. 5.2.

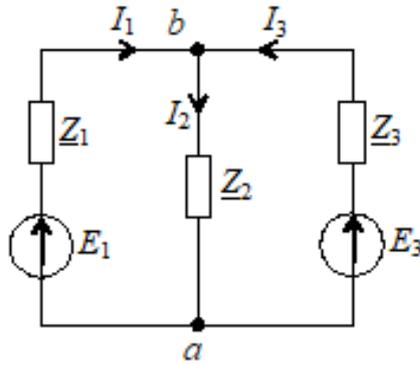


Рис. 5.2.

В схемі електричного кола, зображеного на рис. 5.2 тільки два вузли. В такому випадку доцільно застосувати метод вузлових потенціалів. За цим методом комплексне значення потенціалу одного із вузлів електричного кола приймається рівним нулю, наприклад $\dot{\phi}_a = 0$, а значення потенціалу іншого вузла ($\dot{\phi}_b$) знаходять із рівняння, яке складають за таким правилом: в лівій частині рівняння записують добуток потенціалу $\dot{\phi}_b$ на суму комплексних провідностей віток, приєднаних до цього вузла, а в правій частині рівняння записують суму добутків електрорушійних сил ЕРС віток з відповідними провідностями віток, записаних в комплексній формі. При складанні рівняння величини електрорушійних сил записують із знаком “+”, коли вони спрямовані до вузла, потенціал якого визначається, інакше – із знаком “-”.

Отже, в електричному колі, схему якого зображено на рис. 5.2:

$$\dot{\phi}_a = 0; \tag{5.4}$$

$$\dot{\phi}_b (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3) = \dot{E}_1 \cdot \underline{Y}_1 + \dot{E}_3 \cdot \underline{Y}_3, \tag{5.5}$$

звідки потенціал точки «b» буде розраховуватись за формулою:

$$\dot{\phi}_b = \frac{\dot{E}_1 \cdot \underline{Y}_1 + \dot{E}_2 \cdot \underline{Y}_2 - \dot{E}_3 \cdot \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}, \tag{5.6}$$

де \dot{E}_1, \dot{E}_3 - діючі значення електрорушійних сил в комплексній формі.

Причому:

$$\dot{E}_1 = \frac{189,5}{\sqrt{2}} e^{j90} = j134, \tag{5.7}$$

$$\dot{E}_3 = \frac{189,5}{\sqrt{2}} = 134, \quad (5.8)$$

де $\underline{Y}_1, \underline{Y}_2, \underline{Y}_3$ - провідності віток, що записані в комплексній формі. Комплексні величини провідностей віток є оберненими комплексним опорам відповідних віток і розраховуються таким чином:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{120e^{j90^\circ}} = 0,00833e^{-j90^\circ} = -j0,00833; \quad (5.9)$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{158,11e^{-j18,43}} = 0,00632e^{j18,43} = 0,00599 + j0,00199; \quad (5.10)$$

$$\underline{Y}_{3 \text{ экв}} = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{114,23e^{-j44,35}} = 0,00875e^{j44,35} = 0,00626 + j0,00612, \quad (5.11)$$

При підстановці числових даних у формули розрахунків необхідно пам'ятати, що при складанні комплексних чисел використовується алгебраїчна форма запису комплексного числа, а при множенні і діленні – показникова форма.

Тоді розрахунок потенціалу $\dot{\phi}_g$ має вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_g &= \frac{\dot{E}_1 \cdot \underline{Y}_1 + \dot{E}_2 \cdot \underline{Y}_2 - \dot{E}_3 \cdot \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = \\ &= \frac{134e^{j90} + \frac{134}{114,23e^{-j44,35}}}{-j0,0083 + 0,00599 + j0,00199 + 0,00626 + j0,00612} = \\ &= \frac{1,117 + 1,173e^{j44,35}}{0,0122 - j0,00022} = \frac{1,117 + 0,839 + j0,82}{0,0122 - j0,00022} = \frac{2,12e^{j22,74}}{0,0122e^{-j1,033}} = \\ &= 173,77e^{j23,773} = 159,025 + j70,05. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Струми в вітках розраховують за законом Ома для ділянки електричного кола. Згідно з вибраними і зазначеними на схемі напрямками струмів в вітках формули для розрахунку струмів мають вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b + \dot{E}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{0 - 159,025 - j70,05 + j134}{120e^{j90}} = \frac{171,4e^{j158,09}}{120e^{j90}} = \\ &= 1,43e^{j68,09} = 0,533 + j1,327 \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{\phi}_b - \dot{\phi}_a}{\underline{Z}_1} = \frac{173,77e^{j23,773}}{158,11e^{-j18,43}} = 1,099e^{j42,2} = 0,814 + j0,738, \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \frac{\dot{\phi}_a - \dot{\phi}_b + \dot{E}_3}{\underline{Z}_3} = \frac{0 - 159,025 - j70,05 + 134}{114,23e^{-j44,35}} = \\ &= \frac{-25,025 - j70,05}{114,23e^{-j44,35}} = \frac{74,386e^{-j109,66}}{114,23e^{-j44,35}} = 0,651e^{-j65,31} = 0,272 - j0,591, \end{aligned} \quad (5.15)$$

Після розрахунку струмів у вітках можна виконати перевірку результатів розрахунку за I законом Кірхгофа для вузла "b": $\dot{I}_2 = \dot{I}_1 + \dot{I}_3$.

Струми \dot{I}_4 та \dot{I}_5 розраховуються також за законом Ома, але лише після того, як буде розраховано величину напруги між вузлами "c" і "d":

$$\dot{U}_{cd} = \dot{I}_3 \cdot \underline{Z}_{cd} = 0,651e^{-j65,31^\circ} \cdot 95,12e^{-j57,08^\circ} = 61,92e^{-j122,39^\circ};$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_{cd}}{\underline{Z}_4} = \frac{61,92e^{-j122,39^\circ}}{304,14e^{j80,54^\circ}} = 0,2e^{-j202,93^\circ};$$

$$\dot{I}_5 = \frac{\dot{U}_{cd}}{\underline{Z}_5} = \frac{61,92e^{-j122,39^\circ}}{76,16e^{-j66,8^\circ}} = 0,81e^{-j55,59^\circ}.$$

Комплексна потужність джерела:

$$\tilde{S} = \dot{E} \cdot \dot{I}^*, \quad (5.16)$$

де \dot{I}^* - струм, що спряжений до струму \dot{I} .

Отже, комплексна потужність джерела, включеного в першу вітку, дорівнює:

$$\tilde{S}_1 = \dot{E}_1 \cdot \dot{I}_1^* = 134e^{j90} \cdot 1,43e^{-j68,09} = 191,62e^{j21,91} = 177,78 + j71,50, \quad (5.17)$$

Комплексна потужність джерела третьої вітки:

$$\tilde{S}_3 = \dot{E}_3 \cdot \dot{I}_3^* = 134 \cdot 0,651e^{j65,31} = 87,234e^{j65,31} = 36,44 + j79,26, \quad (5.18)$$

Із результатів розрахунку видно, що джерело E_1 генерує активну енергію потужністю $P_1 = 177,78$ Вт і реактивну потужністю $Q_1 = 71,5$ ВАр. Аналогічно, джерело в третій вітці має потужності $P_3 = 36,44$ Вт і $Q_3 = 79,26$ ВАр.

Загальна потужність енергій, що генеруються джерелами і надходять до споживачів, дорівнює:

$$P = P_1 + P_3 = 177,78 + 36,44 = 214,22 \text{ Вт}, \quad (5.19)$$

і, оскільки реактивні потужності обох джерел мають додатній знак, тобто індуктивний характер, то $Q = Q_1 + Q_3 = 171,50 + 79,26 = 150,76 \text{ ВАр}$.

З іншого боку, активна потужність енергії, яка використана споживачами:

$$P = \sum I_k^2 \cdot R_k = I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 = 1,099^2 \cdot 150 + 0,2^2 \cdot 50 + 0,81^2 \cdot 30 + 0,651^2 \cdot 30 = 215,56 \text{ Вт}, \quad (5.20)$$

Необхідно пам'ятати, що при розрахунках загальної реактивної потужності $Q = \sum I_k^2 \cdot X_k$ потужність ємності записують із знаком “-”:

$$Q = I_1^2 \cdot X_1 - I_2^2 \cdot X_{C_2} + I_2^2 \cdot X_{L_2} + I_4^2 \cdot X_{L_4} - I_5^2 \cdot X_{L_5} = 1,43^2 \cdot 120 - 1,099^2 \cdot 120 + 1,099^2 \cdot 70 + 0,2^2 \cdot 300 - 0,81^2 \cdot 70 = 151,07 \text{ ВАр}, \quad (5.21)$$

Для побудови векторно-топографічної діаграми (рис. 5.3) необхідно додатково визначити діючі значення спадів напруг на окремих елементах електричного кола, зображеного на рис. 5.2.

$$U_{L_1} = I_1 \cdot X_{L_1} = 1,43 \cdot 120 = 171,6 \text{ В};$$

$$U_{L_2} = I_2 \cdot X_{L_2} = 1,099 \cdot 70 = 76,93 \text{ В};$$

$$U_{R_2} = I_2 \cdot R_2 = 1,099 \cdot 150 = 164,85 \text{ В};$$

$$U_{C_2} = I_2 \cdot X_{C_2} = 1,099 \cdot 120 = 131,88 \text{ В};$$

$$U_{R_3} = I_3 \cdot R_3 = 0,651 \cdot 30 = 19,53 \text{ В};$$

$$U_{R_4} = I_4 \cdot R_4 = 0,651 \cdot 50 = 32,55 \text{ В};$$

$$U_{L_4} = I_4 \cdot X_{L_4} = 0,2 \cdot 300 = 60 \text{ В};$$

$$U_{R_5} = I_5 \cdot R_5 = 0,2 \cdot 30 = 6 \text{ В};$$

$$U_{C_5} = I_5 \cdot X_{C_5} = 0,81 \cdot 70 = 56,57 \text{ В}.$$

Побудову векторної діаграми струмів починаємо із креслення на площині осей дійсних і уявних чисел.

1. Потенціал точки “ a ”, який дорівнює “0”, на топографічній діаграмі позначимо на початку координат. Для зручності побудови решту точок з’єднання елементів в схемі позначимо літерами (рис. 5.1).

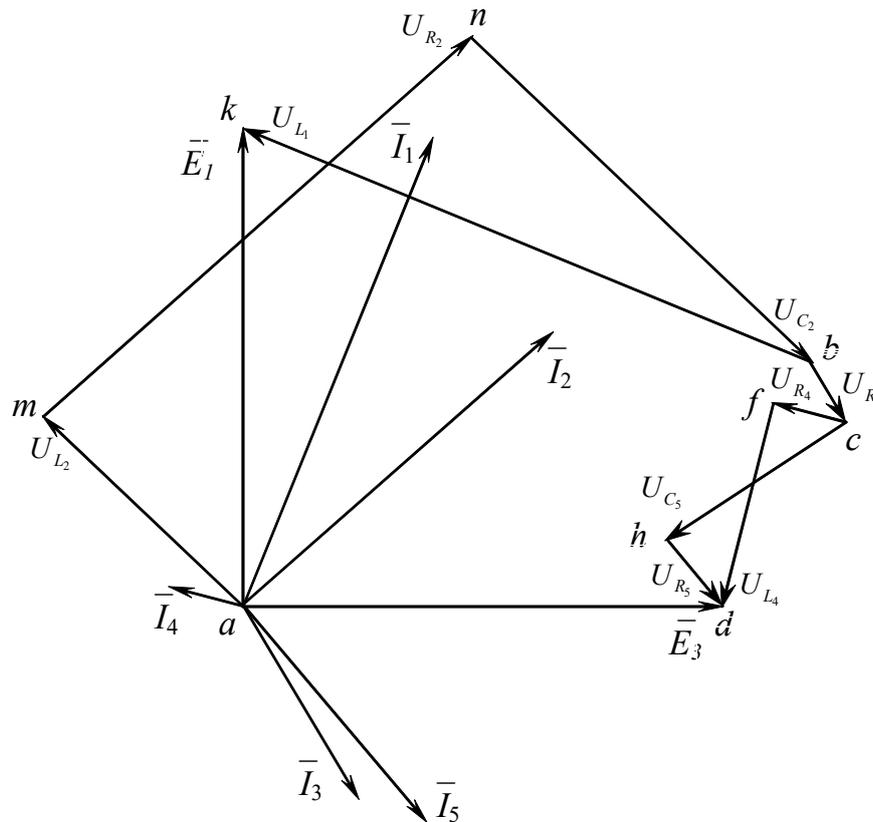


Рис. 5.3

2. Згідно з вибраним масштабом (1 см відповідає 20 В) із початку координат відкладаємо під відповідними кутами відносно осі дійсних чисел вектори \bar{E}_1 та \bar{E}_3 . На площині кінці векторів укажуть потенціали точок “ k ” та “ d ” електричної схеми.

3. Вибираємо масштаб для струмів (1 см відповідає 0,25 А) і під відповідними кутами креслимо вектори струмів у вітках.

4. Вектори спадів напруг на топографічній діаграмі необхідно креслити точно в тій самій послідовності, в якій розташовані елементи в електричному колі, причому обхід контуру доцільно виконувати проти вибраних напрямків струмів в вітках. В цьому випадку кінець вектора на комплексній площині буде вказувати точку вищого потенціалу.

В даній задачі зручно побудову топографічної діаграми починати із побудови векторів спадів напруг в другій вітці від вузла “а” до вузла “в”.

5. Миттєве значення напруги на індуктивному опорі X_{L_2} випереджає струм на кут 90° , тому і вектор напруги також буде випереджати вектор струму на кут 90° . На топографічній діаграмі вектор \bar{U}_{L_2} креслимо від точки “а” під кутом 90° (проти руху годинникової стрілки) до вектора струму \bar{I}_2 . Отримаємо потенціал точки “m”.

6. Напруга на активному опорі співпадає із струмом, тому від точки “m” паралельно вектору струму \bar{I}_2 відкладаємо вектор активного спаду напруги \bar{U}_{R_2} на резисторі R_2 . Отримаємо значення потенціалу точки “n”.

7. Вектор напруги \bar{U}_{C_2} на площині буде розташовуватись під кутом 90° до вектора струму \bar{I}_2 в сторону руху годинникової стрілки. Кінець вектора на площині вкаже значення потенціалу точки “в”, його величину порівняємо із результатом аналітичного розрахунку ϕ_b .

8. Від точки “b” креслимо вектор напруги \bar{U}_{L_1} під кутом 90° до вектора струму \bar{I}_1 . Кінець вектора повинен співпасти з кінцем вектора \bar{E}_1 в точці “k”.

9. Побудову топографічної діаграми третьої вітки починаємо із вузла “b”. Креслимо вектор \bar{U}_{R_3} , напрямком якого співпадає з напрямком вектора \bar{I}_3 .

10. В вузлі “c” електричне коло розгалужується на дві вітки. Спочатку із точки “c” креслимо вектори \bar{U}_{R_4} та \bar{U}_{L_4} під відповідними кутами до вектора струму \bar{I}_4 , а потім із тієї ж точки “c” топографічної діаграми креслимо вектори спадів напруг \bar{U}_{C_5} та \bar{U}_{R_5} , створені струмом I_5 .

4. Вказівки щодо оформлення звіту

1. Ознайомитися з короткими теоретичними відомостями, що подані до практичної роботи.

2. Розглянути приклад виконання практичного завдання з метою засвоєння послідовності та методики розрахунків.
3. Провести всі необхідні розрахунки відповідно до індивідуального варіанта завдання.
4. Надати письмові відповіді на питання для самоконтролю з теми практичної роботи.
5. Оформити звіт з практичної роботи відповідно до встановлених вимог щодо виконання та захисту практичних робіт.
6. Сформулювати висновки за результатами виконаної практичної роботи, узагальнивши отримані результати та набуті практичні навички.

5. Питання для самоконтролю

1. Що являє собою символічний (комплексний) метод розрахунку складних електричних кіл змінного струму і які його переваги порівняно з безпосереднім застосуванням законів Кірхгофа до миттєвих значень струмів та напруг?
2. У чому суть методу вузлових потенціалів і як за його допомогою визначають струми у вітках електричного кола зі складною структурою та кількома джерелами ЕРС?
3. Як активні, індуктивні та ємнісні елементи впливають на фазові співвідношення струму та напруги в колах змінного струму і як це враховується при розрахунках?
4. Який порядок побудови векторно-топографічної діаграми для електричного кола та як вона допомагає перевірити правильність аналітичних розрахунків?
5. Як перевіряється баланс потужностей у колах змінного струму та яке значення мають активна і реактивна потужності для оцінки енергетичних процесів у колі?

Таблиця 5.1 – Вихідні дані для виконання практичної роботи

Варіант	E1, В	E2, В	R1, Ом	X1, Ом	R2, Ом	X2, Ом	R3, Ом	R4, Ом	R5, Ом	X5, Ом
1	120	100	30	+80	150	-60	25	40	35	+70
2	125	110	35	+90	140	-70	30	45	40	+80
3	130	105	40	+100	160	-65	35	50	45	+90
4	115	95	25	+70	130	-50	20	35	30	+60
5	140	120	45	+110	170	-80	40	55	50	+100
6	110	90	20	+60	120	-40	15	30	25	+50
7	135	115	50	+120	180	-90	45	60	55	+110
8	128	108	38	+95	155	-75	32	48	42	+85
9	122	102	34	+85	145	-65	28	42	38	+75
10	145	125	55	+130	190	-100	50	65	60	+120
11	118	98	28	+75	135	-55	22	38	32	+65
12	132	112	42	+105	165	-85	38	52	48	+95
13	126	106	36	+90	150	-70	30	45	40	+80
14	138	118	48	+115	175	-95	44	58	52	+105
15	120	100	30	+80	150	-60	25	40	35	+70
16	142	122	52	+125	185	-105	48	62	58	+115
17	116	96	26	+70	130	-50	20	35	30	+60
18	134	114	44	+110	170	-90	40	55	50	+100
19	128	108	38	+95	155	-75	32	48	42	+85
20	146	126	56	+135	195	-110	52	68	62	+125
21	119	99	29	+78	148	-58	24	39	34	+68
22	131	111	41	+102	162	-82	36	51	46	+92
23	137	117	47	+112	172	-92	42	56	50	+102
24	123	103	33	+88	145	-68	27	43	37	+78

Варіант	E1, В	E2, В	R1, Ом	X1, Ом	R2, Ом	X2, Ом	R3, Ом	R4, Ом	R5, Ом	X5, Ом
25	140	120	50	+120	180	-100	45	60	55	+110
26	115	95	25	+65	125	-45	18	32	28	+55
27	129	109	39	+98	158	-78	34	49	44	+88
28	133	113	43	+108	168	-88	39	54	49	+98
29	121	101	31	+82	152	-62	26	41	36	+72
30	148	128	58	+140	200	-120	55	70	65	+130

ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТІВ З ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

з дисципліни «ТОЕ» для підготовки до практичних занять здобувачами вищої освіти заочної форми навчання

1. Практична робота пишеться кожним студентом власноруч (одним коляром пасти) та починається з номеру практичної роботи та її найменування. Листи заповнюються лише з однієї сторони.

2. Робота оформлюється на листах А4: полем ліворуч – 2,5 см; полем праворуч – 1 см; полем внизу/верху – 2 см.

3. Кожна сторінка повинна бути пронумерована та підписана відповідним шифром (див. додаток 2.)

3. Звіт з практичної роботи повинен мати: титульний лист, теоретичну частину, розрахункову частину, відповіді на контрольні питання, висновки.

4. Титульний аркуш є першою сторінкою практичної роботи і містить основні дані про звіт роботи та її автора. Титульний аркуш заповнюється за строго визначеною формою (див. додаток 1) та повинна містити:

- найменування вищого навчального закладу, факультету та кафедри;
- назву практичної роботи;
- допуски до виконання та захисту;
- відведену графу для оцінки студента;
- прізвище, ім'я автора;
- шифр групи в якій навчається автор;
- науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я викладача;
- рік виконання.

Слід пам'ятати, що титульний лист не підлягає нумерації, однак включається до загальної нумерації сторінок практичної роботи.

5. Розрахункова частина практичної роботи повинна виконуватися з урахуванням загальних вимоги до оформлення звіту та оформлюватися у рамці з відповідним шифром (див. додаток 2).

6. захист практичної роботи відбувається у наступній послідовності:

1) оформлення звіту практичної роботи (титульний лист та теоретична частина), після чого студент отримує допуск до виконання роботи;

2) виконання або розрахунок завдання практичної роботи, після перевірки якої студент готується та відповідає письмово на контрольні питання. Отримується можливість до захисту практичної роботи;

3) захист практичної роботи відбувається усно, за питаннями по темі практичної роботи та відповідного лекційного матеріалу.

ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ПІДГОТОВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАННЯТЬ з дисципліни «ТОЕ»

На практичному занятті студент повинен закріпити одержані теоретичні знання. При виконанні практичних робіт з дисципліни студент повинен самостійно вирішувати практичні інженерні задачі, уміти застосовувати методики розрахунку.

Одержавши графік виконання практичних робіт з дисципліни, студент самостійно готується до кожної з них, вивчаючи відповідні розділи теоретичного матеріалу.

Для роботи студент отримує варіант індивідуального завдання і необхідну нормативно-довідкову літературу. При розрахунках студентам рекомендується використовувати мікрокалькулятори.

Студент самостійно виконує розрахунки відповідно з темою практичного заняття та при необхідності отримує допомогу викладача. Після виконання необхідних розрахунків здобувач складає звіт по роботі, який вміщує всі фактичні дані (схеми, таблиці, графіки) та аналіз результатів розрахунку. Для економії часу графіки краще виконувати на міліметровому папері.

В кінці заняття студент повинен представити викладачу результати індивідуальної роботи, при необхідності виконати необхідні виправлення та

захистити практичну роботу за тематичними питаннями для одержання оцінки від викладача.

Перед захистом практичної роботи перевіряється готовність студента до практичного заняття (наявність оформленого звіту) та за темою практичного заняття, використовуючи контрольні питання, які приводяться в практичній роботі. Лише після перевірки викладачем ступеня підготовки, студент допускається до занять, і може захищати практичну роботу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. The influence of the design of the stator winding of a synchronous-reactive generator on increasing its energy efficiency / O. B. Iegorov et al. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2025. No. 5. P. 3–9. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272x.2025.5.01>.
2. Воробкевича А., Шегедина О., Совин Р. Збірник задач з теоретичних основ електротехніки: навчальний посібник. Львів : Магнолія 2006, 2025. 224 с.
3. Генеруючі агрегати і станції. Частина 1 : конспект лекцій для здобувачів бакалаврського рівня вищої освіти ОПП "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіки" спеціальності 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіки" денної форми здобуття вищої освіти / уклад. : В. Мардзявко, А. Руденко, Р. Чурило. Миколаїв : МНАУ, 2024. 60 с. URL: <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/17443>
4. Електрофізичні методи обробки сільськогосподарської продукції : метод. реком. для здобувачів початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти ОПП "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" спеціальності 141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" денної форми здобуття вищої освіти / уклад. : А. Ю. Руденко, В. А. Мардзявко, Р. Є. Чурило. Миколаїв : МНАУ, 2024. 56 с. URL: <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/17446>
5. Кунденко М. П., Мардзявко В. А., Руденко А. Ю. Аналіз технології генерації НВЧ випромінення з визначенням адаптивного типу діодів для подальшого конструювання апаратів для знезараження. *Інтегровані технології та енергозбереження*. 2023. № 2. С. 24–37. URL: <http://ite.khpi.edu.ua/article/view/292410/285462>
6. Кунденко М. П., Піх Є. О. Розробка технологічної схеми НВЧ–установки для сушіння зерна. *Енергетика і автоматика*. 2021. № 2. С. 75–85. DOI: <https://doi.org/10.31548/energiya2021.05.075>

7. Рудик А. В., Филипчук Л. В., Кулик Н. І. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1. Практикум : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2024. 113 с.
URL: <https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi78/0057613.pdf>

8. Хілов В. Теоретичні основи електротехніки. Київ : Каравела, 2021. 468 с.

9. Хілов В., Койфман О., Рухлов А. Практикум з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки». Частина 1. Стаціонарні процеси у лінійних колах постійних, гармонійних однофазних, трифазних і полігармонійних струмів. Одеса : Олді+, 2024. 186 с.

10. Шегедин О., Маляр В. Теоретичні основи електротехніки : навчальний посібник. . Ч. 1. Львів : Новий Світ – 2000, 2020. 168 с.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІНЖЕНЕРНО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки

ПРАКТИЧНА РОБОТА №1

з дисципліни “ТОЕ”

на тему: “Розрахунок струмів”

Допуск до виконання _____

Допуск до захисту _____

Захист _____

Виконав студент групи: ЗЕн 1/1

(підпис)

Олексій ХАРИТОНОВ

(імя, прізвище)

Керівник:

(підпис)

Віталій МАРДЗЯВКО

(імя, прізвище)

2026

					141. ЗЕН 1/1. 11. ПР01. ТОЕ	7/	Лист
Ізм	Лист	№ докум.	Підпис	Дата			

Навчальне видання

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Методичні рекомендації

Укладач: **Мардзявко Віталій Анатолійович**

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 4,8.

Тираж 20 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.