

УДК 528.46

Розрахунок площі полігона сільськогосподарських угідь за координатами вершин

Ростислав Дмитренко,

здобувач вищої освіти спеціальності 208 «Агроінженерія»

Миколаївський національний аграрний університет

м. Миколаїв, Україна

Анотація: розглянуто ключові математичні концепції, методи та техніки, що застосовуються у геодезії. Дослідження включає аналіз використання математики у вирішенні практичних завдань геодезії, таких як визначення рельєфу місцевості, визначення географічних координат об'єктів, а також розробка нових методів інструментів для покращення точності та ефективності геодезичних вимірювань.

Ключові слова: математика, геодезія, вимірювання, картографія, географічні координати, геометрія, тригонометрія, векторний аналіз, матричні обчислення, числові методи, точність, ефективність.

Геодезія – одна з найдавніших наук («geodesy» грец. у перекладі українською мовою означає «землерозділ»). Геодезія - область відносин, що виникають у процесі наукової, технічної та виробничої діяльності з визначення фігури та розмірів зовнішнього гравітаційного поля Землі, координат та висот точок земної поверхні та їх змін у часі, що проводиться з метою складання карт та планів, а також для забезпечення вирішення різноманітних інженерних завдань на земній поверхні [1]. А з іншого боку - це галузь прикладної математики, що тісно пов'язана з аналітичною геометрією, тригонометрією, математичним аналізом, теорією ймовірностей, математичною статистикою та обчислювальною математикою. Від самого початку в геодезії все береться з математики.

Геодезичні виміри використовуються при створенні топографічних карт, які необхідні для державного планування та розміщення виробничих сил, для проектування інженерних споруд, розвідки та експлуатації природних багатств, необхідні для містобудування, організації сільськогосподарського виробництва, картами користуються під час виконання меліоративних робіт, землеустрою, насадження лісових масивів і т.д. Геодезичні виміри забезпечують дотримання геометричних форм та елементів проекту споруди як у відношенні розташування її на місцевості так і відношенні зовнішньої та внутрішньої конфігурації. [2]

Розглянемо останню з запропонованих опорних геодезичних задач, а саме визначення площі полігона сільськогосподарських угідь за координатами його вершин. Знати площу окремих земельних ділянок необхідно для різноманітних виробничих потреб у сільськогосподарському виробництві: при проектуванні та

експлуатації зрошувальних систем, для землеустрою, насадження лісових масивів. В залежності від форми, розмірів та необхідної точності визначення площа необхідної земельної ділянки може бути визначена аналітичним способом, тобто вираховують площі ділянок, які обмежені прямими лініями за результатами вимірів на місцевості довжин цих ліній та кутів між ними. Площі земельних ділянок, які мають форму правильних геометричних фігур, підраховують за відповідними формулами геометрії.

Якщо земельна ділянка за будовою є багатокутник, то його ділять на елементарні геометричні фігури – трикутники і трапеції. Загальна площа багатокутника отримується як сума площ окремих фігур. [4]

Нехай треба визначити площу полігону S сільськогосподарських угідь з координатами вершин $A_1A_2A_3A_4A_5$. Площу полігону подають у вигляді трапецій в яких абсциси є основами, різниця ординат сусідніх точок є його висотами:

$$S = a_1A_1A_2a_2 + a_2A_2A_3a_3 + a_3A_3A_4a_4 - a_5A_5A_4a_4 - a_1A_1A_5a_5 \quad (7)$$

$$2S = (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) + (x_2 + x_3)(y_3 - y_2) + (x_3 + x_4)(y_4 - y_3) + (x_4 + x_5)(y_5 - y_4) + (x_5 + x_1)(y_1 - y_5) \quad (8)$$

Після розкриття дужок і зведення подібних отримаємо:

$$2S = x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_3 - x_3y_2 + x_3y_4 - x_4y_3 + x_4y_5 - x_5y_4 + x_5y_1 - x_1y_5 \quad (9)$$

Після винесення за дужки X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 будемо мати :

$$2S = x_1(y_2 - y_1) + x_2(y_3 - y_2) + x_3(y_4 - y_3) + x_4(y_5 - y_4) + x_5(y_1 - y_5) \quad (10)$$

Якщо з формули (9) винести за дужки $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6$, то будемо мати:

$$2S = y_1(x_5 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_4) + y_4(x_3 - x_5) + y_5(x_4 - x_1) \quad (11)$$

В скороченому вигляді ці формули можна записати так:

$$\left. \begin{aligned} 2S &= \sum_{xk} (y_{k+1} - y_{k-1}) \\ 2S &= \sum_{xk} (x_{k-1} - x_{k+1}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Підрахунок площі полігону за обома формулами дає контроль правильності обчислень. Розрахунки дають однакові значення площі.

Список використаних джерел:

1. Задорожній Ю.В. Геодезія. Методичні рекомендації для виконання курсової роботи здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Геодезія та землеустрій» спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» денної форми здобуття вищої освіти. Миколаїв 2022.

<https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/11577/1/zadorozhniy-geodeziya-kurs-rab-2022.pdf>

2. Попов А.С., Іскакова О.Ш. Територіальний землеустрій. Методичні рекомендації для виконання курсової роботи здобувачами другого (магістерського) рівня вищої освіти ОПП «Геодезія та землеустрій» спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» денної форми здобуття вищої освіти. Миколаїв 2022.

<https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/11593/1/popov-ter-zemleustr-mod-1-2022.pdf>

3. Ващенко В.І., Літинський В.О., Перій С.С. Топографо-геодезичний практикум. Навчальний посібник. Львів. Видавництво «Львівська політехніка». 2018. С. 144.

4. Ступень Р.М., Дудич Г.М., Дудич Л.В. Землеустрій: організація та землевпорядкування сільськогосподарських угідь. Навчальний посібник. Львів. «Галицька видавнича спілка». 2020. С.31-42.

Annotation: *the key mathematical concepts, methods and techniques used in geodesy are considered. The research includes analysis of the use of mathematics in solving practical tasks of geodesy, such as determining the topography of the area, determining the geographic coordinates of objects, as well as the development of new methods of tools to improve the accuracy and efficiency of geodetic measurements.*

Keywords: *mathematics, geodesy, measurement, cartography, geographic coordinates, geometry, trigonometry, vector analysis, matrix calculations, numerical methods, accuracy, efficiency.*

Науковий керівник:

Богданов С.І.,

старший викладач

кафедри вищої та прикладної математики,

Миколаївський національний аграрний університет