

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



**НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА
ГРАФІКА**

Модуль №2 «Технічне креслення»

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

**для виконання практичних і самостійних робіт
здобувачами першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти ОПП «Агроінженерія»
спеціальності Н7 «Агроінженерія»
денної і заочної форм здобуття вищої освіти**

Миколаїв – 2026

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету, протокол № 7 від 21.04.2026 р.

Укладачі:

Полянський П.М. – канд. екон. наук, доцент, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін МНАУ.

Степанов С.М. – старший викладач кафедри загальнотехнічних дисциплін МНАУ.

Комочкін М.С. – головний інженер ТОВ «Пульсар Експо Україна».

Рецензенти:

Марченко Д.Д. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу МНАУ.

Галич І.В. - канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри агроінженерії Державний біотехнологічний університет, м. Харків.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1.ТЕХНІЧНЕ КРЕСЛЕННЯ.....	5
1.1. Побудова заданого ухилу та конусності.....	5
1.2. Нанесення розмірів на кресленні.....	7
1.2.1. Основні вимоги нанесення розмірів.	7
1.2.2. Основні розміри на креслення наносяться.	10
1.3. Спряження та лекальні криві.	20
1.3.1. Спряження.....	20
1.3.2. Спряження двох прямих ліній, що перетинаються.	21
1.3.3. Спряження прямої з колом.	22
1.3.4.Спряження кіл.....	23
1.3.5. Побудова дотичних.....	24
1.3.6. Лекальні криві.....	25
ЛІТЕРАТУРА	31

ВСТУП

Методичні рекомендації призначені для виконання практичних та самостійних робіт здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за освітньо-професійною програмою «Агроінженерія» спеціальності Н7 «Агроінженерія». Вони розроблені з метою систематизації теоретичних знань, розвитку практичних умінь та формування професійних компетентностей студентів у сфері нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки.

Модуль №2 «Технічне креслення» охоплює основні аспекти побудови креслень, включаючи виконання ухилів та конусності, нанесення розмірів, побудову спряжень та лекальних кривих, а також формування дотичних. Послідовне опанування цих тем сприяє розвитку просторового мислення, точності виконання конструктивних елементів, уважності та навичок професійного креслення.

Виконання практичних завдань за даними рекомендаціями передбачає застосування теоретичних знань на практиці, формування алгоритмічного підходу до виконання креслень та розвиток здатності самостійно вирішувати інженерні завдання. Особлива увага приділяється точності побудов, правильності нанесення розмірів та грамотному використанню інструментальних прийомів креслення, що є необхідною умовою для підготовки висококваліфікованих спеціалістів у сфері агроінженерії.

Зміст методичних рекомендацій дозволяє студентам поступово освоювати технічні прийоми, починаючи від базових операцій до складних елементів конструкцій. Таким чином, дані рекомендації сприяють формуванню компетентностей, необхідних для ефективної інженерної та проектно-конструкторської діяльності у галузі аграрного машинобудування.

Метою цих методичних рекомендацій є забезпечення високого рівня практичної підготовки студентів, формування системного мислення та професійних навичок, що дозволяють виконувати інженерні завдання на сучасному рівні та підвищують готовність до професійної діяльності в агроінженерії.

1. ТЕХНІЧНЕ КРЕСЛЕННЯ.

1.1. Побудова заданого ухилу та конусності.

Похил. Величина, яка характеризує нахил однієї лінії відносно іншої, називається похилом. Для визначення похилу прямої OB , нахиленої до горизонтальної прямої OA під кутом α (Рис. 1.1), на цій прямій виберемо довільну точку B і з неї опустимо перпендикуляр на OA .

Відношення $AB/AO = b/a = S \operatorname{tg} \alpha$ показує похил прямої OB до OA . Для побудови заданого похилу, наприклад 1:3, на горизонтальній прямій відкладемо три однакові відрізки довільної довжини (рис. 1.2). Потім з кінця A горизонтального відрізка встановимо перпендикуляр AB завдовжки в один відрізок. З'єднавши точки O і B , одержимо лінію, побудовану з похилом 1:3.

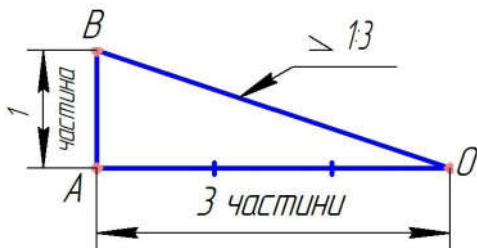


Рис. 1.1

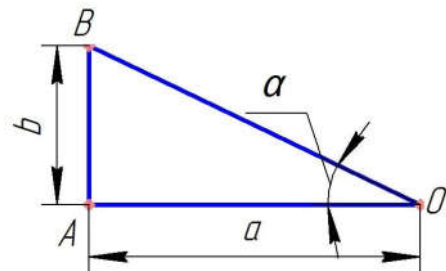


Рис. 1.2.

Значення похилу записують на поличці лінії-виноски, розміщеної паралельно напрямку, за яким визначають похил. Перед розмірним числом, яким позначено похил наносять знак \sphericalangle , або \sphericalangle (гострий кут, спрямований у бік похилу).

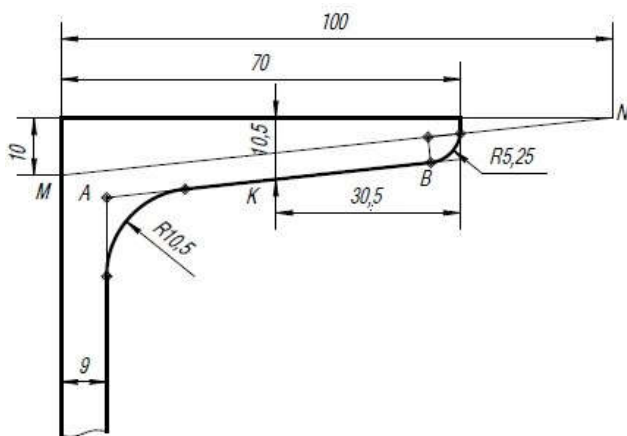


Рис. 1.3.

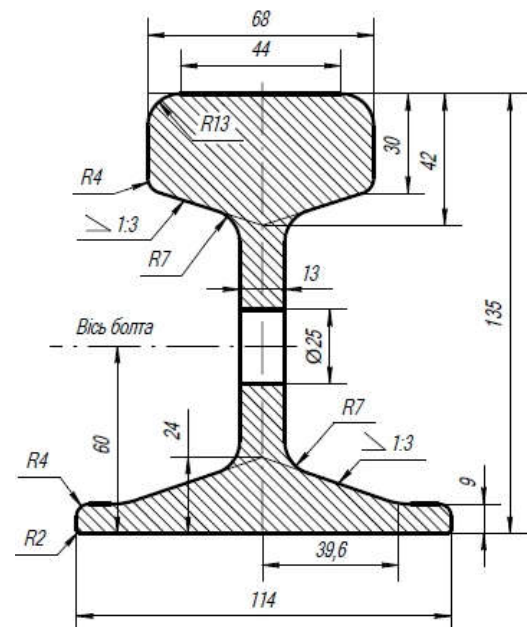


Рис. 1.4.

Побудову похилів застосовують при кресленні багатьох деталей, зокрема, при виконанні креслень профілів сталевих балок. На Рис. 1.3 показано

побудову верхньої частини (полички) швелера за заданими розмірами, де ширина полички – 70 мм, її похил – 1:10, товщина стінки швелера – 9 мм.

На рис. 1.4 наведено креслення профілю залізничної рейки, нижня частина контуру рейкової головки та опорна поличка мають похил 1:3.

Конусність. Цей параметр являє собою відношення діаметра кола основи прямого конуса до його висоти (рис. 1.5), тобто $C = D / H$, а для зрізаного конуса – відношення різниці між діаметрами кіл основ до висоти (відстані між центрами цих основ): $C = (D - d) / h$. Конусність, як і похил, виражається простим та десятковим дробом, або в процентах. Числові значення конусності записують на поличці лінії-виноски, розміщеної паралельно осі конуса, або на осі (див. рис. 1.5). Перед розмірним числом ставиться знак конусності ∇ – рівнобедрений трикутник, вершина якого спрямована в бік вершини конуса. На рис. 1.6 показано один з можливих варіантів нанесення розмірів форми та положення зовнішнього конуса деталі.

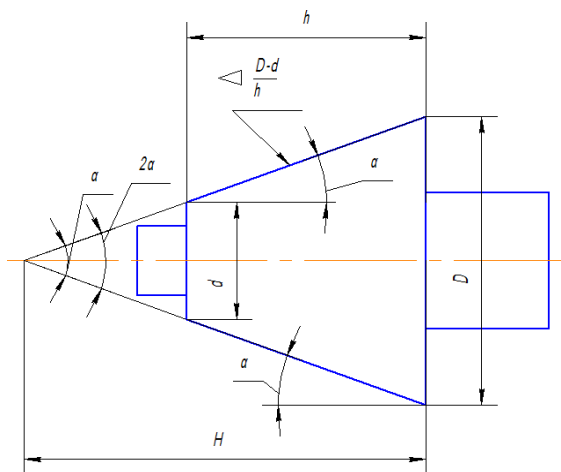


Рис. 1.5.

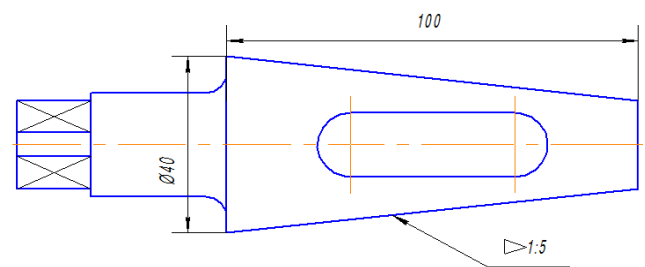


Рис. 1.6.

Побудова похилу. Якщо потрібно через точку А, що належить прямій АВ (рис. 1.7), провести пряму з похилом $i = 1 : n$ відносно АВ, треба відкласти від точки А за напрямком даної прямої n довільних одиниць; в кінці отриманого відрізка АЕ – побудувати перпендикуляр ЕС довжиною в одну одиницю. Гіпотенуза АС побудованого прямокутного трикутника визначає шукану пряму.

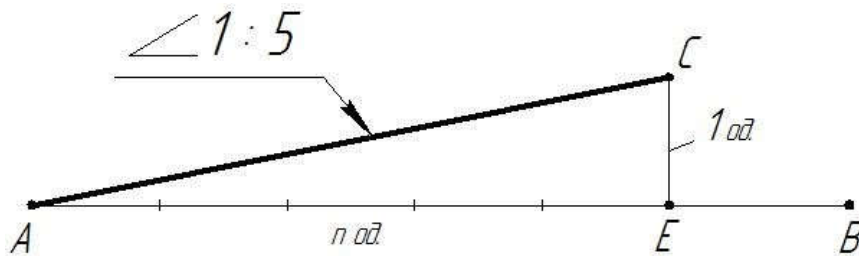


Рис. 1.7.

1.2. Нанесення розмірів на кресленні.

Розміри наносяться за допомогою розмірних чисел, розмірних і виносних ліній.

Розмірна лінія визначає границі вимірювання. Її проводять паралельно відрізку елемента деталі, розмір якого вимірюється. Розміщується розмірна лінія за межами контуру деталі на відстані 6-10 мм. Розмірні лінії обмежуються стрілками, які упираються у виносні лінії. Величини елементів стрілок розмірних ліній обирають в залежності від товщини лінії видимого контуру і викреслюють їх приблизно однаковими на всьому кресленні. Форма стрілки і приблизне співвідношення її елементів показано на рис. 1.8.

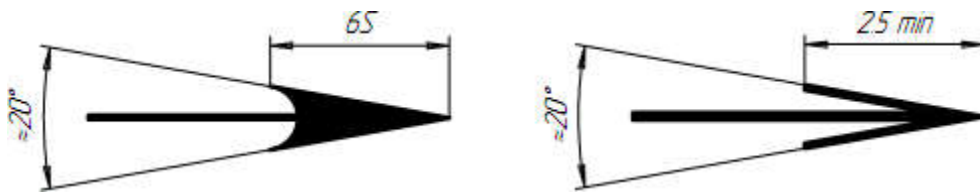


Рис. 1.8

Виносні лінії перпендикулярні до контурної лінії елемента, виходять за межі розмірних на 1-5 мм.

Розмірне число наносять над розмірною лінією і по можливості ближче до середини, між розмірною лінією і розмірним числом повинна бути відстань в 1 мм.

Розмірні числа наносяться креслярським шрифтом 3,5-5 мм та нахилом 75° до розмірної лінії.

1.2.1. Основні вимоги нанесення розмірів.

1. Основою для визначення величини зображеного виробу та його елементів слугують розмірні числа, нанесені на креслення.

2. Загальна кількість розмірів на кресленні повинна бути мінімальною, але достатньою для виготовлення та контролю виробу.

3. Розміри, які не підлягають виконанню по даному креслені і вказуються для зручності користування кресленням, називаються **довідковими**.

4. Довідкові розміри на креслені позначаються знаком «*», а в технічних вимогах записують: «* розміри для довідок». Якщо всі розміри на креслені довідкові, то їх знаком «*» не позначають, а в технічних вимогах записують: «розміри для довідок».

5. До довідкових відносяться наступні розміри:

а). один із розмірів замкнутого розмірного ланцюга (рис. 1.9);

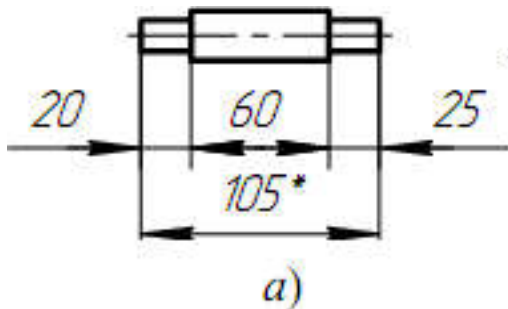


Рис. 1.9

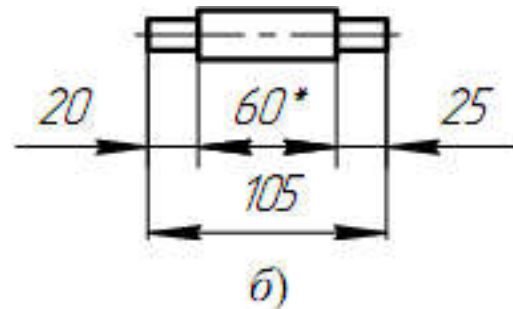


Рис. 1.10

б). розміри на складальному креслені, по яких визначають граничні положення окремих елементів конструкцій, наприклад хід поршня, хід клапана двигуна внутрішнього згорання і т.п.;

в). розміри на складальному креслені, які перенесені з креслень деталей і використовуються в якості встановлюючих та з'єднальних;

г). габаритні розміри на складальному креслені, які перенесені з креслень деталей або являються сумою розмірів декількох деталей;

6. Не допускається повторювати як виконавчі розміри одного і того ж елемента на різних зображеннях, в технічних вимогах і в специфікації (Рис. 1.11).

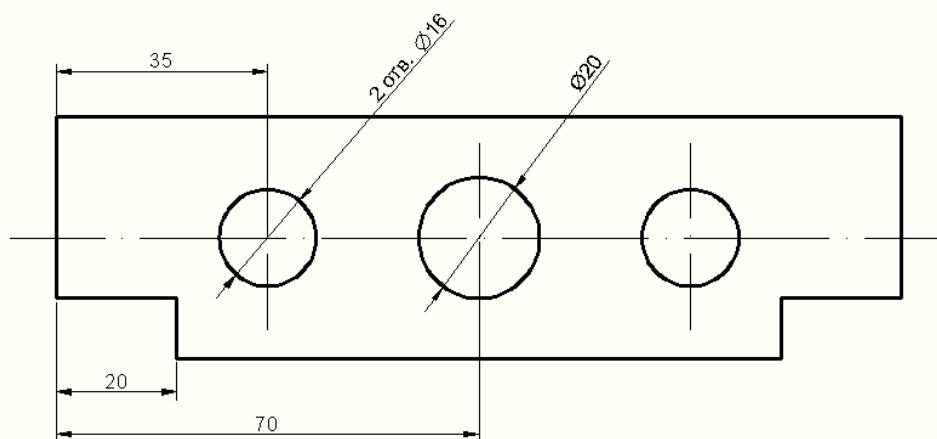


Рис. 1.11

7. Лінійні розміри на кресленнях і в специфікаціях вказують в міліметрах, без зазначення одиниці вимірювання.

Для розмірів, які вказуються в технічних вимогах і пояснювальних написах на полі креслення, обов'язково вказують одиниці вимірювання.

8. Кутові розміри вказують в градусах, хвилинах та секундах з позначенням одиниці вимірювання, наприклад: 4° ; $4^\circ 30'$; $12^\circ 45' 30''$; $0^\circ 30' 40''$; $0^\circ 18'$; $0^\circ 5' 25''$; $30^\circ \pm 1^\circ$; $30^\circ \pm 10'$.

9. Для розмірних чисел застосовувати звичайні дроби не допускається, за виключенням розмірів в дюймах.

10. Розміри, які визначають розміщення поверхонь спряження, проставляють, як правило, від конструктивних баз з врахуванням можливостей виконання і контролю цих розмірів.

11. При розміщенні елементів предмету (отворів, пазів, зубів і т.п.) на одній осі або на одній окружності розміри, які визначають їх взаємне розміщення, наносять наступними способами.

а). від загальної бази (поверхні, осі) (Рис. 1.12 а). і б).);

б). заданням розмірів декількох груп елементів від декількох загальних баз (Рис. 1.12 в).);

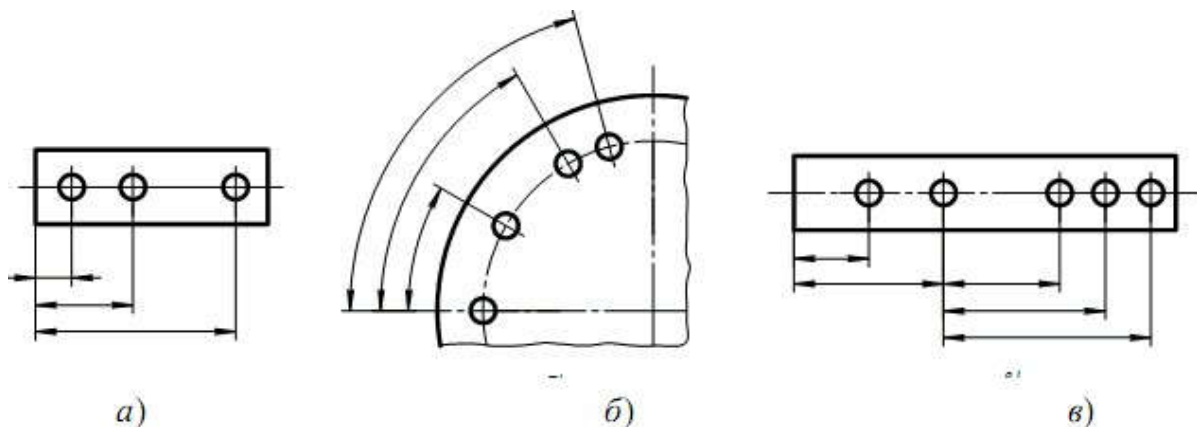


Рис. 1.12

в). заданням розмірів між суміжними елементами (ланцюгом) (Рис. 1.13).

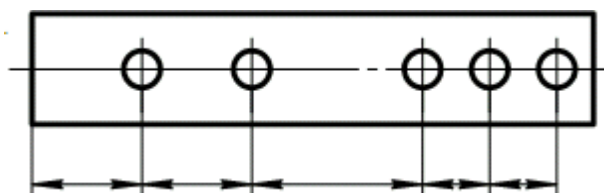


Рис. 1.13

12. Розміри на кресленнях не можна наносити у вигляді замкненого ланцюга, за винятком випадків, коли один з розмірів вказаний як довідковий (Рис. 1.13).

Розміри, які визначають положення симетрично розміщених поверхонь симетричних виробів, наносять, як показано на Рис. 1.14.

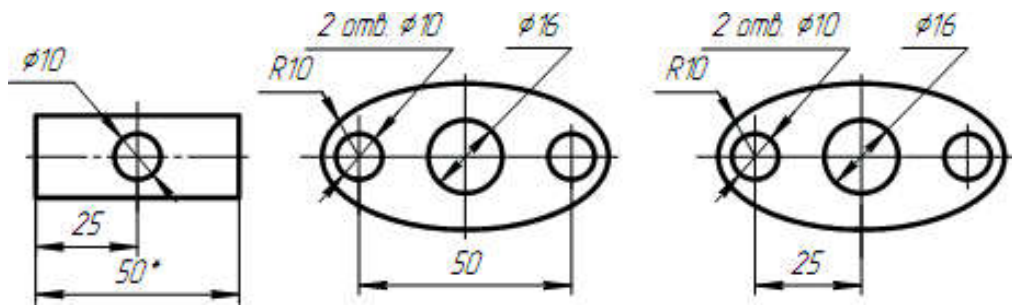


Рис. 1.14

1.2.2. Основні розміри на креслення наносяться.

1. Розміри на кресленнях вказують розмірними числами і розмірними лініями.

2. При нанесенні розміру прямолінійного відрізка розмірну лінію проводять паралельно даному відрізку, а виносні лінії – перпендикулярно розмірним (Рис. 1.15).

3. При нанесенні розміру кута розмірну лінію проводять у вигляді дуги з центром в його вершині, а виносні лінії – радіально (Рис. 1.16).

4. При нанесенні розміру дуги окружності розмірну лінію проводять концентрично дузі, а виносні лінії – паралельно бісектрисі кута, над розмірним числом наносять знак « $\overline{\quad}$ » (Рис. 1.17).

5. Розмірну лінію з обох кінців обмежують стрілками, які впираються у відповідні лінії (контурні, виносні, осьові), а при нанесенні розміру радіуса дуги стрілку проставляють з внутрішньої або зовнішньої сторони дуги. (Рис. 1.18).

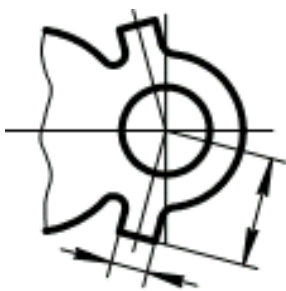


Рис. 1.19

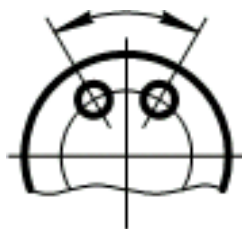


Рис. 1.20

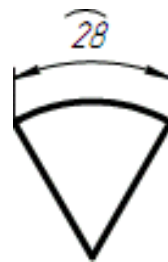


Рис. 1.21

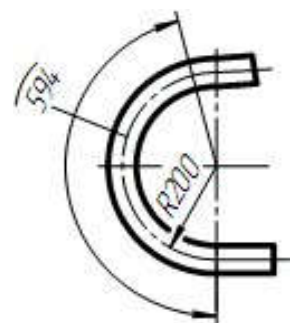


Рис. 1.22

6. У випадках, показаних на рис. 30, розмірну та виносну лінію проводять так, щоб вони разом з відрізком, який вимірюється, утворювали паралелограм.

7. Розмірні лінії зазвичай наносять поза контуром зображення.

8. Виносні лінії повинні виходити за межі кінців стрілок розмірної лінії на 1...5 мм.

9. Мінімальна відстань між паралельними розмірними лініями повинна бути 7 мм, а між розмірною і лінією контуру – 10 мм і обрані в залежності від розмірів зображення і насиченості креслення.

10. Не допускається перетин розмірних ліній будь-якими іншими лініями. Виносні лінії можуть перетинатися між собою. (рис. 1.24).

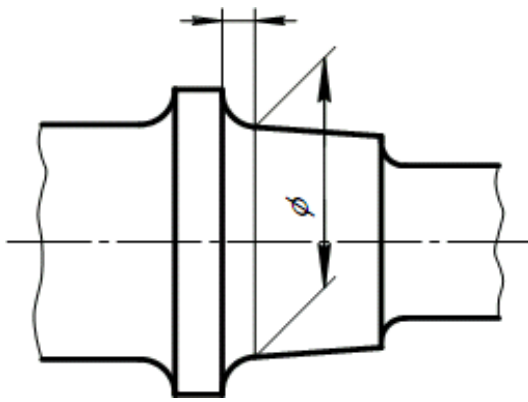


Рис. 1.23

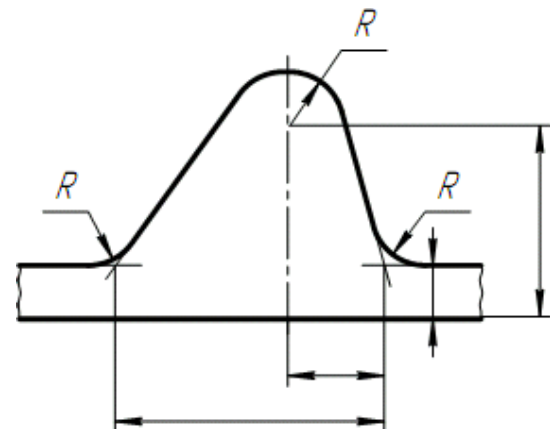


Рис. 1.24

11. Не допускається використання ліній контуру, осьові, центрові і виносні лінії в якості розмірних.

12. Якщо треба показати координати вершини округленого кута або центру дуги округлення, то виносні лінії проводять від точки перетину сторін округленого кута або центра дуги округлення (рис. 1.23 і 1.24).

13. Якщо вид або розріз симетричного предмета або окремих симетрично розміщених елементів зображують тільки до осі симетрії або з обривом, то розмірні лінії, які відносяться до цих елементів, проводять з обривом, і обрив розмірної лінії виконують далі від осі або лінії обриву предмета (рис. 1.25).

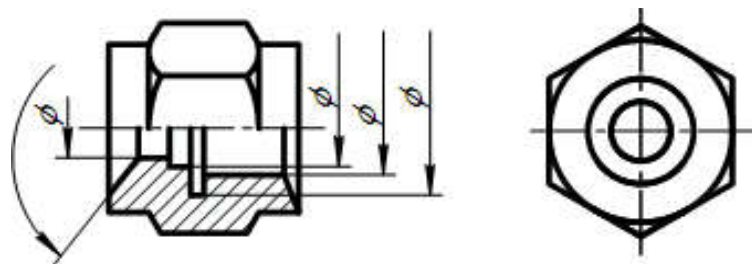


Рис. 1.25

14. Розмірні лінії допускається проводити з обривом в наступних випадках:

а). при зазначенні розміру діаметра окружності незалежно від того, зображена і окружність повністю або частково; при цьому обрив розмірної лінії роблять далі від центра окружності (рис. 1.26);

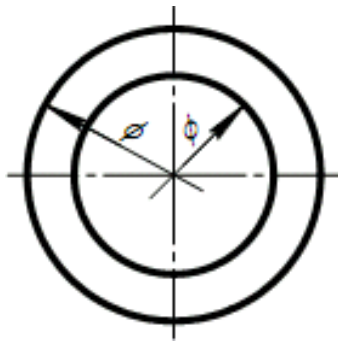


Рис. 1.26

б). при нанесенні розмірів від бази, яка не зображена на даному кресленні (рис. 1.27).

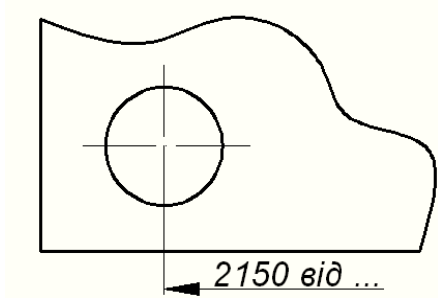


Рис. 1.27



Рис. 1.28

15. При зображенні виробів з розривом розмірну лінію не переривають (рис. 1.28).

16. Якщо довжина розмірної лінії недостатня для розміщення на ній стрілок, то розмірну лінію продовжують за виносні лінії (або відповідно за контурні, осьові, центрові і т.д.) і стрілки виносять, як показано на рис. 1.29

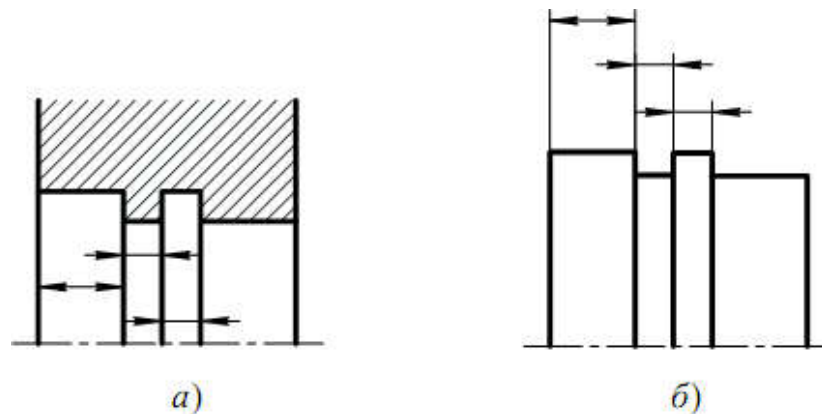


Рис. 1.29

17. При недостатній кількості місця для стрілок на розмірних лініях, розміщених ланцюгом, стрілки допускається замінити засіками, які наносять під кутом 45° до розмірних ліній (Рис. 1.30), або чітко нанесеними точками (Рис. 1.31).

18. При недостатній кількості місця для стрілки із-за близько розміщеної контурної або виносної лінії останні допускається переривати (Рис. 1.32).

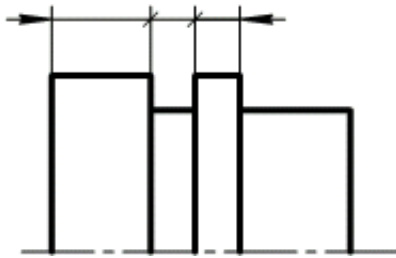


Рис. 1.30

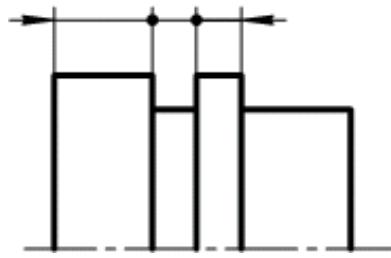


Рис. 1.31

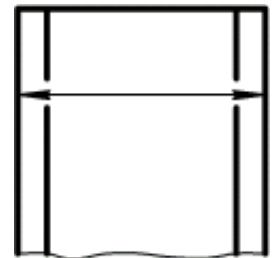


Рис. 1.32

19. Розмірні числа наносять над розмірною лінією по можливості ближче до її середини (Рис. 1.33).

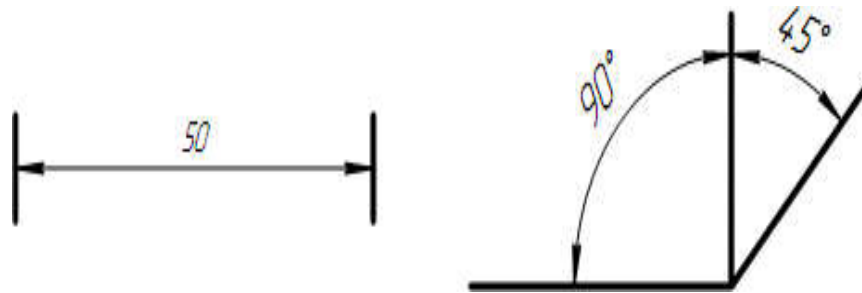


Рис. 1.33

20. При нанесенні розміру діаметра всередині окружності розмірні числа зміщують відносно середини розмірних ліній.

21. При нанесенні декількох паралельних або концентричних розмірних ліній на невеликій відстані одна від одної розмірні числа над ними рекомендується розміщувати в шаховому порядку (Рис. 1.34).

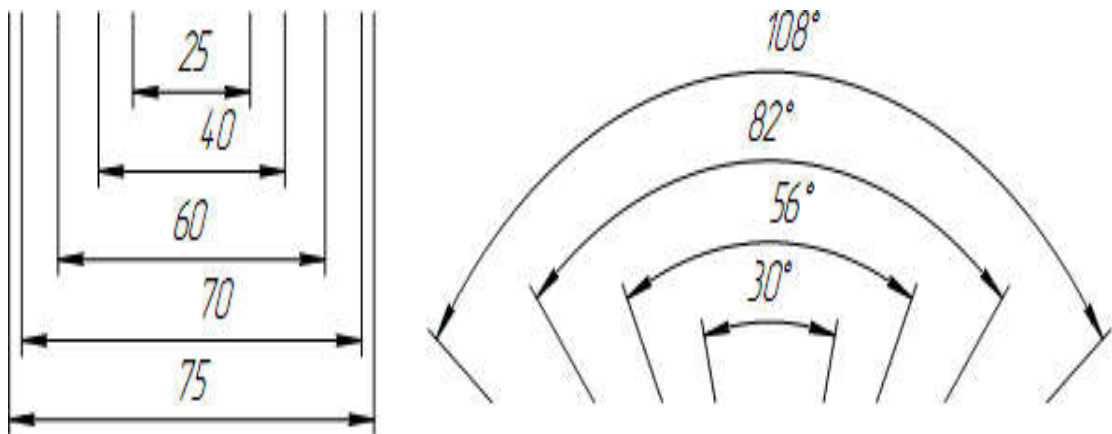


Рис. 1.34

22. Розмірні числа лінійних розмірів при різних нахилах розмірних ліній розміщують як показано на Рис. 1.35.

Якщо необхідно нанести розмір в заштрихованій зоні, відповідне розмірне число наносять на поличці-виносці (Рис. 1.36).

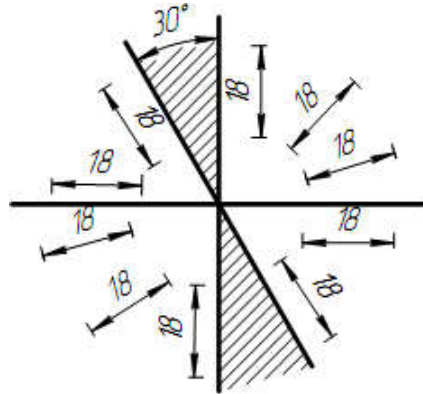


Рис. 1.35

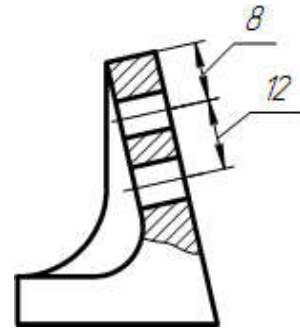


Рис. 1.36

23. Кутові розміри наносять так, як показано на Рис. 1.37.

Для кутів малих розмірів при недостатній кількості місця розмірні числа поміщають на поличках-виносках в будь-якій зоні (Рис. 1.38).

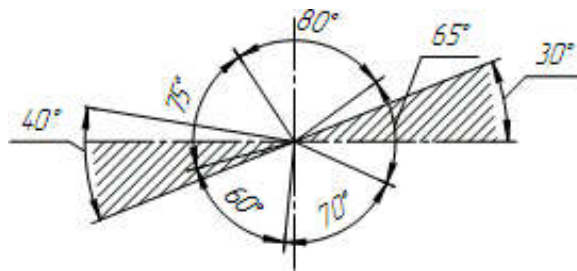


Рис. 1.37

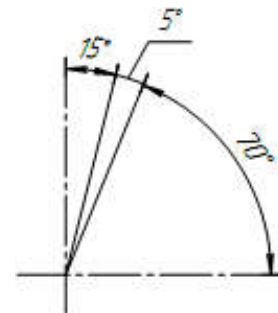


Рис. 1.38

24. Якщо для написання розмірного числа недостатньо місця над розмірною лінією, то розміри наносять як показано на Рис. 1.39; якщо недостатньо місця для нанесення стрілок, то їх наносять як показано на рис. 1.40.

Спосіб нанесення розмірного числа при різноманітних положеннях ліній (стрілок) на кресленні визначається найбільшою зручністю читання

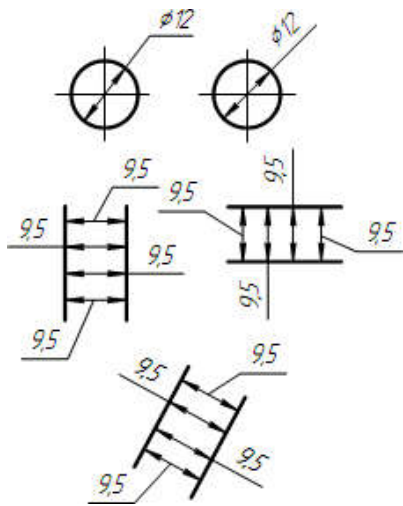


Рис. 1.39

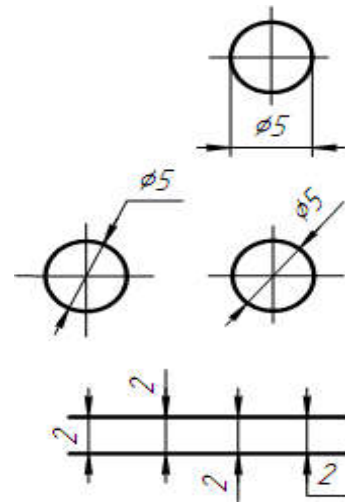


Рис. 1.40

25. Розмірні числа не допускається розділяти або перетинати будь-якими лініями креслення. Не допускається розривати лінію контуру для нанесення розмірного числа в місцях перетинання розмірних, осьових або центрових ліній. В місці нанесення розмірного числа осьові, центрові лінії і лінії штриховки переривають (рис. 1.41 і 1.42).

26. Розміри, які відносяться до одного і того ж конструктивного елементу (пазу, виступу, отвору і т.п.), рекомендується групувати в одному місці, розміщуючи їх на тому зображенні, на якому геометрична форма даного елементу показана найбільш повно (рис. . 1.43).

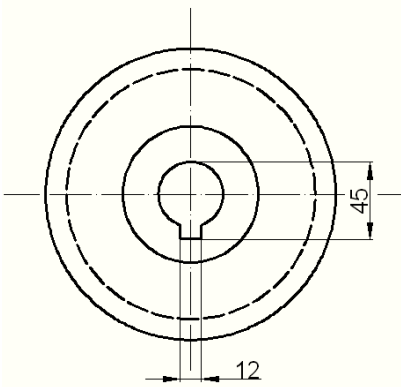


Рис. 1.41

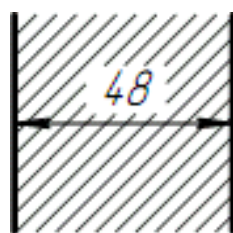


Рис. 1.42

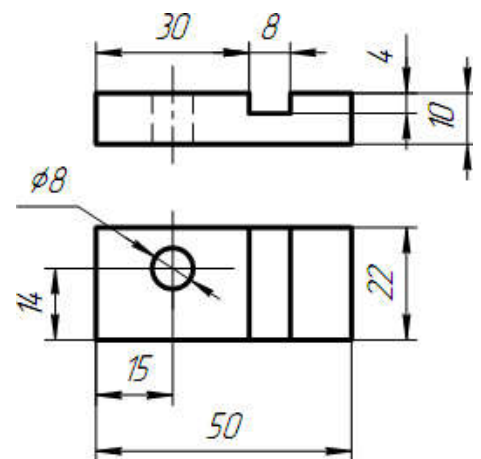


Рис. 1.43

27. При нанесенні розміру радіуса перед розмірним числом розміщують прописну літеру *R*.

28. Якщо при нанесенні розміру радіуса дуги окружності необхідно вказати розмір, який визначає положення її центра, то останній зображують у вигляді перетину центрових або виносних ліній.

При великій величині радіуса центр дозволяється наближувати до дуги, в даному випадку розмірну лінію радіуса показують зі зломом під кутом 90° (рис. 1.44).

29. Якщо не потрібно вказувати розміри, які визначають положення центра дуги окружності, то розмірну лінію радіуса допускається не доводити до центра і зміщувати її відносно центра (рис. 1.45).

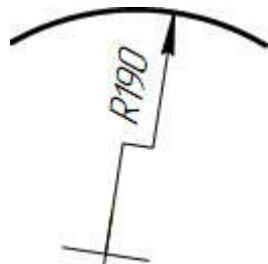


Рис. 1.44



Рис. 1.45

30. При побудові декількох радіусів із одного центра розмірні лінії будь-яких двох радіусів не розміщуються на одній прямій (рис. 1.46).

При співпаданні центрів декількох радіусів її розмірні лінії допускається не доводити до центра, окрім крайніх (рис. 1.47).

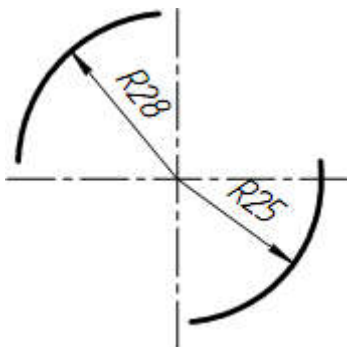


Рис. 1.46

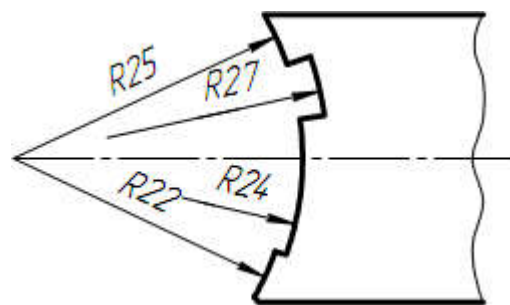


Рис. 1.47

31. Розміри радіусів зовнішніх округлень наносять як показано на рис. 1.48, внутрішніх округлень – на рис. 1.49.

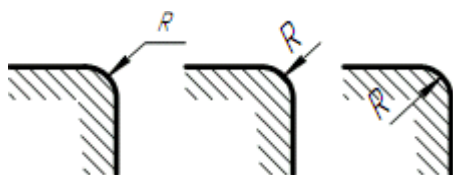


Рис. 1.48

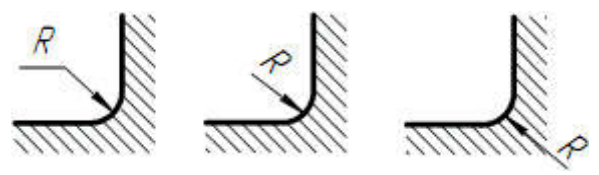


Рис. 1.49

Розміри однакових радіусів допускається вказувати на спільній поличці, як показано на рис. 1.50.



Рис. 1.50

32. При вказуванні розміру діаметра (у всіх випадках) перед розмірним числом наносять знак « \varnothing ».

33. Перед розмірним числом діаметра (радіуса) сфери також наносять знак \varnothing (R) без напису «Сфера». Якщо на кресленні важко відрізнити сферу від інших поверхонь, то перед розмірним числом діаметра (радіуса) допускається наносити слово «Сфера» або знак «O», наприклад:

«Сфера $\varnothing 18$, OR12».

34. Розмір квадрата наносять як показано на рис. 1.51, 2.52 і 2.53.

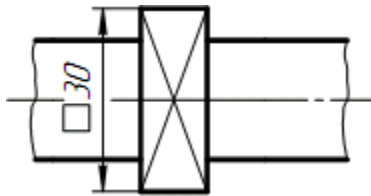


Рис. 1.51

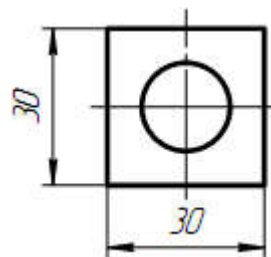


Рис. 1.52

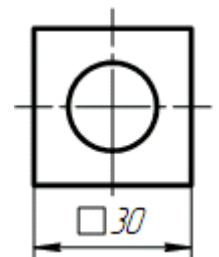


Рис. 1.53

Висота знака \square повинна бути рівна висоті розмірних чисел на кресленні.

35. Перед розмірним числом, що характеризує конусність, наносять знак « \triangle », гострий кут якого повинен бути направлений в сторону вершини конуса (рис. 1.54).

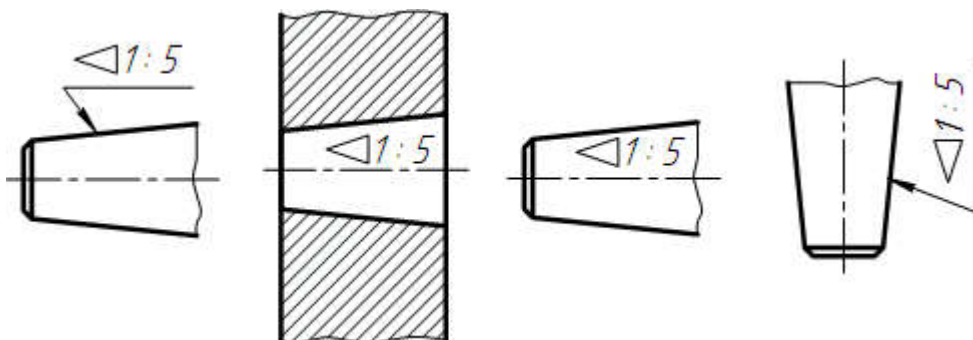


Рис. 1.54

Знак конуса і конусність у вигляді співвідношення слід наносити над осовою лінією або на поличці-виносці.

36. Кут поверхні слід вказувати безпосередньо біля зображення поверхні нахилу або на поличці-виносці у вигляді співвідношення (рис. 1.55 а), у відсотках (рис. 1.55 б). перед розмірним числом, яке визначає нахил, наносять знак « \angle », гострий кут якого повинен бути направлений в сторону нахилу.

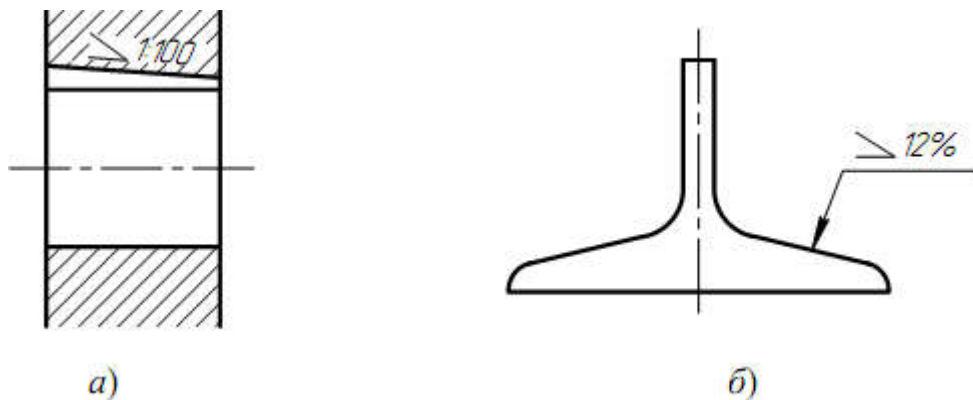


Рис. 1.55

37. Розміри фасок під кутом 45° наносять як показано на рис. 63.

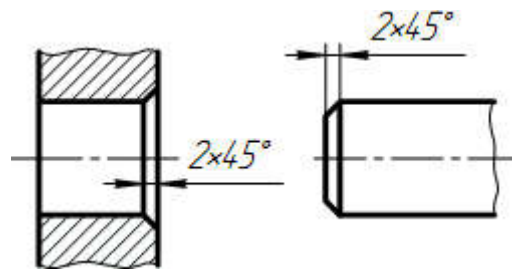


Рис. 1.56

Розміри фасок під іншими кутами вказують керуючись загальними правилами – лінійним та кутовим розмірами (рис. 1.57 а, б) або двома лінійними розмірами (рис. 1.57в).

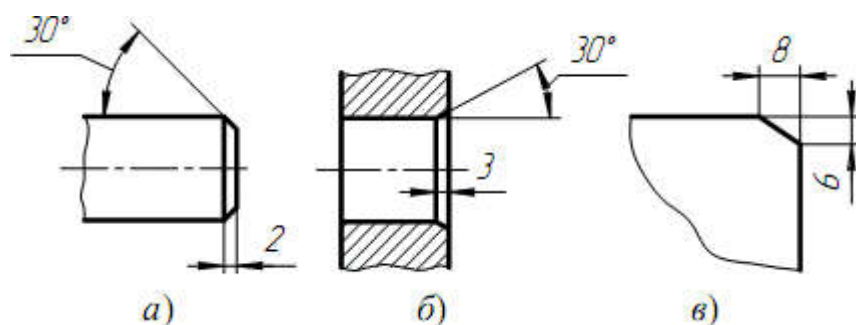


Рис. 1.57

38. Розміри декількох однакових елементів виробу, як правило, наносять один раз з вказівкою їхньої кількості на поличці лінії-виноски (рис. 1.58а).

Допускається вказувати кількість елементів (рис. 1.58 б).

39. При нанесенні розмірів елементів, рівномірно розміщених по окружності виробу (наприклад, отворів), замість кутових розмірів, визначаючих взаємне розміщення елементів, вказують тільки їх кількість (рис. 1.59-2.61).

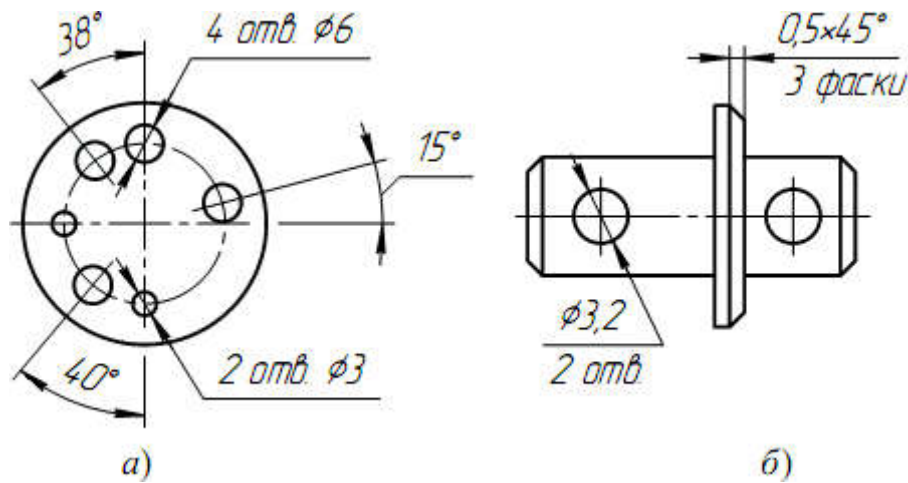


Рис. 1.58

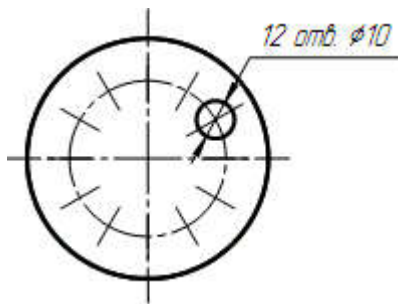


Рис. 1.59

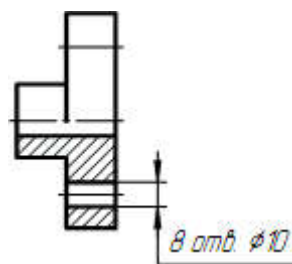


Рис. 1.60

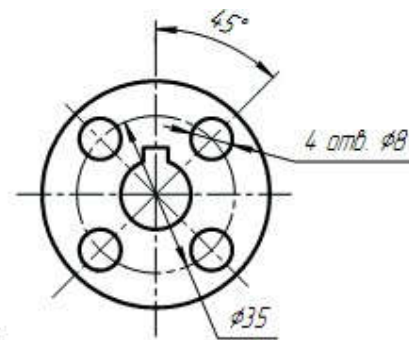


Рис. 1.61

40. Розміри двох симетрично розміщених елементів виробу (окрім отворів) наносять один раз без вказування їх кількості, групуючи, як правило, в одному місці всі розміри (рис. 1.62 і 2.63).

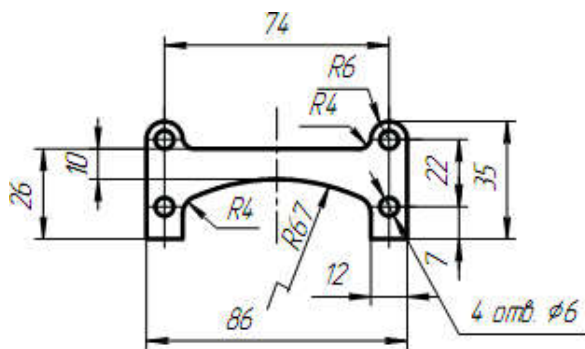


Рис. 1.62

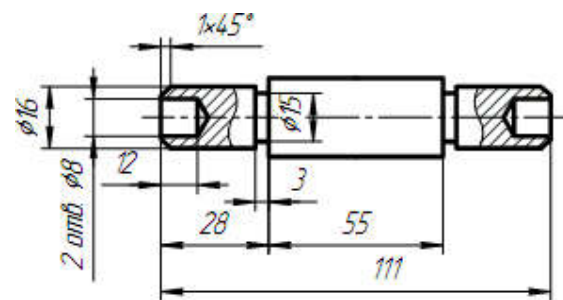


Рис. 1.63

Повністю вказують кількість однакових отворів, а їх розміри – тільки один раз.

41. При нанесенні розмірів, визначаючих відстань між рівномірно розміщеними однаковими елементами виробу (наприклад, отворами), рекомендується замість розмірних ланцюгів наносити розміри між сусідніми елементами і розмір між крайніми елементами у вигляді добутку кількості проміжків між елементами на розмір проміжку (рис. 1.64).

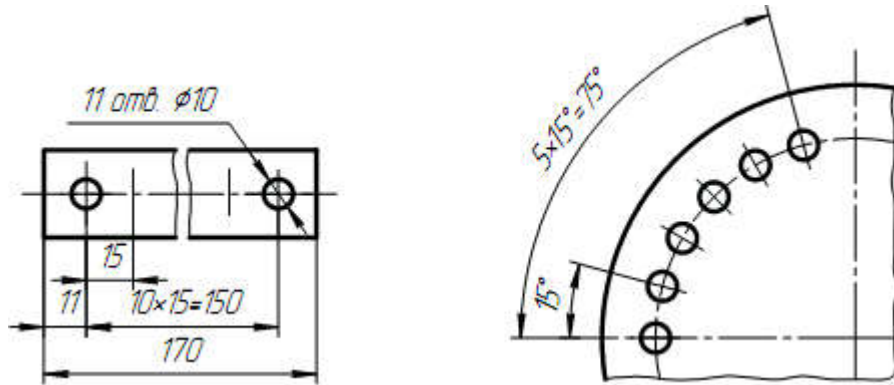


Рис. 1.64

1.3. Спряження та лекальні криві.

1.3.1. Спряження.

В кресленнях технічних форм часто зустрічаються плавні переходи від однієї лінії до іншої. Плавний перехід однієї лінії в іншу, виконаний за допомогою проміжної лінії, називається **спряженням**. Побудова спряження обґрунтована наступними положеннями геометрії:

1. Перехід кола в пряму буде вірним лише тоді, коли задана пряма являється дотичною до кола (рис. 1.65.а). Радіус кола, проведений в точку дотику K перпендикулярний до дотичної прямої.

2. Перехід від одного кола до іншого в точці K тільки тоді буде плавним, коли кола мають в даній точці спільну дотичну (рис. 1.65.б).

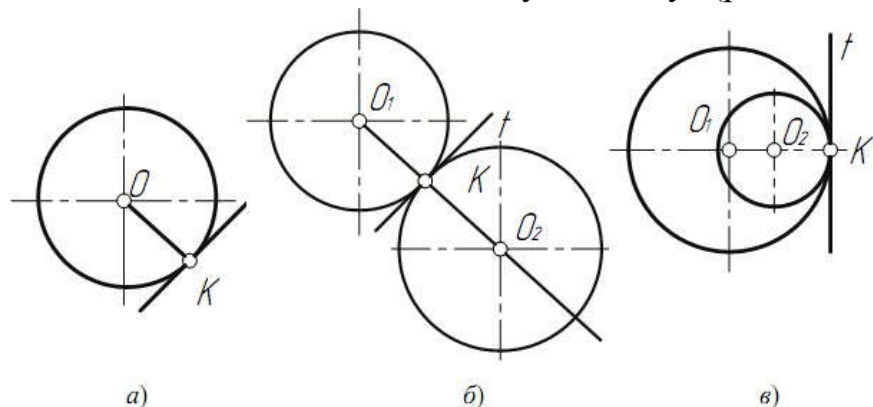


Рис. 1.65

Точка дотику K і центри кіл O_1 і O_2 лежать на одній прямій. Якщо центри кіл лежать по різні боки від дотичної t , то спряження називається

зовнішнім (рис. 1.65 б); якщо центри O_1 і O_2 знаходяться з одного боку від спільної дотичної – відповідно внутрішнім (рис. 1.65.в).

В теорії спряження застосовуються наступні терміни:

а) центр спряження – точка O ; б) радіус спряження R ; в) точки спряження A і B ; г) дуга спряження AB .

Центром спряження O називається точка, яка рівновіддалена від ліній спряження (рис. 1.66).

Точкою спряження A (B) називається точка дотику двох ліній спряження (рис. 1.66).

Дуга спряження AB – це дуга кола, за допомогою якої виконується спряження (рис. 1.66).

Радіус спряження R – це радіус дуги спряження (рис. 1.66).

Для виконання спряження необхідно визначити три елемента побудови:

- 1) радіус спряження; 2) центр спряження; 3) точки спряження.

1.3.2. Спряження двох прямих ліній, що перетинаються.

Розглянемо дві прямі m , n , що перетинаються і радіус спряження R (рис. 1.66). Необхідно побудувати спряження даних прямих колом радіусом R .

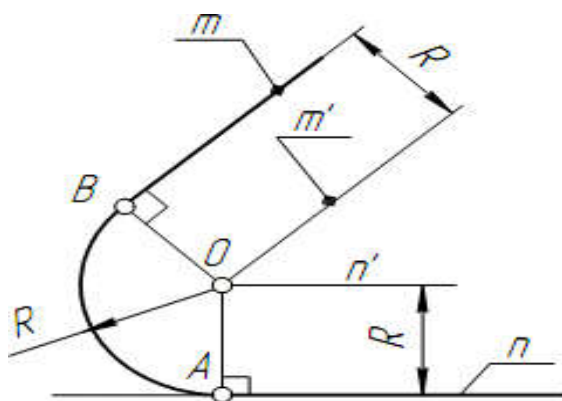


Рис. 1.66

Виконуємо наступні побудови:

1. Побудуємо множину точок центрів спряження, віддалених від прямої n на відстань радіуса R спряження. Такою множиною являється пряма n' , паралельна даній прямій n і віддалена від неї на відстань R .

2. Побудуємо множину точок центрів спряження, віддалених від прямої m на відстань радіуса спряження. Такою множиною являється пряма m' , паралельна m і віддалена від останньої на відстань R .

3. На перетині побудованих прямих m' і n' знаходимо центр спряження O .

4. Визначимо точку A спряження прямої n . Для цього опустимо із центру O перпендикуляр на пряму n . Для визначення точки спряження B на прямій m , необхідно опустити відповідно перпендикуляр із центра O на пряму m . Проведемо дугу спряження AB . Тепер будуть визначені всі елементи спряження: радіус, центр і точки спряження.

1.3.3. Спряження прямої з колом.

Спряження прямої з колом може бути зовнішнім та внутрішнім. Розглянемо побудову зовнішнього спряження прямої з колом.

Приклад 1. Нехай задано коло радіусом R з центром в точці O_1 і пряма m . Необхідно побудувати спряження кола з прямою дугою кола заданого радіуса R (рис. 1.67.а).

Для вирішення задачі виконаємо наступні побудови:

1. Побудуємо множину точок центрів спряження, які віддалені від прямої спряження на відстань R . Цю множину задає пряма m' , паралельна m і віддалена від неї на відстань R .
2. Множина точок центрів спряження, віддалених від кола n на відстань R , являється колом n' , яке проведено радіусом $R_1 + R$.
3. Центр спряження O знаходимо як точку перетину лінії n' і m' .
4. Точка спряження A знаходиться як основа перпендикуляра, проведеного із точки O на пряму m . Щоб побудувати точку спряження B , необхідно провести лінію центрів OO_1 , тобто з'єднати центри спряження дуг. На перетині лінії центрів з заданим колом визначимо точку B .
5. Побудуємо дугу спряження AB .

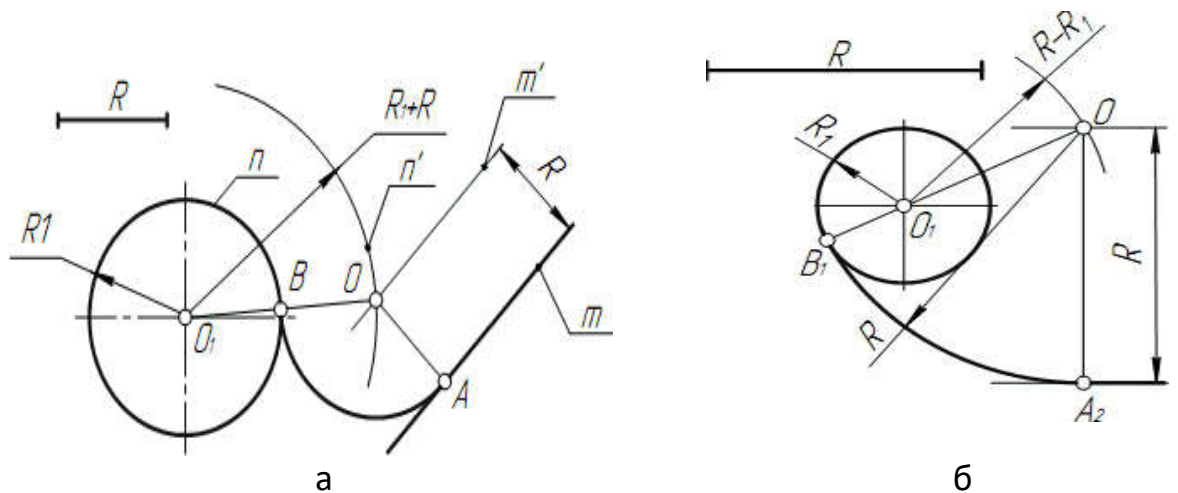


Рис. 1.67

Приклад 2. При побудові внутрішнього спряження (рис. 1.67 б) послідовність побудови залишається такою ж, як і в прикладі 1. Але центр спряження визначається за допомогою допоміжної дуги кола, яка проведена із центра O_1 , радіусом $R-R_1$.

1.3.4.Спряження кіл.

Спряження двох кіл може бути зовнішнім, внутрішнім і змішаним. Нехай задано радіус спряження R , а центри спряження і точки спряження треба знайти.

Приклад 1. Побудуємо спряження з зовнішнім дотиком двох даних кіл m і n з радіусами R_1 і R_2 дугою заданого радіуса R (рис. 1.68.а).

1. Для знаходження центра спряження O проведемо коло m' , віддалену від даного кола m на відстань R . Так як спряження з зовнішнім торканням, то радіус кола m' рівний R_1+R .
2. Радіусом R_2+R проведемо коло n' , яка віддалена від даного кола n на відстань R .
3. Знайдемо центр спряження O як точку перетину кіл m' і n' .
4. Знайдемо точку спряження A , як перетин ліній центрів OO_1 з дугою m .
5. Аналогічно знайдемо точку B , як перетин ліній центрів OO_2 з дугою n .
6. Проведемо дугу спряження AB .

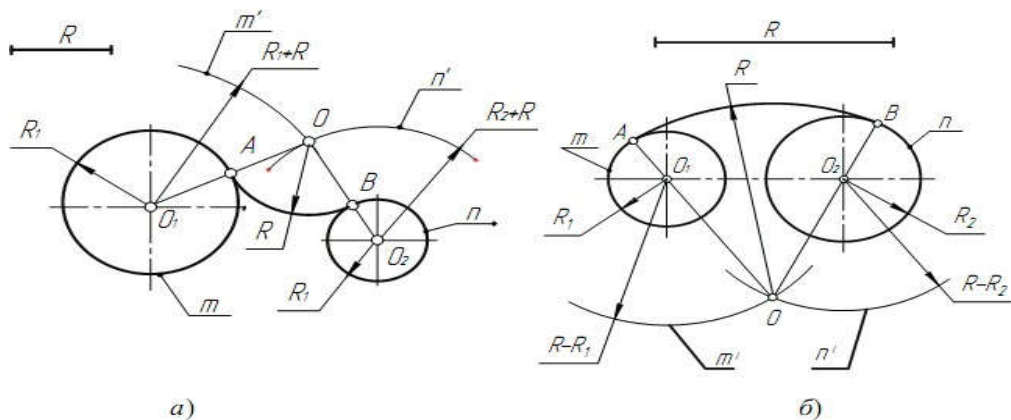


Рис. 1.68

Приклад 2. Побудуємо спряження з внутрішнім торканням двох даних кіл m і n з радіусами R_1 і R_2 дугою радіусом R (рис. 1.68.б).

1. Для знаходження центра спряження O проведемо коло m' на відстані $R-R_1$ від даного кола m .
2. Проведемо коло n' на відстані $R-R_2$ від даного кола n .
3. Центр спряження O знайдемо як точку перетину кіл m' і n' .
4. Точку спряження A знайдемо як точку перетину ліній центрів OO_1 з заданим колом m .

5. Точку спряження B знайдемо як точку перетину ліній центрів OO_2 з заданим колом n .
6. Проведемо дугу спряження AB з центром в точці O .

Приклад 3. На рис. 1.69 представлено приклад побудови спряження з змішаним торканням.

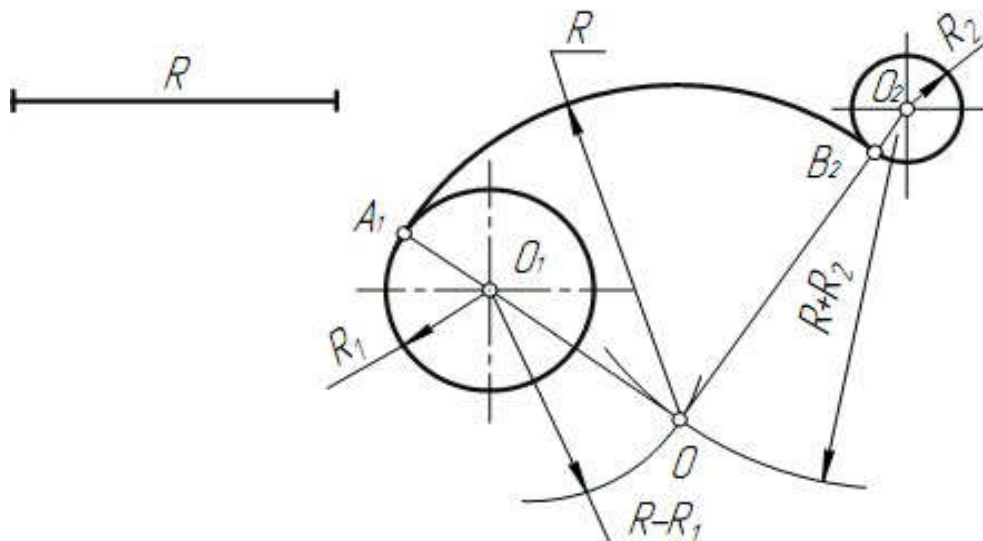


Рис. 1.69

1.3.5. Побудова дотичних.

Приклад 1. Дано коло з центром в точці O_2 і точка O_1 за нею. Через дану точку O_1 провести дотичну до даного кола (рис. 1.70).

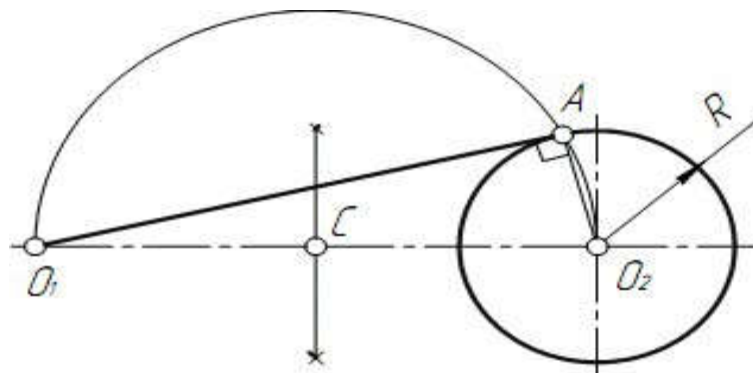


Рис.1.70

Для вирішення задачі виконаємо наступні побудови:

1. З'єднаємо точку O_1 з центром кола O_2 .
2. Знайдемо середину C відрізка O_1O_2 .
3. Із точки C , як з центра, проведемо допоміжне коло радіусом $CO_1=CO_2$.
4. В точці перетину допоміжного кола з заданим отримаємо точку торкання A . З'єднаємо точку O_1 з точкою A .

Приклад 2. Побудуємо спільну дотичну AB до двох заданих кіл радіусами R_1 і R_2 (рис. 1.71).

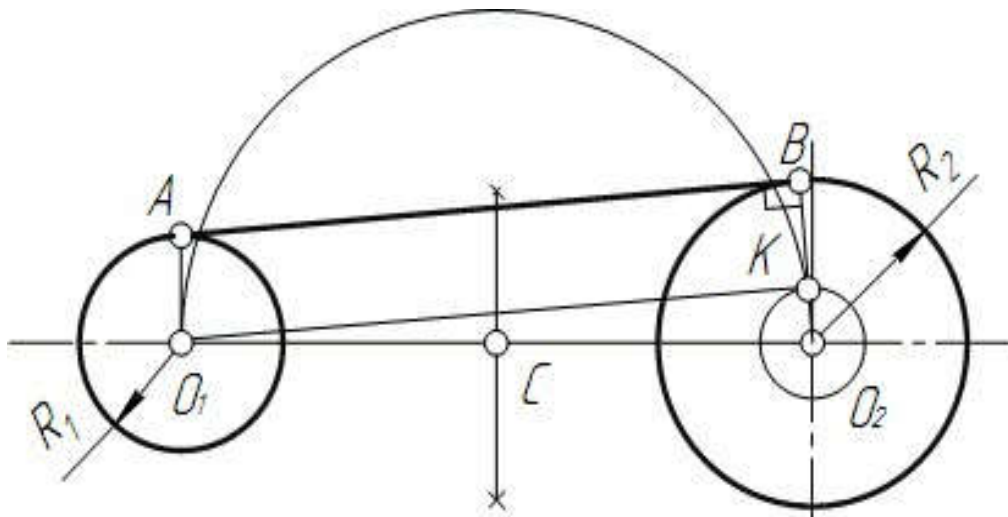


Рис. 1.71

1. Знаходимо середину C відрізка O_1O_2 .
2. Із точки C , як із центра, радіусом $CO_1=CO_2$ проведемо допоміжне коло.
3. Із центру великого кола O_2 проведемо друге допоміжне коло радіусом R_2-R_1 .
4. Перетин двох допоміжних кіл визначає точку K , через яку проходить радіус O_2K , що проходить до точки дотику B .
5. Для побудови другої точки дотику A проведемо $O_1A \parallel O_2B$.
6. З'єднаємо точки A і B відрізком прямої лінії.

1.3.6. Лекальні криві.

Дуже часто в техніці зустрічаються плоскі криві: еліпс, парабола, гіпербола, циклоїда, синусоїда, евольвента та інші. Вони обводяться за допомогою лекала.

Еліпс – плоска замкнена крива, яка представляє собою геометричні місця точок, сума відстаней від яких до двох заданих точок, які називаються фокусами, являється постійною величиною.

Методи побудова еліпса:

- побудова еліпса за його фокусами;
- побудова еліпса по координатним точкам;
- побудова еліпса по двох осях;
- побудова еліпса по спряженим діаметрам.

Побудова еліпса одним з методів приведено на рис.2.72.

Дано: AB – велика вісь еліпса;

CD – мала ось еліпса.

Для побудови еліпса по великій і малій осях через точку O – центр еліпса – проводять дві взаємно перпендикулярні прямі у напрямку осей еліпса. Із центра O проводять два допоміжні концентричні кола з діаметрами, які рівні великій і малим осям еліпса. Точки A, B, C і D , побудовані на перпендикулярних прямих, належать еліпсу як кінці його осей.

Для знаходження проміжних точок коло ділять на декілька рівних частин, наприклад 12; точки поділу повинні лежати на великому колі. Відмічають, наприклад, точки M і N . Провівши через точку M пряму, паралельну малій осі еліпса (CD), а через точку N – пряму, паралельну великій осі еліпса (AB), отримують на їх перетині точку E , яка належить еліпсу. Аналогічно можна знайти будь яке число точок еліпса. З'єднуючи за допомогою лекала знайдені точки. Будують еліпс.

Для побудови дотичної і нормалі в точці K , треба з'єднати точку K з фокусами і розділити навпіл кут між радіус-векторами E_1K і E_2K ; бісектриса внутрішнього кута F_1KF_2 і є нормаллю, а перпендикулярна до неї бісектриса зовнішнього кута – дотична.

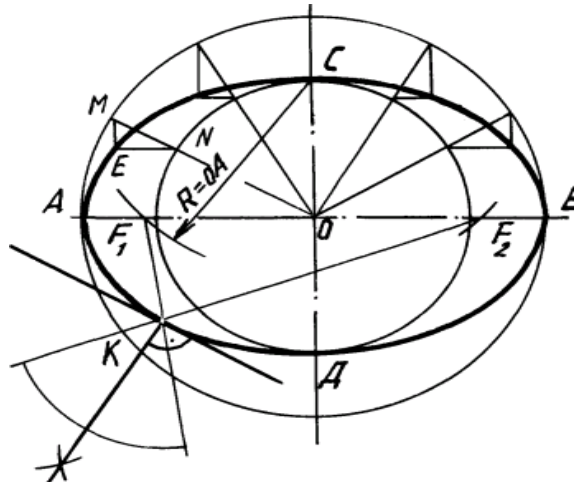


Рис. 1.72

Параболою називається крива, яка є геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від даної точки (що називається фокусом), і даної прямої тієї ж площини (директриси параболі).

Методи побудови параболі:

- за заданими директрисою і фокусом;
- за заданими вершиною, віссю і одною із точок параболі (рис. 1.73);
- за допомогою дотичних прямих до параболі.

Розглянемо спосіб побудови параболі за направленням вісі, вершини і однієї з точок. Сторони $A6$ і 66 ділимо на однакове число рівних частин. Перетин променя $A5$ з прямою, паралельною осі AB і проведеної через

точку 5, яка знаходиться на прямій $A5$, визначає точку $5'$, яка належить окресленню параболи. Аналогічно знаходять положення точок $4'$, $3'$ та ін.

Дотична до параболи в даній точці M є бісектрисою кута GMN . Якщо фокус невідомий – опускають з точки M на вісь перпендикуляр і відкладають від вершини відрізок $AB=OA$. Дотична проходить через точки O і M . Нормаль перпендикулярна до дотичної.

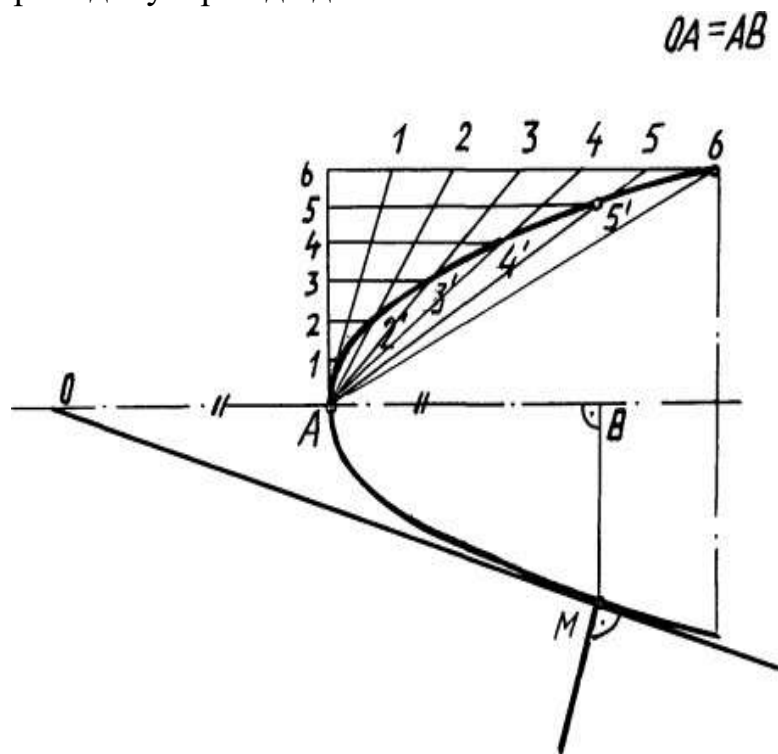


Рис. 1.73

Гіперболою називається геометричне місце точок площини, різниця відстаней від яких до двох заданих точок – фокусів – є величина постійна, рівна відстані між вершинами гіперболи.

Існує декілька способів побудови гіперболи. Розглянемо один з них (рис. 1.74). Для побудови задається одна з точок гіперболи, наприклад, точка M . Через точку M проводять прямі I_1 та I_2 паралельні асимптотам I_1 та I_2 . Із точки O перетину осей проводять прямі, які перетинають прямі I_1 та I_2 . Далі з точок перетину з цими прямими проводять прямі паралельні асимптотам до їх взаємного перетину в точці 1. Аналогічно можна знайти будь-яке число точок гіперболи. Отримані точки гіперболи з'єднують за допомогою лекала. Дотична до гіперболи в точці n проводиться як бісектриса кута F_1nF_2 .

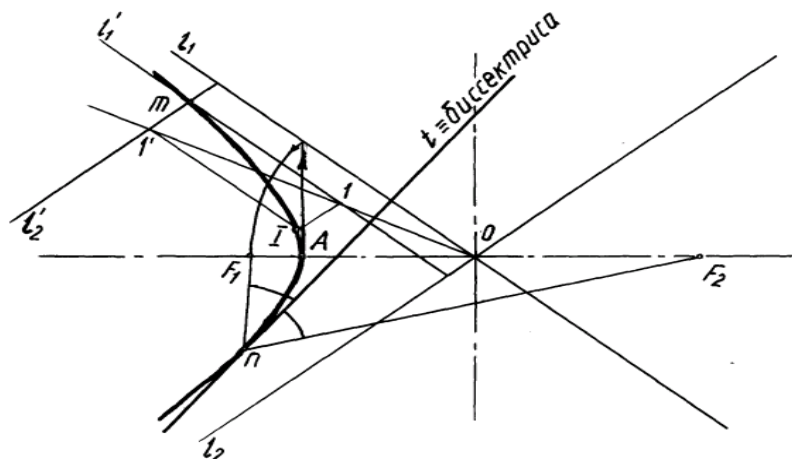


Рис. 1.74

Синусоїдою називається траєкторія точки, яка рухається по циліндричній гвинтовій лінії, на площину, паралельну осі циліндра. Рух точки складається із рівномірно-обертового руху (навколо осі циліндра) і рівномірно-поступального (паралельно осі циліндра). Синусоїда – це плоска крива, яка показує зміну тригонометричної функції синуса в залежності від зміни величини кута.

Для побудови синусоїди коло ділять на довільне число рівних частин, наприклад 12. На це ж число частин ділять і пряму AB , довжина якої дорівнює довжині хвилі. Із отриманих та пронумерованих точок проводять взаємно перпендикулярні прямі. Отримані точки перетину цих прямих з'єднують за допомогою лекала плавною кривою (рис. 1.75).

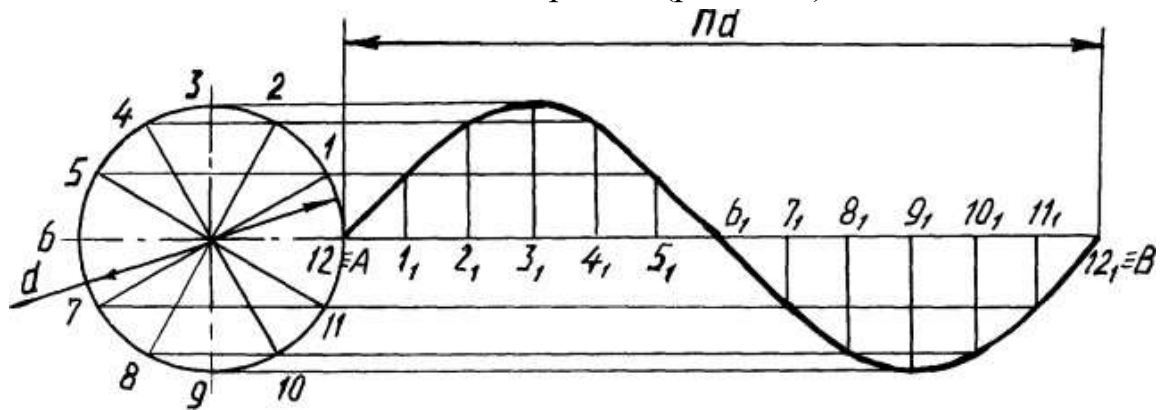


Рис. 1.75

Евольвента кола. Евольвентою або розгорткою кола називається плоска крива, яка є траєкторією точки кола, утвореною її розгортанням і витравлюванням (рис. 1.76). Для побудови евольвенти кола радіуса R ділять на декілька рівних частин, наприклад 12. В точках поділу 1, 2, 3, ..., 12 проводять дотичні до кола. На дотичній в точці 12 відкладають довжину кола ($2\pi R$), яку ділять на ту ж кількість рівних частин. Послідовно на дотичних відкладають $1/12, 2/12, \dots, 12/12$ довжини кола.

Отримані точки з'єднують за допомогою лекала плавною кривою. Дотична до евольвенти, наприклад в точці X , перпендикулярна до дотичної $X-10$ кола.

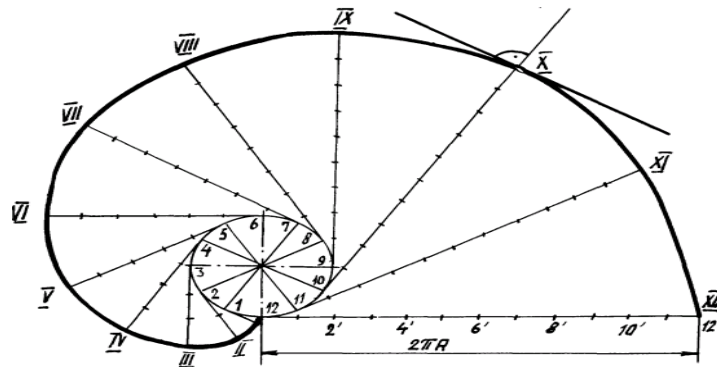


Рис.1.76

Спіраллю Архімеда називається плоска крива, яка описується точкою, що рівномірно рухається по радіус-вектору, який в той же час рівномірно обертається в площині навколо нерухомої точки O . Розглянемо побудову спіралі Архімеда по заданим центру і кроку (рис. 1.77). Проведемо коло, відрізок $O 12$ і коло ділять на рівне число частин, наприклад на дванадцять; через точки ділення кола 1, 2, ..., 12 і центр O проводять промені, на яких від центру O відкладають відрізки відповідно рівні $1/12$, $2/12$ і т.д. кроку спіралі. Лекальна крива, яка з'єднує отримані на променях точки, і буде шуканою спіраллю.

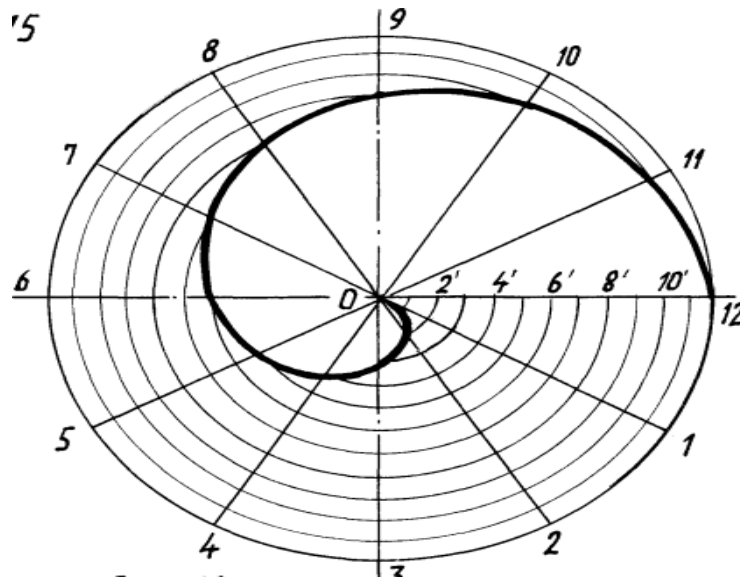


Рис. 1.77

Циклоїда є плоскою кривою, що представляє собою траєкторію точки A утворюючої коло, яке котиться без ковзання по нерухомій прямій (рис. 1.78). Для побудови циклоїди проводять коло даного радіуса і ділять його на довільне число рівних частин (наприклад 12). На заданій направляючій горизонтальній прямій AA_1 відкладають довжину кола, рівну $2\pi R$ і ділять її на таке ж число рівних частин. Із точок ділення прямої

1, 2, ..., 12 встановлюють перпендикуляри до перетину їх з прямою, яка проходить через центр O паралельно AA_1 , в точках $O_1, O_2 \dots, O_{12}$. З цих точок, як з центрів, роблять засічки на відповідних лініях, проведених паралельно горизонтальній осі, через точки ділення кола, що котиться. У результаті отримують точки, які належать циклоїді. Пряма $N8$, яка з'єднує точку N з точкою 8 дотику кола, яка котиться, до направляючої AA_1 , є нормаллю циклоїди в даній точці; перпендикуляр опущений до $N8$ – дотична.

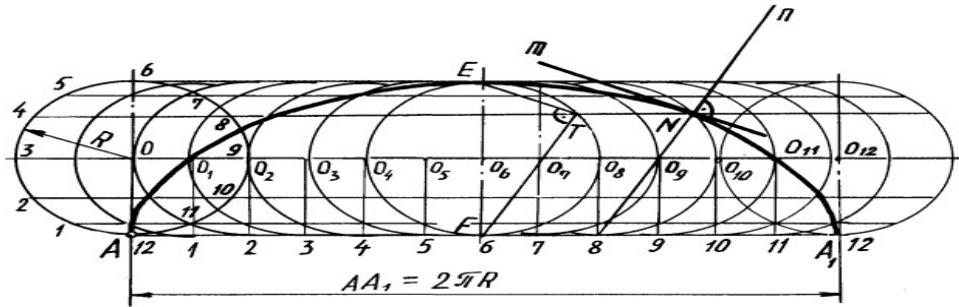


Рис. 1.78

Побудова *епіциклоїди* і *гіпоциклоїди*. Епіциклоїду і гіпоциклоїду можна розглядати як окремі випадки циклоїди, коли направляюча пряма AA_1 перетворюється в дугу кола. При перекочуванні утворюючої кола радіуса r із зовнішньої сторони направляючої кола радіуса R утворюється епіциклоїда (рис. 1.79), при перекочуванні утворюючої кола всередині направляючої – гіпоциклоїда. Довжина дуги AA_1 визначається центральним кутом $\alpha = 360^\circ \times \frac{r}{R}$.

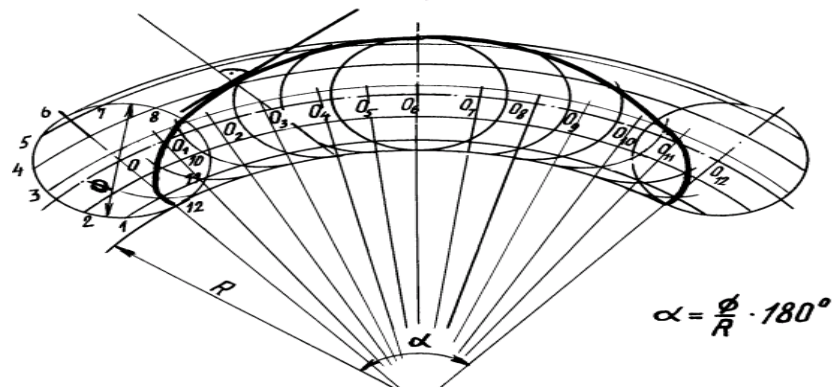


Рис. 1.79

Побудова точок епіциклоїди та гіпоциклоїди проводиться також, як для циклоїди, з тією різницею, що всі прямі, які паралельні лінії AA_1 замінюються концентричними дугами, а перпендикуляри до лінії AA_1 – радіусами. Епіциклоїда, яку отримують при $R=r$, називається кардіоїдою. Гіпоциклоїда, яку отримують при $R=4r$, називається астроїдою. При $R=2r$ гіпоциклоїда перетворюється в пряму, яка являється діаметром направляючого кола.

ЛІТЕРАТУРА

1. Bethune J., Byrnes D. Engineering Graphics with AutoCAD 2023. Peachpit Press, 2022. 832 p.
2. Jim Bethune, David Byrnes. Engineering Graphics with AutoCAD 2023 1st. Peachpit Press. 2022. 792 p.
3. Бенке Й. З. Збірник тестів з інженерної графіки. Технічне креслення : навчальний посібник. Київ : Кондор, 2024. 184 с.
4. Браїлов О.Ю. Інженерна геометрія. Підручн. 2023 р. 516 с.
5. Веселовська Г.В. Комп'ютерна графіка. Навч. пос. 2024 р. 584 с.
6. Інженерна графіка : навчальний посібник / уклад. В. І. Ковбашин, А. І. Пік. Тернопіль : Підручники і посібники, 2023. 240 с.
7. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. / [Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко та ін.] ; за ред. Професора Д. В. Бабенка. – Миколаїв : МНАУ, 2020. – 256 с.
8. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища: навч. посіб. / Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко, С. М. Степанов. Миколаїв: МНАУ, 2020. 256 с.
URL: <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/8072>
9. Інженерна та комп'ютерна графіка. Частина 1 [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: С. В. Залевський, О. П. Колосова, М. П. Волоха. – Електрон. текст. дані (1 файл: 7,05 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. 113 с.
10. Козяр М.М., Стрілець О.Р., Сафоник А.П. Інженерна графіка. Машинобудівне креслення. Монографія. 2024 р. 476 с.
11. Козяр М.М., Фещук Ю.В. Комп'ютерна графіка: AutoCAD. Стереотипне видання. Навч. посіб. 2025 р. 304 с.
12. Колосова О. П., Баскова Г. В., Лазарчук М. В. Навчальні завдання з нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки для програмованого навчання : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 94 с.

13. Костюкова Т. І. Інженерна графіка: практикум : навчальний посібник. Львів : Новий Світ–2000, 2025. 365 с.

14. Кривцов В.В., Козяр М.М., Полінчук А.Е. Розв'язування задач підвищеної складності з нарисної геометрії. Стереотипне видання. Навч. посіб. 2025 р. 224 с.

15. Надкернична Т. М., Лебедева О. О. Курс комп'ютерної графіки в середовищі AutoCAD. Теорія. Приклади. Завдання : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 191 с.

16. Основи інженерної графіки з елементами професійного конструювання. Підручник. З електронною версією на CD. За ред. доц.Чермних І. О. 2024 р. 240 с.

17. Основи інженерної графіки з елементами професійного конструювання: підручник / за ред. І. О. Чермних. Київ: Кондор, 2020. 240 с.

18. Пустюльга С. І., Самчук В. П., Воробчук М. С. Інженерна та комп'ютерна графіка : навчальний посібник. Луцьк : Просто Друк, 2024. 324 с.

**НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА
ГРАФІКА**

Модуль №2 «Технічне креслення»

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

**для виконання практичних і самостійних робіт
здобувачами першого (бакалаврського) рівня
вищої освіти ОПП «Агроінженерія»
спеціальності Н7 «Агроінженерія»
денної і заочної форм здобуття вищої освіти**

Укладачі:

Полянський Павло Миколайович

Степанов Сергій Миколайович

Комочкін Микола Сергійович

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 2.0

Тираж 30. Зам. № ____.

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету.
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013 р.