(105). С. 113–123. DOI: https://doi.org/10.30837/bi.2026.2(105).11.

2. Гриліцька А. В., Харченко А. Ю. Вплив грошових потоків на ліквідність та платоспроможність підприємства / А. В. Гриліцька, А. Ю. Харченко // Економіка та суспільство. 2025. Вип. 72. DOI: https://doi.org/10.32782/2524-0072/2025-72-133.

3. Кисельов І. А. Система показників платоспроможності та ліквідності, їх взаємозв'язок з фінансовою стійкістю / І. А. Кисельов // Економіка та суспільство. 2025. Вип. 75. DOI: https://doi.org/10.32782/2524-0072/2025-75-41.

4. Стефанів І., Кісіль В. Методи нормалізації грошових потоків суб'єкта господарювання / І. Стефанів, В. Кісіль // Економічний аналіз. 2024. Т. 34, № 4. С. 358–364. DOI: https://doi.org/10.35774/econa2024.04.358.

5. Бондаренко Л. П., Микуш П. І. Стан та проблеми ліквідності торговельних підприємств України під час війни на прикладі ТОВ «Львівпідшипник». Економіка та суспільство. 2024. Вип. 61. С. 508–515. DOI: https://doi.org/10.32782/2524-0072/2024-61-133.

6. Salas-Molina F., Rodríguez-Aguilar J. A., Guillen M. A multidimensional review of the cash management problem. Financial Innovation. 2023. Vol. 9. Art. 67. DOI: 10.1186/s40854-023-00473-7.

7. Beskorovainyi V. Combined method of ranking options in project decision support systems. Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries. 2020. No 4 (14). P. 13–20. DOI: https://doi.org/10.30837/ITSSI.2020.14.013.

8. Bezkorovainyi V., Kolesnyk L., Gopejenko V., Kosenko V. The method of ranking effective project solutions in conditions of incomplete certainty. Advanced Information Systems, 2024. Vol. 8. No 2. P. 27–38. DOI: https://doi.org/10.20998/2522-9052.2024.2.04.

УДК 519.876.5:577.352.3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ У КЛІТИННІЙ РІДИНІ ПІД ДІЄЮ ІМПУЛЬСНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

Андрій Руденко, Віталій Мардзявко

Миколаївський національний аграрний університет, м. Миколаїв, Україна

Анотація. У роботі розроблено узагальнену математичну модель перехідних електромагнітних процесів у клітинній рідині під дією імпульсного електричного поля. Модель поєднує електродинамічну, біофізичну та теплову складові й враховує взаємозв'язок електропровідності клітинного середовища, електропорації мембран та джоулевого нагріву. Для опису динаміки процесу сформовано систему нелінійних диференціальних рівнянь, у якій провідність середовища залежить від ступеня електропорації та температури. Запропоновано представлення моделі у просторі станів та еквівалентну нелінійну RLC-схему клітинної мембрани, що забезпечує можливість її чисельної реалізації в середовищі MATLAB/Simulink. За результатами моделювання досліджено часові зміни струму, ступеня електропорації та температури клітинної речовини. Встановлено пороговий характер розвитку електропорації та нестаціонарність струмового відгуку, а також показано вторинну роль джоулевого нагріву за короткочасної дії імпульсного поля.

Актуальність. Дія імпульсних електромагнітних полів на біологічні об'єкти супроводжується електропорацією клітинних мембран, зміною електропровідності клітинного середовища та джоулевим нагрівом. У роботі пропонується узагальнена самоузгоджена математична модель, що поєднує електродинамічну, біофізичну (електропораційну) та теплову складові в єдину систему рівнянь, придатну до чисельної реалізації в MATLAB/Simulink. Нижче послідовно наведено ключові співвідношення розробленої моделі та обґрунтовано їхній фізичний зміст [1].

Виклад основного матеріалу. Клітинна рідина розглядається як гетерогенний електроліт з питомою електропровідністю σ і діелектричною проникністю ε у характерних для біологічних тканин межах:

$$\sigma \approx 0{,}5 - 1{,}5 См/м$$

$$\varepsilon = 60 - 80$$

Розподіл електричного потенціалу φ у клітинній речовині описується узагальненим хвильовим рівнянням з нелінійною, залежною від частоти ω та напруженості поля E провідністю $\sigma(\omega, E)$:

$$\Delta = (\sigma(\omega, E) \cdot \Delta\varphi) + \varepsilon(\omega) \cdot \partial / \partial t(\Delta^2 \varphi) = 0$$

де Δ – оператор Лапласа, φ – електричний потенціал. Струм у клітинному середовищі визначається узагальненим законом Ома через напруженість поля $E(t)$ та ефективну площу провідності S:

$$I(t) = \sigma(t) \cdot E(t) \cdot S$$

а сама провідність середовища еволюціонує в часі як сума початкового значення σ_0 і приросту, зумовленого електропорацією $\xi(t)$ та температурою T(t):

$$\sigma(t) = \sigma_0 + \Delta\sigma(\xi(t), T(t))$$

У явному вигляді ця залежність є мультиплікативною і враховує коефіцієнт впливу електропорації α та температурний коефіцієнт провідності β відносно початкової температури T_0:

$$\sigma(t) = \sigma_0 (1 + \alpha \cdot \xi(t)) \cdot [1 + \beta(T(t) - T_0)]$$

Ступінь електропорації мембрани $\xi(t) \cdot (0 \le \xi \le 1)$ підпорядковується кінетичному рівнянню порогового типу з коефіцієнтом утворення пор k_1, коефіцієнтом релаксації мембрани k_2, пороговою напруженістю поля $E(t)$ та коефіцієнтом нелінійності n; перший доданок відповідає за утворення пор, другий — за релаксацію мембрани:

$$d\xi / dt = k_1 \left[E(t) / E_{th} \right]^n \cdot (1 - \xi) - k_2 \xi$$

Для короткочасних імпульсів енергетичний процес описується у квазістаціонарному наближенні рівнянь Максвелла через діелектричну проникність середовища ε, що дає змогу побудувати енергетичне рівняння моделі та перейти до безрозмірних змінних [1-2]:

$$\nabla \times H = \sigma E + \varepsilon \cdot \frac{\partial E}{\partial t}$$

Для чисельної реалізації систему нормовано безрозмірними змінними — часом τ, струмом і, температурою θ та ступенем електропорації p:

$$\tau = t / t_0 ; i = I_b / I_0 ; \theta = T_b / T_0 ; p = P$$

що дозволяє записати узагальнену нормовану систему рівнянь відносно струму i, ступеня електропорації p та температури θ з коефіцієнтами a, b, c, d, які характеризують швидкість електропорації, релаксації та теплової динаміки:

$$i'' + r(p, \theta) i' + i = u'(\tau);$$

$$p' = a e^2 (1 - p) - b p;$$

$$\theta' = c\sigma(e, p) e^2 - d(\theta - 1)$$

Модель у просторі станів та еквівалентна RLC-схема мембрани. Для чисельної реалізації модель подано у формі простору станів із вектором стану, що об'єднує струм, його похідну, ступінь електропорації та температуру:

$$x(t) = [I_b; I_b'; P; T_b]^T$$

Динаміка струму I_b відповідає рівнянню коливального контуру з нелінійним, залежним від стану опором R_b, індуктивністю L_b та мембранною ємністю C_m:

$$I_b^{"} = \left(1/L_b \right) \cdot \left(U_b - R_b(P,T_b) I_b - \left(\frac{1}{C_m} \right) I_b \right)$$

Такий вигляд дозволяє інтерпретувати біологічну мембрану як еквівалентний нелінійний RLC-контур, у якому нелінійний опір визначається геометрією ділянки (довжиною l і площею перерізу S_o) та поточним станом провідності:

$$R_b(P,T_b) = \frac{l}{S_o \left[\sigma_0 + \sigma_p P + \sigma_T (T_b - T_0) \right]}$$

Актуалізація ступеня електропорації в цій системі описується рівнянням порогового типу відносно напруженості поля $E = \frac{U_b}{l}$:

$$P' = \alpha E^2 (1 - P) - \beta P;$$

$$E = \frac{U_b}{l}$$

Теплова підсистема та замикаюче рівняння біопровідності. Джоулів нагрів середовища враховано через рівняння теплового балансу з густиною ρ і питомою теплоємністю c середовища:

$$\rho c \cdot \frac{dT}{dt} = \sigma(t) \cdot E^2(t)$$

У повній моделі теплова підсистема пов'язана з електрофізичною частиною через залежну від стану провідність σ_b і додатковий член тепловіддачі з коефіцієнтом γ відносно початкової температури T_0:

$$T_b' = \left(\frac{1}{\rho c} \right) \cdot \left[\sigma_b(P;T_b) E^2 - \gamma (T_b - T_0) \right]$$

Замикає модель рівняння біопровідності, яке пов'язує поточну провідність клітинного середовища $\sigma_b(t)$ з початковою провідністю σ_0 , ступенем електропорації $P(t)$ та відхиленням поточної температури $T_b(t)$ від початкової T_0 через емпіричні коефіцієнти $\alpha; \beta$ [2]:

$$\sigma_b(t) = \sigma_0 + \alpha P(t) + \beta (T_b(t) - T_0)$$

Отримана система рівнянь (1)–(15) утворює замкнену самоузгоджену математичну модель перехідних електромагнітних процесів у клітинній рідині, придатну для чисельної реалізації в середовищі MATLAB/Simulink.

Результати чисельного моделювання. На основі системи (1)–(15) виконано моделювання проходження електромагнітного імпульсу крізь клітинну речовину в MATLAB/Simulink із побудовою графіків трьох параметрів перехідного процесу: струму $I_b(t)$, ступеня електропорації $\frac{\xi(t)}{P(t)}$ і температури $T_b(t)$. Отримана часова залежність струму має виражену нестаціонарну складову, що узгоджується з еквівалентною RLC-моделлю мембрани (формули 10 – 11). Крива ступеня електропорації демонструє різке зростання після досягнення порогової напруженості E_{th} з подальшим платоподібним характером – наслідок швидкого (мікросекундного) пороутворення за формулою (5) на тлі значно повільнішої релаксації мембрани. Теплова динаміка (формули 13–14)

показує підвищення температури, пропорційне $\sigma \cdot E^2$, проте цей ефект має вторинний характер порівняно з електрофізичними процесами [3].

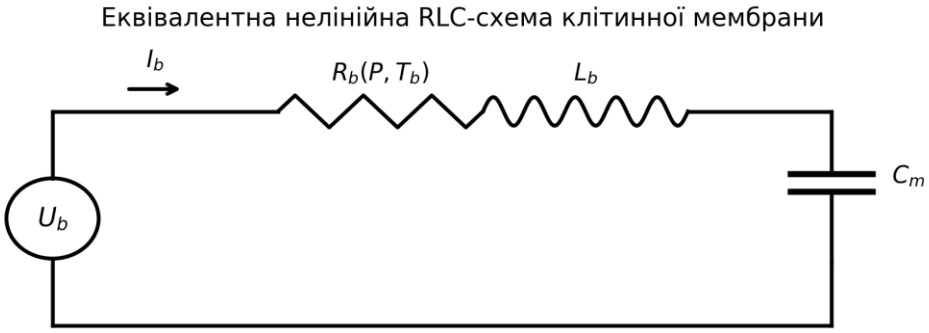


Рис. 1. Еквівалентна нелінійна RLC-схема клітинної мембрани, що відповідає рівнянням (9) - (11): джерело напруги U_b послідовно з нелінійним опором $R_b(P, T_b)$, індуктивністю L_b та мембранною ємністю C_m.

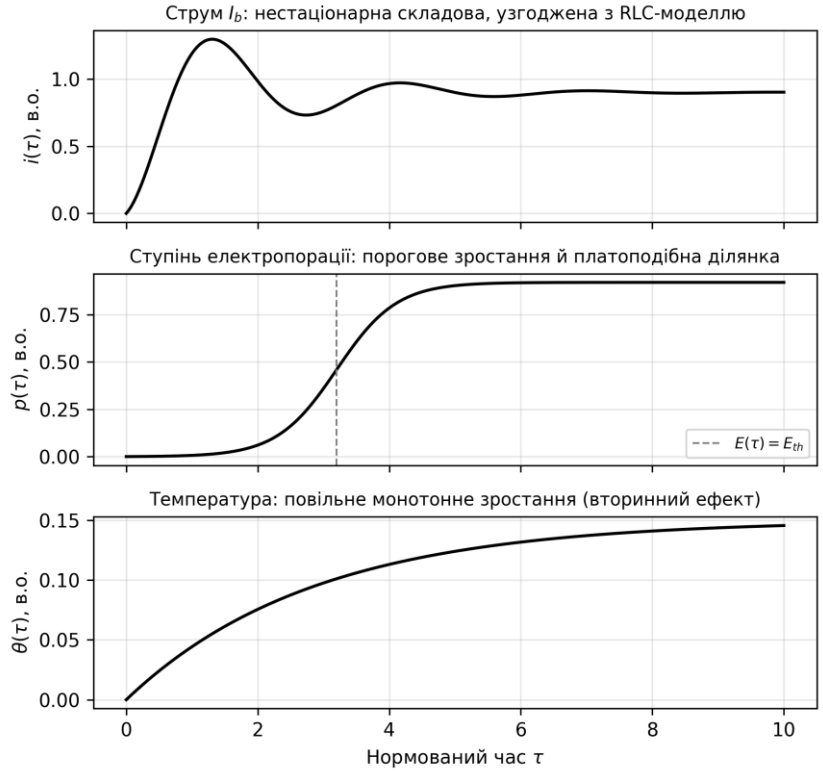


Рис. 2. Якісні часові залежності нормованого струму i(τ), ступеня електропорації p(τ) та температури θ(τ), отримані за результатами моделювання системи (1)–(15) в MATLAB/Simulink.

Висновок. Розроблена математична модель (формули 1–15) забезпечує самоузгоджений опис взаємопов'язаної динаміки електропровідності $\sigma_b(t)$, електропорації мембран $\frac{\xi(t)}{P(t)}$ та температури $T_b(t)$ клітинної речовини під дією імпульсного електричного поля, а зведення моделі до простору станів і еквівалентного нелінійного RLC-контура мембрани робить її придатною для чисельної реалізації в MATLAB/Simulink. Результати моделювання підтвердили пороговий і мікросекундний характер електропорації, нестаціонарність струмового відгуку клітинного середовища та вторинну (порівняно з електрофізичними процесами) роль джоулевого нагріву при короткочасних імпульсах,

що якісно узгоджується з сучасними експериментальними й теоретичними дослідженнями електропорації клітин.

Список використаних джерел

1. Krassowska W., Filev P. D. Modeling Electroporation in a Single Cell. Biophysical Journal. 2007. Vol. 92, no. 2. P. 404–417. URL: https://doi.org/10.1529/biophysj.106.094235.

2. Kotnik T., Pucihar G., Miklavčič D. Induced Transmembrane Voltage and Its Correlation with Electroporation-Mediated Molecular Transport. The Journal of Membrane Biology. 2010. Vol. 236, no. 1. P. 3–13. URL: https://doi.org/10.1007/s00232-010-9279-9.

3. Gimsa J., Wachner D. A Unified Resistor-Capacitor Model for Impedance, Dielectrophoresis, Electrorotation, and Induced Transmembrane Potential. Biophysical Journal. 1998. Vol. 75, no. 2. P. 1107–1116. URL: https://doi.org/10.1016/s0006-3495(98)77600-3 .

УДК 621.315.2:620.193.4

ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛІ АРРЕНІУСА ДЛЯ ПОЯСНЕННЯ МЕХАНІЗМІВ СТАРІННЯ ТА ПРОВЕДЕННЯ ПРИСКОРЕНИХ ВИПРОБУВАНЬ КАБЕЛІВ

Андрій Руденко, Віталій Мардзявко

Миколаївський національний аграрний університет, м. Миколаїв, Україна

Анотація. У роботі розглянуто застосування моделі Арреніуса для прогнозування довговічності кабельної ізоляції та проведення прискорених термічних випробувань. Проаналізовано залежність швидкості термодеструкції полімерних ізоляційних матеріалів від температури та показано можливість екстраполяції результатів короткочасних випробувань на нормальні умови експлуатації. Розглянуто визначення енергії активації процесу старіння за результатами випробувань при декількох підвищених температурах із використанням лінеаризованої залежності Арреніуса. Визначено роль коефіцієнта прискорення та температурного індексу під час оцінювання теплової витривалості ізоляційних матеріалів. Особливу увагу приділено умовам коректного застосування моделі, зокрема необхідності збереження домінуючого механізму старіння в досліджуваному температурному діапазоні. Показано перспективність використання моделі Арреніуса для оцінювання залишкового ресурсу кабелів та оптимізації прискорених випробувань.

Актуальність. Термін служби кабельних виробів визначається переважно швидкістю термодеструкції полімерної ізоляції та оболонки — процесами окиснення, розриву макромолекулярних ланцюгів і втрати пластифікатора, що прискорюються з підвищенням температури експлуатації. Оскільки реальний ресурс кабелів становить десятки років, безпосереднє випробування в номінальних теплових умовах є практично нездійсненним, тому основним інструментом прогнозування довговічності ізоляції слугують прискорені термічні випробування, результати яких екстраполюються на робочу температуру за допомогою моделі Арреніуса.

Виклад основного матеріалу. В основі моделі лежить рівняння Арреніуса, яке описує залежність константи швидкості хімічної реакції деструкції k від абсолютної температури T:

$$k(T) = A \cdot \exp(\frac{-E_a}{(RT)}) \qquad (1)$$

де A – передекспоненційний (частотний) множник, що характеризує ймовірність активних зіткнень молекул; E_a – енергія активації процесу деструкції ізоляції, Дж/моль; R – універсальна газова стала ($R \approx 8{,}314$ Дж/(моль·К)); T – абсолютна температура, К [1].

Оскільки термін служби ізоляції L обернено пропорційний швидкості реакції деструкції, підстановка $k(T)$ з (1) дає базове рівняння довговічності Арреніуса:

$$L(T) = A_1 \cdot \exp(\frac{-E_a}{(RT)}) \qquad (2)$$