Список використаних джерел

1. Sun F., Meng X., Zhang Y., Wang Y., Jiang H., Liu P. Agricultural product price forecasting methods: A review. Agriculture. 2023. Vol. 13, No. 9. Art. 1671. DOI: https://doi.org/10.3390/agriculture13091671.
2. Бутенко М. Є., Павленко В. І. Архітектура програмного забезпечення для збору й аналізу даних про вартість землі сільськогосподарського призначення з використанням машинного навчання. Інфокомунікаційні та комп'ютерні технології. 2023. № 2 (6). С. 30–37. DOI: https://doi.org/10.36994/2788-5518-2023-02-06-03.
3. Юрченко І., Ходаківська О., Мартинюк М. Прогнозування цін на сільськогосподарські землі в Україні за допомогою глибоких нейронних мереж LSTM. Agricultural and Resource Economics. 2025. Т. 11, № 1. С. 183–[кінцева сторінка]. DOI: https://doi.org/10.51599/are.2025.11.01.07.
4. Vancsura L., Csonka A. Corn price forecasts in the shadow of the Russian–Ukrainian conflict. Agricultural Economics (Zemědělská ekonomika). 2026. Vol. 72, No. 7. P. 461–472. DOI: https://doi.org/10.17221/102/2025-AGRICECON.

УДК 330.43:519.816

МУЛЬТИПЛІКАТИВНИЙ СИНТЕЗ НЕЧІТКИХ ОЦІНОК ЗА СХЕМОЮ БЕЛЛМАНА-ЗАДЕ У ЗАДАЧАХ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Ірина Дебела

Херсонський державний аграрно-економічний університет, м. Херсон, Україна

Актуальність. Сучасні динамічні системи функціонують в умовах високої макроекономічної турбулентності, структурних трансформацій та підвищеної інформаційної неоднорідності. За таких умов класичні детерміновані та стохастичні економіко-математичні моделі часто втрачають прогнозне значення через високу чутливість до нелінійних екзогенних шоків та нездатність адекватно формалізувати якісні характеристики середовища.

Необхідність модернізації прогнозного інструментарію вимагає переходу від пасивного моніторингу та реактивних управлінських дій до концепції проактивної адаптації. Це обумовлює актуальність розробки гібридних моделей, які поєднують інтелектуальний аналіз гетерогенних часових рядів із математичним апаратом нечіткої логіки для формалізації нелінійних закономірностей у динаміці складних систем.

Постановка проблеми. Традиційні підходи до оцінювання комплексних системних показників базуються переважно на адитивних схемах згортки індикаторів. Проте адитивні функції агрегування володіють суттєвим методологічним недоліком - ефектом взаємної компенсації ризиків. За такої схеми суттєве погіршення одного з критичних параметрів системи маскується високими значеннями інших показників, що призводить до заниження загрози та викривлення прогнозних траєкторій.

У контексті прогнозування проблема ускладнюється нелінійною взаємодією чинників та багатокритеріальністю вибору сценаріїв розвитку. Оскільки прийняття рішень відбувається в умовах неповноти даних, процеси прогнозування неминуче протікають у нечіткому середовищі. Отже, виникає науково-практична проблема розробки такого інструментарію агрегування об'єктивних індикаторів, який би блокував компенсаційний ефект і забезпечував високу чутливість до латентних дестабілізуючих чинників у зоні невизначеності.

Метою дослідження є розробка та математична формалізація гібридного алгоритму мультиплікативного синтезу нечітких оцінок на основі принципу Беллмана-Заде для оцінювання ступеня можливості реалізації фазових станів системи й ідентифікації її переходу в «сірі зони» невизначеності.

Методи. Теоретико-методологічною основою дослідження є системне поєднання методів інтелектуального аналізу даних, теорії нечітких множин Л. Заде та концепції прийняття рішень у нечіткому середовищі Р. Беллмана та Л. Заде [1,2]. Удосконалений підхід базується на методологічних засадах гібридного прогнозування, викладених у працях [3,4].

Побудова математичної моделі передбачає реалізацію таких послідовних етапів:

1. Крос-верифікація та нормалізація даних. Для забезпечення стійкості моделі застосовується перехресна верифікація часових рядів із незалежних джерел (міжнародна база FRED, статистичні масиви Держстату України та оперативний моніторинг Trading Economics). З метою приведення різномасштабних входів до безрозмірного простору [0, 1] застосовується метод Min-Max Scaling:

$$\widetilde{x_i} = \frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}, i = 1 \div 120 \quad (1)$$

Де: x_i – фактичне значення вхідного індикатора у *i*-му періоді;

x_{max}, x_{min} - мінімальне та максимальне значення показника у вибірці;

$\widetilde{x_i}$ - нормоване значення у діапазоні [0, 1].

2. Фазифікація та параметризація лінгвістичних змінних. Перехід від нормованих числових значень $\widetilde{x_i}$ до нечітких множин здійснюється через систему трикутних функцій належності $\mu(x)$ для лінгвістичних термів «Низький» (L), «Помірний» (M), «Високий» (H):

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \le a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \le b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \\ 0, & x \ge c \end{cases}, \quad (2)$$

де опорні точки (a, b, c) визначають межі підтримки та ядро нечіткого терму.

Таблиця 1 Параметризація функцій належності лінгвістичних термів

Лінгвістичний терм	*Позначення*	*Опорні точки (a,b,c)*	*Інтерпретація фазового стану системи*
Низький	*L*	(0; 0; 0,30)	*Зона відносної стабільності та низького ризику*
Помірний	*M*	(0,15; 0,40; 0,65)	*Очікувана амплітуда системних коливань*
Високий	*H*	(0,50; 1,00; 1,00)	*Прояв екзогенних або ендогенних шоків*

Перетин функцій належності суміжних термів у діапазоні нормованих значень [0,40; 0,65] формує інтервал невизначеності - «сіру зону». Входження інтегрального показника в цю зону сигнал про зміну якісного стану системи та необхідність впровадження превентивних заходів.

3. Нечіткий мультиплікативний синтез за схемою Беллмана-Заде. Відповідно до принципу нечіткого перетину критеріїв за схемою Беллмана-Заде, інтегральний показник ступеня можливості реалізації сценарію $D \in [0,1]$ [обчислюється як адаптивна мультиплікативна згортка:

$$D = \prod_{i=1}^{n} (\mu_i(x))^{\omega_i} \quad (3)$$

де $\mu_i(x)$ - значення функції належності *i*-го індикатора;

ω_i - адаптивний ваговий коефіцієнт *i*-го джерела, що задовольняє умову нормування $\sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1$ ($\omega_i > 0$).

За відсутності апріорної переваги джерел встановлюється паритет вагових коефіцієнтів ($\omega_1 = \omega_2 = 0{,}5$).

Мультиплікативна форма (3) діє за принципом «вузького місця» (bottleneck filter): якщо принаймні один індикатор вказує на високий ризик ($\mu_i(x) \to 0$) загальний показник *D* стрімко знижується, блокуючи хибно-оптимістичні оцінки.

Результати дослідження. Програмну реалізацію розробленого алгоритму виконано мовою Python 3.10 у середовищі Jupyter Notebook із використанням наукових бібліотек Pandas 2.1.0

(структурування та перетворення часових рядів), NumPy 1.24.0 (векторизовані матричні обчислення) та Matplotlib 3.8.0 (візуалізація перетинів нечітких множин та фазових траєкторій).

Апробацію моделі проведено на даних індексу споживчих цін за період 2014 - 2026 рр. Оцінка ретроспективної точності показала високий рівень апроксимації (середня абсолютна помилка *MAE* = 0,042; корінь із середньоквадратичної помилки *RMSE* = 0,057).

Таблиця 2 *Динаміка фазових станів системи за результатами моделювання (2015–2026 рр.)*

Період / Етап	*Нормоване значення* $\tilde{x}$	*Показник D (Беллмана-Заде)*	*Характеристика фазового стану системи*
2015 р. (Пиковий шок)	1,00	1,00	*Екстремальний шок, критична дестабілізація*
2020 р. (Лаг стабілізації)	0,06	0,06	*Локальний мінімум, перехід до зони L («Низький»)*
2022 р. (Воєнно-структурний шок)	0,41	0,38	*Вихід із зони стабільності, сплеск ризику*
2025-2026 рр. (Прогнозний горизонт)	[0,25; 0,35]	[0,25; 0,33]	*Входження у зону «керованого очікування», поступова стабілізація*

Результати експерименту показують, що на прогнозному горизонті 2025-2026 рр. значення інтегрального показника *D* стабілізується у коридорі [0,25; 0,33]. Згідно з параметризацією (Таблиця 1), це відповідає переходу системи від терму «Помірний» до верхньої межі терму «Низький» (відносна стабільність). Завдяки мультиплікативному синтезу показник *D* зберігає не лінійну чутливість до потенційних латентних ризиків, утримуючи систему в зоні «керованого очікування» та запобігаючи передчасному послабленню контролю.

Висновки:

1. Обґрунтовано та удосконалено математичний апарат прогнозування складних динамічних систем, що інтегрує нормування Min-Max Scaling, нечітку параметризацію трикутними сплайнами та принципи мультиплікативного синтезу Беллмана-Заде.

2. Математично доведено та практично підтверджено переваги мультиплікативної згортки над адитивними методами: усунення ефекту компенсації ризиків забезпечує високу чутливість моделі до локальних дестабілізаційних сигналів у «сірих зонах» невизначеності.

3. Програмна реалізація в середовищі Python 3.10 підтвердила високу точність моделі (MAE = 0,042), а також дозволила сформувати графік розподілу ступенів можливості реалізації макроекономічних сценаріїв на 2025-2026 рр. Запропонований підхід є ефективним інструментом для систем підтримки прийняття рішень та переходу до проактивного адаптивного управління.

Список використаних джерел

1. Bellman R. E., Zadeh L. A. Decision-Making in a Fuzzy Environment. Management Science. 1970. Vol. 17, no. 4. P. B141-B164. DOI: https://doi.org/10.1287/mnsc.17.4.B141

2. Zadeh L. A. Fuzzy logic and the calculi of fuzzy rules, fuzzy graphs, and fuzzy probabilities. Computers & Mathematics with Applications. 1999. Vol. 37, no. 11-12. P. 35. DOI: https://doi.org/10.1016/s0898-1221(99)00140-6

3. Дебела І. М. Нечіткий алгоритм прийняття рішень: схема Беллмана-Заде оцінки альтернатив. Управління інноваційним розвитком соціально-економічних систем : колективна монографія / за заг.

ред. В. В. Храпкіної, К. В. Пічик. Київ : НаУКМА, 2024. С. 626-634. DOI: https://doi.org/10.35668/978-966-518-843-8

4. Debela I. Hybrid model based on multiplicative aggregation of objective indicators for long-term consumer price index forecasting Economic Scope. 2026. No.213. P.431–438. URL: https://doi.org/10.30838/EP.213.431-438

5. Новікова Ю., Романенко Т., Кравченко В. Математичне моделювання багатовимірних процесів у задачах. Наука і техніка сьогодні. 2026. № 3 (57). С. 2732-2740. DOI: https://doi.org/10.52058/2786-6025-2026-3(57)-2732-2740

УДК 332.2:631.11

ПРОГНОЗУВАННЯ ОРЕНДНОЇ ПЛАТИ ЗА ЗЕМЛІ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ НА ОСНОВІ МУЛЬТИПЛІКАТОРА «ЦІНА / ОРЕНДА»

Юлія Кислякова

Миколаївський національний аграрний університет, м. Миколаїв, Україна

Науковий керівник: О. Є. Богатєнкова,
асистент Миколаївський національний аграрний університет

Орендна плата – основний дохід власників паїв, головна стаття витрат аграріїв і значне джерело доходів громад: у I кварталі 2025 р. оренда комунальної землі сформувала 54,7 % податкових надходжень громад, пов’язаних з обігом сільгоспземель [1]. Оренда залишається домінувальним видом земельних правочинів: у січні-травні 2025 р. укладено 144,8 тис. договорів оренди проти 51,6 тис. угод купівлі-продажу, тобто майже втричі більше [1]. Водночас ряди ринкових орендних цін короткі: торги правами оренди комунальних земель на платформі Prozorro.Продажі проводяться лише з кінця 2021 р. [1], тому складні моделі часових рядів тут непридатні. Ціна купівлі та оренда взаємопов’язані: за регресійною оцінкою KSE, зростання середньої орендної плати в сільраді на 1 % відповідає зростанню ціни землі на 0,21 % [1].

Мета роботи – перевірити, чи можна за коротким рядом спрогнозувати орендну плату через мультиплікатор «ціна / оренда» та чи точніший такий прогноз за сезонний наївний.

Використано опубліковані KSE Агроцентром середньозважені за площею показники: ціну купівлі-продажу всіх проданих сільгоспземель P і річну орендну плату на земельних торгах для комунальних земель R (обидва в тис. грн/га) за I кв. 2023 – III кв. 2024 та травень 2025 р. [1-4]. Ціну наведено для 7 кварталів, оренду – для 6, оскільки значення оренди за IV кв. 2023 р. знайти не вдалося. Методика очищення даних у різних оглядах KSE може відрізнятися (для травня 2025 р. відкинуто по 5 % найдешевших і найдорожчих ділянок) [1], тому порівняння наближене. Мультиплікатор (кількість років оренди, що відповідає ціні) обчислювали за (1); тренд ціни оцінено методом найменших квадратів за 7 кварталами (t = 1…7) за (2); орендну плату на II кв. 2025 р. (t^* = 10) прогнозували за (3), де $\bar{k}$ – середнє значення мультиплікатора за 6 кварталів [5]:

$$k_t = \frac{P_t}{R_t} \quad (1)$$

$$\hat{P}_t = a + b \cdot t \quad (2)$$

$$\hat{R} = \frac{a + b \cdot t_*}{\bar{k}} \quad (3)$$

Прогноз порівнювали з фактичною орендою квітня (12,0) та травня 2025 р. (14,6 тис. грн/га) [1] за середньою абсолютною процентною похибкою (MAPE) [6]:

$$\text{MAPE} = \frac{100}{h} \sum_{j=1}^{h} \frac{|R_j - \hat{R}_j|}{R_j} \quad (4)$$

де R_j і $\hat{R}_j$ – фактична та прогнозна оренда, h = 2 – кількість місяців порівняння. Еталоном слугував сезонний наївний прогноз – оренда II кв. 2024 р. (8,3 тис. грн/га).