11. Іваненко В. С. Роль лідерства в забезпеченні безпеки підприємства: аналітичний аспект. Інноваційне підприємництво: стан та перспективи розвитку. Інноваційне підприємництво: стан та перспективи розвитку : збірник матеріалів XI міжнар. наук.-практ. конф. (м. Київ, 27 березня 2026 р.). Київ : КНЕУ, 2026. С. 554-559. https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/26639.

УДК 531.1:631.362.3:633.1

МОДЕЛЬ КОНТРОЛЬОВАНОГО ГРАВІТАЦІЙНОГО РУХУ ЗЕРНА ПО ЧОТИРЬОМ ПЕРЕСИПНИМ ПОЛИЦЯМ

Анатолій Антонець, Володимир Арендаренко, Олег Іванов
Полтавський державний аграрний університет, м. Полтава, Україна

Актуальною проблемою АПК є безпечне завантаження висотних силосів зерном без його травмування. Одним із шляхів вирішення даної проблеми є розробка завантажувальних установок, які забезпечують контроль швидкості гравітаційного руху зерна за рахунок різних кутів нахилу розгінних та гальмівних ділянок [1].

Розглянемо процес переміщення зерна по чотирьох пересипних полицях, які послідовно чергуються та складаються з двох розгінних і двох гальмівних ділянок. Розгінні полиці мають довжину l_1 та кут нахилу α. Гальмівні полиці характеризуються довжиною l_2 і кутами нахилу β та γ відповідно. З метою зменшення травмування зерна приймаємо умову, за якої кінцева швидкість сходу зерна з останньої полиці дорівнює початковій швидкості зерна на вході до першої розгінної полиці.

Початкову швидкість V_0 зерно набуває внаслідок вільного падіння з бункера, розташованого на висоті h_0 над краєм першої розгінної полиці. Під час падіння зерна від вихідного отвору бункера до краю першої розгінної ділянки його швидкість становить $V_0 = \sqrt{2gh_0}$. Під час подальшого переміщення зерновий потік, проходячи відстань l_1 по першій розгінній полиці, збільшує свою швидкість до максимального значення V_{max}. Перша розгінна ділянка розташована під кутом α до горизонту. З урахуванням перетворення частини потенціальної енергії зернового потоку в кінетичну, а також дії сили тертя, що характеризується коефіцієнтом тертя μ між шаром зерна та поверхнею полиці, отримаємо спрощене рівняння, яке описує процес перетворення енергії зернового потоку під час його руху по першій розгінній полиці:

$$\frac{mV_0^2}{2}\sin\alpha + mgl_1\sin\alpha - \mu mgl_1\cos\alpha = \frac{mV_{\max}^2}{2}$$

Після проходження першої розгінної полиці зерновий потік сходить із її краю та здійснює вільне падіння з висоти h на першу гальмівну полицю. З урахуванням кутів нахилу розгінної та гальмівної ділянок отримаємо:

$$\left(\frac{mV_{\max}^2}{2}\sin\alpha + mgh\right)\sin\beta$$

Рух зернового потоку по першій гальмівній ділянці довжиною l_2, яка розташована під кутом β до горизонту, відбувається під дією максимальної кінетичної енергії, набутої під час руху по першій розгінній ділянці, додаткової кінетичної енергії, отриманої внаслідок падіння з висоти h, а також потенціальної енергії зернового потоку $\mu mgl_2\sin\beta$. Водночас рух зернового потоку по даній ділянці супроводжується протидією сил тертя $\mu mgl_2\cos\beta$, яка через кут нахилу $\beta \le \alpha$ є набагато більше і спричиняє зменшення швидкості зерна з $V_{\max}$ до $\frac{2V_{\max}}{3}$ [2]. Отже, після проходження першої гальмівної ділянки в розрахунковій моделі передбачається зниження максимальної швидкості руху зерна на одну третину. Така умова має забезпечити стабільне переміщення зернового потоку та

запобігти його накопиченню і перевантаженню на наступних ділянках. На основі закону збереження енергії отримаємо:

$$\left(\frac{mV_{\max}^2}{2}\sin\alpha + mgh\right)\sin\beta + mgl_2\sin\beta - \mu mgl_2\cos\beta = \frac{m\left(\frac{2V_{\max}}{3}\right)^2}{2}.$$

Після проходження першої гальмівної полиці зерновий потік сходить із її краю та здійснює повторне падіння з висоти h на другу розгінну полицю. Враховуючи кути нахилу розгінної й гальмівної ділянок, отримаємо: $\left(\frac{2mV^2_{\max}}{9}\sin\beta + mgh\right)\sin\alpha$. Під час подальшого руху по другій розгінній ділянці зерно збільшує швидкість руху із $\frac{2V_{\max}}{3}$ до швидкості V.

Рух зернової маси по другій гальмівній полиці, розташованій під кутом γ до горизонту, відбувається також через набуту кінетичну та потенціальної енергію. Цьому руху протидіє сила тертя, вплив якої на даній ділянці є більш суттєвим через менший кут нахилу γ ($\gamma \le \alpha$). В наслідок цього швидкість зернового потоку поступово зменшується від значення V до V_0.

На основі наведених вище залежностей, які описують рух зернового потоку по розгінних і гальмівних ділянках, сформуємо аналітичну модель його гравітаційного переміщення [2]:

$$\begin{cases} mgh_0 = \frac{mV_0^2}{2} \\ \frac{mV_0^2}{2}\sin\alpha + mgl_1\sin\alpha - \mu mgl_1\cos\alpha = \frac{mV_{\max}^2}{2} \\ \left(\frac{mV_{\max}^2}{2}\sin\alpha + mgh\right)\sin\beta + mgl_2\sin\beta - \mu mgl_2\cos\beta = \frac{2mV_{\max}^2}{9} \\ \left(\frac{2mV^2_{\max}}{9}\sin\beta + mgh\right)\sin\alpha + mgl_1\sin\alpha - \mu mgl_1\cos\alpha = \frac{mV^2}{2} \\ \left(\frac{mV^2}{2}\sin\alpha + mgh\right)\sin\beta + mgl_2\sin\gamma - \mu mgl_2\cos\gamma = \frac{mV_0^2}{2} \end{cases}. \quad (1)$$

Для визначення співвідношень між кутами нахилу розгінних і гальмівних ділянок розв'яжемо систему рівнянь (1). На основі першого, другого та третього рівнянь системи (1) отримаємо залежність, яка дає змогу визначити кут β через задане значення кута α:

$$\begin{aligned}\left(\left(h_0 + l_1\right)\sin^2\alpha - \mu l_1\sin\alpha\cos\alpha + h + l_2\right)\sin\beta - \mu l_2\cos\beta = \\ = \frac{4}{9}\left(h_0\sin\alpha + l_1\sin\alpha - \mu l_1\cos\alpha\right)\end{aligned} \quad (2)$$

Використавши друге, четверте та п'яте рівняння системи (1) і виконавши відповідні перетворення та спрощення, отримаємо залежність, яка визначає кут γ через кути α і β:

$$\begin{aligned}l_2\sin\gamma - \mu l_2\cos\gamma = h_0 - h\sin\beta - \frac{4}{9}\left(h_0 + l_1\right)\sin^3\alpha\sin^2\beta + \frac{4}{9}\mu l_1\cos\alpha\sin^2\alpha\sin^2\beta - \\ -\left(h + l_1\right)\sin^2\alpha\sin\beta + \frac{1}{2}\mu l_1\sin 2\alpha\sin\beta\end{aligned} \quad (3)$$

Розв'яжемо рівняння (2), виконавши відповідні перетворення. Враховуючи, що значення кутів α і β належать діапазону (0; $\frac{\pi}{2}$), отримаємо залежність кута β від кута α:

$$\beta = 2arctg\left(\frac{-a+\sqrt{a^2+(\mu^2 l_2^2-b^2)}}{\mu l_2 - b}\right)+2\pi k$$

$$a = \left(\left(h_0+l_1\right)\sin^2\alpha - \mu l_1 \sin\alpha\cos\alpha + h + l_2\right) \qquad (4)$$

$$b = \frac{4}{9}\left(h_0\sin\alpha + l_1\sin\alpha - \mu l_1\cos\alpha\right)$$

Для визначення кута γ подібним чином розв'яжемо рівняння (3), маємо:

$$\gamma = 2arctg\left(\frac{-c+\sqrt{c^2+(\mu^2 l_2^2-d^2)}}{\mu l_2 - d}\right)+2\pi k \qquad (5)$$

Отримаємо систему рівнянь, що визначає кути β і γ через заданий кут α:

$$\begin{cases} a = \left(h_0+l_1\right)\sin^2\alpha - \mu l_1 \sin\alpha\cos\alpha + h + l_2 \\ b = \frac{4}{9}\left(h_0\sin\alpha + l_1\sin\alpha - \mu l_1\cos\alpha\right) \\ \beta = 2arctg\left(\frac{-a+\sqrt{a^2+(\mu^2 l_2^2-b^2)}}{\mu l_2 - b}\right)+2\pi k \\ c = l_2 \\ d = h_0 - h\sin\beta - \frac{4}{9}\left(h_0+l_1\right)\sin^3\alpha\sin^2\beta + \frac{4}{9}\mu l_1\cos\alpha\sin^2\alpha\sin^2\beta - \\ -\left(h+l_1\right)\sin^2\alpha\sin\beta + \frac{1}{2}\mu l_1\sin 2\alpha\sin\beta \\ \gamma = 2arctg\left(\frac{-c+\sqrt{c^2+(\mu^2 l_2^2-d^2)}}{\mu l_2 - d}\right)+2\pi k \end{cases} \qquad (6)$$

Запропонована фізико-математична модель, що представлена системами (1) і (6), дає змогу знаходити кути β і γ нахилу гальмівних полиць в залежності від кута α нахилу розгінних ділянок. Модель враховує висоту падіння зерна h з однієї полиці на іншу, довжини розгінних та гальмівних ділянок l_1 та l_2, початкову висоту падіння зерна h_0, а також коефіцієнт тертя μ між зерновою масою та матеріалом полиць.

Список використаних джерел

1. Arendarenko V., Antonets A., Ivanov O., Dudnikov I., Samoylenko T. Building an analytical model of the gravitational grain movement in an open screw channel with variable inclination angles. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* 2021. 3(7 (111)). 100-112. doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235451.

2. Antonets A., Arendarenko V., Ivanov O., Dudnikov I., Liashenko S. Development of an analytical model of the controlled movement of grain material on the bulk shelves of a loading-gravity-cascade unit. *Technology Audit and Production Reserves*. 2025. 3(1(83). 13-19. doi.org/10.15587/2706-5448.2025.330574.