

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ СЕМЕННОГО ПЛОДА, МАШИНОЙ ДАВИЛЬНО- СЕПАРИРУЮЩЕГО ТИПА

А.С. Пастушенко, ассистент

Николаевский государственный аграрный университет, г. Николаев, Украина.

Технологический процесс выделения семян овоще-бахчевых культур на современных технологических линиях и отдельными машинами складывается из ряда последовательных операций [1], в процессе которых рабочие органы машины действуют на семенные плоды и семена. При этом, взаимодействие рабочих органов и обрабатываемых семенников требует четкого моделирования сделать правильный выбор конструкции машины с учетом желаемых результатов.

Одной из двух основных операций технологического процесса получения семян овоще-бахчевых культур является разрушение плодов с целью максимального высвобождения семян от связи с мякотью.

Для исследования процессов, происходящих в измельчителе необходимо обосновать математическую модель деформирования семенников огурца и дыни во время прохождения в зазоре "давяльный барабан-решетная дека". Рассмотрим, два наиболее вероятных варианта поведения тела.

Первый вариант. Считаем, что внутренняя масса семенника в случае его деформирования без сопротивления и инерции, смещается и равномерно заполняет корковую оболочку деформированного плода, которая в свою очередь испытывает деформацию растяжения до разрыва.

Для математического описания процесса разрушения тела, которое сжимается давяльным барабаном измельчителя, с целью адекватности, стоит рассмотреть две модели, - два возможных варианта начального геометрического состояния семенника. Во-первых, для объекта имеющего довольно длинное цилиндрическое тело с сечением в виде круга, которому в наибольшей степени отвечает семенной плод огурца. Во втором случае, считаем, что первоначальную форму семенника представлено в виде шара. Такой вариант максимально соответствует семенному плоду дыни.

Первая модель (рис. 1.) отображает затягивание и деформирования, вплоть до разрушения, поперечного сечения семенника цилиндрической формы, в случае, когда его ось параллельна оси давяльного барабана.

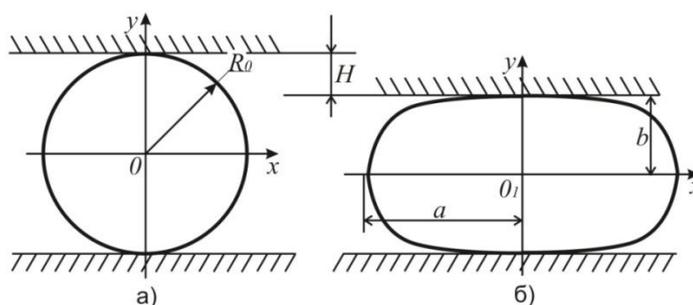


Рис. 1. Схема деформирования цилиндрического тела семенного плода:
а) исходное состояние, б) деформированное состояние

Параметрами первоначального состояния поперечного сечения плода являются:

$$\text{– уравнение контура (окружности)} \quad \frac{x^2}{R_0^2} + \frac{y^2}{R_0^2} = 1, \quad (1)$$

где R_0 - радиус оболочки;

$$\text{– площадь сечения (круга)} \quad S_0 = \pi R_0^2; \quad (2)$$

$$\text{– длина периметра (окружности)} \quad L_0 = 2\pi R_0. \quad (3)$$

Параметрами деформированного состояния поперечного сечения плода являются:

$$\text{– уравнение контура (эллипса)} \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (4)$$

где a - малая полуось; b - большая полуось;

$$\text{– площадь сечения} \quad S_0 = \pi ab; \quad (5)$$

$$\text{– длина периметра} \quad L = 4a \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - e^2 \cdot \cos^2 t} dt, \quad (6)$$

$$\text{где } t \text{ - полярный угол; } e \text{ - эксцентриситет,} \quad e = \sqrt{1 - (b/a)^2}. \quad (7)$$

Отметим, что при $a = b = R_0$ эксцентриситет $e = 0$ и зависимости (3) - (5) превращаются в (1) - (3). Величина обжатия плода $H = R_0 - b$ может быть представлена в относительных величинах, как

$$h = 1 - b/R_0, \text{ или } h = H/R_0. \quad (8)$$

В силу условия несжимаемости технологической массы, исходя из равенства площадей по (2) и (4), имеем

$$ab = R_0^2. \quad (9)$$

Из (9) следует, что

$$a/R_0 = 1/(b/R_0), \quad (10)$$

или
$$b/a = \left(\frac{b/R_0}{a/R_0} \right)^2.$$

Тогда используя (9) и (10) находим

$$e^2 = 1 - (1 - h)^4. \quad (11)$$

Относительная деформация корковой оболочки плода

$$\overline{\Delta L} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L(ab) - L_0(R_0)}{L_0(R_0)}. \quad (12)$$

Используя (11) и (6) по (12) получаем

$$\overline{\Delta L} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{2}{\pi(1-h)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - [1 - (1-h)^4] \cdot \cos^2 t} \cdot dt. \quad (13)$$

Вторая модель, рассматривает затягивание и деформирование, вплоть до разрушения, семенного плода сферической формы, который в процессе сжатия давальным барабаном измельчителя принимает форму сплющенного эллипсоида вращения (сплющенного сфероида) с главными осями a и b ($a > b$), (рис. 2.) .

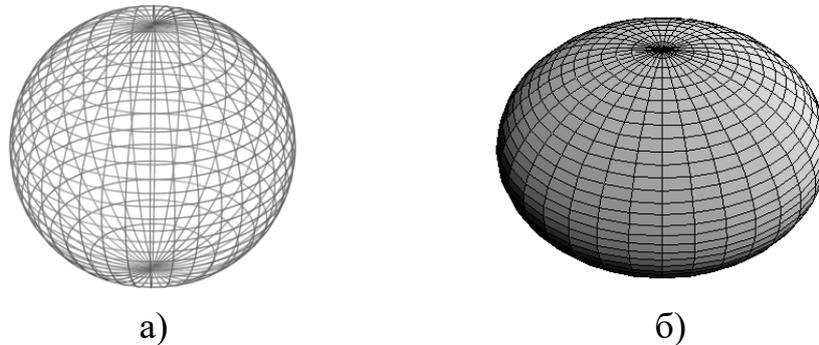


Рис. 2. Начальное (а) и деформированное (б) состояние сферического тела семенного плода

Основными параметрами начального состояния сферического плода радиусом R_0 является:

– объем, равный
$$V_0 = \frac{4}{3} \pi R_0^3, \quad (14)$$

– площадь поверхности
$$S = 4 \pi R_0^2. \quad (15)$$

Параметрами деформированного состояния поперечного семенника являются:

– объем, равный
$$V_0 = \frac{4}{3} \pi a^2 b, \quad (16)$$

– площадь поверхности
$$S = 2 \pi a \left(a + \frac{b^2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{b} \right) \right). \quad (17)$$

Приравнявая объемы сферы и сфероида (14) и (16), на основании того, что они являются формами одного и того же семенного плода, получаем $a^2 b = R_0^3$, или

$$\frac{b}{a} = \left(\frac{R_0}{a} \right)^3 = \sqrt{\frac{b}{R_0}}. \quad (18)$$

Относительную величину обжатия плода h , принимаем по (8), считая ее известной и подставив в (18), запишем

$$\frac{b}{a} = (1 - h)^{3/2}. \quad (19)$$

Дополнительно найдем отношение большей из главных осей сфероида к начальному радиусу сферы, как

$$\frac{a}{R_0} = \frac{1}{(b/R_0)^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - h}}. \quad (20)$$

Ввиду того, что максимальная длина экватора сфероида $L = 2\pi a$, относительное удлинение (деформация) корковой оболочки плода определяется как

$$\overline{\Delta L} = \frac{\Delta L}{2\pi R_0} = \frac{2\pi a - 2\pi R_0}{2\pi R_0} = \frac{a}{R_0} - 1, \quad (21)$$

или
$$\overline{\Delta L} = \frac{1}{\sqrt{1-h}} - 1. \quad (22)$$

Исходя из того, что $h \ll 1$, имеем

$$\overline{\Delta L} \approx \frac{h}{2} + \frac{3}{8}h^2 + \dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}h^3 + \dots. \quad (23)$$

На рис. 3. приведено графическую интерпретацию моделирования зависимости $\overline{\Delta L} = \Delta L(h)$, характера изменения относительного растяжения оболочки семенников цилиндрической (рис. 3, а) и сферической (рис. 3, б) формы построенных соответственно, по (13), (22) и (23).

Второй вариант разрушения семенного плода, заключается в том, что сжимающие нагрузки происходят путем одностороннего давления некоторой плоскости на семенник, в результате чего последний, получает локальную деформацию. То есть, математическая модель отражает случай, когда часть внутренней массы плода из шарового сегмента вытесняется в его нижнюю часть.

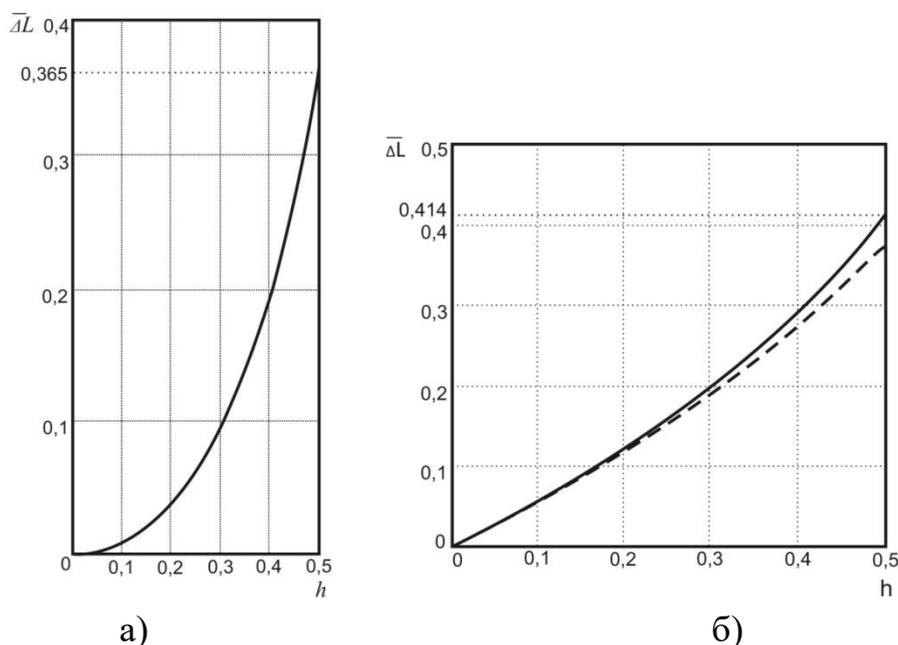


Рис. 3. Зависимость относительного растяжения оболочки от величины деформации плода:

а) —
$$\overline{\Delta L} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{2}{\pi(1-h)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - [1 - (1-h)^4] \cdot \text{Cos}^2 t} \cdot dt - 1;$$

б) —
$$\overline{\Delta L} = \frac{1}{\sqrt{1-h}} - 1; \quad \text{---} \quad \overline{\Delta L} \approx \left(\frac{h}{2}\right) \cdot \left(1 + 3 \frac{h^2 + 5h/6}{4}\right)$$

Из-за несжимаемости среды объекта, оболочка растягивается и принимает вид (рис. 4.) сферы радиусом R_1 без шарового сегмента высотой H_1 . Следует отметить, что в таком случае деформирования изменения геометрии сечений сферического тела (дыня) и цилиндрического тела (огурец) принимались нами как подобные.

В соответствии с законом сохранения массы любого объема, запишем равенство

$$\frac{4}{3}\pi R_0^3 = \frac{4}{3}\pi R_1^3 - \pi H_1^3 \left(R_1 - \frac{H_1}{3} \right), \quad (24)$$

где
$$H_1 = H_0 + 2(R_1 - R_0); \quad (25)$$

H_0 – действительная деформация плода; H_1 – условная деформация плода.

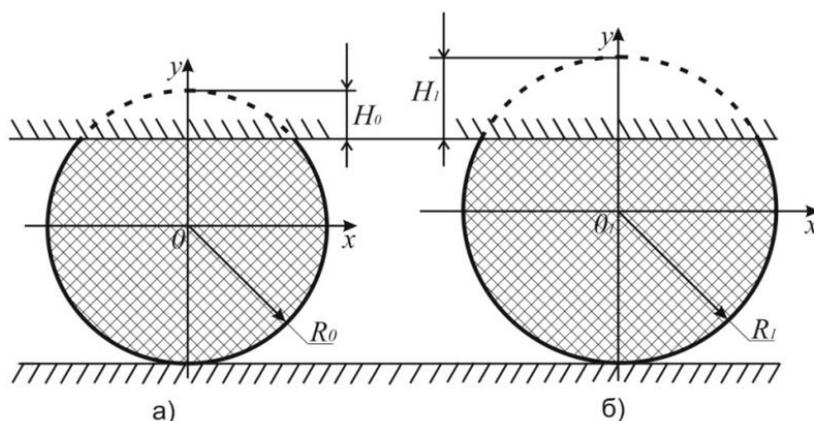


Рис. 4. Схема деформирования семенного плода по второму варианту:
а) реальная деформация, б) условная деформация

Введем относительную деформацию обжатия плода в виде (8)

$$h = \frac{H_0}{R_0}.$$

Тогда рассматриваемые величины определяются как

$$\begin{cases} H_1^2 = 4[R_1^2 - 2R_0(1-h/2) + R_0^2(1-h/2)^2] \\ R_1 - \frac{H_1}{3} = \frac{1}{3}[R_1 + 2R_0(1-h/2)]; \\ \frac{4}{3}\pi R_1^3 = 4\pi R_0^2(1-h/2)^2 R_1 - \frac{8}{3}\pi R_0^3(1-h/2)^2. \end{cases} \quad (26)$$

Подставляя (26) в (24) и (25) получаем

$$\frac{R_1}{R_0} = \frac{2(1-h/2)^3 + 1}{3(1-h/2)^2}. \quad (27)$$

Относительное удлинение (деформация) корковой оболочки плода по экватору будет определяться

$$\overline{\Delta L} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{2\pi R_1 - 2\pi R_0}{2\pi R_0} = \frac{R_1}{R_0} - 1.$$

Или с учетом (27) имеет вид

$$\overline{\Delta L} = \frac{2(1-h/2)^3 + 1}{3(1-h/2)^2} - 1. \quad (28)$$

После ряда алгебраических преобразований (28) запишется как

$$\overline{\Delta L} = \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot \frac{(1-h/3)}{(1-h/2)^2}. \quad (29)$$

При малых значениях h ($h^2 \ll 1$) получим

$$\overline{\Delta L} = \left(\frac{h}{2}\right)^2 \left(1 + \frac{2}{3}h\right). \quad (30)$$

На рис. 5 построено графическую зависимость $\overline{\Delta L} = \overline{\Delta L}(h)$ полученную в среде MathCAD.

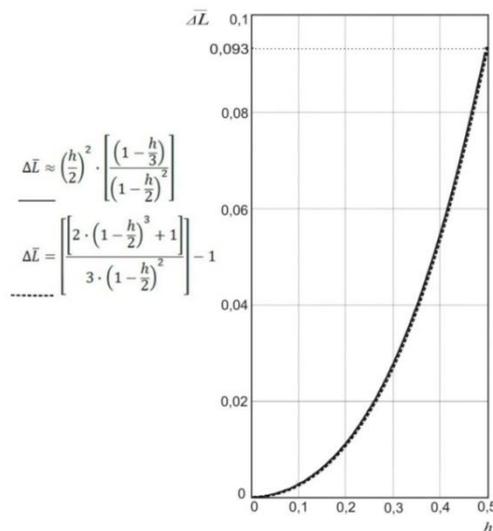


Рис. 5. Зависимость относительного растяжения оболочки плода по экватору от величины деформации

В соответствии с законом Гука [2] напряжения в объеме представляют законом прямой пропорциональности

$$\sigma = \varepsilon E,$$

где $\varepsilon = \overline{\Delta L}$; E - модуль упругости растительного материала.

Вывод. Использование полученных зависимостей $\overline{\Delta L} = \overline{\Delta L}(h)$ относительного растяжения оболочки семенного плода удлиненной цилиндрической (огурец) и сферической (дыня) формы для моделирования процесса разрушения данного объекта позволяет определять напряжения которые возникают в теле, а соответственно формировать условия его гарантированного разрушения рабочими органами давольно-сепарирующей машины с целью качественного выделения семян обрабатываемых культур.

Литература

1. Анисимов И. Ф. Машины и поточные линии для производства семян овощебахчевых культур. – Кишинев: Штиинца, 1987. – 292с.
2. Стрекалов С. П. Механика / С.П. Стрекалов. – М. : Наука, 1975. – 560 с.