

# ТЕОРЕТИКО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЕЛИЧИН ПРОГИНІВ БІСТАЛЕВИХ СТЕРЖНІВ ПРИ СКЛАДНОМУ ОПОРІ ЗА МЕЖЕЮ ПРУЖНОСТІ

**В.С. Шебанін., І.І. Хилько**

Миколаївський державний аграрний університет

**Анотація** – В статті надано результати теоретико-експериментального дослідження несучої здатності бісталевих стержнів в області обмежених пластичних деформацій, які підтвердили теоретичні дослідження і показали наявний запас міцності до 9%.

**Ключові слова:** несуча здатність, бісталеві стержні, область обмежених пластичних деформацій, прогин стержня, згинальний момент.

## ВСТУП

Зниження затрат металу - є однією з найважливіших задач науково-технічного прогресу. Значна частина економії сталі може бути отримана на стадії проектування, а саме, за рахунок подальшого удосконалення методів розрахунку конструкцій за граничними станами, а також широкого впровадження бісталевих стержнів. Саме тому розробка теоретичних і експериментальних методів дослідження несучої здатності бісталевих стержнів в області обмежених пластичних деформацій при складному опорі з врахуванням деформованої схеми є актуальною. Вона дає можливість виявити резерви несучої здатності елементів металевих конструкцій і врахувати їх на стадії проектування.

Об'єктами досліджень є бісталеві стержні, які працюють під статичними навантаженнями: балки перекриттів і покрить, ригелі рам, ригелі фахверка, ригелі естакад, колони та інші стиснуто-зігнуті конструктивні елементи. Предметом дослідження є несуча здатність бісталевих стержнів за межею пружності. В основу розроблених методів розрахунку і проектування покладено метод поновлення обмежених пластичних деформацій та експериментальні методи.

## ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для виконання поставленої задачі було розроблено необхідну методичку для дослідження несучої здатності бісталевих стержнів при складному опорі за межею пружності. При цьому використовувався деформаційний критерій міцності - обмеження інтенсивності пластичної складової деформації величиною  $\varepsilon_{ip,lim} = 0,002$  [1], що досягалося за допомогою використання методу поновлення граничної величини на кожному кроці ітераційного процесу [2]. Основна ідея даного ефективного методу полягає в максимальному наближенні пружно-деформованого стану стержня на кожному кроці ітераційного процесу

до кінцевого граничного стану. Для цього в кожному послідовному наближенні змінюються або величини прикладених навантажень, або геометричні розміри перерізу стержня, таким чином, щоб у найбільш навантаженому місці стержня досягалася гранична величина пластичної деформації  $\varepsilon_{ip,lim} = 0.002$ .

При розробленні методики використовувалися також основні передумови та припущення пружно-пластичного розрахунку сталевих конструкцій: ідеалізована діаграма Прандтля, гіпотеза плоских перерізів, деформативна теорія пластичності.

Враховуючи основні передумови були розглянуті характерні випадки пружно-деформованого стану бісталевих перерізів в області обмежених пластичних деформацій при згині з поздовжньою силою, а також розв'язок прямої та оберненої задач. Детальний аналіз 5 характерних випадків пружно-деформованого стану перерізу за межею пружності при одноосному згині з поздовжньою силою [3] говорить про те, що необхідною умовою отримання найбільшого згинаючого моменту  $M_{lim}$  є те, що нейтральна лінія повинна проходити через середину стінки, а це досягається за рахунок різниці між верхньою та нижньою полками.

Для розв'язання оберненої задачі необхідно вибрати відповідний випадок пружно-деформованого стану в залежності від текучості чи пружної роботи перерізу стержня. Пряма задача розв'язується за допомогою ітераційного процесу з використанням методу ділення відрізка пополам і одержанням кінцевих значень пластичних деформацій  $\varepsilon_{ip} < \varepsilon_{ip,lim}$ . Таким чином, при розв'язанні прямої задачі по заданому згинаючому моменту  $M$  і поздовжній силі  $N$  знаходиться пружно-деформований стан перерізу стержня.

Проведені дослідження дійсної роботи стиснуто-зігнутих бісталевих стержнів за деформованою схемою при дії на стержень поздовжньої та поперечної сил показали, що врахування деформованої схеми значно впливає на несучу здатність стержнів і корегується введенням коефіцієнта  $\nu = \frac{M_d^{max}}{M^{max}}$  при розрахунку міцності стержня за формулою [3]

$$\frac{N}{A_F + A_2 \cdot \frac{R_W}{R_F}} \pm \frac{M_x \nu}{C_{NX} \cdot I_x} \leq R_F \cdot \gamma_C$$

У відповідності з розробленою методикою було розроблено необхідний алгоритм для розрахунку міцності бісталевих стержнів, який потім був реалізований у вигляді програми на мові TURBO C на ПЕОМ [4].

Використовуючи відому методику [3] отримання аналітичних залежностей пружно-деформованого стану при одноосному згині з поздовжньою силою за межами пружності для двотаврових перерізів знаходився з умови

$$M = \left| \int \sigma_x \cdot y dA \right| + N \cdot h_H$$

граничний згинаючий момент  $M_{lim}$  в найбільш навантаженому перерізі стержня, для якого величина пластичної деформації приймала граничне значення  $\varepsilon_{ip,lim}$ .

На першій ітерації епюра згинаючих моментів за деформованою схемою  $M_{d,i}$  порівнювалася до граничної епюри моментів  $M$ , що була визначена за недеформованою схемою, при умові, що  $M_{\max} = M_{\lim}$ . Визначалися перерізи, для яких значення згинаючого моменту  $M_{d,i}$  було більше значення найбільшого моменту  $M_{SN}$ , знайденого в межах пружної роботи стержня при дії сили  $N$ . Потім в одержаних перерізах з використанням методу ділення відрізка навпіл, будувалася відповідні епюри нормальних напруг  $\sigma_i$ , знаходилися повні кривизни  $\chi_i$ .

За допомогою методу Мора, застосовуючи для чисельного інтегрування формулу Сімпсона, визначалися повні прогини  $Y_i$

$$Y_i = \int_0^l \bar{M}_i \cdot \chi dl,$$

де  $\bar{M}_i$  - епюра згинаючих моментів від одиничного навантаження, прикладеного в  $i$ -му перерізі стержня.

Вносилися необхідні зміни у вид попередньої епюри згинаючих моментів  $M_{d,k-1}$  з використанням методу послідовних наближень на кожному  $k$ -му кроці ітераційного процесу і як результат визначалася епюра згинаючих моментів  $M_{d,i}$ , яка враховувала геометричну нелінійність стержня

$$M_{d,i} = M_{p,i} - N \cdot Y_i$$

поки не досягалася необхідна точність результату. Для досягнення необхідної точності достатньо було 3-4 ітерації.

Використовуючи розроблену програму, були проведені розрахунки для дослідження несучої здатності бісталевих стержнів за межею пружності симетричного та асиметричного перерізу довжиною  $l = 6$  м,  $9$  м,  $12$  м,  $15$  м,  $18$  м,  $21$  м при навантаженні їх зосередженою поперечною силою  $P$  в поєднанні з поздовжньою силою  $N$ , де

$$N = n \cdot N_{\lim}, \quad n \text{ приймає значення } -0,7; -0,6; \dots; 0; \dots; 0,6; 0,7 \quad \text{і}$$

$$N_{\lim} = (A_1 + A_3) \cdot R_F + A_2 \cdot R_W,$$

які викликали досягнення граничної пластичної деформації  $\varepsilon_{ip,\lim} = 0,2\%$  у найбільш навантаженому перерізі.

Як результат проведеного розрахунку були одержані таблиці корегуючих коефіцієнтів  $\nu$  для уточнення формули пружно-пластичного розрахунку міцності стержня за критерієм обмежених пластичних деформацій, отриманої раніше без врахування деформованої схеми.

Також було виконано розмежування областей по розрахунку міцності та жорсткості стиснуто-зігнутих бісталевих стержнів за межею пружності. Для виконання цього спочатку визначався відносний прогин стержня  $\frac{f}{l}$ , який і порівнювався з заданим нормативним значенням в залежності від призначення стержня [5]. Розрахунок проводився до одержання таких граничних

навантажень, при яких відносний прогин  $\frac{f}{l}$  не перевищував заданого значення нормативного прогину стержня, тобто до виконання умови

$$\frac{f}{l} \leq \left[ \frac{f}{l} \right].$$

Даний розрахунок виконувався за рахунок пропорційної зміни поздовжньої сили  $N$  і поперечної сили  $P$ . Для розрахунку використовувалися стержні середньої гнучкості  $\lambda$  в межах від 30 до 75, які найбільш широко використовуються. Розрахунок було проведено для трьох схем навантажень стержнів симетричного перерізу, відносний прогин яких був обмежений нормативними величинами  $\frac{1}{200}, \frac{1}{300}, \frac{1}{400}$ . За результатами розрахунку були побудовані відповідні криві по розмежуванню областей на міцність та жорсткість.

Однією з задач по дослідженню несучої здатності бісталевих стержнів за межею пружності було дослідження конструкцій за другим граничним станом - за розвитком надмірних прогинів. В результаті проведених розрахунків було накоплено достатню кількість необхідних даних для стержнів різної довжини при різних значеннях поздовжньої сили при переміщенні зосередженої сили вздовж стержня з кроком рівним 0,05 довжини стержня, що дало можливість для подальшої їх систематизації і як результат одержання ряду апроксимуючих аналітичних залежностей з достатнім рівнем достовірності, які можна використовувати для наближеного знаходження прогинів стержня.

При побудові апроксимуючих ліній використовувався метод найменших квадратів [6], суть якого полягала в тому, щоб теоретична лінія апроксимуючої кривої  $\bar{Y}_i$  проходила б максимально близько до фактичного значення  $Y_i$ , тобто щоб виконувалася умова

$$\sum (Y_i - \bar{Y}_i)^2 = \min .$$

В результаті проведеного дослідження були одержані наступні аналітичні залежності.

1. Залежність розміщення відносної точки в якій досягнуто максимальний прогин стержня в області обмежених пластичних деформацій –  $X_{\max} = \frac{X_m}{l}$  ( $X_m$  – відстань від лівого кінця стержня до точки з максимальним прогином стержня,  $l$  – довжина стержня (рис.1)) від відносної точки прикладення зосередженої сили –  $X = \frac{X_p}{l}$  ( $X_p$  – відстань від лівого кінця стержня до точки прикладення поперечної сили), відносної величини поздовжньої сили –  $R = \frac{N}{N_{\lim}}$  та відносної довжини стержня -  $Z = \frac{l}{l_0}$

$$X_{\max} = 0,4368 + 0,8208X^2 - 0,0346R^2 - 0,2722X + \\ + 0,0326XR - 0,0008RZ$$

Детальний аналіз коефіцієнтів одержаної аналітичної залежності свідчить про те, що найвагоміший вплив на значення  $X_{\max}$  мають відносна точка прикладення зосередженої сили ( $X$ ) та відносне значення поздовжньої сили ( $R$ ), а найменший вплив має відносна довжина стержня ( $Z$ ). Про це свідчать

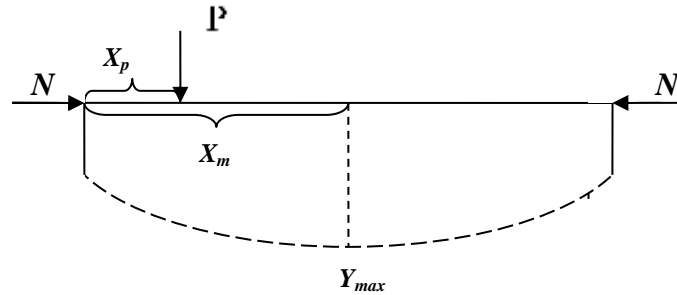


Рис.1

відповідні значення коефіцієнтів при цих факторах в рівнянні регресії. При цьому найбільше значення різниці між точним значенням  $X_{\max}$  і наближеним  $\bar{X}_{\max}$  не перевищує 6,78%. Аналіз одержаних результатів показав, що максимальний прогин стержня знаходиться в межах від  $0,44l$  до  $0,5l$  і момент інерції стержня не впливає на значення  $X_{\max}$ .

2. Залежність корегуючого коефіцієнта  $k = \frac{Y_{plast}}{Y_{ypr}}$ , де  $Y_{plast}$  – прогин в точці за умови досягнення пластичної деформації  $\varepsilon_{ip,lim} = 0,002$ ,  $Y_{ypr}$  – прогин в точці, досягнений за умови необмежено пружної роботи від тих же параметрів  $X, Y$  та  $Z$ , що і раніше.

$$k = 1,0774 + 0,0013 \frac{1}{X^2} + 0,4332R^2 + 0,0058 \frac{1}{X} + \\ + 0,1620R + 0,0089Z - 0,1574RZ$$

Аналіз коефіцієнтів даної аналітичної залежності говорить про те, що найбільш суттєво на значення корегуючого коефіцієнта  $k$  впливають значення відносної точки прикладення сили ( $X$ ) та відносної величини поздовжньої сили ( $R$ ). При цьому максимальне відхилення точного значення  $k$  від наближеного значення  $\bar{k}$  не перевищує 10%.

3. Залежність прогину стержня  $Y$  в кожній його точці  $X$  від  $Y_{\max}$  – максимального прогину стержня,  $X_m$  – відстані від лівого кінця стержня до точки, в якій досягнуто  $Y_{\max}$ ,  $l$  – довжини стержня.

$$Y = \begin{cases} Y_{\max} \sin \frac{\pi X}{2X_m} & , \text{при } X \leq X_m \\ Y_{\max} \sin \frac{\pi(l-X)}{2(l-X_m)} & , \text{при } X > X_m \end{cases}$$

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для перевірки одержаних теоретичних результатів по дослідженню несучої здатності бісталевих стержнів були проведені необхідні експериментальні дослідження дійсної роботи стиснуто-зігнутих бісталевих стержнів за межею пружності. Дослідження виконувалося в лабораторії МДАУ на установці "ИССС - 1", конструкція якої визнана винаходом [7]. Для проведення експерименту було виготовлено 12 моделей бісталевих стержнів у вигляді двотаврів довжиною 1м з симетричними перерізами (верхня і нижня полка – 50x4 мм, стінка – 50x2 мм) та асиметричними перерізами (верхня полка – 50x4 мм, нижня полка – 25x4 мм, стінка – 50x2 мм). Розрахункові опори сталі  $R_w = 2400 \text{ кгс/см}^2$ ,  $R_F = 3400 \text{ кгс/см}^2$  - визначалися випробуванням стандартних зразків і приймалися рівними границі текучості. Стійкість моделей та елементів була забезпечена у відповідності з вимогами БНП II-23-81.

Було досліджено по 3 моделі в 4 серіях випробувань:

серія 1 – одноосний згин балок симетричного перерізу;

серія 2 – одноосний згин з поздовжньою силою балок симетричного перерізу;

серія 3 – одноосний згин балок асиметричного перерізу;

серія 4 – одноосний згин з поздовжньою силою балок асиметричного перерізу.

Навантаження проводилися згідно розробленою методики 5 етапами (таблиця 1), таким чином, щоб поздовжня сила і згинальні моменти зростали пропорційно, тобто  $\frac{N}{M_x}$  на кожному етапі не змінювалися, що контролювалося показниками динамометрів.

Перед дослідженням для кожної моделі проводився необхідний розрахунок згідно відповідної програми на ПЕОМ, для одержання теоретичних значень згинаючих моментів, величини поперечних навантажень та величини прогинів по всій довжині стержня при заданих геометричних розмірах стержня, заданої величини поздовжньої сили при умові досягнення граничної величини пластичної деформації  $\varepsilon_{ip,lim} = 0,002$ .

Таблиця 1

Етапи	1	2	3	4	5
Серія 1					
Моменти (кн·м)	13.0	26.0	29.6	33.4	36.9
Прогини (см)	0.15	0.27	0.32	0.38	0.51
Серія 2					
Моменти (кн·м)	7.8	15.6	19.5	23.3	27.1
Прогини (см)	0.09	0.15	0.19	0.27	0.34
Серія 3					
Моменти (кн·м)	7.4	14.8	17.2	19.5	21.9
Прогини (см)	0.08	0.14	0.19	0.27	0.36
Серія 4					
Моменти (кн·м)	4.5	9.0	14.6	20.2	25.9
Прогини (см)	0.05	0.09	0.18	0.28	0.45

Після кожного етапу навантаження проводилося опрацювання результатів експериментального дослідження і будувалися ряд графічних залежностей: залежність деформації в найбільш напруженому перерізі стержня від величини згинаючих моментів, епюри деформацій в найбільш напруженому перерізі стержня, епюри згинаючих моментів в стержні, залежність прогинів стержня від величини згинаючих моментів.

### ВИСНОВКИ

Детальний аналіз теоретичних граничних моментів  $M_{lim}$  та експериментальних граничних згинаючих моментів  $M_{lim}^d$  показав наявність в перерізі стержня запас міцності до 9 % коли в найбільш напруженому перерізі стержня досягалася задана величина пластичної деформації  $\varepsilon_{ip,lim}$ . Експериментальна крива прогинів розміщена вище теоретичної кривої прогинів, тобто дослідні значення прогинів менші теоретичних. Отже, експериментальна модель крім запасу міцності, має й запас жорсткості. Характер експериментальних графіків деформацій і прогинів аналогічний як для симетричних так і для асиметричних перерізів.

Таким чином проведені експериментальні дослідження повністю підтвердили теоретичні результати по дослідженню несучої здатності бісталевих стержнів за межею пружності.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Чернов Н.Л., Стрелецкий Н.Н., Любаров Б.И. Расчеты стальных конструкций на прочность по критерию ограниченных пластических деформаций. // Известия вузов. Строительство и архитектура. -1984.- №7.- с.1-9.
2. Чернов Н.Л., Шибанин В.С. Расчет прочности статически неопределимых систем при ограниченных пластических деформациях. // Известия вузов. Машиностроение, 1986, № 4, с. 3-6.
3. Шибанин В.С. Прочность изгибаемых стальных стержневых конструкций при учете физической и геометрической нелинейности в области ограниченных пластических деформаций. Докторская диссертация. –Одесса, -1993.
4. Шибанін В.С., Хилько І.І. Міцність бісталевих стержнів при згині з поздовжньою силою з врахуванням деформованої схеми в області обмежених пластичних деформацій. // Вісник аграрної науки Причорномор'я. -1998.- вип.2.- с.123-128.
5. СНИП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия. Дополнения. Раздел 10: Прогибы и перемещения. /Госстрой СССР.- М.,ЦИТП Госстроя СССР, 1989-с.8.
6. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул. –М.: Высшая школа, 1988, -240 с.
7. Богза В.Г., Чернов Н.Л., Шибанін В.С., Веремеенко Н.А. Установка для испытаний. – А.С. № 1146572, БН № 11, 1985.