

АНАЛІТИЧНІ ЗАЛЕЖНОСТІ РОЗРАХУНКУ ПРОГИНІВ СТЕРЖНІВ ПРИ
СКЛАДНОМУ ОПОРІ ЗА МЕЖЕЮ ПРУЖНОСТІ

В.С. Шebанін, І.І. Хилько

Кафедра вищої та прикладної математики, Миколаївський державний аграрний університет, вул. Паризької комуни, 9, м. Миколаїв, 54010, Україна

Розроблено методику розрахунку прогинів стиснуто-зігнутих стержнів при навантаженні їх зосередженою поперечною силою. Надано апроксимуючі аналітичні залежності розрахунку прогинів стержнів при складному опорі за межею пружності, які з достатнім ступенем точності можна використовувати в практичних розрахунках.

Разработана методика расчета прогибов сжато-изогнутых стержней при нагружении их сосредоточенной поперечной силой. Представлены апроксимирующие аналитические зависимости расчета прогибов стержней при сложном сопротивлении за пределами упругости, которые с достаточной степенью точности можно использовать в практических расчетах.

The strategy of the calculation of the briefly-bent bar deflections under loading them by concentrated transversal force has been described. Presented Approximated analytical dependencies of calculation of the bar deflections under the complex resistance outside the resiliency limits, which can be used in practical calculations have been presented.

(Ключові слова: стиснуто-зігнуті стержні, зосереджена поперечна сила, апроксимуючі аналітичні залежності, складний опір, достатній ступень точності).

При проектуванні металевих конструкцій важливе місце займає підвищення якості та удосконалення розрахунків, що дає можливість забезпечити зростання надійності, довговічності та економічності.

При розрахунку стержнів в області обмежених пластичних деформацій при складному опорі важливо дотримуватися вимог по їх міцності та жорсткості[1]. Саме тому однією з основних задач є одержання таких аналітичних залежностей прогинів

стержнів в області обмежених пластичних деформацій, які використовуються при практичному розрахунку з врахуванням деформованої схеми.

Для реалізації поставленої мети було розроблено відповідну методику для дослідження несучої здатності бісталевих стержнів при складному опорі за межею пружності. При розрахунку стержня використовувалися наступні припущення: ідеалізована діаграма Прандтля, гіпотеза плоских перерізів, деформативна теорія пластичності та критерій граничного стану – обмеження інтенсивності пластичної деформації величиною $\varepsilon_{ip,lim} = 0,002$ [2]. Це досягалося за допомогою методу поновлення граничної величини на кожному кроці ітераційного процесу, який гарантував збіг і ефективно зменшував кількість необхідних послідовних наближень [3].

При розробці методики розрахунку міцності стержнів враховували відмінності в роботі бісталевих двуграврових перерізів при наявності поздовжньої сили, в порівнянні з моносталевими перерізами які приводять до появи різних кривизн поздовжньої осі стержня і, відповідно, до різних прогинів стержня. Поява різних прогинів внецентренно-стиснутих і внецентренно-розтянутих стержнів, виготовлених із однієї чи двох марок сталі, приводить до різної поведінки їх при роботі в області обмежених пластичних деформацій з врахуванням деформованої схеми.

Обидва стержні нагружалися однаковими поздовжніми силами. Поперечне навантаження визначалося з умови розвитку в найбільш напруженому перерізі граничної пластичної деформації $\varepsilon_{ip,lim}$ з врахуванням деформованої схеми і для бісталевого стержня воно більше, чим для моносталевого. Зона розвитку пластичних деформацій в бісталевих і моносталевих стержнях визначається рівнем згинального моменту M_{SN} - максимального в межах пружності. При цьому текучість виникає в моносталевому стержні пізніше і зона пружньо-пластичної роботи в ньому значно менша. В зв'язку з цим прогини в бісталевому стержні більші ніж прогини моносталевого стержня, що приводить при однакових поздовжніх силах до різних величин моментів M_x , які визвані викривленням осі стержня з врахуванням впливу деформованої схеми при розрахунку бісталевого і моносталевого стержня.

Згідно розробленої методики [4] було розроблено алгоритм розрахунку міцності бісталевих стержнів, який потім був реалізований у вигляді програми на мові TURBO CІ на ПЕОМ [5].

Для першої ітерації епюра згинаючих моментів за деформованою схемою $M_{d,i}$ бралася рівною граничній епюрі моментів M , що була визначена за

недеформованою схемою, при умові, що $M_{max} = M_{lim}$. Далі визначалися ті перерізи, в яких значення згинаючого моменту $M_{d,i}$ було більше значення найбільшого моменту M_{SN} , обчисленого в межах пружної роботи стержня при врахуванні сили N . В кожному з перерізів, використовуючи метод ділення відрізка пополам, будувалася епюра нормальних напруг σ_i , знаходилися повні кривизни χ_i , за допомогою метода Мора [6] знаходилися повні прогини Y_i і вносилися зміни в вид попередньої епюри згинаючих моментів $M_{d,k-1}$ з використанням методу послідовних наближень на кожному k -му кроці ітераційного процесу і як результат визначалася епюра згинаючих моментів $M_{d,i}$ з врахуванням деформованої схеми

$$M_{d,i} = M_{p,i} - N \cdot Y_i$$

поки не досягалася необхідна точність результату.

Використовуючи розроблену програму, були проведені розрахунки по дослідженню несучої здатності бісталевих стержнів за межею пружності симетричного та асиметричного перерізу різної довжини при навантаженні їх зосередженою поперечною силою P в поєднанні з поздовжньою силою N , які викликали досягнення граничної пластичної деформації $\epsilon_{ip,lim} = 0.002$ у найбільш навантаженому перерізі.

В результаті розрахунку були одержані таблиці корегуючих коефіцієнтів ν для уточнення формули пружно-пластичного розрахунку міцності стержня за критерієм обмежених пластичних деформацій, отриманої раніше без врахування деформованої схеми та ряд аналітичних залежностей за результатами статистичної обробки одержаних даних.

При побудові апроксимуючих ліній використовувався метод найменших квадратів [7], суть якого полягала в тому, щоб теоретична лінія апроксимуючої кривої

\hat{Y}_i проходила б максимально близько до фактичного значення Y_i , тобто щоб виконувалася умова

$$\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \min.$$

В результаті проведеного дослідження були одержані наступні аналітичні залежності.

1. Залежність розміщення відносної точки в якій досягнуто максимальний прогин стержня в області обмежених пластичних деформацій – $X_{max} = \frac{X_m}{l}$ (X_m – відстань від лівого кінця стержня до точки з максимальним прогином стержня, l – довжина стержня (рис.1)) від відносної точки прикладення зосередженої сили –

$X = \frac{X_p}{l}$ (X_p – відстань від лівого кінця стержня до точки прикладення поперечної

сили), відносної величини поздовжньої сили – $R = \frac{N}{N_{lim}}$ та відносної довжини

стержня - $Z = \frac{l}{l_0}$, тобто залежність виду $X_{max} = f(X, R, Z)$.

Для бісталевих стержнів і прикладеної стискуючої сили було одержано таку модель

$$\hat{X}_{max} = 0,4213 - 0,0501X + 0,0435XR - 0,0073XZ - 0,0062RZ + 0,4223X^2 + 0,0119R^2.$$

Детальний аналіз коефіцієнтів одержаної аналітичної залежності свідчить про те, що найвагоміший вплив на значення X_{max} мають відносна точка прикладення зосередженої сили (X) та відносне значення поздовжньої сили (R), а найменший вплив має відносна довжина стержня (Z). При цьому найбільше значення відхилення

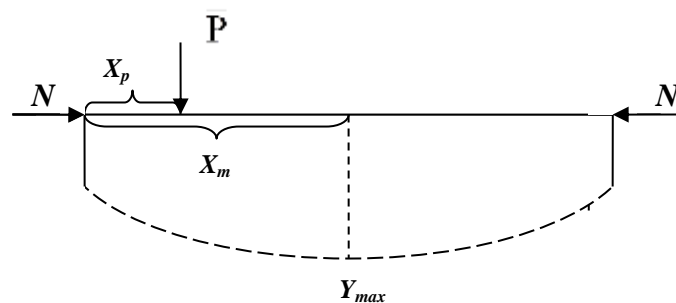


Рис.1

фактичного значення X_{max} від наближеного \hat{X}_{max} не перевищує 2,7%. . Аналіз одержаних результатів показав, що максимальний прогин стержня знаходиться в межах від 0,441 до 0,51.

2. Залежність корегуючого коефіцієнта $k = \frac{Y_{plast}}{Y_{ypr}}$, де Y_{plast} – прогин в точці

за умови досягнення пластичної деформації $\varepsilon_{ip,lim} = 0,002$, Y_{ypr} – прогин в точці, досягнений за умови необмежено пружної роботи від тих же параметрів X, R та Z , що і раніше, тобто залежність виду $k = f(X, R, Z)$.

Для бісталевих стержнів і прикладеної стискуючої сили було одержано таку модель

$$k = 1,0943 + 0,0242 \frac{l}{X} + 0,3018R - 0,1066Z - 0,0055R \frac{l}{X} + 0,0017Z \frac{l}{X} - 0,2010RZ + 0,0005 X^2 + 0,1918 R^2 + 0,0198 Z^2.$$

Аналіз коефіцієнтів даної аналітичної залежності говорить про те, що найбільш суттєво на значення корегуючого коефіцієнта k впливають значення відносної точки прикладення сили (X) та відносної величини поздовжньої сили (R). При цьому максимальне відхилення точного значення k від наближеного значення \hat{k} не перевищує 7,6%.

3. Залежність прогину стержня Y в кожній його точці X від Y_{max} – максимального прогину стержня, X_m – відстані від лівого кінця стержня до точки, в якій досягнуто Y_{max} , l – довжини стержня, тобто залежність виду $Y = f(X)$. Для побудови даної залежності розглядалися різні види кривих. Але найбільш точну модель стержня дають криві, які включають в своє аналітичне зображення тригонометричні функції, а саме

$$Y = \begin{cases} Y_{max} \sin \frac{\pi X}{2 X_m} & , \text{при } X \leq X_m \\ Y_{max} \sin \frac{\pi(l - X)}{2(l - X_m)} & , \text{при } X > X_m \end{cases}$$

Відносна похибка між теоретичним і фактичним значеннями прогинів не перевищує 1% в середній частині стержня і досягає 6% на його кінцях.

Для підтвердження адекватності одержаних теоретичних результатів були проведені відповідні експериментальні дослідження дійсної роботи стиснуто-зігнутих

стержнів в області обмежених пластичних деформацій. Проведені дослідження показали, що теоретичні та експериментальні лінії в пружно-пластичній області незначно відрізняються у бік запасу міцності.

ВИСНОВКИ

1. Відмінності в поведінці моностаєвих і бістаєвих стержнів вказують на необхідність врахування деформованої схеми при дослідженні дійсної роботи бістаєвих стержнів в області обмежених пластичних деформацій.

2. Одержані апроксимуючі аналітичні залежності з достатнім рівнем достовірності можна використовувати при розрахунку бістаєвих стержнів в області обмежених пластичних деформацій при складному опорі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Рекомендации по расчету стальных конструкций по критерию ограниченных пластических деформаций. –М., 1985, с. 3-4.

2. Чернов Н.Л., Стрелецкий Н.Н., Любаров Б.И. Расчеты стальных конструкций на прочность по критерию ограниченных пластических деформаций. // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1984, № 7, с. 1-9.

3. Чернов Н.Л., Шибанин В.С. Расчет прочности статически неопределимых систем при ограниченных пластических деформациях. // Известия вузов. Машиностроение, 1986, № 4, с. 3-6.

4. Шибанин В.С. Прочность изгибаемых стальных стержневых конструкций при учете физической и геометрической нелинейности в области ограниченных пластических деформаций. Докторская диссертация. –Одесса, 1993.

5. Шибанин В.С., Хилько І.І. Міцність бістаєвих стержнів при згині з поздовжньою силою з врахуванням деформованої схеми в області обмежених пластичних деформацій. // Вісник аграрної науки Причорномор'я 1998, вип.2, с.123-128.

6. Щербина Н.И. Определение прогибов в стальных балках при подвижных нагрузках в области пластических деформаций. // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1978, № 4.

7. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул. – М.: Высшая школа, 1988, -240 с