МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ ТА УПРАВЛІННЯ

Кафедра економічної кібернетики і математичного моделювання

МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ

контрольні індивідуальні завдання та методичні рекомендації
для самостійної роботи студентів факультету менеджменту
денної та заочної форм навчання
напряму підготовки 6.030601 «Менеджмент»

Миколаїв
2015

УДК 519.85
ББК 22.19
М 34

Розглянуто на засіданні науково-методичної комісії факультету менеджменту Миколаївського національного аграрного університету від 24 листопада 2015 року, протокол № 3.

Друкується за рішенням науково-методичної ради Миколаївського національного аграрного університету від 23 грудня 2015 року, протокол № 4.

Укладачі:

О. В. Шебаніна - д-р. екон. наук, професор, професор кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

А. М. Жорова – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

І.І. Хилько - старший викладач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

М. А. Домаскіна - канд. екон. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

С. І. Тищенко - канд. пед .наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

М. О. Єгорова – асистент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

І. П. Атаманюк – канд. техн. наук, доцент кафедри вищої та прикладної математики Миколаївського національного аграрного університету

А. В. Швед – канд. техн. наук, старший викладач кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського державного університету імені Петра Могили

ЗМІСТ

ВСТУП

Застосування математичних методів та комп'ютерної техніки в сільському господарстві в змозі принести значно більший ефект, ніж в будь-якій іншій галузі народного господарства. Математичне програмування є стандартним методом, що застосовується до вивчення економічних процесів, об'єктів і систем, прогнозування їх станів, проведення імітаційних експериментів.

У методичних вказівках для моделювання використовується табличний процесор MS Excel, який є складовою MS Office, не потребує установки і опанування додаткових програмних продуктів. Електронні таблиці MS Excel є типовою формою комп'ютерної моделі, в якій можна вивчати вплив зміни величини, яка знаходяться в одній із комірок таблиці, на значення величин, які знаходяться в інших комірках і пов'язані з першою формулами.

Моделювання з використанням Excel дозволяє одержувати і досліджувати широкий спектр математичних моделей, зокрема, математичні моделі, що представлені у вигляді алгебраїчних рівнянь, регресійні моделі, розв'язувати задачі лінійного програмування, а також здійснювати статистичний і графічний аналізи дослідних даних. Тобто, Excel може бути використаний як для дослідження раніше одержаних моделей, так і для побудови моделей за експериментальними даними. Один раз створений алгоритм обчислень, або побудови моделі може бути збережений в якості шаблону, макросу, або сценарію, який використовують багаторазово при побудові інших аналогічних моделей, що відрізняються вхідними даними.

Методичні вказівки для контрольних індивідуальних завданьта методичні рекомендації для самостійної роботи призначені для набуття навичок застосування засобів інформаційних технологій для:
- проведення статистичних розрахунків та аналізу дослідних даних;
- проведення порівняльного аналізу дослідних даних з метою виявлення і відбору значущих факторів та оцінки сили їх впливу на параметри оптимізації;
- побудови лінійних та нелінійних одно- і багатофакторних моделей за даними пасивного і активного експериментів;
- розв'язування задач лінійного програмування;
- графічного аналізу математичних моделей і результатів статистичних розрахунків.

1. **КОНТРОЛЬНІ ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ**

Завдання І.

1. Знайти оптимальний план задачі лінійного програмуавання симплекс методом або методом штучного базису (М-методом).
2. Побудувати двоїсту задачу до заданої задачі лінійного програмування.
3. Визначити оптимальний план двоїстої задачі, застосовуючи першу теорему двоїстості.
4. Знайти оптимальний план прямої та двоїстої задач лінійного програмування за допомогою надбудови MS Excel «Поиск решений».
5. Дати економічну інтерпретацію парі двоїстих задач та їх оптимальних розв’язків.

Завдання ІІ.

1. Скласти математичну модель транспортної задачі.
2. Знайти початкові опорні плани задачі за:

   а) методом північно-західного кута;

   б) методом мінімальної вартості;

   в) методом подвійної переваги;

   г) методом апроксимації Фогеля.

Порівняти отримані початкові плани.

3. Знайти оптимальний план задачі методом потенціалів.
4. Розв’язати задачу за допомогою надбудови Excel «Поиск решений».

1.1. ІНДИВІДУАЛЬНЕ КОНТРОЛЬНЕ ЗАВДАННЯ ДЛЯ СТУДЕНТІВ ЗАОЧНОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ

Завдання I

Варіант 1	Варіант 2
$Z = 8x_1 + 6x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \le 11; \\ 4x_1 + x_2 \le 8; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = x_1 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 + 3x_2 \le 12; \\ 3x_1 - 8x_2 \le 24; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 3	**Варіант 4**
$Z = 3x_1 + 4x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 8; \\ x_1 + 4x_2 \le 10; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = -x_1 \to \min;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \le 9{,}5; \\ 5x_1 - 6x_2 \le 6; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 5	**Варіант 6**
$Z = x_1 + x_2 \to \max;$ $\begin{cases} -7x_1 + 3x_2 \le 7; \\ 6x_1 - 2x_2 \le 5; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = -x_1 - x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 8; \\ x_1 - x_2 \le 1{,}5; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 7	**Варіант 8**
$Z = x_1 - x_2 + 2x_3 \to \max;$ $\begin{cases} 9x_1 - x_2 + x_3 \le 1; \\ x_1 + x_2 - x_3 \le 2; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \le 4; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = x_1 - x_2 + 2x_3 \to \min;$ $\begin{cases} 9x_1 - x_2 + x_3 \le 1; \\ x_1 + x_2 - x_3 \le 2; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \le 4; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 9	**Варіант 10**
$Z = 6x_1 + 4x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 3; \\ x_1 - 2x_2 \le 2; \\ 3x_1 + 2x_2 \le 1; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 6x_1 - 4x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 3; \\ x_1 - 2x_2 \le 2; \\ 3x_1 + 2x_2 \le 1; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 11	**Варіант 12**
$Z = 9x_1 + x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \le 8; \\ 2x_1 + x_2 \le 5; \\ x_1 + x_2 \le 1; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = -3x_1 - 4x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 8; \\ x_1 + 4x_2 \le 10; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$

Варіант 13	Варіант 14
$Z = 13x_1 - x_2 \to \max;$ $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 3; \\ 2x_1 - 2x_2 \le 5; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 3x_1 - 2x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 2; \\ x_1 - 2x_2 \ge -1; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 15	Варіант 16
$Z = 8x_1 - 9x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \le 5; \\ -x_1 - x_2 \le 7; \\ 6x_1 + 2x_2 \le 1; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 2x_1 + 3x_2 \to \min;$ $\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \le 9; \\ x_1 + x_2 \le 6; \\ 2x_1 - x_2 \le 10; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 17	Варіант 18
$Z = 3x_1 + 3x_2 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 \ge 6; \\ 3x_1 + 2x_2 \le 36; \\ x_2 \le 13; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 3x_1 + 3x_2 \to \min;$ $\begin{cases} x_1 - 3x_2 \ge 6; \\ 3x_1 + 2x_2 \le 36; \\ x_2 \le 13; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 19	Варіант 20
$Z = x_1 + 2x_2 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \le \frac{8}{3}; \\ x_1 + x_2 \ge \frac{4}{3}; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = x_1 + 2x_2 \to \min;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \le \frac{8}{3}; \\ x_1 + x_2 \ge \frac{4}{3}; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 21	Варіант 22
$Z = -2x_1 + x_2 + 5x_3 \to \min;$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \le 4; \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 \le 4; \\ x_1 - x_2 - x_3 \le -1; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = -2x_1 + x_2 - 5x_3 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \le 4; \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 \le 4; \\ x_1 - x_2 - x_3 \le -1; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 23	Варіант 24
$Z = -5x_1 + 10x_2 - x_3 \to \max;$ $\begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 \le 4; \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 \le 4; \\ x_1 - x_2 - x_3 \le -1; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = -5x_1 + 10x_2 \to \min;$ $\begin{cases} x_1 + 7x_2 + 2x_3 \le 3{,}5; \\ -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \ge 1{,}5; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$

Варіант 25	Варіант 26
$Z = 3x_1 - x_2 + 2x_3 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 \ge 2; \\ x_1 - x_2 \ge 1; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = x_1 + 2x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \ge 3; \\ 3x_1 - x_2 \le 0; \\ x_1 - x_2 \ge 3; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 27	Варіант 28
$Z = x_1 - x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 3x_1 + x_2 \ge 3; \\ 3x_1 + x_2 \ge 0; \\ x_1 - x_2 \le 3; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 3x_1 - 2x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 16; \\ -4x_1 + 2x_2 \le 8; \\ x_1 + 3x_2 \ge 9; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 29	Варіант 30
$Z = 3x_1 - 2x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 16; \\ -4x_1 + 2x_2 \le 8; \\ x_1 + 3x_2 \ge 9; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = -5x_1 + 4x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 \le 12; \\ -x_1 + 2x_2 \le 8; \\ x_1 + x_2 \ge 10; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 31	Варіант 32
$Z = -2x_1 - 3x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 \le 12; \\ -x_1 + 2x_2 \le 8; \\ x_1 + x_2 \ge 10; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 5x_1 - 3x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \ge 12; \\ -x_1 + 6x_2 \le 18; \\ x_1 - 3x_2 \le 3; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 33	Варіант 34
$Z = 5x_1 - 3x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \ge 12; \\ -x_1 + 6x_2 \le 18; \\ x_1 - 3x_2 \le 3; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = x_1 + 3x_2 \to \min;$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \ge 12; \\ -x_1 + 6x_2 \le 18; \\ x_1 - 3x_2 \le 3; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 35	Варіант 36
$Z = x_1 + 3x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \ge 12; \\ -x_1 + 6x_2 \le 18; \\ x_1 - 3x_2 \le 3; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 3x_1 - x_2 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 2; \\ -x_1 + 3x_2 \le 9; \\ 3x_1 - x_2 \le 12; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$

Варіант 37	Варіант 38
$Z = 3x_1 - x_2 \to \min;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 2; \\ -x_1 + 3x_2 \le 9; \\ 3x_1 - x_2 \le 12; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 2x_1 + x_2 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 2; \\ -x_1 + 3x_2 \le 9; \\ 3x_1 - x_2 \le 12; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 39	**Варіант 40**
$Z = -5x_1 + 10x_2 - x_3 \to \max;$ $\begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 \le \frac{3}{2}; \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 \le 4; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 4x_1 - 3x_2 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 \le 1; \\ 13x_1 + 2x_2 \le 26; \\ 2x_1 - 13x_2 \ge -26; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 41	**Варіант 42**
$Z = 8x_1 + 6x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 \le 11; \\ 4x_1 + x_2 \le 8; \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 5x_1 - 8x_2 + 2x_3 \to \min;$ $\begin{cases} 3x_1 + 17x_2 + 5x_3 \le 5; \\ -x_1 + x_2 - x_3 \ge -6; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 43	**Варіант 44**
$Z = 5x_1 - 8x_2 + 2x_3 \to \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 17x_2 + 5x_3 \le 5; \\ -x_1 + x_2 - x_3 \ge -6; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 2x_1 - x_2 + x_3 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 + x_3 \ge 4; \\ 2x_1 + x_3 \le 7; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 45	**Варіант 46**
$Z = 2x_1 - x_2 - x_3 \to \max;$ $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 \ge 2; \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 \le 6; \\ -x_1 - x_2 - x_3 \ge -7; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = 2x_1 + x_3 \to \min;$ $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \ge 4; \\ -x_1 + 2x_2 \le 4; \\ x_1 + x_2 + x_3 \ge 4; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 47	**Варіант 48**
$Z = x_1 - 2x_2 \to \max;$ $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \ge 7; \\ -x_1 + 4x_2 \le 5; \\ 4x_1 - 3x_2 \le 17; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0. \end{cases}$	$Z = x_1 + 2x_2 + x_3 \to \min;$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \ge 3; \\ x_1 + x_2 \ge 1; \\ 2x_2 + 3x_3 \ge 4; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$
Варіант 49	**Варіант 50**
$Z = 4x_1 + 5x_2 + x_3 \to \max;$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 10; \\ x_1 + 4x_2 \le 21; \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 \le 13; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{cases}$	$Z = x_1 + 10x_2 + 8x_3 \to \min;$ $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \ge -1; \\ x_1 - 3x_3 \ge -4; \\ x_1 - 2x_2 + 6x_3 \ge 9; \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0. \end{cases}$

Завдання II

Варіант 1

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	8	2	1	4	4	140
A_2	3	2	3	7	7	130
A_3	2	4	4	2	3	160
Потреби	120	70	60	130	500	

Варіант 2

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	5	4	2	2	6	125
A_2	1	3	9	8	3	165
A_3	6	9	7	7	1	130
Потреби	220	70	60	40	30	

Варіант 3

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	4	5	6	1	6	55
A_2	1	2	8	5	10	35
A_3	4	5	6	4	7	60
Потреби	20	30	40	25	35	

Варіант 4

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	14	4	2	10	15	190
A_2	5	8	3	7	12	160
A_3	13	16	12	18	6	230
Потреби	70	80	170	85	175	

Варіант 5

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	14	3	8	17	11	190
A_2	12	6	10	7	5	130
A_3	3	9	5	8	4	110
Потреби	120	80	100	110	120	

Варіант 6

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	5	17	9	4	11	180
A_2	4	3	12	2	8	165
A_3	12	9	7	11	6	175
Потреби	70	130	110	120	90	

Варіант 7

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	15	7	16	5	3	260
A_2	6	8	1	3	14	400
A_3	12	11	7	8	9	240
Потреби	180	230	200	190	100	

Варіант 8

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	3	11	7	4	2	250
A_2	9	1	9	2	9	300
A_3	2	4	6	5	3	270
Потреби	120	200	190	230	80	

Варіант 9

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	1	9	8	8	4	120
A_2	8	2	4	6	3	170
A_3	1	9	12	5	7	130
Потреби	220	90	40	40	30	

Варіант 10

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	4	8	11	12	14	400
A_2	8	13	10	6	18	520
A_3	12	7	5	3	21	330
Потреби	180	190	125	275	430	

Варіант 11

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	3	17	16	4	12	650
A_2	10	9	3	8	14	700
A_3	15	2	15	5	7	500
Потреби	380	550	200	200	420	

Варіант 12

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	20	14	10	6	15	100
A_2	9	5	3	11	7	400
A_3	7	18	8	4	2	350
Потреби	190	230	240	280	110	

Варіант 13

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	18	15	14	12	5	430
A_2	9	10	6	3	4	400
A_3	7	11	8	11	2	420
Потреби	250	210	300	270	160	

Варіант 14

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	20	14	25	3	10	125
A_2	11	9	12	16	15	100
A_3	20	19	35	46	48	175
Потреби	150	50	100	75	25	

Варіант 15

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	15	14	7	11	10	180
A_2	3	14	12	9	17	120
A_3	20	15	39	46	35	100
Потреби	100	60	90	70	80	

Варіант 16

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	9	1	20	14	9	120
A_2	7	5	12	35	3	100
A_3	4	6	10	15	7	180
Потреби	80	70	90	60	100	

Варіант 17

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10	34	15	16	15	125
A_2	14	16	13	9	42	225
A_3	22	4	16	17	12	250
Потреби	100	190	80	110	120	

Варіант 18

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	15	35	20	7	3	200
A_2	20	19	16	3	10	100
A_3	41	40	25	15	11	200
Потреби	80	100	70	130	120	

Варіант 19

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	15	31	3	9	35	180
A_2	3	14	10	12	42	80
A_3	7	20	21	16	47	240
Потреби	110	90	120	90	90	

Варіант 20

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	20	9	14	20	11	200
A_2	7	15	10	15	16	180
A_3	3	3	12	25	19	120
Потреби	100	110	145	70	75	

Варіант 21

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	1	2	9	7	3	170
A_2	15	3	10	11	9	110
A_3	12	16	15	2	19	120
Потреби	90	60	100	80	70	

Варіант 22

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	15	16	12	7	13	150
A_2	21	3	3	9	10	200
A_3	11	4	2	5	10	150
Потреби	80	60	110	140	110	

Варіант 23

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10	3	5	1	5	100
A_2	1	6	3	9	4	400
A_3	2	4	6	7	2	200
Потреби	45	65	320	50	220	

Варіант 24

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	12	6	3	21	21	30
A_2	5	11	8	6	11	40
A_3	2	2	9	3	10	90
Потреби	25	30	35	50	20	

Варіант 25

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	1	7	3	10	9	35
A_2	6	8	15	11	19	40
A_3	22	10	9	14	12	95
Потреби	25	30	35	50	30	

Варіант 26

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	1	7	14	18	11	35
A_2	8	14	10	16	3	45
A_3	5	7	11	4	3	50
Потреби	30	28	32	28	12	

Варіант 27

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	8	3	5	7	1	300
A_2	2	4	6	3	6	350
A_3	6	1	9	4	10	400
Потреби	200	300	200	100	250	

Варіант 28

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	3	2	4	3	8	16
A_2	6	1	7	14	3	40
A_3	4	2	1	9	5	24
Потреби	18	20	16	14	12	

Варіант 29

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10	5	11	5	1	320
A_2	14	12	8	2	3	300
A_3	7	10	15	8	9	380
Потреби	250	200	290	110	150	

Варіант 30

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	3	6	4	2	1	600
A_2	2	1	7	4	2	400
A_3	6	4	3	2	5	700
Потреби	400	250	350	200	500	

Варіант 31

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	6	2	3	4	1	30
A_2	6	4	7	3	2	35
A_3	4	2	1	2	5	40
Потреби	20	30	30	10	35	

Варіант 32

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2	8	4	3	11	30
A_2	7	11	10	5	4	35
A_3	3	7	16	8	14	40
Потреби	20	30	20	10	25	

Варіант 33

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	3	7	16	8	14	580
A_2	4	5	10	11	7	320
A_3	11	3	14	18	21	400
Потреби	280	220	200	250	350	

Варіант 34

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2	1	11	9	3	95
A_2	4	2	5	19	7	40
A_3	9	19	8	10	21	35
Потреби	25	30	35	50	30	

Варіант 35

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	12	23	8	3	6	30
A_2	14	7	2	15	9	40
A_3	14	18	9	12	36	90
Потреби	25	30	35	50	20	

Варіант 36

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	11	15	7	16	12	1100
A_2	18	26	10	34	22	3200
A_3	16	14	2	8	10	2700
Потреби	500	2500	1500	500	2000	

Варіант 37

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	18	14	6	15	5	160
A_2	8	4	11	6	12	220
A_3	4	8	32	14	19	180
Потреби	60	100	250	70	80	

Варіант 38

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	21	14	6	8	10	360
A_2	17	20	4	6	12	420
A_3	15	9	7	2	1	120
Потреби	90	280	110	220	200	

Варіант 39

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	4	8	14	9	10	80
A_2	4	17	24	5	6	20
A_3	8	12	20	7	19	120
Потреби	40	55	30	35	60	

Варіант 40

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	5	2	3	6	4	150
A_2	18	9	14	1	13	200
A_3	7	11	21	4	3	150
Потреби	80	110	60	140	110	

Варіант 41

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2	10	15	20	4	300
A_2	5	2	1	4	5	400
A_3	3	7	9	11	6	900
Потреби	250	300	350	500	200	

Варіант 42

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	15	12	25	15	18	285
A_2	2	1	14	3	12	195
A_3	1	3	20	7	11	120
Потреби	100	125	125	125	125	

Варіант 43

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	7	10	4	6	8	25
A_2	2	24	16	8	4	50
A_3	12	14	3	5	9	25
Потреби	15	10	35	15	25	

Варіант 44

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	15	11	25	15	18	350
A_2	20	10	14	3	12	50
A_3	15	3	20	7	11	100
Потреби	60	180	120	40	100	

Варіант 45

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	13	31	5	7	9	140
A_2	28	25	11	17	19	210
A_3	21	33	4	24	7	250
Потреби	80	75	120	45	280	

Варіант 46

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	13	12	11	15	3	125
A_2	7	25	14	20	9	225
A_3	12	16	15	20	18	250
Потреби	175	120	75	150	80	

Варіант 47

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	16	15	7	11	11	150
A_2	12	20	3	12	10	100
A_3	9	19	15	19	3	150
Потреби	70	100	70	50	110	

Варіант 48

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	9	6	11	5	15	200
A_2	20	12	10	14	3	200
A_3	15	9	3	20	7	100
Потреби	80	90	190	80	60	

Варіант 49

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	5	9	3	20	7	180
A_2	3	14	10	12	2	100
A_3	15	3	2	16	7	220
Потреби	140	110	80	100	70	

Варіант 50

Пункти постачання	Пункти призначення					Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	10	14	22	3	6	250
A_2	4	15	13	6	1	125
A_3	9	17	15	2	12	225
Потреби	120	110	80	190	100	

1.2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ТА ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО КОНТРОЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

Завдання 1

1. Знайти оптимальний план задачі лінійного програмуавання симплекс методом або методом штучного базису (М-методом).
2. Побудувати двоїсту задачу до заданої задачі лінійного програмування.
3. Визначити оптимальний план двоїстої задачі, застосовуючи першу теорему двоїстості.
4. Знайти оптимальний план прямої та двоїстої задач лінійного програмування за допомогою надбудови MS Excel «Поиск решений».
5. Дати економічну інтерпретацію парі двоїстих задач та їх оптимальних розв'язків.

Визначити оптимальний план задачі лінійного програмування симплексним методом:

$$Z = 48x_1 - 69x_2 + 58x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 + 5x_3 \le 4, \\ 7x_1 + x_2 - 6x_3 \le -1, \\ -6x_1 - 8x_2 + 4x_3 \ge -6. \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.$$

Розв'язання

1. Дану задачу можна розв'язати методом штучного базису (М-методом) або двоїстим симплекс методом. При розв'язанні ЗЛП методом штучного базису, права частина системи обмежень повинна бути невід'ємною, а знаки нерівності – будь-які. При розв'язанні ЗЛП двоїстим симплекс методом, права частина системи обмежень належить множині дійсних чисел, а знаки нерівності – $\le$.

2. Розв'яжемо задачу двоїстим симплекс методом. Для цього помножимо обидві частини третього обмеження системи на (-1).

$$\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 + 5x_3 \le 4, \\ 7x_1 + x_2 - 6x_3 \le -1, \\ 6x_1 + 8x_2 - 4x_3 \le 6. \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.$$

3. Запишемо задачу лінійного програмування в канонічній формі та визначимо ***початковий опорний план.***

Для цього перейдемо від обмежень-нерівностей до строгих рівнянь, увівши до лівої частини обмежень додаткові балансуючі змінні x_4, x_5, x_6, які за економічним змістом означають можливу, але невикористану сировину.

$$\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 + 5x_3 + x_4 = 4, \\ 7x_1 + x_2 - 6x_3 + x_5 = -1, \\ 6x_1 + 8x_2 - 4x_3 + x_6 = 6. \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Балансуючі змінні в цільову функцію вводяться з коефіцієнтом – 0.

$$Z = 48x_1 - 69x_2 + 58x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 \to \max$$

Запишемо систему обмежень ЗЛП у ***векторній формі:***

$$x_1 \overline{A}_1 + x_2 \overline{A}_2 + x_3 \overline{A}_3 + x_4 \overline{A}_4 + x_5 \overline{A}_5 + x_6 \overline{A}_6 = \overline{A}_0,$$

де

$$\overline{A}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \overline{A}_2 = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \overline{A}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \overline{A}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overline{A}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overline{A}_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Оскільки вектори A_4, A_5, A_6 – одиничні та лінійно-незалежні, то вони утворюють ***базис*** трьохвимірного простору; змінні які їм відповідають x_4, x_5, x_6 – ***базисні змінні***, решта змінних x_1, x_2, x_3 – ***вільні змінні.***

Прирівнявши вільні змінні до нуля, одержимо значення базисних змінних: $x_1 = x_2 = x_3 = 0 \Rightarrow x_4 = 4, x_5 = -1, x_6 = 6.$

Отже, ***початковий опорний план*** $X_0 = (0;\ 0;\ 0;\ 4;\ -1;\ 6)$, йому відповідає початкове значення цільової функції:

$$Z_0 = 48 \cdot 0 - 69 \cdot 0 + 58 \cdot 0 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 6 = 0.$$

Подальший розв’язок оформимо у вигляді симплекс-таблиці.

2. Складемо ***симплексну таблицю***

Ітерація 0.

Визначимо ***оціночний*** $(\boldsymbol{m+1})$ рядок на нульовій ітерації:

$$\Delta_0 = 0 \cdot 4 + 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 6 = 0;$$

$$\Delta_1 = (0 \cdot 4 + 0 \cdot 7 + 0 \cdot 6) - 48 = -48;$$

$$\Delta_2 = (0 \cdot 9 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 8) - (-69) = 69;$$

$$\Delta_3 = (0 \cdot 5 + 0 \cdot (-6) + 0 \cdot (-4)) - 58 = -58;$$

$$\Delta_4 = (0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0) - 0 = 0;$$

$$\Delta_5 = (0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0) - 0 = 0;$$

$$\Delta_6 = (0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1) - 0 = 0;$$

Симплексна таблиця

N	i	Ба-зис	$C_{баз}$	План	48	-69	58	0	0	0	θ	Базисний опорний план
					x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
0	1	x_4	0	4	4	9	5	1	0	0		$X_0=(0; 0; 0; 4; -1; 6)$
	2	x_5	0	-1	7	1	-6	0	1	0		
	3	x_6	0	6	6	8	-4	0	0	1		
	4	Z, Δ_j		0	-48	69	-58	0	0	0		
		θ		$b_2 < 0$	–	–	$\frac{-58}{-6}=9$	–	–	–		
1	1	x_4	0	3,167	9,833	9,833	0	1	0,833	0	0,322	$X_1=(0; 0; 0,167; 3,167; 0; 6,667)$
	2	x_3	58	0,167	-1,167	-0,167	1	0	-0,167	1	-0,143	
	3	x_6	0	6,667	1,333	7,333	0	0	-0,667	0	5	
	4	Z, Δ_j		9,667	-115,667	59,333	0	0	-9,667	0		
		θ		$b_i \geq 0$								
2	1	x_1	48	0,322	1	1	0	0,102	0,085	0		$X_2=(0,322; 0; 0,542; 0; 0; 6,237)$
	2	x_3	58	0,542	0	1	1	0,119	-0,068	0		
	3	x_6	0	6,237	0	6	0	-0,136	-0,780	1		
	4	Z, Δ_j		46,915	0	175	0	11,763	0,136	0	$\Delta_j \geq 0$	

3. Оскільки є числа $b_i < 0$: $b_2 = -1 < 0$ такі, що для них існують $a_{ij} < 0$ ($a_{23} = -6 < 0$), то в даному випадку виконується перехід до нового опорного плану. (Вибір напрямного рядка виконується за найбільшою абсолютною величиною від'ємних чисел стовпчика "План", тобто знаходиться $\max|b_i|, b_i < 0$. Вибір напрямного стовпчика виконується ра найменшою абсолютною величиною відношення оціночного $(m+1)$–го рядка до відповідних від'ємних елементів напрямного рядка, або згідно з формулою $\min\left(-\frac{\Delta_j}{a_{ij}}\right)$; $\Delta_j \geq 0$; $a_{ij} < 0$;)

Використовуючи напрямний елемент виконуємо розрахунок нової симплекс-таблиці. Визначаємо новий псевдо-план.

$a_{23} = -6$ – напрямний елемент. Будуємо нову ітерацію згідно ***методу Жордана-Гаусса.***

У першій ітерації третій стовпчик записуємо як одиничний з 1^* замість напрямного елементу a_{23}, другий рядок утворимо з елементів другого рядка попередньої ітерації поділених на число $a_{23} = -6$.

Інші елементи таблиці розраховуємо за ***правилом прямокутника.***

$\frac{4 \cdot (-6) - 5 \cdot 7}{-6} = 9{,}833;\ \frac{9 \cdot (-6) - 5 \cdot 1}{-6} = 9{,}833;\ \ldots$ Отримуємо новий опорний план. За допомогою ДСМ виключаються всі значення $b_i < 0$. Перевіряємо першу ітерацію. Всі $b_i > 0$. Переходимо до знаходження оптимального плану звичайним симплекс методом.

Перевіримо його на ***оптимальність*** згідно теореми оптимальності.

Оскільки в оціночному рядку (в четвертому) – два від'ємні значення $\Delta_1 = -115{,}667;\ \Delta_5 = -9{,}667,$ що суперечить умові оптимальності для задачі на max, то даний опорний план – ***неоптимальний.***

4. Для переходу до нової симплексної таблиці визначимо ***напрямний елемент.*** Спочатку визначимо напрямний стовпчик. Оскільки серед від'ємних оцінок Δ_1, Δ_5 ***найбільша за абсолютною величною*** $\Delta_1 = -115{,}667$, то перший стовпчик буде напрямним, позначимо його вертикальною стрілкою. Для визначення напрямного рядка визначимо симплексне відношення

$$\theta = \frac{b_i}{a_{ik}}:\ \theta_1 = \frac{3{,}167}{9{,}833} = 0{,}322;\ \theta_2 = \frac{0{,}167}{-1{,}167} = -0{,}143;\ \theta_3 = \frac{6{,}667}{1{,}333} = 5$$

і виберемо серед знайдених значень ***найменше*** $\theta_1 = 0{,}322$, яке відповідає першому рядку – напрямному, позначимо його горизонтальною стрілкою. На перетині напрямного стовпчика та напрямного рядка отримаємо напрямний елемент $a_{11} = 9{,}833.$

Отже, з базису виключаємо змінну x_4 і замість неї вводимо змінну x_1.

Будуємо нову ітерацію згідно ***методу Жордана-Гаусса.***

5. Одержаний опорний план знову перевіряємо на ***оптимальність.***

Оскільки усі значення оціночного рядка $\Delta_j > 0\ (j = \overline{1,6})$, то визначений ***опорний план оптимальний.***, при $x_1 = 0{,}322$; $x_2 = 0$, $x_3 = 0{,}543$.

Отже, $X_{\max} = (0{,}322; 0;\ 0{,}543; 0; 0;\ 0)$
і йому відповідає **оптимальне значення цільової функції** $Z_{\max} = 46{,}921$.

Для перевірки правильності обчислення підставимо знайдений розв'язок у лінійну функцію:

$$Z_{\max} = 48 \cdot 0{,}322 + -69 \cdot 0 + 58 \cdot 0{,}543 = 46{,}921.$$

Відповідь: $Z_{\max} = 46{,}921$; $x_1 = 0{,}322$; $x_2 = 0$, $x_3 = 0{,}543$.

Розв'яжемо дану задачу лінійного програмування

$$Z = 48x_1 - 69x_2 + 58x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 + 5x_3 \le 4, \\ 7x_1 + x_2 - 6x_3 \le -1, \\ -6x_1 - 8x_2 + 4x_3 \ge -6. \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.$$

за допомогою надбудови Excel «Поиск решений».

Заповнимо робочу сторінку наступним чином (рис. 1.1):

- внесемо до робочого листа коефіцієнти системи обмежень даної задачі, її праву частину та коефіцієнти цільової функції;
- відведемо комірки B8, C8 та D8 під значення змінних x_1, x_2, x_3;
- вираз для визначення цільової функції помістимо до комірки E5;
- у комірки B11:B13 введемо ліві частини обмежень: {=B2*$B$8+C2*$C$8+D2*$D$8}, {=B3*$B$8+C3*$C$8+D3*$D$8}, {=B4*$B$8+C4*$C$8+D4*$D$8}, а в комірки D11:D13 – праві частини, так як в поля діалогового вікна не можна вводити формули.

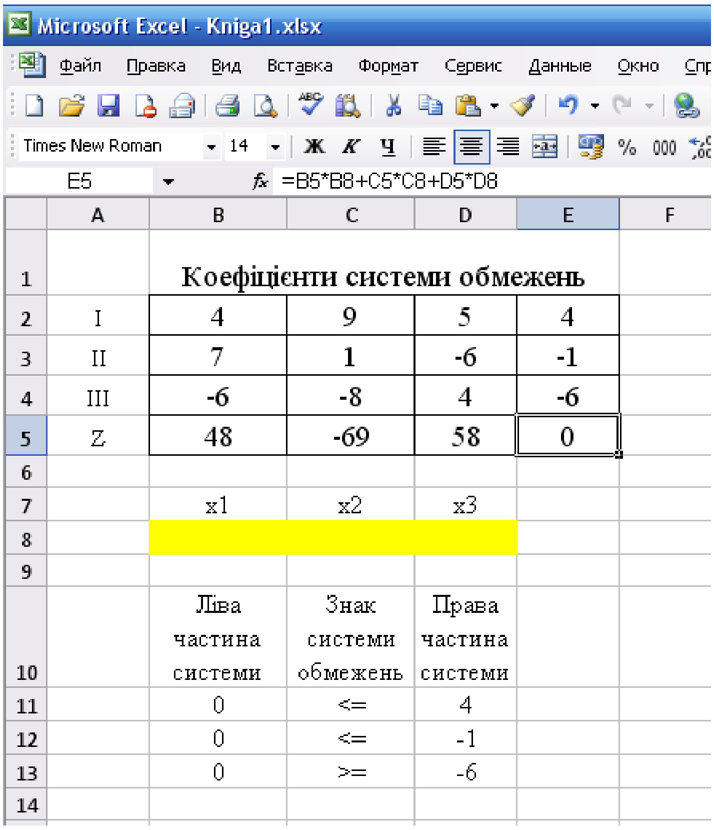


Рисунок 1.1 – Умова задачі.

Активізуємо діалогове вікно **Поиск решений** і заповнимо як показано на рис. 1.2.

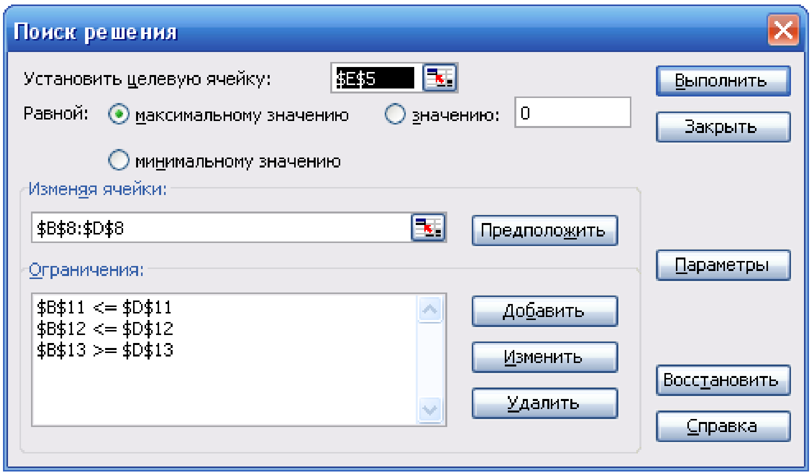


Рисунок 1.2 – Діалогове вікно «Пошук рішень» задачі

Клацаючи, на кнопку **Параметри** відмічаємо прапорцями, що модель є лінійною і змінні набувають лише невід’ємних значень (рис. 1.3).

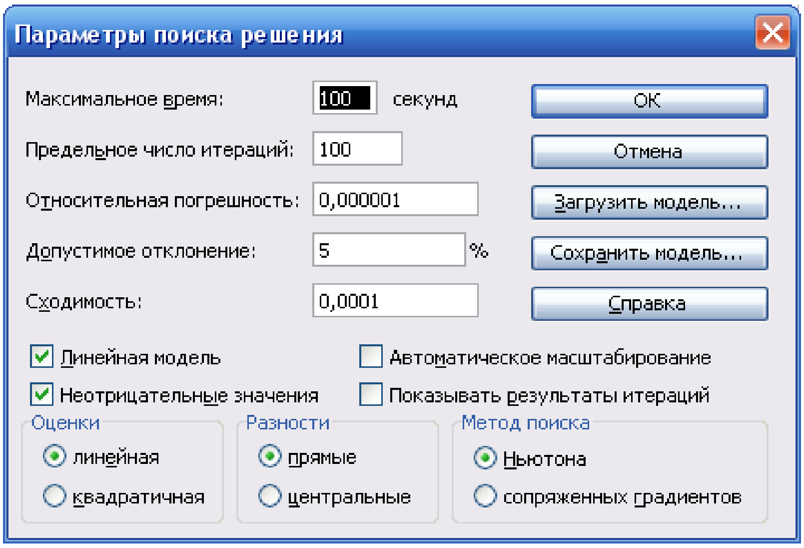


Рисунок 1.3 – Діалогове вікно «Параметри пошуку рішень»

Результати розрахунку задачі представлені на рис. 1.4:

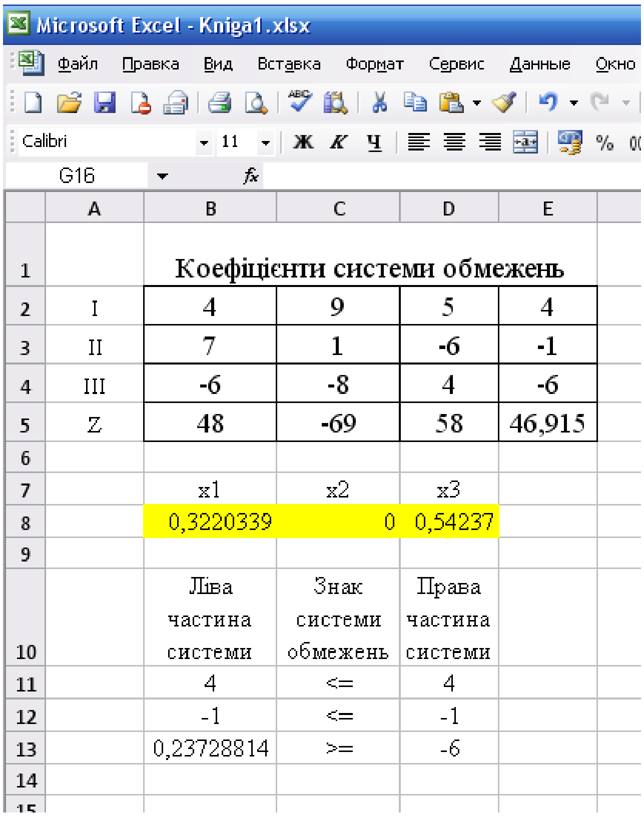


Рисунок 1. 4 – Результати розрахунку задачі.за допомогою надбудови Excel «Пошук рішень».

Відповідь: $Z_{\max} = 46{,}915$; $x_1 = 0{,}322$; $x_2 = 0$, $x_3 = 0{,}543$.

Складемо двоїсту задачу до даної:

$$Z = 48x_1 - 69x_2 + 58x_3 \to \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 + 5x_3 \le 4, \\ 7x_1 + x_2 - 6x_3 \le -1, \\ -6x_1 - 8x_2 + 4x_3 \ge -6. \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.$$

Так як задача направлена на знаходження максимального значення, то ліва частина системи обмежень повинна бути меншою або рівною правій. Помножимо обидві частини третьої нерівності системи на (-1). Маємо:

$$\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 + 5x_3 \le 4, \\ 7x_1 + x_2 - 6x_3 \le -1, \\ 6x_1 + 8x_2 - 4x_3 \le 6. \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.$$

Задача двоїста до даної буде направлена на знаходження мінімального значення, складатися з трьох невідомих y_1, y_2, y_3 та трьох обмежень.

Цільова функція двоїстої задачі приймає вигляд:

$$L = 4y_1 - y_2 + 6y_3 \to \min$$

Побудуємо матрицю системи обмежень прямої задачі:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 5 \\ 7 & 1 & -6 \\ 6 & 8 & -4 \end{pmatrix}$$

Побудуємо матрицю системи обмежень двоїстої задачі. Для цього транспонуємо матрицю A:

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 6 \\ 9 & 1 & 8 \\ 5 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

Система обмежень двоїстої задачі має вигляд:

$$\begin{cases} 4y_1 + 7y_2 + 6y_3 \ge 48 \\ 9y_1 + y_2 + 8y_3 \ge -69 \\ 5y_1 - 6y_2 - 4y_3 \ge 58 \\ y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,\ y_3 \ge 0 \end{cases}$$

Далі розв'язуємо задачу симплекс методом або за допомогою надбудови Excel «Пошук рішень».

Задача про оптимальний план виробництва

Підприємство має запаси 4-х видів ресурсів (борошно, жири, цукор, фінанси), з яких можна виготовляти 2 види продуктів (хліб, батон). Дано (таблиця 1.1): норми розходу ресурсів на виготовлення одиниці продукції, запаси ресурсів та ціна на одиницю продукції. Визначити оптимальний план розподілу цих ресурсів ($X = (x_1, x_2)$), за яким прибуток від реалізації виготовленої продукції має бути максимальним.

Таблиця 1.1

	Норми розходу ресурсів на виготовлення одиниці продукції		
Ресурси	**Хліб**	**Батон**	**Запаси ресурсів**
Борошно	0,60	0,50	120
Жири	0,05	0,09	75
Цукор	0,20	0,60	50
Фінанси	2,00	2,40	500
Ціна	0,99	1,21	

Побудова економіко-математичної моделі прямої задачі.

Нехай x_1 – кількість хліба, шт., що виробляється, а x_2 — кількість батонів, що виробляється. F – прибуток від реалізації виготовленої продукції. Необхідно знайти оптимальний план $X = (x_1, x_2)$ такий, щоб прибуток (ЦФ) $F = 0{,}99x_1 + 1{,}21x_2$ був максимальним.

Запишемо обмеження задачі. Згідно з умовою обмеженим є розхід ресурсів на виготовлення одиниці продукції (ліва частина обмежень), запаси ресурсів (права частина обмежень) та ціна на одиницю продукції.

$$\begin{cases} 0{,}6x_1 + 0{,}5\tilde{o}_2 \le 120 \ (\text{äëÿ áîðîøíà}) \\ 0{,}05x_1 + 0{,}09\tilde{o}_2 \le 75 \ (\text{äëÿ æèð³â}) \\ 0{,}2x_1 + 0{,}6\tilde{o}_2 \le 500 \ (\text{äëÿ öóêðó}) \\ 2{,}0x_1 + 2{,}4\tilde{o}_2 \le 500 \ (\text{äëÿ ô³íàíñ³â}) \\ \tilde{o}_1 \ge 0, \ \tilde{o}_2 \ge 0. \end{cases}$$

Побудова економіко-математичної моделі двоїстої задачі.

Для тих же початкових даних (норми розходу ресурсів на виготовлення одиниці продукції, запаси ресурсів та ціна на одиницю продукції) визначити оптимальні умовні оцінки (тіньові ціни) кожного з ресурсів, за яких оцінка загальних витрат ресурсів на них буде мінімальною за умови, що сумарна оцінка всіх ресурсів, які витрачаються на виготовлення одиниці будь-якого продукту, буде не меншою ніж ціна за одиницю цього продукту (умова рентабельності виробництва).

Нехай y_1, y_2, y_3, y_4 – вартісні оцінки (тіньові ціни) ресурсів, Z – загальні витрати на ресурси. Необхідно знайти такий двоїстий план $Y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$, щоб ЦФ (витрати на ресурси)

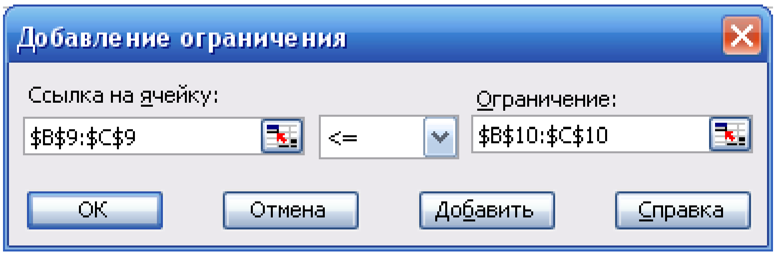
$$Z = 120y_1 + 75y_2 + 50y_3 + 500y_4 \to \min.$$

Ліва частина нерівностей визначає вартість всіх використаних ресурсів на виготовлення продукту, права – ціну продукту. Можемо витратити на ресурси більше, ніж заробити продажем, тому між лівою і правою частинами нерівностей ставимо знак логічної операції $\geq$.

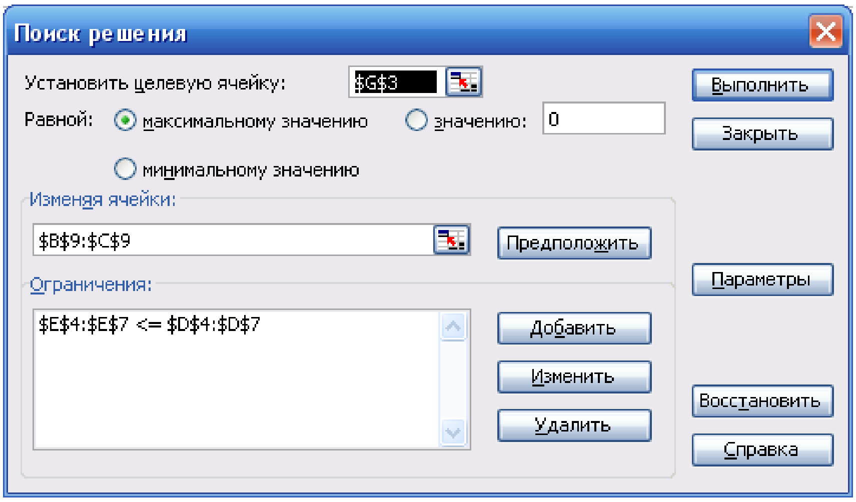
$$\begin{cases} 0{,}6\,\text{ó}_1 + 0{,}05\,\text{ó}_2 + 0{,}2\,\text{ó}_3 + 2{,}0\,\text{ó}_4 \geq 0{,}99\,(\text{äëÿ õë³áà}) \\ 0{,}5\,\text{ó}_1 + 0{,}09\,\text{ó}_2 + 0{,}6\,\text{ó}_3 + 2{,}4\,\text{ó}_4 \geq 1{,}21\,(\text{äëÿ áàòîí³â}) \\ \text{ó}_1, \text{ó}_2, \text{ó}_3, \text{ó}_4 \geq 0. \end{cases}$$

Розв’язання:

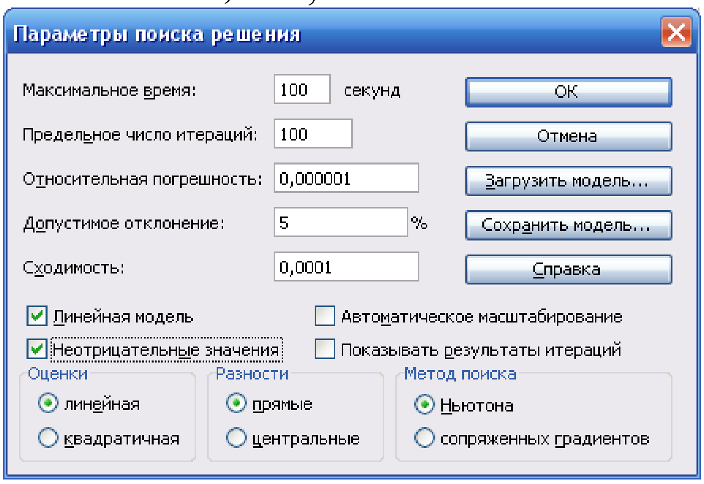
- курсор поставите в клітинку з формулою ЦФ і запустити програму-оптимізатор *Поиск решения* командою *Сервис–Поиск решения;*
- *у полі <u>Установить целевую ячейку</u>* упевнитись, що вказана відповідна адреса ЦФ;
- перемикачем <u>*Равной*</u> задати критерій максимізації ЦФ (максимум);
- курсор поставити в поле <u>*Изменяя ячейки:,*</u> мишкою виділити діапазон План (в полі буде вказаний віповіний діапазон адрес);
- натиснути кнопку <u>*Добавить,*</u> курсор встановити в ліву область (зона *Ссылка на ячейку:)* вікна <u>*Добавление ограничения,*</u> мишкою виділити діапазон Використано (з'являться відповідні адреси), в середній частині вікна встановити операцію $\leq$, курсор перевести в праву частину вікна (зона *Ограничение:),* мишкою виділити діапазон Запас
-



натиснути ОК – в зоні *Ограничения*: вікна *Поиск решения* з’явиться відповідне обмеження

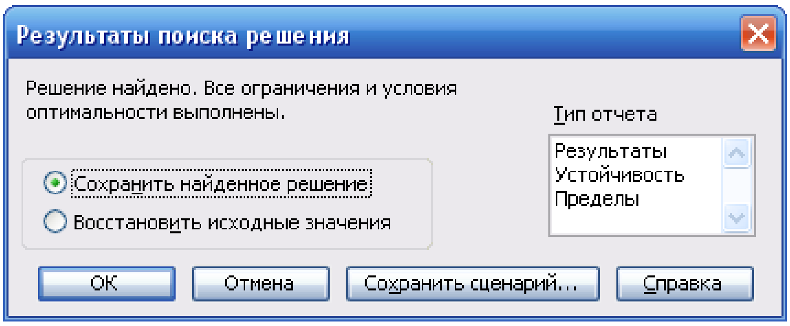


• натиснути на кнопку *Параметры,* у вікні *Параметры поиска решения* встановити «галочки» в позиціях *Линейная модель* та *Неотрицательные значения,* ОК;



• у вікні *Поиск решения* натиснути на кнопку *Выполнить.*

В результаті цих дій у вікні *Результаты поиска решения* отримаємо повідомлення про успішно знайдений оптимальний розв'язок



а в робочій таблиці з'являться значення:

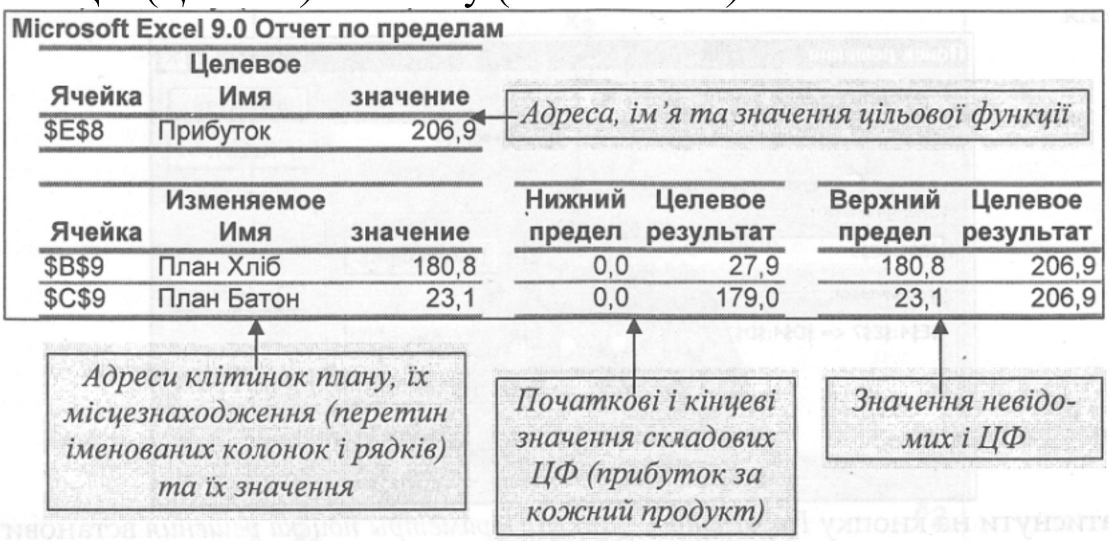
- оптимального плану (План);
- використаних ресурав (Використано);
- значення ЦФ (Прибуток):

Задача про оптимальний план				
Ресурси	**Хліб**	**Батон**	**Запас**	**Використано**
Борошно	0,60	0,50	120	120,0
Жири	0,05	0,09	75	11,1
Цукор	0,20	0,60	50	50,0
Фінанси	2,00	2,40	500	416,9
Ціна	0,99	1,21		206,9
План	**180,8**	**231**	**Прибуток =**	

Утримуючи клавшгу *Ctrl,* в зоні *Тип отчета,* виділити для виводу всі три звіти, які будуть розміщені на окремих аркушах робочої книги (Результаты, Устойчивость, Пределы), ОК.

Аналіз отриманих результатів (пряма та двоїста задачі)

Звіт *Отчет по пределам* складається з двох частин, що стосуються значень ЦФ (*Целевое)* та плану (*Изменяемое).*



Як бачимо, звіт *Отчет по пределам* містить результати, що вже в робочому документі, то ж його можна надалі не формувати взагалі.

Звіт *Отчет по устойчивости* (тобто, стійкості, більш точним за змістом був би переклад з оригшалу *sensitivity* - чутливість) є найбільш цікавим і корисним – він визначає чутливість <u>структури отриманого плану</u> до змін початкових даних і, відповідно, подальші дії менеджера з метою покращення ЦФ.

Цей звіт складається з двох частин, що стосуються змінних плану (*Изменяемые значения)* та обмежень (*Ограничения).* У ньому застосовуються поняття: *теневая цена* (для обмежень) та *нормированная стоимость* (для невідомих), значення яких є надзвичайно цінним аналітичним матеріалом.

Показник *теневая цена* (тіньова ціна) стосується правої частини обмеження, тобто, запасів ресурсів, відповідне значения вказує на певну «цінність» обмежуючого ресурсу у порівнянні з іншими ресурсами, тобто, тіньова ціна вказує, як зміниться значения ЦФ при зміні відповідного граничного значения (наприклад, запасу ресурсу) на одиницю. То ж порівнюючи між собою «цінності» дефіцитних ресурсів, менеджер свідомо й обгрунтовано приймає рішення щодо вибору і зміни, скажімо, запасу «найціннішого» ресурсу.

Показник «нормированная стоимость» (нормована вартість) стосується невідомих плану. Ця досить невдало перекладена назва не є адекватною оригіналу reduced cost, яку можна б перекласти, як «це ціна, яка зменшує (цільову функцію на максимум)». Цей показник показує, зокрема, як зменшиться значения ЦФ при вимушеному випуску невигідної продукції (її значення в плані нульове). Його друге значення стосується цінової політики – якою має бути ціна невигідного з позицій рентабельності продукту, щоб його стало вигідно випускати (для цього задану ціну треба збільшити на величину нормованої вартості).

Шуканий план має структуру й склад.

<u>Структура плану</u> – це назви (номери) продуктів з ненульовими значеннями (тобто, асортимент вигідних продуктів). Наприклад, в плані X=(5; 7; 0; 0; 25) структура плану це номери (1, 2, 5) продуктів, які треба випускати.

Зміни початкових даних – значень цін чи правих частин обмежень – можуть привести до ситуації, коли невигідні для виробництва продукти стануть вигідними і навпаки, тобто, зміниться структура плану. Підприємство неохоче сприймає нову структуру плану, бо це вимагає певного переобладнання і відповідних витрат. Тому для нього цікавою є інформація про те, наскільки стійким є отриманий план, тобто, чутливим щодо змін значень цін та обмежень. Дуже корисні показники *Допустимое увеличение* та *Допустимое уменьшение* вказують межі, коли структура плану не зміниться. Ці межі стосуються як невідомих плану, так і обмежень.

Microsoft Excel 9.0 Отчет по устойчивости

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. стоимость	Целевой Коэффициент	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
$B$9	План Хліб	180,8	0,0	0,99	0,46	0,587
$C$9	План Батон	23,1	0,0	1,21	1,76	0,385

Ограничения

Ячейка	Имя	Результ. значение	Теневая Цена	Ограничение Правая часть	Допустимое Увеличение	Допустимое Уменьшение
$E$4	Борошно Використано	120,0	1,4	120	30	78,3
$E$5	Жири Використано	11,1	0,0	75	1E+30	63,9
$E$6	Цукор Використано	50,0	0,9	50	49,1	10,0
$E$7	Фінанси Використано	416,9	0,0	500	1E+30	83,1

З нашої задачі видно, що дефіцитними ресурсами є борошно (№ 1) та цукор (№ 3), запаси яких вичерпано повністю. Тіньові ціни для них: 1,4 та 0,9, тобто, борошно «цінніше» за цукор. За кожну додаткову одиницю борошна ЦФ збільшиться на 1,4, а цукру - лише на 0,9 (дійсні ціни на них враховує вже сам менеджер). Запас борошна рекомендується збільшити не більше ніж на 30, бо, при більшому збільшенні борошно перестане бути дефіцитним. З точки зору економіки це буде означати, що гроші, вкладені у збільшення запасу понад рекомендацію, будуть «омертвлені», використані не ефективно.

Звіт *Отчет по результатам* стосується трьох складових задачі оптимізації: ЦФ (*Целевая ячейка*), плану (*Изменяемые ячейки*) та обмежень (*Ограничения*). Фактично, всі результати маємо в робочому документі. То ж цей звіт можна не формувати.

Висновок: для остаточного результату оптимізації потрібен лише звіт зі стійкості (точніше – чутливості) плану (*Отчет по устойчивости*).

Microsoft Excel 9.0 Отчет по результатам

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
$E$8	Прибуток	200,0	206,9

Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходно	Результат
$B$9	План Хліб	169,0	180,8
$C$9	План Батон	27,0	23,1

Ограничения

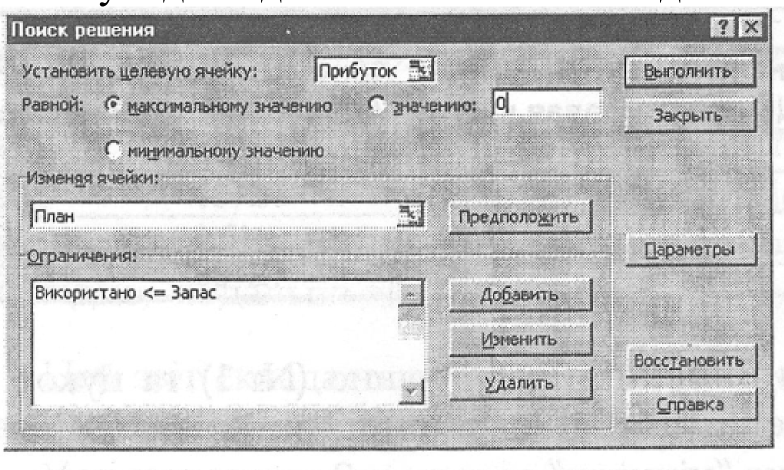
Ячейка	Имя	Значение	формула	Статус	Разница
$E$4	Борошно Використано	120,0	$E$4<=$D$4	связанное	0
$E$5	Жири Використано	11,1	$E$5<=$D$5	не связан.	63,9
$E$6	Цукор Використано	50,0	$E$6<=$D$6	связанное	0
$E$7	Фінанси Використано	416,9	$E$7<=$D$7	не связан.	83,1

Отримавши перший результат, бажано зробити робочий документ більш зручним, інформативним та відповідаючим додатковим вимогам шляхом внесення певних змін.

Внесення змін в модель

Зміна зовнішнього вигляду табличної моделі

Вважається, що в діловому документі краще мати справу з іменами, ніж з адресами діапазонів даних, за рахунок цього математична модель перетворюється в економіко-математичну модель. Для цього скористаємося процедурою присвоєння імен. Виконавши яку, отримаємо табличну модель такого вигляду, яка практиком-економістом сприймається краще. Модель такого зовнішнього вигляду повністю відповідає терміну «економіко-математична модель», де саме економічні показники використовуються у відповідній математичній моделі.



Внесення змін в постановку задачі і в модель

Створена економіко-математична модель задачі повинна враховувати реальну економічну ситуацію шляхом своєчасного введення відповідних обмежень.

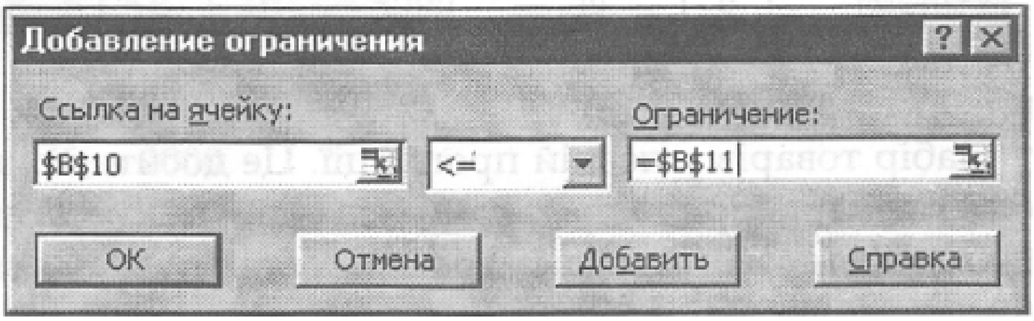
Ситуація: ми отримали оптимальний план, обмежений лише наявними ресурсами. У процесі його реалізації з'ясувалося, що кількість хліба обмежується (зверху, тобто, не більше ніж) попитом у 150 од.

Спочатку перебудуємо табличну модель, щоб мати змогу в робочому документі бачити всі необхідні результати зі звітів. Для цього додаємо відповідні стовпець (Т-ціна) і рядок (Н-вартість):

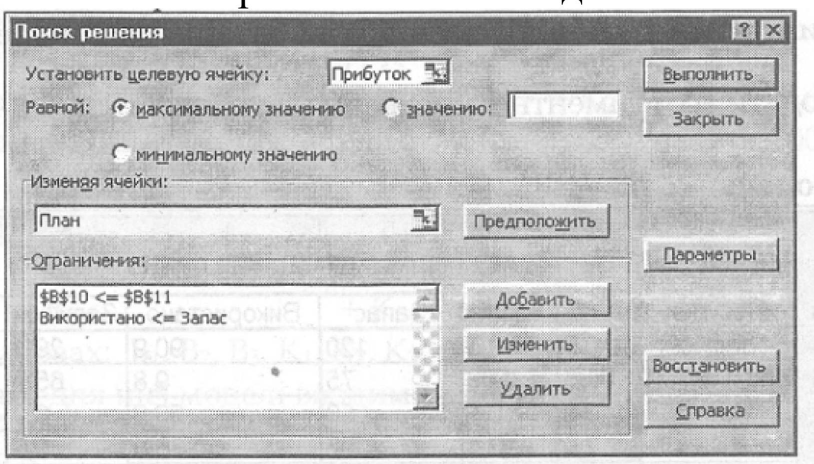
	A	B	C	D	E	F	G
1	Задача про оптимальний план						
2							
3	Ресурси	Хліб	Батон	Запас	Використано	Залишок	Т-ціна
4	Борошно	0,60	0,50	120	120,0	0,0	1,4
5	Жири	0,05	0,09	75	11,1	63,9	0,0
6	Цукор	0,20	0,60	50	50,0	0,0	0,9
7	Фінанси	2,00	2,40	500	416,9	83,1	0,0
8	Ціна	0,99	1,21	ЦФ=			
9	Прибуток	179,0	27,9	**206,9**			
10	План	**180,8**	**23,1**				
11	Попит (верх)	150					
12	Попит (нижн)						
13	Н-варт	0	0				

Введення додаткового обмеження:

- Команда *Сервис* → Поиск решения
- Кнопка *Добавить*



вікно *Поиск решения* тепер має такий вигляд:



Результат: нове обмеження привело до зниження значення ЦФ (206,9 - 188,8 =18,1), борошно вже не є дефіцитним ресурсом, а цукор став «ціннішим». Цікаво, що нормована вартість хліба (за смислом «ціна, що зменшує ЦФ») – додатнє число –0,6. Це означає, що збільшення випуску цього продукту збільшить ЦФ на 0,6 за кожну додаткову одиницю (бо ми самі занизили цю величину згідно з попитом):

	A	B	C	D	E	F	G
1	Задача про оптимальний план						
2							
3	**Ресурси**	**Хліб**	**Батон**	**Запас**	**Використано**	**Залишок**	**Т-ціна**
4	Борошно	0,60	0,50	120	106,7	13,3	0,0
5	Жири	0,05	0,09	75	10,5	64,5	0,0
6	Цукор	0,20	0,60	50	50,0	0,0	2,0
7	Фінанси	2,00	2,40	500	380,0	120,0	0,0
8	Ціна	0,99	1,21	ЦФ=			
9	Прибуток	148,5	40,3	**188,8**			
10	План	**150,0**	**33,3**				
11	Попит (верх)	150					
12	Попит (нижн)						
13	Н-варт	0,6	0				

<u>Внесення змін в початкові дані для пошуку нового плану</u>

Скористаємося тіньовою ціною на цукор, щоб збільшити загальний прибуток. Для цього треба збільшити запас цукру, але не більше ніж на 16 од. Отримано відповідний результат:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Задача про оптимальний план						
2							
3	**Ресурси**	**Хліб**	**Батон**	**Запас**	**Використано**	**Залишок**	**Т-ціна**
4	Борошно	0,60	0,50	120	120,0	0,0	1,4
5	Жири	0,05	0,09	75	12,9	62,1	0,0
6	Цукор	0,20	0,60	66	66,0	0,0	0,9
7	Фінанси	2,00	2,40	500	444,0	56,0	0,0
8	Ціна	0,99	1,21	ЦФ=			
9	Прибуток	148,5	72,6	**221,1**			
10	План	**150,0**	**60,0**				
11	Попит (верх)	150					
12	Попит (нижн)						
13	Н-варт	0	0				

2. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ДЕННОЇ ФОРМИ НАВЧАННЯ

Варіант 1.1

1. Для виробництва фарб двох видів підприємство використовує два види сировини: А та Б. Норми витрат та максимальні добові витрати сировини кожного виду, а також питомий прибуток від продажу 1т фарби кожного виду наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Вид сировини	Витрати сировини (в тонах) на 1 т фарби		Максимально можливий добовий запас, т
	Фарба 1	Фарба 2	
А	1	2	6
Б	2	1	8
Прибуток від реалізації 1 т фарби, тис. г.о.	3	2	

Вивчення ринку збуту виявило, що добовий попит на фарбу другого виду ніколи не перевищує попиту на фарбу першого виду більше, ніж на 1 т, а попит на фарбу другого виду не буває більшим 2 т на добу. Яку кількість фарби кожного виду має виробляти підприємство, щоб сумарний прибуток від реалізації був максимальним?

2. Розв’язати задачу лінійного програмування графічним методом.

$$F = 4x_1 - 3x_2 \to \max(\min)$$

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \le 20 \\ x_1 + 2x_2 \ge 10 \\ -7x_1 + 10x_2 \le 80 \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Варіант 1.2

1. Треба утворити суміш, яка містить три хімічні речовини А1, А2, А3. Відомо, що дана суміш повинна містити речовини А1 не менше 6 одиниць, речовини А2 не менше 8 одиниць, речовини А3 не менше 12 одиниць. Речовини А1, А2, А3 містяться в трьох видах продуктів П1, П2, П3 у концентраціях, що визначаються таблицею 2.2:

Таблиця 2.2

	Хімічні речовини		
Продукти	А1	А2	А3
П1	2	1	3
П2	1	2	4
П3	3	1,5	2

Вартість одиниці продукту П1 складає 2 гривні, одиниці продукту П2 – 3 гривні, одиниці продукту П3 – 2,5 гривні. Суміш повинна бути такою, щоб вартість використаних продуктів була найменшою.

2. Розв'язати задачу лінійного програмування графічним методом.

$$F = 2x_1 + 5x_2 \to \max (\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq \text{`}6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 5 \\ 4x_1 + x_2 \geq 8 \\ \text{-}x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Варіант 1.3

1. Для збереження нормальної життєдіяльності людина повинна на добу споживати білків не менше 120 умовних одиниць (ум. од.), жирів - не менше 70 і вітамінів - не менше 10 ум. од. Зміст їх в кожній одиниці продуктів $П_1$ і $П_2$ дорівнює відповідно (0,2; 0075, 0) і (0,1; 0,1; 0,1) ум. од. Вартість 1 од. продукту - 2 грн, -3 грн . Побудуйте математичну модель задачі, що дозволяє так організувати харчування, щоб його вартість була мінімальною, а організм отримав необхідну кількість поживних речовин.

2. Розв'язати задачу лінійного програмування графічним методом.

$$F = x_1 + 2x_2 \to \max (\min)$$

$$\begin{cases} \text{-}x_1 + 3x_2 \geq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1 + 4x_2 \geq 3, \\ \text{-}x_1 + 4x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Варіант 1.4

1. У пунктах А1 і А2 розміщені цегельні заводи, а в пунктах В1 і В2 – кар'єри, які постачають глину. Потреби заводів у глині не більші ніж продуктивність кар'єрів. Відомо скільки глини потрібно кожному заводу і скільки її добувають у кожному з кар'єрів. Відома також вартість перевезення 1 тони глини з кожного кар'єру до заводів. Як спланувати постачання заводів глиною, щоб витрати були найменшими, якщо всі необхідні дані наведено в таблиці 2.3:

Таблиця 2.3

Постачальник	Споживач		Запаси
	А1	А2	
В1	2	6	70
В2	5	3	30
Потреби	40	50	

2. Розв'язати задачу лінійного програмування графічним методом.

$$F = -2x_1 + 5x_2 \to \max\,(\min)$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \le 12, \\ x_1 + 2x_2 = 8, \\ x_1 + x_2 \ge 5, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Варіант 1.5

1. У студентській їдальні для виготовлення бутербродів трьох типів використовуються чотири види продуктів, загальні обсяги яких і норми витрат зазначені в таблиці 2.4. Відомий також прибуток, одержуваний їдальнею від реалізації однієї партії бутербродів кожного виду.

Таблиця 2.4

Вид продукту	Норми витрат продуктів (кг) на одну партію бутербродів типу			Наявність продуктів (кг)
	Б1	Б2	Б3	
S1	4	3	1	42
S2	3	5	4	56
S3	3	6	2	38
S4	5	7	3	40
Прибуток (грн.)	5	7	8	

Спланувати випуск партій бутербродів у таких кількостях, щоб загальний прибуток їдальні був максимальним. При цьому слід урахувати, що бутербродів першого типу необхідно приготувати не менше, ніж 4 партії.

2. Розв'язати задачу лінійного програмування графічним методом.

$$F = x_1 + 6x_2 \to \max\ (\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 10, \\ 3x_1 - 3x_2 \ge 6, \\ 2x_1 + 3x_2 \le 6, \\ 3x_1 + x_2 \ge 4, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Варіант 1.6

1. Чотири овочесховища кожен день забезпечують картоплею три магазини. Магазини подали заявки відповідно на 17, 12 і 32 т. Овочесховища мають відповідно 20, 20, 15 і 25 т. Тарифи перевезень (в гр. од. за 1 т) вказано в наступній таблиці 2.5:

Таблиця 2.5

Овочесховища	Магазини		
	1	2	3
1	2	7	4
2	3	2	1
3	5	6	2
4	3	4	7

Скласти план перевезень, що мінімізує сумарні транспортні витрати.

2. Розв'язати задачу лінійного програмування графічним методом.

$$F = x_1 + 6x_2 \to \max\ (\min)$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 12x_2 \ge 8, \\ 4x_1 + 2x_2 \le 10, \\ 3x_1 - 4x_2 \ge 2, \\ 4x_1 + 5x_2 \ge 8, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Варіант 1.7

1. Фірма спеціалізується на виробництві офісних меблів, зокрема вона випускає дві моделі збірних книжкових полиць — А та В. Полиці обох моделей обробляють на верстатах 1 та 2. Тривалість обробки (у хвилинах) однієї полиці кожної моделі подано таблицею 2.6.

Таблиця 2.6

Верстати	Тривалість обробки полиці, хв, за моделями	
	А	В
1	30	15
2	12	26

Час роботи верстатів 1 та 2 становить відповідно 40 та 36 год на тиждень. Прибуток фірми від реалізації однієї полиці моделі А дорівнює 50 у. о., а моделі В — 30 у. о. Вивчення ринку збуту показало, що тижневий попит на книжкові полиці моделі А ніколи не перевищує попиту на модель В більш як на 30 одиниць, а попит на полиці моделі В не перевищує 80 одиниць на тиждень.

Визначити обсяги виробництва книжкових полиць різних моделей, що максимізують прибуток фірми. Побудувати економіко-математичну модель поставленої задачі.

2. Розв'язати задачу лінійного програмування графічним методом.

$$F = 2x_1 + x_2 \to \min(\max)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \le 4 \\ -x_1 + x_2 \le 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \ge 6 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 24 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Варіант 1.8

1. Невелика птахоферма має розрахувати оптимальний кормовий раціон для 1000 курчат, яких вирощують до 8-тижневого віку. Нехтуючи тим, що тижневі витрати кормів для курчат залежать від їхнього віку, вважатимемо, що в середньому за 8 тижнів вони досягнуть маси 500г. З цією метою кормовий раціон курчат має задовольняти певні вимоги поживності. Сформулюємо ці вимоги у спрощеному вигляді, ураховуючи лише дві поживні речовини: білок і клітковину, що містяться у кормах двох видів — зерні та соєвих

бобах. Вміст поживних речовин у кожному кормі та їх вартість задано таблицею 2.7:

Таблиця 2.7

Корм	Вміст поживних речовин, %		Вартість 1кг корму, у. о.
	Білок	Клітковина	
Зерно	10	2	0,40
Соєві боби	50	8	0,90

Готова кормова суміш має містити не менш як 20 % білка і не більш як 5 % клітковини. Визначити масу кожного з двох видів кормів, що утворюють кормову суміш мінімальної вартості, задовольняючи вимоги до загальних витрат кормової суміші та її поживності.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$Z = -3x_1 + 2x_2 \to \max$$

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 \geq 0 \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ x_1 - 4x_2 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Варіант 1.9

1. На меблевій фабриці зі стандартних листів фанери потрібно вирізати 24, 28 і 18 заготовок трьох розмірів. Лист фанери можна розрізати двома способами. Кількість отриманих заготовок та площу відходів за кожного способу розрізування одного листа фанери наведено в таблиці 2.8:

Таблиця 2.8

Заготовка	Кількість отриманих заготовок, шт., за способами	
	першим	другим
1	2	6
2	4	4
3	2	3
Площа відходів, см^2	12	18

Скільки листів фанери та за яким способом слід розрізати, щоб отримати потрібну кількість заготовок з мінімальними відходами. Побудувати математичну модель.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$F = 2x_1 - 3x_2 \to \min(\max)$$

$$\begin{cases} -5x_1 + 3x_2 \le 15 \\ -2x_1 + 3x_2 \ge 0 \\ x_1 + x_2 \ge 2 \\ 2x_1 + x_2 \le 10 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Варіант 1.10

1. Маємо два склади готової продукції А1 і А2 з запасами однорідного вантажу 200 і 300 т. Цей вантаж необхідно доставити трьом споживачам: В1, В2, В3 в кількості 100, 150, 250 т відповідно. Вартість перевезень 1 т вантажу із складу А1 споживачам В1, В2, В3 дорівнює 5, 3, 6 грошових одиниць, а із складу А2 тим же споживачам 3, 4, 2 гр. од. відповідно. Скласти план перевезень, що мінімізує сумарні транспортні витрати.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$F = 2x_1 - x_2 \to \min(\max)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \le 12 \\ -2x_1 + x_2 \le 4 \\ x_1 - 3x_2 \le 0 \\ x_1 + 2x_2 \ge 2 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Варіант 1.11

1. Невелике сільськогосподарське підприємство спеціалізується на вирощуванні овочів, зокрема капусти та томатів, використовуючи для цього мінеральні добрива (фосфорні та калійні). Норми внесення мінеральних добрив під кожну культуру та запас добрив у господарстві наведено в таблиці 2.9:

Таблиця 2.9.

Мінеральні добрива	Норма внесення добрива, кг діючої речовини / га		Запас добрив, кг
	Капуста	Томати	
Фосфорні	150	400	6000
Калійні	500	300	9000

Під вирощування овочів відведено земельну ділянку площею 20 га. Очікуваний прибуток господарства від реалізації 1 ц капусти становить 10 ум. од., а 1 ц томатів — 20 ум. од. Середня врожайність капусти в господарстві дорівнює 300 ц/га, а томатів — 200 ц/га.

Визначити такий варіант розміщення культур на земельній ділянці, який максимізує прибуток господарства за умови, що витрати мінеральних добрив не перевищують максимально можливого запасу.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$F = 4x_1 - 7x_2 \to \min(\max)$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 5 \\ 5x_1 - 2x_2 \le 10 \\ x_1 - x_2 \le 1 \\ 2x_1 + x_2 \ge 2 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Варіант 1.12

1. Фірма виготовляє два види продукції А та В, використовуючи для цього два види сировини, добовий запас якої має не перевищувати відповідно 210 та 240 ум. од. Витрати сировини для виготовлення одиниці продукції кожного виду подано таблицею 2.10:

Таблиця 2.10.

Сировина	Норма витрат сировини, ум. од., для виготовлення продукції	
	A	B
1	2	5
2	3	4

Відділ збуту фірми вважає, що виробництво продукції В має становити не більш як 65 % загального обсягу реалізації продукції обох видів. Ціна одиниці продукції А та В дорівнює відповідно 10 та 40 дол. Визначити оптимальний план виробництва продукції, який максимізує дохід фірми. Записати економіко-математичну модель задачі та розв'язати її графічно.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$F = x_1 - 2x_2 \to \min(\max)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 20 \\ 4x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Варіант 1.13

1. Фірма виготовляє деталі до автомобілів, ринок збуту яких практично необмежений. Будь-яка деталь має пройти послідовну обробку на трьох верстатах, час використання кожного з яких становить 10 год/добу. Тривалість обробки, хв, однієї деталі на кожному верстаті наведено в таблиці 2.11:

Таблиця 2.11

Деталь	Тривалість обробки деталі, хв, за верстатами		
	1	2	3
А	10	6	8
В	5	20	15

Прибуток від оптової реалізації однієї деталі кожного виду становить відповідно 20 та 30 дол.

Визначити оптимальні добові обсяги виробництва деталей кожного виду, що максимізують її прибуток. Записати економіко-математичну модель задачі та розв'язати її графічно.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$F = 2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min(\max)$$

$$\begin{cases} -3x_1 + x_2 \le 1 \\ x_1 + x_2 \le 2 \\ x_1 - 2x_2 \le 0 \\ x_1 + 3x_2 \le 10 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Варіант 1.14

1. Підприємство виготовляє письмові столи типів А та В. Для одного столу типу А необхідно 2 м^2 деревини, а для столу типу В — 3 м^2. Підприємство може отримати до 1200 м^2 деревини за тиждень. Для виготовлення одного столу типу А потрібно 12 хв роботи обладнання, а для моделі В — 30 хв. Обладнання може використовуватися 160 год на тиждень. Оцінено, що за тиждень може бути реалізовано до 550 столів. Відомо, що прибуток від реалізації одного письмового столу типу А становить 30 дол., а типу В — 40 дол. Скільки столів кожного типу необхідно виготовляти за тиждень? Записати економіко-математичну модель задачі.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$F = -3x_1 + x_2 \rightarrow \min(\max)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \ge 1 \\ x_1 - x_2 \le 1 \\ 2x_1 + x_2 \le 4 \\ 2x_1 + 5x_2 \le 6 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Варіант 1.15

1. Підприємство електронної промисловості виготовляє дві моделі радіоприймачів, причому кожна модель складається на окремій технологічній лінії. Добовий обсяг виробництва першої лінії становить 60, а другої — 70 од. На один радіоприймач першої моделі витрачається 10 однотипних елементів електронних схем, а на радіоприймач другої моделі — 8. Максимальний добовий запас елементів, що використовуються у виробництві, становить 1000 од. Прибуток від реалізації одного радіоприймача першої та другої моделі дорівнює відповідно 35 та 25 дол. Визначити оптимальні

обсяги виробництва радіоприймачів обох моделей. Записати економіко-математичну модель задачі та розв’язати її графічно.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$F = 2x_1 + 3x_2 \to \min(\max)$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \le 4 \\ 3x_1 + 2x_2 \le 14 \\ x_1 - x_2 \le 3 \\ x_1 + 2x_2 \ge 10 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Варіант 1.16

1. Фірма спеціалізується на виробництві офісних меблів, зокрема вона випускає дві моделі збірних книжкових полиць — А та В. Полиці обох моделей обробляють на верстатах 1 та 2. Тривалість обробки (у хвилинах) однієї полиці кожної моделі подано таблицею 2.12.

Таблиця 2.12.

Верстати	Тривалість обробки полиці, хв, за моделями	
	А	В
1	30	15
2	12	26

Час роботи верстатів 1 та 2 становить відповідно 40 та 36 год на тиждень. Прибуток фірми від реалізації однієї полиці моделі А дорівнює 50 у. о., а моделі В — 30 у. о. Вивчення ринку збуту показало, що тижневий попит на книжкові полиці моделі А ніколи не перевищує попиту на модель В більш як на 30 одиниць, а попит на полиці моделі В не перевищує 80 одиниць на тиждень.

Визначити обсяги виробництва книжкових полиць різних моделей, що максимізують прибуток фірми. Побудувати економіко-математичну модель поставленої задачі.

2. Графічним методом визначити оптимальний план задачі лінійного програмування:

$$F = 2x_1 + x_2 \to \min(\max)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -4x_1 + 2x_2 \geq -8 \\ 2x_1 - 3x_2 \geq 2 \\ 5x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Варіант 1.17

1. Необхідно розподілити посівну площу під пшеницю та ячмінь таким чином, щоб одержати максимальну кількість продукції у вартісному вираженні, знаючи врожайність, ціну, витрати ресурсів механізованої і ручної праці на 1га посівної площі, а також обсяг наявних ресурсів:

Таблиця 2.13

Вид ресурсу	Норми витрат на 1га посівної площі		Загальна кількість ресурсів
	Пшениця	Ячмінь	
Механізована праця, год/га	1,6	1,8	4000
Ручна праця, год/га	2,4	2,0	6000
Урожайність, ц/га	20	25	
Ціна 1 ц продукції	6	4	

2. Знайти найбільше (найменше) значення функції $F = 8x_1 + 10x_2$ за обмежень

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 - 3x_2 \geq 3 \\ x_1 + 9x_2 \leq 27 \\ -2x_1 + 5x_2 \leq 7 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}.$$

Варіант 1.18

1. На трьох складах С1, С2, С3 є відповідно 90, 70, 50 тонн борошна, яке треба перевезти у крамниці К1, К2, К3, К4 відповідно у кількості 80, 60, 40, 30 тонн. Скласти оптимальний план перевезення борошна, якщо вартість перевезення 1 тонни в крамниці К1, К2, К3, К4 зі складу С1 дорівнює відповідно 2, 1, 3, 2 гривням, зі складу С2 – 2, 3, 3, 1 гривням, зі складу С3 – 3, 3, 2, 1 гривням.

2. Знайти найбільше (найменше) значення функції $F = 7x_1 + 6x_2$ за обмежень

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \ge 10 \\ 5x_1 + 2x_2 \ge 10 \\ x_2 + x_1 \le 6 \\ 0 \le x_2 \le 5 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

Варіант 1.19

1. Максимальна площа, яку господарство може використати під посадку плодових дерев, складає 1000га. На цій площі планується посадити три види дерев Р1, Р2 і Р3. Господарство має три типи обмежених ресурсів: S1 – орна земля; S2 – трудові ресурси; S3 – гроші та матеріали. Запаси ресурсів, витрати їх на 1га посадок і ціна продукції з одного гектара відповідної культури задані таблицею 2.14:

Таблиця 2.14

Типи ресурсів	Види дерев			Запаси ресурсів
	P1	P2	P3	
S1	1	1	1	1 тис. га
S2	100	60	200	200 тис. людино-днів
S3	400	200	800	600 тис.грн.
Ціна продукції з 1 га (тис. грн.)	3	2	5	

Треба знайти такі площі посадок дерев кожного виду, які б забезпечували максимальний прибуток від реалізації одержаної продукції.

2. Знайти найбільше (найменше) значення функції $F = 2x_1 - x_2$ за обмежень

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \ge -3 \\ 6x_1 + 7x_2 \le 48 \\ 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ x_1 + x_2 \ge 4 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

Варіант 1.20

Підприємство випускає чотири типи продукції, для чого використовує три види сировини. Дані про витрати сировини на одиницю продукції, обмеження на запаси сировини, а також величину прибутку від реалізації одиниці продукції наведено в таблиці 2.15:

Таблиця 2.15

Вид сировини	Витрати сировини на одиницю продукції				Запаси сировини
	P1	P2	P3	P4	
S1	2	2	4	5	28
S2	0	1	2	2	10
S3	2	1	0	6	14
Прибуток	2	4	6	1	

Треба так спланувати випуск продукції, щоб сумарний прибуток від її реалізації був максимальним.

2. Знайти найбільше (найменше) значення функції $F = 3x_1 - 2x_2$ за обмежень

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 14 \\ -3x_1 + 2x_2 \le 9 \\ 3x_1 + 4x_2 \ge 27 \\ 6x_1 - x_2 \ge -5 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{cases}.$$

2.1. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ТА ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Приклад 2.1. Фірма виготовляє два продукти А та В, що продаються відповідно по 8 та 15 центів за упаковку. Ринок збуту для кожного з них практично необмежений. Продукт А обробляється верстатом 1, а продукт В — верстатом 2. Далі обидва продукти упаковуються на фабриці. Схему виробництва продуктів А та В показано на рис. 2.1.

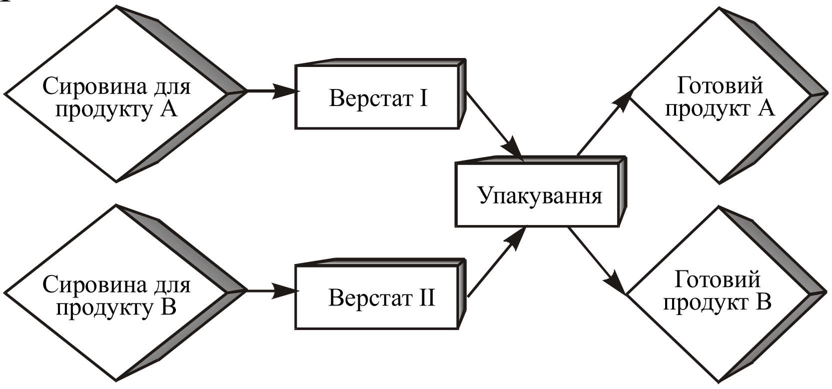


Рисунок 2.1

Ціна 1 кг сировини — 6 центів. Верстат 1 обробляє за годину 5000 кг сировини, а верстат 2 — 4000 кг сировини із втратами, що становлять відповідно 10 і 20 %. Верстат 1 може працювати 6 год на день, причому його використання коштує 288 дол./год; верстат 2 — 5 год на день, що коштує 336 дол./год.

Маса однієї упаковки продукту А дорівнює 1/4 кг, а продукту В 1/3 кг. Фабрика може працювати 10 год на день, виготовляючи за 1 год продукції на 360 дол. упаковуючи 12 000 продуктів А та 8000 продуктів В.

Відшукати такі значення x_1 та x_2 споживання сировини для продуктів А та В (у тисячах кілограмів), які забезпечують найбільший щоденний прибуток фірми.

Сформулюємо математично задачу й розв’яжемо її графічно.

Побудова математичної моделі. Нехай x_1 —кількість сировини, тис. кг, використовуваної для виготовлення продукту А, а x_2 — кількість сировини, тис. кг, що йде на виготовлення продукту В.

Запишемо обмеження задачі. Згідно з умовою обмеженими ресурсами є час використання верстатів 1 і 2, а також час роботи фабрики з упакування продуктів А та В.

1. Обмеження на використання верстата 1.

Економічний зміст цього обмеження такий: фактичний час роботи верстата 1 з обробки сировини для продукту A не повинен перевищувати 6 год, тобто

$$\frac{\text{Кількість сировини для продукту A, тис. кг}}{\text{Продуктивн ість верстата, тис. кг/год}} \le 6 \text{ год}.$$

Математично це запишеться так:

$$x_1 / 5 \le 6, \quad \text{або} \quad x_1 \le 30.$$

2. Обмеження на використання верстата 2 знаходимо аналогічно:

$$x_2 / 4 \le 5, \quad \text{або} \quad x_2 \le 20.$$

3. Обмеження на час роботи фабрики з упакування продуктів A та B.

Економічний зміст цього обмеження такий: фактичний час, витрачений на упакування продуктів A та B, не повинен перевищувати 10 год на день:

$$\frac{\begin{matrix}\text{Кількість сировини для продукту A} -\\ -\text{Втрати сировини під час обробки, тис. кг}\end{matrix}}{\begin{matrix}\text{Маса упаковки продукту A, тис. кг} \times\\ \times\text{Продуктивн ість під час упакування продукту A, шт./год}\end{matrix}} +$$

$$+\frac{\begin{matrix}\text{Кількість сировини для продукту B} -\\ -\text{Втрати сировини під час обробки, тис. кг}\end{matrix}}{\begin{matrix}\text{Маса упаковки продукту B, тис. кг} \times\\ \times\text{Продуктивн ість під час упакування продукту B, шт./год}\end{matrix}} \le 10 \text{ год}.$$

Математично це запишеться так:

$$\frac{x_1 - 0{,}10x_1}{1/4000 \cdot 12000} + \frac{x_2 - 0{,}20x_2}{1/3000 \cdot 8000} \le 10,$$

або

$$0{,}3x_1 + 0{,}3x_2 \le 10,$$
$$3x_1 + 3x_2 \le 100.$$

Побудуємо цільову функцію задачі. Прибуток фірми складається з різниці між доходом від реалізації виготовленої продукції та витратами на її виробництво.

1. Дохід, дол., від виробництва продуктів A та B визначається так:

$$\frac{\begin{matrix}\text{Кількість сировини,}\\ \text{що надходить на упакування , тис. кг}\end{matrix}}{\text{Маса упаковики продукту, тис. кг}} \times \text{Ціна упаковки, дол.,}$$

або

$$\frac{x_1 - 0{,}10x_1}{1/4000} \cdot 0{,}08 + \frac{x_2 - 0{,}20x_2}{1/3000} \cdot 0{,}15\,.$$

Загальний дохід дорівнює $288x_1 + 360x_2$.

2. Витрати, дол., на сировину визначаємо як загальну кількість сировини, тис. кг, використовуваної для виробництва продуктів А та В, помножену на вартість одиниці сировини, дол.:

$$60\,(x_1 + x_2) = 60x_1 + 60x_2\,.$$

3. Витрати, дол., пов'язані з використанням верстатів 1 і 2, визначаємо як фактичний час роботи верстата з обробки сировини, помножений на вартість 1 год роботи відповідного верстата:

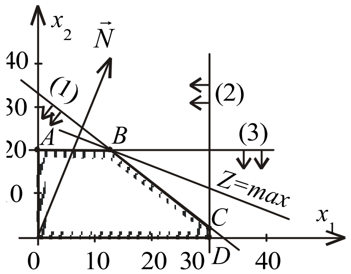


Рисунок 2.2

$$\frac{x_1}{5}\cdot 288 + \frac{x_2}{4}\cdot 336 = \frac{288}{5}x_1 + 84x_2\,.$$

4. Витрати, дол., пов'язані з упакуванням продуктів А та В, складаються з фактичного часу роботи фабрики ($0{,}3x_1 + 0{,}3x_2$), помноженого на вартісний еквівалент 1 год роботи фабрики, який становить 360 дол.:

$$360\,(0{,}3x_1 + 0{,}3x_2) = 108x_1 + 108x_2.$$

Узагальнюючи всі складові частини цільової функції, можемо записати математичний вираз прибутку фірми за день:

$$Z = (288x_1 + 360x_2) - (60x_1 + 60x_2) - (288/5x_1 + 84x_2) - (108x_1 + 108x_2) = = 12/5 \cdot (26x_1 + 45x_2).$$

Отже, маємо остаточний запис економіко-математичної моделі:

$$Z = 12/5 \cdot (26x_1 + 45x_2) \to \max$$

за обмежень

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 \le 100; \\ x_1 \le 30; \\ x_2 \le 20; \\ x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Незважаючи на порівняно складний процес моделювання, математично поставлена задача дуже проста й легко розв'язується графічно.

Розв'язування. Графічне розв'язування задачі ілюструє рис. 2.2. Областю допустимих планів, що утворюється системою обмежень задачі, є многокутник O$ABCD$. Найбільшого значення цільова функція досягає у вершині B. Координати цієї точки визначаються із системи рівнянь:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = 100, \\ x_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 40/3; \\ x_2 = 20. \end{cases}$$

Оптимальний план задачі $X^* = (40/3;\ 20)$; $\max Z = 2992$.

Отже, для того, щоб отримати найбільший денний прибуток 2992 дол., фірма має обробляти 40/3 тис. кг сировини, виробляючи продукт А, і 20 тис. кг – виробляючи продукт В. За такого оптимального плану випуску продукції верстат 2 працюватиме 20/4 = 5 год на день, тобто з повним навантаженням, а верстат 1 працюватиме лише 40/15 = 2 год 20 хв на день.

Приклад 2.2. На меблевій фабриці зі стандартних листів фанери потрібно вирізати 24, 28 і 18 заготовок трьох розмірів. Лист фанери можна розрізати двома способами. Кількість отриманих заготовок та площу відходів за кожного способу розрізування одного листа фанери наведено в таблиці:

Заготовка	Кількість отриманих заготовок, шт., за способами	
	першим	другим
1	2	6
2	4	4
3	2	3
Площа відходів, $см^2$	12	18

Скільки листів фанери та за яким способом слід розрізати, щоб отримати потрібну кількість заготовок з мінімальними відходами.

Побудова математичної моделі. Нехай x_1, x_2 – кількість листів фанери, які необхідно розрізати відповідно першим і другим способом.

Цільова функція – мінімізація відходів під час розрізування листа фанери. Математично це записується так:

$$Z = 12x_1 + 18x_2 \rightarrow \max.$$

Обмеження математичної моделі враховують кількість заготовок кожного виду, які потрібно отримати:

для заготовки 1 $2x_1 + 6x_2 \geq 24$;

для заготовки 2 $4x_1 + 4x_2 \geq 28$;

для заготовки 3 $2x_1 + 3x_2 \geq 18$;

Отже, економіко-математична модель задачі має вигляд

$$Z = 12x_1 + 18x_2 \rightarrow \min$$

за обмежень

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \geq 24; \\ 4x_1 + 4x_2 \geq 28; \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 18; \\ x_1 \geq 0; \;\; x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Розв'язування. Графічне розв'язування задачі оптимального розрізування ілюструє рис. 2.3. Область допустимих розв'язків цієї задачі необмежена. Вектор $\vec{N}$ = (12; 18) можна змінити згідно з масштабом графіка, наприклад $\vec{N}$ = (6; 9).

Із рис. 2.3 бачимо, що пряма $12x_1 + 18x_2 = \min Z$ збігається зі стороною BC многокутника розв'язків. Це означає, що задача має альтернативні оптимальні плани: координати будь-якої точки відрізка BC є оптимальним планом, причому для цих координат цільова функція Z досягає свого найменшого значення. Визначимо лише два оптимальних плани, що відповідають кінцям відрізка BC.

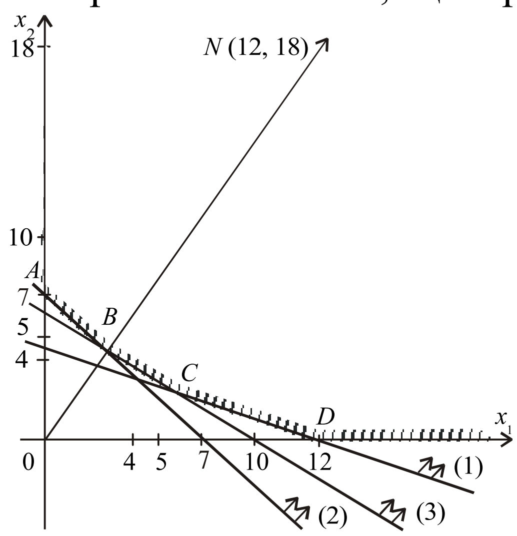


Рисунок 2.3

Точка B утворюється перетином відповідних прямих; її координати визначаємо із системи рівнянь

$$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 = 28, \\ 2x_1 + 3x_2 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3; \\ x_2 = 4, \end{cases}$$

звідки $X_1^* = (3;\, 4);\; \min Z = 12 \cdot 3 + 18 \cdot 4 = 108$.

Точка C лежить на перетині прямих рівняння яких запишемо у вигляді системи:

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 = 24; \\ 2x_1 + 3x_2 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 6; \\ x_2 = 2, \end{cases}$$

отже, $X_2^* = (6;\, 2);\; \min Z = 12 \cdot 6 + 18 \cdot 2 = 108$.

Повертаючись до економічного змісту розв'язаної задачі, маємо такі результати. Якщо розрізати 7 листів фанери, з яких 3 листи — першим способом, а 4 — другим, то матимемо найменшу площу відходів — 108 см^2. Але такі самі мінімальні втрати будуть і в разі розрізування шести листів першим способом і двох — другим.

Будь-який інший альтернативний оптимальний план задачі можна записати як опуклу лінійну комбінацію отриманих двох крайніх розв'язків:

$$X^* = \lambda_1 X_1^* + \lambda_2 X_2^*,$$

де $0 \le \lambda_1 \le 1;\ 0 \le \lambda_2 \le 1;\ \lambda_1 + \lambda_2 = 1$.

Наприклад, нехай $\lambda_1 = \lambda_2 = 0{,}5$. Тоді ще один оптимальний план задачі визначається так:

$$X^* = 0{,}5\ (3;\ 4) + 0{,}5\ (6;\ 2).$$

$$X^* = (4{,}5;\ 3).$$

Цільова функція Z має таке саме мінімальне значення:

$$\min Z = 12 \cdot 4{,}5 + 18 \cdot 3 = 108.$$

3. ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ «МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ»

1. Математичне програмування вивчає теорію і числові методи:
a) розв'язання задач оптимізації та дослідженні отриманого розв'язку;
b) розв'язання екстремальних задач з обмеженнями на область зміни невідомих;
c) дослідження екстремальних задач з обмеженнями на область зміни невідомих;
d) формулювання задач оптимізації з обмеженнями на область зміни невідомих.

2. Загальна задача математичного програмування складається із:
a) цільової функції і системи обмежень;
b) цільової функції і вектора обсягів обмежень;
c) цільової функції і вектора невідомих;
d) цільової функції і вектора оцінок невідомих.

3. У задачах математичного програмування цільова функція є математичним виразом:
a) критерію оптимальності;
b) системи обмежень;
c) вектора невідомих;
d) вектора оцінок невідомих.

4. Допустимим розв'язком задачі математичного програмування є вектор невідомих, який:
a) задовольняє умовам задачі;
b) дорівнює нулю;
c) перетворює нерівності у рівняння;
d) надає екстремального значення цільовій функції.

5. Множина допустимих розв'язків задачі математичного програмування утворює область:
a) тільки додатних розв'язків;
b) тільки від'ємних розв'язків;
c) означення задачі;
d) невизначеності задачі.

6. Параметрами економічної системи є:
a) кількісні характеристики;
b) сталі величини;
c) випадкові величини;
d) техніко-економічні коефіцієнти.

7. Загальна задача математичного програмування формулюється так:
a) знайти такі значення керованих змінних, щоб цільова функція набувала екстремального значення;
b) знайти такі значення керованих змінних, щоб цільова функція набувала лише найбільшого значення;
c) знайти такі значення керованих змінних, щоб цільова функція набувала лише найменшого значення;
d) знайти такі значення керованих змінних, щоб задовольнити задані умови.

8. Оптимальним планом задачі математичного програмування є вектор невідомих, який:
a) задовольняє умовам задачі;
b) перетворює нерівності у рівняння;
c) цільова функція набуває екстремального значення;
d) дорівнює нулю.

9. У задачах лінійного програмування цільова функція і обмеження містять невідомі:
a) в степенях більше одиниці та добутки невідомих;
b) лише в степенях одиниця або нуль;
c) тільки в степенях більше одиниці;
d) в степенях менше одиниці.

10. У лінійних задачах математичного програмування:
a) цільова функція та обмеження системи є лінійними функціями;
b) цільова функція є лінійною, обмеження системи є нелінійними функціями;
c) цільова функція та обмеження системи є експоненціальними функціями;
d) цільова функція є нелінійною, а обмеження системи є лінійними функціями.

11. У нелінійних задачах математичного програмування:
a) цільова функція та обмеження системи є лінійними функціями;
b) цільова функція є лінійною, обмеження системи є нелінійними функціями;
c) цільова функція та обмеження системи є нелінійними функціями;
d) цільова функція є нелінійною, а обмеження системи є лінійними функціями.

12. Для розв’язання задач лінійного програмування застосовується:
a) симплексний метод;
b) градієнтний метод;
c) метод штрафних функцій;
d) метод множників Лагранжа.

13. Канонічна форма задачі лінійного програмування представляє собою систему:
a) нерівностей виду менше або дорівнює;
b) нерівностей виду більше або дорівнює;
c) рівнянь;
d) рівнянь та нерівностей.

14. Стандартна форма задачі лінійного програмування представляє собою систему:
a) нерівностей виду менше або дорівнює;
b) нерівностей виду більше або дорівнює;
c) рівнянь;
d) рівнянь та нерівностей.

15. Приведення загальної задачі лінійного програмування до канонічної форми виконується шляхом введення в кожне обмеження-нерівність невідомої, яка називається:
a) базисною;
b) додатковою;
c) штучною;
d) небазисною.

16. Базисні невідомі, які складають допустимий розв’язок задачі лінійного програмування, можуть бути:

a) додатними або дорівнювати нулю;
b) тільки додатними;
c) тільки від’ємними;
d) від’ємними або дорівнювати нулю.

17. Базисні невідомі, які складають допустимий розв’язок задачі лінійного програмування, повинні:
a) надавати цільовій функції максимального значення;
b) надавати цільовій функції мінімального значення;
c) задовольняти умовам задачі;
d) дорівнювати нулю.

18. Вільні невідомі задачі лінійного програмування:
a) дорівнюють нулю;
b) додатні або дорівнюють нулю;
c) від’ємні або дорівнюють нулю;
d) тільки додатні або тільки від’ємні.

19. Задачу лінійного програмування можна розв’язати графічним методом, якщо кількість невідомих дорівнює:
a) двом;
b) не менше n;
c) не більше n;
d) більше двох.

20. Багатокутник допустимих розв’язків задачі лінійного програмування завжди:
a) опуклий;
b) рівнобічний;
c) нерівнобічний;
d) угнутий.

21. При розв’язанні задачі лінійного програмування графічним методом цільова функція досягає максимального значення:
a) в будь-якій точці багатокутника допустимих розв’язків;
b) у вершині багатокутника допустимих розв’язків, яка знаходиться якнайдалі від початку координат;
c) у вершині багатокутника допустимих розв’язків, яка знаходиться якнайближче від початку координат;

d) за межами багатокутника допустимих розв’язків.

22. При розв’язанні задачі лінійного програмування графічним методом цільова функція досягає мінімального значення:
a) в будь-якій точці багатокутника допустимих розв’язків;
b) у вершині багатокутника допустимих розв’язків, яка знаходиться як найдалі від початку координат;
c) у вершині багатокутника допустимих розв’язків, яка знаходиться як найближче до початку координат;
d) за межами багатокутника допустимих розв’язків.

23. Для визначення оптимального розв’язку задачі лінійного програмування графічним методом потрібно розв’язати систему рівнянь двох прямих, точкою перетину яких є:
a) осі абсцис з лінією рівня цільової функції;
b) осі координат з лінією рівня цільової функції;
c) оптимальна точка (вершина опуклого багатокутника допустимих розв’язків;
d) довільна точка (вершина опуклого багатокутника допустимих розв’язків.

24. При розв’язанні задачі лінійного програмування графічним методом, якщо лінія рівня цільової функції паралельна одному із ребер багатокутника допустимих розв’язків, маємо:
a) множину оптимальних розв’язків;
b) один оптимальний розв’язок;
c) відсутність оптимальних розв’язків;
d) оптимальний розв’язок дорівнює нулю.

25. Симплекс-метод – це:
a) поетапна обчислювальна процедура, в основу якої покладено принцип послідовного поліпшення значень цільової функції переходом від одного опорного плану задачі лінійного програмування до іншого;
b) цілеспрямований перегляд базисних розв’язків задачі при переході від одного опорного плану задачі лінійного програмування до іншого;
c) знаходження опорного розв’язку задачі;
d) знаходження допустимого розв’язку задачі.

26. При переході до наступної симплексної таблиці (нового базисного розв’язку) в базисі відбувається заміна:

a) невідомої ключового рядка на невідому ключової колонки;
b) невідомої ключового колонки на невідому ключового рядка;
c) ключового рядка на ключову колонку;
d) ключової колонки на ключовий рядок.

27. Напрямний стовпчик, для задачі, цільова функція якого прямує до максимуму, вибирається:

a) за найменшим по модулю від’ємним елементом оціночного рядка;
b) за найбільшим по модулю додатнім елементом оціночного рядка;
c) за найбільшим по модулю від’ємним елементом цільової функції;
d) за найбільшим додатнім елементом цільової функції.

28. При розв’язуванні задачі лінійного програмування симплекс-методом, для знаходження напрямного рядка потрібно елементи стовпчика «План» поділити на:

a) додатні оцінки невідомих;
b) додатні елементи напрямного стовпчика;
c) від’ємні оцінки невідомих;
d) від’ємні коефіцієнти напрямного стовпчика.

29. Напрямний рядок вибирається за:

a) найбільшим додатним симплексним відношенням;
b) найменшим додатним симплексним відношенням;
c) додатним симплексним відношенням;
d) від’ємним симплексним відношенням.

30. Напрямний елемент знаходиться на перетині:

a) напрямного стовпчика і напрямного рядка;
b) напрямної стовпчика і рядка цільової функції;
c) напрямного рядка і стовпчика основної змінної;
d) напрямного рядка і стовпчика додаткової змінної.

31. На кожній ітерації розрахунки в симплексних таблицях виконуються за:

a) методом потенціалів;
b) методом множників Лагранжа;
c) методом виключень Жордана-Гаусса;
d) методом відтинання Гоморі.

32. Оптимальним розв’язок задачі лінійного програмування на максимум цільової функції буде, якщо в рядку цільової функції всі елементи:
a) тільки додатні;
b) тільки від’ємні;
c) додатні або дорівнюють нулю;
d) від’ємні або дорівнюють нулю.

33. Визначені одиничні лінійно незалежні вектори утворюють базис, і змінні задачі, що відповідають їм, називаються:
a) базисними;
b) вільними;
c) додатковими;
d) основними.

34. При знаходженні початкового опорного плану задачі лінійного програмування до нуля прирівнюють:
a) вільні змінні;
b) базисні змінні;
c) додаткові змінні;
d) штучні змінні.

35. При знаходженні початкового опорного плану задачі лінійного програмування з кожного обмеження задачі визначають:
a) значення базисних змінних;
b) значення вільних змінних;
c) значення додаткових змінних;
d) значення штучних змінних.

36. Будь-якій прямій задачі лінійного програмування відповідає сполучена з нею задача:
a) динамічна;
b) стохастична;
c) двоїста;

d) нелінійна.

37. При перетворенні прямої задачі у двоїсту кількість невідомих двоїстої задачі лінійного програмування дорівнює:
a) кількості обмежень прямої задачі;
b) кількості невідомих прямої задачі;
c) сумі невідомих і обмежень прямої задачі;
d) не обмежена.

38. При перетворенні прямої задачі у двоїсту кількість обмежень двоїстої задачі лінійного програмування дорівнює:
a) кількості обмежень прямої задачі;
b) кількості невідомих прямої задачі;
c) сумі невідомих і обмежень прямої задачі;
d) не обмежена.

39. При перетворенні прямої задачі у двоїсту коефіцієнтами невідомих цільової функції двоїстої задачі лінійного програмування будуть:
a) коефіцієнти правої частини в обмеженнях прямої задачі;
b) обсяги обмежень прямої задачі;
c) оцінки невідомих цільової функції прямої задачі;
d) оцінки невідомих цільової функції прямої задачі із зворотнім знаком.

40. Коефіцієнти при невідомих в обмеженнях двоїстої задачі лінійного програмування отримуються шляхом:
a) транспонування матриці коефіцієнтів при невідомих в обмеженнях прямої задачі;
b) заміни на зворотні знаків матриці коефіцієнтів при невідомих в обмеженнях прямої задачі;
c) обернення матриці коефіцієнтів при невідомих в обмеженнях прямої задачі;
d) множення матриці коефіцієнтів при невідомих в обмеженнях прямої задачі на -1.

41. Розв'язок прямої задачі лінійного програмування одночасно дає розв'язок задачі:
a) двоїстої;

b) стохастичної;
c) динамічної;
d) нелінійної.

42. Якщо у системі обмежень немає необхідної кількості одиничних незалежних векторів, то для побудови початкового опорного плану застосовують:
a) метод штучного базису (М-метод);
b) симплекс-метод;
c) двоїстий симплекс метод;
d) графічний метод.

43. У цільовій функції задачі лінійного програмування штучні змінні мають коефіцієнт $-M$:
a) для задачі на *max*;
b) для задачі на *min;*
c) в системі обмежень.

44. У цільовій функції задачі лінійного програмування штучні змінні мають коефіцієнт $+M$:
a) для задачі на *max;*
b) для задачі на *min;*
c) в системі обмежень.

45. В оптимальних розв'язках пари двоїстих задач лінійного програмування значення цільових функцій прямої (Z) та двоїстої (W) задач:
a) Z більше або дорівнює W;
b) Z менше або дорівнює W;
c) Z дорівнює W;
d) Z не дорівнює W.

46. Якщо одна з пари двоїстих задач має оптимальний план, то
a) інша задача також має розв'язок, причому значення цільових функцій для оптимальних планів дорівнюють одне одному, тобто $\boldsymbol{max\ Z = min\ F}$;
b) інша задача також має розв'язок, причому значення цільових функцій для оптимальних планів різні за знаком;
c) цільова функція однієї з пари двоїстих задач не обмежена;

d) друга задача взагалі не має розв'язків.

47. Якщо цільова функція однієї з пари двоїстих задач не обмежена, то

a) друга задача взагалі не має розв'язків;
b) інша задача також має розв'язок, причому значення цільових функцій для оптимальних планів дорівнюють одне одному, тобто ***max Z = min F***;
c) інша задача також має розв'язок, причому значення цільових функцій для оптимальних планів різні за знаком;
d) цільова функція однієї з пари двоїстих задач не обмежена.

48. Якщо пряма задача лінійного програмування має оптимальний план, визначений симплекс-методом, то оптимальний план двоїстої задачі визначається зі співвідношення $Y^*=C(\text{базис}) * D^{-1}$, де D^{-1} –

a) матриця, що міститься в останній симплекс-таблиці в тих стовпчиках, де в першій таблиці містилася одинична матриця;
b) вектор-рядок, що складається з коефіцієнтів цільової функції прямої задачі при змінних, які є базисними в оптимальному плані;
c) матриця, оптимального плану прямої задачі;
d) оптимальний вектор прямої задачі.

49. Якщо в результаті підстановки оптимального плану прямої задачі в систему обмежень цієї задачі i-те обмеження виконується як строга нерівність, то

a) відповідний i-й компонент оптимального плану двоїстої задачі дорівнює нулю;
b) відповідний i-й компонент оптимального плану двоїстої задачі більший нуля;
c) відповідний i-й компонент оптимального плану двоїстої задачі менший нуля;
d) відповідне i-те обмеження прямої задачі виконується для оптимального плану як рівняння.

50. Якщо i-й компонент оптимального плану двоїстої задачі додатний, то

a) відповідне i-те обмеження прямої задачі виконується для оптимального плану як рівняння;
b) відповідний i-й компонент оптимального плану двоїстої задачі дорівнює нулю;
c) відповідний i-й компонент оптимального плану двоїстої задачі більший нуля;
d) відповідний i-й компонент оптимального плану двоїстої задачі менший нуля.

51. Якщо двоїста оцінка в оптимальному плані двоїстої задачі дорівнює нулю, то відповідний i-й ресурс використовується у виробництві продукції є
a) недефіцитним;
b) дефіцитним;
c) не потрібний;
d) не використаний.

52. Якщо двоїста оцінка додатна, то i-й ресурс називається
a) дефіцитним;
b) недефіцитним;
c) не використаним;
d) оптимальним.

53. Якщо ліва частина кожного обмеження двоїстої задачі перевищує ціну одиниці продукції, то
a) продукція є нерентабельна і в оптимальному плані прямої задачі відповідна невідома дорівнює нулю;
b) продукція є нерентабельна і в оптимальному плані прямої задачі відповідна невідома додатна.
c) продукція є рентабельна і в оптимальному плані прямої задачі відповідна невідома дорівнює нулю;
d) продукція є рентабельна і в оптимальному плані прямої задачі відповідна невідома додатна.

54. Якщо загальна оцінка всіх ресурсів дорівнює ціні одиниці продукції, то
a) продукція рентабельна і в оптимальному плані прямої задачі відповідна змінна невідома додатна;

b) продукція рентабельна і в оптимальному плані прямої задачі відповідна змінна невідома дорівнює нулю;
c) продукція нерентабельна і в оптимальному плані прямої задачі відповідна змінна невідома додатна;
d) продукція нерентабельна і в оптимальному плані прямої задачі відповідна змінна невідома дорівнює нулю.

55. Для розв'язання транспортних задач лінійного програмування застосовується:
a) метод гілок і меж;
b) градієнтний метод;
c) метод потенціалів;
d) метод множників Лагранжа.

56. Транспортна задача вважається збалансованою, або закритою, якщо:
a) сумарна потужність постачальників не дорівнює сумарній ємності споживачів;
b) сумарна потужність постачальників дорівнює сумарній ємності споживачів;
c) сумарна потужність постачальників більше сумарної ємності споживачів;
d) сумарна потужність постачальників менше сумарної ємності споживачів.

57. Транспортна задача вважається незбалансованою, або відкритою, якщо:
a) сумарна потужність постачальників не дорівнює сумарній ємності споживачів;
b) сумарна потужність постачальників дорівнює сумарній ємності споживачів;
c) сумарна потужність постачальників лише більше сумарної ємності споживачів;
d) сумарна потужність постачальників лише менше сумарної ємності споживачів.

58. Математична модель:

$$Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \rightarrow min;$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad \left(i = \overline{1,m}\right);$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad \left(j = \overline{1,n}\right);$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right),$$

є моделлю задачі:

a) нелінійного програмування;
b) дискретного програмування;
c) транспортної задачі;
d) інший варіант.

59. Необхідною і достатньою умовою існування розв’язку транспортної задачі є її:

a) збалансованість;
b) відкритість;
c) оптимальність;
d) опорність.

60. Якщо під час перевірки збалансованості виявилося, що транспортна задача є відкритою, то її необхідно звести до закритого типу. У разі перевищення загального попиту над запасами це виконується введенням:

a) фіктивного умовного постачальника;
b) фіктивного умовного споживача;
c) фіктивної ціни за перевезення одиниці продукції;
d) фіктивних постачальника і споживача.

61. Якщо загальні запаси постачальників перевищують попит споживачів, то до закритого типу транспортна задача зводиться введенням:

a) фіктивного умовного споживача;
b) фіктивного умовного постачальника;
c) фіктивної ціни за перевезення одиниці продукції;
d) фіктивних постачальника і споживача.

62. При перетворенні відкритої транспортної задачі в закриту, фіктивний постачальник (споживач) вводиться в транспортну таблицю з вартістю за одиницю перевезення продукції:

a) додатною;
b) від'ємною;
c) нульовою;
d) ненульовою.

63. Метод північно-західного кута побудови початкового опорного плану ТЗ починається із заповнення клітинок таблиці:

a) правої верхньої;
b) лівої верхньої;
c) з клітинки з найменшою вартістю;
d) з будь-якої клітинки таблиці ТЗ.

64. Метод мінімальної вартості для побудови початкового опорного плану ТЗ починається з заповнення:

a) довільної клітинки;
b) клітинки, що має мінімальний тариф перевезення;
c) лівої верхньої;
d) з лівого нижнього кутка таблиці.

65. Кількість базисних невідомих в допустимому розв'язку транспортної задачі дорівнює (n - кількість колонок, m - кількість рядків транспортної таблиці):

a) $n * m;$
b) $n + m - 1;$
c) $n + m;$
d) $n - m - 1.$

66. В транспортній задачі з m постачальниками і n споживачами кількість кількість рівнянь в математичній моделі повинна дорівнювати:

a) $n * m;$
b) $n + m -1;$
c) $m+n;$
d) $n - m - 1.$

67. Після побудови першого опорного плану ТЗ у таблиці має бути заповнено ($m+n-1$) клітинок, де m кількість постачальників; n кількість споживачів у задачі, у тому числі фіктивних. Такий план називають:

a) невиродженим;
b) виродженим;
c) оптимальним;
d) циклічним.

68. Якщо кількість заповнених клітинок після побудови першого опорного плану ТЗ перевищує ($m+n-1$), то початковий план побудовано:

a) неправильно і він є неопорним;
b) правильно і він є неопорним;
c) неправильно і він є опорним;
d) неправильно і він є оптимальним.

69. У транспортній задачі замкнену ламану лінію, вершини якої розміщуються в заповнених клітинках таблиці, а сторони проходять уздовж рядків і стовпчиків таблиці називають:

a) циклом;
b) оптимальним планом;
c) опорним планом;
d) розв'язком.

70. Якщо заповнених клітинок у таблиці менш як ($m+n-1$), то опорний план називають:

a) виродженим;
b) невиродженим;
c) оптимальним;
d) правильним.

71. Для подолання виродженості в транспортну задачу вводяться нульові перевезення, кількість яких разом з кількістю базисних невідомих повинна дорівнювати (n – кількість колонок, m – кількість рядків транспортної таблиці):

a) $n + m - 1$;
b) $n + m + 1$;
c) $n - m + 1$;

d) $n - m - 1$.

72. Для подолання виродженості транспортної задачі нульові перевезення повинні:

a) утворювати цикл із заповненими клітинами;
b) не утворювати циклу із заповненими клітинами;
c) утворювати цикл із незаповненими клітинами;
d) не утворювати циклу із незаповненими клітинам.

73. Потенціали колонок (v_j) та рядків (u_i) транспортної таблиці визначаються для базисних клітинок з оцінками c_{ij} за формулою:

a) c_{ij} більше $v_j + u_i$;
b) c_{ij} менше $v_j + u_i$;
c) c_{ij} дорівнює $v_j + u_i$;
d) c_{ij} не дорівнює $v_j + u_i$.

74. Для вільних клітинок транспортної таблиці з оцінками c_{ij} існують такі потенціали колонок (v_j) та рядків (u_i) транспортної таблиці, для яких:

a) c_{ij} більше $v_j + u_i$;
b) c_{ij} менше $v_j + u_i$;
c) c_{ij} дорівнює $v_j + u_i$;
d) c_{ij} не дорівнює $v_j + u_i$.

75. Для переходу від одного опорного плану транспортної задачі до іншого будують цикл перерахунку, в якому:

a) вибрана потенціальна клітинка базисна, а всі інші клітини циклу небазисні;
b) вибрана потенціальна клітинка небазисна, а всі інші клітини циклу базисні;
c) всі клітини циклу базисні;
d) всі клітини циклу небазисні.

76. Будь-якому рядку (колонці) циклу перерахунків транспортної таблиці можуть належати:

a) тільки дві вершини циклу;
b) тільки одна вершина циклу;
c) менше двох вершин циклу;
d) більше двох вершин циклу.

77. У вибрану незаповнену клітину циклу перерахунків транспортної таблиці ставиться:
a) знак плюс;
b) знак мінус;
c) додатне значення оцінки невідомої;
d) від'ємне значення оцінки невідомої.

78. Значення цільової функції транспортної задачі дорівнює сумі:
a) часток від ділення значень базисних змінних на оцінки клітин;
b) добутків значень базисних змінних на оцінки клітин;
c) часток від ділення значень небазисних змінних на оцінки клітин;
d) добутків значень небазисних змінних на оцінки клітин.

79. Перехід від одного опорного плану транспортної задачі до іншого здійснюється:
a) на найменшу величину в додатних клітинах циклу;
b) на найменшу величину у від'ємних клітинах циклу;
c) на найбільшу величину в додатних клітинах циклу;
d) на найбільшу величину у від'ємних клітинах циклу.

80. Якщо знайдений опорний план є оптимальним, але в останній транспортній таблиці серед оцінок Δ_{ij} крім від'ємних є також нульові, то:
a) існують альтернативні опорні плани;
b) транспортна задача розв'язків немає;
c) транспортна задача має один розв'язок;
d) існують альтернативні оптимальні плани.

81. В цілочислових задачах лінійного програмування повинні бути цілими числами всі або деякі:
a) оцінки невідомих;
b) коефіцієнти при невідомих в обмеженнях;
c) значення невідомих в оптимальному розв'язку;
d) обсяги обмежень.

82. Математична модель виду:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to max(min),$$

за умов

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \begin{Bmatrix} \le \\ = \\ \ge \end{Bmatrix} b_i \quad \left(i = \overline{1,m}\right),$$

$$x_j \ge 0 \qquad \left(j = \overline{1,n}\right),$$

$$x_j \text{ — цілі} \qquad \left(j = \overline{1,n}\right).$$

є моделлю:

a) задачі лінійного програмування;
b) задачі цілочислового програмування;
c) транспортної задачі;
d) задачі динамічного програмування.

83. Цілою частиною числа називається:
a) ціле число, що не перевищує задане;
b) найбільше ціле число, що не перевищує задане;
c) найменше ціле число, що не перевищує задане;
d) ціле число, що перевищує задане.

84. Дробова частина числа дорівнює:
a) різниці між самим числом і його цілою частиною;
b) різниці між самим числом і його дробовою частиною;
c) додатній дробовій частині числа;
d) від’ємній дробовій частині числа.

85. Для розв’язання задач цілочислового програмування застосовується:
a) метод гілок і меж;
b) градієнтний метод;
c) метод потенціалів;
d) метод множників Лагранжа.

86. Для розв’язання задач цілочислового програмування застосовується:
a) метод штрафних функцій;
b) градієнтний метод;
c) метод потенціалів;
d) метод віток і меж.

87. Для розв’язання цілочислових задач за методом відтинання Гоморі в симплексну таблицю вводиться додаткові:

a) рядок;
b) колонка;
c) цільова функція;
d) невідома.

88. При розв’язанні цілочислових задач за методом гілок і меж вибирають одне із нечислових значень змінної і визначають її:

a) цілу частину;
b) дробову частину;
c) абсолютне значення;
d) відносне значення.

89. При розв’язанні цілочислових задач за методом гілок і меж для отримання двох задач до початкової задачі вводиться додаткові:

a) обмеження;
b) колонка;
c) цільова функція;
d) невідома.

90. Оптимальним розв’язок цілочислової задачі лінійного програмування на максимум буде тоді, коли всі невідомі в базисному розв’язку цілі числа, а в рядку цільової функції всі коефіцієнти будуть:

a) цілими числами;
b) дробовими числами;
c) від’ємними або дорівнювати нулю;
d) додатними або дорівнювати нулю.

91. Оптимальним розв’язок цілочислової задачі лінійного програмування на мінімум буде тоді, коли всі невідомі в базисному розв’язку цілі числа, а в рядку цільової функції всі коефіцієнти будуть:

a) цілими числами;
b) дробовими числами;
c) від’ємними або дорівнювати нулю;
d) додатними або дорівнювати нулю.

4. ТЕМИ РЕФЕРАТІВ

1. Двохетапна транспортна задача та її використання на практиці.
2. Транспортна задача за критерієм часу.
3. Оптимізація транспортування неоднорідних вантажів.
4. Оптимізація транспортування однорідних вантажів різними транспортними засобами.
5. Оптимізація транспортування неоднорідних вантажів різними транспортними засобами.
6. Оптимізація розподілення робітників на різні роботи.
7. Оптимальне закріплення за верстатами операцій по обробці деталей.
8. Задачі розміщення виробництва з урахуванням транспортних і виробничих витрат.
9. Підвищення продуктивності автомобільного транспорту за рахунок мінімізації порожнього пробігу.

5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Excel для экономистов и менеджеров / [Дубинина А.Г., Орлова С.С., Шубина И.Ю и др.]. – СПб. : Питер, 2004. – 295 с.
2. Боровик, О. В. Дослідження операцій в економіці : навч. посіб. / О. В. Боровик, Л. В. Боровик. – К. : Центр навч. л-ри, 2007. – 424 с.
3. Вдовин М.Л. Математичне програмування : теорія та практикум : навч. посіб. / М. Л. Вдовин, Л. Г. Данилюк. – Л. : Новий світ-2000, 2009. – 160 с.
4. Вітлінський В.В. Математичне програмування : навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. / В.В. Вітлінський, С.І. Наконечний, Т.О. Терещенко – К. : КНЕУ, 2001. – 248 с.
5. Гетманцев В. Д. Математика для економістів. Дослідження операцій. Математичне програмування : навч. посіб. / В. Д. Гетманцев. – К. : КНЕУ, 2006. - 308 с.
6. Дудко В. С. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. для студ. ВНЗ : в 2 ч. - Ч. 2 / В. С. Дудко, Т. Д. Краснова, В. В. Лаговський. – Ірпінь : НУДПСУ, 2011. – 337 с.
7. Кігель, В. Р. Методи і моделі підтримки прийняття рішень у ринковій економіці : монографія / В. Р. Кігель. – К. : ЦУЛ, 2003. – 202 с.
8. Кобелев Н. Б. Практика применения экономико-математических методов и моделей / Н. Б. Кобелев.– М. : ЗАО «Финстатинформ», 2000 – 246 с.
9. Кузьмичов, А. І. Математичне програмування в Excel : навч. посіб. / А. І. Кузьмичов, М. Г. Медведєв. – К. : Видавництво Європ. ун-ту, 2005. -320с.
10. Кучма М. І. Математичне програмування : приклади і задачі : навч. посіб. / М. І. Кучма. – Л. : Новий світ-2000, 2007. – 344 с.
11. Наконечний С.І. Математичне програмування: навч. посіб. / С.І. Наконечний, С.С. Савіна – К. : КНЕУ, 2003. – 452 с.
12. Чемерис А. Методи оптимізації в економіці : навч. посіб. / А. Чемерис, Р. Юринець, О. Мищишин. – К. : ЦНЛ, 2006. – 152 с.

Навчальне видання

Математичне програмування

контрольні індивідуальні завдання
та методичні рекомендації
для самостійної роботи

Укладачі:
Шебаніна Олена В’ячеславівна
Жорова Алла Мколаївна
Хилько Іван Іванович та ін.

Формат 60х84 1/16. Ум. друк. арк. 5
Тираж 30 пр. Зам. № ___

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Паризької комуни, 9.

Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.