

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



Інженерно-енергетичний факультет  
Кафедра загальнотехнічних дисциплін

**Методичні рекомендації**

*для виконання лабораторних робіт та самостійної роботи з дисципліни*

*«Механіка матеріалів і конструкцій»*

*(розділ «Центральний розтяг-стиск стрижнів»)*

для здобувачів вищої освіти денної та заочної форм навчання  
напрямів підготовки 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового  
виробництва» і 6.010104 «Професійна освіта (Технологія виробництва і переробка  
продуктів сільського господарства)»

Миколаїв  
2015

УДК 539.42

ББК 30.1

М 54

Рекомендовано до друку рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 23.12.15 р., протокол №4 .

**Укладачі:**

Д. В. Бабенко – кандидат технічних наук, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін. Миколаївський національний аграрний університет.

Н. А. Доценко – кандидат технічних наук, асистент кафедри загальнотехнічних дисциплін. Миколаївський національний аграрний університет.

**Рецензенти:**

О. К. Чередніченко – кандидат технічних наук, доцент, заступник директора машинобудівного інституту. Національний університет кораблебудування ім. адмірала Макарова.

В. І. Гавриш – доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу. Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний аграрний університет, 2015

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Загальні методичні вказівки.....	5
Теоретичні відомості.....	7
1. Ц	
центральный розтяг і стиск стержнів.....	8
2. М	
механічні властивості матеріалів.....	11
3. Р	
розрахунок при центральному розтягу-стиску.....	17
Завдання до самостійного виконання.....	27
Задача №1.«Розрахунок ступінчастого стержня на розтягання-стискання»..	27
Задача №2.«Розрахунок статично невизначеної системи на центральне розтягання-стискання».....	31
Додаток 1. Варіанти завдань.....	34
Контрольні питання до теми.....	35
Додаток 2. Таблиця сортаменту прокатної сталі.....	37
Список використаної літератури.....	48



## ВСТУП

Механіка матеріалів і конструкцій є однією із важливих загальнотехнічних дисциплін, які вивчаються на інженерних спеціальностях Вищих навчальних закладів освіти аграрного профілю III і IV рівнів акредитації. Використовуючи методи теоретичної механіки і математичного аналізу, знання з фізики аналітичної геометрії і вивчивши фізико-механічні властивості матеріалів, механіка матеріалів і конструкцій вирішує питання розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість деталей машин та елементів конструкцій.

Механіка матеріалів і конструкцій дає можливість поєднати вимоги найбільшої міцності з економією матеріалу, надійності в роботі з найменшою вартістю конструкцій, оптимального проектування з високою продуктивністю машин і агрегатів.

Ринкова економіка в сільському господарстві країни поставила перед аграріями конкретні задачі, виконання яких вимагають від інженерних кадрів серйозного і глибокого знання розрахунків на міцність машин і інженерних споруд і накладають на вивчення курсу механіки матеріалів і конструкцій нові підвищені і відповідальні вимоги. Створюються нові види і типи машин, споруд, агрегатів. Підвищення робочих швидкостей і навантажень, збільшення рухомих мас, застосування нових високоміцних матеріалів в конструкціях, створення і широке застосування композитних матеріалів, робота механізмів і машин в агресивних середовищах вимагають від інженера глибоких знань в області закономірностей розподілу зусиль в конструкціях і деталях машин, в області опору конструкцій цим зусиллям в області розрахунків на міцність. Розрахунки на міцність дають можливість запобігти виникненню високих напружень, шкідливих вібрацій в деталях, пошкоджень, не допускати втрати стійкості деталей машин і споруд, збільшити їх довговічність, надійність.

Одним із важливих розділів механіки матеріалів і конструкцій є розрахунок на розтягання-стискання. Розтяг чи стиск часто зустрічаються в елементах машин чи споруд (розтяг торсу крана при підйомі вантажу; шатун двигуна, сприймає стискуючі навантаження; штоки циліндрів у підйомо – транспортних машинах).

## ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Центральний розтяг або стиск виникає у випадку, коли на стержень діють навантаження, направлені паралельно його осі. При цьому в кожному перерізі за довжиною стержня виникає внутрішнє зусилля (подовжня сила, кН), котра направлена вздовж осі і стримує стержень від руйнування.

Процеси, які відбуваються при розтягу або стиску в більшості випадків є ідентичними, як і механічні характеристики дуже великої кількості пластичних конструкційних матеріалів. Тому ці протилежні види — розтяг і стиск — описують одними й тими ж математичними залежностями й об'єднують як один вид: розтяг–стиск

При виконанні контрольних робіт необхідно вивчити тему курсу по рекомендованих підручниках, відповісти на питання самоперевірки, а лише потім приступити до розв'язання задач цієї теми.

При вивченні цієї теми студент має навчитися визначати напруження і деформації при розтяганні-стисканні і встановити між ними зв'язок. Із лабораторних робіт потрібно з'ясувати, як експериментально визначати основи механічні характеристики (характеристики міцності – границю пропорційності, границю пружності  $\sigma_p$ , границю текучості  $\sigma_T$ , границю міцності  $\sigma_B$ ); слід підкреслити, що ці напруження носять умовний характер, оскільки визначаються шляхом поділення відповідного навантаження на початкову площу поперечного перерізу; характеристики пластичності  $\delta$  і  $\psi$ ; характеристики в'язкості. Користуючись формулами, що базуються на законі Гука ( $\sigma = E \cdot \xi$ ), слід пам'ятати, що цей закон справедливий тільки до межі пропорційності.

При вирішенні статично невизначених задач, слід звернути увагу на їх особливості. Тут використовуються такі основні положення: метод перерізів, рівняння рівноваги (статики), рівняння сумісності деформацій, умови міцності.

Коефіцієнт пропорційності  $E$  (модуль пружності першого роду або модуль Юнга) і коефіцієнт Пуассона –  $\xi$  – фізичні константи, які характеризують пружні властивості матеріалів.

При плоскому і об'ємному напружених станах головні напруження суттєво впливають на вирішення задач міцності матеріалів; одне із цих напружень є найбільшим, а інше - найменшим із всіх нормальних напружень для цієї точки, слід

звернути увагу на узагальнений закон Гука.

$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_1 - \mu \cdot (\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_2 - \mu \cdot (\sigma_3 + \sigma_1)]$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_3 - \mu \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)]$$

Вирішити питання про міцність при складному напруженому стані, користуючись величинами  $\sigma_{\text{в}}$ ,  $\sigma_{\text{т}}$  для лінійного напруженого стану можливо на підставі гіпотез, які називаються теоріями міцності. Треба звертати увагу на причину порушення міцності по тій чи іншій теорії міцності.

Методичні вказівки по виконанню лабораторних робіт і самостійної роботи студентів денної форми навчання складається з двох розрахункових задач по темах передбачених в робочій програмі дисципліни.

До складу модуля 2 «Центральне розтягання-стискання» входять такі задачі:

1. Розрахунок ступеневого стрижня на розтяг-стиск;
2. Розрахунок статично невизначеної системи на розтяг-стиск;

Нижче наведені теоретичні відомості необхідні для виконання необхідних задач, а також приклади розрахунків кожної із переліком варіантів для самостійного опрацювання студентами матеріалу.

Крім того після кожного тематичного прикладу наведено перелік контрольних запитань, які студент має опрацювати самостійно по даній темі для закріплення пройденого матеріалу з дисципліни.

Необхідний перелік тематичних задач для кращого їх засвоєння дослідно опрацьовується на лабораторних заняттях.

Для полегшення розрахунків наприкінці викладеного матеріалу методичних вказівок у додатку наведена таблиця сортаменту.

## ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Розтяг (стиск) або розтяг-стиск - вид деформування твердого тіла, при якому його розміри вздовж однієї осі збільшуються (зменшуються) під дією сил, рівнодійна яких є перпендикулярною до поперечного перерізу тіла і проходить через центр ваги його.

Процеси, які відбуваються при розтягу або стиску в більшості випадків є ідентичними, як і механічні характеристики дуже великої кількості конструкційних матеріалів. Тому ці протилежні за напрямом види деформування — розтяг і стиск — описують одними й тими ж математичними залежностями й об'єднують їх в один вид: розтяг–стиск. При цьому домовилися: все, що стосується розтягу (сили, напруження, деформації тощо) вважати зі знаком «+», а те, що стосується стиску — зі знаком «-».

При розгляді розтягу–стиску користуються основними гіпотезами опору матеріалів. Крім того, вводять ще гіпотези, характерні саме для певних видів простої деформації. Наприклад, приймають гіпотезу плоских перерізів — поперечні перерізи стержня, плоскі до деформації, залишаються плоскими і після неї, переміщуючись поступально вздовж осі стержня.

Всі волокна стержня подовжуються на одну й ту саму величину і їхні відносні подовження однакові.

Різниця відповідних поперечних розмірів після деформації і до неї називається поперечною деформацією.

Відношення абсолютної поперечної деформації на відповідний початковий розмір називається відносною поперечною деформацією.

Між поперечною та повздовжньою деформаціями існує співвідношення. Коефіцієнт Пуассона. Коефіцієнт Пуассона безрозмірна величина, що перебуває в межах  $0 \dots 0,5$  (для сталі дорівнює  $0,3$ ).

В поперечних перерізах виникають нормальні напруження. Залежність напружень від деформацій встановлює закон Гука.

В перерізі стержня виникає один внутрішній силовий фактор – повздовжня сила  $N$ . Повздовжня сила  $N$  є рівнодійною нормальних напружень, яка чисельно



дорівнює алгебраїчній сумі всіх зовнішніх сил, що діють на одну з частин розсіченого стрижня і напрямлені вздовж його осі.

Графіки, що показують, як змінюються внутрішнє зусилля при переході від перерізу до перерізу, називається епюрами.

Правила побудови епюр:

1. Вісь, на який будується епюра (база), паралельна осі стрижня.
2. Ордината епюри відкладається від осі епюри по перпендикуляру.
3. Штрихують епюри лініями, які перпендикулярні до бази.
4. Для зусиль вибирають певний масштаб, проставляють значення характерних ординат, в полі епюри ставлять знак зусилля.

## 1. ЦЕНТРАЛЬНИЙ РОЗТЯГ І СТИСК СТЕРЖНІВ

### 1.1. Поздовжні сили та їх епюри.

В інженерній практиці досить часто зустрічається такий вид деформацій стрижня як розтяг або стиск. Найбільш простий випадок – центральний розтяг-стиск, коли в поперечному перерізі із шести внутрішніх зусиль лише поздовжня сила  $N_z$  не дорівнює нулю. Воно виникає тоді, коли точка прикладання зовнішньої сили або рівнодіючої збігається з центром ваги перерізу і лінія її дії збігається з віссю. Для визначення поздовжньої сили  $N_z$  використовують метод перерізів (рис. 1).

Правило знаків:

$N_z > 0$  – коли вона направлена від перерізу, і викликає розтяг стрижня, і навпаки – «від’ємна», викликаючи стиск.

Для наочного представлення характеру зміни  $N_z$  по довжині стрижня будують епюру  $N_z$  – графік, кожна ордината якого показує значення  $N_z$  в поперечному перерізі (графічний закон зміни  $N_z$ ).

$$N_I = P_1 = 300 \text{ кН},$$

$$N_{II} = P_1 + P_2 = 400 \text{ кН},$$

$$N_{III} = P_1 + P_2 - P_3 = -200 \text{ кН}.$$

У тому разі, коли характер зміни зовнішнього навантаження по довжині стрижня досить складний, вказаний метод унеможливилює швидке розв'язання задачі.

Запишемо значення  $N_z$  в характерних перерізах:

$$N_{1-1} = P_1 = -300 \text{ кН} = N_{2-2},$$

$$N_{3-3} = P_1 + P_2 = 400 \text{ кН} = N_{4-4},$$

$$N_{5-5} = P_1 + P_2 - P_3 = -200 \text{ кН} = N_{6-6}.$$

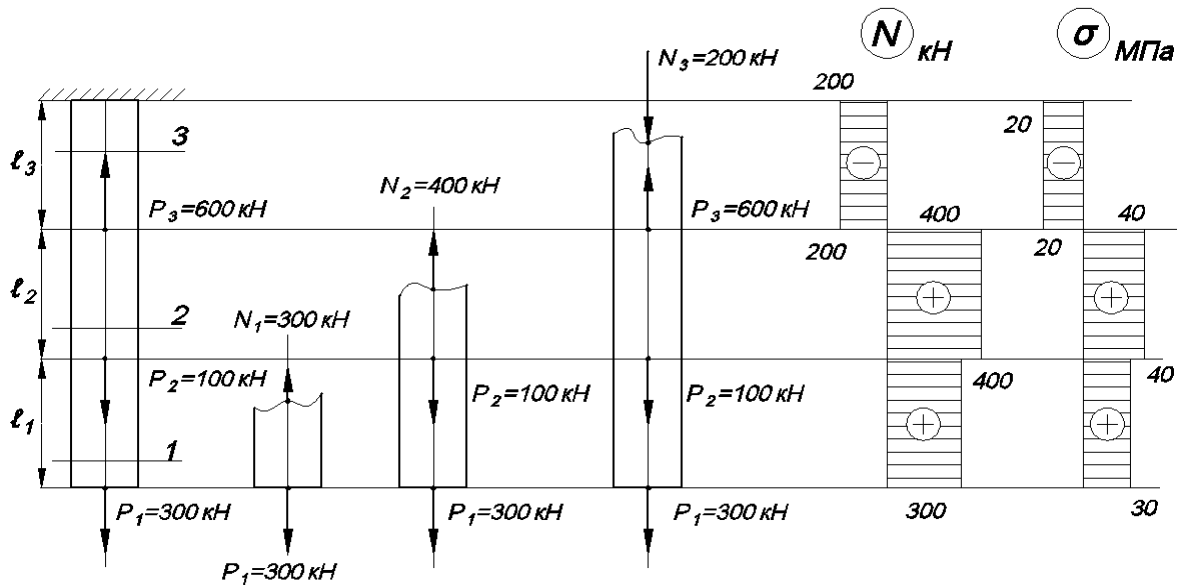


Рис. 1. Метод перерізів при розтязі-стиску.

### 1.2. Закон Гука при розтязі-стиску.

Відомо з курсу фізики, що:

$$\Delta l = k \cdot P. \tag{1}$$

Зробимо деякі перетворення виразу 1:

$$\frac{\Delta l \cdot l}{l \cdot F} = \frac{k \cdot P}{F}, \tag{2}$$

Маючи такі рівності:

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon; \quad \frac{P}{F} = \sigma.$$

(3)

Підставимо рівності 3 у вираз 1, отримаємо:

$$\frac{\varepsilon \cdot l}{F} = k \cdot \sigma \Rightarrow \sigma = \frac{l}{k \cdot F} \cdot \varepsilon. \tag{4}$$

Позначимо  $\frac{l}{kF} = E$  – модуль пружності першого роду (або модуль Юнга)

при розтязі,  $E$  (Па; МПа).

$$\text{Тоді } \sigma = E \cdot \varepsilon \text{ – закон Гука при розтязі-стиску} \quad (5)$$

Із виразом 5 зробимо перетворення:

$$\frac{N}{F} = \frac{E \cdot \Delta l}{l}, \text{ тоді } \Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}, \quad (6)$$

де добуток:  $E \cdot F$  – жорсткість при розтязі-стиску.

### 1.3. *Переміщення перерізів стрижня та епюра переміщень.*

Для стрижня з постійними (сталими)  $N$  і  $F$  загальна деформація визначається виразом (6).

Для стрижня ступенево-змінного поперечного перерізу загальна деформація визначається як сума деформацій ділянок стрижня із сталими  $N$  і  $F$ , тобто:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot F_i}. \quad (7)$$

Приклад: Для стрижня (рис. 2) визначити його деформацію і побудувати епюру абсолютного подовження (прийняти  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа).

Дано:  $P_1 = 2$  кН;  $P_2 = 5$  кН;  $P_3 = 7$  кН.

$F_1 = 10$  см<sup>2</sup>;  $F_2 = 20$  см<sup>2</sup>;

$l_1 = 0,5$  см;  $l_2 = 0,8$  см;  $l_3 = 0,4$  см;  $l_4 = 0,6$  см.

Розв'язок:

$$N_{1-1} = N_{2-2} = 2 \text{ кН};$$

$$N_{3-3} = N_{4-4} = N_{5-5} = N_{6-6} = 2 - 5 = -3 \text{ кН};$$

$$N_{7-7} = N_{8-8} = 4 \text{ кН}.$$

Абсолютні деформації ділянок стрижня:

$$\Delta l_I = \frac{N_{1-1} \cdot l_1}{E \cdot F_1} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_{II} = \frac{N_{3-3} \cdot l_2}{E \cdot F_1} = \frac{-3 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = -12 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{5-5} \cdot l_3}{E \cdot F_2} = \frac{-3 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = -3 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_{IV} = \frac{N_{7-7} \cdot l_4}{E \cdot F_2} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 0,6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} = (5 - 12 - 3 + 6) \cdot 10^{-6} = -4 \cdot 10^{-6} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ см}$$

Побудуємо епюру  $\Delta l$ , яка будується від затиснення стрижня.

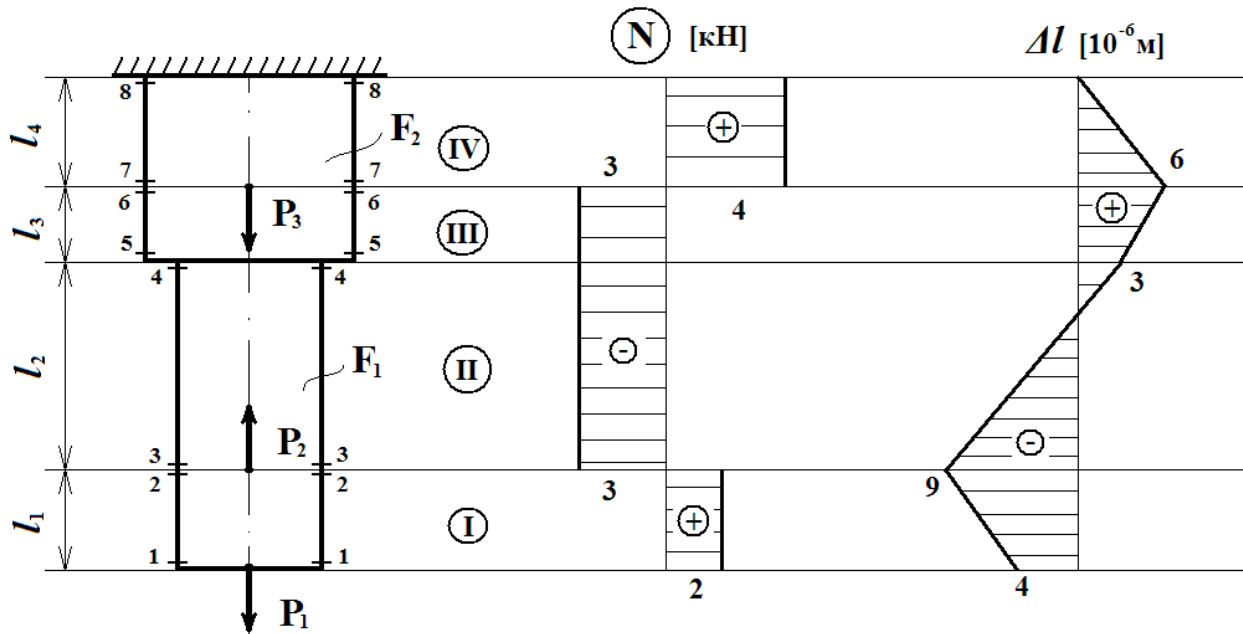


Рис. 2.Рисунок до задачі.

## 2. МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МАТЕРІАЛІВ

### 2.1. Випробування матеріалів на розтяг. Діаграма розтягу.

Для вивчення поведінки матеріалів під навантаженням проводять випробування зразків, виготовлених із цього матеріалу в лабораторних умовах на спеціальних машинах, що, як правило, поділяються на машини з механічним та гідравлічним приводами.

Оскільки властивості матеріалів залежать від розмірів зразка, то для того, щоб була можливість порівняти результати досліджень різних лабораторій, встановлюють нормами форми та розміри зразків випробування.

Найбільш розповсюдженим є випробування на розтяг, оскільки найбільш просто та повно отримують механічні властивості матеріалів. Під час випробування на розтяг приймають круглі та плоскі зразки.

Круглий зразок з параметрами:  $\varnothing = 20$  мм,  $l = 10 \cdot d$  називають нормальними. Решту – пропорційними.

Зразки бувають довгими і короткими:

$l=10 \cdot d$  – довгий зразок;

$l=5 \cdot d$  – короткий зразок.

Найбільш часто використовується циліндричний стандартний нормальний зразок (рис. 3). Діаметр перерізу  $d_0$  такого зразка може бути взятий від 3 до 25 мм.

Розрахункову довжину  $l_0$  на зразках помічають рисками. Ця довжина повинна бути меншою, ніж відстань між кінцівками, щоб виключити вплив способу прикладання зовнішніх сил і концентрації напружень в місцях зміни перерізу.

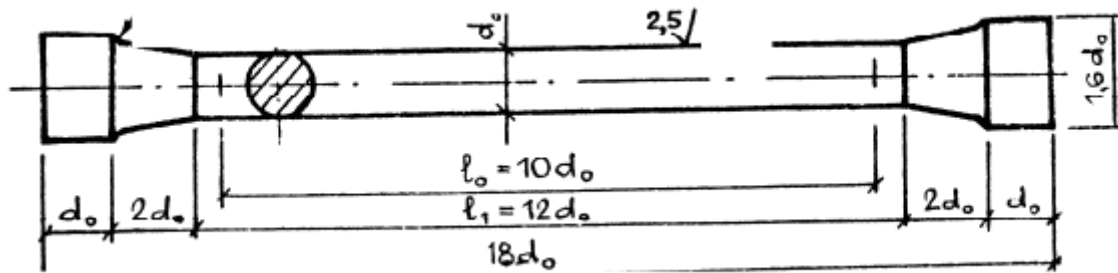


Рис.3. Нормальний зразок

У результаті випробувань отримують графік залежності  $P=f(\Delta l)$ , який називають діаграмою розтягу; кожен матеріал має свою форму діаграми. Для м'якої сталі (Сталь 3) діаграму зображено на рис. 4.

Чисельне значення модуля пружності  $E$  для найбільш частозастосовуваних матеріалів наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Матеріал	$E$ , кН/см <sup>2</sup>
Сталь прокатна	$(2-2,1) \cdot 10^4$
Чавун сірий (білий)	$(1,15-1,6) \cdot 10^4$

Алюміній та його сплави	$(0,7) \cdot 10^4$
Мідь, латунь, бронза	$(1-1,3) \cdot 10^4$
Бетон	$(0,04-0,4) \cdot 10^4$
Цегельна кладка	$(0,01-0,078) \cdot 10^4$
Деревина при розтягу (стиску) уздовж волокон поперек волокон	$(0,1-0,12) \cdot 10^4$  $(0,004-0,01) \cdot 10^4$

Зручно цю діаграму відобразити у відносних величинах  $\sigma$ - $\varepsilon$  (рис. 5):

$$\text{де: } \sigma = \frac{P}{F_0}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

( $F_0$  – початкова площа поперечного перерізу;

$l_0$  – довжина робочої частини зразка до завантаження).

У початковій стадії завантаження залежність між  $P$  і  $\Delta l$  – лінійна (від  $O$  до точки  $A$ ), потім лінійність зникає. Точка  $B$  – границя пружності. За деякої сили (точка  $C$ ) матеріал деформується при сталій величині сили  $P$  (текучість матеріалу). В подальшому ділянка  $DE$  – зона зміцнення матеріалу, точка  $E$  – з’являється шийка; у подальшому  $EK$ ; – падаюча гілка діаграми. У точці  $K$  – руйнування.

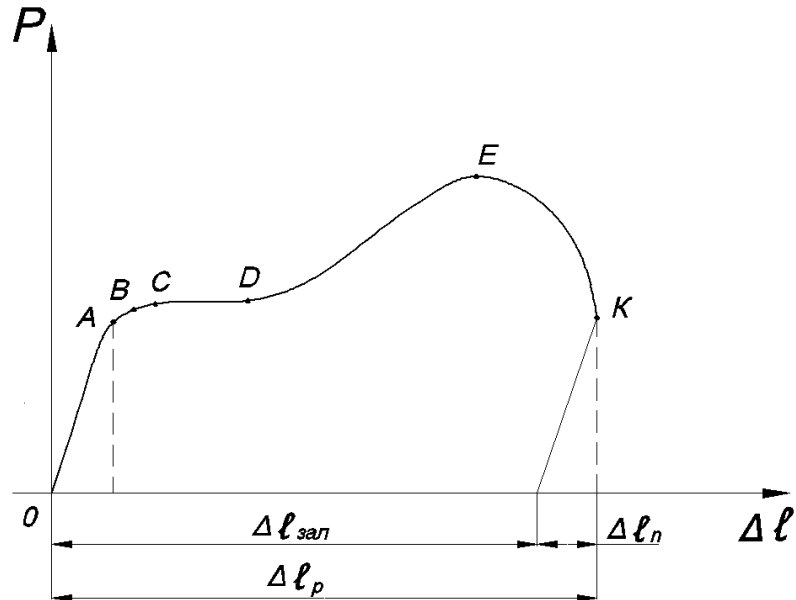


Рис4. Діаграма випробування на розтяг м’якої сталі.

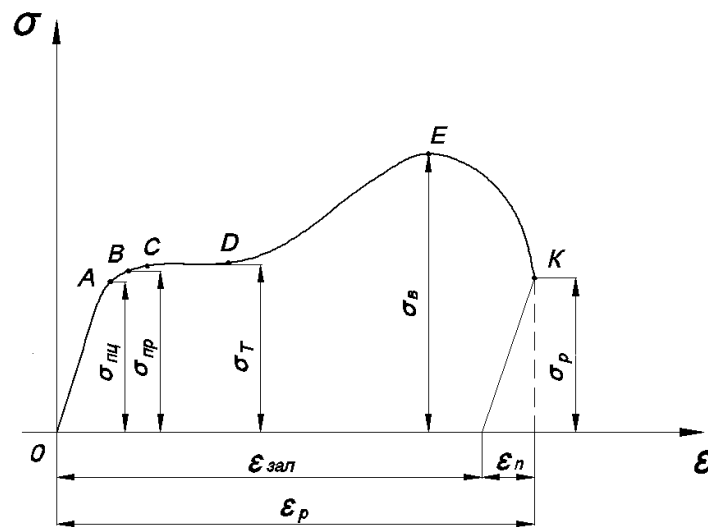


Рис. 5. Діаграма розтягання м’якої сталі у відносних координатах  $\sigma$ – $\epsilon$ .

Відповідно до цього отримують такі механічні властивості матеріалу:

а) характеристики міцності:

$\sigma_{пл}$  – границя пропорційності (точка  $A$ ), найбільш напружена точка, де справедливим є (виконується) закон Гука  $\sigma = E\epsilon$ .

$\sigma_{пр}$  – границя пружності (точка В), коли зразок відновлює свої розміри після зняття навантаження (відсутня залишкова деформація).

$\sigma_T$  – границя плинності – матеріал деформується (тече) при сталій величині сили Р.

$\sigma_B$  – тимчасовий опір – це найбільше навантаження, яке витримує зразок.

$\sigma_p$  – напруження в момент руйнування.

б) характеристики пластичності:

- відносне подовження після руйнування:

$$\delta = \frac{\Delta l_{зал}}{l_0} \cdot 100\%, \quad (8)$$

- відносне звуження зразка в точці розриву:

$$\Psi = \frac{F_0 - F_{ш}}{F_0} \cdot 100\%. \quad (9)$$

де:  $l_{зал}$  – залишкова абсолютна деформація;

$F_{ш}$  – площа поперечного перерізу в шийці після руйнування.

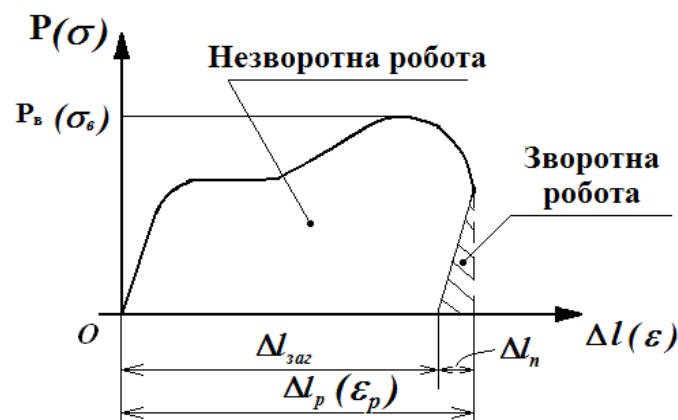


Рис. 6. Графічне відображення роботи.

в) характеристики в'язкості:

*В'язкість* – це здатність матеріалу поглинати механічну енергію в незворотному вигляді. Вона характеризується питомою роботою деформації.

Повна робота деформацій визначається (рис. 6):

$$A = \eta \cdot P_B \cdot \Delta l_p, \quad (10)$$

$\eta$  – коефіцієнт повноти діаграми розтягу.



Питома робота – робота, що затрачена на руйнування одиниці об'єму зразка, визначається:

$$u = \frac{A}{V_0} = \eta \cdot \underbrace{\frac{P_\epsilon}{F_0}}_{\sigma_B} \cdot \underbrace{\frac{\Delta l_p}{l_0}}_{\epsilon_p} = \eta \cdot \sigma_\epsilon \cdot \epsilon_p. \quad (11)$$

## 2.2. Дійсна діаграма розтягу.

Розглянута діаграма  $\sigma$ - $\epsilon$  є умовною. Умовність полягає в тому, що не враховується зміна площі поперечного перерізу  $F_0$  і початкової довжини  $l_0$  та рухаємо їх однаковими на всіх етапах навантаження, що не відповідає дійсності.

Для дійсної діаграми справджується ряд залежностей:

$$\sigma_D = \frac{P}{F_D}; \quad (12)$$

$$\Psi = \frac{F_0 - F_D}{F_0} = 1 - \frac{F_D}{F_0}; \quad (13)$$

$$F_D = F_0(1 - \Psi); \quad (14)$$

Без виведення отримаємо:

$$\epsilon_D = \frac{\Psi}{1 - \Psi}. \quad (15)$$

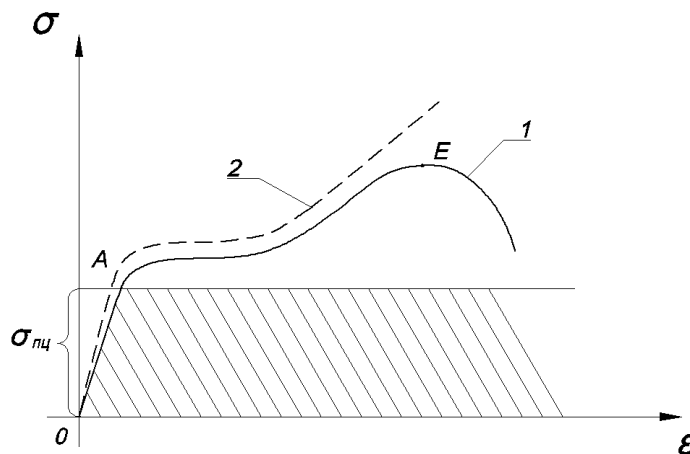


Рис. 7. Дійсна (2) та умовна (1) діаграми розтягу м'якої сталі.

Наклавши дійсну діаграму на умовну (рис. 7) побачимо, що на початковій стадії (особливо до точки E) розбіжність між ними невелика, вона починається з моменту утворення шийки.

Оскільки нас цікавить напруження в межах пропорційності (заштрихована зона), то дійсна діаграма має чисто теоретичний інтерес і її використовують лише в спеціальних розрахунках.

### **2.3. Випробування матеріалів на стиск.**

У природі всі тверді матеріали поділяються на пластичні та крихкі.

*Пластичні матеріали* – це такі, у яких діаграма розтягу подібна до діаграми розтягу м'якої сталі.

*Крихкі* – діаграма подібна діаграмі чавуну.

Зрозуміло, що пластичний матеріал при стиску неможливо зруйнувати (він сплющується), і встановлено, що для пластичних матеріалів механічні характеристики при розтязі і стиску однакові, тому випробування пластичних матеріалів на стиск проводять досить обмежено. Для крихких матеріалів міцність на стискання значно перевищує міцність на розтяг. Чавун – в 10 – 15 разів, бетон – в 15 – 20 разів.

Під час випробувань на стиск для уникнення проблем стійкості випробовують короткі зразки циліндричної або кубічної форми.

$$h = (2 \div 3)d$$

Для випробування деяких матеріалів використовують циліндричний зразок. У результаті випробування він набуває форми бочки і руйнується по площині під кутом  $45^\circ$  до вісі стрижня (рис. 8).

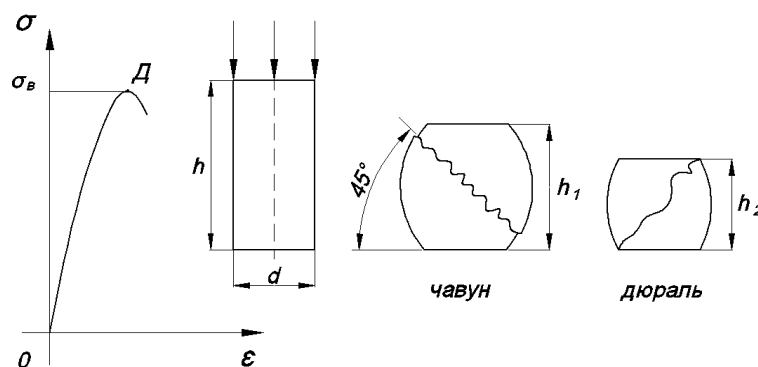


Рис. 8а. Діаграма «Стиск і характер руйнування зразків крихких матеріалів».

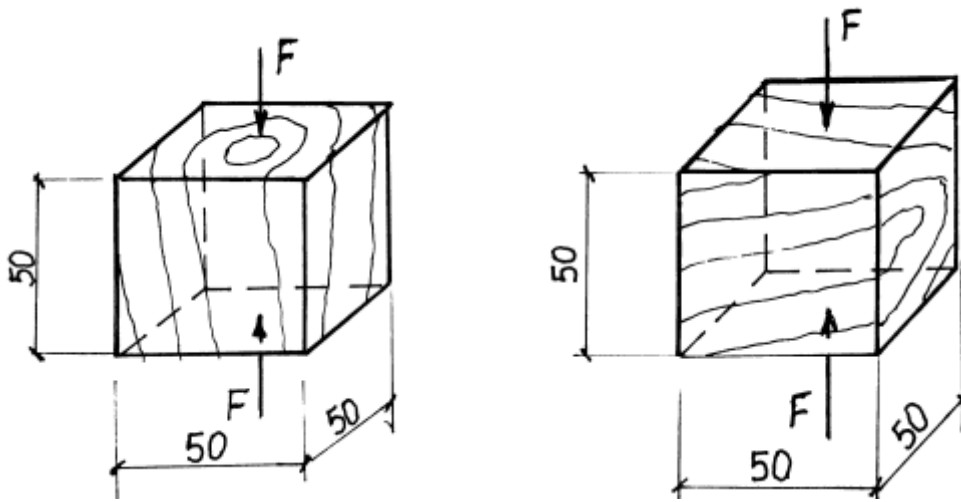


Рис.8б. Характер прикладання сили до дерев'яного зразка з поздовжнім і поперечним розташуванням волокон

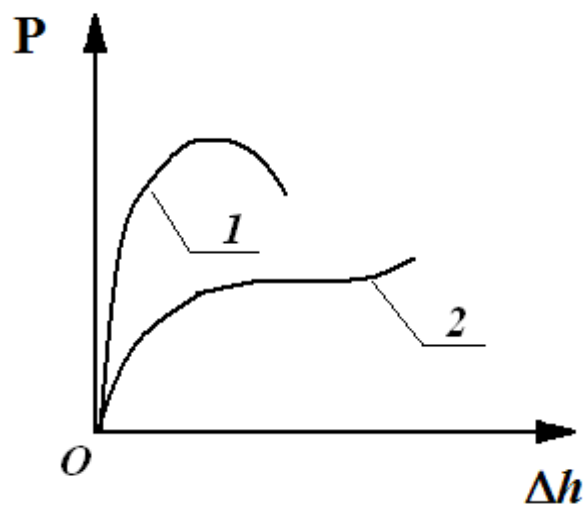


Рис. 9. Діаграма стиску дерева:  
1 – вздовж волокон; 2 – впоперек волокон.

Особливим є випробування на стиск анізотропних матеріалів (рис. 9) таких, як дерево, що відрізняється випробуванням вздовж та впоперек волокон. Міцність деревини вздовж волокон значно вища, ніж впоперек.

### 3. РОЗРАХУНОК ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМУ РОЗТЯГУ-СТИСКУ

#### 3.1. Перевірка міцності та визначення необхідних розмірів стрижня при розтязі-стиску.

Методи розрахунку при розтязі-стиску:

- а) за руйнуючими навантаженнями ;
- б) за допустимими напруженнями;
- в) за граничними станами.

Одним із питань курсу механіки матеріалів і конструкцій є питання практичного характеру, а саме: це визначення розмірів стрижня при заданому навантаженні та матеріалі або ж визначення того допустимого навантаження, яке стрижень здатний сприйняти при заданих розмірах та виді матеріалу.

Актуальною при цьому є проблема економії матеріалів. Для цього необхідно провести спеціальні розрахунки, мета яких – забезпечити надійність і довголіття конструкції. Існують три методи розрахунків:

- а) за руйнуючими навантаженнями;
- б) за допустимими напруженнями ;
- в) за граничними станами (спецкурс).

Кожен із методів повинен забезпечити надійність експлуатації системи.

- а) Метод руйнуючих навантажень

Умова міцності цього методу полягає в тому, що величина максимального навантаження на стрижень  $P_{max}$  не повинна перевищувати допустиме значення  $[P]$ , яке дорівнює руйнуючому (небезпечному) навантаженню  $P_{руйн}$ , поділеному на коефіцієнт запасу міцності  $n > 1$ .

$$P_{max} \leq [P] = \frac{P_{руйн}}{n} \quad (16)$$

Величина допустимого навантаження на руйнування  $[P]$  приймається залежно від виду матеріалу:

- а) для пластичних матеріалів (рис. 10).

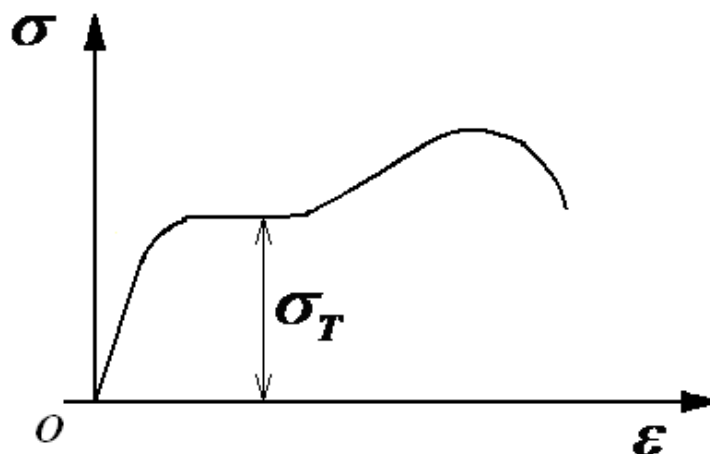


Рис. 10. Діаграма розтягу-стиску пластичних матеріалів.

- б) для крихких матеріалів (рис.11):

$$P_{руйн} = \sigma_T \cdot F, \quad [P] = \frac{P_{руйн}}{n} = \frac{\sigma_T \cdot F}{n}; \quad (17)$$

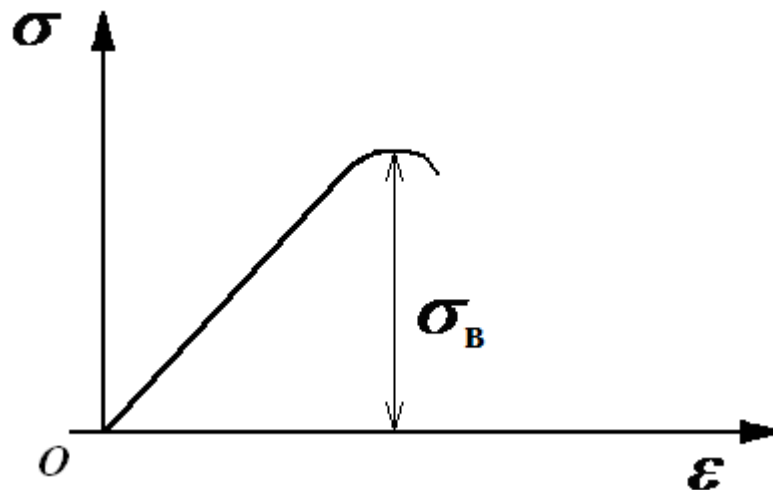


Рис. 11. Діаграма розтягу-стиску крихких матеріалів.

$$P_{руйн} = \sigma_B \cdot F, \quad [P] = \frac{\sigma_B \cdot F}{n}; \quad (18)$$

Недолік цього методу полягає в тому, що прийняття однакового  $n$  для пластичних та крихких матеріалів призводить до перевитрат матеріалів у конструкціях, виготовлених із пластичних матеріалів.

#### б) Метод допустимих напружень

Умова міцності цього методу полягає в тому, що величина максимальних напружень  $\sigma_{max}$  в небезпечному перерізі не повинна перевищувати допустиме значення напруження  $[\sigma]$  поділеного на  $n$  – коефіцієнт запасу міцності.

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F_{netto}} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{небезп}}{n}. \quad (19)$$

На основі виразу (19) можна розв'язати дві інженерні задачі:

1. Визначити необхідну площу поперечного перерізу стрижня при заданому зусиллі та матеріалі:

$$F_{необ} \geq \frac{N}{[\sigma]}; \quad (20)$$

2. Визначити допустиме навантаження на стрижень при заданих розмірах і матеріалі.

$$N_{дон} \leq [\sigma] \cdot F. \quad (21)$$

Величина  $[\sigma]$  залежить від матеріалу:

– для крихких матеріалів  $[\sigma] = \frac{\sigma_6}{n_1}$ ;

– для пластичних матеріалів  $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_2}$ .

Очевидно, що  $n_1 > n_2$ .

Коефіцієнт запасу міцності  $n$  вводять з таких причин:

- а) різниця в дослідних даних  $\sigma_T$  і  $\sigma_6$ ;
- б) неможливість точно визначити навантаження;
- в) недосконалість методик розрахунку;
- г) неточністю виготовлення деталей.

Величина  $n$  залежить:

- а) від якості та однорідності матеріалу;
- б) від важливості конструкції (умови та термін експлуатації);
- в) рівень розвитку техніки.
- в) За граничними станами

Розрахунки проводять за двома групами граничних станів:

- 1) за тримальною здатністю (міцністю);
- 2) за придатністю до нормальної експлуатації (жорсткість, наявність тріщин).

При цьому справджується рівність:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{F} \leq R; \quad (22)$$

$R$  – розрахунковий опір матеріалу;

$$R = \frac{R^H}{n}; \quad (23)$$

$R^H$  – нормативний опір (приводиться в нормах);

$n$  – коефіцієнт запасу міцності;

$N$  – розрахункове навантаження.

$$N = N_1^H \cdot K_1^H + N_2^H \cdot K_2^H + \dots + N_n^H \cdot K_n^H,$$

де:  $N_i^H$  – нормативне навантаження;

$K_i^H$  – коефіцієнт перевантаження.

### 3.2. Статично-невизначенні системи (СНС) при розтягу- стиску.

Під час розв'язання задач міцності та жорсткості при розтягу-стиску у

розрахункові формули:  $\sigma = \frac{N_z}{F}$  ;  $\Delta l = \frac{N_z \cdot l}{E \cdot F}$

входить поздовжня сила  $N_z$ , з визначення якої починається розрахунок.

У тому разі, якщо  $N_z$  визначається за допомогою рівнянь статички задача є статично визначеною.

У практиці інженерних розрахунків зустрічаються системи, зусилля в стрижнях яких неможливо визначити за допомогою рівнянь статички, оскільки їх більше чим цих рівнянь. Такі системи називають статично невизначеними (СНС).

Різниця між кількістю невідомих зусиль і числом рівнянь статички, які можемо скласти для їх визначення, називається ступенем статичної невизначеності системи.

Для розкриття статичної невизначеності системи, окрім рівнянь статички (*статична сторона задачі*), складають додаткові рівняння, що пов'язують між собою додаткові невідомі зусилля. Такі рівняння отримують, розглянувши деформацію системи. Вони пов'язують між собою деформації стрижнів з невідомими зусиллями. Їх називають рівняннями сумісності деформацій (*геометрична сторона задачі*). Оскільки нас цікавить не деформація, а зусилля, то за допомогою закону Гука  $\Delta l = \frac{N_z l}{EF}$  виражаємо деформації через зусилля (*фізична сторона задачі*).

Сумісне розв'язання рівнянь статички і рівнянь сумісності деформацій означає розкриття статичної невизначеності системи (*синтез різних сторін задачі*).

**Приклад:** Визначити максимальні напруження в призматичному стержні, затисненому обома кінцями і завантаженого силою Р, що зображено на рис. 12

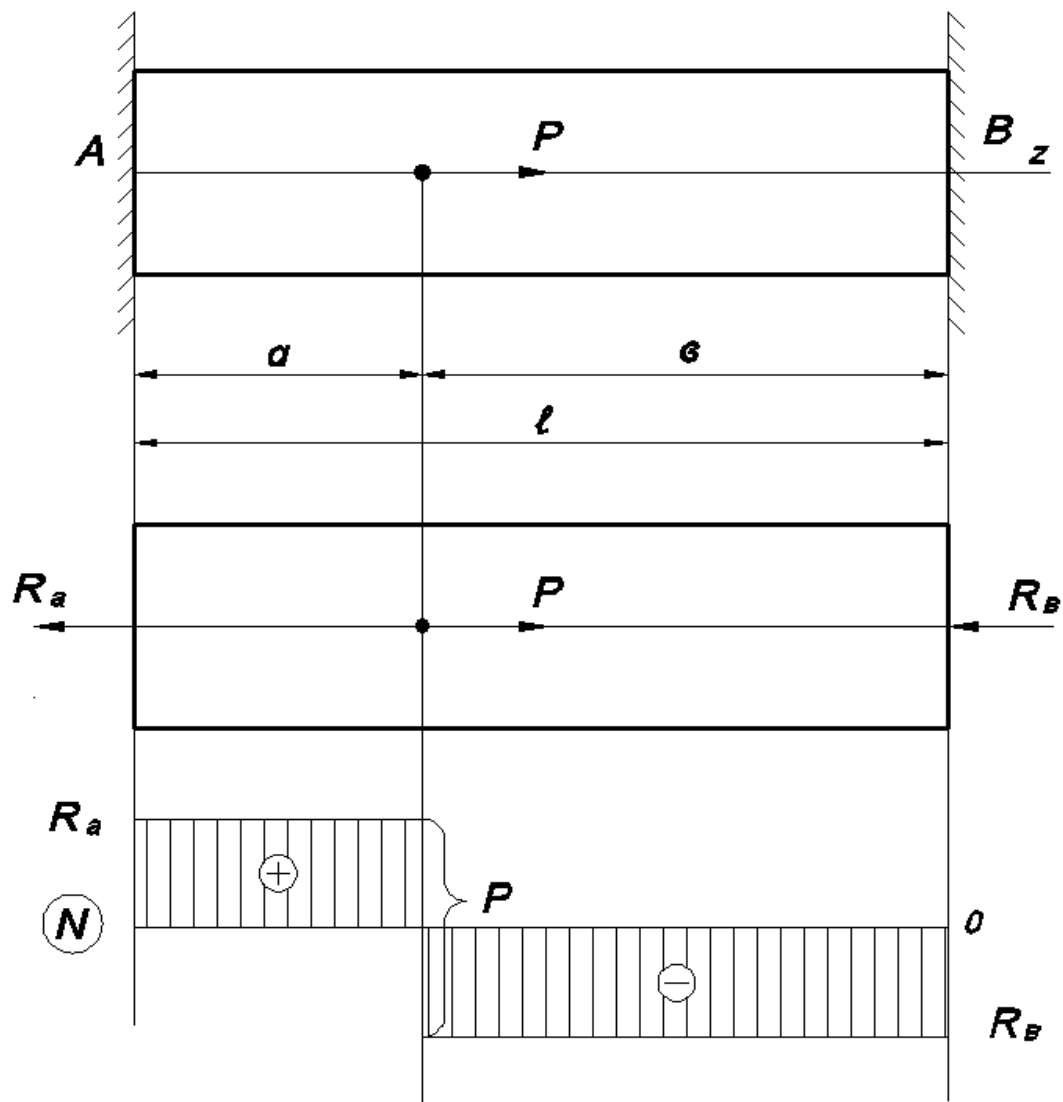


Рис.12. Схема завантаження та епюра  $N_z$  до прикладу .

1) Статична сторона задачі:

Відкидаючи затиснення та складаючи рівняння статички, отримуємо:

$$\Sigma Z = 0 ;$$

$$\Sigma Z = P - R_A - R_B = 0, \quad R_A + R_B = P$$

2) Геометрична сторона задачі:

$$\Delta l = 0 .$$

3) Фізична сторона задачі:

Деформацію можна представити двома способами (6.9. та 6.10.):

$$\Delta l = \frac{P \cdot a}{E \cdot F} - \frac{R_B \cdot l}{E \cdot F} = 0 ; \tag{24}$$

або



$$\Delta l = \frac{(P - R_B) \cdot a}{E \cdot F} - \frac{R_B \cdot b}{E \cdot F} = 0. \quad (25)$$

4) Синтез різних сторін задачі:

Із виразу (6.9) знаходимо, що:

$$R_B = P \cdot \frac{a}{l};$$

Із рівняння статички ( $P = R_A + R_B$ ):

$$R_A = P \cdot \frac{b}{l}$$

Побудуємо епюру  $N_z$ .

Знайдемо максимальні напруження  $\sigma_{\max} = \frac{R_A}{F} = \frac{P \cdot b}{F \cdot l}$ .

Приклад : Жорсткий брус необхідно шарнірно закріпити в точці А і підвісити за допомогою двох стержнів (рис. 13).

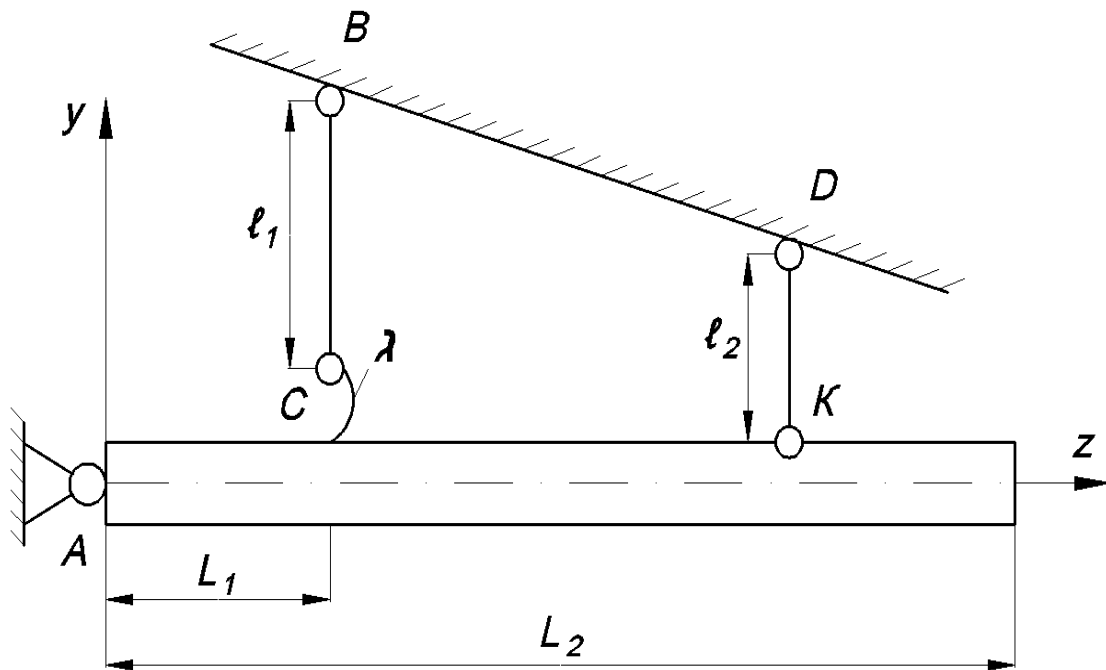


Рис. 13. Схема статично невизначеного бруса.

Під час виготовлення стрижня ВС допущено технологічну неточність – його зроблено коротшим на величину  $\lambda$ . Під час монтажу системи довелося витягнути цей стрижень, що викликало зусилля в іншому. Знайти зусилля у стрижнях ВС і DK.

а) Статична сторона задачі.

Виділяємо абсолютно жорсткий брус і докладаємо до нього зусилля реакцій відкинутих зв'язків (план сил) (рис. 14).

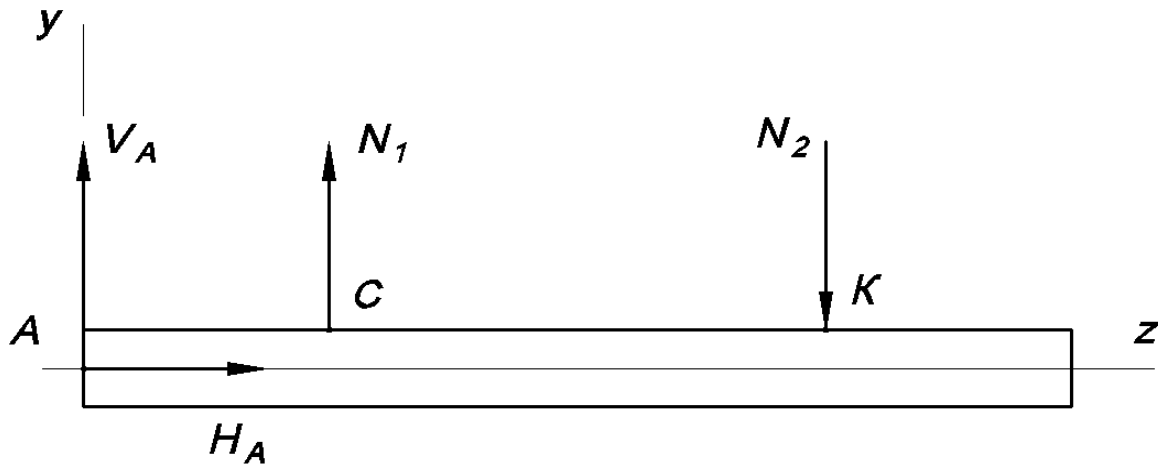


Рис. 14. План сил.

Рівняння статики:

1)  $\Sigma Z = 0 ; H_A = 0 ;$

2)  $\Sigma Y = 0 ; \Sigma Y = V_A + N_1 - N_2 = 0 ;$

3)  $\Sigma M_a = 0 ;$   $N_1 \cdot L_1 + N_2 \cdot L_2 = 0 .$

(26)

Система один раз статично невизначена (чотири невідомих зусилля і три рівняння статики).

б) Геометрична сторона задачі (рис. 15):

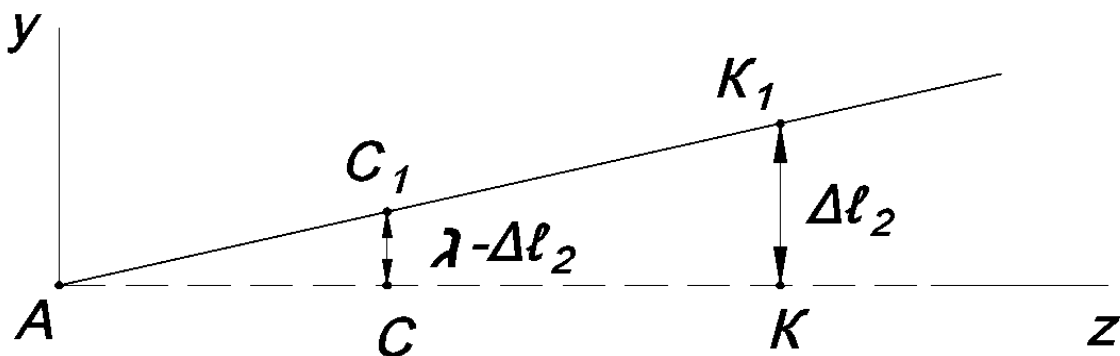


Рис. 15. План переміщень.

Із подібності трикутників маємо:

$$\frac{KK_1}{AK} = \frac{CC_1}{AC} , \text{ або}$$

$$\frac{\Delta l_2}{L_2} = \frac{\lambda - \Delta l_1}{L_1}$$

Звідси маємо:

$$\Delta l_2 L_1 = (\lambda - \Delta l_1) L_2 . \quad (27)$$

в) Фізична сторона задачі: розпишемо деформації за допомогою закону Гука.

$$\frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot F_2} \cdot L_1 = \left( \lambda - \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot F_1} \right) \cdot L_2 \quad (28)$$

г) Синтез різних сторін задачі:

Розв'язавши сумісно (27) та (28) маємо:

$$N_2 = \lambda \cdot \frac{L_2^2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot E}{l_2 \cdot L_1^2 \cdot F_1 + l_1 \cdot L_2^2 \cdot F_2} ; \quad (29)$$

$$N_2 = \lambda \cdot \frac{L_1 \cdot L_2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot E}{l_2 \cdot F_1 \cdot L_1^2 + l_1 \cdot F_2 \cdot L_2^2} . \quad (30)$$

Висновок: у статично невизначених системах наявність зусилля в одному із стержнів викликає зусилля у всіх інших, тобто відбувається перерозподіл зусиль на всі стрижні системи.

### **3. Вплив неточності виготовлення деталей і температури на величини зусиль у них.**

Приклад . Визначити напруження від рівномірного нагрівання призматичного стрижня, затисненого обома кінцями (рис.16).

Система статично невизначена один раз.

Відкинемо праве затиснення.

Рівняння сумісності деформацій:  $l = 0$ .

$$\text{або ж: } \Delta l_t = \Delta l_N , \quad (31)$$

Розпишемо деформації:

а) від нагрівання стрижня:

$$\Delta l_t = l \cdot \alpha \cdot t^0 , \quad (32)$$

де:  $\alpha$  – коефіцієнт лінійного розширення;

$t^0$  – температура, на яку нагріто стрижень.

$$\Delta l_N = \frac{Nl}{EF} - \text{закон Гука.} \quad (33)$$

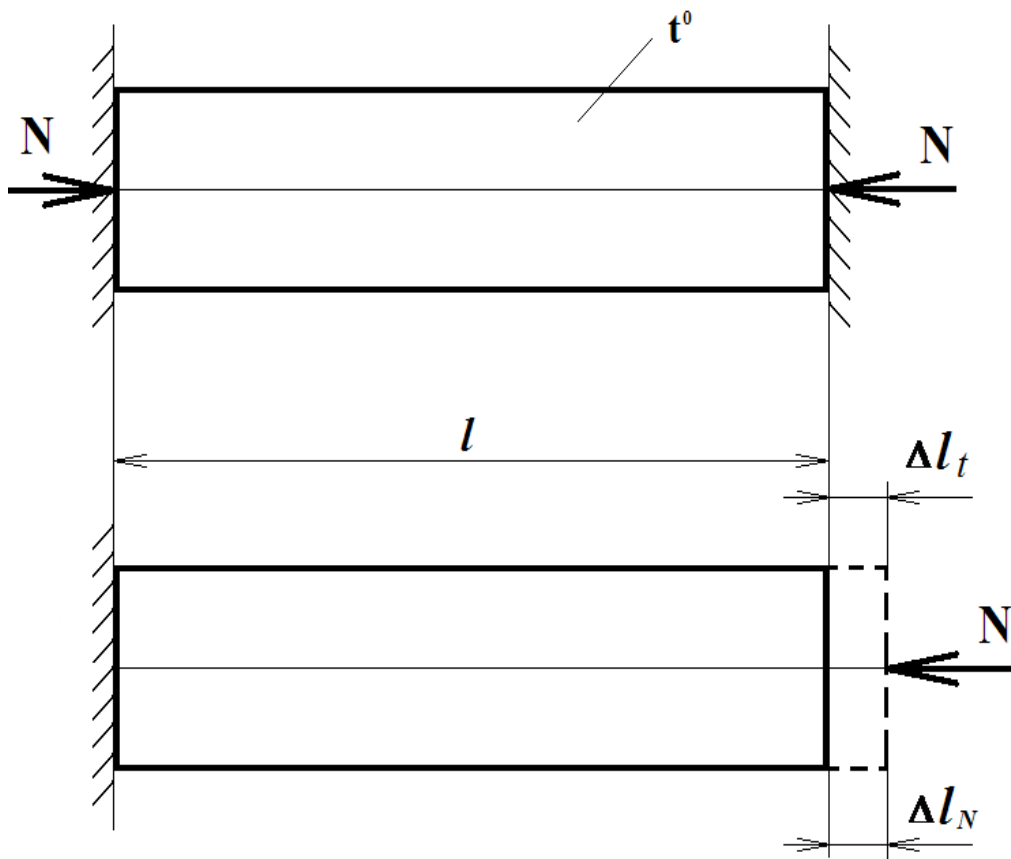


Рис. 16. Схема до прикладу

Підставивши (6.17) і (6.18) у (6.16), отримуємо:

$$\frac{Nl}{EF} = l \cdot \alpha \cdot t^0, \quad (34)$$

Звідки:

$$N = E \cdot F \cdot \alpha \cdot t^0, \quad (35)$$

Напруження визначиться за формулою:

$$\sigma = \frac{N}{F} = E \cdot \alpha \cdot t^0. \quad (36)$$

### ЗАВДАННЯ ДО САМОСТІЙНОГО ВИКОНАННЯ ЗАДАЧА №1

## РОЗРАХУНОК СТУПІНЧАСТОГО СТЕРЖНЯ НА РОЗТЯГАННЯ-СТИСКАННЯ

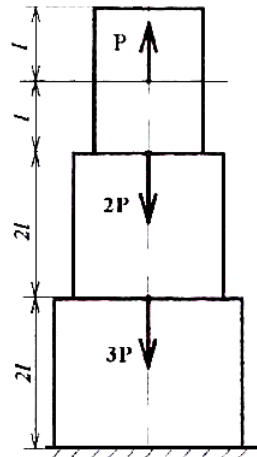
**Приклад:**

**Умова задачі (Частина I)**

Для заданого статично визначеного стержня необхідно:

- 1) побудувати епюру поздовжніх сил ;
- 2) із умови міцності по нормальних напруженнях підібрати поперечний переріз стержня на кожній ступені;
- 3) побудувати епюру нормальних напружень;
- 4) визначити загальне подовження поперечних перерізів, прийнявши

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па.}$$



$$P = 40 \text{ кН}; \quad l = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м};$$

$$[\sigma_{\text{д}}] = 160 \text{ МПа}; \quad [\sigma_{\text{с}}] = 100 \text{ МПа}$$

Рис.17. Схема ступінчастого стержня

Розв'язання:

1. Визначаємо величину повздовжньої сили у характерних перерізах і будуємо епюру

$N$  (рис.17):

$$N_{1-1} = N_{2-2} = 0$$

$$N_{3-3} = N_{4-4} = P = 40 \text{ кН}$$

$$N_{5-5} = N_{6-6} = P - 2P = -P = -40 \text{ кН}$$

$$N_{7-7} = N_{8-8} = P - 2P - 3P = -4P = -4 \cdot 40 = -160 \text{ кН}$$

2. Підбираємо площу поперечного перерізу стержня на кожному із його ступенів виходячи з умови міцності по нормальним напруженням :

$$F = \frac{N}{[\sigma]}$$

$$1,2 \text{ ділянки } F_1 = \frac{N_{4-4}}{[\sigma]_{cm}} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 2,5 \text{ см}^2$$

$$3 \text{ ділянка } F_2 = \frac{N_{6-6}}{[\sigma]_{cm}} = \frac{-40 \cdot 10^3}{-100 \cdot 10^6} = 4 \text{ см}^2$$

$$4 \text{ ділянка } F_3 = \frac{N_{8-8}}{[\sigma]_{cm}} = \frac{-160 \cdot 10^3}{-100 \cdot 10^6} = 16 \text{ см}^2$$

3. Визначаємо нормальні напруження у характерних перерізах і будуємо епюру ( рис.18)

$$\sigma = \frac{N}{F}$$

$$\sigma_{1-1} = \sigma_{2-2} = 0$$

$$\sigma_{3-3} = \sigma_{4-4} = \frac{40 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 160 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{5-5} = \sigma_{6-6} = \frac{40 \cdot 10^3}{4,0 \cdot 10^{-4}} = -100 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{7-7} = \sigma_{8-8} = \frac{160 \cdot 10^3}{16,0 \cdot 10^{-4}} = -100 \text{ МПа}$$

4. Знайдемо загальне видовження (укорочення) стержня і будуємо епюру переміщень по поперечних перерізах, прийняв, що . Епюра повного видовження або вкорочення будується від жорсткого защемлення.

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}$$

$$\Delta l_1 = 0$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_{4-4} \cdot l}{E \cdot F_1} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,032 \text{ см}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_{6-6} \cdot 2l}{E \cdot F_2} = \frac{-40 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0,04 \text{ см}$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_{8-8} \cdot l}{E \cdot F_3} = \frac{-160 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 16 \cdot 10^{-4}} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,04 \text{ см}$$

Повне видовження дорівнює:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = 0,032 - 0,04 - 0,04 = -0,048 \text{ см.}$$

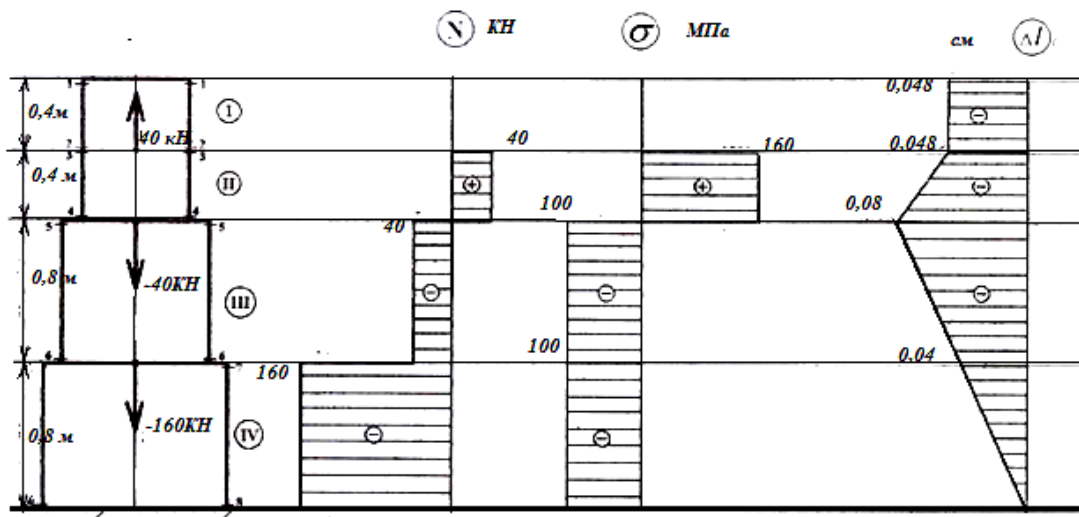


Рис.18. Схема побудови епюр до задачі 2

### Частина 2

Жорстко закріпити вільний кінець стержня, що розраховувався в першій частині задачі (з підібраними поперечними перерізами). Для отриманого статично невизначеного стержня (рис.5.):

- 1) розкрити статичну невизначеність;
- 2) побудувати епюри поздовжніх сил і нормальних напружень.

Дано: Ступінчастий стержень, що зображено на рис.5.

$P=40\text{кН};$ $l=0,4\text{ м};$ $[\sigma_{\text{п}}]=160\text{ МПа};$ $\sigma_{\text{п}}=100\text{ МПа};$	$F_1=2,5 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2;$ $F_2=4 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2;$ $F_3=16 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2;$
---	--

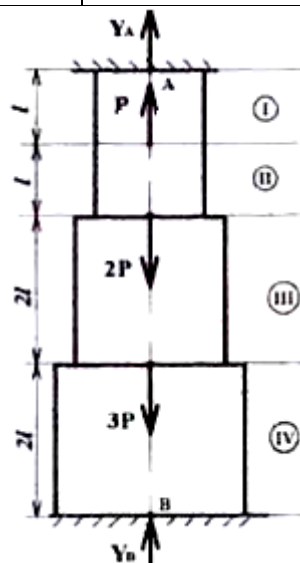


Рис.19. Схема статично невизначеного стержня

Розв'язання:

1. Умова рівноваги ступінчастого стержня має вигляд :

$$\sum Y = P - 2 \cdot P - 3 \cdot P + Y_A + Y_B = 0$$

$$\text{Або } Y_A + Y_B = 4P$$

2. Поздовжня сила у перерізі різних ділянок стержня :

$$N_1 = Y_A, \quad N_2 = Y_A + P, \quad N_3 = Y_A - 4P, \quad N_4 = Y_A - 4P + Y_B$$

3. Визначимо поздовжні деформації за формулою абсолютного подовження

$$(\Delta l = N \cdot l / E \cdot F)$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l}{E \cdot F_1} = \frac{Y_A \cdot l}{E \cdot F_1}$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l}{E \cdot F_1} = \frac{[(Y)_A + P] \cdot l}{E \cdot F_1}$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot 2 \cdot l}{E \cdot F_2} = \frac{[(Y)_A - 4P] \cdot 2 \cdot l}{E \cdot F_2}$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_4 \cdot 2 \cdot l}{E \cdot F_3} = \frac{[(Y_A - 4P + Y)_B] \cdot 2 \cdot l}{E \cdot F_3}$$

4. Складемо додаткове рівняння деформації із цієї умови, що сума поздовжньої деформації всіх ділянок рівна нулю, так як відстань між перерізами А та В змінюватися не може (рис 20):  $\Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = 0$ , або

$$\frac{Y_A \cdot l}{E \cdot F_1} + \frac{[(Y)_A + P] \cdot l}{E \cdot F_1} + \frac{[(Y)_A - 4P] \cdot 2 \cdot l}{E \cdot F_2} - \frac{[(Y_A - 4P + Y)_B] \cdot 2 \cdot l}{E \cdot F_3} = 0$$

$$\frac{Y_A \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,4Y_A + 16 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,8Y_A - 128 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,8Y_A - 128 \cdot 10^3 + 0,8Y_B}{2 \cdot 10^{11} \cdot 16 \cdot 10^{-4}} = 0$$

$$\text{Звідси } 9,12 \cdot Y_A + 0,8 \cdot Y_B - 153,6 \cdot 10^3 = 0$$

6. Вирішуємо це рівняння сумісно з рівнянням рівноваги; отримаємо  
 $Y_A = 3,07 \text{ КН}; Y_B = 156,93 \text{ КН};$

Підставимо величини  $Y_A$  та  $Y_B$  у вирази поздовжніх сил, отримаємо значення сил. По аналогії з першою частиною задачі виконаємо пункти 1 і 3, а також побудуємо епюри (рис.18).

## ЗАДАЧА №2 РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНОЇ СИСТЕМИ НА РОЗТЯГАННЯ-СТИСКАННЯ



**Приклад:**

Умова задачі

Для заданої статично невизначеної стержневої системи потрібно.

- 1) визначити зусилля, що виникають в стержнях системи від дії сили  $Q$ ;
- 2) із умови міцності при заданому співвідношенню площ підібрати необхідні розміри поперечних перерізів стержнів. Стержень рахувати таким, що складається із двох прокатних кутників;
- 3) перевірити правильність рішення задачі.

Дано: Статично невизначена стержнева система рис.20.

$[\sigma] = 130\text{МПа}$ ;  $F = 15\text{ см}^2$ ;  $Q = 150\text{кН}$ ;  $a = 2,5\text{ м}$ ;  $b = 2,5\text{ м}$ ;  $c = 1,5\text{ м}$ .

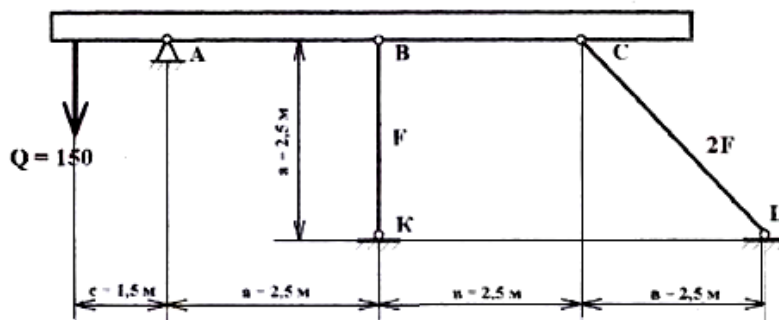


Рис.20. Статично невизначена стержнева система

1. Статична сторона задачі. Складаємо рівняння рівноваги. Для цього складаємо план сил зображений на рис. 21.

$$\sum Y_i = 0; Y_A + N_1 - N_2 \cdot \sin 45^\circ - Q = 0$$

$$\sum M_{iA} = 0; Q \cdot -N_1 \cdot a - N_2 \cdot \sin 45^\circ \cdot (a + b) = 0$$

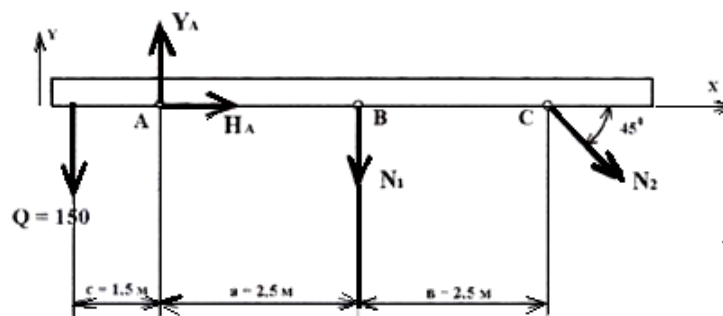


Рис.21. План сил

## 2. Геометрична сторона задачі

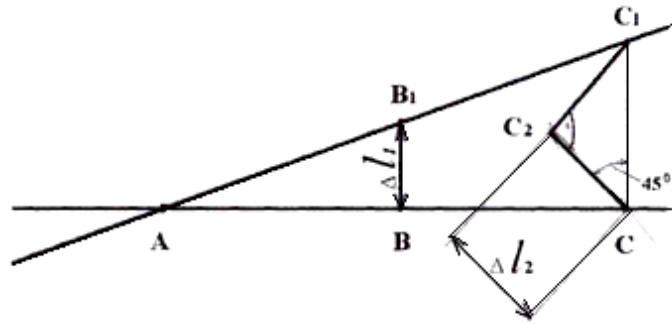


Рис. 22. Геометричне зображення деформації в стержнях

Трикутник  $ABB_1 \sim ACC_1$

З даної залежності можна скласти відношення :

$$\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{a+b}, \text{ розпишемо}$$

$$BB_1 = \Delta l_1; CC_1 = \Delta l_2; CC_1 = \Delta l_2; CC_1 = \frac{\Delta l_2}{\cos 45^\circ}$$

Звідки можемо отримати залежність : 
$$\Delta l_2 = \frac{\Delta l_1 \cdot (a+b) \cdot \cos 45^\circ}{a};$$

3. Фізична сторона задачі ( $\Delta l_1 = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}$ )

$$\frac{N_2 \cdot b}{E \cdot 2 \cdot F \cdot \cos 45^\circ} = \frac{N_1 \cdot a \cdot (a+b) \cdot \cos 45^\circ}{E \cdot F \cdot a} \text{ перетворивши маємо:}$$

$$N_2 = 2 \cdot N_1$$

4. Синтез. Вирішуємо рівняння деформації сумісно з рівняннями рівноваги системи, отримаємо :  $N_1 = 23,51 \text{ кН}; N_2 = 47,02 \text{ кН}$ .

5. Із умови міцності при заданому співвідношенні площин підбираємо необхідну величину перерізу стержнів :

$$\text{-стержень ВК: } F = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{23,51 \cdot 10^3}{130 \cdot 10^6} = 0,18 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 18 \text{ см}^2$$

$$\text{-стержень СL } 2 \cdot F = 2 \cdot 18 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

6. Приймаємо правильність знаходження реакцій стержнів  $N_1$  і  $N_2$ . Визначаємо реакції  $H_A = 33,24 \text{ кН}; Y_A = 206,75 \text{ кН}$ . Складемо рівняння моментів відносно точки

С.

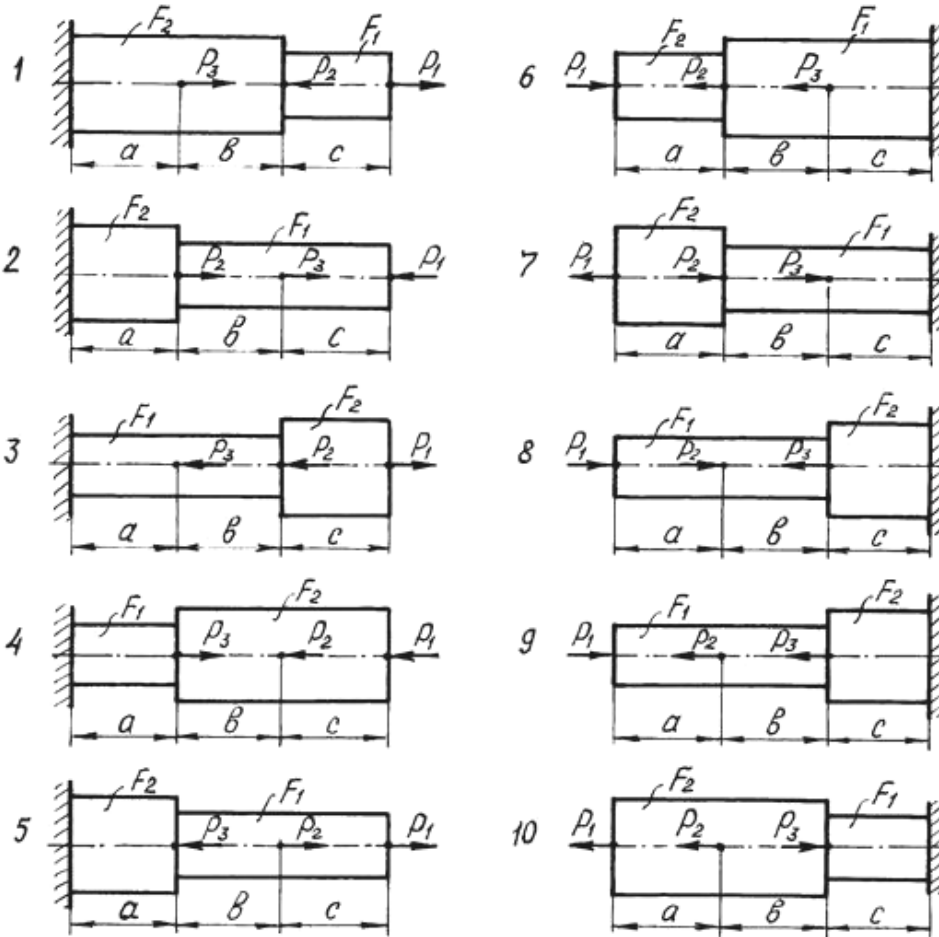
$$105 \cdot (2,5+2,5+1,5)+23,51 \cdot 2,5-206,75 \cdot (2,5+2,5)=0$$

$0 \approx 0$ , допускається похибка до 5%

## КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО ТЕМИ

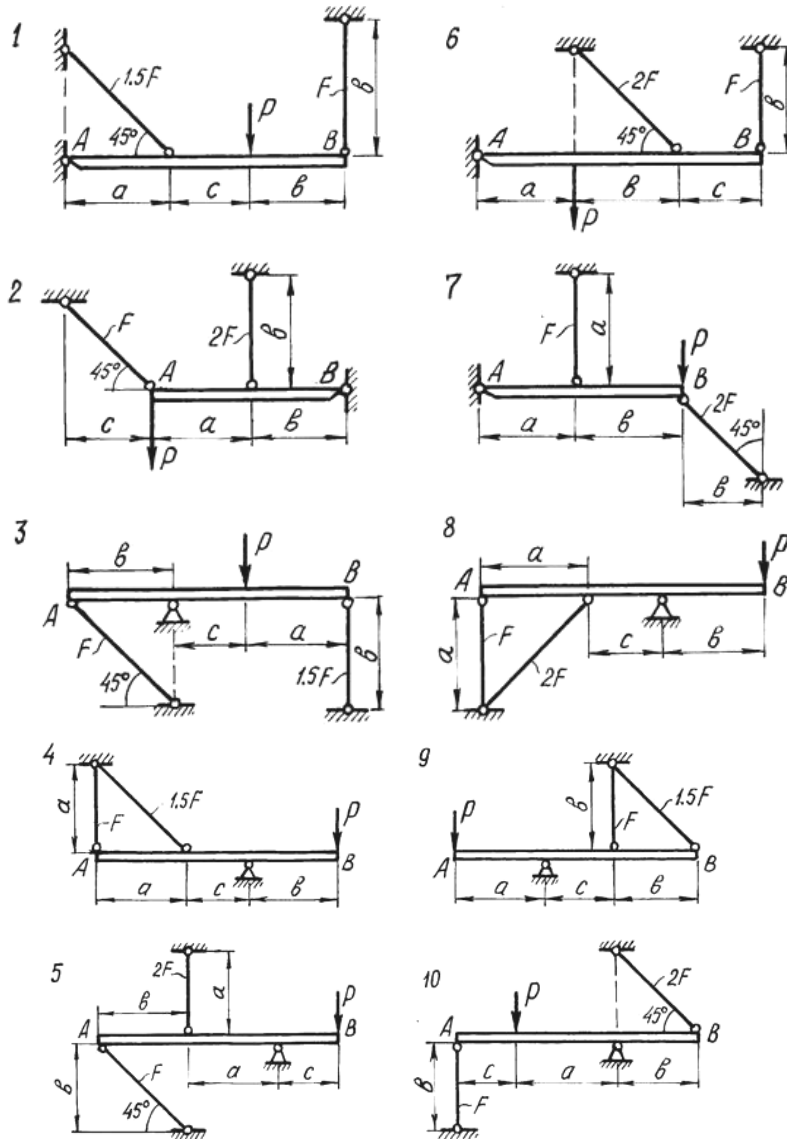
1. Як визначається абсолютна і відносна деформація призматичного стержня?
2. Що називають поздовжньою силою і як вона визначається?
3. Сформулюйте закон Гука.
4. Що називають модулем пружності 1-го роду?
5. Що називають коефіцієнтом поперечної деформації? Його середнє значення для металів?
6. Як визначити характерні крапки діаграми розтягання?
7. Назвіть характеристики міцності при розтяганні.
8. Назвіть характеристики пластичності при розтяганні.
9. Назвіть характеристики в'язкості.
10. Що називають допустимим напруженням? Від чого залежить величина коефіцієнту запасу міцності?
11. Які задачі називають статично невизначеними? Які особливості їх розв'язання?
12. Загальна схема розв'язання статично невизначених задач.
13. Розрахунок по допустимих навантаженнях і допустимих напруженнях.
14. Які є види напруженого стану в крапці?
15. Суть закону парності дотичних напружень?
16. Які напруження називаються головними?
17. Що таке головні площадки і як визначається їх положення?
18. Запишіть узагальнений закон Гука.
19. Що таке теорії міцності, яка суть кожної із теорій?
20. Як сформулювати парну теорію міцності?
21. Як знаходиться розрахункове напруження в другій теорії міцності?
22. Чи залежить розрахункове напруження згідно третьої теорії міцності від величини  $\sigma_2$  ?
23. Чому рівняється питома робота деформацій при об'ємному напруженому стані?

**Варіанти завдань для виконання  
(задача 1)**



Параметри задачі	Числові варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_1$ , кН	40	50	65	40	80	55	60	45	50	30
$P_2$ , кН	90	55	70	50	60	70	80	35	55	45
$P_3$ , кН	100	60	35	65	70	90	70	30	70	85
$a$ , м	0,3	0,4	0,5	0,3	0,9	0,1	0,3	0,7	0,8	0,4
$b$ , м	0,2	0,4	0,3	0,8	0,1	0,2	0,4	0,6	0,9	0,2
$c$ , м	0,1	0,3	0,6	0,7	0,3	0,3	0,4	0,5	0,7	0,3
$[\sigma]_p$ , МПа	200	160	180	200	180	200	160	180	160	200
$[\sigma]_{ст}$ , МПа	100	80	110	90	90	110	110	110	90	100

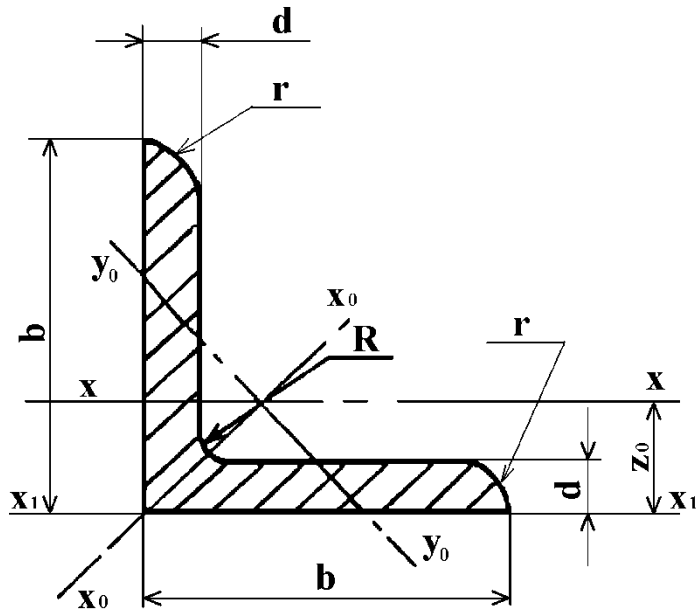
## Варіанти завдань для виконання (задача 2)



Номер рядка	[ $\sigma$ ], МПа	$F, \text{cm}^2$	$a, \text{m}$	$b, \text{m}$	$c, \text{m}$	$P, \text{kN}$
1	150	10	2,0	2,2	1,6	10
2	140	14	2,4	2,0	1,4	15
3	160	12	2,5	2,4	1,2	12
4	140	16	2,7	3,0	1,0	14
5	130	18	2,8	2,8	1,2	18
6	160	12	2,6	2,6	1,0	18
7	120	20	2,4	2,2	1,4	10
8	140	14	2,5	2,9	1,0	12
9	160	12	2,0	3,0	1,4	14
10	120	10	2,9	2,1	1,7	16

## Сортамент прокатної сталі

## Кутники рівносторонні (за ГОСТ 8509-86)



Позначення:

b - ширина полиці;

d - товщина полиці;

J – момент інерції;

i - радіус інерції;

 $Z_0$  - відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу $F, \text{см}^2$	$J_x, \text{см}^4$	$i_x, \text{см}$	$J_{x_0 \max}, \text{см}^4$	$i_{x_0 \max}, \text{см}$	$J_{y_0 \min}, \text{см}^4$	$i_{y_0 \min}, \text{см}$	$J_{x_1}, \text{см}$	$Z_0, \text{см}$	Маса 1м, кг
	b	d										
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33	2,32
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	3,05
		5	4,80	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	3,77
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	3,44
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	4,25
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	3,90
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	4,81
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	50,0	1,78	5,72
6,5	65	6	7,52	29,85	1,99	47,38	2,51	12,32	1,28	17,53	1,83	5,91
			9,84	38,13	1,97	60,42	1,27	15,58	2,48	28,29	1,90	7,73

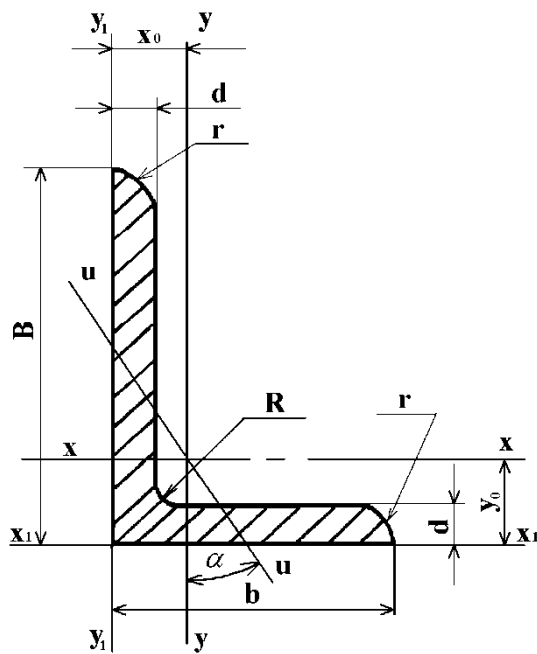
Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу $F, \text{см}^2$	$J_x, \text{см}^4$	$i_x, \text{см}$	$J_{x0 \max}, \text{см}^4$	$i_{x0 \max}, \text{см}$	$J_{y0 \min}, \text{см}^4$	$i_{y0 \min}, \text{см}$	$J_{x1}, \text{см}$	$Z_0, \text{см}$	Маса $l_m, \text{кг}$
	b	d										
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
		8	10,70	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	8,37
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	9,02
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	10,10
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	6,78
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19	7,36
		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23	8,51
		8	12,3	73,4	2,34	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27	9,65
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43	8,33
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47	9,64
		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51	10,9
		9	15,6	118	2,75	186	3,96	48,6	1,77	219	2,55	12,2



Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_{Xo\max}$ см <sup>4</sup>	$i_{Xo\max}$ см	$J_{Yo\min}$ см <sup>4</sup>	$i_{Yo\min}$ см	$J_{x1}$ см	$Z_0$ , см	Маса 1м, кг
	b	d										
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68	10,1
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71	10,8
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75	12,2
		10	19,2	179	2,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83	15,1
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91	17,9
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99	20,6
		16	29,7	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06	23,3
11	110	7	15,7	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96	11,9
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00	13,5
12,5	125	8	19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	516	3,36	15,5
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	17,3
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	19,1
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	22,7
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	26,2
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	29,6
14	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	19,4
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	21,5
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	25,5
16	160	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу $F$ , $см^2$	$J_x$ , $см^4$	$i_x$ , $см$	$J_{Xo\max}$ , $см^4$	$i_{Xo\max}$ , $см$	$J_{Yo\min}$ , $см^4$	$i_{Yo\min}$ , $см$	$J_{x1}$ , $см$	$Z_0$ , $см$	Маса $l_m$ , кг
	b	d										
18	180	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	30,5
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1
20	200	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37	37,0
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42	39,9
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46	42,8
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54	48,7
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70	60,1
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89	74,0
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07	87,6
22	220	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93	47,4
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02	53,8
25	250	16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75	61,5
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83	68,9
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91	76,1
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00	83,3
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11	94,0
		28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23	104,5
		30	142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	14753	7,31	111,4

## Кутники нерівнобокі (за ГОСТ 8510-86)



Позначення:

B– ширина більшої полиці;

b– ширина меншої полиці;

d– товщина полиці;

J– момент інерції;

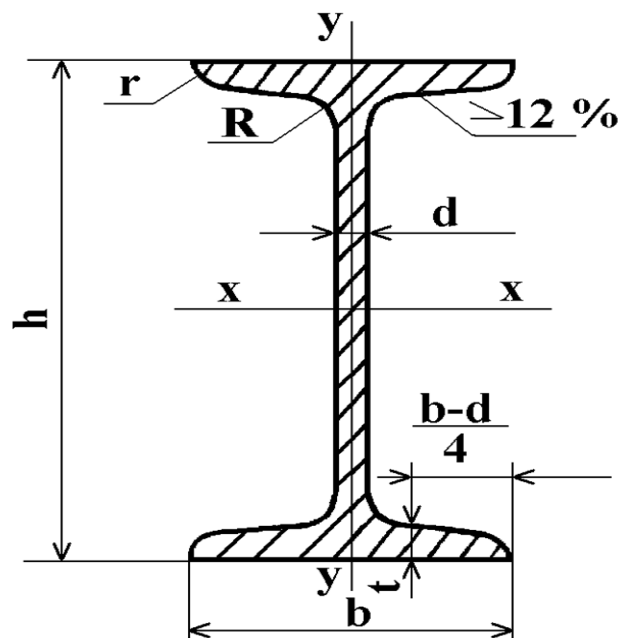
i– радіус інерції;

$x_0, y_0$  - відстань від центра ваги до зовнішніх граней полиць

Номер профілю	Розміри, мм			Площа F, см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$i_x$ , см	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$i_y$ , см	$J_{U \min}$ , см <sup>4</sup>	$i_{u \min}$ , см	Кут нахилу осі u, tgα	$J_{X_1}$ , см <sup>4</sup>	$J_{Y_1}$ , см <sup>4</sup>	$x_0$ , см	$y_0$ , см	Маса 1м, кг
	B	b	d													
5,6/3,6	56	36	4	3,58	11,4	1,78	3,7	1,02	2,19	0,78	0,406	23,2	6,25	0,84	1,82	2,81
			5	4,41	13,8	1,77	4,48	1,01	2,66	0,78	0,404	29,2	7,91	0,88	1,86	3,46
6,3/4	63	40	4	4,04	16,3	2,01	5,16	1,13	3,07	0,87	0,397	33,0	8,51	0,91	2,03	3,17
			5	4,98	19,9	2,00	6,26	1,12	3,72	0,86	0,396	41,4	10,8	0,95	2,08	3,91
			6	5,90	23,3	1,99	7,28	1,11	4,36	0,86	0,393	49,9	13,1	0,99	2,12	4,63
			8	7,68	29,6	1,96	9,15	1,09	5,58	0,85	0,386	66,9	17,9	1,07	2,20	6,03
7/4,5	70	45	5	5,59	27,8	2,23	9,05	1,27	5,34	0,98	0,406	56,7	15,2	1,05	2,28	4,39
7,5/5	75	50	5	6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	69,7	20,8	1,17	2,39	4,79
			6	7,25	40,9	2,38	14,6	1,42	8,48	1,08	0,435	83,9	25,2	1,21	2,44	5,69
			8	9,47	52,4	2,35	18,5	1,40	10,9	1,07	0,430	112	34,2	1,29	2,52	7,43

Номер профілю	Розміри, мм			Площа F, $см^2$	$J_x$ , $см^4$	$i_x$ , $см$	$J_y$ , $см^4$	$i_y$ , $см$	$J_{U\min}$ , $см^4$	$i_{u\min}$ , $см$	Кут нахилу осі $u, tg\alpha$	$J_{X_1}$ , $см^4$	$J_{Y_1}$ , $см^4$	$x_0$ , $см$	$y_0$ , $см$	Маса 1м, кг
	B	b	d													
8/5	80	50	5	6,36	41,6	2,56	12,7	1,41	7,58	1,09	0,387	84,6	20,8	1,13	2,60	4,99
			6	7,55	49,0	2,55	14,8	1,40	8,88	1,08	0,386	102	25,2	1,17	2,65	5,92
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	2,88	19,7	1,58	11,8	1,22	0,384	132	32,2	1,26	2,92	6,17
			6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	145	35,2	1,28	2,95	6,70
			8	11,18	90,9	2,85	27,1	1,56	16,3	1,21	0,380	194	47,8	1,36	3,04	8,77
10/6,3	100	63	6	9,59	98,3	3,2	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	198	49,9	1,42	3,23	7,53
			7	11,1	113	3,19	35,0	1,78	20,8	1,37	0,392	232	58,7	1,46	3,28	8,70
			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	266	67,6	1,50	3,32	9,87
			10	15,5	154	3,15	47,1	1,75	28,3	1,35	0,387	333	85,8	1,58	3,40	12,1
11/7	110	70	6,5	11,4	142	3,53	45,6	2,00	26,9	1,53	0,402	285	74,3	1,58	3,55	8,98
			8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,400	353	92,3	1,64	3,61	10,9
12,5/8	125	80	7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	452	119	1,80	4,01	11,0
			8	16,0	256	4,00	83,0	2,28	48,8	1,75	0,406	518	137	1,84	4,05	12,5
			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	649	173	1,92	4,14	15,5
			12	23,4	365	3,95	117	2,24	69,5	1,72	0,400	781	210	2,00	4,22	18,3
14/9	140	90	8	18,0	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	727	104	2,03	4,49	14,1
			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	911	245	2,12	4,58	17,5
16/10	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,20	0,391	1221	300	2,23	5,19	18,0
			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,390	1359	335	2,28	5,23	19,8
			12	30,0	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	1634	405	2,36	5,32	23,6
			14	34,7	897	5,08	272	2,80	162	2,16	0,385	1910	477	2,43	5,40	27,3

Номер профілю	Розміри, мм			Площа $F, \text{ см}^2$	$J_x, \text{ см}^4$	$i_x, \text{ см}$	$J_y, \text{ см}^4$	$i_y, \text{ см}$	$J_{U \min}, \text{ см}^4$	$i_{u \min}, \text{ см}$	Кут нахилу осі $u, \text{ tg}\alpha$	$J_{X_1}, \text{ см}^4$	$J_{Y_1}, \text{ см}^4$	$x_0, \text{ см}$	$y_0, \text{ см}$	Маса $1\text{м}, \text{ кг}$
	B	b	d													
18/11	180	110	10	18,3	952	5,80	276	3,12	165	2,42	0,375	1933	444	2,44	5,88	22,2
			12	33,7	1123	5,77	324	3,10	194	2,40	0,374	2342	537	2,52	5,97	26,4
20/ 12,5	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	2920	718	2,79	6,50	27,4
			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,74	0,392	3189	786	2,83	6,54	29,7
			14	43,9	1801	6,41	551	3,59	327	2,73	0,390	3726	922	2,91	6,62	34,4
			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	2,72	0,388	4264	1061	2,99	6,71	39,1
25/16	250	160	12	48,3	3147	8,07	1032	4,62	604	3,54	0,410	6212	1634	3,53	7,97	37,9
			16	63,6	4091	8,02	1333	4,58	781	3,50	0,408	8308	2200	3,69	8,14	49,9
			18	71,1	4545	7,99	1475	4,56	896	3,49	0,407	9358	2487	3,77	8,23	55,8
			20	78,5	4987	7,97	1613	4,53	949	3,48	0,405	10410	2776	3,85	8,31	61,7



### Балки двотаврові (за ГОСТ 8239-89)

Позначення:

$h$  – висота балки

$b$  – ширина полиці

$d$  – товщина стінки

$t$  – середня товщина полиці

$J$  – момент інерції

$W$  – момент опору

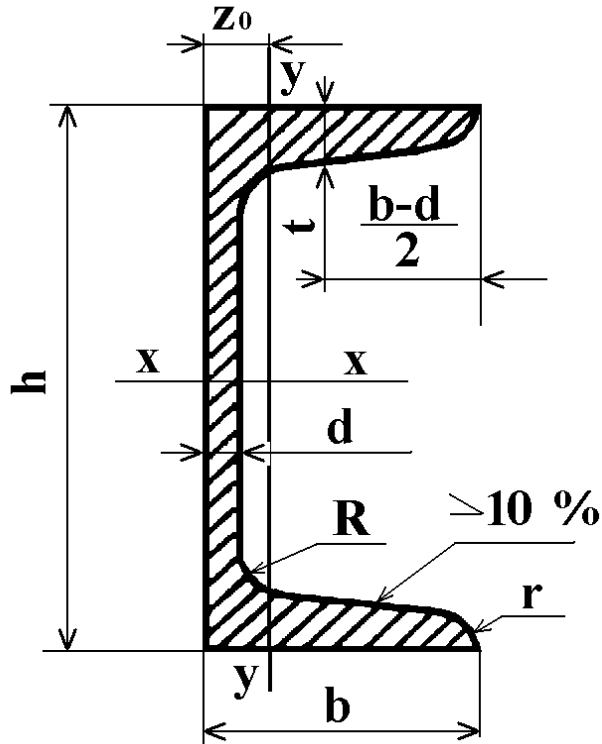
$i$  – радіус інерції

$S$  – статичний момент площі

Номер профілю	Розміри, мм				Площа $F, \text{ см}^2$	$J_x, \text{ см}^4$	$W_x, \text{ см}^3$	$i_x, \text{ см}$	$S_x, \text{ см}^3$	$J_y, \text{ см}^4$	$W_y, \text{ см}^3$	$i_y, \text{ см}$	Маса 1м, кг
	$h$	$b$	$d$	$t$									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18 <sup>a</sup>	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20 <sup>a</sup>	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7

Номер профілю	Розміри, мм				Площа F, $см^2$	$J_x$ , $см^4$	$W_x$ , $см^3$	$i_x$ , $см$	$S_x$ , $см^3$	$J_y$ , $см^4$	$W_y$ , $см^3$	$i_y$ , $см$	Маса 1м, кг
	h	b	d	t									
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22 <sup>a</sup>	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24 <sup>a</sup>	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27 <sup>a</sup>	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30 <sup>a</sup>	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108

## Швелери (за ГОСТ 8420-89)



Позначення:

$h$  – висота балки

$b$  – ширина полиці

$d$  – товщина стінки

$t$  – середня товщина полиці

$J$  – момент інерції

$W$  – момент опору

$i$  – радіус інерції

$S$  – статичний момент площі

$Z_0$  - відстань від осі  $y$  до зовнішньої грані стінки

Номер профілю	Розміри, мм				Площа $F, \text{ см}^2$	$J_x, \text{ см}^4$	$W_x, \text{ см}^3$	$i_x, \text{ см}$	$S_x, \text{ см}^3$	$J_y, \text{ см}^4$	$W_y, \text{ см}^3$	$i_y, \text{ см}$	$Z_0, \text{ см}$	Маса 1м, кг
	$h$	$b$	$d$	$t$										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3



Номер профілю	Розміри, мм				Площа F, $см^2$	$J_x$ , $см^4$	$W_x$ , $см^3$	$i_x$ , $см$	$S_x$ , $см^3$	$J_y$ , $см^4$	$W_y$ , $см^3$	$i_y$ , $см$	$Z_0$ , $см$	Маса 1м, кг
	h	b	d	t										
14 <sup>a</sup>	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16 <sup>a</sup>	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94	16,3
18 <sup>a</sup>	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20 <sup>a</sup>	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22 <sup>a</sup>	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24 <sup>a</sup>	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Цурпал І. А. Механіка матеріалів і конструкцій / Цурпал І. А. – К. : Вища школа, 2005. – 367 с.
2. Ройзман В. П. Прикладна механіка. Опір матеріалів: навчальний посібник / В. П. Ройзман. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – 124 с.
3. Агамиров Л. В. Сопротивление материалов: Краткий курс для студентов вузов / Агамиров Л. В. – М.: ООО «Издательство АСТ»: 2003. – 256 с.
4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко – К. : Вища школа, 1993.– 259 с.
5. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. – К. : «Наукова думка». 1975. – 370 с.
6. Цурпал И. А. Краткий курс сопротивления материалов / И. А. Цурпал. – К.: Вища школа, 1989.– 331 с.
7. Королев П. Г. Сборник задач по сопротивлению материалов / П. Г. Королев – К. : Вища школа, 1997. – 288 с.
8. Тимошенко С. П. Сопротивление материалов. / С. П. Тимошенко – М.: Наука, 1965. –122 с.
9. Бабенко Д. В. Механіка матеріалів і конструкцій: навчальне видання. / Д. В. Бабенко – Миколаїв.: МДАУ, 2011. –148 с.

Навчальне видання

**Методичні рекомендації**  
**для виконання лабораторних робіт та самостійної роботи з дисципліни**  
**«Механіка матеріалів і конструкцій»**  
**(розділ «Центральний розтяг-стиск стрижнів»)**

Укладачі: **Бабенко Дмитро Володимирович**  
**Доценко Наталія Андріївна**

Відповідальний за випуск: Д. В. Бабенко

Редактори: Д. В. Бабенко

Н. А. Доценко

Комп'ютерний набір: Н. А. Доценко

Дизайн і верстка: Н. А. Доценко

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 3

Тираж 50 прим. Зам. №\_

Надруковано у видавничому відділі  
Миколаївського національного аграрного університету.  
54020, м. Миколаїв, вул. Паризької комуни, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК№4490 від 20.02.2013р.