

МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ ТА ПРОДОВОЛЬСТВА УКРАЇНИ  
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Навчально-науковий інститут економіки та управління  
Факультет менеджменту  
Кафедра економічної кібернетики і математичного моделювання

# Дослідження операцій

Методичні рекомендації  
з вивчення дисципліни та самостійної роботи студентів  
економічних спеціальностей

Миколаїв

2014

УДК 519.8  
ББК 22.19  
Д-70

Друкується за рішенням науково - методичної комісії факультету менеджменту Миколаївського національного аграрного університету від 29.09.2014, протокол №1

Укладачі:

- О. В. Шобаніна – д-р. екон. наук, професор, декан факультету менеджменту Миколаївський національний аграрний університет
- М. А. Домаскіна – канд. екон. наук, доцент, завідувач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет
- С. І. Тищенко – канд. пед. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет
- А. М. Жорова – канд. фіз-мат. наук, старший викладач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет
- І. І. Хилько – старший викладач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет
- Н. В. Веселівська – старший викладач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет
- М. О. Єгорова – асистент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет

Рецензенти:

- В. Г. Богза – канд. тех. наук, доцент, доцент кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет
- Є. П. Гнатенко – канд. екон. наук, доцент кафедри обліку та економічного аналізу, Миколаївський національний університет ім. В. О. Сухомлинського

## ЗМІСТ

|  |    |
|--|----|
| <b>ВСТУП</b>   | 4  |
| <b>Лабораторна робота № 1</b> .....  | 5  |
| Використання Excel для розв’язання оптимізаційних задач  |    |
| <b>Лабораторна робота № 2</b> .....  | 24 |
| Побудова економіко-математичних моделей та їх розв’язання за допомогою функції «Поиск решений» |    |
| <b>Лабораторна робота № 3</b> .....  | 39 |
| Розв’язання задач транспортного типу   |    |
| <b>Лабораторна робота № 4</b> .....  | 46 |
| Пошук розв’язку транспортної задачі із заборонами  |    |
| <b>Лабораторна робота № 5</b> .....  | 49 |
| Динамічне програмування  |    |
| <b>Лабораторна робота № 6</b> .....  | 51 |
| Моделі мережного планування  |    |
| <b>Лабораторна робота № 7</b> .....  | 56 |
| Сіткове планування   |    |
| <b>Лабораторна робота № 8</b> .....  | 58 |
| Задачі теорії ігор   |    |
| <b>Лабораторна робота № 9</b> .....  | 61 |
| Розв’язання статистичних ігор  |    |
| <b>Індивідуальне завдання</b> .....  | 68 |
| <b>Контрольна робота</b> .....   | 69 |
| для студентів заочного відділення  |    |
| Рекомендована література.....  | 88 |
| <b>Додатки</b> .....   | 89 |
| Приклади розв’язання та оформлення завдань   |    |

## ВСТУП

В період формування ринкових відносин істотно ускладнилися завдання, що стоять перед економікою країни в цілому та окремим підприємством. Швидкий розвиток науки та техніки, широке впровадження автоматизованих засобів керування, збільшення масштабів виробництва, асортименту продукції, ускладнення зв'язків між учасниками ринку, нестабільність економічної ситуації потребує прийняття своєчасних раціональних управлінських рішень.

Зростання обсягів інформації, що оброблюється менеджерами підприємств значно ускладнює процес прийняття рішень. На сьогодні пред'являються високі вимоги до ефективності планування та управління виробничими процесами на основі застосування сучасної методології моделювання та інструментарію прийняття управлінських рішень. Тому в сучасних умовах підвищується актуальність підготовки фахівців високого рівня.

Потреба прийняття управлінських рішень вирішується за допомогою дослідження операцій, як сукупності наукових засобів на основі застосування математичних кількісних методів обґрунтування рішень в різних галузях людської діяльності.

Завдання подано для трьох рівнів навчальних досягнень: рівень А – початковий рівень знань і умінь; рівень В – достатній і рівень С – високий.

Особливістю укладених методичних рекомендацій є наявність магнітного диску, на якому записано відео уроки по розв'язанню окремих типів задач дослідження операцій. Рекомендації будуть корисними для закріплення вивченого матеріалу з курсу, а також його самостійного вивчення.

**Лабораторна робота № 1**  
**Використання Excel**  
**для розв'язання оптимізаційних задач**

**Рівень А**

Знайти оптимальні розв'язки наведених задач (1,2,3) за допомогою надбудови «Поиск решения». Скласти звіти по отриманих розв'язках і проаналізувати їх (зробити висновки).

**Рівень В**

Знайти оптимальні розв'язки наведених задач (1,2,3,4,5) за допомогою надбудови «Поиск решения». Скласти звіти по отриманих розв'язках і проаналізувати їх (зробити висновки).

**Рівень С**

Знайти оптимальні розв'язки наведених задач за допомогою надбудови «Поиск решения». Скласти звіти по отриманих розв'язках і проаналізувати їх (зробити висновки).

*Примітка*

1. Номер варіанта лабораторної роботи обирається згідно номера в списку.
2. В оформленні завдання навести роздруківку знайденого розв'язку та лист з введеними формулами (згідно наведеного зразка), роздруківку «Поиск решений» (з введеними умовами) та роздруковані звіти.

**Задача 1**

**1.**

$$f = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 9)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 5x_2 \geq 30, \\ 4x_1 + x_2 \leq 28, \\ 2x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**2.**

$$f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -x_1 - 3x_2 \geq -21, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**3.**

$$f = 4(x_1 - 5)^2 + 9(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 - 6x_2 \geq -54, \\ x_2 \geq 2, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**4.**

$$f = 2(x_1 - 3)^2 + 5(x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - 6x_2 \leq -3, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 31, \\ x_1 - 4x_2 \geq -27, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 63, \\ -4x_1 - x_2 \geq -63, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**5.**

$$f = 16(x_1 - 3)^2 + 9(x_2 - 2)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 \geq 72, \\ 3x_1 - 8x_2 \geq -80, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 97, \\ 3x_1 - x_2 \leq 30, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq -6, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**6.**

$$f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 8, \\ -2x_1 - x_2 \leq -4, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 70, \\ 4x_1 + x_2 \leq 46, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 16, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**7.**

$$f = -x_1^2 + 8x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 24, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 42, \\ -x_1 - 5x_2 \geq -40, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**8.**

$$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 100, \\ x_1 \cdot x_2 \geq 3, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**9.**

$$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 80, \\ (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2 \leq 36, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**10.**

$$f = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_2 \leq 10, \\ x_1 - 2x_2 \geq 4, \\ x_1 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**11.**

$$f = x_2 - x_1^2 + 6x_1 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**12.**

$$f = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 7, \\ 10x_1 - x_2 \leq 8, \\ -18x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**13.**

$$f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**14.**

$$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \geq 4, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**15.**

$$f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**16.**

$$f = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**17.**

$$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 34 \leq 0, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 1, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**18.**

$$f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 14 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**19.**

$$f = 2(x_1 - 7)^2 + 4(x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**20.**

$$f = -\frac{x_1^2}{4000} + 0,5x_1 + 0,4x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6000, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4000, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**21.**

$$f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -x_1 - 3x_2 \geq -21, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**22.**

$$f = 2(x_1 - 3)^2 + 5(x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - 6x_2 \leq -3, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 31, \\ x_1 - 4x_2 \geq -27, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 63, \\ -4x_1 - x_2 \geq -63, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**23.**

$$f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 8, \\ -2x_1 - x_2 \leq -4, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 70, \\ 4x_1 + x_2 \leq 46, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 16, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**24.**

$$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 100, \\ x_1 \cdot x_2 \geq 3, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**25.**

$$f = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_2 \leq 10, \\ x_1 - 2x_2 \geq 4, \\ x_1 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**26.**

$$f = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 7, \\ 10x_1 - x_2 \leq 8, \\ -18x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**27.**

$$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \geq 4, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**28.**

$$f = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$



29.

$$f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 14 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

30.

$$f = -\frac{x_1^2}{4000} + 0,5x_1 + 0,4x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6000, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4000, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

## Задача 2

Розв'язати наведені системи рівнянь, використовуючи Excel. Скласти звіти.

$$1. \begin{cases} 3x - 4y - 5z + 6u = 4 \\ 2x - 3y + z - 2u = -9 \\ x - 3y + 2z - 3u = -11 \\ 4x - y + 3z - u = 7 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x - 3y - z + u = -7 \\ x + 2y - z + 2u = 2 \\ 2x - y + z + 5u = 17 \\ 4x - 5y - z + 3u = -5 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x - 2y + 3z - 4u = -6 \\ 2x + y - 3z - u = -1 \\ 3x - y + 5z - 6u = 4 \\ 5x - 3y - 2z + u = 17 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x + 2y + 3z + u = 4 \\ -2x + 2y + 3z + 3u = -8 \\ x + y + z + 2u = -3 \\ 5x + 3y + 2z + u = 7 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + 2y - 3z + u = 4 \\ -2x + y - 2z - 3u = -1 \\ 2x + 3y - 4z + u = 3 \\ 4x + 2y + 5z + u = -5 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 2x + 3y + z + 3u = 3 \\ 3x + 2y - 5z + 2u = 24 \\ 4x + 2y - 6z + 5u = 18 \\ 7x - 4y + 6z + 3u = -25 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + 3y + z - 4u = -15 \\ 3x - 2y + 5z + 2u = -14 \\ 4x - 2y - 6z - 5u = -10 \\ 7x + 4y - 6z - 3u = 7 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x - 2y + z - 2u = -9 \\ 2x + 2y - 3z - 4u = -14 \\ 5x - 3y + 2z - 2u = -5 \\ 4x + 5y - 6z + u = 23 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x - 3y + 4z - 5u = -4 \\ 4x + y - 5z + u = 13 \\ 6x - 7y + 2z - 6u = -14 \\ 3x - 4y + z - u = -2 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x + 3y + z - 3u = -19 \\ 6x - 7y + 2z - 6u = 5 \\ 7x + 4y - 6z + 3u = -4 \\ 3x + 2y - 3z + 4u = 12 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 8x - 3y + 9z = u = 2 \\ 4x + y + z - u = -12 \\ 2x + y - z + u = -2 \\ 3x + 2y - 3z + 4u = 6 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 2x - 3y + 4z - u = 2 \\ 5x + 3y - 2z + 2u = 4 \\ -7x + 4y - 6z + 3u = 4 \\ 3x + 4y + z - 3u = 4 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + 2y - 3z + u = 4 \\ 2x + 3y + z - 4u = -3 \\ 3x - 2y + z - 2u = 1 \\ 5x - 3y + 2z - 2u = 10 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 2x + 3y + 4z - 5u = 13 \\ x + y - z - u = 4 \\ 3x + 6y - 5z - 2u = 7 \\ x - 2y - 3z - u = 1 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -3x + 4y + 5z + 6u = 2 \\ x - 3y + 2z - u = 5 \\ 2x - 3y - z - u = -5 \\ 4x + 2y - 5z - u = -2 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x + 2y - 3z + 3u = -1 \\ -4x + 2y + z - u = 6 \\ 3x + y - z + 3u = 7 \\ -2x + 3y + z - u = -2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x - 3y + z + 2u = -10 \\ x + y - 3z - u = 4 \\ 2x - 3y + 4z - 5u = -8 \\ x - y + z + u = 4 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x + 3y + 2z - 3u = 1 \\ 5x - 6y - z - 2u = 5 \\ 6x - 7y + 2z + 3u = -1 \\ 3x - y + 2z + 5u = 4 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 7x + y - 2z + 3u = 4 \\ 9x - y + 3z - 2u = 5 \\ x + 2y - 5z + 6u = 2 \\ 5x + 3y - z - 7u = -6 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 2x + 3y - 3z - u = 3 \\ x + 4y - z + 2u = 18 \\ 2x - 4y + 2z - 5u = -15 \\ 3x - y - 2z + u = 3 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x - 2y + z - 2u = 8 \\ 2x + 3y + 2z + 4u = -4 \\ 4x + 2u + 6z + u = -4 \\ x + y + z + 2u = -4 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x + 2y - 3z - 4u = 4 \\ 2x - 3y - 4z - 5u = -8 \\ 6x + 2y - 3z + u = -6 \\ 7x + 3y - 6z + u = 4 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x + 3y - z + u = 35 \\ 3x - 2y + 6z - 3u = 2 \\ -x + 2y + 6z - 2u = 19 \\ 4x + 2y - 3z + u = -7 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} -x - 3y + 2z + 5u = 10 \\ 2x + 5y + 2z + u = 5 \\ 3x - 2y + 2z + u = -1 \\ 5x + 2y + 6z + 7u = 17 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x + 2y - 2z - 3u = 3 \\ 2x - 3y + z + 2u = 5 \\ 3x + 2y + z + u = 2 \\ x + y + 2z + u = 5 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x + 2y + 3z + 3u = 8 \\ 5x + 3y - z - 7u = 6 \\ x + y + z + 2u = 9 \\ 3x - y + 2z + u = 14 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x + 3y + 4z + 5u = -1 \\ 3x + y - z + 3u = -9 \\ x + 2y + 5z + 6u = 0 \\ 3x - y + 2z + 5u = 1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x - y + 3z - u = 8 \\ x - 3y - z + 2u = -1 \\ 3x + 2u - 5z + 3u = 7 \\ 5x - 3y + 6z - u = 20 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 2x + 3y + 3z + u = 12 \\ -x + 2y + 6z - 2u = -8 \\ 3x - 2y + z - 2u = 3 \\ 7x - y + 2z + 3u = 11 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x - 2y + 5z - u = 5 \\ x - 3y + z - 2u = -4 \\ 2x - 3y - 4z - u = 13 \\ -3x + 4y - 5z + 5u = 5 \end{cases}$$

### Задача 3.

Розв'язати наведені системи рівнянь, використовуючи Ексел. Скласти звіти.

$$1. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -6 \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 2 \\ 9x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 7 \\ 24x_1 - 5x_2 + 10x_3 + 2x_4 = 13 \\ 14x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 2x_5 = 9 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 6 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 6x_4 + x_5 = 9 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 16x_4 + 2x_5 = 24 \\ 5x_1 + 5x_3 + 14x_4 + x_5 = 21 \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = -1 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 3x_4 - x_5 = 5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 4x_4 - 6x_5 = 7 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 8 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 4x_4 - 5x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 17 \\ 5x_1 + 3x_2 - 6x_3 - 2x_4 - 4x_5 = 11 \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 14 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 + 4x_4 - 3x_5 = -1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 4x_5 = 9 \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} -2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -3 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 3x_4 = -1 \\ 5x_1 + 10x_2 + 2x_3 + 11x_4 = 3 \\ 9x_1 + 2x_2 + 34x_3 + 23x_4 = 3 \\ 7x_1 + 4x_2 + 26x_3 + 20x_4 = 4 \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_5 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 2x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 - x_4 + 2x_5 = 7 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 3x_4 + x_5 = 11 \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 13 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 6 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 6x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 23 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} 4x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 8x_5 = 5 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 11x_5 = 8 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5 \\ x_1 + x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = -1 \\ 5x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 15x_4 + 20x_5 = 16 \\ x_1 - 8x_2 + 6x_3 + 6x_4 + x_5 = 56 \\ 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 9x_5 = 6 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = -1 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 3x_4 = 7 \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 12 \\ 5x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 20 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1 \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 2 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 6x_4 + x_5 = -1 \\ 9x_1 + 6x_2 - 3x_3 - 8x_4 - 4x_5 = 2 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x_1 + 6x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = 9 \\ 4x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 6 \\ 2x_1 + 16x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 24 \\ x_1 + 14x_2 + 5x_3 + 5x_5 = 21 \end{cases}$$

#### Задача 4.

Знайти оптимальний розв'язок, використовуючи Excel.

$$1. \begin{cases} \max(2x_1 - x_2 + 2x_3) \\ -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} \max(2x_1 + 3x_2 + 4x_4) \\ x_1 - x_3 \leq 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ -2x_1 + 2x_3 \geq -4 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \max(5x_1 + x_2 + x_3) \\ -x_1 + x_2 - x_3 \geq -3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 5 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} \min(x_1 - 3x_2 + x_3) \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 \leq -2 \\ 2x_2 + 4x_3 \leq 7 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \max(5x_1 + x_2 + x_3) \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 8 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} \min(x_1 - 3x_2 + x_3) \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{4.} \quad \max (x_1 + 3x_2 + 2x_3) \\
 & \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \geq -2 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{5.} \quad \max (x_1 - x_2 + 3x_3) \\
 & \quad \begin{cases} x_1 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -3 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{6.} \quad \max (2x_1 - x_2 - 3x_3) \\
 & \quad \begin{cases} 2x_1 + x_3 \leq 6 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -2 \\ -x_1 + 6x_3 \geq -4 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{7.} \quad \max (2x_1 + x_2 - 3x_3) \\
 & \quad \begin{cases} x_1 - x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ -2x_1 + 2x_3 \geq -4 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{8.} \quad \max (4x_1 + 3x_2 + 5x_3) \\
 & \quad \begin{cases} x_1 - x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ -2x_1 + 2x_3 \geq -4 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{9.} \quad \max (x_1 - 5x_2 - x_3) \\
 & \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 3 \\ 2x_1 + x_3 = 4 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{10.} \quad \max (3x_1 + 2x_2 + 3x_3) \\
 & \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 8 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{19.} \quad \min (x_1 + 3x_2 - 3x_3) \\
 & \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 2 \\ -x_1 - 2x_3 \geq -6 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{20.} \quad \min (3x_1 - 2x_2 - x_3) \\
 & \quad \begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 3x_3 \geq -6 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{21.} \quad \max (-3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4) \\
 & \quad \begin{cases} -x_1 + x_2 - x_4 = -5 \\ 2x_2 + x_3 \leq 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 \geq -8 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{22.} \quad \min (-2x_1 - 3x_2 + x_3) \\
 & \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + -2 \\ x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ -3x_1 - 2x_2 \geq -4 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{23.} \quad \min (x_1 + 2x_2 - 3x_3) \\
 & \quad \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_3 \leq 2 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{24.} \quad \min (5x_1 + 4x_2 + 2x_3) \\
 & \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 8 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{25.} \quad \min (2x_1 + 3x_2 - 5x_3) \\
 & \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 \geq 10 \end{cases} \\
 & \quad x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11. \quad & \max(2x_1 + 4x_2 + 4x_3 - 3x_4) \\
 & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = 8 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12. \quad & \max(x_1 + 5x_2 + 3x_3) \\
 & \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13. \quad & \max(x_1 + x_2) \\
 & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14. \quad & \max(2x_1 - 4x_2 + 5x_3) \\
 & \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15. \quad & \max(2x_1 + 3x_2 + 5x_3) \\
 & \begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 \geq -5 \\ -x_1 + x_2 - x_3 \leq 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 10 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 26. \quad & \max(3x_1 + 2x_2 + 3x_3) \\
 & \begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_3 \geq 8 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 27. \quad & \max(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \\
 & \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 7 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 8 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 28. \quad & \min(-3x_1 + 2x_2 + 5x_3) \\
 & \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 10 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 29. \quad & \max(2x_1 + 5x_2 - 6x_3) \\
 & \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 30. \quad & \max(3x_1 + 3x_2 + x_3) \\
 & \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 12 \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 \geq 24 \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}
 \end{aligned}$$

### Задача 5.

Знайти оптимальний розв'язок, використовуючи Excel.

$$\begin{aligned}
 1. \quad & z = -30x_1 + 10x_2 \rightarrow \max \\
 & \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 \geq -2, \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 3, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max \\
 & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 50, \\ 3x_1 + x_3 \geq 15, \\ x_1 + 4x_2 \leq 40, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16. \quad & z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min \\
 & \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 5, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 17. \quad & z = -3x_1 - 4x_2 - 5x_3 \rightarrow \min \\
 & \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \geq -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6, \end{cases} \\
 & x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.
 \end{aligned}$$

3.  $z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 + x_2 = 6 \\ 2x_1 + x_2 \geq 10, \end{cases}$$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
4.  $z = 5x_1 + 12x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 8, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
5.  $z = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 + x_2 \geq 3, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \end{cases}$$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
6.  $z = 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} 3x_2 + 4x_3 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 1, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
7.  $z = x_1 + x_2 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ 3x_1 - x_2 = 6, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,2}$
8.  $z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ 3x_1 - x_2 = 6, \end{cases}$$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
9.  $z = x_1 + 5x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 = 4, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
18.  $z = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 8, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 20, \\ 3x_1 + x_2 \geq 6, \end{cases}$$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
19.  $z = -x_1 + x_2 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \end{cases}$$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
20.  $z = 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} -x_2 + 4x_3 \geq 1, \\ -x_1 + 5x_2 \leq 1, \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 9, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
21.  $z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} x_2 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 4, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
22.  $z = 10x_1 + 40x_2 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \geq 18, \\ x_1 + 2x_2 \geq 3, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 25, \end{cases}$$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$
23.  $z = x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 12, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 20, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
24.  $z = 9x_1 + 8x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 4, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$



10.  $z = -x_1 + 8x_2 + 20x_3 + 6x_4 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 2x_4 \leq 2, \\ -x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 \geq 1, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
11.  $z = 8x_1 + 8x_2 + x_3 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 3, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
12.  $z = 14x_1 + 15x_2 - 24x_3 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 - 4x_3 \geq 1, \\ -2x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq -3, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
13.  $z = x_1 - 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 18, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 20, \\ 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 \geq 19 \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
14.  $Z = 8x_1 - 20x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$
15.  $Z = 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} x_1 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ -x_1 + x_3 \geq -2, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$
25.  $Z = 7x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \geq 10 \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$
26.  $z = x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
27.  $z = x_1 + 8x_2 + 10x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = -1, \end{cases}$$
 $x_j \geq 0, j = \overline{1,3}.$
28.  $Z = x_1 + 10x_2 + 6x_3 + x_4 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 15, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = 19, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$$
29.  $Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$   

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 30, \\ x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ x_1 - x_2 \geq 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
30.  $Z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$   

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 6.**

Знайти оптимальний розв'язок, використовуючи Excel.

1.  $F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ 

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 1 \\ x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ 2x_1 + x_2 \leq 13 \\ 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$
2.  $F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ 

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 4, \\ 4x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
3.  $F = 8x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ 

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ -4x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
4.  $F = 14x_1 + 10x_2 + 14x_3 + 4x_4 \rightarrow \max$ 

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 35, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 30, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 40, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$$
5.  $F = 5x_1 + 4x_2 + 6x_3 \rightarrow \max$ 

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \geq 9, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 11, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$
6.  $F = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$ 

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
16.  $F = 3x_1 + x_2 \rightarrow \min$ 

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \geq 15, \\ 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
17.  $F = 6x_1 - 5x_2 \rightarrow \max$ 

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
18.  $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ 

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 3, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
19.  $F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ 

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 10, \\ x_1 \geq 1, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
20.  $F = -7x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ 

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1, \\ 5x_1 + x_2 \geq 3, \\ -3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$
21.  $F = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$ 

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

7.  $F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + 5x_2 \geq 4, \\ 0 \leq x_1 \leq 3, \\ 0 \leq x_2 \leq 3. \end{cases}$$

8.  $F = 7x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ 3x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 - x_2 \geq 2, \\ x_1 - x_2 \geq -3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9.  $F = 6x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ 4x_1 - x_2 \geq -4, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 24, \\ x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

10.  $F = 2x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 4, \\ -5x_1 + x_3 \geq -12, \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 \geq -4, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

11.  $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

22.  $F = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

23.  $F = 3x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2, \\ 3x_1 - 3x_2 - 2x_3 \leq 6, \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 10, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

24.  $F = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq -3, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ 3x_1 - x_2 \geq -5, \\ -x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

25.  $F = x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 2, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

26.  $F = 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 12, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 16, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$12. F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ x_1 + 2x_2 \geq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$27. F = 5x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 \leq 6, \\ x_2 \leq 6, \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$13. F = 5x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + 6x_2 \geq 12, \\ -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ 0 \leq x_1 \leq 8, \\ 0 \leq x_2 \leq 6. \end{cases}$$

$$28. F = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 + x_2 \geq 4, \\ 0 \leq x_1 \leq 3, \\ 0 \leq x_2 \leq 3. \end{cases}$$

$$14. Z = -30x_1 + 10x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 \geq -2, \\ -3x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 3, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$29. Z = 4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 5, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$15. Z = 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 50, \\ 3x_1 + x_3 \geq 15, \\ x_1 + 4x_2 \leq 40, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$30. Z = -3x_1 - 4x_2 - 5x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \geq -4, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

### Задача 7.

Знайти оптимальний розв'язок, використовуючи Excel.

$$1. Z = \frac{5x_1 - 2x_2}{x_1 + 2x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$2. Z = \frac{x_1 + 3x_2}{-2x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$3. Z = \frac{2x_1 + 3x_2 + 5}{x_1 - x_2 + 3} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 1.5 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$4. Z = \frac{x_1 + 2x_2}{3x_1 + 2x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 8x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$5. Z = \frac{3x_1 - 2x_2}{x_1 + 2x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ -4x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \geq 9 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$6. Z = \frac{-5x_1 + 4x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$7. Z = \frac{x_1 + x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ -x_1 - x_2 \geq 6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$8. Z = \frac{5x_1 - 3x_2}{x_1 + 3x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ -x_1 + 6x_2 \leq 18 \\ x_1 - 3x_2 \leq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$9. Z = \frac{x_1 - 2x_2}{3x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 7 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 5 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 17 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$10. Z = \frac{3x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ 3x_1 - x_2 \leq 11 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$11. Z = \frac{2x_1 - x_2}{x_1} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 5 \\ 2x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_1 - 3x_2 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$12. Z = \frac{-5x_1 + 2x_2}{3x_1 + 4x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$13. Z = \frac{x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$14. Z = \frac{2x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$15. Z = \frac{x_1 - 2x_2}{x_1 + 5x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 \leq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 13 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$16. Z = \frac{4x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 6 \\ 10x_1 + 7x_2 \leq 70 \\ x_1 \leq 5 \\ x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$17. Z = \frac{2x_1 - 3x_2}{x_1 + 4x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ 3x_1 + 7x_2 \geq 34 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$18. Z = \frac{-3x_1 + 5x_2}{-x_1 - 4x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ 3x_1 - 4x_2 \geq -10 \\ -x_1 - 7x_2 \leq -17 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 32 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$19. Z = \frac{x_1 + 3x_2}{2 + x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 4; \\ 3x_1 - x_2 \leq 6; \\ x_1 + x_2 \leq 3; \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,2}. \end{cases}$$

$$20. Z = \frac{x_1 + 2x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 10 \\ 5x_1 - 2x_2 \geq 6 \\ x_1 - 2x_2 \geq -10 \\ x_1 \leq 11 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$21. Z = \frac{x_1 + 2x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 12x_1 + 4x_2 \geq 48 \\ 10x_1 + 5x_2 \leq 50 \\ x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$22. Z = \frac{2x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 \leq 26 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \\ 12x_1 + 3x_2 \leq 39 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$23. Z = \frac{2x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 11 \\ x_1 - x_2 \leq 8 \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$24. Z = \frac{x_1 - x_2}{2x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \geq 5 \\ 5x_1 - x_2 \leq 46 \\ 3x_1 - 5x_2 \geq 15 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$25. Z = \frac{2x_1 - x_2}{x_2 + 5} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 0 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$26. Z = \frac{2x_1 - 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 9x_1 + 4x_2 \leq 56 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$27. Z = \frac{x_1 - 2x_2}{2x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$28. Z = \frac{3x_1 + 4x_2}{x_1 + 6x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$29. Z = \frac{x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \leq 79 \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 11 \\ 2x_1 + x_2 \geq 40 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$30. Z = \frac{x_1 - x_2}{2x_1 + 3x_2} \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 6x_2 \leq 22 \\ 11x_1 + 13x_2 \leq 146 \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

**Лабораторна робота № 2**  
**Побудова економіко-математичних моделей та їх розв'язання за допомогою функції «Поиск решений»**

**Рівень А**

Виконати завдання 1-3.

**Рівень В**

Виконати завдання 1-4.

**Рівень С**

Виконати завдання 1-5.

**Завдання № 1**

Для вирощування озимої пшениці, кукурудзи на зерно та ячменю виділено 400+10N га ріллі, 24000 людино-годин трудових ресурсів та 1600 ц мінеральних добрив. Урожайність, затрати праці та мінеральних добрив в розрахунку на 1 га наведені в таблиці 1. Визначити посівні площі сільськогосподарських культур з метою максимального виробництва зерна. Для озимої пшениці: затрати праці – 40 люд./га, кількість мін. добрив – 5 ц/га, урожайність – 50 ц/га.

Таблиця 1

| Кукурудза на зерно |                               |                                    |                   | Ячмінь |                               |                                    |                   |
|--------------------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------|--------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------|
| №                  | Затрати праці, людино-год./га | Кількість мінеральних добрив, ц/га | Урожайність, ц/га | №      | Затрати праці, людино-год./га | Кількість мінеральних добрив, ц/га | Урожайність, ц/га |
| 0                  | 40                            | 4                                  | 40                | 0      | 20                            | 2                                  | 28                |
| 1                  | 50                            | 5                                  | 50                | 1      | 24                            | 2.5                                | 31                |
| 2                  | 60                            | 8                                  | 64                | 2      | 25                            | 4                                  | 36                |
| 3                  | 75                            | 10                                 | 80                | 3      | 30                            | 2                                  | 33                |
| 4                  | 80                            | 4                                  | 60                | 4      | 32                            | 2.5                                | 35                |
| 5                  | 40                            | 5                                  | 45                | 5      | 20                            | 4                                  | 33                |
| 6                  | 50                            | 8                                  | 59                | 6      | 24                            | 2                                  | 30                |
| 7                  | 60                            | 10                                 | 70                | 7      | 25                            | 2.5                                | 32                |
| 8                  | 75                            | 4                                  | 55                | 8      | 30                            | 4                                  | 38                |
| 9                  | 80                            | 5                                  | 65                | 9      | 32                            | 2                                  | 34                |

*Примітка.* Варіант технології вирощування кукурудзи на зерно вибирається за передостанньою цифрою шифру залікової книжки, а ячменю – за останньою.



**Завдання № 2.**

Знайти посівні площі зернофуражних культур при мінімальних затратах праці на їх вирощування. Вихід поживних речовин та затрати праці (в розрахунку на 1 га) наведені нижче:

| Показники                         | Кукурудза на зерно | Ячмінь | Горох |
|-----------------------------------|--------------------|--------|-------|
| Вихід кормових одиниць, ц/га      | 70                 | 40     | 30    |
| Вихід перетравного протеїну, ц/га | 4                  | 3      | 5     |
| Затрати праці, людино-годин/га    | 40                 | 20     | 30    |

Планові завдання виробництва кормів та площа ріллі наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

| Варіант  | Мінімальні обсяги виробництва |                          | Площа ріллі, га |
|----------|-------------------------------|--------------------------|-----------------|
|          | кормових одиниць, ц           | перетравного протеїну, ц |                 |
| <b>0</b> | 20000                         | 2100+14N                 | 500+4N          |
| <b>1</b> | 21000                         | 2120+14N                 | 520+4N          |
| <b>2</b> | 22000                         | 2140+14N                 | 540+4N          |
| <b>3</b> | 23000                         | 2260+14N                 | 560+4N          |
| <b>4</b> | 24000                         | 2380+14N                 | 580+4N          |
| <b>5</b> | 25000                         | 2560+14N                 | 600+4N          |
| <b>6</b> | 26000                         | 2620+14N                 | 620+4N          |
| <b>7</b> | 27000                         | 2740+14N                 | 640+4N          |
| <b>8</b> | 28000                         | 2860+14N                 | 660+4N          |
| <b>9</b> | 29000                         | 2980+14N                 | 680+4N          |

*Примітка.* Варіант вибирається за передостанньою цифрою шифру залікової книжки; *N* – остання цифра шифру залікової книжки.

### Завдання № 3

Для збирання зернових культур на площі  $1200 + 200N$  га господарство може орендувати комбайни марок А і В, техніко-економічні показники яких за сезон наведені в таблиці 3. Експлуатаційні затрати палива не повинні перевищувати  $320+20N$  тис. грн..

Таблиця 3

| Показники                        | Комбайни марок |     |
|----------------------------------|----------------|-----|
|                                  | А              | В   |
| Виріток, га                      | 200            | 250 |
| Експлуатаційні затрати, тис. грн | 18             | 20  |
| Орендна плата, тис. грн          | 80             | 90  |

Визначити кількість орендованих комбайнів марок А та В при обов'язковому виконанні запланованого обсягу робіт та мінімальної орендній платі.

*Примітка.*  $N$  – остання цифра шифру залікової книжки.

### Завдання № 4

1. Дати економічну постановку задачі на основі даних свого варіанту.
2. Скласти математичну модель задачі.
3. Розв'язати задачу за допомогою Excel.
4. Виконати економічний аналіз, в якому:
  - а) назвати види продукції, введені до оптимального плану випуску, та максимальний прибуток ;
  - б) оцінити ступінь використання ресурсів;
  - в) з'ясувати, як зміниться оптимальний план випуску продукції, якщо обсяги I і II ресурсів окремо зменшити на 10 % .

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |    | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|----|----|----|-----------------|
|   |               | А  | В  | С  | Д  |                 |
| 1 | I             | 1  | 2  | 4  | 1  | 360             |
|   | II            | 2  | 4  | 2  | 2  | 520             |
|   | III           | 1  | 1  | 2  | 3  | 220             |
|   | Прибуток      | 9  | 11 | 15 | 10 |                 |

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |   | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|----|----|---|-----------------|
|   |               | А  | В  | С  | Д |                 |
| 2 | I             | 2  | 7  | 3  | 1 | 6               |
|   | II            | 5  | 12 | 5  | 3 | 10              |
|   | III           | 2  | 6  | 2  | 1 | 12              |
|   | Прибуток      | 35   | 24 | 32 | 4 |                 |

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|   |               | А  | В | С | Д |                 |
| 3 | I             | 1  | 1 | 1 | 0 | 5               |
|   | II            | 2  | 1 | 0 | 1 | 9               |
|   | III           | 1  | 2 | 1 | 0 | 7               |
|   | Прибуток      | 3  | 1 | 3 | 4 |                 |

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|   |               | А  | В | С | Д |                 |
| 4 | I             | 1  | 1 | 3 | 1 | 25              |
|   | II            | 3  | 3 | 9 | 2 | 58              |
|   | III           | 2  | 3 | 7 | 2 | 49              |
|   | Прибуток      | 1  | 1 | 2 | 1 |                 |

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|   |               | А  | В | С | Д |                 |
| 5 | I             | 3  | 7 | 5 | 1 | 25              |
|   | II            | 2  | 3 | 4 | 2 | 59              |
|   | III           | 6  | 5 | 9 | 5 | 74              |
|   | Прибуток      | 3  | 4 | 5 | 6 |                 |

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |    |   | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|---|----|---|-----------------|
|   |               | А  | В | С  | Д |                 |
| 6 | I             | 2  | 1 | 4  | 1 | 5               |
|   | II            | 15   | 8 | 2  | 1 | 58              |
|   | III           | 2  | 5 | 10 | 2 | 29              |
|   | Прибуток      | 5  | 6 | 7  | 6 |                 |

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|   |               | А  | В | С | Д |                 |
| 7 | I             | 1  | 3 | 5 | 4 | 18              |
|   | II            | 2  | 1 | 4 | 1 | 24              |
|   | III           | 3  | 1 | 1 | 1 | 28              |
|   | Прибуток      | 2  | 1 | 3 | 4 |                 |

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|   |               | А  | В | С | Д |                 |
| 8 | I             | 2  | 1 | 1 | 2 | 19              |
|   | II            | 2  | 3 | 1 | 1 | 16              |
|   | III           | 2  | 4 | 1 | 2 | 32              |
|   | Прибуток      | 16   | 1 | 1 | 5 |                 |

| № | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |    |    | Запаси ресурсів |
|---|---------------|--|---|----|----|-----------------|
|   |               | А  | В | С  | Д  |                 |
| 9 | I             | 1  | 5 | 2  | 13 | 35              |
|   | II            | 10   | 8 | 13 | 2  | 45              |
|   | III           | 4  | 2 | 5  | 8  | 55              |
|   | Прибуток      | 15   | 7 | 4  | 12 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|----|----|---|-----------------|
|    |               | А  | В  | С  | Д |                 |
| 10 | I             | 18   | 15 | 12 | 1 | 360             |
|    | II            | 6  | 4  | 8  | 2 | 198             |
|    | III           | 5  | 3  | 5  | 1 | 188             |
|    | Прибуток      | 9  | 10 | 16 | 5 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |    |    | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|----|----|-----------------|
|    |               | А  | В | С  | Д  |                 |
| 11 | I             | 2  | 5 | 13 | 4  | 45              |
|    | II            | 10   | 5 | 15 | 2  | 65              |
|    | III           | 3  | 1 | 4  | 7  | 62              |
|    | Прибуток      | 15   | 7 | 4  | 12 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 12 | I             | 1  | 2 | 1 | 3 | 2               |
|    | II            | 5  | 3 | 1 | 4 | 12              |
|    | III           | 1  | 2 | 4 | 2 | 8               |
|    | Прибуток      | 2  | 1 | 1 | 3 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |    | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|----|----|----|-----------------|
|    |               | А  | В  | С  | Д  |                 |
| 13 | I             | 1  | 5  | 2  | 1  | 60              |
|    | II            | 1  | 5  | 8  | 2  | 40              |
|    | III           | 2  | 1  | 1  | 1  | 35              |
|    | Прибуток      | 9  | 11 | 13 | 10 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 14 | I             | 1  | 1 | 1 | 2 | 6               |
|    | II            | 2  | 1 | 1 | 2 | 12              |
|    | III           | 4  | 2 | 6 | 1 | 40              |
|    | Прибуток      | 2  | 1 | 3 | 2 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 15 | I             | 2  | 2 | 1 | 1 | 45              |
|    | II            | 3  | 1 | 1 | 1 | 69              |
|    | III           | 1  | 1 | 0 | 0 | 20              |
|    | Прибуток      | 1  | 2 | 3 | 5 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 16 | I             | 1  | 1 | 3 | 0 | 6               |
|    | II            | 2  | 2 | 0 | 1 | 10              |
|    | III           | 5  | 1 | 1 | 2 | 18              |
|    | Прибуток      | 2  | 1 | 1 | 1 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 17 | I             | 2  | 4 | 5 | 1 | 65              |
|    | II            | 3  | 2 | 1 | 7 | 56              |
|    | III           | 4  | 6 | 1 | 2 | 85              |
|    | Прибуток      | 13   | 8 | 7 | 9 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 18 | I             | 1  | 2 | 3 | 4 | 15              |
|    | II            | 3  | 4 | 5 | 6 | 56              |
|    | III           | 2  | 8 | 6 | 1 | 63              |
|    | Прибуток      | 12   | 5 | 6 | 8 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |    | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|----|----|----|-----------------|
|    |               | А  | В  | С  | Д  |                 |
| 19 | I             | 2  | 3  | 6  | 9  | 195             |
|    | II            | 3  | 5  | 6  | 7  | 265             |
|    | III           | 5  | 1  | 2  | 6  | 362             |
|    | Прибуток      | 11   | 12 | 13 | 15 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |    | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|----|----|----|-----------------|
|    |               | А  | В  | С  | Д  |                 |
| 20 | I             | 1  | 2  | 3  | 6  | 201             |
|    | II            | 2  | 4  | 3  | 7  | 323             |
|    | III           | 3  | 1  | 2  | 4  | 267             |
|    | Прибуток      | 10   | 12 | 15 | 10 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |    | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|----|----|----|-----------------|
|    |               | А  | В  | С  | Д  |                 |
| 21 | I             | 1  | 2  | 2  | 9  | 365             |
|    | II            | 3  | 1  | 3  | 3  | 294             |
|    | III           | 7  | 5  | 1  | 2  | 163             |
|    | Прибуток      | 9  | 10 | 14 | 12 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|----|----|---|-----------------|
|    |               | А  | В  | С  | Д |                 |
| 22 | I             | 0  | 3  | 1  | 7 | 312             |
|    | II            | 1  | 5  | 6  | 2 | 289             |
|    | III           | 3  | 2  | 4  | 5 | 350             |
|    | Прибуток      | 10   | 12 | 11 | 8 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |    | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|----|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д  |                 |
| 23 | I             | 3  | 1 | 5 | 2  | 270             |
|    | II            | 2  | 2 | 3 | 4  | 325             |
|    | III           | 1  | 3 | 4 | 2  | 285             |
|    | Прибуток      | 8  | 9 | 7 | 11 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 24 | I             | 2  | 3 | 1 | 2 | 200             |
|    | II            | 1  | 3 | 2 | 4 | 250             |
|    | III           | 3  | 2 | 1 | 2 | 290             |
|    | Прибуток      | 4  | 5 | 6 | 2 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 25 | I             | 1  | 2 | 5 | 3 | 230             |
|    | II            | 4  | 2 | 4 | 1 | 280             |
|    | III           | 3  | 3 | 1 | 5 | 200             |
|    | Прибуток      | 5  | 4 | 5 | 7 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |    |    |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|----|----|---|-----------------|
|    |               | А  | В  | С  | Д |                 |
| 26 | I             | 2  | 3  | 1  | 2 | 200             |
|    | II            | 3  | 2  | 1  | 5 | 180             |
|    | III           | 1  | 3  | 5  | 2 | 280             |
|    | Прибуток      | 10   | 11 | 10 | 8 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 27 | I             | 2  | 3 | 5 | 1 | 170             |
|    | II            | 3  | 1 | 5 | 2 | 220             |
|    | III           | 4  | 2 | 1 | 3 | 190             |
|    | Прибуток      | 5  | 7 | 2 | 6 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 28 | I             | 3  | 1 | 2 | 5 | 180             |
|    | II            | 2  | 3 | 4 | 1 | 290             |
|    | III           | 2  | 1 | 3 | 1 | 150             |
|    | Прибуток      | 5  | 4 | 7 | 3 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 29 | I             | 3  | 1 | 2 | 5 | 100             |
|    | II            | 2  | 3 | 1 | 4 | 150             |
|    | III           | 3  | 1 | 8 | 2 | 230             |
|    | Прибуток      | 4  | 6 | 2 | 8 |                 |

| №  | Види ресурсів | Норми витрат ресурсів на одиницю продукції |   |   |   | Запаси ресурсів |
|----|---------------|--|---|---|---|-----------------|
|    |               | А  | В | С | Д |                 |
| 30 | I             | 2  | 3 | 1 | 2 | 220             |
|    | II            | 1  | 2 | 1 | 5 | 180             |
|    | III           | 3  | 1 | 3 | 4 | 290             |
|    | Прибуток      | 7  | 9 | 8 | 4 |                 |



## Завдання №5\*

### 1. Три магнітофони

Менеджер виробничого відділу фірми, що випускає електронне устаткування складає оптимальний план випуску 3 типів магнітофонів.

| Тип                      | Збірка<br>(годин) | Перевірка<br>(годин) | Упаковка<br>(хв) | Собівартість | Ціна  |
|--------------------------|-------------------|----------------------|------------------|--------------|-------|
| A                        | 5                 | 1.2                  | 8                | \$70         | \$110 |
| B                        | 3                 | 1.0                  | 8                | \$60         | \$90  |
| C                        | 2                 | 1.6                  | 8                | \$50         | \$85  |
| Ресурси робочого<br>часу | 500<br>годин      | 160<br>годин         | 900<br>хвилин    |              |       |

- Яку кількість магнітофонів кожного типу треба збирати, щоб максимізувати прибуток?
- Чи усі типи моделей вигідно робити? Якщо є збиткова модель, що треба змінити, щоб її виробництво стало вигідним? Чи можна змінити щось в технології або в цінах так, щоб усі моделі стали вигідними? Спробуйте зробити це, представте варіанти рішень.
- Уявіть, що Ви можете встановити 100 наднормових годин для складання або 2 наднормових години для упаковки. Що вигідніше? Підтвердіть усі ваші відповіді обчисленнями.

### 2. Ферма

Господарство має 1000 га орної землі, на яких традиційно вирощують кукурудзу, горох, жито і пшеницю. Посівні площі, зайняті під різні культури, змінюються, залежно від зміни середніх закупівельних цін і інших умов.

У майбутньому сезоні прогнозуються наступні урожаї для традиційних культур: кукурудзи - 12 ц/га, гороху - 19 ц/га, жита - 14 ц/га і пшениці - 20 ц/га.

Відповідно до цього очікувані середні закупівельні ціни на зерновому ринку складуть 3500, 5200, 3000 і 3200 грн. за тону зерна відповідно.

Можна вважати, що витрати по вирощуванню цих культур від погодних умов практично не залежать і складають 2600, 3300, 2000 і 2300 грн. на тону зерна.

- Скільки гектар землі мають бути зайняті кожною культурою, якщо ви бажаєте максимізувати прибуток господарства? Врахуйте, що зручних для вирощування жита і пшениці земель не більше 700 га. Окрім цього, максимальна кількість зерна, яке можна розмістити на ринку, складає 200 тонн для кукурудзи, 400 тонн для гороху, 500 тонн для жита і 1200 тонн для пшениці. Господарство має контракти на постачання 100 тонн кукурудзи і 200 тонн пшениці, які безумовно мають бути виконані.
- Уявіть, що господарство обмежене в засобах і не може витратити на вирощування і збирання врожаю більше 4 млн. грн. Як це вплине на максимальний прибуток?

### 3. Меблева фабрика

Власник меблевої фабрики розглядає можливість введення на своєму підприємстві наднормової роботи і хоче оптимізувати використання цього додаткового часу. Фірма випускає п'ять різних виробів: стільці, столи, бюро, книжкові шафи, і візки сервіровок. Відповідний прибуток за одиницю - \$ 16, \$ 30, \$ 40, \$ 42, і \$ 32. Продукція вимагає одних і тих же основних операцій: обрізання, шліфовка і обробка і складання. Необхідне для виконання цих операцій час для кожного їх виробів приведений в таблиці.

Є 320 хв. для обрізання, 400 для обробки, і 270 для складання в планований

| Час на операцію (мин) | Обрізання | Шліфовка | Складання |
|-----------------------|-----------|----------|-----------|
| Стілець               | 8         | 12       | 4         |
| Стіл                  | 6         | 10       | 3         |
| Бюро                  | 9         | 15       | 5         |
| Книжкова шафа         | 9         | 12       | 4         |
| Візок для сервіровок  | 12        | 8        | 6         |

наднормовий час.

- Яка комбінація виробів має бути зроблена в цей час, щоб максимізувати прибуток? Яким буде загальний прибуток?
- Чи вигідно робити усі вироби? Якщо є виріб, який не вигідно робити, що треба змінити, щоб його виробництво стало вигідним?
- Чи можна змінити щось в технології або в цінах так, щоб усі вироби стали вигідними? Досліджуйте це. Опишіть результати.
- Припустимо, що Ви можете встановити 100 наднормових хвилин, але для тільки одній з основних операцій? На яку операцію варто виділити цей час? Скільки при цьому вийде прибутку? Підтвердіть усі ваші відповіді обчисленнями.

### 4. Змішування соків

Компанія поставляє фруктові соки і напої(суміші соків). Список продукції фірми і ціна за літр приведені в таблиці:

|                     | Ціна за літру, руб |
|---------------------|--------------------|
| Яблучний сік        | 40                 |
| Виноградний сік     | 42                 |
| Журавлинний сік     | 37                 |
| Яблучно-виноградний | 40                 |
| Яблучно-журавлинний | 39                 |
| Фруктова суміш      | 42                 |

Склад сумішей : яблучно-виноградний - 70% яблучний сік і 30% виноградний сік, яблучно-журавлинний, - 60% яблучний сік і 40% журавлинний сік, і фруктові суміш - 50% яблучний сік, 20% виноградний сік і решта - журавлинний сік.

Зараз на складі компанії є 3000 літрів яблучного соку, 1900 літрів виноградного соку, і 2500 літрів журавлинного соку. Менеджер хоче з'ясувати, скільки пакетів кожного виробу треба випустити, щоб максимізувати прибуток. Собівартість літра яблучного соку - 20 крб., виноградного соку - 23 крб. і журавлинного соку - 18 крб. Усі напої упаковані в стандартні пакети місткістю 1 літр.

Компанія має замовлення на 600 пакетів яблучного соку, 300 пакетів яблучно-виноградного соку і 1000 пакетів фруктові суміші. Замовлення має бути виконане в поточне постачання. Досвід показує, що жоден з видів продукції не слід робити у кількості більш ніж 2000 пакетів.

- Складіть план розливу, що дає найбільший прибуток в ситуації, що склалася.
- Отримайте звіт про стійкість для знайденого оптимального плану. Поясніть, що означають нормовані вартості для яблучного соку, яблучно-виноградного соку і для фруктові суміші. Скільки пакетів яблучного і яблучно-виноградного соку слід було б зробити, якби замовлення на ці дві позиції було відсутнє?
- Припустимо, що Ви можете закупити додаткові 300 літрів соку. Яблучний, виноградний або журавлинний сік ви віддасте перевазі? Скільки додаткового прибутку ви можете отримати, в порівнянні з первинним планом?

### 5. П'ять типів продукції

Менеджер фірми хоче встановити оптимальний план виробництва п'яти типів продукції. Менеджер зібрав необхідну інформацію, яка підсумовувана в наступній таблиці.

|       | На одиницю продукції |                        |               |
|-------|----------------------|------------------------|---------------|
|       | Збірка, годин        | Складські площі, кв. м | Прибуток, од. |
| Тип А | 2.5                  | 6                      | 100           |
| Тип В | 4                    | 8                      | 150           |
| Тип С | 5                    | 8                      | 170           |
| Тип Б | 3                    | 9.5                    | 180           |
| Тип Е | 3.5                  | 9                      | 160           |

Загальна кількість доступного ресурсу робочого часу - 680 годин.

Складські площі обмежені 1500 кв.м.

- Вирішіть, яку кількість кожного типу продукції треба зробити, щоб максимізувати прибуток. Чи усі типи моделей вигідно робити?
- Яку кількість кожного типу продукції треба зробити, щоб максимізувати прибуток, якщо є витрати на наладку устаткування в кількості: \$ 200 для типу А, \$ 500 для типу В, \$ 1000 для З, \$ 1400 для типу б, \$ 900 для Е. Скільки моделей продукції тепер вигідно робити?
- Як зміниться оптимальний план і кількість вироблюваних типів продукції, якщо складські площі збільшити на 30 кв. м.? Зменшити на 30 кв. м.? Який ресурс виявляється лімітуючим в кожному з цих двох випадків?

### 6. Корпорація «Тополь»

Кожна модель вимагає різні площі для збереження на складі до моменту відвантаження у кінці місяця: 1, 1.4, 1.6 і 2.2 м<sup>2</sup>. Витрати робочого часу на випуск цих виробів на трьох підприємствах і складські площі дані в таблиці.

|                | Витрати часу на виробництво од. виробів<br>, годин |       |       |       | Площа<br>наявних<br>складів, м <sup>2</sup> |
|----------------|--|-------|-------|-------|---|
|                | PC-11  | PC-18 | PC-22 | PC-20 |   |
| Підприємство X | 0.38   | 0.4   | 0.41  | 0.5   | 1100  |
| Підприємство У | 0.32   | 0.35  | 0.38  | 0.42  | 1000  |
| Підприємство Ї | 0.64   | 0.7   | -     | 0.9   | 900   |

Об'єми щомісячної ринкової потреби для кожної моделі: 470, 700, 650 і 300 штук відповідно. Підприємства можуть працювати 12 годин в день при 24 робочих днях в місяць.

- Яка кількість виробів кожної моделі має бути зроблена на кожному підприємстві, щоб отримати найбільший прибуток?
- Чи здатна корпорація задовольнити потреби ринку? Який з ресурсів корпорації є найбільш "дефіцитним"? Чи має корпорація необхідну кількість виробничих можливостей, щоб задовольнити потреби ринку?
- На скільки слід збільшити складські площі Підприємства У, щоб збалансувати його ресурси?

### 7. Цех №3

Цех робить 7 різних видів деталей для двигунів А, В, С1, С2, D, Е6, F маючи у своєму розпорядженні перерахований нижче парк з 6 видів універсальних верстатів :  
1 шт -WWZ, 1 шт -SHG, 2 шт -BSD, 2 шт -SDU, 1 шт -ARM, 2 шт -USI.

| Обробка на            | A     | B     | C1    | C2    | D     | E6    |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| WWZ                   | 0.112 | 0.102 | 0.105 | 0.087 | 0.088 | 0.116 |
| SHG                   | 0     | 0.226 | 0.146 | 0.19  | 0.244 | 0.234 |
| BSD                   | 0.24  | 0.15  | 0.25  | 0.18  | 0.20  | 0.23  |
| SDU                   | 0.33  | 0.29  | 0.36  | 0.36  | 0.29  | 0.29  |
| ARM                   | 0.05  | 0.06  | 0.06  | 0.04  | 0.06  | 0.06  |
| USI                   | 0.15  | 0.00  | 0.00  | 0.14  | 0.00  | 0.15  |
| Прибуток              | 5     | 4     | 5     | 4     | 7     | 5     |
| Потреба на ринку, шт. | 300   | 600   | 500   | 400   | 220   | 50    |

Час, потрібний для обробки одиниці кожного продукту на кожному верстаті(у годиннику), вклад в прибуток від виробництва одиниці кожного продукту і ринковий попит на кожен продукт за місяць дані в таблиці.

Цех працює 12 годин в день. Кожен місяць містить 26 робочих днів.

Так як збут виробів А і б тісно пов'язаний один з одним, бажано випускати їх в рівних кількостях.

Складіть оптимальний план виробництва.

- Визначте, виробництво яких продуктів лімітоване ринком, і яких - технічними можливостями цеху.
- Які машинні ресурси мають бути збільшені в першу чергу, щоб добитися максимального збільшення прибутку(при заданих потребах ринку)?

- с. Чи є продукт, який не вигідно робити? Чому? Що треба змінити, щоб усі продукти стало вигідно робити?

### 8. Випуск процесорів

Корпорація припускає випускати нові модифікації процесорів на 4 своїх підприємствах, що нині мають надмірні виробничі потужності. Передбачається випускати чотири різні моделі процесорів з більш високими частотами: Celeron, Pentium III, Pentium 4 і Xeon 4, які приносять прибуток: 25, 40, 130 і 300 у.о. відповідно.

Кожна модель вимагає різних площ для зберігання кремнієвих пластин, що поступають раз на місяць, в надчистих приміщеннях до моменту запуску в роботу: 1.1, 1.5, 1.8 і 2.1 м<sup>2</sup> на 1000 процесорів кожного типу відповідно. Витрати робочого часу на випуск цих виробів на чотирьох підприємствах і складські площі дані в таблиці.

|        | Витрати робочого часу підприємства(годин) на виробництво 1000 од. виробів |             |           |        | Площа наявних складів, м <sup>2</sup> |
|--------|---|-------------|-----------|--------|---------------------------------------|
|        | Celeron   | Pentium III | Pentium 4 | Xeon 4 |                                       |
| Fab 11 | 0.6   | 0.7         | -         | -      | 800                                   |
| Fab 12 | 0.65  | 0.65        | 0.9       | -      | 950                                   |
| Fab 30 | 0.37  | -           | 0.47      | 0.9    | 1200                                  |
| Fab 32 | -   | -           | 0.42      | 0.8    | 500                                   |

Об'єми щомісячної ринкової потреби для кожної моделі 1100, 300, 750 і 200 тис. штук відповідно. Підприємства можуть працювати 12 годин в день при 26 робочих днях в місяць.

- Яка кількість виробів кожної моделі має бути зроблена на кожному підприємстві, щоб отримати найбільший прибуток?
- Чи здатна корпорація задовольнити потреби ринку? Який з ресурсів корпорації є найбільш "дефіцитним"?
- Чи має корпорація необхідну кількість виробничих потужностей, щоб задовольнити потреби ринку, або її більшою мірою лімітують складські ресурси?

### 9. Підприємство в Енскі

Цех одного з великих підприємств міста Енска робить 8 різних видів деталей для двигунів А, В, С1, С2, С3, D, Е6, F маючи у своєму розпорядженні перерахований нижче парк з 7 видів універсальних верстатів : 2 шт. - ADF, 3 шт. - SHG, 3 шт. - BSD, 1 шт. - AVP, 1 шт. - BFG, 3 шт. - ABM, 2 шт. - RL.

Кожна деталь обробляється на декількох верстатах. Час, потрібний для обробки одиниці кожного продукту на кожному верстаті, вклад в прибуток від виробництва одиниці кожного продукту і ринковий попит на кожен продукт за місяць дані в таблиці

Цех працює 12 годин в день. Кожен місяць містить 26 робочих днів. Для спрощення завдання вважаємо, що можливий довільний порядок обробки деталей на різних верстатах.

| Обробка на       | A    | B    | C1   | C2   | C3   | D    | E6   |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| ADF              | 0.24 | 0.23 | 0.19 | 0.15 | 0.19 | 0.18 | 0.23 |
| SHG              | 0.05 | 0.03 | -    | 0.70 | 0.10 | -    | 0.08 |
| BSD              | 0.37 | 0.59 | 0.71 | 0.50 | 0.32 | 0.74 | 0.43 |
| AVP              | 0.11 | 0.11 | 0.12 | 0.10 | 0.09 | 0.12 | 0.07 |
| BFG              | 0.29 | 0.22 | -    | 0.20 | 0.16 | 0.29 | 0.14 |
| ABM              | -    | 0.58 | 0.70 | 0.69 | 0.46 | 0.31 | 0.31 |
| RL               | 0.08 | 0.01 | 0.08 | 0.11 | 0.12 | 0.08 | -    |
| Прибуток         | 5    | 6    | 8    | 6    | 7    | 8    | 6    |
| Потреба на ринку | 200  | 350  | 280  | 300  | 350  | 220  | 100  |

- Складіть оптимальний план виробництва.
- Визначте, виробництво яких продуктів лімітоване ринком, і яких - технічними можливостями цеху. Які машинні ресурси мають бути збільшені в першу чергу, щоб добитися максимального збільшення прибутку(при заданих потребах ринку)?
- Чи є продукт, який не вигідно робити? Чому? Що треба змінити, щоб усі продукти стало вигідно робити?

### 10. Електронні перемикачі

Фірма робить три види електронних перемикачів. Кожен тип вимагає складання, що складається з двох стадій. Час необхідний для складання на кожній стадії наведено в таблиці.

|          | Час збірки (в хвилинали) |          |
|----------|--------------------------|----------|
|          | Стадія 1                 | Стадія 2 |
| Модель А | 2.5                      | 2        |
| Модель В | 1.8                      | 1.6      |
| Модель С | 2.0                      | 2.2      |

Устаткування для кожної стадії працює 7.5 годин в день. Менеджер хоче максимізувати прибуток за наступні 5 робочих днів. Модель А дає прибуток \$8.25 за штуку. Модель В дає прибуток \$7.00 за штуку. Модель С дає прибуток \$7.80 за штуку. Фірма може продавати все, що вона зробить, і, крім того, має на наступний тиждень сплачене замовлення на 60 шт.: по 20 шт. облаштувань кожного типу.

- Який має бути оптимальний виробничий план?
- Чи усі типи моделей вигідно робити? Якщо є збиткова модель, то що треба змінити, щоб її виробництво стало вигідним? Чи можна змінити що-небудь в технології або в ціновій політиці так, щоб усі моделі стали вигідними? Спробуйте зробити це. Детально опишіть результати Ваших досліджень.
- Припустимо, Ви можете встановити 2 наднормових години для однієї із стадій. Для якої саме стадії слід призначити цей наднормовий годинник, щоб отримати найбільший прибуток? Підтвердіть усі ваші відповіді обчисленнями.

**Лабораторна робота № 3.**  
**Розв'язання задач транспортного типу**

**Рівень А**

Виконати завдання 1-2.

**Рівень В**

Виконати завдання 1-3.

**Рівень С**

Виконати завдання 1-4.

**Завдання 1.**

1. Скласти модель транспортної задачі.
2. Знайти початкові опорні плани задачі за:
  - а) методом північно-західного кута;
  - б) методом мінімальної вартості;
  - в) методом подвійної переваги;
  - г) методом Фогеля.
 Порівняти отримані початкові плани.
3. Розв'язати задачу за допомогою Excel.

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 10 & 11 \\ 14 & 4 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{1.} \quad a_i = (300 \quad 280 \quad 240) \\ b_j = (200 \quad 190 \quad 220 \quad 210)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 2 & 8 \\ 7 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{2.} \quad a_i = (250 \quad 190 \quad 180) \\ b_j = (170 \quad 230 \quad 130 \quad 90)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 9 & 5 \\ 7 & 8 & 11 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{3.} \quad a_i = (320 \quad 240 \quad 220) \\ b_j = (260 \quad 260 \quad 150 \quad 110)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 5 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 9 \\ 5 & 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{4.} \quad a_i = (290 \quad 180 \quad 210) \\ b_j = (150 \quad 210 \quad 260 \quad 60)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 16 & 12 & 11 & 13 \\ 10 & 14 & 9 & 11 \\ 7 & 6 & 8 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{5.} \quad a_i = (270 \quad 180 \quad 200) \\ b_j = (100 \quad 220 \quad 80 \quad 250)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 & 4 \\ 8 & 6 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 7 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{6.} \quad a_i = (200 \quad 240 \quad 180) \\ b_j = (160 \quad 110 \quad 230 \quad 20)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 12 & 5 \\ 6 & 8 & 10 & 7 \\ 4 & 12 & 14 & 17 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{7.} \quad a_i = (310 \quad 200 \quad 280) \\ b_j = (210 \quad 90 \quad 190 \quad 300)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 8 & 6 & 11 \\ 5 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 5 & 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{8.} \quad a_i = (230 \quad 270 \quad 200) \\ b_j = (120 \quad 260 \quad 150 \quad 170)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 5 & 10 \\ 5 & 6 & 9 & 4 \\ 8 & 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{9.} \quad a_i = (220 \quad 150 \quad 180) \\ b_j = (110 \quad 230 \quad 70 \quad 140)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 2 & 4 \\ 5 & 8 & 4 & 3 \\ 6 & 9 & 12 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{10.} \quad a_i = (210 \quad 130 \quad 260) \\ b_j = (70 \quad 190 \quad 90 \quad 150)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 17 & 12 & 10 \\ 9 & 10 & 16 & 7 \\ 13 & 15 & 10 & 16 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{11.} \quad a_i = (550 \quad 260 \quad 300) \\ b_j = (290 \quad 330 \quad 110 \quad 280)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 7 & 5 \\ 12 & 3 & 11 & 9 \\ 5 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{12.} \quad a_i = (300 \quad 340 \quad 290) \\ b_j = (220 \quad 240 \quad 320 \quad 150)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 10 & 4 \\ 7 & 9 & 12 & 8 \\ 5 & 11 & 12 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{13.} \quad a_i = (300 \quad 270 \quad 400) \\ b_j = (130 \quad 250 \quad 310 \quad 280)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 15 & 14 \\ 6 & 8 & 12 & 9 \\ 5 & 18 & 11 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{14.} \quad a_i = (205 \quad 175 \quad 240) \\ b_j = (115 \quad 135 \quad 85 \quad 185)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 11 & 8 & 15 \\ 14 & 8 & 10 & 13 \\ 12 & 9 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{15.} \quad a_i = (400 \quad 230 \quad 350) \\ b_j = (320 \quad 270 \quad 250 \quad 140)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 5 & 10 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{16.} \quad a_i = (240 \quad 260 \quad 305) \\ b_j = (125 \quad 195 \quad 210 \quad 275)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 19 & 13 & 14 & 22 \\ 12 & 20 & 10 & 11 \\ 17 & 16 & 19 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{17.} \quad a_i = (290 \quad 240 \quad 330) \\ b_j = (160 \quad 140 \quad 320 \quad 240)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 & 6 \\ 8 & 2 & 5 & 4 \\ 6 & 9 & 8 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{18.} \quad a_i = (270 \quad 160 \quad 450) \\ b_j = (135 \quad 225 \quad 305 \quad 215)$$



$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \\ 9 & 11 & 10 & 13 \end{pmatrix}$$

**19.**  $a_i = (420 \quad 220 \quad 300)$   
 $b_j = (250 \quad 370 \quad 150 \quad 170)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 3 & 4 \\ 7 & 10 & 3 & 2 \\ 8 & 4 & 5 & 13 \end{pmatrix}$$

**21.**  $a_i = (200 \quad 410 \quad 230)$   
 $b_j = (120 \quad 160 \quad 190 \quad 370)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 12 & 11 \\ 7 & 9 & 7 & 9 \\ 9 & 5 & 3 & 15 \end{pmatrix}$$

**23.**  $a_i = (300 \quad 250 \quad 200)$   
 $b_j = (150 \quad 180 \quad 190 \quad 230)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 10 & 9 & 13 \\ 3 & 5 & 7 & 14 \\ 5 & 12 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

**25.**  $a_i = (250 \quad 220 \quad 300)$   
 $b_j = (140 \quad 170 \quad 110 \quad 350)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 13 & 11 & 8 & 5 \\ 9 & 10 & 15 & 12 \\ 10 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

**27.**  $a_i = (270 \quad 180 \quad 400)$   
 $b_j = (320 \quad 190 \quad 100 \quad 140)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 10 & 7 & 15 \\ 7 & 4 & 11 & 9 \\ 5 & 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

**29.**  $a_i = (290 \quad 220 \quad 310)$   
 $b_j = (210 \quad 330 \quad 140 \quad 140)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 11 & 10 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 13 & 12 \end{pmatrix}$$

**20.**  $a_i = (450 \quad 380 \quad 400)$   
 $b_j = (260 \quad 290 \quad 250 \quad 330)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 17 & 9 & 10 & 14 \\ 15 & 12 & 7 & 10 \\ 12 & 17 & 15 & 3 \end{pmatrix}$$

**22.**  $a_i = (350 \quad 290 \quad 370)$   
 $b_j = (410 \quad 360 \quad 150 \quad 130)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 11 \end{pmatrix}$$

**24.**  $a_i = (400 \quad 200 \quad 300)$   
 $b_j = (130 \quad 310 \quad 260 \quad 200)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 11 & 10 & 8 \\ 6 & 5 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 8 & 11 \end{pmatrix}$$

**26.**  $a_i = (350 \quad 200 \quad 250)$   
 $b_j = (70 \quad 90 \quad 220 \quad 420)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 11 & 13 & 10 \\ 10 & 13 & 11 & 14 \\ 11 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

**28.**  $a_i = (380 \quad 300 \quad 260)$   
 $b_j = (90 \quad 80 \quad 350 \quad 420)$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 9 \\ 8 & 9 & 5 & 2 \\ 13 & 10 & 12 & 7 \end{pmatrix}$$

**30.**  $a_i = (310 \quad 210 \quad 530)$   
 $b_j = (100 \quad 280 \quad 80 \quad 590)$

### Завдання 2

Скласти такий план перевезення худоби із п'яти господарств по відгодівлі великої рогатої худоби на три м'ясокомбінати (таблиця 1). щоб сумарні втрати живої ваги при перевезенні худоби були мінімальними. При цьому втрати живої ваги на 1 т її при перевезенні худоби задані табл.2.

Таблиця 1

| Виробництво м'яса в господарствах, т |       |       |       |       | Потужність м'ясокомбінатів, т |          |       |       |       |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------------------------------|----------|-------|-------|-------|
| №                                    | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | $S_5$                         | №        | $D_1$ | $D_2$ | $D_3$ |
| <b>0</b>                             | 10    | 15    | 10    | 20    | 15                            | <b>0</b> | 30    | 30    | 20    |
| <b>1</b>                             | 15    | 15    | 20    | 10    | 10                            | <b>1</b> | 25    | 25    | 30    |
| <b>2</b>                             | 10    | 10    | 15    | 15    | 20                            | <b>2</b> | 20    | 20    | 40    |
| <b>3</b>                             | 20    | 10    | 15    | 10    | 10                            | <b>3</b> | 40    | 20    | 20    |
| <b>4</b>                             | 15    | 20    | 10    | 10    | 10                            | <b>4</b> | 30    | 25    | 25    |
| <b>5</b>                             | 8     | 12    | 15    | 15    | 20                            | <b>5</b> | 35    | 25    | 20    |
| <b>6</b>                             | 12    | 25    | 13    | 10    | 10                            | <b>6</b> | 20    | 25    | 35    |
| <b>7</b>                             | 15    | 15    | 10    | 18    | 12                            | <b>7</b> | 15    | 40    | 30    |
| <b>8</b>                             | 10    | 15    | 15    | 15    | 15                            | <b>8</b> | 25    | 35    | 25    |
| <b>9</b>                             | 15    | 15    | 15    | 20    | 10                            | <b>9</b> | 35    | 30    | 15    |

Таблиця 2

| Втрати живої ваги при перевезенні худоби, кг/т |                |       |       |
|--|----------------|-------|-------|
| Господарства                                   | М'ясокомбінати |       |       |
|  | $D_1$          | $D_2$ | $D_3$ |
| $S_1$  | 20             | 15    | 25    |
| $S_2$  | 15             | 10    | 30    |
| $S_3$  | 25             | 30    | 15    |
| $S_4$  | 10             | 20    | 35    |
| $S_5$  | 50             | 30    | 55    |

**Примітка.** Варіант виробництва м'яса в господарствах вибирається за передостанньою цифрою шифру залікової книжки, а потужність м'ясокомбінатів – за останньою.

### Завдання 3

Задача про призначення.

а) Потрібно виконати  $n$  різних робіт і є  $n$  механізмів (машин) для їх виконання, причому кожний механізм може бути використаний на будь-якій, але одній роботі. Продуктивність  $i$ -го механізму при виконанні  $j$ -ої роботи задана в таблиці. Потрібно так розподілити механізми по роботах, щоб сумарна продуктивність була максимальною.

б) Є  $n$  вакантних посад і  $n$  претендентів на ці місця. Вартість виконання  $i$ -го претендентом  $j$ -го доручення вказана в таблиці. Необхідно призначити виробників так, щоб забезпечити виконання всіх робіт за мінімальну вартість.

Номер задачі вибирається за останньою цифрою залікової книжки студента. До кожної відстані в таблиці додається число  $\alpha + \beta$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки студента ( $\alpha = \overline{00,99}$ ),  $\beta$  – номер групи, в якій навчається студент ( $\beta = \overline{1,6}$ ).

1.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
|---|----|----|----|----|----|---|
| 1 | 1  | 15 | 7  | 4  | 3  | 6 |
| 2 | 8  | 7  | 6  | 1  | 10 | 5 |
| 3 | 3  | 4  | 11 | 7  | 6  | 7 |
| 4 | 8  | 1  | 9  | 2  | 3  | 5 |
| 5 | 15 | 17 | 4  | 3  | 5  | 6 |
| 6 | 7  | 4  | 8  | 15 | 3  | 2 |

2.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
|---|----|----|----|----|----|---|
| 1 | 7  | 4  | 8  | 15 | 3  | 2 |
| 2 | 18 | 17 | 4  | 3  | 5  | 6 |
| 3 | 8  | 1  | 9  | 2  | 3  | 5 |
| 4 | 3  | 4  | 11 | 7  | 6  | 7 |
| 5 | 8  | 7  | 6  | 1  | 10 | 5 |
| 6 | 1  | 15 | 7  | 4  | 3  | 6 |

3.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
|---|----|----|----|----|----|---|
| 1 | 2  | 16 | 8  | 5  | 4  | 7 |
| 2 | 9  | 8  | 7  | 2  | 11 | 6 |
| 3 | 4  | 5  | 12 | 8  | 7  | 8 |
| 4 | 9  | 2  | 10 | 3  | 4  | 6 |
| 5 | 16 | 18 | 5  | 4  | 6  | 7 |
| 6 | 8  | 5  | 9  | 16 | 4  | 3 |

4.

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 7 | 2 | 4 | 3 | 3 |
| 2 | 5 | 5 | 6 | 3 | 7 | 5 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 7 | 6 | 2 |
| 4 | 8 | 3 | 9 | 2 | 3 | 5 |
| 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| 6 | 2 | 4 | 8 | 9 | 6 | 7 |

5.

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | 9 | 2 | 7 | 1 | 4 |
| 2 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |
| 3 | 3 | 1 | 9 | 2 | 3 | 5 |
| 4 | 9 | 4 | 1 | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 8 | 7 | 6 | 1 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 5 | 7 | 4 | 3 | 6 |

6.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 17 | 14 | 18 | 15 | 13 | 12 |
| 2 | 18 | 27 | 14 | 23 | 25 | 26 |
| 3 | 19 | 21 | 29 | 12 | 23 | 25 |
| 4 | 23 | 14 | 21 | 27 | 16 | 17 |
| 5 | 18 | 22 | 23 | 11 | 14 | 15 |
| 6 | 21 | 25 | 21 | 14 | 13 | 16 |

7.

|   | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6 |
|---|---|---|----|----|----|---|
| 1 | 9 | 2 | 10 | 3  | 4  | 6 |
| 2 | 4 | 3 | 5  | 7  | 8  | 6 |
| 3 | 4 | 5 | 12 | 8  | 7  | 8 |
| 4 | 9 | 8 | 7  | 2  | 11 | 6 |
| 5 | 5 | 6 | 7  | 2  | 1  | 9 |
| 6 | 8 | 5 | 9  | 16 | 4  | 3 |

8.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  |
|---|----|----|----|----|---|----|
| 1 | 8  | 9  | 1  | 5  | 3 | 7  |
| 2 | 7  | 15 | 11 | 12 | 7 | 15 |
| 3 | 13 | 14 | 15 | 7  | 6 | 12 |
| 4 | 18 | 3  | 9  | 12 | 3 | 15 |
| 5 | 7  | 11 | 4  | 13 | 5 | 6  |
| 6 | 12 | 14 | 8  | 9  | 6 | 17 |

9.

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 5 | 4 | 8 | 7 | 3 | 9 |
| 2 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |
| 3 | 1 | 3 | 4 | 9 | 7 | 5 |
| 4 | 9 | 4 | 1 | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 6 | 3 | 2 | 1 | 7 | 4 |
| 6 | 6 | 5 | 7 | 4 | 3 | 6 |

10.

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 1 | 21 | 29 | 23 | 19 | 12 | 25 |
| 2 | 25 | 21 | 13 | 21 | 14 | 16 |
| 3 | 22 | 23 | 14 | 18 | 11 | 15 |
| 4 | 14 | 18 | 13 | 17 | 15 | 12 |
| 5 | 14 | 21 | 16 | 23 | 27 | 17 |
| 6 | 10 | 15 | 14 | 12 | 11 | 15 |

**Завдання 4\***

Задача комівояжера.

Комівояжер повинен обійти  $n$  міст  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Відстані між містами відомі та задані в матриці відстаней. Комівояжер повинен побувати в кожному місті по одному разу. Маршрут обходу міст може починатися з будь-якого міста, але закінчитися він повинен у тому ж місті, з якого почався. Необхідно побудувати найменшої довжини маршрут, що проходить через усі міста.

Номер задачі вибирається за останньою цифрою залікової книжки студента. До кожної відстані в таблиці додається число  $\alpha + \beta$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки студента ( $\alpha = \overline{00,99}$ ),  $\beta$  – номер групи, в якій навчається студент ( $\beta = \overline{1,6}$ ).

1.

|   |   |   |    |    |   |    |
|---|---|---|----|----|---|----|
|   | 1 | 2 | 3  | 4  | 5 | 6  |
| 1 | - | 4 | 10 | 13 | 4 | 8  |
| 2 | 2 | - | 9  | 7  | 6 | 7  |
| 3 | 8 | 5 | -  | 5  | 5 | 9  |
| 4 | 5 | 8 | 5  | -  | 7 | 10 |
| 5 | 6 | 4 | 4  | 9  | - | 4  |
| 6 | 5 | 1 | 4  | 8  | 3 | -  |

2.

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 1 | -  | 51 | 21 | 21 | 24 | 59 |
| 2 | 43 | -  | 6  | 10 | 9  | 15 |
| 3 | 54 | 13 | -  | 33 | 21 | 35 |
| 4 | 16 | 37 | 15 | -  | 55 | 43 |
| 5 | 19 | 12 | 26 | 60 | -  | 30 |
| 6 | 3  | 44 | 42 | 46 | 30 | -  |

3.

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 1 | -  | 41 | 60 | 39 | 46 | 10 |
| 2 | 31 | -  | 59 | 16 | 1  | 51 |
| 3 | 29 | 51 | -  | 14 | 42 | 50 |
| 4 | 32 | 12 | 52 | -  | 16 | 26 |
| 5 | 16 | 39 | 15 | 60 | -  | 57 |
| 6 | 15 | 30 | 38 | 47 | 36 | -  |

4.

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 1 | -  | 36 | 45 | 30 | 52 | 17 |
| 2 | 27 | -  | 49 | 31 | 25 | 27 |
| 3 | 42 | 22 | -  | 48 | 16 | 60 |
| 4 | 16 | 40 | 14 | -  | 45 | 31 |
| 5 | 55 | 9  | 16 | 39 | -  | 41 |
| 6 | 23 | 12 | 33 | 30 | 31 | -  |

5.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | -  | 53 | 9  | 51 | 5  | 5  |
| 2 | 29 | -  | 31 | 43 | 5  | 24 |
| 3 | 58 | 55 | -  | 5  | 31 | 19 |
| 4 | 17 | 39 | 5  | -  | 28 | 9  |
| 5 | 5  | 5  | 46 | 19 | -  | 19 |
| 6 | 40 | 12 | 36 | 5  | 37 | -  |

6.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | -  | 19 | 15 | 21 | 17 | 13 |
| 2 | 15 | -  | 12 | 10 | 22 | 10 |
| 3 | 17 | 18 | -  | 25 | 30 | 10 |
| 4 | 10 | 15 | 37 | -  | 42 | 12 |
| 5 | 13 | 43 | 13 | 10 | -  | 27 |
| 6 | 21 | 35 | 45 | 10 | 10 | -  |

7.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | -  | 48 | 4  | 46 | 0  | 0  |
| 2 | 24 | -  | 26 | 38 | 0  | 19 |
| 3 | 53 | 50 | -  | 0  | 26 | 14 |
| 4 | 12 | 34 | 0  | -  | 23 | 4  |
| 5 | 0  | 0  | 41 | 14 | -  | 14 |
| 6 | 35 | 7  | 31 | 0  | 32 | -  |

8.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | -  | 46 | 16 | 26 | 19 | 54 |
| 2 | 38 | -  | 1  | 5  | 44 | 10 |
| 3 | 49 | 8  | -  | 28 | 16 | 30 |
| 4 | 11 | 32 | 10 | -  | 50 | 38 |
| 5 | 14 | 7  | 21 | 55 | -  | 25 |
| 6 | 0  | 39 | 37 | 41 | 25 | -  |

9.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | -  | 20 | 28 | 12 | 39 | 32 |
| 2 | 21 | -  | 15 | 9  | 17 | 27 |
| 3 | 30 | 25 | -  | 45 | 29 | 47 |
| 4 | 7  | 52 | 40 | -  | 15 | 1  |
| 5 | 60 | 46 | 11 | 5  | -  | 34 |
| 6 | 11 | 45 | 14 | 21 | 30 | -  |

10.

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
|---|----|----|----|----|----|---|
| 1 | -  | 2  | 8  | 11 | 2  | 6 |
| 2 | 12 | -  | 13 | 20 | 25 | 5 |
| 3 | 6  | 3  | -  | 3  | 3  | 7 |
| 4 | 3  | 6  | 3  | -  | 5  | 8 |
| 5 | 4  | 2  | 2  | 7  | -  | 2 |
| 6 | 16 | 30 | 40 | 5  | 5  | - |

## Лабораторна робота №4

### Пошук розв'язку транспортної задачі із заборонами

#### Рівень А

Виконати завдання 1.

#### Рівень В

Виконати завдання 2.

#### Рівень С

Виконати завдання 3.

#### Завдання 1

Знайти розв'язок транспортної задачі із заборонами.

*Примітка.* Номер варіанта обирається згідно останньої цифри залікової книжки.

1.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 4  | 6  | 3   | M  |
| 100                  | 1  | 3  | 2   | 7  |
| 80                   | 6  | 2  | 1   | 8  |
| 70                   | 5  | M  | 5   | 7  |

2.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 2   | 5   | 1   | 3   |
| 100                  | 4   | 6   | 7   | M   |
| 250                  | 8   | 4   | 3   | 1   |
| 150                  | M   | 5   | 9   | 7   |

3.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 3  | 2  | 5   | M  |
| 100                  | 4  | 1  | 3   | 5  |
| 80                   | 7  | 3  | 2   | 7  |
| 70                   | 5  | M  | 4   | 6  |

4.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 2   | 3   | 1   | M   |
| 100                  | 8   | 5   | 3   | 1   |
| 250                  | 4   | 3   | 2   | 1   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 7   |

5.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 2  | 8  | 1   | 4  |
| 100                  | 3  | 5  | M   | 2  |
| 80                   | 1  | 4  | 3   | 4  |
| 70                   | 5  | M  | 2   | 3  |

6.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 1   | 4   | M   | 2   |
| 100                  | 3   | 2   | 8   | 1   |
| 250                  | 2   | 8   | 1   | 4   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 2   |

7.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 2  | 3  | 5   | 1  |
| 100                  | M  | 2  | 1   | 8  |
| 80                   | 8  | 2  | 3   | 1  |
| 70                   | 5  | M  | 3   | 8  |

8.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 8   | 7   | 5   | M   |
| 100                  | 3   | 4   | 1   | 2   |
| 250                  | 4   | 1   | 2   | 4   |
| 150                  | 7   | M   | 2   | 3   |

9.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 3  | 2  | 1   | M  |
| 100                  | 2  | 5  | 8   | 7  |
| 80                   | 3  | 1  | 2   | 4  |
| 70                   | 5  | M  | 8   | 2  |

10.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 4   | 3   | 5   | 1   |
| 100                  | 2   | 6   | M   | 4   |
| 250                  | 3   | 1   | 2   | 4   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 3   |

### Завдання 2.

Розробити оптимальний план взаємодії залізничного і річкового транспорту для перевезення мінерально-будівельних вантажів з трьох пунктів видобування А1, А2, А3 – у 8 пунктів споживання П1, П2, П3, П4, П5, П6, П7, П8. Перевалка вантажу із залізниці на воду здійснюється у п'яти портах – В1, В2, В3, В4, В5. Обсяг виробництва 620, 240, 110 тис. т відповідно.

| Пункти видобування                   | Пункти перевалки |      |      |      |      |
|--------------------------------------|------------------|------|------|------|------|
|                                      | В1               | В2   | В3   | В4   | В5   |
| Переробна спроможність порту, тис. т | 180              | 26   | 165  | 210  | 58   |
| А1                                   | 1,32             | 1,76 | 1,87 | 2,49 | 1,67 |
| А2                                   | 1,38             | 1,26 | 1,37 | 1,29 | 1,17 |
| А3                                   | 1,51             | 3,79 | 2,90 | 2,20 | 2,70 |

| Пункт видобування      | Пункт споживання |      |      |      |      |      |      |      |
|------------------------|------------------|------|------|------|------|------|------|------|
|                        | П1               | П2   | П3   | П4   | П5   | П6   | П7   | П8   |
| А1                     | 1,30             | 1,06 | 1,81 | 1,6  | 2,29 | 1,7  | 2,12 | 2,87 |
| А2                     | 2,35             | 2,09 | 2,07 | 1,10 | 1,09 | 1,20 | 1,62 | 2,37 |
| А3                     | 1,49             | 1,99 | 2,74 | 2,63 | 2,00 | 2,73 | 3,15 | 3,49 |
| Пропускна спроможність | 60               | 220  | 34   | 178  | 290  | 56   | 92   | 40   |

| Пункт перевалки | Пункт споживання |      |      |      |      |      |      |      |
|-----------------|------------------|------|------|------|------|------|------|------|
|                 | П1               | П2   | П3   | П4   | П5   | П6   | П7   | П8   |
| В1              | М                | М    | М    | 1,19 | 1,10 | 1,55 | 1,82 | 2,46 |
| В2              | 2,19             | 1,55 | 1,38 | М    | 0,78 | 0,66 | 0,93 | М    |
| В3              | 2,62             | М    | 1,69 | М    | 0,81 | М    | 1,28 | М    |
| В4              | 2,76             | 2,29 | 2,12 | 1,04 | М    | 1,40 | 1,67 | М    |
| В5              | М                | М    | 1,13 | М    | 0,98 | М    | 0,68 | М    |

Для формування індивідуального завдання всі наведені тарифи помножити на  $0,1\alpha$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки.

### Завдання 3.

У порт прибули чотири судна з вантажем, загальна маса якого становить 15700 т. Перевантаження здійснюється на залізничний транспорт. Відомо, що судно А1 доставило 6000 т руди, А2 – 4000 т вугілля, А3 – 2500 т тарно-штучних вантажів, А4 – 3200 т гравію. Вантажі можуть перевантажуватися за двома варіантами: прямим (судно-вагон) і зі складуванням (судно-склад-вагон). Загальна кількість вагонів, поданих за добу в порт, забезпечує перевалку за прямим варіантом тільки 4600 т вантажів (будь-який вантаж забезпечує повне використання вантажопідйомності вагона). Потрібно оптимізувати процес перевалки вантажів з води на залізницю, вибравши такий розподіл вантажообігу за варіантами, при яких вартість перевалки буде найменшою. Вартість перевалки 1 т вантажу за кожним варіантом наведено в таблиці.

| Судно | Рід вантажу  | Вартість перевалки 1 т вантажу за варіантами, грн |                 |
|-------|--------------|---|-----------------|
|       |              | Прямий  | Зі складуванням |
| А1    | Руда         | 6   | 9               |
| А2    | Вугілля      | 8   | 12              |
| А3    | Тарно-штучні | 15  | 24              |
| А4    | Гравій       | 12  | 21              |



**Лабораторна робота № 5**  
**Динамічне програмування**

**Рівень А**

Виконати завдання 1-2.

**Рівень В**

Виконати завдання 1-3.

**Рівень С**

Виконати завдання 1-4.

**Задача 1.**

Знайти оптимальний розподіл **6** млрд. грн. між трьома підприємствами галузі. Прибуток, який можна одержати від капіталовкладень певного розміру в кожне з підприємств, надано в таблиці 1.

Для формування індивідуального варіанту кожне значення прибутку помножити на  $0,1\alpha$  ( $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки).

| Розмір капіталовкладень | Прибуток по підприємствах, млн. грн. |      |      |
|-------------------------|--------------------------------------|------|------|
|                         | I                                    | II   | III  |
| 1                       | 0,27                                 | 0,34 | 0,21 |
| 2                       | 0,31                                 | 0,44 | 0,35 |
| 3                       | 0,42                                 | 0,57 | 0,46 |
| 4                       | 0,65                                 | 0,69 | 0,68 |
| 5                       | 0,74                                 | 0,87 | 0,74 |
| 6                       | 0,93                                 | 0,95 | 0,85 |

**Задача 2.**

Скласти оптимальний план заміни обладнання при відомих даних про продуктивність обладнання та щорічних витратах на його утримання і ремонт, що наведені в таблиці 2. Відомо, що на початок періоду, що розглядається, встановлено нове обладнання, вартість якого 10 млн. грн., використане обладнання списується.

Для формування індивідуального варіанта кожне значення  $R(t)$  збільшити на  $\alpha$ , кожне значення  $Z(t)$  помножити на  $0,1\alpha$  ( $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки).

Таблиця 2

|  | Вік обладнання $t$ (років) |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|  | 0                          | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| Річний випуск продукції $R(t)$ на обладнанні віком $t$ років (млн. грн.) | 25                         | 24 | 24 | 23 | 23 | 23 | 22 | 22 | 21 | 20 |
| Щорічні витрати на утримання та ремонт обладнання $Z(t)$ (млн. грн.)     | 15                         | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 | 18 | 18 | 19 | 20 |

### Задача 3.

Задача про управління запасами.

Підприємство розробляє стратегію поповнення запасів деякої продукції для заданого періоду часу, який складається з декількох етапів. Для кожного з них відомий розмір попиту, причому він не є однаковим для всіх етапів. Щоб задовольнити попит, підприємство може придбати необхідну кількість продукції, замовивши її у виробника, або виготовити самостійно. Передбачається, що запаси поповнюються миттєво, запізнення поставки та дефіцит неприпустимі. Залежно від ринкової кон'юнктури підприємству може бути вигідно створювати запаси продукції для задоволення попиту в майбутні періоди часу, що пов'язане, проте, з додатковими витратами на зберігання запасів.

Розробити програму управління запасами підприємства, тобто визначити обсяги замовлення й період його розміщення, щоб загальні витрати на постачання та зберігання продукції були мінімальними, а попит задовольнявся повністю й своєчасно.

Функція витрат на розміщення замовлення визначає питомі витрати:  $20+N$  грн. для перших  $50$  одиниць та  $15+N$  грн. за кожну додаткову одиницю (знижка на кількість). Мінімальний розмір партії  $60$  од. На початок планового періоду на складі є  $20$  од. товару.

Вихідні дані надано в таблиці:

| Етап | Попит, од | Витрати на розміщення замовлення, грн. | Витрати на зберігання, грн. |
|------|-----------|--|-----------------------------|
| 1    | $120$     | $40+N$                                 | $1+\beta$                   |
| 2    | $60$      | $20+N$                                 | $2+\beta$                   |
| 3    | $100$     | $45+N$                                 | $2+\beta$                   |
| 4    | $80$      | $37+N$                                 | $1+\beta$                   |
| 5    | $120$     | $48+N$                                 | $1+\beta$                   |

де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки;

$\beta$  – номер групи;

$N$  – остання цифра залікової книжки.

### Задача 4\*.

Фірма планує нарощувати виробничі потужності на чотирьох підприємствах, виділяючи для цього  $20$  млн. грн. За кожним із підприємств розроблено інвестиційний проект із зазначенням прогнозованих сумарних витрат  $C$  та доходів  $D$ , що пов'язані з його реалізацією (табл. 3). Розробити план інвестування.

Для формування індивідуального варіанту, до кожного значення інвестиції додати число  $N$  ( $N$  – остання цифра залікової книжки), кожне значення прибутку помножити на  $0,1\alpha$  ( $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки).

Таблиця 3

| Інвестиційний проект | Підприємство          |                     |                       |                     |                       |                     |                       |                     |
|----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|---------------------|
|                      | 1                     |                     | 2                     |                     | 3                     |                     | 4                     |                     |
|                      | Інвестиції, млн. грн. | Прибуток, млн. грн. | Інвестиції, млн. грн. | Прибуток, млн. грн. | Інвестиції, млн. грн. | Прибуток, млн. грн. | Інвестиції, млн. грн. | Прибуток, млн. грн. |
| 1                    | 0                     | 0                   | 0                     | 0                   | 0                     | 0                   | 0                     | 0                   |
| 2                    | 2                     | 6                   | 6                     | 12                  | 7                     | 9                   | 4                     | 6                   |
| 3                    | 4                     | 8                   | 7                     | 14                  | 8                     | 10                  | 5                     | 8                   |
| 4                    | 5                     | 11                  | 9                     | 18                  | 10                    | 14                  | 7                     | 9                   |

**Лабораторна робота № 6**  
**Моделі мережного планування**

**Рівень А**

Виконати завдання 1а.

**Рівень В**

Виконати завдання 1.

**Рівень С**

Виконати завдання 1-2.

**Завдання 1.**

а) На основі даних, наведених в таблиці, зобразити карту доріг у вигляді завантаженого орієнтовного графу (напрямок вибирається від міста з меншим номером до міста з більшим номером);

б) визначити найкоротший маршрут.

Номер задачі вибирається відповідно до останньої цифри залікової книжки. До всіх відстаней додається число  $\alpha + \beta$ , де  $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки студента ( $\alpha = \overline{00,99}$ ),  $\beta$  – номер групи, в якій навчається студент ( $\beta = \overline{1,6}$ ).







**Завдання 2.**

Упорядкувати наведену структурну таблицю. Представити впорядковану структурну таблицю у вигляді структурно-часової таблиці, в якій роботи розміщуються у відповідності з їх новими номерами. Для останньої таблиці побудувати мережеві графіки двох типів, а також часовий мережевий графік. Визначити за його допомогою критичний шлях і мінімальний час виконання комплексу робіт. Також визначити критичний шлях і мінімальний час виконання комплексу робіт на основі використання алгоритму задачі мережевого планування.

| №  | Робота   | Базується на роботах  | Час $t_i$  |
|----|----------|-----------------------|------------|
| 1  | $a_1$    | $a_5$                 | $N+5$      |
| 2  | $a_2$    | $a_9, a_{12}, a_{17}$ | $10+\beta$ |
| 3  | $a_3$    | $a_5, a_7, a_{17}$    | $N+6$      |
| 4  | $a_4$    | $a_2$                 | $11-\beta$ |
| 5  | $a_5$    | -                     | $20-N$     |
| 6  | $a_6$    | $a_7, a_{12}$         | $8+\beta$  |
| 7  | $a_7$    | $a_{16}, a_{18}$      | $2N+3$     |
| 8  | $a_8$    | $a_{15}$              | $12-\beta$ |
| 9  | $a_9$    | -                     | $12+\beta$ |
| 10 | $a_{10}$ | $a_8, a_{11}, a_{20}$ | $15+N$     |
| 11 | $a_{11}$ | $a_5, a_9$            | $10-\beta$ |
| 12 | $a_{12}$ | $a_{11}$              | $2N$       |
| 13 | $a_{13}$ | -                     | $12-N$     |
| 14 | $a_{14}$ | $a_{12}$              | $13+\beta$ |
| 15 | $a_{15}$ | $a_{14}, a_{17}$      | $N+8$      |
| 16 | $a_{16}$ | -                     | $12-\beta$ |
| 17 | $a_{17}$ | $a_{13}, a_{18}$      | $18+\beta$ |
| 18 | $a_{18}$ | -                     | $15-N$     |
| 19 | $a_{19}$ | $a_{16}$              | $9-\beta$  |
| 20 | $a_{20}$ | $a_5, a_8, a_{17}$    | $N+4$      |

де

$\beta$  – номер групи студента;

$N$  – остання цифра залікової книжки.

**Лабораторна робота № 7**  
**Сіткове планування**

**Рівень А**

Використовуючи дані, представлені в таблиці 1, побудувати графік сіткової моделі.

**Рівень В-С**

Використовуючи дані, представлені в таблиці 1, побудувати графік сіткової моделі, розрахувати її характеристики. Результати розрахунків подати у табличному вигляді. Зробити висновки.

*Примітка*

Термін виконання робіт вибрати відповідно до номеру варіанта (номер у списку), який наведено у таблиці 2.

**Таблиця 1.**

**Розробка стадій бюджетного процесу на місцевому рівні**

| <b>Робота</b> | <b>Склад роботи</b>   | <b>Термін, днів</b> |
|---------------|---|---------------------|
| (1,2)         | Отримання інформації від Мінфіну України про особливості складання розрахунків до проектів бюджетів та її опрацювання   | $t_{1,2}$           |
| (1,3)         | Підготовка проекту рішення про місцевий бюджет  | $t_{1,3}$           |
| (1,4)         | Складання проекту бюджету   | $t_{1,4}$           |
| (2,3)         | Схвалення проекту рішення про місцевий бюджет   | $t_{2,3}$           |
| (2,5)         | Розгляд проекту рішення про місцевий бюджет   | $t_{2,5}$           |
| (2,6)         | Затвердження місцевих бюджетів  | $t_{2,6}$           |
| (3,4)         | Затвердження розпису місцевого бюджету  | $t_{3,4}$           |
| (3,5)         | Загальна організація та управління виконанням відповідного місцевого бюджету  | $t_{3,5}$           |
| (4,5)         | Отримання інформації про визначення періодичності структури та термінів подання звітності про виконання місцевих бюджетів   | $t_{4,5}$           |
| (5,6)         | Складання та подання відповідним місцевим фінансовим органам балансів, звітів про виконання місцевих бюджетів   | $t_{5,6}$           |
| (5,7)         | Подання зведених звітів про виконання місцевих бюджетів та подання їх Міністерству фінансів АРК, фінансовим органам місцевих амін-страцій, виконавчим органам відповідних | $t_{5,7}$           |



|              |   |           |
|--------------|---|-----------|
|              | рад   |           |
| <b>(6,7)</b> | Подання річного звіту про виконання місцевого бюджету до ВР АРК, відповідних місцевих рад | $t_{6,7}$ |
| <b>(7,8)</b> | Перевірка звіту   | $t_{7,8}$ |
| <b>(8,9)</b> | Затвердження звіту про виконання місцевого бюджету або прийняття іншого рішення           | $t_{8,9}$ |

Таблиця 2.

Дані терміну виконання відповідних робіт згідно з варіантом

| №<br>вар<br>$t_{ij}$ | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9        | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15       |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----------|----|----|----|----|----|----------|
|                      | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24       | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30       |
| $t_{1,2}$            | 4  | 2  | 3  | 2  | 4  | 5  | 2  | 4  | 3        | 3  | 4  | 3  | 4  | 2  | 3        |
| $t_{1,3}$            | 4  | 2  | 3  | 2  | 4  | 5  | 2  | 4  | 4        | 3  | 4  | 3  | 4  | 2  | 4        |
| $t_{1,4}$            | 2  | 1  | 2  | 3  | 4  | 2  | 3  | 2  | <b>3</b> | 1  | 2  | 2  | 4  | 3  | <b>3</b> |
| $t_{2,3}$            | 3  | 4  | 3  | 4  | 3  | 4  | 3  | 4  | 2        | 4  | 3  | 3  | 3  | 3  | 2        |
| $t_{2,5}$            | 3  | 2  | 2  | 3  | 2  | 3  | 1  | 3  | 2        | 2  | 3  | 2  | 2  | 1  | 2        |
| $t_{2,6}$            | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 5        | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 5        |
| $t_{3,4}$            | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1        | 2  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1        |
| $t_{3,5}$            | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2        | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2        |
| $t_{4,5}$            | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 4        | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 4        |
| $t_{5,6}$            | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 3  | 2  | 1  | 2        | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2        |
| $t_{5,7}$            | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 1  | 3        | 2  | 1  | 1  | 1  | 1  | 3        |
| $t_{6,7}$            | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 1        | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 1        |
| $t_{7,8}$            | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 7        | 4  | 4  | 4  | 4  | 4  | 7        |
| $t_{8,9}$            | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | <u>3</u> | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | <u>3</u> |

*Лабораторна робота № 8*  
*Задачі теорії ігор*

**Рівень А**

Виконати завдання 1

**Рівень В-С**

Виконати завдання 1-2

**Завдання 1**

Знайти сідлову точку гри, заданої наступною платіжною матрицею:

Номер задачі вибирається відповідно до номеру в списку. До кожного елемента матриці додати  $\alpha$ .

$$1. \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 \\ 7 & 3 & 4 \\ 9 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 9 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 7 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 6 & 5 & 2 \\ 8 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 3 & 3 & 8 \\ 3 & 5 & 4 \\ 7 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 9 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 6 \\ 8 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 12 & 10 & 8 \\ 7 & 3 & 6 \\ 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 9 & 7 & 5 \\ 10 & 11 & 13 \\ 9 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 9 & 8 & 12 \\ 7 & 8 & 13 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 5 & 2 & 10 \\ 4 & 3 & 9 \\ 7 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 7 & 9 & 7 \\ 5 & 10 & 6 \\ 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} 7 & 9 & 6 \\ 6 & 11 & 7 \\ 7 & 10 & 7 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 3 & 9 & 2 \\ 2 & 7 & 3 \\ 5 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$21. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 5 \\ 4 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$25. \begin{pmatrix} 7 & 10 & 9 \\ 8 & 12 & 7 \\ 9 & 10 & 9 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 8 & 9 & 8 \\ 7 & 10 & 7 \\ 7 & 12 & 5 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 4 & 10 & 7 \\ 8 & 9 & 8 \\ 5 & 11 & 8 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 9 & 10 & 9 \\ 7 & 10 & 8 \\ 8 & 11 & 10 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 4 & 9 & 5 \\ 6 & 8 & 6 \\ 3 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 8 & 9 & 8 \\ 7 & 6 & 5 \\ 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} 11 & 10 & 11 \\ 12 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 3 & 8 & 4 \\ 5 & 7 & 5 \\ 3 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$26. \begin{pmatrix} 5 & 7 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$27. \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ 7 & 11 & 9 \\ 6 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

$$29. \begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 \\ 3 & 10 & 5 \\ 6 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

$$28. \begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 \\ 8 & 11 & 8 \\ 7 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

$$30. \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 9 & 10 & 9 \\ 8 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

### Завдання 2

Знайти оптимальні стратегії гравців  $A$  і  $B$ . Виграшні бали гравця  $A$  при застосуванні ним своїх певних стратегій, за умови застосування гравцем  $B$  всіх його можливих стратегій, задана матрицею гри.

Задача обирається відповідно до останньої цифри залікової книжки.

|  |   |
|--|---|
| 1. $\begin{pmatrix} 0 & -2-\beta & 1+\beta \\ -4-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & 1+\beta & 0 \end{pmatrix}$       | 2. $\begin{pmatrix} 2+\beta & -1-\beta & 0 \\ 0 & 1+\beta & -2-\beta \\ 2+\beta & 0 & 4+\beta \end{pmatrix}$        |
| 3. $\begin{pmatrix} 1+\beta & 0 & -1-\beta \\ 2+\beta & 1+\beta & 0 \\ 0 & -1-\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$       | 4. $\begin{pmatrix} -3-\beta & 1+\beta & 0 \\ 0 & 2+\beta & 1+\beta \\ 1+\beta & 0 & -2-\beta \end{pmatrix}$        |
| 5. $\begin{pmatrix} 2+\beta & -1-\beta & 1+\beta \\ 1+\beta & 0 & 2+\beta \\ 0 & 1+\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$  | 6. $\begin{pmatrix} 1+\beta & -2-\beta & 0 \\ 0 & 1+\beta & 2+\beta \\ 2+\beta & 0 & -1-\beta \end{pmatrix}$        |
| 7. $\begin{pmatrix} 0 & -1-\beta & 4+\beta \\ 2+\beta & 0 & -1-\beta \\ 1+\beta & 2+\beta & 0 \end{pmatrix}$       | 8. $\begin{pmatrix} 1+\beta & 0 & 2+\beta \\ 0 & -2-\beta & 4+\beta \\ -2-\beta & 1+\beta & 0 \end{pmatrix}$        |
| 9. $\begin{pmatrix} 4+\beta & 1+\beta & 0 \\ -1-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & -1-\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$ | 10. $\begin{pmatrix} -1-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & 4+\beta & 0 \\ 1+\beta & 2+\beta & -1-\beta \end{pmatrix}$ |

**Лабораторна робота № 9**  
**Розв'язання статистичних ігор**

**Рівень А**

Виконати завдання 1

**Рівень В-С**

Виконати завдання 1-2

**Завдання.** Проводиться порівняння п'яти інвестиційних проектів. Для реалізації кожного з проектів відома собівартість шести видів продукції, які планується виробляти –  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5, \Pi_6$ . Величини  $\Pi_j$  на початкових етапах виконання проекту точно визначити неможливо, тому вони вважаються неконтрольованими факторами. Кожній парі  $(A_i, \Pi_j)$  відповідає значення річних затрат. Використовуючи матрицю річних затрат, обрати оптимальні капітальні вкладення.

Порядок виконання:

1. Побудувати матрицю ризиків.
2. Знайти оптимальну стратегію учасника гри за критеріями:
  - а) Лапласа;
  - б) Вальда;
  - в) Севіджа;
  - г) Гурвіца (з параметром  $\alpha = 0,6$ ).
3. Зробити висновки.

**Варіант 1**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 1       | 15      | 13      | 20      | 15      | 15      |
| $A_2$ | 0       | 20      | 3       | 20      | 10      | 6       |
| $A_3$ | 10      | 8       | 2       | 12      | 7       | 3       |
| $A_4$ | 18      | 5       | 19      | 11      | 7       | 9       |
| $A_5$ | 17      | 10      | 1       | 15      | 0       | 2       |

**Варіант 2**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 10      | 9       | 13      | 15      | 16      | 11      |
| $A_2$ | 3       | 14      | 7       | 9       | 17      | 5       |
| $A_3$ | 9       | 15      | 14      | 10      | 1       | 18      |
| $A_4$ | 14      | 14      | 10      | 13      | 3       | 1       |
| $A_5$ | 9       | 14      | 4       | 9       | 9       | 17      |

**Варіант 3**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 4       | 3       | 9       | 1       | 7       | 12      |
| $A_2$ | 12      | 15      | 17      | 18      | 18      | 13      |
| $A_3$ | 6       | 11      | 2       | 10      | 6       | 13      |
| $A_4$ | 8       | 8       | 6       | 7       | 16      | 8       |
| $A_5$ | 1       | 9       | 10      | 9       | 2       | 8       |

**Варіант 4**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 2       | 4       | 16      | 18      | 1       | 6       |
| $A_2$ | 17      | 16      | 13      | 7       | 17      | 9       |
| $A_3$ | 8       | 9       | 1       | 6       | 10      | 11      |
| $A_4$ | 17      | 6       | 15      | 19      | 8       | 18      |
| $A_5$ | 16      | 14      | 2       | 7       | 16      | 6       |

**Варіант 5**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 16      | 7       | 6       | 1       | 18      | 14      |
| $A_2$ | 10      | 13      | 16      | 1       | 16      | 15      |
| $A_3$ | 4       | 12      | 12      | 3       | 16      | 4       |
| $A_4$ | 17      | 1       | 7       | 3       | 11      | 13      |
| $A_5$ | 7       | 19      | 5       | 7       | 1       | 17      |

**Варіант 6**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 19      | 14      | 19      | 13      | 20      | 5       |
| $A_2$ | 5       | 6       | 17      | 2       | 0       | 2       |
| $A_3$ | 7       | 12      | 2       | 10      | 6       | 3       |
| $A_4$ | 14      | 4       | 10      | 7       | 2       | 15      |
| $A_5$ | 6       | 6       | 4       | 11      | 2       | 12      |

**Варіант 7**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 10      | 9       | 8       | 2       | 18      | 13      |
| $A_2$ | 20      | 12      | 15      | 8       | 14      | 10      |
| $A_3$ | 18      | 10      | 5       | 13      | 20      | 11      |
| $A_4$ | 18      | 0       | 4       | 20      | 14      | 8       |
| $A_5$ | 8       | 5       | 1       | 10      | 14      | 9       |

**Варіант 8**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 15      | 20      | 10      | 15      | 7       | 19      |
| $A_2$ | 14      | 14      | 4       | 4       | 15      | 20      |
| $A_3$ | 1       | 10      | 2       | 11      | 14      | 18      |
| $A_4$ | 1       | 17      | 6       | 6       | 12      | 12      |
| $A_5$ | 0       | 4       | 19      | 19      | 14      | 19      |

**Варіант 9**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 10      | 19      | 1       | 19      | 3       | 12      |
| $A_2$ | 16      | 0       | 6       | 19      | 10      | 8       |
| $A_3$ | 15      | 19      | 9       | 11      | 20      | 6       |
| $A_4$ | 8       | 18      | 11      | 10      | 14      | 15      |
| $A_5$ | 19      | 15      | 16      | 1       | 7       | 5       |

**Варіант 10**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 20      | 19      | 12      | 10      | 6       | 14      |
| $A_2$ | 8       | 14      | 3       | 17      | 2       | 6       |
| $A_3$ | 18      | 13      | 9       | 16      | 6       | 18      |
| $A_4$ | 10      | 7       | 13      | 8       | 8       | 7       |
| $A_5$ | 14      | 7       | 8       | 9       | 2       | 9       |

**Варіант 11**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 1       | 15      | 13      | 20      | 15      | 15      |
| $A_2$ | 0       | 20      | 3       | 20      | 10      | 6       |
| $A_3$ | 10      | 8       | 2       | 12      | 7       | 3       |
| $A_4$ | 18      | 5       | 19      | 11      | 7       | 9       |
| $A_5$ | 17      | 10      | 1       | 15      | 0       | 2       |

**Варіант 12**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 10      | 9       | 13      | 15      | 16      | 11      |
| $A_2$ | 3       | 14      | 7       | 9       | 17      | 5       |
| $A_3$ | 9       | 15      | 14      | 10      | 1       | 18      |
| $A_4$ | 14      | 14      | 10      | 13      | 3       | 1       |
| $A_5$ | 9       | 14      | 4       | 9       | 9       | 17      |

**Варіант 13**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 4       | 3       | 9       | 1       | 7       | 12      |
| $A_2$ | 12      | 15      | 17      | 18      | 18      | 13      |
| $A_3$ | 6       | 11      | 2       | 10      | 6       | 13      |
| $A_4$ | 8       | 8       | 6       | 7       | 16      | 8       |
| $A_5$ | 1       | 9       | 10      | 9       | 2       | 8       |

**Варіант 14**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 2       | 4       | 16      | 18      | 1       | 6       |
| $A_2$ | 17      | 16      | 13      | 7       | 17      | 9       |
| $A_3$ | 8       | 9       | 1       | 6       | 10      | 11      |
| $A_4$ | 17      | 6       | 15      | 19      | 8       | 18      |
| $A_5$ | 16      | 14      | 2       | 7       | 16      | 6       |



## Варіант 15

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 16      | 7       | 6       | 1       | 18      | 14      |
| $A_2$ | 10      | 13      | 16      | 1       | 16      | 15      |
| $A_3$ | 4       | 12      | 12      | 3       | 16      | 4       |
| $A_4$ | 17      | 1       | 7       | 3       | 11      | 13      |
| $A_5$ | 7       | 19      | 5       | 7       | 1       | 17      |

## Варіант 16

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 19      | 14      | 19      | 13      | 20      | 5       |
| $A_2$ | 5       | 6       | 17      | 2       | 0       | 2       |
| $A_3$ | 7       | 12      | 2       | 10      | 6       | 3       |
| $A_4$ | 14      | 4       | 10      | 7       | 2       | 15      |
| $A_5$ | 6       | 6       | 4       | 11      | 2       | 12      |

## Варіант 17

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 10      | 9       | 8       | 2       | 18      | 13      |
| $A_2$ | 20      | 12      | 15      | 8       | 14      | 10      |
| $A_3$ | 18      | 10      | 5       | 13      | 20      | 11      |
| $A_4$ | 18      | 0       | 4       | 20      | 14      | 8       |
| $A_5$ | 8       | 5       | 1       | 10      | 14      | 9       |

## Варіант 18

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 15      | 20      | 10      | 15      | 7       | 19      |
| $A_2$ | 14      | 14      | 4       | 4       | 15      | 20      |
| $A_3$ | 1       | 10      | 2       | 11      | 14      | 18      |
| $A_4$ | 1       | 17      | 6       | 6       | 12      | 12      |
| $A_5$ | 0       | 4       | 19      | 19      | 14      | 19      |

## Варіант 19

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 10      | 19      | 1       | 19      | 3       | 12      |
| $A_2$ | 16      | 0       | 6       | 19      | 10      | 8       |
| $A_3$ | 15      | 19      | 9       | 11      | 20      | 6       |
| $A_4$ | 8       | 18      | 11      | 10      | 14      | 15      |
| $A_5$ | 19      | 15      | 16      | 1       | 7       | 5       |

## Варіант 20

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 20      | 19      | 12      | 10      | 6       | 14      |
| $A_2$ | 8       | 14      | 3       | 17      | 2       | 6       |
| $A_3$ | 18      | 13      | 9       | 16      | 6       | 18      |
| $A_4$ | 10      | 7       | 13      | 8       | 8       | 7       |
| $A_5$ | 14      | 7       | 8       | 9       | 2       | 9       |

## Варіант 21

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 1       | 15      | 13      | 20      | 15      | 15      |
| $A_2$ | 0       | 20      | 3       | 20      | 10      | 6       |
| $A_3$ | 10      | 8       | 2       | 12      | 7       | 3       |
| $A_4$ | 18      | 5       | 19      | 11      | 7       | 9       |
| $A_5$ | 17      | 10      | 1       | 15      | 0       | 2       |

## Варіант 22

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 10      | 9       | 13      | 15      | 16      | 11      |
| $A_2$ | 3       | 14      | 7       | 9       | 17      | 5       |
| $A_3$ | 9       | 15      | 14      | 10      | 1       | 18      |
| $A_4$ | 14      | 14      | 10      | 13      | 3       | 1       |
| $A_5$ | 9       | 14      | 4       | 9       | 9       | 17      |

**Вариант 23**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 4       | 3       | 9       | 1       | 7       | 12      |
| $A_2$ | 12      | 15      | 17      | 18      | 18      | 13      |
| $A_3$ | 6       | 11      | 2       | 10      | 6       | 13      |
| $A_4$ | 8       | 8       | 6       | 7       | 16      | 8       |
| $A_5$ | 1       | 9       | 10      | 9       | 2       | 8       |

**Вариант 24**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 2       | 4       | 16      | 18      | 1       | 6       |
| $A_2$ | 17      | 16      | 13      | 7       | 17      | 9       |
| $A_3$ | 8       | 9       | 1       | 6       | 10      | 11      |
| $A_4$ | 17      | 6       | 15      | 19      | 8       | 18      |
| $A_5$ | 16      | 14      | 2       | 7       | 16      | 6       |

**Вариант 25**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 16      | 7       | 6       | 1       | 18      | 14      |
| $A_2$ | 10      | 13      | 16      | 1       | 16      | 15      |
| $A_3$ | 4       | 12      | 12      | 3       | 16      | 4       |
| $A_4$ | 17      | 1       | 7       | 3       | 11      | 13      |
| $A_5$ | 7       | 19      | 5       | 7       | 1       | 17      |

**Вариант 26**

|       | $\Pi_1$ | $\Pi_2$ | $\Pi_3$ | $\Pi_4$ | $\Pi_5$ | $\Pi_6$ |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $A_1$ | 19      | 14      | 19      | 13      | 20      | 5       |
| $A_2$ | 5       | 6       | 17      | 2       | 0       | 2       |
| $A_3$ | 7       | 12      | 2       | 10      | 6       | 3       |
| $A_4$ | 14      | 4       | 10      | 7       | 2       | 15      |
| $A_5$ | 6       | 6       | 4       | 11      | 2       | 12      |

## *Індивідуальне завдання*

### **Рівень А**

Завдання 1

### **Рівень В**

Завдання 1-2

### **Рівень С**

Завдання 1-3

#### **Завдання 1.**

На основі статистичних даних досліджуваного господарства визначити оптимальну структуру посівних площ. Для цього скористатися рекомендаціями Міністерства аграрної політики і продовольства стосовно науково обґрунтованих сівозмін для відповідних природно-кліматичних зон країни.

Попередньо розробити економіко-математичну модель, потім знайти оптимальний розв'язок, використовуючи засоби Excel. Зробити висновки. Для аналізу побудувати таблиці (додаток 2).

#### **Завдання 2.**

На основі статистичних даних досліджуваного господарства визначити методами стохастичного програмування оптимальну структуру посівних площ господарства. Розробити економіко-математичну модель, знайти оптимальний розв'язок за допомогою Excel, зробити висновки, порівняти отримані результати, з результатами попереднього завдання.

#### **Завдання 3.**

На основі статистичних даних досліджуваного господарства розробити оптимальний план перевезень продукції рослинництва від господарства до пунктів подальшої переробки чи доставки споживачам.

**Контрольна робота**  
**Для студентів заочної форми навчання**

Примітка. Номера задач обираються згідно останніх двох цифр залікової книжки (додаток 3)

**Задача 1.**

Знайти розв'язок задачі за допомогою надбудови «Поиск решений»

1.

$$f = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 9)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 5x_2 \geq 30, \\ 4x_1 + x_2 \leq 28, \\ 2x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

2.

$$f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 20, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -x_1 - 3x_2 \geq -21, \\ x_1 + x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

3.

$$f = 4(x_1 - 5)^2 + 9(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 - 6x_2 \geq -54, \\ x_2 \geq 2, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

4.

$$f = 2(x_1 - 3)^2 + 5(x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - 6x_2 \leq -3, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 31, \\ x_1 - 4x_2 \geq -27, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 63, \\ -4x_1 - x_2 \geq -63, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

5.

$$f = 16(x_1 - 3)^2 + 9(x_2 - 2)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 9x_2 \geq 72, \\ 3x_1 - 8x_2 \geq -80, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 97, \\ 3x_1 - x_2 \leq 30, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq -6, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

6.

$$f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 8, \\ -2x_1 - x_2 \leq -4, \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 70, \\ 4x_1 + x_2 \leq 46, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 16, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

7.

$$f = -x_1^2 + 8x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ 3x_1 - 4x_2 \leq 24, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 42, \\ -x_1 - 5x_2 \geq -40, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

9.

$$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 80, \\ (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 6)^2 \leq 36, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

11.

$$f = x_2 - x_1^2 + 6x_1 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 + 2x_2 \leq 15, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

13.

$$f = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 6, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 18, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

8.

$$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \leq 100, \\ x_1 \cdot x_2 \geq 3, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

10.

$$f = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \leq 6, \\ -4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ x_2 \leq 10, \\ x_1 - 2x_2 \geq 4, \\ x_1 \leq 9, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

12.

$$f = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 7, \\ 10x_1 - x_2 \leq 8, \\ -18x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

14.

$$f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \geq 4, \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 25, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

15.

$$f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 12, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

16.

$$f = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

17.

$$f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 34 \leq 0, \\ x_1 \geq 1, \\ x_2 \geq 1, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

18.

$$f = x_1 \cdot x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 - 14 \geq 0, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

19.

$$f = 2(x_1 - 7)^2 + 4(x_2 - 3)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

20.

$$f = -\frac{x_1^2}{4000} + 0,5x_1 + 0,4x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6000, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4000, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

### Задача 2.

Розв'язати систему рівнянь за допомогою надбудови «Поиск решений»

$$21. \begin{cases} 3x - 4y - 5z + 6u = 4 \\ 2x - 3y + z - 2u = -9 \\ x - 3y + 2z - 3u = -11 \\ 4x - y + 3z - u = 7 \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x + 2y + 3z + u = 4 \\ -2x + 2y + 3z + 3u = -8 \\ x + y + z + 2u = -3 \\ 5x + 3y + 2z + u = 7 \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x - 2y + 3z - 4u = -6 \\ 2x + y - 3z - u = -1 \\ 3x - y + 5z - 6u = 4 \\ 5x - 3y - 2z + u = 17 \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x + 3y + z + 3u = 3 \\ 3x + 2y - 5z + 2u = 24 \\ 4x + 2y - 6z + 5u = 18 \\ 7x - 4y + 6z + 3u = -25 \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x + 2y - 3z + u = 4 \\ -2x + y - 2z - 3u = -1 \\ 2x + 3y - 4z + u = 3 \\ 4x + 2y + 5z + u = -5 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 3x - 2y + z - 2u = -9 \\ 2x + 2y - 3z - 4u = -14 \\ 5x - 3y + 2z - 2u = -5 \\ 4x + 5y - 6z + u = 23 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 2x + 3y + z - 4u = -15 \\ 3x - 2y + 5z + 2u = -14 \\ 4x - 2y - 6z - 5u = -10 \\ 7x + 4y - 6z - 3u = 7 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 2x - 3y + 4z - 5u = -4 \\ 4x + y - 5z + u = 13 \\ 6x - 7y + 2z - 6u = -14 \\ 3x - 4y + z - u = -2 \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} 8x - 3y + 9z = u = 2 \\ 4x + y + z - u = -12 \\ 2x + y - z + u = -2 \\ 3x + 2y - 3z + 4u = 6 \end{cases}$$

$$33. \begin{cases} x + 2y - 3z + u = 4 \\ 2x + 3y + z - 4u = -3 \\ 3x - 2y + z - 2u = 1 \\ 5x - 3y + 2z - 2u = 10 \end{cases}$$

$$35. \begin{cases} -3x + 4y + 5z + 6u = 2 \\ x - 3y + 2z - u = 5 \\ 2x - 3y - z - u = -5 \\ 4x + 2y - 5z - u = -2 \end{cases}$$

$$37. \begin{cases} x - 3y + z + 2u = -10 \\ x + y - 3z - u = 4 \\ 2x - 3y + 4z - 5u = -8 \\ x - y + z + u = 4 \end{cases}$$

$$39. \begin{cases} 7x + y - 2z + 3u = 4 \\ 9x - y + 3z - 2u = 5 \\ x + 2y - 5z + 6u = 2 \\ 5x + 3y - z - 7u = -6 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 2x + 3y + z - 3u = -19 \\ 6x - 7y + 2z - 6u = 5 \\ 7x + 4y - 6z + 3u = -4 \\ 3x + 2y - 3z + 4u = 12 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2x - 3y + 4z - u = 2 \\ 5x + 3y - 2z + 2u = 4 \\ -7x + 4y - 6z + 3u = 4 \\ 3x + 4y + z - 3u = 4 \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} 2x + 3y + 4z - 5u = 13 \\ x + y - z - u = 4 \\ 3x + 6y - 5z - 2u = 7 \\ x - 2y - 3z - u = 1 \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} x + 2y - 3z + 3u = -1 \\ -4x + 2y + z - u = 6 \\ 3x + y - z + 3u = 7 \\ -2x + 3y + z - u = -2 \end{cases}$$

$$36. \begin{cases} 2x + 3y + 2z - 3u = 1 \\ 5x - 6y - z - 2u = 5 \\ 6x - 7y + 2z + 3u = -1 \\ 3x - y + 2z + 5u = 4 \end{cases}$$

$$38. \begin{cases} 2x + 3y - 3z - u = 3 \\ x + 4y - z + 2u = 18 \\ 2x - 4y + 2z - 5u = -15 \\ 3x - y - 2z + u = 3 \end{cases}$$

$$40. \begin{cases} x + 2y - 3z - 4u = 4 \\ 2x - 3y - 4z - 5u = -8 \\ 6x + 2y - 3z + u = -6 \\ 7x + 3y - 6z + u = 4 \end{cases}$$



**Задача 3.**

Знайти розв'язок транспортної задачі за допомогою Excel.

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 10 & 11 \\ 14 & 4 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$41. \quad a_i = (300 \quad 280 \quad 240) \\ b_j = (200 \quad 190 \quad 220 \quad 210)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 9 & 5 \\ 7 & 8 & 11 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$43. \quad a_i = (320 \quad 240 \quad 220) \\ b_j = (260 \quad 260 \quad 150 \quad 110)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 16 & 12 & 11 & 13 \\ 10 & 14 & 9 & 11 \\ 7 & 6 & 8 & 13 \end{pmatrix}$$

$$45. \quad a_i = (270 \quad 180 \quad 200) \\ b_j = (100 \quad 220 \quad 80 \quad 250)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 12 & 5 \\ 6 & 8 & 10 & 7 \\ 4 & 12 & 14 & 17 \end{pmatrix}$$

$$47. \quad a_i = (310 \quad 200 \quad 280) \\ b_j = (210 \quad 90 \quad 190 \quad 300)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 5 & 10 \\ 5 & 6 & 9 & 4 \\ 8 & 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$49. \quad a_i = (220 \quad 150 \quad 180) \\ b_j = (110 \quad 230 \quad 70 \quad 140)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 17 & 12 & 10 \\ 9 & 10 & 16 & 7 \\ 13 & 15 & 10 & 16 \end{pmatrix}$$

$$51. \quad a_i = (550 \quad 260 \quad 300) \\ b_j = (290 \quad 330 \quad 110 \quad 280)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 2 & 8 \\ 7 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$42. \quad a_i = (250 \quad 190 \quad 180) \\ b_j = (170 \quad 230 \quad 130 \quad 90)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 11 & 6 & 5 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 9 \\ 5 & 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$44. \quad a_i = (290 \quad 180 \quad 210) \\ b_j = (150 \quad 210 \quad 260 \quad 60)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 2 & 4 \\ 8 & 6 & 5 & 7 \\ 3 & 7 & 7 & 11 \end{pmatrix}$$

$$46. \quad a_i = (200 \quad 240 \quad 180) \\ b_j = (160 \quad 110 \quad 230 \quad 20)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 8 & 6 & 11 \\ 5 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 5 & 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$48. \quad a_i = (230 \quad 270 \quad 200) \\ b_j = (120 \quad 260 \quad 150 \quad 170)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 7 & 2 & 4 \\ 5 & 8 & 4 & 3 \\ 6 & 9 & 12 & 5 \end{pmatrix}$$

$$50. \quad a_i = (210 \quad 130 \quad 260) \\ b_j = (70 \quad 190 \quad 90 \quad 150)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 7 & 5 \\ 12 & 3 & 11 & 9 \\ 5 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$52. \quad a_i = (300 \quad 340 \quad 290) \\ b_j = (220 \quad 240 \quad 320 \quad 150)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 10 & 4 \\ 7 & 9 & 12 & 8 \\ 5 & 11 & 12 & 13 \end{pmatrix}$$

$$53. \quad a_i = (300 \quad 270 \quad 400) \\ b_j = (130 \quad 250 \quad 310 \quad 280)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 15 & 14 \\ 6 & 8 & 12 & 9 \\ 5 & 18 & 11 & 13 \end{pmatrix}$$

$$54. \quad a_i = (205 \quad 175 \quad 240) \\ b_j = (115 \quad 135 \quad 85 \quad 185)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 5 & 11 & 8 & 15 \\ 14 & 8 & 10 & 13 \\ 12 & 9 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$55. \quad a_i = (400 \quad 230 \quad 350) \\ b_j = (320 \quad 270 \quad 250 \quad 140)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 5 & 10 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 13 \end{pmatrix}$$

$$56. \quad a_i = (240 \quad 260 \quad 305) \\ b_j = (125 \quad 195 \quad 210 \quad 275)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 19 & 13 & 14 & 22 \\ 12 & 20 & 10 & 11 \\ 17 & 16 & 19 & 3 \end{pmatrix}$$

$$57. \quad a_i = (290 \quad 240 \quad 330) \\ b_j = (160 \quad 140 \quad 320 \quad 240)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 & 6 \\ 8 & 2 & 5 & 4 \\ 6 & 9 & 8 & 11 \end{pmatrix}$$

$$58. \quad a_i = (270 \quad 160 \quad 450) \\ b_j = (135 \quad 225 \quad 305 \quad 215)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 4 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 6 \\ 9 & 11 & 10 & 13 \end{pmatrix}$$

$$59. \quad a_i = (420 \quad 220 \quad 300) \\ b_j = (250 \quad 370 \quad 150 \quad 170)$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 14 & 11 & 10 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 13 & 12 \end{pmatrix}$$

$$60. \quad a_i = (450 \quad 380 \quad 400) \\ b_j = (260 \quad 290 \quad 250 \quad 330)$$

#### Завдання 4

Задача про призначення.

а) Потрібно виконати  $n$  різних робіт і є  $n$  механізмів (машин) для їх виконання, причому кожний механізм може бути використаний на будь-якій, але одній роботі. Продуктивність  $i$ -го механізму при виконанні  $j$ -ої роботи задана в таблиці. Потрібно так розподілити механізми по роботах, щоб сумарна продуктивність була максимальною.

б) Є  $n$  вакантних посад і  $n$  претендентів на ці місця. Вартість виконання  $i$ -го претендентом  $j$ -го доручення вказана в таблиці. Необхідно призначити виробників так, щоб забезпечити виконання всіх робіт за мінімальну вартість.

61.

|   |    |    |    |    |    |   |
|---|----|----|----|----|----|---|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 1 | 1  | 15 | 7  | 4  | 3  | 6 |
| 2 | 8  | 7  | 6  | 1  | 10 | 5 |
| 3 | 3  | 4  | 11 | 7  | 6  | 7 |
| 4 | 8  | 1  | 9  | 2  | 3  | 5 |
| 5 | 15 | 17 | 4  | 3  | 5  | 6 |
| 6 | 7  | 4  | 8  | 15 | 3  | 2 |

62.

|   |    |    |    |    |    |   |
|---|----|----|----|----|----|---|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 1 | 7  | 4  | 8  | 15 | 3  | 2 |
| 2 | 18 | 17 | 4  | 3  | 5  | 6 |
| 3 | 8  | 1  | 9  | 2  | 3  | 5 |
| 4 | 3  | 4  | 11 | 7  | 6  | 7 |
| 5 | 8  | 7  | 6  | 1  | 10 | 5 |
| 6 | 1  | 15 | 7  | 4  | 3  | 6 |

**63.**

|   |    |    |    |    |    |   |
|---|----|----|----|----|----|---|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 1 | 2  | 16 | 8  | 5  | 4  | 7 |
| 2 | 9  | 8  | 7  | 2  | 11 | 6 |
| 3 | 4  | 5  | 12 | 8  | 7  | 8 |
| 4 | 9  | 2  | 10 | 3  | 4  | 6 |
| 5 | 16 | 18 | 5  | 4  | 6  | 7 |
| 6 | 8  | 5  | 9  | 16 | 4  | 3 |

**64.**

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 7 | 2 | 4 | 3 | 3 |
| 2 | 5 | 5 | 6 | 3 | 7 | 5 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 7 | 6 | 2 |
| 4 | 8 | 3 | 9 | 2 | 3 | 5 |
| 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| 6 | 2 | 4 | 8 | 9 | 6 | 7 |

**65.**

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 7 | 9 | 2 | 7 | 1 | 4 |
| 2 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |
| 3 | 3 | 1 | 9 | 2 | 3 | 5 |
| 4 | 9 | 4 | 1 | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 8 | 7 | 6 | 1 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 5 | 7 | 4 | 3 | 6 |

**66.**

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 1 | 17 | 14 | 18 | 15 | 13 | 12 |
| 2 | 18 | 27 | 14 | 23 | 25 | 26 |
| 3 | 19 | 21 | 29 | 12 | 23 | 25 |
| 4 | 23 | 14 | 21 | 27 | 16 | 17 |
| 5 | 18 | 22 | 23 | 11 | 14 | 15 |
| 6 | 21 | 25 | 21 | 14 | 13 | 16 |

**67.**

|   |   |   |    |    |    |   |
|---|---|---|----|----|----|---|
|   | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 1 | 9 | 2 | 10 | 3  | 4  | 6 |
| 2 | 4 | 3 | 5  | 7  | 8  | 6 |
| 3 | 4 | 5 | 12 | 8  | 7  | 8 |
| 4 | 9 | 8 | 7  | 2  | 11 | 6 |
| 5 | 5 | 6 | 7  | 2  | 1  | 9 |
| 6 | 8 | 5 | 9  | 16 | 4  | 3 |

**68.**

|   |    |    |    |    |   |    |
|---|----|----|----|----|---|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  |
| 1 | 8  | 9  | 1  | 5  | 3 | 7  |
| 2 | 7  | 15 | 11 | 12 | 7 | 15 |
| 3 | 13 | 14 | 15 | 7  | 6 | 12 |
| 4 | 18 | 3  | 9  | 12 | 3 | 15 |
| 5 | 7  | 11 | 4  | 13 | 5 | 6  |
| 6 | 12 | 14 | 8  | 9  | 6 | 17 |

**69.**

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 5 | 4 | 8 | 7 | 3 | 9 |
| 2 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |
| 3 | 1 | 3 | 4 | 9 | 7 | 5 |
| 4 | 9 | 4 | 1 | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 6 | 3 | 2 | 1 | 7 | 4 |
| 6 | 6 | 5 | 7 | 4 | 3 | 6 |

**70.**

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 1 | 21 | 29 | 23 | 19 | 12 | 25 |
| 2 | 25 | 21 | 13 | 21 | 14 | 16 |
| 3 | 22 | 23 | 14 | 18 | 11 | 15 |
| 4 | 14 | 18 | 13 | 17 | 15 | 12 |
| 5 | 14 | 21 | 16 | 23 | 27 | 17 |
| 6 | 10 | 15 | 14 | 12 | 11 | 15 |

71.

|   |    |    |    |    |    |   |
|---|----|----|----|----|----|---|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 1 | 1  | 15 | 7  | 4  | 3  | 6 |
| 2 | 8  | 7  | 6  | 1  | 10 | 5 |
| 3 | 3  | 4  | 11 | 7  | 6  | 7 |
| 4 | 8  | 1  | 9  | 2  | 3  | 5 |
| 5 | 15 | 17 | 4  | 3  | 5  | 6 |
| 6 | 7  | 4  | 8  | 15 | 3  | 2 |

72.

|   |    |    |    |    |    |   |
|---|----|----|----|----|----|---|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 1 | 7  | 4  | 8  | 15 | 3  | 2 |
| 2 | 18 | 17 | 4  | 3  | 5  | 6 |
| 3 | 8  | 1  | 9  | 2  | 3  | 5 |
| 4 | 3  | 4  | 11 | 7  | 6  | 7 |
| 5 | 8  | 7  | 6  | 1  | 10 | 5 |
| 6 | 1  | 15 | 7  | 4  | 3  | 6 |

73.

|   |    |    |    |    |    |   |
|---|----|----|----|----|----|---|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 1 | 2  | 16 | 8  | 5  | 4  | 7 |
| 2 | 9  | 8  | 7  | 2  | 11 | 6 |
| 3 | 4  | 5  | 12 | 8  | 7  | 8 |
| 4 | 9  | 2  | 10 | 3  | 4  | 6 |
| 5 | 16 | 18 | 5  | 4  | 6  | 7 |
| 6 | 8  | 5  | 9  | 16 | 4  | 3 |

74.

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 7 | 2 | 4 | 3 | 3 |
| 2 | 5 | 5 | 6 | 3 | 7 | 5 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 7 | 6 | 2 |
| 4 | 8 | 3 | 9 | 2 | 3 | 5 |
| 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| 6 | 2 | 4 | 8 | 9 | 6 | 7 |

75.

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 7 | 9 | 2 | 7 | 1 | 4 |
| 2 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |
| 3 | 3 | 1 | 9 | 2 | 3 | 5 |
| 4 | 9 | 4 | 1 | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 8 | 7 | 6 | 1 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 5 | 7 | 4 | 3 | 6 |

76.

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 1 | 17 | 14 | 18 | 15 | 13 | 12 |
| 2 | 18 | 27 | 14 | 23 | 25 | 26 |
| 3 | 19 | 21 | 29 | 12 | 23 | 25 |
| 4 | 23 | 14 | 21 | 27 | 16 | 17 |
| 5 | 18 | 22 | 23 | 11 | 14 | 15 |
| 6 | 21 | 25 | 21 | 14 | 13 | 16 |

77.

|   |   |   |    |    |    |   |
|---|---|---|----|----|----|---|
|   | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6 |
| 1 | 9 | 2 | 10 | 3  | 4  | 6 |
| 2 | 4 | 3 | 5  | 7  | 8  | 6 |
| 3 | 4 | 5 | 12 | 8  | 7  | 8 |
| 4 | 9 | 8 | 7  | 2  | 11 | 6 |
| 5 | 5 | 6 | 7  | 2  | 1  | 9 |
| 6 | 8 | 5 | 9  | 16 | 4  | 3 |

78.

|   |    |    |    |    |   |    |
|---|----|----|----|----|---|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5 | 6  |
| 1 | 8  | 9  | 1  | 5  | 3 | 7  |
| 2 | 7  | 15 | 11 | 12 | 7 | 15 |
| 3 | 13 | 14 | 15 | 7  | 6 | 12 |
| 4 | 18 | 3  | 9  | 12 | 3 | 15 |
| 5 | 7  | 11 | 4  | 13 | 5 | 6  |
| 6 | 12 | 14 | 8  | 9  | 6 | 17 |

79.

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 5 | 4 | 8 | 7 | 3 | 9 |
| 2 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |
| 3 | 1 | 3 | 4 | 9 | 7 | 5 |
| 4 | 9 | 4 | 1 | 7 | 6 | 7 |
| 5 | 6 | 3 | 2 | 1 | 7 | 4 |
| 6 | 6 | 5 | 7 | 4 | 3 | 6 |

80.

|   |    |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|----|
|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 1 | 21 | 29 | 23 | 19 | 12 | 25 |
| 2 | 25 | 21 | 13 | 21 | 14 | 16 |
| 3 | 22 | 23 | 14 | 18 | 11 | 15 |
| 4 | 14 | 18 | 13 | 17 | 15 | 12 |
| 5 | 14 | 21 | 16 | 23 | 27 | 17 |
| 6 | 10 | 15 | 14 | 12 | 11 | 15 |

**Завдання 5**

Знайти розв'язок транспортної задачі із заборонами.

81.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 4  | 6  | 3   | M  |
| 100                  | 1  | 3  | 2   | 7  |
| 80                   | 6  | 2  | 1   | 8  |
| 70                   | 5  | M  | 5   | 7  |

82.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 2   | 5   | 1   | 3   |
| 100                  | 4   | 6   | 7   | M   |
| 250                  | 8   | 4   | 3   | 1   |
| 150                  | M   | 5   | 9   | 7   |

83.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 3  | 2  | 5   | M  |
| 100                  | 4  | 1  | 3   | 5  |
| 80                   | 7  | 3  | 2   | 7  |
| 70                   | 5  | M  | 4   | 6  |

84.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 2   | 3   | 1   | M   |
| 100                  | 8   | 5   | 3   | 1   |
| 250                  | 4   | 3   | 2   | 1   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 7   |

85.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 2  | 8  | 1   | 4  |
| 100                  | 3  | 5  | M   | 2  |
| 80                   | 1  | 4  | 3   | 4  |
| 70                   | 5  | M  | 2   | 3  |

86.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 1   | 4   | M   | 2   |
| 100                  | 3   | 2   | 8   | 1   |
| 250                  | 2   | 8   | 1   | 4   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 2   |

87.

|                      |    |    |     |    |
|----------------------|----|----|-----|----|
| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
| 50                   | 2  | 3  | 5   | 1  |
| 100                  | M  | 2  | 1   | 8  |
| 80                   | 8  | 2  | 3   | 1  |
| 70                   | 5  | M  | 3   | 8  |

88.

|                      |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
| 200                  | 8   | 7   | 5   | M   |
| 100                  | 3   | 4   | 1   | 2   |
| 250                  | 4   | 1   | 2   | 4   |
| 150                  | 7   | M   | 2   | 3   |

89.

| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
|----------------------|----|----|-----|----|
| 50                   | 3  | 2  | 1   | M  |
| 100                  | 2  | 5  | 8   | 7  |
| 80                   | 3  | 1  | 2   | 4  |
| 70                   | 5  | M  | 8   | 2  |

90.

| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 200                  | 4   | 3   | 5   | 1   |
| 100                  | 2   | 6   | M   | 4   |
| 250                  | 3   | 1   | 2   | 4   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 3   |

91.

| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
|----------------------|----|----|-----|----|
| 50                   | 4  | 6  | 3   | M  |
| 100                  | 1  | 3  | 2   | 7  |
| 80                   | 6  | 2  | 1   | 8  |
| 70                   | 5  | M  | 5   | 7  |

92.

| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 200                  | 2   | 5   | 1   | 3   |
| 100                  | 4   | 6   | 7   | M   |
| 250                  | 8   | 4   | 3   | 1   |
| 150                  | M   | 5   | 9   | 7   |

93.

| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
|----------------------|----|----|-----|----|
| 50                   | 3  | 2  | 5   | M  |
| 100                  | 4  | 1  | 3   | 5  |
| 80                   | 7  | 3  | 2   | 7  |
| 70                   | 5  | M  | 4   | 6  |

94.

| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 200                  | 2   | 3   | 1   | M   |
| 100                  | 8   | 5   | 3   | 1   |
| 250                  | 4   | 3   | 2   | 1   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 7   |

95.

| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
|----------------------|----|----|-----|----|
| 50                   | 2  | 8  | 1   | 4  |
| 100                  | 3  | 5  | M   | 2  |
| 80                   | 1  | 4  | 3   | 4  |
| 70                   | 5  | M  | 2   | 3  |

96.

| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 200                  | 1   | 4   | M   | 2   |
| 100                  | 3   | 2   | 8   | 1   |
| 250                  | 2   | 8   | 1   | 4   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 2   |

97.

| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
|----------------------|----|----|-----|----|
| 50                   | 2  | 3  | 5   | 1  |
| 100                  | M  | 2  | 1   | 8  |
| 80                   | 8  | 2  | 3   | 1  |
| 70                   | 5  | M  | 3   | 8  |

98.

| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 200                  | 8   | 7   | 5   | M   |
| 100                  | 3   | 4   | 1   | 2   |
| 250                  | 4   | 1   | 2   | 4   |
| 150                  | 7   | M   | 2   | 3   |

99.

| $a_i \backslash b_j$ | 60 | 80 | 110 | 50 |
|----------------------|----|----|-----|----|
| 50                   | 3  | 2  | 1   | M  |
| 100                  | 2  | 5  | 8   | 7  |
| 80                   | 3  | 1  | 2   | 4  |
| 70                   | 5  | M  | 8   | 2  |

100.

| $a_i \backslash b_j$ | 190 | 120 | 150 | 240 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| 200                  | 4   | 3   | 5   | 1   |
| 100                  | 2   | 6   | M   | 4   |
| 250                  | 3   | 1   | 2   | 4   |
| 150                  | 1   | M   | 4   | 3   |













## Задача 7

Використовуючи дані, представлені в таблиці 1, побудувати графік сіткової моделі, розрахувати її характеристики. Результати розрахунків подати у табличному вигляді. Зробити висновки.

### Примітка

Термін виконання робіт вибрати відповідно до номеру варіанта (номер у списку), який наведено у таблиці 2.

Таблиця 1.

### Розробка стадій бюджетного процесу на місцевому рівні

| Робота | Склад роботи  | Термін, днів |
|--------|---|--------------|
| (1,2)  | Отримання інформації від Мінфіну України про особливості складання розрахунків до проектів бюджетів та її опрацювання   | $t_{1,2}$    |
| (1,3)  | Підготовка проекту рішення про місцевий бюджет  | $t_{1,3}$    |
| (1,4)  | Складання проекту бюджету   | $t_{1,4}$    |
| (2,3)  | Схвалення проекту рішення про місцевий бюджет   | $t_{2,3}$    |
| (2,5)  | Розгляд проекту рішення про місцевий бюджет   | $t_{2,5}$    |
| (2,6)  | Затвердження місцевих бюджетів  | $t_{2,6}$    |
| (3,4)  | Затвердження розпису місцевого бюджету  | $t_{3,4}$    |
| (3,5)  | Загальна організація та управління виконанням відповідного місцевого бюджету  | $t_{3,5}$    |
| (4,5)  | Отримання інформації про визначення періодичності структури та термінів подання звітності про виконання місцевих бюджетів   | $t_{4,5}$    |
| (5,6)  | Складання та подання відповідним місцевим фінансовим органам балансів, звітів про виконання місцевих бюджетів   | $t_{5,6}$    |
| (5,7)  | Подання зведених звітів про виконання місцевих бюджетів та подання їх Міністерству фінансів АРК, фінансовим органам місцевих амін-страцій, виконавчим органам відповідних рад | $t_{5,7}$    |
| (6,7)  | Подання річного звіту про виконання місцевого бюджету до ВР АРК, відповідних місцевих рад   | $t_{6,7}$    |
| (7,8)  | Перевірка звіту   | $t_{7,8}$    |
| (8,9)  | Затвердження звіту про виконання місцевого бюджету або прийняття іншого рішення   | $t_{8,9}$    |

Таблиця 2.

Дані терміну виконання відповідних робіт згідно з варіантом

| № вар<br>$t_{ij}$ | 121<br>136 | 122<br>137 | 123<br>138 | 124<br>139 | 125<br>140 | 126 | 127 | 128 | 129      | 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135      |
|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----|-----|-----|----------|-----|-----|-----|-----|-----|----------|
| $t_{1,2}$         | 4          | 2          | 3          | 2          | 4          | 5   | 2   | 4   | 3        | 3   | 4   | 3   | 4   | 2   | 3        |
| $t_{1,3}$         | 4          | 2          | 3          | 2          | 4          | 5   | 2   | 4   | 4        | 3   | 4   | 3   | 4   | 2   | 4        |
| $t_{1,4}$         | 2          | 1          | 2          | 3          | 4          | 2   | 3   | 2   | 3        | 1   | 2   | 2   | 4   | 3   | 3        |
| $t_{2,3}$         | 3          | 4          | 3          | 4          | 3          | 4   | 3   | 4   | 2        | 4   | 3   | 3   | 3   | 3   | 2        |
| $t_{2,5}$         | 3          | 2          | 2          | 3          | 2          | 3   | 1   | 3   | 2        | 2   | 3   | 2   | 2   | 1   | 2        |
| $t_{2,6}$         | 4          | 4          | 4          | 4          | 4          | 4   | 4   | 4   | 5        | 4   | 4   | 4   | 4   | 4   | 5        |
| $t_{3,4}$         | 1          | 2          | 1          | 2          | 1          | 2   | 1   | 2   | 1        | 2   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1        |
| $t_{3,5}$         | 2          | 1          | 2          | 1          | 2          | 1   | 2   | 1   | 2        | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2        |
| $t_{4,5}$         | 1          | 1          | 1          | 1          | 1          | 1   | 1   | 1   | 4        | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 4        |
| $t_{5,6}$         | 2          | 2          | 2          | 2          | 2          | 3   | 2   | 1   | 2        | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 2        |
| $t_{5,7}$         | 1          | 2          | 1          | 2          | 1          | 2   | 1   | 1   | 3        | 2   | 1   | 1   | 1   | 1   | 3        |
| $t_{6,7}$         | 2          | 2          | 2          | 2          | 2          | 2   | 2   | 2   | 1        | 2   | 2   | 2   | 2   | 2   | 1        |
| $t_{7,8}$         | 4          | 4          | 4          | 4          | 4          | 4   | 4   | 4   | 7        | 4   | 4   | 4   | 4   | 4   | 7        |
| $t_{8,9}$         | 5          | 5          | 5          | 5          | 5          | 5   | 5   | 5   | <u>3</u> | 5   | 5   | 5   | 5   | 5   | <u>3</u> |

**Задача 8**

Знайти оптимальні стратегії гравців  $A$  і  $B$ . Виграшні бали гравця  $A$  при застосуванні ним своїх певних стратегій, за умови застосування гравцем  $B$  всіх його можливих стратегій, задана матрицею гри.

Задача обирається відповідно до останньої цифри залікової книжки.

$$141. \begin{pmatrix} 0 & -2-\beta & 1+\beta \\ -4-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & 1+\beta & 0 \end{pmatrix}$$

$$142. \begin{pmatrix} 2+\beta & -1-\beta & 0 \\ 0 & 1+\beta & -2-\beta \\ 2+\beta & 0 & 4+\beta \end{pmatrix}$$

$$143. \begin{pmatrix} 1+\beta & 0 & -1-\beta \\ 2+\beta & 1+\beta & 0 \\ 0 & -1-\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$$

$$144. \begin{pmatrix} -3-\beta & 1+\beta & 0 \\ 0 & 2+\beta & 1+\beta \\ 1+\beta & 0 & -2-\beta \end{pmatrix}$$

$$145. \begin{pmatrix} 2+\beta & -1-\beta & 1+\beta \\ 1+\beta & 0 & 2+\beta \\ 0 & 1+\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$$

$$146. \begin{pmatrix} 1+\beta & -2-\beta & 0 \\ 0 & 1+\beta & 2+\beta \\ 2+\beta & 0 & -1-\beta \end{pmatrix}$$

$$147. \begin{pmatrix} 0 & -1-\beta & 4+\beta \\ 2+\beta & 0 & -1-\beta \\ 1+\beta & 2+\beta & 0 \end{pmatrix}$$

$$148. \begin{pmatrix} 1+\beta & 0 & 2+\beta \\ 0 & -2-\beta & 4+\beta \\ -2-\beta & 1+\beta & 0 \end{pmatrix}$$

$$149. \begin{pmatrix} 4+\beta & 1+\beta & 0 \\ -1-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & -1-\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$$

$$150. \begin{pmatrix} -1-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & 4+\beta & 0 \\ 1+\beta & 2+\beta & -1-\beta \end{pmatrix}$$

$$151. \begin{pmatrix} 0 & -2-\beta & 1+\beta \\ -4-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & 1+\beta & 0 \end{pmatrix}$$

$$152. \begin{pmatrix} 2+\beta & -1-\beta & 0 \\ 0 & 1+\beta & -2-\beta \\ 2+\beta & 0 & 4+\beta \end{pmatrix}$$

$$153. \begin{pmatrix} 1+\beta & 0 & -1-\beta \\ 2+\beta & 1+\beta & 0 \\ 0 & -1-\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$$

$$154. \begin{pmatrix} -3-\beta & 1+\beta & 0 \\ 0 & 2+\beta & 1+\beta \\ 1+\beta & 0 & -2-\beta \end{pmatrix}$$

$$155. \begin{pmatrix} 2+\beta & -1-\beta & 1+\beta \\ 1+\beta & 0 & 2+\beta \\ 0 & 1+\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$$

$$156. \begin{pmatrix} 1+\beta & -2-\beta & 0 \\ 0 & 1+\beta & 2+\beta \\ 2+\beta & 0 & -1-\beta \end{pmatrix}$$

$$157. \begin{pmatrix} 0 & -1-\beta & 4+\beta \\ 2+\beta & 0 & -1-\beta \\ 1+\beta & 2+\beta & 0 \end{pmatrix}$$

$$158. \begin{pmatrix} 1+\beta & 0 & 2+\beta \\ 0 & -2-\beta & 4+\beta \\ -2-\beta & 1+\beta & 0 \end{pmatrix}$$

$$159. \begin{pmatrix} 4+\beta & 1+\beta & 0 \\ -1-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & -1-\beta & 1+\beta \end{pmatrix}$$

$$160. \begin{pmatrix} -1-\beta & 0 & 2+\beta \\ 2+\beta & 4+\beta & 0 \\ 1+\beta & 2+\beta & -1-\beta \end{pmatrix}$$

### Завдання 9

Знайти оптимальний розподіл 6 млрд. грн. між трьома підприємствами галузі. Прибуток, який можна одержати від капіталовкладень певного розміру в кожне з підприємств, надано в таблиці 1.

Для формування індивідуального варіанту кожне значення прибутку помножити на  $0,1\alpha$  ( $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки).

| Розмір капіталовкладень | Прибуток по підприємствах, млн. грн. |      |      |
|-------------------------|--------------------------------------|------|------|
|                         | I                                    | II   | III  |
| 1                       | 0,27                                 | 0,34 | 0,21 |
| 2                       | 0,31                                 | 0,44 | 0,35 |
| 3                       | 0,42                                 | 0,57 | 0,46 |
| 4                       | 0,65                                 | 0,69 | 0,68 |
| 5                       | 0,74                                 | 0,87 | 0,74 |
| 6                       | 0,93                                 | 0,95 | 0,85 |

### Завдання 10.

Скласти оптимальний план заміни обладнання при відомих даних про продуктивність обладнання та щорічних витратах на його утримання і ремонт, що наведені в таблиці 2. Відомо, що на початок періоду, що розглядається, встановлено нове обладнання, вартість якого 10 млн. грн., використане обладнання списується.

Для формування індивідуального варіанта кожне значення  $R(t)$  збільшити на  $\alpha$ , кожне значення  $Z(t)$  помножити на  $0,1\alpha$  ( $\alpha$  – дві останні цифри залікової книжки).

Таблиця 2

|  | Вік обладнання $t$ (років) |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|  | 0                          | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| Річний випуск продукції $R(t)$ на обладнанні віком $t$ років (млн. грн.) | 25                         | 24 | 24 | 23 | 23 | 23 | 22 | 22 | 21 | 20 |
| Щорічні витрати на утримання та ремонт обладнання $Z(t)$ (млн. грн.)     | 15                         | 15 | 16 | 16 | 17 | 17 | 18 | 18 | 19 | 20 |



## Додаток 1

*Приклади розв'язання та оформлення завдань**Приклад виконання лабораторної роботи № 1*

1. Знайти оптимальний розв'язок наведеної задачі за допомогою надбудови «Поиск решения».
2. Враховуючи, що  $x_1$  та  $x_2$  – шукані параметри виробничої системи, функція  $f$  – максимізація прибутку (або мінімізація витрат) провести економічний аналіз отриманих результатів.

**Приклад 1.**

$$f = -x_1^2 - x_2^2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 \leq 18, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

**Розв'язання**

1. Вносимо обмеження та цільову функцію в лист Excel так, як показано на рис.1.

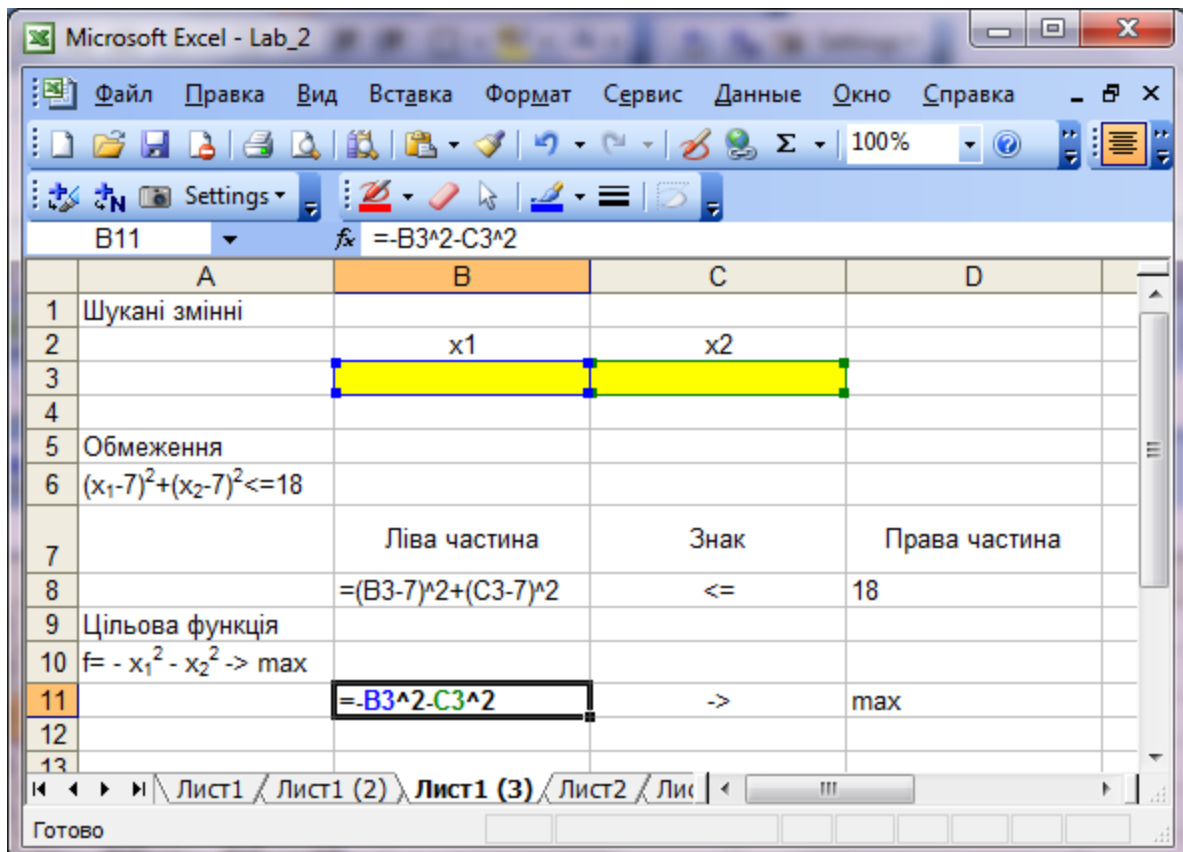


Рис.1. Початкові дані для розв'язання оптимізаційної задачі

2. Вибираємо *Сервис - Поиск решения*. У діалоговому вікні, що з'явилося, вказуємо необхідні дані. А саме: цільову комірку, напрям оптимізації (max чи min), адреси комірок, в які необхідно помістити кінцеві результати. Також вводимо обмеження.

В нашому випадку маємо (рис.2):

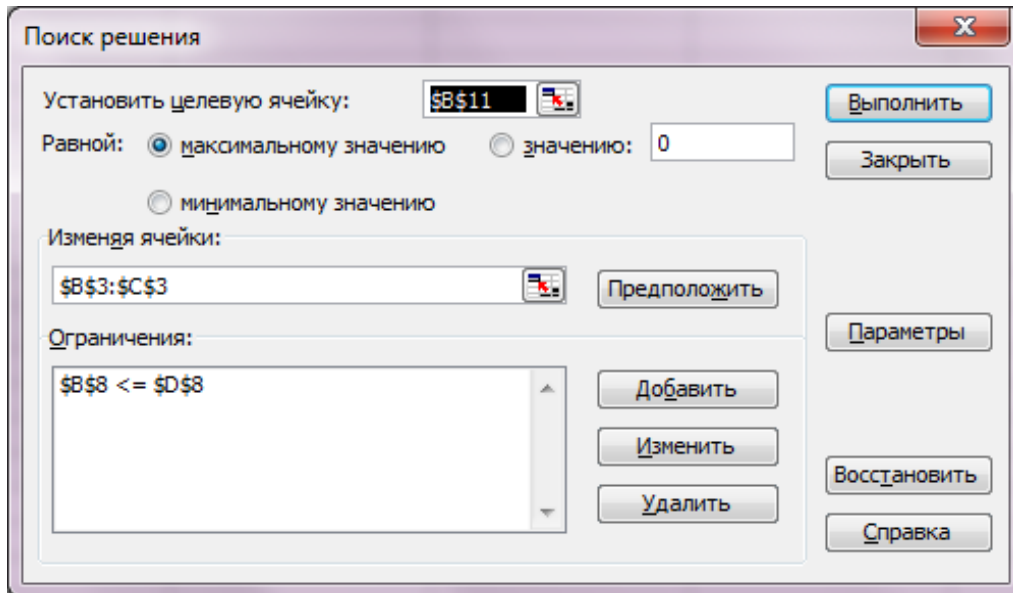


Рис.2. Діалогове вікно «Поиск решения»

Крім того, натиснувши кнопку *Параметры*, вказуємо необхідність знайти лише додатні значення (рис.3):

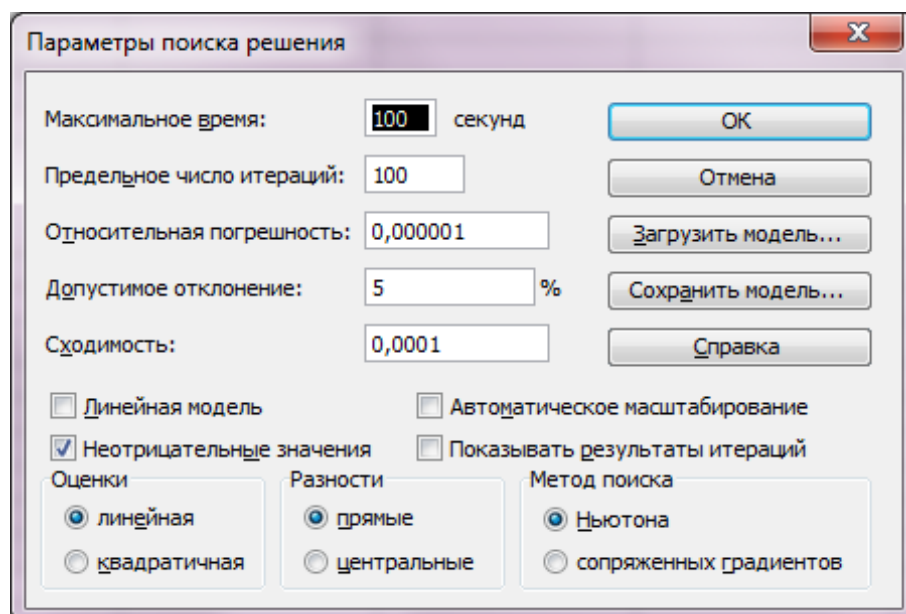


Рис.3. Діалогове вікно «Параметры поиска решения»

Після цього натискаємо *Ок, Выполнить*.

В результаті отримаємо (рис.4):

|    | A                                     | B            | C        | D             | E | F | G | H |
|----|---------------------------------------|--------------|----------|---------------|---|---|---|---|
| 1  | Шукані змінні                         |              |          |               |   |   |   |   |
| 2  |                                       | x1           | x2       |               |   |   |   |   |
| 3  |                                       | 10,82847     | 5,171656 |               |   |   |   |   |
| 4  |                                       |              |          |               |   |   |   |   |
| 5  | Обмеження                             |              |          |               |   |   |   |   |
| 6  | $(x_1-7)^2+(x_2-7)^2 \leq 18$         |              |          |               |   |   |   |   |
| 7  |                                       | Ліва частина | Знак     | Права частина |   |   |   |   |
| 8  |                                       | 18           | <=       | 18            |   |   |   |   |
| 9  | Цільова функція                       |              |          |               |   |   |   |   |
| 10 | $f = -x_1^2 - x_2^2 \rightarrow \max$ |              |          |               |   |   |   |   |
| 11 |                                       | 90,50967     | ->       | max           |   |   |   |   |
| 12 |                                       |              |          |               |   |   |   |   |
| 13 |                                       |              |          |               |   |   |   |   |

Рис.4. Оптимальний розв'язок задачі.

## Висновки

Необхідно виготовити продукції першого виду у кількості 10,83 ум. од., продукції другого виду у кількості 5,17 ум. од. При цьому максимальний прибуток становитиме 90,51 ум. гр. од.

## Приклад 2.

$$f = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \rightarrow \max(\min)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 12, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_2 \leq 4, \\ x_i \geq 0. \end{cases}$$

Для завдань такого типу обмеження в Excel можуть набувати дещо іншого виду (рис. 5, 6):

|    | A  | B                         | C  | D            | E      | F             |
|----|--|---------------------------|----|--------------|--------|---------------|
| 1  | Шукані змінні                              |                           |    |              |        |               |
| 2  |  | x1                        | x2 |              |        |               |
| 3  |  | 5                         | 4  |              |        |               |
| 4  |  |                           |    |              |        |               |
| 5  | Обмеження                                  |                           |    |              |        |               |
| 6  | 1. $3x_1 + 2x_2 \geq 12$                   |                           |    |              |        |               |
| 7  | 2. $x_1 - x_2 \leq 6$                      |                           |    |              |        |               |
| 8  | 3. $x_2 \leq 4$                            |                           |    |              |        |               |
| 9  |  | Коефіцієнти при невідомих |    | Ліва частина | Знак   | Права частина |
| 10 | 1.   | 3                         | 2  | 23           | $\geq$ | 12            |
| 11 | 2.   | 1                         | -1 | 1            | $\leq$ | 6             |
| 12 | 3.   |                           | 1  | 4            | $\leq$ | 4             |
| 13 |  |                           |    |              |        |               |
| 14 | Цільова функція                            |                           |    |              |        |               |
| 15 | $f=9(x_1-5)^2+4(x_2-6)^2 \rightarrow \min$ |                           |    |              |        |               |
| 16 |  | 16                        | -> | min          |        |               |
| 17 |  |                           |    |              |        |               |

Рис. 5. Оптимальний розв'язок задачі

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the Solver Parameters dialog box open. The spreadsheet contains the following data and formulas:

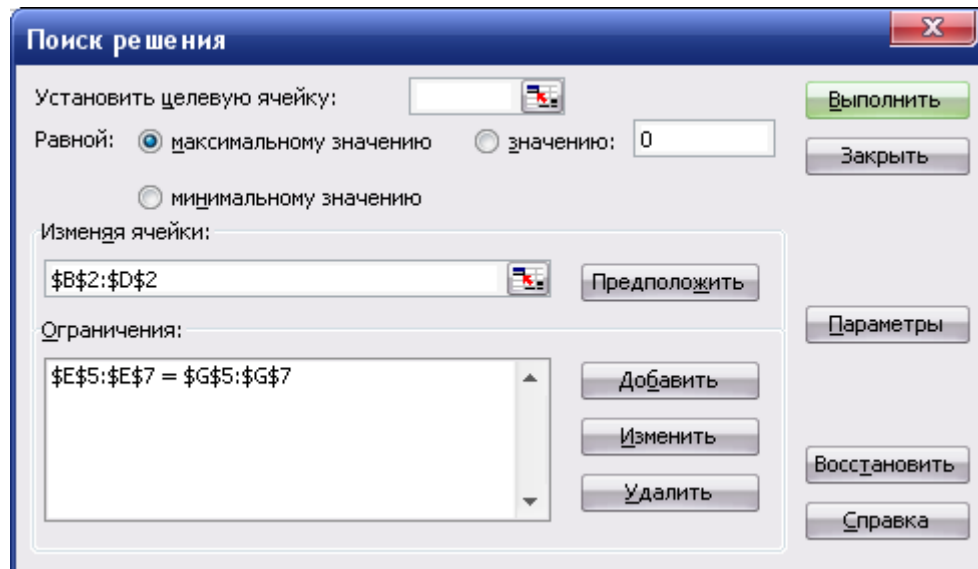
|    | A                                     | B                         | C  | D                                  | E      | F             |
|----|---------------------------------------|---------------------------|----|------------------------------------|--------|---------------|
| 1  | Шукані змінні                         |                           |    |                                    |        |               |
| 2  |                                       | x1                        | x2 |                                    |        |               |
| 3  |                                       | 4,99999999951172          | 4  |                                    |        |               |
| 4  |                                       |                           |    |                                    |        |               |
| 5  | Обмеження                             |                           |    |                                    |        |               |
| 6  | 1. $3x_1 + 2x_2 \geq 12$              |                           |    |                                    |        |               |
| 7  | 2. $x_1 - x_2 \leq 6$                 |                           |    |                                    |        |               |
| 8  | 3. $x_2 \leq 4$                       |                           |    |                                    |        |               |
| 9  |                                       | Коефіцієнти при невідомих |    | Ліва частина                       | Знак   | Права частина |
| 10 | 1.                                    | 3                         | 2  | =СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$C\$3;B10:C10) | $\geq$ | 12            |
| 11 | 2.                                    | 1                         | -1 | =СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$C\$3;B11:C11) | $\leq$ | 6             |
| 12 | 3.                                    |                           | 1  | =СУММПРОИЗВ(\$B\$3:\$C\$3;B12:C12) | $\leq$ | 4             |
| 13 |                                       |                           |    |                                    |        |               |
| 14 | Цільова функція                       |                           |    |                                    |        |               |
| 15 | $f=9(x_1-5)^2+4(x_2-6)^2 \rightarrow$ |                           |    |                                    |        |               |
| 16 |                                       | =9*(B3-5)^2+4*(C3-6)^2    |    | ->                                 | min    |               |
| 17 |                                       |                           |    |                                    |        |               |

Рис.6. Формули для розрахунків



### 3. Сервис - Поиск решения

Не вказуючи цільову комірку.



### 4. Отримуємо розв'язок:

|   | A  | B  | C  | D | E    | F | G  | H |
|---|----|----|----|---|------|---|----|---|
| 1 |    | x  | y  | z |      |   |    |   |
| 2 |    | -2 | 2  | 1 |      |   |    |   |
| 3 |    |    |    |   |      |   |    |   |
| 4 |    |    |    |   |      |   |    |   |
| 5 | 1. | 2  | 1  | 1 | -1 = |   | -1 |   |
| 6 | 2. | 4  | 1  | 4 | -2 = |   | -2 |   |
| 7 | 3. | 2  | -1 | 2 | -4 = |   | -4 |   |
| 8 |    |    |    |   |      |   |    |   |
| 9 |    |    |    |   |      |   |    |   |

Отже,  $x=-2$ ;  $y=2$ ;  $z=1$ .

## Додаток 2

## Розрахункове і фактичне співвідношення посівних площ у

| Культура                | Фактично у 201_-201_ рр. |                 | Розрахунок |                 | Відхилення |
|-------------------------|--------------------------|-----------------|------------|-----------------|------------|
|                         | Площа, га                | Її структура, % | Площа, га  | Її структура, % |            |
| Озима пшениця           | 1214,7                   | 23,4            | 1135       | 21,8            | -1,5       |
| Кукурудза на зерно      | 1155,0                   | 22,2            | 2079       | 40,0            | 17,8       |
| Озимий ячмінь           | 465,0                    | 8,9             | 520        | 10,0            | 1,1        |
| Ярий ячмінь             | 517,3                    | 10,0            | 0          | 0,0             | -10,0      |
| Соняшник                | 985,0                    | 18,9            | 1040       | 20,0            | 1,1        |
| Соя                     | 484,3                    | 9,3             | 50         | 1,0             | -8,4       |
| Цукрові буряки          | 373,7                    | 7,2             | 364        | 7,0             | -0,2       |
| Картопля                | 2,7                      | 0,1             | 10         | 0,2             | 0,1        |
| Овочі відкритого ґрунту | 0,3                      | 0,0             | 0          | 0,0             | 0,0        |
| і т.д.                  |                          |                 |            |                 |            |
| Вся посівна             | 5198                     | 100,0           | 5198       | 100,0           | 0,0        |

## Ефективність виробництва у \_\_\_\_\_

| Показники                | Фактично у 201_-201_ рр. | Розрахунок | Відхилення |
|--------------------------|--------------------------|------------|------------|
| Грошова виручка          | 72274,4                  | 44943,3    | -27331,1   |
| Собівартість             | 51560,4                  | 28839,6    | -22720,8   |
| Прибуток                 | 20714,0                  | 16103,6    | -4610,4    |
| Прибуток на 1 га         | 3985,0                   | 3098,0     | -887,0     |
| Рівень рентабельності, % | 40,2                     | 55,8       | 15,7       |

## Додаток 3

**Номера задач контрольної роботи  
для студентів заочного відділення**

|                                     |          | Остання цифра залікової книжки |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|-------------------------------------|----------|--------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|                                     |          | <b>1</b>                       | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>6</b> | <b>7</b> | <b>8</b> | <b>9</b> | <b>0</b> |
| Передостання цифра залікової книжки | <b>1</b> | 1                              | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       |
|                                     |          | 21                             | 22       | 23       | 24       | 25       | 26       | 27       | 28       | 29       | 30       |
|                                     |          | 41                             | 42       | 43       | 44       | 45       | 46       | 47       | 48       | 49       | 50       |
|                                     |          | 61                             | 62       | 63       | 64       | 65       | 66       | 67       | 68       | 69       | 70       |
|                                     |          | 81                             | 82       | 83       | 84       | 85       | 86       | 87       | 88       | 89       | 90       |
|                                     |          | 101                            | 102      | 103      | 104      | 105      | 106      | 107      | 108      | 109      | 110      |
|                                     | <b>2</b> | 11                             | 12       | 13       | 14       | 15       | 16       | 17       | 18       | 19       | 20       |
|                                     |          | 31                             | 32       | 33       | 34       | 35       | 36       | 37       | 38       | 39       | 40       |
|                                     |          | 51                             | 52       | 53       | 54       | 55       | 56       | 57       | 58       | 59       | 60       |
|                                     |          | 71                             | 72       | 73       | 74       | 75       | 76       | 77       | 78       | 79       | 80       |
|                                     |          | 91                             | 92       | 93       | 94       | 95       | 96       | 97       | 98       | 99       | 100      |
|                                     |          | 111                            | 112      | 113      | 114      | 115      | 116      | 117      | 118      | 119      | 120      |
|                                     | <b>3</b> | 2                              | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       | 1        |
|                                     |          | 23                             | 24       | 25       | 26       | 27       | 28       | 29       | 30       | 21       | 22       |
|                                     |          | 44                             | 45       | 46       | 47       | 48       | 49       | 50       | 41       | 42       | 43       |
|                                     |          | 65                             | 66       | 67       | 68       | 69       | 70       | 61       | 62       | 63       | 64       |
|                                     |          | 86                             | 87       | 88       | 89       | 90       | 81       | 82       | 83       | 84       | 85       |
|                                     |          | 107                            | 108      | 109      | 110      | 101      | 102      | 103      | 104      | 105      | 106      |
|                                     | <b>4</b> | 12                             | 13       | 14       | 15       | 16       | 17       | 18       | 19       | 20       | 11       |
|                                     |          | 33                             | 34       | 35       | 36       | 37       | 38       | 39       | 40       | 31       | 32       |
|                                     |          | 54                             | 55       | 56       | 57       | 58       | 59       | 60       | 51       | 52       | 53       |
|                                     |          | 75                             | 76       | 77       | 78       | 79       | 80       | 71       | 72       | 73       | 74       |
|                                     |          | 96                             | 97       | 98       | 99       | 100      | 91       | 92       | 93       | 94       | 95       |
|                                     |          | 117                            | 118      | 119      | 120      | 111      | 112      | 113      | 114      | 115      | 116      |
| <b>5</b>                            | 3        | 4                              | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10       | 1        | 2        |          |
|                                     | 25       | 26                             | 27       | 28       | 29       | 30       | 21       | 22       | 23       | 24       |          |
|                                     | 47       | 48                             | 49       | 50       | 41       | 42       | 43       | 44       | 45       | 46       |          |
|                                     | 69       | 70                             | 61       | 62       | 63       | 64       | 65       | 66       | 67       | 68       |          |
|                                     | 81       | 82                             | 83       | 84       | 85       | 86       | 87       | 88       | 89       | 90       |          |
|                                     | 103      | 104                            | 105      | 106      | 107      | 108      | 109      | 110      | 101      | 102      |          |
| <b>6</b>                            | 13       | 14                             | 15       | 16       | 17       | 18       | 19       | 20       | 11       | 12       |          |
|                                     | 35       | 36                             | 37       | 38       | 39       | 40       | 31       | 32       | 33       | 34       |          |
|                                     | 57       | 58                             | 59       | 60       | 51       | 52       | 53       | 54       | 55       | 56       |          |
|                                     | 79       | 80                             | 71       | 72       | 73       | 74       | 75       | 76       | 77       | 78       |          |



|   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|   | 91  | 92  | 93  | 94  | 95  | 96  | 97  | 98  | 99  | 100 |
|   | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 | 111 | 112 |
| 7 | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 1   | 2   | 3   |
|   | 27  | 28  | 29  | 30  | 21  | 22  | 23  | 24  | 25  | 26  |
|   | 50  | 41  | 42  | 43  | 44  | 45  | 46  | 47  | 48  | 49  |
|   | 63  | 64  | 65  | 66  | 67  | 68  | 69  | 70  | 61  | 62  |
|   | 86  | 87  | 88  | 89  | 90  | 81  | 82  | 83  | 84  | 85  |
|   | 109 | 110 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 |
| 8 | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  | 11  | 12  | 13  |
|   | 37  | 38  | 39  | 40  | 31  | 32  | 33  | 34  | 35  | 36  |
|   | 60  | 51  | 52  | 53  | 54  | 55  | 56  | 57  | 58  | 59  |
|   | 73  | 74  | 75  | 76  | 77  | 78  | 79  | 80  | 71  | 72  |
|   | 96  | 97  | 98  | 99  | 100 | 91  | 92  | 93  | 94  | 95  |
|   | 119 | 120 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 |
| 9 | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 1   | 2   | 3   | 4   |
|   | 29  | 30  | 21  | 22  | 23  | 24  | 25  | 26  | 27  | 28  |
|   | 43  | 44  | 45  | 46  | 47  | 48  | 49  | 50  | 41  | 42  |
|   | 67  | 68  | 69  | 70  | 61  | 62  | 63  | 64  | 65  | 66  |
|   | 81  | 82  | 83  | 84  | 85  | 86  | 87  | 88  | 89  | 90  |
|   | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 101 | 102 | 103 | 104 |
| 0 | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  | 11  | 12  | 13  | 14  |
|   | 39  | 40  | 31  | 32  | 33  | 34  | 35  | 36  | 37  | 38  |
|   | 53  | 54  | 55  | 56  | 57  | 58  | 59  | 60  | 51  | 52  |
|   | 77  | 78  | 79  | 80  | 71  | 72  | 73  | 74  | 75  | 76  |
|   | 91  | 92  | 93  | 94  | 95  | 96  | 97  | 98  | 99  | 100 |
|   | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 | 111 | 112 | 113 | 114 |

### Рекомендована література

1. Таха Х. Введение в исследование операций / Х. Таха. – М. : Мир, 1985. – 479 с.
2. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій : навч. посіб. / В. Я. Кутковецький. – К. : «Видавничий дім «Професіонал», 2004. – 350 с.
3. Леснікова І. Ю. Дослідження операцій у середовищі електронних таблиць Excel : навч. посіб. / І. Ю. Леснікова, Н. В. Халіпова – К. : Центр учбової літератури, 2007 – 186 с.
4. Зайченко О. Ю. Дослідження операцій : збірник задач / О. Ю. Зайченко, Ю. П. Зайченко. – К. : Слово, 2007. - 472 с.
5. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій / Ю. П. Зайченко. : підруч. для вузів. - 5-е вид., перероб. та допов. – К. : 2001. – 688 с.
6. Вагнер Г. Основы исследования операций : В 3 т. - Т. 1 / Г. Вагнер – М. : Мир, 1972 – 1973. / пер. с англ. Б. Т. Вавилова. – 1972. – 335 с. – Библиогр. : 330 – 332 с.
7. Вентцель Е. С. Исследование операций : задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1980. – 208 с.
8. Карагодова О. О. Дослідження операцій : навч. посіб. / О. О. Карагодова, В. Р. Кігель, В. Д. Рожок. – К. : Центр учбової літератури, 2007 – 256 с.
9. Трусов А. Ф. Excel 2007 для менеджеров и экономистов : логистические, производственные и оптимизационные расчеты / А. Ф. Трусов. – СПб : Питер, 2009. – 256 с.
10. Вітлінський В. В. Математичне програмування : навч.- метод. посіб. для самост. вивч. дисц / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко. – К. : КНЕУ, 2001. - 248 с.
11. Ульянченко О. В. Дослідження операцій в економіці : підруч. для студентів вузів / О. В. Ульянченко. – Х. : Гриф, 2002. – 580 с.
12. Наконечний С. І. Математичне програмування : навч. посіб. / С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К. : КНЕУ, 2005.- 452 с.
13. Боровик О. В. Дослідження операцій в економіці: навч. посіб. / О. В. Боровик, Л. В. Боровик. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 424 с.
14. Дослідження операцій в економіці : підруч. / [І. К. Федоренко, О. І. Черняк, О. О. Карагодова та ін. ]. – К. : Знання, 2007. – 558 с.

Навчальне видання

# ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ

Методичні рекомендації

Укладачі:

Шебаніна Олена В'ячеславівна

Домаскіна Марина Анатоліївна

Хилько Іван Іванович та ін.

Формат 60 x 84 1/16. Ум. друк. арк.

Тираж 100 прим. Зам № \_\_

Надруковано у видавничому відділі

Миколаївського національного аграрного університету

54020, м. Миколаїв, вул. Паризької комуни, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20. 02. 2013р.