

ПРОГРАМНІ МЕТОДИ ЯК ЗАСІБ ПРИЙНЯТТЯ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ

Рижак В.В., здобувач вищої освіти гр. МЗ/2

Миколаївський національний аграрний університет
Науковий керівник асистент Баранова О.В.

Анотація

Проаналізовано програмні методи прийняття рішень при вирішенні інженерних задач. Представлена класична математична модель у вигляді задач математичного програмування, яка використовується для розробки управлінських рішень. Розглянута класифікація математичного програмування за різними ознаками. Наведено формалізовані типові постановки управлінських задач, що розв'язуються методами математичного програмування.

Annotation

The software methods of decision-making in solving engineering problems are analyzed. The classical mathematical model in the form of problems of mathematical programming which is used for development of management decisions is presented. The classification of mathematical programming according to different characteristics is considered. Formalized typical formulations of managerial problems that are solved by methods of mathematical programming are presented.

Успішність виконання переважної більшості управлінських завдань залежить від найкращого, найвигіднішого способу використання ресурсів, таких як гроші, товари, сировина, обладнання, робоча сила тощо. Адже ресурси, необхідні для виконання певної роботи, практично завжди обмежені. І від того, яке рішення буде прийняте щодо кількісного розподілу цих обмежених ресурсів, залежить кінцевий результат діяльності організації. Як правило, вибирають такий спосіб використання (розподілу) ресурсів, за якого забезпечується максимум (чи мінімум) найважливішого для організації показника. Оскільки при цьому мовиться про кількісні величини, потрібен і досить потужний формалізований апарат для вироблення варіантів рішень, їх аналізу і порівняння.

Одним з основних формалізованих підходів до прийняття рішень у різноманітних галузях людської діяльності, де в певних ситуаціях потрібно вибрати найкращий з можливих варіантів дій, виступає математичне програмування - розділ математики, предметом якого є задачі на знаходження екстремуму деякої функції за певних заданих умов.

У загальному вигляді задача математичного програмування формулюється так:

знайти такі значення змінних $X = (x_1, \dots, x_n)$, щоб функція $z = f(X)$ набувала екстремального (максимального чи мінімального) значення за умов $X \in D$, де D - множина допустимих значень.

Функцію $z = f(X)$, аргументами якої є прийняті варіанти рішень, а значеннями - числа, що відбивають міру досягнення мети, називають цільовою функцією, або критерієм якості управлінського рішення.

Умови $X \in D$ називаються обмеженнями задачі. Вони описують внутрішні технологічні та економічні процеси функціонування й розвитку системи, а також процеси зовнішнього середовища, які впливають на результат діяльності системи.

Будь-який набір змінних $X = (x_1, \dots, x_n)$, що задовольняє обмеження задачі, утворює множину допустимих альтернативних управлінських рішень, яку називають допустимим планом, або планом. Очевидно, що кожний допустимий план є відповідною стратегією системи, програмою дій.

План X , за якого цільова функція набуває екстремального значення називається оптимальним.

$$\text{extrf}(X) = f(X^*), \\ X \in D$$

Розв'язати задачу математичного програмування означає відшукати таке з альтернативних рішень, яке було б найкращим з погляду значення цільової функції.

Зауважимо, що не для кожної задачі математичного програмування існує оптимальне управлінське рішення, навіть якщо є допустимі рішення. Крім того, не кожна задача математичного програмування має допустимі розв'язки, оскільки система обмежень (рівності й нерівності) може бути несумісною.

Класифікувати задачі математичного програмування можна за різними ознаками:

- характер зв'язку між змінними (лінійні, нелінійні);
- характер зміни змінних (неперервні, цілочислові, дискретні);
- фактор часу (статичні, динамічні);
- інформація про змінні (детерміновані, стохастичні);
- кількість критеріїв якості (однокритеріальні, багатокритеріальні).

Наведемо кілька формалізованих типових постановок управлінських задач, що розв'язуються методами математичного програмування.

Задача планування виробництва (використання ресурсів).

Припустімо, що існує m типів ресурсів: B_1, \dots, B_m , з яких треба виробити n видів продукції: P_1, \dots, P_n . Відомі запаси ресурсів: B_i і задано вектор $C = (c_1, \dots, c_n)$, де c_j - прибуток від продажу одиниці j -го виду продукції, та матрицю $A = (a_{ij})$, де a_{ij} - кількість ресурсу i -го типу, що йде на виготовлення одиниці j -го виду продукції. Дано також верхні межі кількості випуску кожного виду продукції: b_1, \dots, b_n . Треба так організувати виготовлення продукції з наявних ресурсів, щоб максимізувати прибуток від її продажу. Для математичної постановки задачі введемо змінну X_j - кількість випуску продукції j -го виду. Тоді математична модель задачі має вигляд:

$$\begin{aligned} & \text{п} \\ & 1 \quad \text{max} \quad Z = \sum_{j=1}^n c_j X_j \\ & 2 \quad a_{ij} X_j \leq B_i, \quad i = 1, \dots, m \\ & 3 \quad 0 \leq X_j \leq b_j, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Задача структурної оптимізації (складання раціону).

Припустімо, що для відгодівлі птиці використовується п різних видів кормів: P_1, \dots, P_p . У цих кормах міститься т різних типів поживних речовин. Мінімальна добова кількість поживних речовин становить B_1, \dots, B_t одиниць. Задано вектор $C = (c_1, \dots, c_p)$, де C_u - вартість одиниці u -го корму, та матрицю $A = (a_{ij})_{t \times p}$, де a_{ij} - кількість поживних речовин i -го типу, які містяться в одиниці j -го корму. Відомі також верхні та нижні межі кількості кормів - відповідно C_1 та C^0 . Треба так організувати відгодівлю, щоб мінімізувати загальні витрати і забезпечити птицю необхідною кількістю поживних речовин на добу. Для математичної постановки задачі введемо змінні - кількість корму j -го виду. Тоді математична модель набуває вигляду:

n

$$z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min;$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = 1, m;$$

$$d_j < x_j < D_j, \quad j = 1, n.$$

До задачі про складання раціону зводяться також різні задачі про виготовлення сумішей, наприклад пального, шахти та інше.

Задача раціонального використання виробничих потужностей.

Припустімо, що на підприємстві існує план виробництва продукції в деякому асортименті. Нехай n_1, \dots, n_k - кількість продукції відповідного типу. Ця продукція виготовляється на верстатах S_m . Час роботи кожного верстата обмежений значеннями T_1, \dots, T_m . Задані матриця $C = (c_{ij})_{m \times k}$, де c_{ij} - витрати i -го верстата під час виготовлення одиниці j -го типу продукції, та матриця $A = (a_{ij})_{m \times k}$, де a_{ij} - продуктивність праці i -го верстата при виготовленні j -го типу продукції. Треба так організувати виготовлення продукції, щоб мінімізувати сумарні витрати на виробництво її необхідного асортименту, не перевищивши час роботи кожного верстата. Для математичної постановки задачі введемо матрицю $X = (x_{ij})_{m \times k}$, де x_{ij} - час роботи i -го верстата при виготовленні одиниці j -го типу продукції. Тоді математична модель має вигляд:

$m \times k$

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min;$$

$$i=1 \quad j=1$$

$$x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1k} = T_1;$$

$$x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mk} = T_m; \quad \sum_{j=1}^k a_{ij} x_{ij} = n_j;$$

$$a_{1k} x_{1k} + a_{2k} x_{2k} + \dots + a_{mk} x_{mk} = n_k;$$

$$x_{ij} > 0, \quad i = 1, m, \quad j = 1, k.$$

Існує ще багато інших практичних управлінських завдань, математичні моделі яких можна сформулювати у вигляді задач математичного програмування. Усі ці задачі можна певною мірою вважати типовими, навіть класичними. Тому вони часто використовуються для розробки управлінських рішень.

Література:

1. Демиденко М. А. Математичне програмування: навчальний посібник / М. А. Демиденко. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2005. – 110 с.
2. Tidd J. Managing Innovation. Integrating Technological, Market and Organizational Change / Tidd J., Bessant J., Pavitt K. – Third Edition. – John Wiley & Sons, Ltd. – 2005. – 582 p.
3. Василенко В. А. Теорія і практика розробки управлінських рішень : навчальний посібник / Василенко В. А. – К. : ЦУЛ, 2003. – 420 с.
4. Наконечний С. І. Математичне програмування : навч. посібник / С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К. : КНЕУ, 2003. – 452 с.