

УДК 624.072.014

**РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ СТЕРЖНЕВЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ СТАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В
ОБЛАСТИ ОГРАНИЧЕННЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ
ДЕФОРМАЦИЙ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ
РАЗЛИЧНЫХ КОМБИНАЦИЙ НАГРУЗОК**

В.С.Шебанин, доктор технических наук, профессор

В.Г.Богза, кандидат технических наук, доцент

Е.В.Цепурит, соискатель

Николаевский государственный аграрный университет

У статті розглянуто методику розрахунку міцності перерізів стержневих елементів моно-і бисталевих конструкцій в області обмежених пластичних деформацій при дії різних комбінацій зовнішніх навантажень та при повторно-змінному навантаженні.

В условиях необходимости обеспечения экономичности строительных конструкций и сооружений и их надежности при эксплуатации одним из направлений решения этих задач является снижение металлозатрат и разработка методов расчета инженерных сооружений по предельному состоянию.

Впервые использование деформационного критерия предельного состояния было предложено Н.С.Стрелецким. Пересмотру норм поректирования стальных конструкций в связи с переходом на новый критерий прочности предшествовала работа по усовершенствованию главы СНиП П-23-81 в части расчетов по критерию ограниченных пластических деформаций. Целью дальнейшего исследования в данном направлении является развитие теоретического и экспериментального обоснования расчета прочности сжато-согнутых и растянуто-согнутых стальных стержней с учетом деформированной схемы по критерию ограниченных пластических деформаций, а также разработка для использования в практике проектирования методики расчета стержневых элементов моно- и бистальных

конструкций при действии различных комбинаций внешних усилий, в том числе при действии повторно-переменного нагружения.

В качестве предельного состояния по прочности принято ограничение интенсивности пластических деформаций нормированным предельным значением $\varepsilon_{ip,lim} = 0,002$ [1,2]. Величина предельной пластической деформации принята в соответствии со следующим утверждением: пластические составляющие деформации, не превышающие **0,002**, не влияют заметно на ударную вязкость и не ухудшают свойства стойкости стали; незначительная величина пластической составляющей деформации обеспечивает возможность приспособляемости конструкций при подвижных и переменных нагружениях, а также дает повышение стойкости, которое приближается к повышению при пластическом шарнире. Приняты обычные допущения, используемые при расчете стальных конструкций за пределом упругости, а именно: деформационная теория пластичности, энергетическое условие текучести, гипотеза плоских сечений, сохранение за пределом текучести распределения касательных напряжений, полученных при расчете в пределах упругости; толщины листов, из которых формируется сечение элементов конструкции, не учитываются.

Для расчетов использовалась идеализированная диаграмма Прандтля. Действительная диаграмма $\sigma - \varepsilon$ имеет криволинейную часть между пределом упругости и пределом текучести [3]. В случае учета деформированной схемы при расчете прочности сжато-изогнутых и растянуто-изогнутых стальных стержней нет необходимости нелинейной аппроксимации в пластической зоне, поскольку идеализированная диаграмма Прандтля позволяет с достаточной степенью точности найти корректирующие коэффициенты к формулам упругопластического расчета прочности, которые получены без учета деформированной схемы [3,4]. Таким образом, зависимость напряжений от деформаций определяется по формулам

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_T \\ \sigma_T, & \varepsilon_T \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{\text{lim}} \end{cases},$$

где $\varepsilon_{\text{lim}} = \sigma_T / E + \varepsilon_{\text{lim}} = \varepsilon_T + \varepsilon_{\text{lim}}$,

σ_T - предел текучести, равный расчетному сопротивлению R_y .

Идеализированная диаграмма напряжений-деформаций достаточно пригодна для расчета балок, причем благодаря самоукреплению материала достигается превышение на 5-8% предельного нагружения над его теоретическим значением.

Рассматривались стальные и бистальные стержни, имеющие симметричные и асимметричные двутавровые сечения. На стержень совместно действуют продольная (сжимающая или растягивающая) сила и изгибающий момент. Предельная сила в пределах и за пределами упругости приложена в центре тяжести сечения.

Для расчета использован метод последовательных приближений, согласно которому на каждом шаге итерационного процесса строится эпюра напряженно-деформированного состояния сечений, находящихся в зоне развития пластических деформаций, а также определяется предельная величина усилий в наиболее нагруженном сечении, в котором развиваются деформации $\varepsilon_{ip, \text{lim}}$ [1]. Первую из вышеуказанных задач будем называть прямой, вторую - обратной задачей упругопластического расчета сечений [2].

При решении прямой задачи мы классифицировали возможные виды эпюр напряженно-деформированного состояния сечения, а также построены эпюры остаточных напряжений, соответствующие полной разгрузке сечения, с учетом теоремы об упругом характере разгрузки. Рассмотрены характерные случаи остаточного напряженно-деформированного состояния сечения при действии различных комбинаций внешних усилий и последующей разгрузке. Для

расчета использовались геометрические характеристики сечения, а также расчетные сопротивления стенки и полок.

При исследовании прочности стержневых элементов применялась методика учета физической и геометрической нелинейности, а также методы аппроксимации при нахождении аналитических зависимостей, характеризующих величину прогибов в соответствии с точкой приложения поперечной силы.

Практическая методика расчета прочности моно- и бистальных стержней реализует принцип сохранения традиционного вида формул, используемых в упругой стадии работы, с дополнением системой корректирующих коэффициентов, соответствующих взаимодействию различных комбинаций изгибающего момента и продольной силы.

Основными типами рассматриваемых сечений являются двутавровые симметричные и асимметричные, в которых могут быть продольные ребра на стенке, служащие для обеспечения местной устойчивости.

При решении обратной задачи были рассмотрены характерные случаи напряженно-деформированного состояния сечения, которые отличаются текучестью или упругой работой поясов и частей стенки возле поясов сечения. Были построены эпюры нормальных напряжений для следующих основных случаев работы асимметричного сечения в упруго-пластической области под действием изгибающего момента и сжимающей продольной силы при условии, что в верхней полке напряжения от продольной силы и изгибающего момента имеют один знак: 1) предельная пластическая деформация достигается в крайних волокнах верхней части стенки и в верхней полке по всей ее ширине, нижняя часть стенки и нижняя полка работают упруго на растяжение; 2) верхняя и нижняя части сечения работают на сжатие, в верхней части сечения достигается предельная пластическая деформация; 3) текучесть развивается в верхней и нижней частях сечения, при этом предельная пластическая деформация достигается толь-

ко в верхней части стенки и в верхней полке по всей ее ширине, верхняя часть сечения работает на сжатие, нижняя – на растяжение.

Используя уравнение $M = \int_A \sigma_x y dx$, которое дает величину внутреннего момента, была найдена величина предельного изгибающего момента по соответствующей эпюре нормальных напряжений.

Введены обозначения:

A_1, A_2 – площади поясных листов, A_3 – площадь стенки, h – высота сечения, α – относительное расстояние от нижней полки до нейтральной линии, α_1 – относительная величина пластической области.

Для первого случая работы моносталяного сечения была получена формула

$$M_{\text{lim}} = \left| -A_1 R_w h - \alpha_1 A_2 R_w \left(1 - \frac{\alpha_1}{2} \right) - \frac{1}{2} (1 - \alpha - \alpha_1) A_2 R_w \left(\alpha + \frac{2}{3} (1 - \alpha - \alpha_1) \right) h + \frac{1}{2} \alpha A_2 \sigma_H \frac{1}{3} \alpha h \right| + N h_H,$$

где $h_H = (A_1 h + A_2 h / 2) / (A_1 + A_2 + A_3)$ – расстояние от нижней полки до центра тяжести сечения.

Аналогично, по эпюрам напряженно-деформированного состояния, соответствующим другим случаям работы сечения, определены формулы для нахождения предельного изгибающего момента в наиболее нагруженном сечении стержня.

Для решения вопроса о приспособляемости сечения при разгрузке и последующем нагружении мы построили эпюры остаточных напряжений как суммарные с эпюрами, соответствующими упругой полной и частичной разгрузке.

При решении прямой задачи по известному значению изгибающего момента M и продольного усилия N найдено значение ε_{ip} пластической деформации i -го сечения. При этом учитывалось, что $M_S < M < M_{\text{lim}}$, где M_S – наибольший изги-

бающий момент в пределах упругости, M_{lim} – изгибающий момент, соответствующий развитию предельной величины пластической деформации $\varepsilon_{ip,\text{lim}}$. Для реализации поставленной цели использован итерационный метод, который обеспечивает сходимость процесса. На первом шаге итерационного процесса предполагается, что величина $\varepsilon_{ip}^{(1)} = \varepsilon_{ip,\text{lim}} / 2$ является известной и решается обратная задача, по ней находится изгибающий момент M_{ip} , который на каждом шаге последовательных приближений сравнивается с заданным моментом M . В случае, если $M > M_{ip}$, величина пластической деформации в последующей итерации изменяется в сторону увеличения, если же $M < M_{ip}$ – в сторону уменьшения.

Рассматривался вопрос о построении линий взаимодействия изгибающего момента и продольной силы в области ограниченных пластических деформаций, а также при повторно-переменных нагружениях.

В общем случае переменные нагружения относятся к классу сложных нагружений, когда в процессе деформирования происходит определенный поворот относительно деформируемой части главных осей напряжений и деформаций, и изменяются отношения их главных девиаторных компонентов, иными словами, направляющие тензоры напряжений и деформаций изменяются в процессе нагружений. Однако, следующие обстоятельства [2] оправдывают предлагаемую в работе методику получения линий взаимодействия усилий при исследовании переменных нагружений:

– рассматриваются лишь малые пластические деформации и только пропорциональные нагружения, которые обеспечивают простое предшествующее нагружение.

Результаты теории малых упругопластических деформаций, основанной на конечных соотношениях напряжения и деформаций, согласуются с экспериментами и при нагружениях, близких к простому, что и осуществляется в ряде случаев переменного нагружения.

Выполнение теоремы о приспособляемости сечения позволяет получить предельную линию взаимодействия усилий.

Область взаимодействия продольной силы N и изгибающего момента M , которые обеспечивают приспособляемость сечения, строится согласно неравенствам $N_{\text{lim}}^S \leq N \leq N_{\text{lim}}^R$, $0 \leq M \leq M_{\text{lim}}$, где N_{lim}^S , N_{lim}^R – предельная сжимающая и предельная растягивающая продольные силы, M_{lim} – предельный изгибающий момент.

Как наиболее типичный рассматривался случай, когда на первом этапе нагружения заданная величина пластической деформации достигается в верхних волокнах наиболее нагруженного сечения и вызвана действием сжимающей продольной силы и изгибающим моментом.

При расчете для первого этапа нагружения значения предельной сжимающей силы и изгибающего момента находились непосредственно по геометрическим характеристикам сечения и расчетным сопротивлениям материала полки и стенки сечения, при этом рассматривались отдельно как стальные, так и бистальные двутавры. При нахождении предельного значения M_{lim} для бистальных сечений дополнительно рассматривались следующие случаи напряженно-деформированного состояния сечения: **1)** за пределом упругости работают только части стенки, которые прилегают к обоим поясам, в центральной части стенки сохраняется упругое ядро, в упругой области работают оба пояса сечения; **2)** случай односторонней текучести стенки сечения, за пределом упругости работает часть стенки возле меньшей полки.

Таким образом, основное отличие при расчете прочности бистальных стержней от моностаальных состоит в определении напряженно-деформированного состояния сечений: для бистальных стержней возможны пять случаев напряженно-деформированного состояния сечений, для моностаальных – три; развитие предельной пластической деформации для бистальных стержней достигается в верхней и нижней частях стенки, для моностаальных также в верхней или нижней полках.

Для симметричных сечений действительны все результаты, полученные для асимметричных сечений, потому что отдельно симметричные сечения не рассматриваются. При действии только изгибающего момента без продольной силы нейтральная линия располагается в середине высоты стенки и не смещается при развитии пластических деформаций, в асимметричных сечениях нейтральная линия не совпадает с центром тяжести и, кроме того, изменяет свое положение при различных величинах пластических деформаций. При одновременном действии изгибающего момента и продольной силы как симметричные, так и несимметричные сечения работают таким образом, что нейтральные линии не совпадают с центрами тяжести сечения и смещаются при изменении величины действующих усилий.

В отличие от области взаимодействия продольной силы и изгибающего момента, которая обеспечивает упругую работу и имеет линейный вид, область взаимодействия в предположении достижения предельной пластической деформации имеет криволинейную форму. Значения M_{lim} определялись по эпюрам напряженно-деформированного состояния сечения, которые строились для значений продольной силы N , где $N / N_{lim} = 0; \pm 0,1; \pm 0,2; \mathbf{K}; \pm 0,9$. При приложении на втором и последующих этапах нагружения заданной сжимающей (растягивающей) силы N_k и изгибающего момента M_k для приспособляемости сечения необходимо, чтобы в соответствии со статической теоремой о приспособляемости суммарные напряжения в волокнах сечения не превышали разности между расчетным сопротивлением и остаточными напряжениями, поэтому для определения значений предельных внешних усилий предварительно были построены эпюры остаточных напряжений согласно методике, изложенной в работе.

В случае приложения повторных усилий необходимо проверить выполнение условий статической теоремы о приспособляемости для верхних и нижних волокон сечения, а также областей, в которых при первом нагружении достигалась предельная деформация.

лись максимальные напряжения. В связи с этим максимальное значение предельного изгибающего момента, к которому приспособится сечение при повторном нагружении и заданном значении продольной силы, определялось с использованием итерационного алгоритма. На первом этапе приближенное значение искомого момента находилось по условию равенства суммарных напряжений в верхних волокнах стенки расчетному сопротивлению. По найденному изгибающему моменту M_k определяются суммарные напряжения в точках сечения, и в случае превышения расчетного сопротивления уменьшение значения момента осуществляется методом деления отрезка пополам, то есть имеет место уменьшение изгибающего момента на величину $M_k / 2^k$, где k – номер шага итерационного алгоритма или, при наличии запаса, увеличение на эту величину.

Вышеизложенная методика построения эпюр напряженно-деформированного состояния сечений использовалась для исследования приспособляемости сечений на первом и последующих циклах нагружения. В результате получены результаты, которые показывают формирование неизменного поля остаточных напряжений на 3-4 этапах нагружения. Таким образом, область взаимодействия изгибающего момента и продольной силы, обеспечивающая приспособляемость сечений, остается неизменной для всех дальнейших циклов нагружения. Таким образом, критерий ограниченных пластических деформаций может быть использован при проектировании стальных конструкций не только при статических нагрузках, но также и при повторно-переменном нагружении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чернов Н.Л. Расчеты стальных конструкций на прочность по критерию ограниченных пластических деформаций / Чернов Н.Л., Стрелецкий Н.Н., Любаров Б.И. // Известия вузов. Строительство и архитектура. — 1984. — №7. — С.1-9.
2. Шебанин В.С. Прочность изгибаемых стальных стержневых конструкций при учете физической и геометрической нелинейности в области

ограниченных пластических деформаций. Докторская диссертация. — Одеса, 1993.

3. Шобанін В.С. Теоретико-експериментальне дослідження роботи біс-талевих стержнів симетричного перерізу при повторно-змінних навантаженнях за межею пружності / Шобанін В.С., Богза В.Г., Цепуріт О.В. // Металеві конструкції. — Т. 2., № 1. — 1999. — С. 39-43.

4. Цепуріт О.В. Пристосування моносталевих стержнів симетричного перерізу при повторно-змінних навантаженнях в області обмежених пластичних деформацій / Цепуріт О.В. // Вісник аграрної науки Причорномор'я. — Вип 1(6). — 1999. — С. 162-166.