

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ ЕКОНОМІКИ ТА УПРАВЛІННЯ
ФАКУЛЬТЕТ МЕНЕДЖМЕНТУ

КАФЕДРА ЕКОНОМІЧНОЇ КІБЕРНЕТИКИ І МАТЕМАТИЧНОГО
МОДЕЛЮВАННЯ

СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

методичні рекомендації до проведення практичних занять
для підготовки здобувачів вищої освіти третього (освітньо-наукового) рівня
за спеціальностями 201 «Агрономія», 204 «Технологія виробництва
і переробки продукції тваринництва»
галузь знань 20 «Аграрні науки та продовольство»
за спеціальністю 073 «Менеджмент»
галузь знань 07 «Управління та адміністрування»
за спеціальністю 051 «Економіка»
Галузь знань 05 «Соціальні та поведінкові науки»

**Миколаїв
2019**

Друкується за рішенням науково-методичною комісією факультету менеджменту Миколаївського національного університету від 19.12.2019 року протокол № 4.

Укладачі:

- О. В. Шибаніна** – д-р екон. наук, професор, професор кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. П. Клочан** – канд. екон. наук, доцент, завідувач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. В. Клочан** – д-р екон. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- С. І. Тищенко** – канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. М. Могильницька** – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. О. Крайній** – канд. екон. наук, доцент кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. І. Хилько** – старший викладач кафедри економічної кібернетики і математичного моделювання, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

Стройко Т.В. - д-р. екон. наук, професор, завідувач кафедри економіки та менеджменту, Миколаївський національний університет імені В.О. Сухомлинського

Максименко А. Г. - канд. екон. наук, доцент кафедри менеджменту та маркетингу, Миколаївський національний аграрний університет

ЗМІСТ

ВСТУП	4
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ	5
Практичне заняття № 1 Математична постановка оптимізаційних задач. Використання Excel для розв'язування оптимальних задач	6
Практичне заняття № 2 Пошук оптимального плану виробництва	34
Практичне заняття № 3 Багатофакторні лінійні економетричні моделі	51
Практичне заняття № 4 Кореляційно-регресійний аналіз	60
Практичне заняття № 5 Моделі мережевого планування	68
Практичне заняття № 6 Багатоцільові задачі та методи їх розв'язування	78
Практичне заняття № 7 Прийняття рішень в умовах невизначеності	84
ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ	94
КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ	95
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ	98

ВСТУП

На сучасному етапі розвитку економіки України істотно ускладнилися проблеми, що стоять перед окремими підприємствами та народним господарством у цілому. Удосконалення планування та керування виробництвом засновано на широкому застосуванні математичних методів та засобів обчислювальної техніки. Виключне важливе значення набуває використання системного підходу до розв'язування організаційно-економічних та галузевих задач.

Курс призначений для вивчення основ системного підходу, його основних моделей та методів, що найчастіше застосовуються в плануванні та економічних розрахунках. В основу курсу та робочої програми покладено питання, вивчення яких необхідне для розуміння принципів системного підходу використання методів математичного моделювання галузевих процесів та кількісного обґрунтування управлінських рішень.

По закінченню вивчення курсу здобувачі повинні вміти практично застосовувати принципи системного підходу та методи математичного моделювання при розв'язуванні конкретних оптимізаційних галузевих задач.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ ДИСЦИПЛІНИ

МОДУЛЬ 1. МЕТОДИКА СИСТЕМНИЙ ПІДХОДУ У МОДЕЛЮВАННІ

Заняття 1. Математична постановка оптимізаційних задач. Використання Excel для розв'язування оптимальних задач.

МОДУЛЬ 2. МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ

Заняття 2. Пошук оптимального плану виробництва.

Заняття 3. Кореляційно-регресійний аналіз.

МОДУЛЬ 3. ПЛАНУВАННЯ ТА КООРДИНАЦІЯ ВИРОБНИЧОГО ПРОЦЕСУ

Заняття 4. Моделі мережевого планування.

Заняття 5. Багатоцільові задачі та методи їх розв'язування.

МОДУЛЬ 4. ЗАДАЧІ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТА КОНФЛІКТУ

Заняття 6. Задачі в умовах конфлікту.

Заняття 7. Прийняття рішень в умовах невизначеності.

Практичне заняття № 1

Тема. Математична постановка оптимізаційних задач. Використання Excel для розв'язування оптимальних задач .

Мета. навчитися проводити розрахунки у табличному процесорі MS Excel за допомогою надбудови «Поиск решения»

2. Короткі теоретичні відомості

Автоматизація рішення задач економічного планування за допомогою надбудови «Поиск решения» у середовищі Microsoft Excel.

Для реалізації оптимізаційних задач планування економічних процесів в Microsoft Excel існує надбудова «Поиск решения».

«Поиск решения» доставляє не заздалегідь відомий конкретний результат для цільової функції, а відшукує оптимальне (мінімальне або максимальне) з можливих рішення. Для складних задач «Поиск решения» може генерувати множину різних рішень. Шаблон задач планування економічних процесів, для рішення яких можна скористатися надбудовою, повинен мати ряд загальних властивостей:

1. Існує єдина цільова чарунка, що містить формулу.
2. Формула в цільовій чарунці містить посилання (прямі або непрямі) на ряд змінюваних чарунок.

Може бути задана деяка кількість обмежень.

Для звертання до надбудови «Поиск решения» у Microsoft Word 2003 використовується команда меню *Сервис*. Але може бути так, що команда *Поиск решения* в цьому меню відсутня. Тоді необхідно виконати наступну команду:

Сервис / Настройки, навпроти *Поиск решения* поставити галочку, натиснути *Ок*.

Для звертання до надбудови «Поиск решения» у Microsoft Word 2007-2010-2013 використовується команда:

Кнопка «Office» - Параметры Excel – Настройки – Управление: Настройки Excel – Перейти, навпроти *Поиск решения* поставити галочку,

натиснути Ок.

Команда меню Пошук рішення Microsoft Excel дає змогу розв'язувати системи рівнянь, задачі лінійної оптимізації.

Щоб скористатися даним сервісом Microsoft Excel слід спочатку підготувати дані на листі робочої таблиці:

1. Зарезервувати для кожної змінної чарунку електронної таблиці.
2. Ввести в вигляді формули цільову функцію (для задачі лінійної оптимізації), підставляючи адреси чарунок у позиції змінних.
3. Ввести в вигляді формул ліві частини рівнянь, підставляючи адреси чарунок у позиції змінних.

Далі можна починати розв'язання задачі. Для цього слід подати команду меню Пошук рішення. У вікні діалогу команди слід визначити:

1. адресу чарунки, у якій міститься цільова функція, якщо розв'язується задача лінійної оптимізації, при розв'язанні системи рівнянь поле повинно бути порожнім, а також визначити якого значення повинна досягти цільова функція – мінімального, максимального або певного;
2. адреси чарунок, що змінюються, ці чарунки, які було зарезеровано для змінних;
3. в області Ограничення додати обмеження, що визначають яке значення повинно прийняти кожне рівняння;
4. натиснути на кнопку Выполнить.

Приклад 1. Рішення системи рівнянь за допомогою надбудови «Пошук рішення».

Розв'язати систему рівнянь:

$$2X - 3Y + Z = -1$$

$$5X + 2Y - Z = 0$$

$$X - Y + 2Z = 3$$

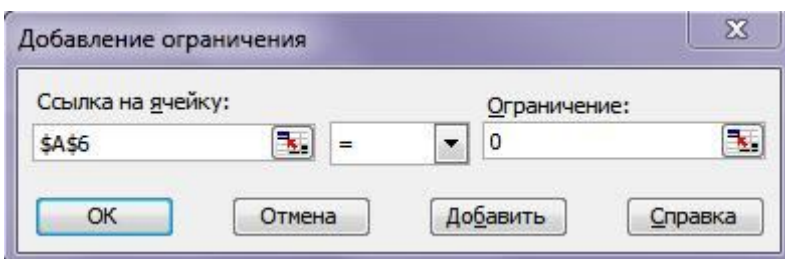
Ввести дані в чарунки електронної таблиці як на рисунку 24.1.

	A	B	C
1	X		
2	Y		
3	Z		
4			
5	=2*B1-3*B2+B3		
6	=5*B1+2*B2-B3		
7	=B1-B2+2*B3		

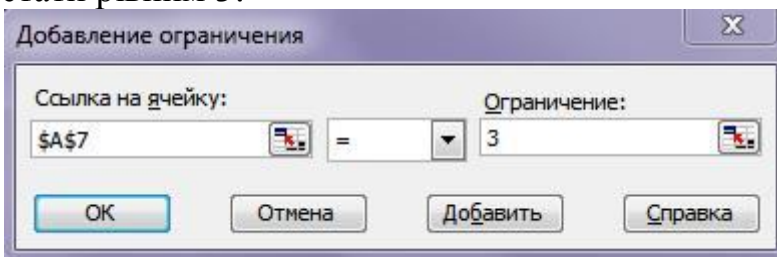
Рисунок 24.1 - Введення даних для пошуку рішення

Виконати команду меню Пошук рішення. У вікні діалогу команди потрібно:

- знищити уміст поля Установить целевую ячейку (цільової чарунки немає, тому що розв'язується не оптимізаційна задача, а система рівнянь);
- у полі Изменяя ячейки визначити блок чарунок, що були зарезервовані для значень змінних, - B1:B3;
- У поле Ограничения додати обмеження - натиснути на кнопці Добавить, визначити, що значення чарунки A5 повинно стати рівним -1:
- натиснути на кнопці Добавить, визначити, що значення чарунки A6 повинно стати рівним 0:



- натиснути на кнопці Добавить, визначити, що значення чарунки A7 повинно стати рівним 3:



- натиснути на кнопці Ок;
- натиснути на кнопці Выполнить.

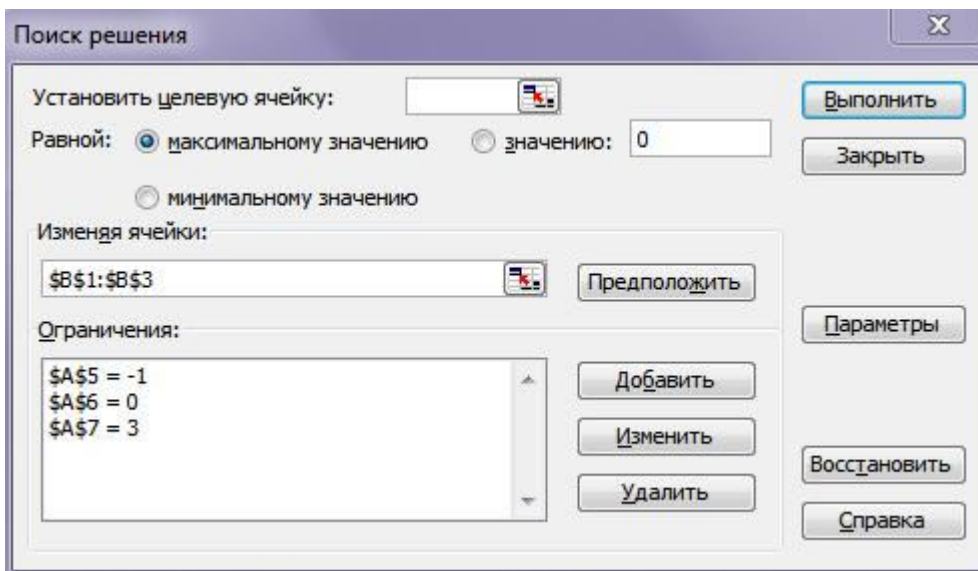


Рисунок 24.2 - Пошук рішення

Приклад 2. Задача оптимізації використання ресурсів (задача планування виробництва).

Для виготовлення двох видів продукції P_1 і P_2 використовують чотири види ресурсів S_1, S_2, S_3, S_4 . Запаси ресурсів, число одиниць ресурсів, затрачуваних на виготовлення одиниці продукції, наведені в табл. 1 (цифри умовні).

Таблиця 1 – Умовні дані задачі оптимізації ресурсів

Вид ресурсу	Запас ресурсу	Число одиниць ресурсів, затрачуваних на виготовлення одиниці продукції	
		P_1	P_2
S_1	18	1	3
S_2	16	2	1
S_3	5	-	1
S_4	21	3	-

Ціна реалізації одиниці продукції P_1 і P_2 відповідно, становить 2 і 3 грн.

Необхідно скласти такий план виробництва продукції, при якому прибуток від реалізації буде максимальним.

Методичні вказівки

Складемо оптимізаційну модель задачі. Позначимо:

x_1, x_2 – число одиниць продукції відповідно P_1 і P_2 , запланованих до виробництва.

Для їхнього виготовлення (табл. 1) буде потрібно $(1 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2)$ одиниць ресурсу S_1 , $(2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2)$ одиниць ресурсу S_2 , $(1 \cdot x_2)$ одиниць ресурсу S_3 , $(3 \cdot x_1)$ одиниць ресурсу S_4 . У наслідок того, що споживання ресурсів S_1, S_2, S_3, S_4 не мусить перевищувати їхніх запасів, відповідно 18, 16, 5 і 21 одиниць, то зв'язок між споживанням ресурсів і їхніх запасів виражається системою обмежень:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_2 \leq 5 \\ 3x_1 \leq 21 \end{cases}$$

Змінні позитивні $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$. Сумарний прибуток F від реалізації продукції складе:

$$F = 4x_1 + 6x_2 .$$

Прокоментуємо рішення задачі оптимізації використання ресурсів підприємства. Першою дією необхідно ввести вхідні дані. Уведемо на робочий аркуш вхідну таблицю з даними як це показано на рис.24.3

Для формування обмежень задачі в чарунку E5 уводимо функцію:

СУММПРОИЗВ (C10:D10;C5:D5).

Виклик функції здійснюється наступними командами:

Вставка – Функція – Математические – СУММПРОИЗВ - Массив 1

(C10:D10) (невідомі значення плану виробництва) – *Массив 2 (C5:D5)* (ресурси одиниці продукції). Копіюємо функцію у чарунки C6:C8 за допомогою маркеру заповнення.

У чарунку C11 уводимо цільову функцію:

СУММПРОИЗВ (C10:D10;C9:D9).

	A	B	C	D	E	
1						
2						
3	Вид ресурсу	Запас ресурсу	Число одиниць ресурсів, яке витрачається на виготовлення одиниці продукції		обмеження	
4			P_1	P_2		
5	S_1	18	1	3		=СУММПРОИЗВ(C10:D10;C5:D5)
6	S_2	16	2	1		=СУММПРОИЗВ(C10:D10;C6:D6)
7	S_3	5		1		=СУММПРОИЗВ(C10:D10;C7:D7)
8	S_4	21	3			=СУММПРОИЗВ(C10:D10;C8:D8)
9	Ціна від реалізації		2	3		
10	План виробництва					
11	Прибуток		=СУММПРОИЗВ(C10:D10;C9:D9)			
12						

Рисунок. 24.3 – Шаблон рішення задачі оптимізації використання ресурсів

Перейдемо тепер до постановки задачі для надбудови «Поиск решения» середовищі MS Excel .

Для розв'язуваної задачі цільовою функцією буде функція у чарунці $SC\$11$, змінюваними даними - діапазон $SC\$10:SD\10 , що містить число видів продукції, діапазон $SE\$5:SE\8 - використовується для визначення обмежень задачі.

Після активації команди *Поиск решения*, необхідно заповнити вікно діалогу за зразком (рис.24.4).

Установити цільову чарунку $SC\$11$, що дорівнює максимальному значенню. Змінюючи чарунки $SC\$10:SD\10 . Для ведення обмежень потрібно натиснути на кнопку *Добавить*.

1. Обмеження по ресурсах:

Посилання на чарунки: $SE\$5:SE\8 , вид обмеження: \leq , Обмеження: посилання на чарунки: $SB\$5:SB\8 . *Добавить*.

2. Обмеження на не заперечність змінних:

Посилання на чарунки: $SC\$10:SD\10 , вид обмеження: \geq , Обмеження 0. *Добавить*.

3. Обмеження на цілісність змінних:

Посилання на чарунки: $SC\$10:SD\10 , вид обмеження: цел. *OK*.

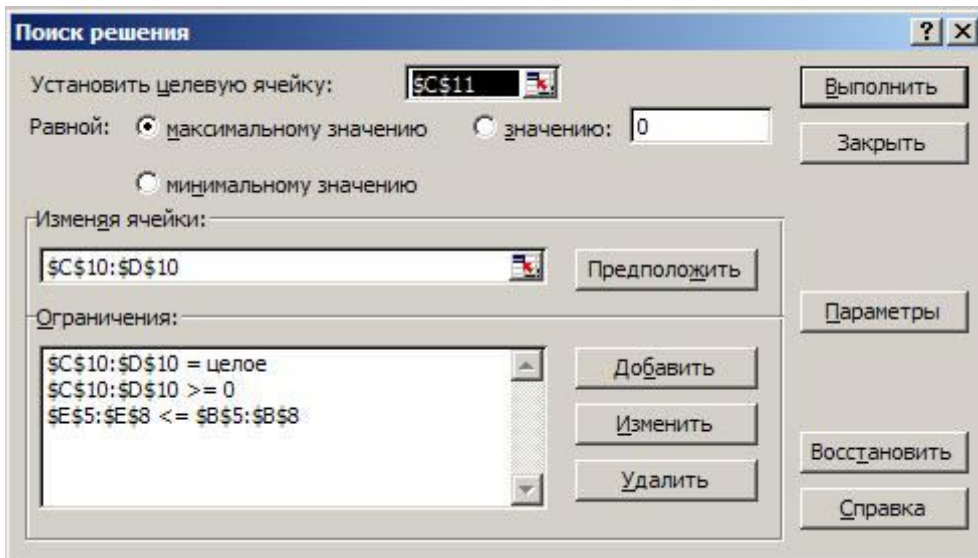


Рисунок. 24.4 Вікно діалогу «Поиск решения»

Після натискання по кнопці *Выполнить* надбудова «Поиск решения» приступає до ітерацій, після обчислень відкриває діалогове вікно *Результаты поиска решения* (рис.24.5), у якому виводиться повідомлення про рішення задачі.

	A	B	C	D	E	
1						
2						
3	Вид ресурсу	Запас ресурсу	Число одиниць ресурсів, яке витрачається на виготовлення		обмеження	
4			P_1	P_2		
5	S_1	18	1	3		18
6	S_2	16	2	1		16
7	S_3	5		1		4
8	S_4	21	3			18
9	Ціна від реалізації		2	3		
10	План виробництва		6	4		
11	Прибуток		24			

Рисунок. 24.5 Результати рішення задачі оптимізації використання ресурсів

У результаті рішення задачі можна зробити наступний висновок. Максимальний прибуток становитиме 24, продукції типу P_1 необхідно виробляти 6, продукції типу P_2 – 4.

3. Порядок виконання роботи

Відповідно до обраних варіантів економічних задач, здійснити їх розв'язок за допомогою Microsoft Excel.

Завдання 1.

Рішення системи рівнянь за допомогою надбудови «Пошук рішення».

Завдання 2.

Рішення задачі оптимізації використання ресурсів (задачі планування виробництва).

Індивідуальні завдання для лабораторної роботи №2

Варіант №1

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} -9X + 7Y + Z &= -29 \\ -5X - Y - 9Z &= -21 \\ -X + Y + Z &= -3 \end{aligned}$$

Задача 2

При складанні добового раціону годування скота можна використовувати свіже сіно (не більше 50 кг) та силос (не більше 85 кг). Раціон повинен мати число кормових одиниць не менше ніж 30 і споживчі елементи: білок (не менше ніж 1 кг), кальцій (не менше ніж 100 г) і фосфор (не менш ніж 80 г). В таблиці наведено дані про концентрацію необхідних елементів в 1 кг кожного корму і собівартості (коп./кг) цих кормів. Необхідно скласти добовий раціон годування скота, що має мінімальну вартість.

Таблиця

Види кормів	Концентрація споживчих елементів в кормах			Собівартість кормів, коп./кг
	Кількість кормових одиниць, кг	Білок, г/кг	Кальцій, г/кг	
Сіно свіже	0,5	40	1,25	3

Силос	0,5	10	2,5	1	7
-------	-----	----	-----	---	---

Варіант №2

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} 2X - 6Y - 3Z &= 15 \\ X + 7Y - Z &= -43 \\ 5X + 7Y - 3Z &= -77 \end{aligned}$$

Задача 2

Для виготовлення чотирьох видів продукції використовують три види сировини. Запаси сировини, норми його витрат й прибуток від реалізації кожного продукту наведені в таблиці. Скласти математичну модель на максимум загальної вартості продукції, що випускається.

Таблиця

Вид сировини	Норми витрат сировини на 1 виріб, кг				Запаси сировини, кг
	А	Б	В	Г	
1	1	2	1	0	18
2	1	1	2	1	30
3	1	3	3	2	40
Прибуток від реалізації 1 виробу, грн	12	7	18	10	

Варіант 3

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} -4X + 9Y - 9Z &= 54 \\ -4X + 6Y - 10Z &= 44 \\ -6X - 8Y + 8Z &= -48 \end{aligned}$$

Задача 2

На підприємстві випускаються три види виробів, при цьому використовуються три види сировини. Запаси сировини, норми його витрат й прибуток від реалізації кожного продукту наведені в таблиці. Скласти математичну модель на максимум загальної вартості продукції, що випускається.

Таблиця

Вид сировини	Норми витрат сировини на 1 виріб, кг			Запаси сировини, кг
	1	2	3	
1	1	2	1	430
2	3	0	2	460
3	1	4	0	420
Прибуток від реалізації 1 виробу, грн	3	2	5	

Варіант №4

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$-6X - 9Y - 3Z = 42$$

$$5X - Y - 5Z = 75$$

$$-3X - 10Y - Z = 44$$

Задача 2

Для виготовлення трьох видів продукції використовують чотири види сировини. Запаси ресурсів, норми їх витрат й ціна від реалізації кожного продукту наведені в таблиці. Скласти математичну модель на максимум загальної вартості продукції, що випускається.

Таблиця

Ресурси	Норми витрат ресурсів на одиницю продукції			Запаси
	1	2	3	
Праця	3	6	4	2000
Сировина 1	20	15	20	15000
Сировина 2	10	15	20	7400
Устаткування	0	3	5	1500
Ціна	6	10	9	

Варіант 5

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$2X + 6Y - 3Z = -18$$

$$9X + 2Y - 5Z = 85$$

$$-2X - 9Y + 3Z = 42$$

Задача 2

Раціон для харчування тварин на фермі складається із двох видів кормів I і II. Кілограм корму I коштує 80 грн. і містить: 1 од. жирів, 3 од. білків, 1 од. вуглеводів. Кілограм корму II коштує 10 грн. і містить: 3 од. жирів, 1 од. білків, 8

од вуглеводів. Скласти найбільш дешевий раціон харчування, що забезпечує жирами не менш 6 од., білками не менш 9 од., вуглеводами не менш 8 од. Дані зведені в таблицю.

Таблиця

Живильна речовина	Число одиниць живильних речовин в 1 кг корму		Необхідний мінімум живильних речовин
	I	II	
Жир	1	3	6
Білок	3	1	9
Вуглевод	1	8	8
Вартість 1 кг корму, грн	80	10	

Варіант №6

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} 4X + 8Y - 3Z &= -40 \\ 7X + 7Y - 4Z &= -45 \\ -9X - 2Y - 9Z &= 136 \end{aligned}$$

Задача 2

Потрібно скласти суміш, що містить три хімічних речовини А, В, С. Відомо, що складена суміш повинна містити речовини А не менш 6 од., речовини В не менш 8 од., речовини С не менш 12 од. Речовини А, В, С утримуються в трьох видах продуктів - I, II, III, у концентрації, зазначеної в таблиці. Скласти математичну модель, що відповідає мінімальній вартості суміші.

Таблиця

Хімічні речовини	Продукти			Необхідний мінімум хімічних речовин
	I	II	III	
А	2	1	3	6
В	1	2	1,5	8
С	3	4	2	12
Ціна 1 од. продукту, \$	2	3	2,5	

Варіант 7

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned}5X + 9Y - 6Z &= -57 \\-5X + 9Y - 5Z &= -116 \\3X - 10Y - 10Z &= 98\end{aligned}$$

Задача 2

Сільськогосподарське підприємство купує три різних види зерна й виготовлює з них різні види сумішей. Кожний вид зерна містить чотири інгредієнти. Відповідні дані наведені в таблиці. Скласти математичну модель, що відповідає мінімальній вартості суміші.

Інгредієнти	Види зерна, кг			Необхідний мінімум інгредієнта, кг
	I	II	III	
A	2	3	7	1250
B	1	1	0	250
C	5	3	0	900
D	0,6	0,25	1	232,5
Ціна 1 кг зерна, грн	41	35	96	

Варіант 8

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned}-10X + 5Y - 5Z &= -45 \\-10X - 5Y - 8Z &= -22 \\-6X + 9Y - 4Z &= -38\end{aligned}$$

Задача 2

Меблева фабрика випускає столи, стільці, бюро та книжні шафи. При виготовленні цих товарів використовують два різних типа дощок, причому фабрика має в належності 1500 м дощок I типу і 1000 м дощок II типу. Крім того, задано об'єм трудових ресурсів у кількості 800 чоловік. В таблиці наведено нормативи

витрат кожного з видів ресурсів на виготовлення одиниці кожного виробу, а також прибуток, що буде отриманий.

Таблиця

Ресурси	Витрати на одну одиницю виробу			
	Столи	Стільці	Бюро	Книжні шафи
Дошки I типу, м	5	1	9	12
Дошки II типу, м	2	3	4	1
Трудові ресурси, чол.	3	2	5	10
Прибуток, грн./шт.	12	5	15	10

Визначити кількість продукції кожного типу, що буде випущено, при умові, що прибуток фабрики буде максимальний.

Варіант 9

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$-X + 2Y + 5Z = -59$$

$$-4X - 6Y + 6Z = -70$$

$$-3X - 4Y + 5Z = -58$$

Задача 2

Кондитерська фабрика для виробу трьох видів карамелі А, В і С використовує три виду основної сировини: цукор, патоку і фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1 т карамелі даного виду, загальна кількість сировини кожного виду, а також прибуток від реалізації 1 т карамелі даного виду наведено в таблиці.

Таблиця

Вид сировини	Норми витрат сировини, т на 1 т карамелі			Загальна кількість сировини, т
	А	В	С	
Цукор	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,4	0,4	0,3	600

Фруктове пюре	0	0,1	0,1	120
Прибуток від реалізації 1 т карамелі, грн.	4500	5800	7300	

Знайти план виробництва карамелі, що забезпечить максимальний прибуток від її реалізації.

Варіант 10

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} -3X - 6Y - 5Z &= 40 \\ 3X + 5Y + 8Z &= -57 \\ -9X + 3Y - 9Z &= 132 \end{aligned}$$

Задача 2

На трьох типах технологічного устаткування підприємство може виробляти п'ять видів виробів, для кожного з яких задано мінімально необхідна кількість їхнього випуску. Витрати часу на одиницю продукції, фонд часу по групах устаткування, а також прибуток від випуску одного виробу наведено у таблиці.

Таблиця

Тип устаткування	Витрати часу на виробництво одного виробу, год./вир.					Фонд часу, год.
	1 вид	2 вид	3 вид	4 вид	5 вид	
1 тип	4	3	5	1	4	2000
2 тип	2	1	3	6	2	2500
3 тип	4	3	6	2	1	1800
Мінімальний план випуску виробів, шт.	800	1200	400	950	1000	
Прибуток від одиниці продукції, грн.	7	6	4	3	5	

Визначити план випуску продукції, що забезпечує максимум прибутку.

Варіант 11

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$-8X + 2Y + 4Z = 78$$

$$7X + 9Y - 4Z = -59$$

$$-5X + 9Y + 9Z = 76$$

Задача 2

У місті можливо будівництво трьох типів будинків, кожен з яких характеризується визначеною кількістю однокімнатних, двокімнатних, трьохкімнатних і чотирьохкімнатних квартир, а також різною собівартістю їхнього будівництва. Відповідна інформація наведена у таблиці. У ній також вказано потрібну кількість квартир кожного виду.

Таблиця

Вид квартир	Кількість квартир в одному будинку, шт.			Потрібна кількість квартир, шт.
	1 тип будинку	2 тип будинку	3 тип будинку	
Однокімнатні	10	56	15	2000
Двокімнатні	30	20	60	900
Трьохкімнатні	60	34	0	1800
Чотирьохкімнатні	20	10	5	700
Собівартість одного будинку, млн. грн.	8,3	8,35	4,5	

Скласти план будівництва житлових будинків, що забезпечують мінімальну собівартість всієї забудови.

Варіант 12

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} X - 10Y - 10Z &= 24 \\ 3X + Y - 5Z &= -57 \\ -7X + 7Y + 7Z &= 21 \end{aligned}$$

Задача 2

Процес виготовлення шкіряних брюк, курток і пальто передбачає проходження виробів через дубильний, розкрійний і пошивний цехи. Фонд часу роботи кожного з них складає відповідно 1340, 1280, 1520 годин. Норми часу обробки виробів в кожному з цехів, а також прибуток, що буде отриманий підприємством від випуску одиниці продукції, наведені в таблиці.

Таблиця

Цехи	Норми витрат часу на одиницю продукції		
	брюки	куртка	пальто
Дубильний	0,6	0,7	0,8
Розкрійний	0,7	0,5	0,9
Пошивний	0,8	0,7	0,9
Прибуток від одиниці продукції	130	250	270

Варіант 13

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} -2X + 7Y + 8Z &= -119 \\ -9X + Y + 7Z &= 126 \\ 4X + 6Y - 2Z &= -104 \end{aligned}$$

Задача 2

У пекарні для випічки чотирьох видів хліба використовується мука двох сортів, маргарин і яйця. Обладнання, виробничі площини і поставки продуктів такі, що за добу можна переробити не більш ніж 250 кг муки 1 сорту, 200 кг муки

2 сорту, 50 кг маргарину, 1380 шт. яєць. В таблиці наведені норми витрат продуктів, а також прибуток від продажу одного кілограму хлібу кожного виду.

Таблиця

Найменування продукту	Норми витрат на 1 кг хлібу (за видами)			
	1	2	3	4
Мука 1, кг	0,5	0,5	0	0
Мука 2, кг	0	0	0,5	0,5
Маргарин, кг	0,125	0	0	0,125
Яйце, шт.	2	1	1	1
Прибуток, коп./кг	14	12	5	6

Визначити добовий план випічки хліба, з метою максимізації прибутку.

Варіант 14

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} 3X - 10Y - Z &= 4 \\ -9X + 2Y - 2Z &= -60 \\ -7X + 5Y + 4Z &= -21 \end{aligned}$$

Задача 2

При виробництві чотирьох видів кабелю виконується п'ять груп технологічних операцій. Норми витрат на 1 км кабелю даного виду на кожній з груп операцій, прибуток від реалізації 1 км кожного виду кабелю, а також загальний фонд робочого часу, протягом якого можуть виконуватися ці операції, що вказані у таблиці.

Таблиця

Технологічні операції	Норми витрат часу (год.) на обробку 1 км кабелю виду				Загальний фонд робочого часу, год.
	1	2	3	4	
Волочіння	1,2	1,8	1,6	2,4	7200
Накладення ізоляції	1	0,4	0,8	0,7	5600

Скручення елементів у кабель	6,4	5,6	6	8	11176
Освінцювання	3	0	1,8	2,4	3600
Випробування і контроль	2,1	1,5	0,8	3	4200
Прибуток від реалізації 1 км кабелю, грн.	1200	800	1000	1300	

Варіант 15

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$-4X + Y + 8Z = -68$$

$$-7X - 6Y - 2Z = 55$$

$$X + 3Y + 5Z = -58$$

Задача 2

Завод виготовляє корпуси для пральних машин та комплектує їх обладнанням. У таблиці вказані норми трудовитрат, витрат матеріалів, обмеження цих ресурсів і прибуток від реалізації корпусів пральних машин кожної з п'яти марок.

Таблиця

Найменування ресурсу	Марка корпусу					Обсяг ресурсу
	1	2	3	4	5	
Трудовитрати, люд.-год.	2	3	5	4	4	9000
Метал, м ²	2	2	4	5	0	8500
Пластик, м ²	1	3	2	0	4	4000
Краска, кг	1	2	3	3	2	5000
Прибуток, грн.	40	70	120	120	50	

Знайти місячний план випуску корпусів

пральних машин з метою отримання максимального прибутку.

Варіант 16

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$-10X + 5Y - 5Z = -45$$

$$-10X - 5Y - 8Z = -22$$

$$-6X + 9Y - 4Z = -38$$

Задача 2

Меблева фабрика випускає столи, стільці, бюро та книжні шафи. При виготовленні цих товарів використовують два різних типа дошок, причому фабрика

має в належності 1500 м дошок I типу і 1000 м дошок II типу. Крім того, задано об'єм трудових ресурсів у кількості 800 чоловік. В таблиці наведено нормативи витрат кожного з видів ресурсів на виготовлення одиниці кожного виробу, а також прибуток, що буде отриманий.

Таблиця

Ресурси	Витрати на одну одиницю виробу			
	Столи	Стільці	Бюро	Книжні шафи
Дошки I типу, м	5	1	9	12
Дошки II типу, м	2	3	4	1
Трудові ресурси, чол.	3	2	5	10
Прибуток, грн./шт.	12	5	15	10

Визначити кількість продукції кожного типу, що буде випущено, при умові, що прибуток фабрики буде максимальний.

Варіант 17

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} -X + 2Y + 5Z &= -59 \\ -4X - 6Y + 6Z &= -70 \\ -3X - 4Y + 5Z &= -58 \end{aligned}$$

Задача 2

Кондитерська фабрика для виробу трьох видів карамелі А, В і С використовує три виду основної сировини: цукор, патоку і фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1 т карамелі даного виду, загальна кількість сировини кожного виду, а також прибуток від реалізації 1 т карамелі даного виду наведено в таблиці.

Таблиця

Вид сировини	Норми витрат сировини, т на 1 т карамелі			Загальна кількість сировини, т
	A	B	C	
Цукор	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,4	0,4	0,3	600
Фруктове пюре	0	0,1	0,1	120
Прибуток від реалізації 1 т карамелі, грн.	4500	5800	7300	

Знайти план виробництва карамелі, що забезпечить максимальний прибуток від її реалізації.

Варіант 18

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} -3X - 6Y - 5Z &= 40 \\ 3X + 5Y + 8Z &= -57 \\ -9X + 3Y - 9Z &= 132 \end{aligned}$$

Задача 2

На трьох типах технологічного устаткування підприємство може виробляти п'ять видів виробів, для кожного з яких задано мінімально необхідна кількість їхнього випуску. Витрати часу на одиницю продукції, фонд часу по групах устаткування, а також прибуток від випуску одного виробу наведено у таблиці.

Таблиця

Тип устаткування	Витрати часу на виробництво одного	Фонд
------------------	------------------------------------	------

	виробу, год./вир.					часу, год.
	1 вид	2 вид	3 вид	4 вид	5 вид	
1 тип	4	3	5	1	4	2000
2 тип	2	1	3	6	2	2500
3 тип	4	3	6	2	1	1800
Мінімальний план випуску виробів, шт.	800	1200	400	950	1000	
Прибуток від одиниці продукції, грн.	7	6	4	3	5	

Визначити план випуску продукції, що забезпечує максимум прибутку.

Варіант 19

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} -8X + 2Y + 4Z &= 78 \\ 7X + 9Y - 4Z &= -59 \\ -5X + 9Y + 9Z &= 76 \end{aligned}$$

Задача 2

У місті можливо будівництво трьох типів будинків, кожен з яких характеризується визначеною кількістю однокімнатних, двокімнатних, трьохкімнатних і чотирьохкімнатних квартир, а також різною собівартістю їхнього будівництва. Відповідна інформація наведена у таблиці. У ній також вказано потрібну кількість квартир кожного виду.

Таблиця

Вид квартир	Кількість квартир в одному будинку, шт.			Потрібна кількість
	1 тип	2 тип	3 тип	

	будинку	будинку	будинку	квартир, шт.
Однокімнатні	10	56	15	2000
Двокімнатні	30	20	60	900
Трьохкімнатні	60	34	0	1800
Чотирьохкімнатні	20	10	5	700
Собівартість одного будинку, млн. грн.	8,3	8,35	4,5	

Скласти план будівництва житлових будинків, що забезпечують мінімальну собівартість всієї забудови.

Варіант 20

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned} X - 10Y - 10Z &= 24 \\ 3X + Y - 5Z &= -57 \\ -7X + 7Y + 7Z &= 21 \end{aligned}$$

Задача 2

Процес виготовлення шкіряних брюк, курток і пальто передбачає проходження виробів через дубильний, розкрійний і пошивний цехи. Фонд часу роботи кожного з них складає відповідно 1340, 1280, 1520 годин. Норми часу обробки виробів в кожному з цехів, а також прибуток, що буде отриманий підприємством від випуску одиниці продукції, наведені в таблиці.

Таблиця

Цехи	Норми витрат часу на одиницю продукції		
	брюки	куртка	пальто
Дубильний	0,6	0,7	0,8
Розкрійний	0,7	0,5	0,9
Пошивний	0,8	0,7	0,9
Прибуток від одиниці продукції	130	250	270

Варіант 21

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$-2X + 7Y + 8Z = -119$$

$$-9X + Y + 7Z = 126$$

$$4X + 6Y - 2Z = -104$$

Задача 2

У пекарні для випічки чотирьох видів хліба використовується мука двох сортів, маргарин і яйця. Обладнання, виробничі площини і поставки продуктів такі, що за добу можна переробити не більш ніж 250 кг муки 1 сорту, 200 кг муки 2 сорту, 50 кг маргарину, 1380 шт. яєць. В таблиці наведені норми витрат продуктів, а також прибуток від продажу одного кілограму хлібу кожного виду.

Таблиця

Найменування продукту	Норми витрат на 1 кг хлібу (за видами)			
	1	2	3	4
Мука 1, кг	0,5	0,5	0	0
Мука 2, кг	0	0	0,5	0,5
Маргарин, кг	0,125	0	0	0,125
Яйце, шт.	2	1	1	1
Прибуток, коп./кг	14	12	5	6

Визначити добовий план випічки хліба, з метою максимізації прибутку.

Варіант 22

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$3X - 10Y - Z = 4$$

$$-9X + 2Y - 2Z = -60$$

$$-7X + 5Y + 4Z = -21$$

Задача 2

При виробництві чотирьох видів кабелю виконується п'ять груп технологічних операцій. Норми витрат на 1 км кабелю даного виду на кожній з груп операцій, прибуток від реалізації 1 км кожного виду кабелю, а також

загальний фонд робочого часу, протягом якого можуть виконуватися ці операції, що вказані у таблиці.

Таблиця

Технологічні операції	Норми витрат часу (год.) на обробку 1 км кабелю виду				Загальний фонд робочого часу, год.
	1	2	3	4	
Волочіння	1,2	1,8	1,6	2,4	7200
Накладення ізоляції	1	0,4	0,8	0,7	5600
Скручення елементів у кабель	6,4	5,6	6	8	11176
Освінцювання	3	0	1,8	2,4	3600
Випробування і контроль	2,1	1,5	0,8	3	4200
Прибуток від реалізації 1 км кабелю, грн.	1200	800	1000	1300	

Варіант 23

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$-4X + Y + 8Z = -68$$

$$-7X - 6Y - 2Z = 55$$

$$X + 3Y + 5Z = -58$$

Задача 2

Завод виготовляє корпуси для пральних машин та комплектує їх обладнанням. У таблиці вказані норми трудовитрат, витрат матеріалів, обмеження цих ресурсів і прибуток від реалізації корпусів пральних машин кожної з п'яти марок.

Таблиця

Найменування ресурсу	Марка корпусу					Обсяг ресурсу
	1	2	3	4	5	
Трудовитрати, люд.-год.	2	3	5	4	4	9000
Метал, м ²	2	2	4	5	0	8500
Пластик, м ²	1	3	2	0	4	4000
Краска, кг	1	2	3	3	2	5000
Прибуток, грн.	40	70	120	120	50	

Знайти місячний план випуску корпусів пральних машин з метою отримання максимального прибутку.

Варіант 24

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$4X + 8Y - 3Z = -40$$

$$7X + 7Y - 4Z = -45$$

$$-9X - 2Y - 9Z = 136$$

Задача 2

Потрібно скласти суміш, що містить три хімічних речовини А, В, С. Відомо, що складена суміш повинна містити речовини А не менш 6 од., речовини В не менш 8 од., речовини С не менш 12 од. Речовини А, В, С утримуються в трьох видах продуктів - І, ІІ, ІІІ, у концентрації, зазначеної в таблиці. Скласти математичну модель, що відповідає мінімальній вартості суміші.

Таблиця

Хімічні речовини	Продукти			Необхідний мінімум хімічних речовин
	І	ІІ	ІІІ	
А	2	1	3	6
В	1	2	1,5	8
С	3	4	2	12
Ціна 1 од. продукту, \$	2	3	2,5	

Варіант 25

Задача 1

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{aligned}5X + 9Y - 6Z &= -57 \\-5X + 9Y - 5Z &= -116 \\3X - 10Y - 10Z &= 98\end{aligned}$$

Задача 2

Сільськогосподарське підприємство купує три різних види зерна й виготовлює з них різні види сумішей. Кожний вид зерна містить чотири інгредієнти. Відповідні дані наведені в таблиці. Скласти математичну модель, що відповідає мінімальній вартості суміші.

Таблиця

Інгредієнти	Види зерна, кг			Необхідний мінімум інгредієнта, кг
	I	II	III	
A	2	3	7	1250
B	1	1	0	250
C	5	3	0	900
D	0,6	0,25	1	232,5
Ціна 1 кг зерна, грн	41	35	96	

Контрольні питання

1. Перелічить основні типи задач економічного планування.
2. Які загальні властивості притаманні оптимізаційним моделям задач економічного планування?
3. За якими критеріями вирішуються задачі економічного планування?
4. Для чого формується шаблон рішення задач економічного планування?
5. За допомогою якого інструменту Microsoft Excel можна вирішити задачі економічного планування?
6. Які дії необхідно виконати для активації надбудови «Поиск решения»?
7. Які властивості мусить мати шаблон задач планування економічних процесів?

8. Яку послання мусить мати цільова чарунка осередок у надбудові «Поиск решения»?
9. Які типи обмежень реалізує надбудова «Поиск решения»?
10. Що означають змінювані осередки у надбудові «Поиск решения»?
11. Яким позиціям у надбудові «Поиск решения» може дорівнювати цільова чарунка?

Практичне заняття № 2

Тема. Пошук оптимального плану виробництва.

Мета. Навчитись здійснювати оптимізацію перевезень на основі транспортної задачі в додатку Microsoft Excel.

2. Короткі теоретичні відомості

Для реалізації оптимізаційних задач планування економічних процесів в Microsoft Excel існує надбудова «Поиск решения».

«Поиск решения» доставляє не заздалегідь відомий конкретний результат для цільової функції, а відшукує оптимальне (мінімальне або максимальне) з можливих рішення. Для складних задач «Поиск решения» може генерувати множину різних рішень. Шаблон задач планування економічних процесів, для рішення яких можна скористатися надбудовою, повинен мати ряд загальних властивостей:

1. Існує єдина цільова чарунка, що містить формулу.
2. Формула в цільовій чарунці містить посилання (прямі або непрямі) на ряд змінюваних чарунок.

Може бути задана деяка кількість обмежень.

Для звертання до надбудови «Поиск решения» у Microsoft Word 2003 використовується команда меню *Сервис*. Але може бути так, що команда *Поиск решения* в цьому меню відсутня. Тоді необхідно виконати наступну команду:

Сервис / Надстройки, навпроти *Поиск решения* поставити галочку, натиснути *Ok*.

Для звертання до надбудови «Поиск решения» у Microsoft Word 2007-2010-2013 використовується команда:

Кнопка «Office» - Параметры Excel – Надстройки – Управление: Надстройки Excel – Перейти, навпроти *Поиск решения* поставити галочку, натиснути *Ok*.

Команда меню Пошук рішення Microsoft Excel дає змогу розв'язувати системи рівнянь, задачі лінійної оптимізації.

Щоб скористатися даним сервісом Microsoft Excel слід спочатку підготувати дані на листі робочої таблиці:

1. Зарезервувати для кожної змінної чарунку електронної таблиці.
2. Ввести в вигляді формули цільову функцію (для задачі лінійної оптимізації), підставляючи адреси чарунок у позиції змінних.
3. Ввести в вигляді формул ліві частини рівнянь, підставляючи адреси чарунок у позиції змінних.

Далі можна починати розв'язання задачі. Для цього слід подати команду меню Пошук рішення. У вікні діалогу команди слід визначити:

1. адресу чарунки, у якій міститься цільова функція, якщо розв'язується задача лінійної оптимізації, при розв'язанні системи рівнянь поле повинно бути порожнім, а також визначити якого значення повинна досягти цільова функція – мінімального, максимального або певного;
 2. адреси чарунок, що змінюються, ці чарунки, які було зарезервовано для змінних;
 3. в області Ограничення додати обмеження, що визначають яке значення повинно прийняти кожне рівняння;
4. натиснути на кнопку **Выполнить**.

Транспортна задача (задача Монжа — Канторовича) — задача про оптимальний план перевезення продукту (-тів) із пунктів відправлення до пунктів споживання. Розробка і використання оптимальних схем вантажних потоків дозволяють знизити витрати на перевезення. ТЗ по теорії складності обчислень є NP-складною або входить в клас складності NP. Коли сумарний обсяг пропозицій (вантажів, наявних в пунктах відправки) не дорівнює загальному обсягу попиту на товари (вантажі), які потрібні пунктам споживання, то транспортна задача називається незбалансованою.

Є три постачальники та чотири споживачі. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю постачань (таблиця1).

Таблиця 1 – Таблиця постачань

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит			
		1	2	3	4
		20	110	40	110
1	60	1	2	5	3
2	120	1	6	5	2
3	100	6	3	7	4

У лівому верхньому куті довільної (i,j) клітки є коефіцієнт витрат – витрати на перевезення одиниці вантажу від i -го постачальника до j -го споживача.

Задача формулюється в такий спосіб: знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник - споживач» так, щоб потужності всіх постачальників були реалізовані, попити всіх споживачів були задоволені, сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Позначимо через x_{ij} обсяг перевезення від i -го постачальника до j -го споживача. Задані потужності постачальників і попити споживачів накладають обмеження на значення невідомих x_{ij} . Щоб потужність кожного з постачальників була реалізована, необхідно скласти рівняння балансу для кожного рядка таблиці постачань:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 60, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 120, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 100. \end{cases}$$

Аналогічно, щоб попит кожного зі споживачів був задоволений, подібні рівняння балансу складаються для кожного стовпця таблиці поставок:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 20, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 110, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 110. \end{cases}$$

Очевидно, що обсяг перевезеного вантажу не може бути негативним, тому варто ввести обмеження не заперечності змінних:

$x_{ij} \geq 0$.

Сумарні витрати F на перевезення виражаються через коефіцієнти витрат у такий спосіб:

$$F = 1x_{11} + 2x_{12} + 5x_{13} + 3x_{14} + 1x_{21} + 6x_{22} + 5x_{23} + 2x_{24} + 6x_{31} + 3x_{32} + 7x_{33} + 4x_{34} .$$

Перейдемо тепер до постановки задачі для надбудови «Поиск решения» середовищі MS Excel .

Прокоментуємо рішення задачі оптимізації транспортних витрат.

Представимо дані для рішення задачі в матричній формі. Формується матриця 3:4. Шаблон подання даних для реалізації задачі представлений на рис.22.1

	A	B	C	D	E	F
1		коефіцієнти затрат				Мощности поставщиков
2		1	2	5	3	60
3		1	6	5	2	120
4		6	3	7	4	100
5	Потребители и их спрос	20	110	40	110	=СУММ(F2:F4)
6						ограничения
7	Матрица решений	19,9999996666667	10,0000001666667	30,0000001666667		=СУММ(B7:E7)
8		0	1,6666666573640E-9	9,9999998333333	110	=СУММ(B8:E8)
9		3,33333328050855E-07	99,9999996666667	0		=СУММ(B9:E9)
10	ограничения	=СУММ(B7:B9)	=СУММ(C7:C9)	=СУММ(D7:D9)	=СУММ(E7:E9)	
11	Целевая функция	=СУММПРОИЗВ(B2:E4:B7:E9)				

Рисунок. 22.1 - Шаблон з вхідними даними для рішення задачі оптимізації транспортних витрат

Уводимо в діапазон B2:E4 коефіцієнти витрат на перевезення, у діапазон B5:E5 уводимо потреби у вантажах, у діапазон F2:F4 уводимо потужності постачальників.

У чарунку F5 для перевірки типу транспортної задачі уводимо формулу:

$$=СУММ(F2:F4)$$

Якщо задача закрита, то сума потужностей постачальників дорівнює сумі попиту споживачів. Якщо балансу не дотримується, то необхідно додати фіктивного постачальника або споживача, як коефіцієнти витрат у доданому стовпці або рядка вводиться значення - 0.

Для формування шаблону рішення задачі необхідно ввести наступні розрахункові формули.

Уводимо у чарунку B10 формулу =СУММ(B7:B9), у чарунки C10:E10 копіюємо дану формулу методом протягання (у такий спосіб сформоване обмеження з попиту споживачів).

Уводимо у чарунку F7 формулу =СУММ(B7:E7), у чарунки F8:F9 копіюємо дану формулу методом протягання (у такий спосіб сформоване обмеження по потужностям постачальників).

Уводимо у чарунку B11 формулу для розрахунку значення цільової функції:
=СУММПРОИЗВ(B2:E4;B7:E9)

Далі звертаємося до надбудови «Поиск решения». Заповнюємо вікно діалогу як показано на рис. 22.2

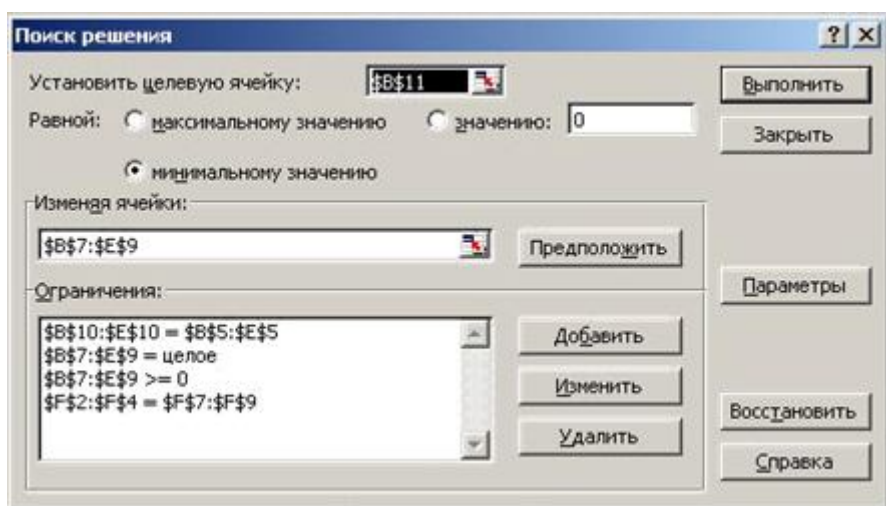


Рисунок. 22.2 - Вікно діалогу «Поиск решения»

Установлюємо цільову чарунку \$B\$11, що дорівнює мініимальному значенню. Змінюючи чарунки \$B\$7:\$E\$9. Далі уводимо обмеження, за допомогою кнопки *Добавить*.

1. Обмеження з попиту:

Посилання на чарунку: = $B_{10}:E_{10}$, *вид обмеження:* =, *Обмеження* $B_{5}:E_{5}$. *Добавить*.

2. Обмеження на цілісність змінних:

Посилання на чарунку: = $B_{7}:E_{9}$, *вид обмеження:* = цілий. *Добавить*.

3. Обмеження на не заперечність змінних:

Посилання на чарунку: = $B_{7}:E_{7}$, *вид обмеження:* \geq , *Обмеження* 0. *Добавить*.

4. Обмеження по потужностях постачальників:

Посилання на чарунку: $=\$F\$2:\$F\4 , вид обмеження: \geq , Обмеження $\$F\$7:\$F\9 . ОК.

Оптимальне рішення отримано після натискання по кнопці *Выполнить*.

3. Порядок виконання роботи

Завдання 1.

Відповідно до обраних варіантів транспортної таблиці, здійснити її розв'язок за допомогою Microsoft Excel.

1. Побудова табличної моделі транспортної задачі у середовищі MS Excel.
2. Побудова математичної моделі транспортної задачі. (визначення типу моделі транспортної задачі)
3. Розв'язання транспортної задачі за допомогою інструменту *Анализ даних (Поиск решений)* табличного процесора MS Excel

Індивідуальні завдання для лабораторної роботи №2

Варіант №1

Є чотири постачальники й чотири споживачі. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит			
		1	2	3	4
		100	250	50	110
1	200	5	8	9	1
2	190	3	7	9	2
3	100	5	8	3	9
4	80	6	7	9	4

Варіант №2

Є чотири постачальники й п'ять споживачів. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит				
		1	2	3	4	5
		15	25	8	12	10
1	25	2	4	3	5	1
2	18	3	5	7	6	2
3	12	1	8	4	5	1
4	20	4	3	2	8	1

Варіант 3

Є п'ять постачальників і п'ять споживачів. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит				
		1	2	3	4	5
		80	30	80	110	10
1	40	2	4	3	5	1
2	85	3	5	7	6	2
3	120	1	8	4	5	1
4	15	4	3	2	8	1
5	10	5	1	2	1	8

Варіант №4

Є п'ять постачальників і п'ять споживачів. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит				
		1	2	3	4	5
		10	30	80	110	10
1	40	2	4	3	5	1
2	85	3	5	7	6	2
3	120	1	8	4	5	1
4	15	4	3	2	8	1
5	100	5	1	2	1	8

Варіант 5

Є чотири постачальники й чотири споживачі. Потужність постачальників і попит споживачів, а також витрати на перевезення одиниці вантажу для кожної пари «постачальник - споживач» зведені в таблицю поставок. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник - споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Потужності постачальників	Споживачі і їхній попит			
		1	2	3	4
		30	20	60	70
1	20	1	1	4	5
2	30	5	2	10	3

3	50	3	2	1	4
4	20	6	4	2	6

Варіант №6

Чотири склади забезпечують товаром три магазини. В таблиці приведені транспортні витрати на доставку одиниці товару від кожного складу до кожного магазину. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «склад-магазин» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Склади	Магазини			Пропозиція
	1	2	3	
1	4	3	5	200
2	2	4	1	250
3	3	4	1	430
4	4	2	5	200
Попит	150	180	100	

Варіант 7

В таблиці наведено транспортні витрати на доставку одиниці товару споживачам. Необхідно знайти обсяги перевезень для кожної пари «постачальник - споживач» так, щоб сумарні витрати на перевезення були б мінімальні.

Таблиця

Постачальники	Споживачі			Пропозиція
	1	2	3	
Попит	15	20	30	
1	4	3	5	20
2	2	4	1	25
3	3	4	1	40

4	4	2	5	20
---	---	---	---	----

Варіант 8

Чотири видавництва використовують папір для журналів, що є на трьох оптових базах. Добова потреба кожного видавництва у папері (т), запаси паперу на базах, а також ціни на перевезення однієї тони паперу з i -ї бази j -му видавництву надані у таблиці.

Таблиця

Запаси паперу на базах, т	Потреба у папері, т			
	400	300	100	100
400	2	8	2	1
400	1	4	6	3
100	1	5	9	2

Побудувати модель доставки паперу видавництву, при якій загальні витрати на доставку будуть мінімальними.

Варіант 9

У місті є мережа з 5 АЗС, бензин для яких поставляють три заводи. Відомі питомі витрати на перевезення бензину від кожного заводу кожній АЗС (грн./т). Запаси постачальників обмежені. Також відомі потреби кожної АЗС.

Таблиця

Запаси бензину на НПЗ, т	Об'єми попиту на бензин АЗС, т			
	50	30	40	50
	Вартість перевезення 1 т бензину, грн.			
70	8	4	6	9

60	6	5	4	8
40	4	9	7	7

Необхідно визначити такий план перевезення бензину від заводу до АЗС, при якому загальні витрати на перевезення будуть мінімальними.

Варіант 10

З трьох складів необхідно доставити муку до чотирьох торговельних точок. Вартість перевезення 1 т муки, резерви постачальників, а також потреби торговельних підприємств надані в таблиці.

Таблиця

Резерви постачальників, т	Потреби торговельних підприємств, т			
	50	30	40	50
	Вартість перевезення 1 т вантажу, грн./т			
70	3	4	2	1
60	1	5	4	3
40	4	1	1	2

Скласти такий план перевезення муки від постачальників до споживачів, щоб сумарні витрати на перевезення були мінімальними.

Варіант 11

П'ять будівничих об'єктів використовують пісок, що добувається на трьох об'єктах. Відстань від кар'єрів до споживачів (у кілометрах) надані у таблиці.

Таблиця

Резерви кар'єрів, т	Потреба будівельних об'єктів, т				
	300	200	400	600	300
	Відстань від кар'єрів до будівельних об'єктів, км				
500	2	4	3	8	1
400	5	6	4	7	2
900	1	3	5	4	7

Скласти такий план перевезень піску від кар'єрів до будівельних об'єктів, при якому відстань між перевезеннями була би мінімальною.

Варіант 12

М'ясокомбінат має чотири цеха, в кожному з яких може виготовлюватися чотири види ковбасних виробів. Враховуючи необхідність поглиблення спеціалізації у цехах, було вирішено зосередити випуск в кожному цеху тільки по одному виду ковбасних виробів. Собівартість виробництва кожного з ковбасних виробів (тис. грн.) в кожному цеху різна і задана в наступній таблиці.

Таблиця

Ковбасні вироби	Цеха			
	1	2	3	4
1	20	30	40	30
2	40	50	30	45
3	60	70	65	75
4	70	80	75	90

Знайти такий розподіл виробництва виробів між філіалами, щоб загальна вартість виробів була мінімальною.

Варіант 13

Чотири хлібозаводи споживають в місяць 275, 175, 220 та 290 т муки, яку поставляють їм три елеватори відповідно дорівнюють 380, 340 і 300 т.

Таблиця

Елеватори	Вартість перевезення 1 т муки від елеваторів до хлібозаводів, грн.			
	1	2	3	4
1	2,5	3,6	3,8	2,1
2	0,9	1,5	1,3	0,6

3	0,7	0,4	0,6	1,2
---	-----	-----	-----	-----

За приведеними даними побудувати модель визначення об'єму поставок від елеваторів до хлібо заводів, щоб сумарні витрати на перевезення були мінімальні.

Варіант 14

Цегла, що виробляється на п'яти цегельних заводах поступає на шість будівельних об'єктів. Виробництво цегли, потреба в цеглі, а також вартість перевезення цегли з кожного заводу до кожного будівельного об'єкту наведені в таблиці.

Таблиця

Цегельний завод	Ціна перевезення 1 тис. шт. цегли до об'єкту, що будується						Обсяг виробництва цегли, тис. шт.
	1	2	3	4	5	6	
1	8	7	5	10	13	12	360
2	13	8	10	7	11	6	180
3	12	4	11	9	14	10	120
4	14	6	12	13	13	7	150
5	9	12	14	15	8	8	240
Потреба у цеглі, тис. шт.	230	220	130	170	190	110	

Скласти план перевезення, згідно якого забезпечуються потреби у цеглі на кожному будівельному об'єкті при мінімальній загальній вартості перевезення.

Варіант 15

На трьох залізничних станціях є відповідно 120, 110 і 130 завантажених вагонів. Ці вагони необхідно перегнати на п'ять залізничних станцій у кількості

80, 60, 70, 100 і 50. Тарифи на перегон одного вагону (тис. грн.) наведено у таблиці.

Таблиця

Станція-відправник вагонів	Станція-отримувач вагонів				
	1	2	3	4	5
1	2	4	1	6	7
2	3	3	5	4	2
3	8	9	6	3	4

Скласти такий план перегону вагонів, щоб загальна вартість була мінімальною.

Варіант 16

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	6	3	6	8	2	10	140
A_2	8	1	2	3	7	6	100
A_3	9	4	4	4	4	7	110
A_4	2	8	5	8	1	6	150
Заявки	120	60	40	90	100	90	500

Варіант 17

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	8	3	5	8	2	10	110
A_2	6	1	2	7	5	6	80
A_3	7	4	4	1	4	8	100
A_4	2	2	5	1	3	4	110
Заявки	100	40	30	80	60	90	400

Варіант 18

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	3	5	6	8	2	9	120
A_2	7	1	2	3	5	6	90
A_3	8	5	4	5	4	8	100
A_4	2	8	5	1	3	6	140
Заявки	100	50	30	80	100	90	450

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	2	3	6	8	2	10	120
A_2	8	1	2	3	5	6	90
A_3	7	4	4	1	4	8	110
A_4	2	8	5	1	3	6	110
Заявки	100	20	30	80	110	90	430

Варіант 20

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	6	3	6	8	2	10	140
A_2	8	1	2	3	7	6	100
A_3	9	4	4	4	4	7	110
A_4	2	8	5	8	1	6	150
Заявки	120	60	40	90	100	90	500

Варіант 21

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	8	3	5	8	2	10	110
A_2	6	1	2	7	5	6	80
A_3	7	4	4	1	4	8	100
A_4	2	2	5	1	3	4	110
Заявки	100	40	30	80	60	90	400

Варіант 22

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	3	5	6	8	2	9	120
A_2	7	1	2	3	5	6	90
A_3	8	5	4	5	4	8	100
A_4	2	8	5	1	3	6	140
Заявки	100	50	30	80	100	90	450

Варіант 23

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	5	3	6	8	2	10	110
A_2	8	9	2	7	5	6	80
A_3	7	4	3	5	4	8	100
A_4	3	8	5	1	3	6	130
Заявки	100	50	30	60	100	80	420

Варіант 24

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	3	3	6	8	2	10	130
A_2	8	1	3	3	5	6	50
A_3	9	5	4	1	4	8	100
A_4	3	8	5	2	3	6	130
Заявки	100	50	50	60	100	50	410

Варіант 25

ПО	ПН						Запаси
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	
A_1	2	3	6	8	2	10	120
A_2	8	1	2	3	5	6	90
A_3	7	4	4	1	4	8	110
A_4	2	8	5	1	3	6	110
Заявки	100	20	30	80	110	90	430

Контрольні питання

1. Яка постановка стандартної транспортної задачі?
2. Запишіть математичну модель транспортної задачі.
3. Перерахуйте вхідні та шукані параметри моделі транспортної задачі.
4. Яка сутність кожного з етапів побудови моделі транспортної задачі?
5. Розкрийте поняття збалансованості транспортної задачі.
6. Сутність поняття “модель”, “економіко-математична модель”. Особливості математичної моделі.
7. Сутність методології математичного моделювання. Узагальнена схема математичного моделювання економічних процесів.
8. Охарактеризуйте основні етапи економіко-математичного моделювання.
9. Постановка задачі економіко-математичного моделювання. Сутність понять: «параметри», «змінні», «цільова функція», «система обмежень», «оптимальний план».
10. Економічна постановка та математична модель задачі лінійного програмування (на прикладі задачі визначення оптимального плану виробництва). Навести відповідні формули.
11. Загальна постановка задачі лінійного програмування. Приклади економічних задач лінійного програмування. Навести відповідні формули.
12. Форми запису задачі лінійного програмування, охарактеризувати їх. Навести відповідні формули.

Практична робота № 3 Багатофакторні лінійні економетричні моделі

1. Мета роботи: Набуття практичних навичок побудови економетричної моделі у вигляді багатофакторної класичної лінійної регресії, її верифікації і практичного використання в економічних дослідженнях.

2. Задачі роботи:

1. Специфікація моделі.
2. Оцінювання параметрів багатофакторної лінійної регресійної моделі і їх інтерпретація.
3. Верифікація моделі.
4. Прогнозування за моделлю багатофакторної лінійної регресії.
5. Економіко-математичний аналіз на основі моделі багатофакторної лінійної регресії.

3. Завдання роботи і вихідні дані.

Для деякого підприємства отримані наступні результати вибіркового статистичного спостереження за останні 24 місяця (2 роки), що містять дані по продуктивності праці та факторам, що впливають на цей показник.

Місяць	Продуктивність праці(гр. од / люд.-год)	Фондомісткість продукції (гр. од./гр.од.)	Коефіцієнт плинності робочої сили(%)	Рівень втрат робочого часу (%)
1	60+K	30+N	13,0+0,3N	15,0+0,1N
2	61+K	35+N	12,5+0,3N	14,3+0,1N
3	58+K	33+N	12,0+0,3N	12,0+0,1N
4	59+K	34+N	11,0+0,3N	12,8+0,1N
5	62+K	36+N	10,0+0,3N	13,0+0,1N
6	63+K	38+N	9,0+0,3N	12,5+0,1N
7	65+K	40+N	8,5+0,3N	11,0+0,1N
8	60+K	41+N	8,2+0,3N	11,5+0,1N
9	68+K	45+N	8,0+0,3N	10,0+0,1N
10	69+K	45+N	5,5+0,3N	9,0+0,1N

11	70+K	46+N	5,0+0,3N	8,0+0,1N
12	72+K	48+N	4,7+0,3N	7,5+0,1N
13	73+K	47+N	4,6+0,3N	6,5+0,1N
14	78+K	50+N	4,0+0,3N	6,0+0,1N
15	75+K	49+N	4,1+0,3N	6,2+0,1N
16	80+K	51+N	4,2+0,3N	5,8+0,1N
17	81+K	50+N	4,5+0,3N	5,5+0,1N
18	83+K	53+N	4,0+0,3N	5,0+0,1N
19	81+K	55+N	4,0+0,3N	4,5+0,1N
20	85+K	56+N	3,0+0,3N	4,7+0,1N
21	87+K	58+N	4,0+0,3N	5,0+0,1N
22	88+K	58+N	5,0+0,3N	5,1+0,1N
23	90+K	59+N	5,0+0,3N	4,8+0,1N
24	92+K	60+N	6,0+0,3N	5,2+0,1N

Ґрунтуючись на наведених статистичних даних :

- У припущенні щодо лінійної залежності між наведеними показниками побудувати економетричну модель продуктивності праці, що описує залежність між продуктивністю праці і наведеними вище факторами.
- Оцінити якість, адекватність і статистичну значимість побудованої моделі для рівня значимості $\alpha = 0,05$.
- Розрахувати прогноз продуктивності праці на наступний місяць з рівнем надійності $p=0,95$, якщо очікувані значення чинників, що впливають на неї дорівнюють :
 - фондомісткість продукції – $60+N$;
 - коефіцієнт плинності робочої сили – $4+0,3N$;
 - рівень втрат робочого часу – $5+0,1N$.
- Оцінити граничний абсолютний вплив кожної пояснюючої змінної моделі на продуктивність праці .
- Оцінити відносний вплив кожної пояснюючої змінної моделі на продуктивність праці.

6. Виконати ранжування пояснюючих змінних моделі за силою їх впливу на продуктивність праці і зробити відповідні висновки

4. Порядок виконання роботи.

1. Виконується специфікація економетричної моделі і у загальному вигляді записується теоретична модель, вибіркова модель і вибіркове рівняння регресії. Заповнюються перших п'ять стовпців таблиці 1.

2. Методом найменших квадратів (МНК) обчислюються оцінки невідомих параметрів моделі b_0, b_1, b_2 і b_3 у наступній послідовності :

- використовуючи вбудовані функції MS Excel **СУММ**, **СУММКВ** і **СУММПРОИЗВ** формується матриця $X'X$

$$X'X = \begin{pmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{3i} \\ \sum_{i=1}^n X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{3i} \\ \sum_{i=1}^n X_{3i} & \sum_{i=1}^n X_{3i}X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{3i}X_{2i} & \sum_{i=1}^n X_{3i}^2 \end{pmatrix}; (1)$$

- використовуючи вбудовані функції MS Excel **СУММ** і **СУММПРОИЗВ** формується матриця $X'Y$

$$X'Y = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_{1i}Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_{2i}Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_{3i}Y_i \end{pmatrix}; (2)$$

- використовуючи вбудовану функцію MS Excel **МОБР** знаходиться матриця $(X'X)^{-1}$, обернена до матриці $(X'X)$;

- використовуючи вбудовану функцію MS Excel **МУМНОЖ** обчислюється вектор оцінок параметрів моделі :

$$B = (X'X)^{-1} X'Y . \quad (3)$$

Записується оцінене вибіркове рівняння регресії.

3. Використовуючи рівняння регресії визначаються розрахункові значення залежної змінної $\hat{y}_i, (i = \overline{1, n})$ і залишки моделі $e_i, (i = \overline{1, n})$ за наступними залежностями :

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + b_3 x_{3i}, \quad (i = \overline{1, n}), \quad (4)$$

$$e_i = y_i - \hat{y}_i, \quad (i = \overline{1, n}). \quad (5)$$

Розрахунки цих величин виконуються у таблиці 1.

4. Розраховується незміщена оцінка дисперсії випадкової складової моделі $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ і її стандартна похибка $\hat{\sigma}_\varepsilon$:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n - k}, \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \sqrt{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}. \quad (7)$$

де **n** – кількість спостережень; **k** – кількість параметрів моделі. При обчисленні зазначених величин використовуються вбудовані функції MS Excel **СУММКВ** і **КОРЕНЬ** .

5. Розраховується (будується) дисперсійно-коваріаційна матриця параметрів моделі:

$$\begin{aligned} \text{var-cov}(b) &= \hat{\sigma}_\varepsilon^2 (X'X)^{-1} = \\ &= \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{b_0}^2 & \text{cov}(b_0, b_1) & \text{cov}(b_0, b_2) & \text{cov}(b_0, b_3) \\ \text{cov}(b_1, b_0) & \hat{\sigma}_{b_1}^2 & \text{cov}(b_1, b_2) & \text{cov}(b_1, b_3) \\ \text{cov}(b_2, b_0) & \text{cov}(b_2, b_1) & \hat{\sigma}_{b_2}^2 & \text{cov}(b_2, b_3) \\ \text{cov}(b_3, b_0) & \text{cov}(b_3, b_1) & \text{cov}(b_3, b_2) & \hat{\sigma}_{b_3}^2 \end{pmatrix} \quad (8) \end{aligned}$$

і визначаються оцінки дисперсії параметрів моделі $\hat{\sigma}_{b_0}^2$, $\hat{\sigma}_{b_1}^2$, $\hat{\sigma}_{b_2}^2$, $\hat{\sigma}_{b_3}^2$, а також їхні стандартні похибки $\hat{\sigma}_{b_0}$, $\hat{\sigma}_{b_1}$, $\hat{\sigma}_{b_2}$, $\hat{\sigma}_{b_3}$:

$$\hat{\sigma}_{b_0} = \sqrt{\hat{\sigma}_{b_0}^2}, \hat{\sigma}_{b_1} = \sqrt{\hat{\sigma}_{b_1}^2}, \hat{\sigma}_{b_2} = \sqrt{\hat{\sigma}_{b_2}^2}, \hat{\sigma}_{b_3} = \sqrt{\hat{\sigma}_{b_3}^2}. \quad (9)$$

6. Використовуючи вбудовану функцію MS Excel **KORPEЛ** знаходиться вибіркового коефіцієнта множинної кореляції R , дається його інтерпретація і робиться відповідний висновок.

7. Обчислюється вибіркового множинного коефіцієнта детермінації:

$$R^2 = (R)^2. \quad (10)$$

Дається економічна інтерпретація цього коефіцієнту і робиться відповідний висновок.

8. Визначається розрахункове значення критерію Фішера F^* :

$$F^* = \frac{R^2}{1-R^2} \frac{n-k}{m}, \quad (11)$$

де n - кількість спостережень; m - кількість факторів економетричної моделі; k - кількість параметрів економетричної моделі.

9. За статистичними таблицями F - розподілу Фішера для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступенів вільності $\nu_1=m$ і $\nu_2=n-k$ визначається критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$.

10. Порівнюючи розрахункове значення критерію Фішера з табличним (критичним) робиться висновок про статистичну значимість економетричної моделі у цілому.

11. Для кожного параметра визначаються розрахункові значення критерію Ст'юдента за наступними залежностями:

$$t_{b_0}^* = \frac{b_0}{\hat{\sigma}_{b_0}}, t_{b_1}^* = \frac{b_1}{\hat{\sigma}_{b_1}}, t_{b_2}^* = \frac{b_2}{\hat{\sigma}_{b_2}}, t_{b_3}^* = \frac{b_3}{\hat{\sigma}_{b_3}}. \quad (12)$$

12. Для рівня значимості $\alpha=0,05$ і ступеня вільності $\nu = n-k$ за статистичними таблицями t - розподілу Ст'юдента визначається критичне значення критерію

Ст'юдента $t_{кр} = t_{\alpha/2}$.

13. Порівнюючи розрахункові значення критерію Ст'юдента з критичним оцінюється статистична значимість параметрів вибіркової багатofакторної регресії і робиться відповідний висновок.

14. Виконується t- тестування вибіркового коефіцієнта множинної кореляції R і робиться відповідний висновок щодо його статистичної значимості. Розрахункове значення t - статистики визначається за наступною залежністю:

$$t_R^* = \frac{R\sqrt{n-k}}{\sqrt{1-R^2}}. \quad (13)$$

15. Виконується загальна оцінка якості, адекватності і статистичної значимості побудованої моделі (з врахуванням результатів п. 6, 7, 10,13, 14).

16. Визначаються інтервали довіри для параметрів моделі:

$$b_j - t_{\alpha/2} \widehat{\sigma}_{b_j} < \beta_j < b_j + t_{\alpha/2} \widehat{\sigma}_{b_j}, \quad (j = \overline{0,3}). \quad (14)$$

17. Для прогнозних значень пояснюючих змінних розраховується :

- точковий прогноз продуктивності праці :

$$\widehat{y}_{pr} = X'_{pr} \cdot B, \quad (15)$$

- інтервальний прогноз для математичного сподівання продуктивності праці :

$$M(y_{pr}) = \widehat{y}_{pr} \pm t_{\alpha/2} \widehat{\sigma}_{\varepsilon} \sqrt{X'_{pr} (X'X)^{-1} X_{pr}} \quad (16)$$

- інтервальний прогноз для індивідуального значення продуктивності праці :

$$y_{pr} = \widehat{y}_{pr} \pm t_{\alpha/2} \widehat{\sigma}_{\varepsilon} \sqrt{1 + X'_{pr} (X'X)^{-1} X_{pr}} \quad (17)$$

де $X = \begin{pmatrix} 1 \\ x_{1,pr} \\ x_{2,pr} \\ x_{3,pr} \end{pmatrix}$ - вектор прогнозних значень пояснюючих змінних ,

$X'_{pr} = (1, X_{1,pr}, X_{2,pr}, X_{3,pr})$, а $X_{1,pr}$ - прогнозне(очікуване) значення фондомісткості продукції, $X_{2,pr}$ - прогнозне(очікуване) значення коефіцієнта плинності робочої сили, $X_{3,pr}$ - прогнозне(очікуване) значення рівня втрат робочого часу . При розрахунках прогнозів використовуються вбудовані функції MS Excel **ТРАНСП**, **МУМНОЖ**, **КОРЕНЬ**. Дається економічна інтерпретація отриманих прогнозних значень.

18. Виконується економіко-математичний аналіз моделі продуктивності у наступній послідовності :

- 1) на основі обчислених коефіцієнтів регресії b_1, b_2 і b_3 оцінюється ефективність абсолютного граничного впливу M_j кожного чинника на продуктивність праці :

$$M_j = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_j} = b_j, (j = \overline{1,3}); \quad (18)$$

- 2) дається економічна інтерпретація інтервалів довіри параметрів моделі;
- 3) обчислюються часткові середні коефіцієнти еластичності $\bar{E}_j, (j = \overline{1,3})$ і оцінюється відносний вплив кожного чинника на продуктивність праці :

$$\bar{E}_j = b_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}, (j = \overline{1,3}); \quad (19)$$

- 4) обчислюється загальний коефіцієнт еластичності p і оцінюється загальний відносний вплив всіх чинника на продуктивність праці :

$$p = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 ; \quad (20)$$

- 5) обчислюються стандартизовані коефіцієнти регресії $b_j^*, (j = \overline{1,3})$ і виконується ранжування пояснюючих змінних моделі за силою їх впливу на продуктивність праці :

$$b_j^* = b_j \frac{\hat{\sigma}_{x_j}}{\hat{\sigma}_y}, (j = \overline{1,3}), \quad (21)$$

де b_j - коефіцієнт регресії при пояснюючій змінній x_j , $\hat{\sigma}_{x_j}$ - стандартна похибка пояснюючої змінної x_j , $\hat{\sigma}_y$ - стандартна похибка залежної змінної моделі (для обчислення стандартних похибок використовується вбудована функція MS Excel **СТАНДОТКЛОНП**).

5. Підготовка до роботи.

Для успішного виконання практичної роботи аспірант **повинен знати:**

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- форми запису економетричної моделі багатофакторної лінійної регресії і їх структуру, математичний зміст параметрів регресії;
- оператор оцінювання параметрів загальної лінійної економетричної моделі 1МНК;
- формули для обчислення стандартної похибки моделі $\hat{\sigma}_\varepsilon$ і стандартних похибок параметрів моделі;
- формули для визначення коефіцієнтів множинної кореляції і детермінації;
- формули для визначення розрахункових F і t – статистик ;
- формули для обчислення інтервалів довіри для параметрів моделі і інтерпретацію цих інтервалів;
- формули для обчислення точкового і інтервального прогнозів;
- формули для обчислення показників граничного абсолютного і відносного впливу кожної пояснюючої змінної на залежну змінну моделі, а також показників для оцінювання сили впливу кожної пояснюючої змінної на залежну змінну моделі ;
- правила виконання основних операцій з матрицями (транспонування, обертання і множення матриць).

Для успішного виконання практичної роботи аспірант **повинен вміти:**

- користуватися статистичними таблицями F і t - розподілу ;
- користуватися вбудованими функціями Excel: **СРЗНАЧ**, **КОРЕНЬ**, **СТЕПЕНЬ**, **СУММ**, **СУММКВ**, **СУММПРОИЗВ**, **КОРРЕЛ** **МОБР**,

МУМНОЖ, ТРАНСП, СТАНДОТКЛОНЦ.

Для успішного виконання практичної роботи аспірант *повинен підготувати* заготовку електронної таблиці з вихідними даними і допоміжною таблицею 1.

6. Допоміжний матеріал.

Таблиця 1

Місяць	Y_i	X_{1i}	X_{2i}	X_{3i}	\hat{Y}_i	$e_i = Y_i - \hat{Y}_i$
1						
2						
...
24						
Сума	---	---	---	---		Σ

7. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Як специфікується економетрична модель багатофакторної лінійної регресії, її структура і математичний зміст її параметрів ?
2. Як записується економетрична модель вибіркової багатофакторної лінійної регресії у матричному вигляді ?
3. Як знаходяться оцінки параметрів багатофакторної лінійної регресії 1МНК ?
4. Як визначається множинний коефіцієнт кореляції і детермінації, а також їх відмінність від відповідних коефіцієнтів для парної лінійної моделі?
5. За яким критерієм і як здійснюється перевірка загальної статистичної значимості моделі багатофакторної лінійної регресії ?
6. Що таке дисперсійно – коваріаційна матриця оцінок параметрів моделі, її структура, як вона визначається і для чого використовується ?
7. За яким критерієм і як здійснюється перевірка статистичної значимості параметрів моделі багатофакторної лінійної регресії ?
8. Для чого і як будуються інтервали довіри параметрів моделі багатофакторної лінійної регресії ?
9. Для чого і як будуються прогнози для моделі багатофакторної лінійної регресії?
10. Як оцінити абсолютний граничний вплив кожної пояснюючої змінної багатофакторної лінійної економетричної моделі на залежну змінну ?

11. Як оцінити відносний вплив кожної пояснюючої змінної багаторфакторної лінійної економетричної моделі на залежну змінну ?

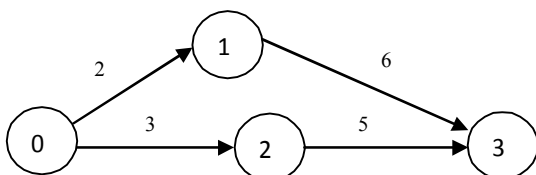
12. Як оцінити силу впливу кожної пояснюючої змінної багаторфакторної лінійної економетричної моделі на залежну змінну?

Практична робота № 4. Мережеві моделі

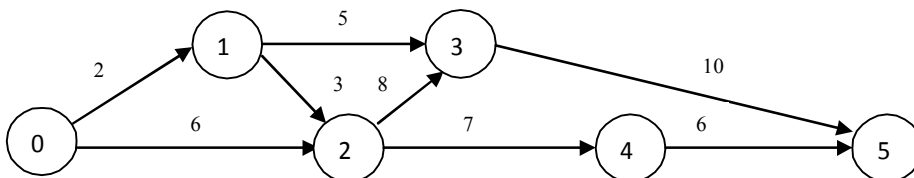
Ціль: Освоїти поняття і елементи мережевих моделей. Навчитися будувати мережеві моделі. Знаходити критичний шлях, заповнювати матриці.

Завдання 1. Пояснити наступну мережеву модель, а саме: зобразити графічно стрілками:

- вихідну і завершуючи подію, просту і складну подію.

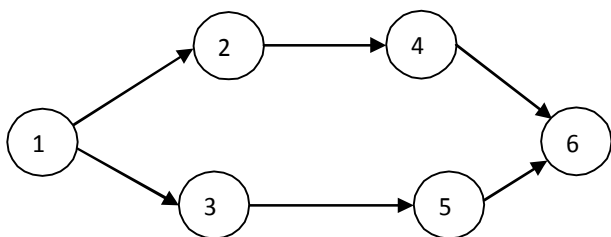


Завдання 2. Знайти критичний шлях в наступній мережевій моделі.

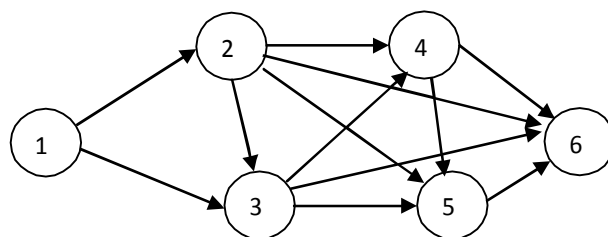


Завдання 3. На рисунку 1.1. а, б, в приведений мережевий графік. Визначити який з них простий, середньої складності і складний.

а)



б)



в)

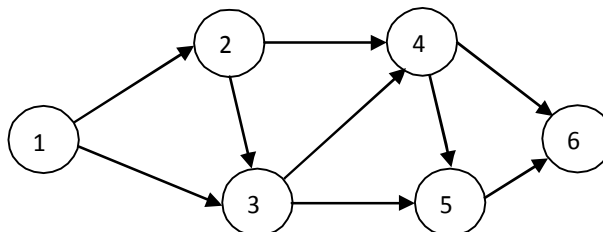


Рисунок 3.1. Мережевий графік

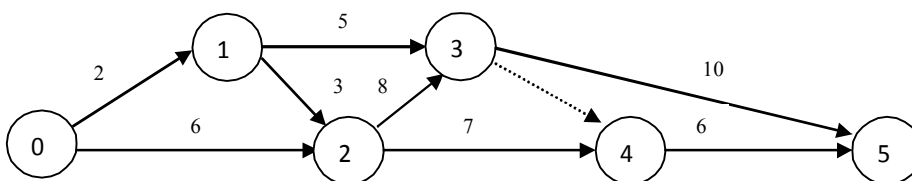
Завдання 4. Необхідно виконати роботи а, б, в, г, д, е. Роботи а і б починаються одночасно. Робота г повинна виконуватись після робіт б і в, робота в – після роботи а, робота д – після роботи а, робота е – після робіт г і д.

Цю технологічну послідовність виконання робіт записати в табличній формі і побудувати мережевий графік.

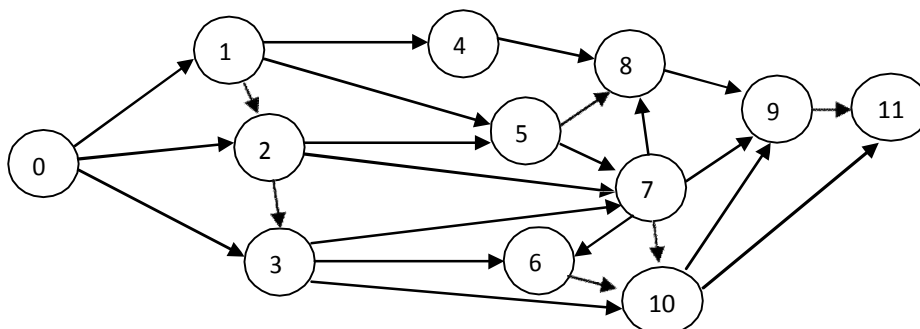
Завдання 5. На основі таблиці побудувати мережевий графік

№ події	Робота	Ши фр	Термін
1	А	1-2	2
2	Б	2-3	3
3	В	2-5	2
4	Г	2-4	1
5	Д	4-5	4
6	Е	5-6	5
7	Ж	6-7	3

Завдання 6. Представити наступну мережеву модель у вигляді матриці.



Завдання 7. Матричний метод логічного зонування по шарам.

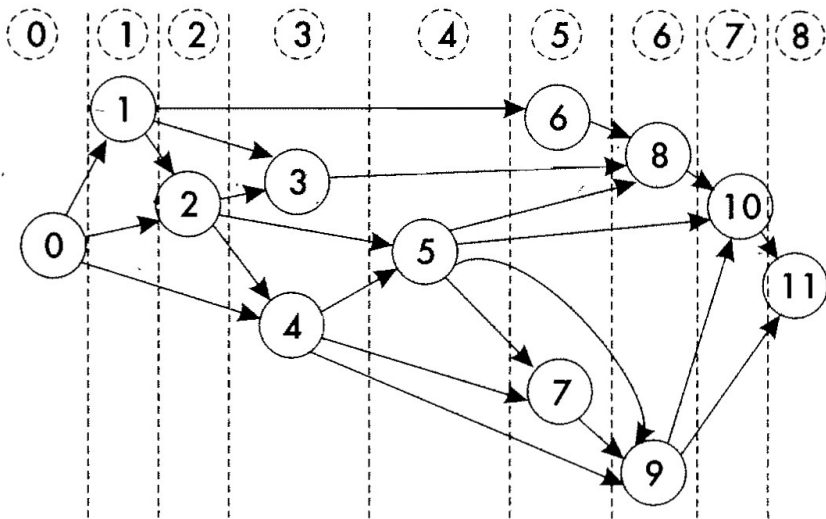


6.1. Представити у вигляді матричного методу логічного зонування по шарах невпорядковану мережеву модель.

6.2. Розрахувати вектори $V^0 \dots V^n$. Винести події в шари.

6.3. Пронумерувати шари в зворотному порядку.

6.4. Перебудувати мережевий графік і змінити нумерацію подій.



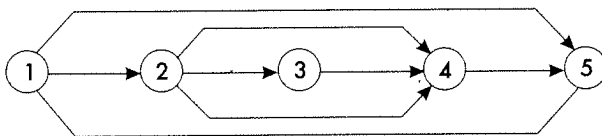
Завдання 8. На основі таблиці побудувати мережевий графік, знайти критичний шлях, побудувати календарний графік.

№ події	Робота	Попередня робота	Термін
1	A	-	
2	B	-	
3	C	A	
4	D	B	
5	E	C,D	
6	F	A	

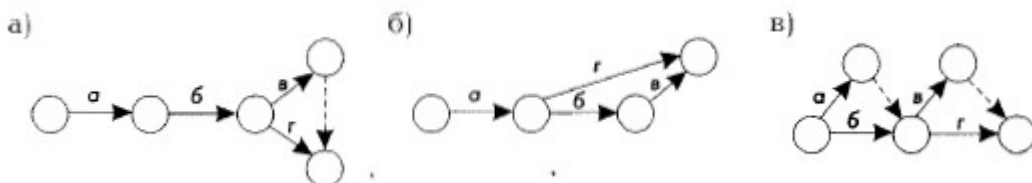
Індивідуальні завдання

Варіант 1.

1.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?

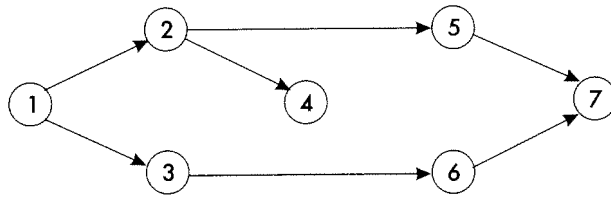


1.2. Робота б і г може початись після виконання робіт а і б. Виберіть вірний мережевий графік

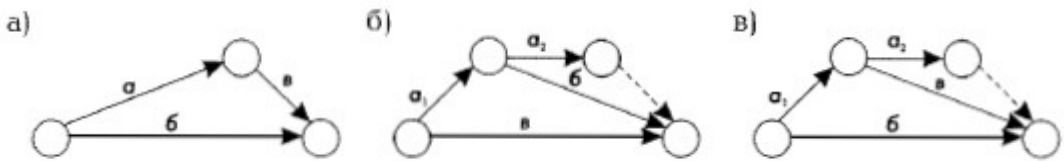


Варіант 2.

2.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?

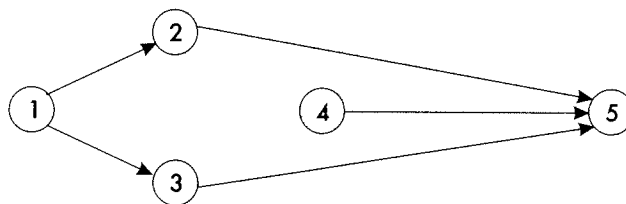


2.2. Робота в може початись після часткового виконання роботи а, а для повного завершення роботи б необхідно повне виконання роботи а. Виберіть вірний мережевий графік



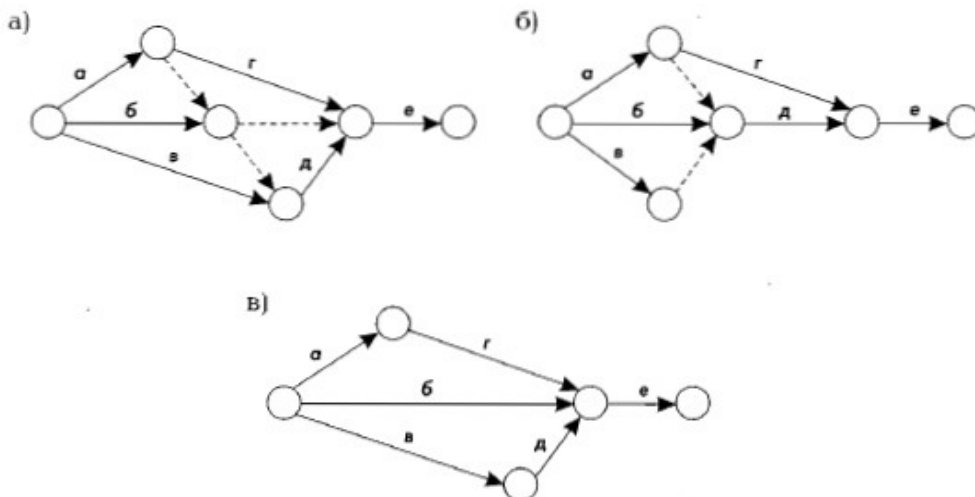
Варіант 3.

3.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?



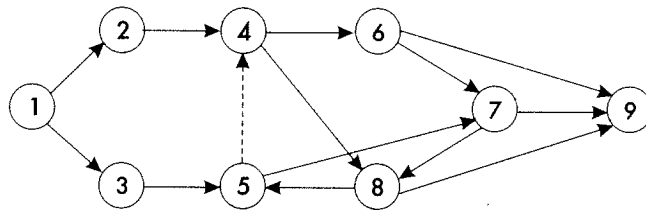
3.2. Робота г залежить від роботи а, робота д залежить від а, б і в, а робота е залежить від а, б, г і д. Виберіть вірний мережевий графік

3.3.

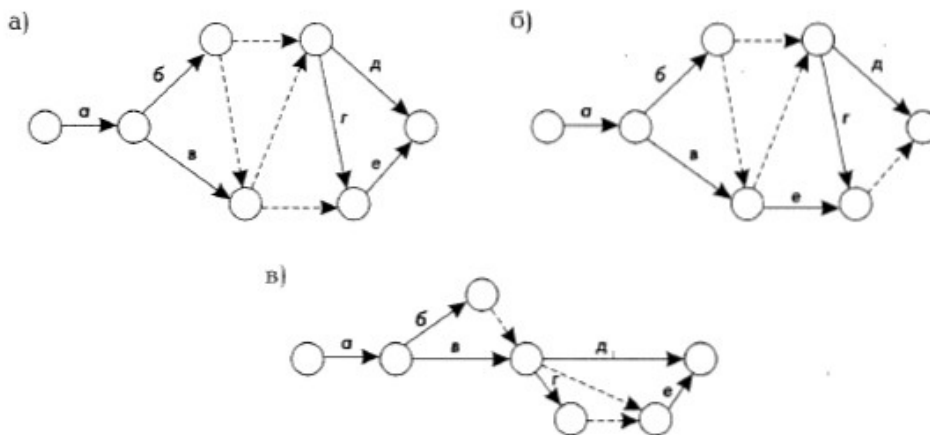


Варіант 4.

4.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?

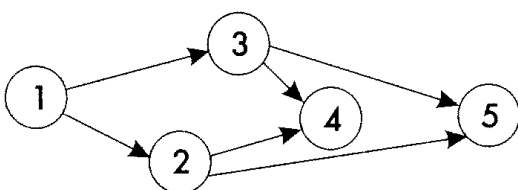


4.2. Роботи б і в залежать від роботи а, роботи д і г залежать від робіт б і в, а робота е залежить від б, в і г. Виберіть вірний мережевий графік

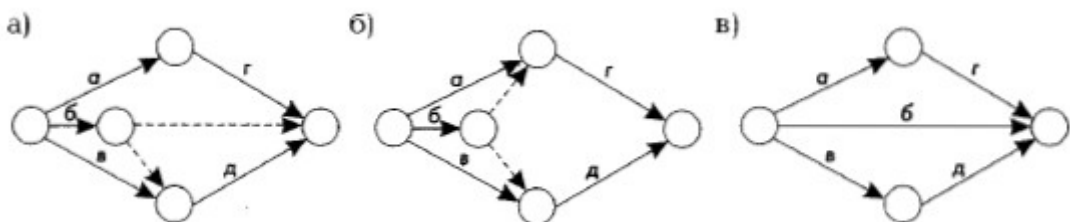


Варіант 5.

5.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?

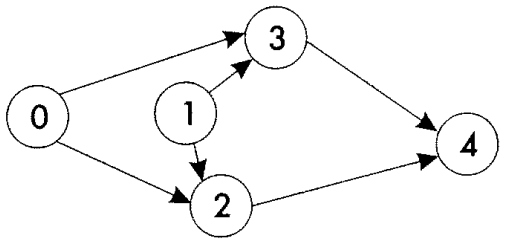


5.2. Дано роботи а, б, в, г, д. Роботу г можна починати після закінчення робіт а і б, роботу д – після закінчення робіт б і в. Виберіть вірний мережевий графік

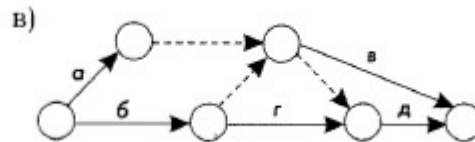
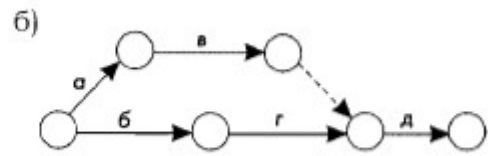
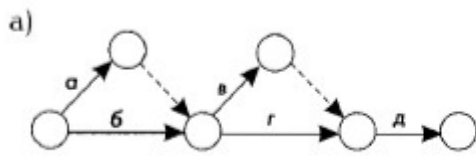


Варіант 6.

6.1 Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?

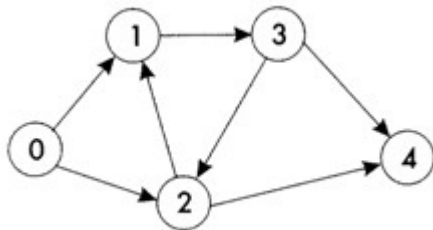


6.2. Дано роботи а, б, в, г, д. Роботу б можна починати після закінчення роботи а, роботи в і г - після робіт а і б, роботу д - після робіт в і г. Виберіть вірний мережевий графік

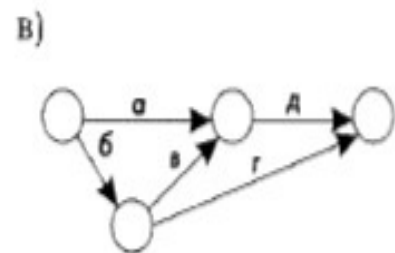
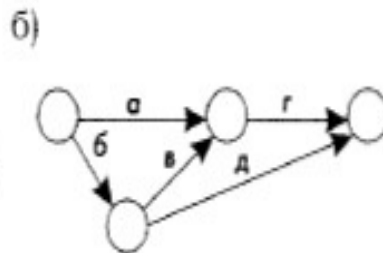
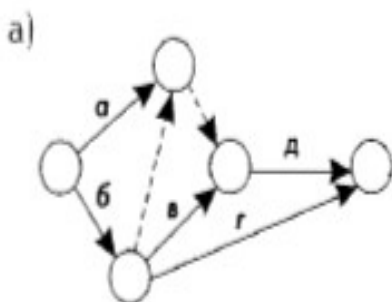


Варіант 7.

7.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?



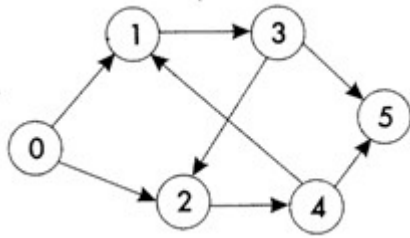
7.2. Дано роботи а, б, в, г, д. Роботу г можна починати після закінчення роботи а і в, роботи д і в - після закінчення роботи б. Виберіть вірний мережевий графік



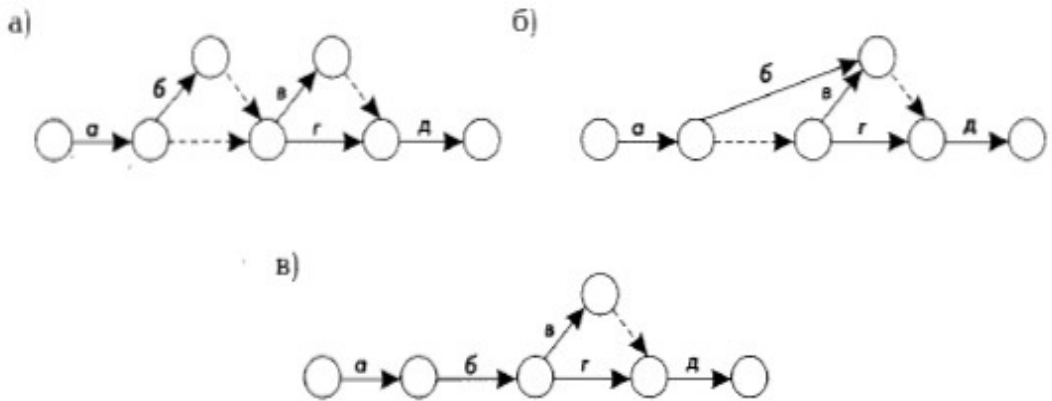
графік

Варіант 8.

8.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?

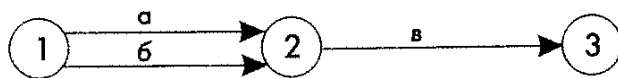


8.2. Дано роботи а, б, в, г, д. Роботи в і г залежать від робіт а і б, робота д залежить від робіт в і г. Виберіть вірний мережевий графік

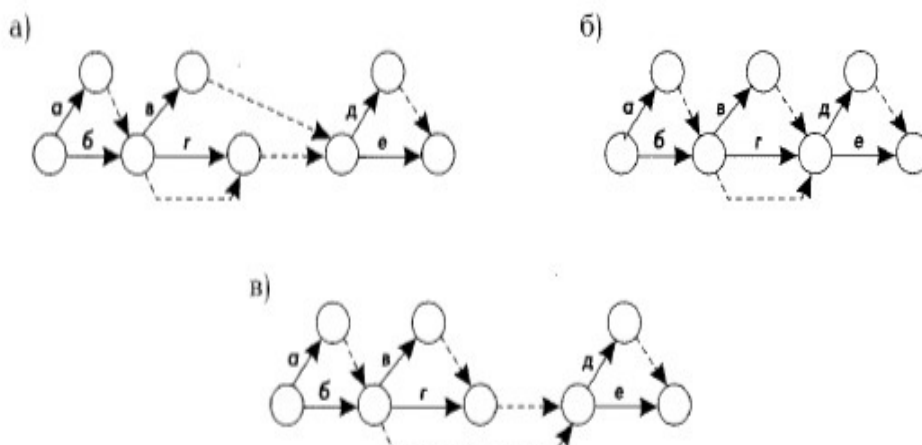


Варіант 9.

9.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?

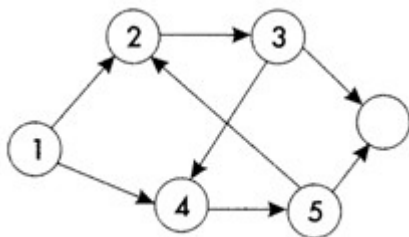


9.2. Дано роботи а, б, в, г, д і е. Роботи в і г залежать від робіт а і б, робота д і е залежать від робіт а, б, в і г. Виберіть вірний мережевий графік

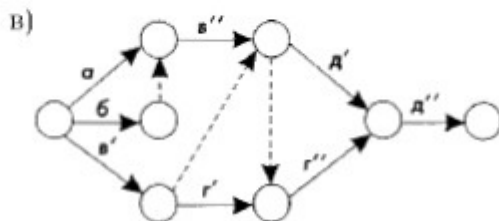
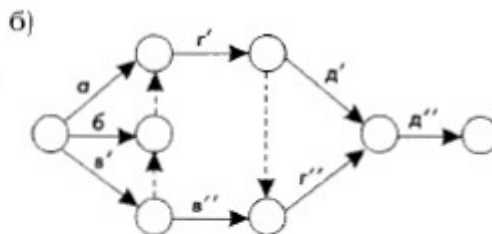
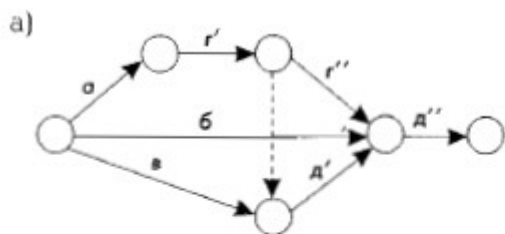


Варіант 10.

10.1. Які помилки були допущені при побудові наступного мережевого графіку?



10.2. Дано роботи а, б, в, г, д. Роботу г можна починати по закінченні робіт а і б і частково в, роботу д – після часткового виконання роботи г. Для повного закінчення робіт г і д необхідно закінчення робіт в і г відповідно. Виберіть вірний мережевий графік



Практична робота № 5 Нелінійні економетричні моделі

1. Мета роботи: Набуття практичних навичок побудови економетричної моделі у вигляді нелінійної регресії (на основі неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа) та її використання для аналізу і прогнозування процесу виробництва.

2. Задачі роботи :

1. Оцінювання параметрів неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа.
2. Верифікація побудованої моделі.
3. Аналіз виробництва на основі побудованої моделі.
4. Прогнозування на основі побудованої моделі.

3. Завдання роботи і вихідні дані.

На основі вибірових статистичних спостережень на протязі 12 років за деякою галуззю отримані статистичні дані щодо річного випуску продукції галузі Y (млн. гр. од.), вартості основного капіталу K (млн. гр. од.) і чисельності зайнятих у галузі L (тис. чоловік). Дані наведені у таблиці 1

Грунтуючись на наведених статистичних даних:

1. Побудувати неокласичну виробничу функцію Кобба–Дугласа :

$$Y = a_0 K^\alpha L^\beta, \quad (1)$$

де: Y – річний випуск продукції у галузі,

K - вартість основного капіталу,

L – чисельність зайнятих у галузі,

a_0, α, β - параметри моделі.

2. Оцінити якість, адекватність і статистичну значимість побудованої виробничої функцію для рівня значимості $\alpha = 0,05$.

3. На основі побудованої виробничої функції:

а) оцінити вплив виробничих ресурсів на річний випуск продукції ;

б) оцінити вплив зростання масштабів виробництва на темпи росту випуску продукції і ефективність виробництва ;

с) для планового випуску продукції $Y = Y^*$ (Табл. 2, Додаток 2) обчислити необхідну чисельність зайнятих у галузі L^* у припущенні, що вартість основного капіталу (основних фондів) залишиться на рівні останнього року у вибірці ;

- d) для планового випуску продукції $Y = Y^*$ (Табл. 2, Додаток 2) обчислити необхідну вартість основного капіталу K^* (основних фондів) у припущенні, що чисельність зайнятих у галузі залишиться на рівні останнього року у вибірці ;
- e) для прогнозних значень основного капіталу K_{pr} і кількості зайнятих у галузі L_{pr} (Табл.2, Додаток 2) обчислити середню і граничну продуктивність праці та основного капіталу ;
- f) для прогнозних значень основного капіталу K_{pr} і кількості зайнятих у галузі L_{pr} (Табл.2, Додаток 2) розрахувати точковий прогноз випуску продукції.

4.Порядок виконання роботи.

1. Виконується лінеаризація виробничої функції і вона зводиться до лінійної форми. Лінеаризація виконується у два кроки. Спочатку виконується логарифмування обох частин виразу (1) :

$$\ln Y = \ln a_0 + \alpha \ln K + \beta \ln L . \quad (2)$$

Потім виконується наступна заміна змінних :

$$y = \ln Y; \quad x_1 = \ln K; \quad x_2 = \ln L . \quad (3)$$

В результаті цього нелінійна мультиплікативна виробнича функція (1) зводиться до наступної лінійної :

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 , \quad (4)$$

де параметри лінійної і нелінійної форм пов'язані наступним співвідношеннями:

$$b_0 = \ln a_0, \quad b_1 = \alpha, \quad b_2 = \beta . \quad (5)$$

Перетворення змінних виробничої функції для подальшого оцінювання параметрів лінійної форми (4) виконується у таблиці 1.

2. Використовуючи команду **Анализ данных** (вибір **Регрессия**) з меню **Сервис** табличного процесора MS Excel :

- оцінюються параметри b_0, b_1, b_2 лінійної форми виробничої функції ;
- обчислюється вибірковий множинний коефіцієнт кореляції R і детермінації R^2 ;

- обчислюється стандартна похибка лінійної форми $\hat{\sigma}_\varepsilon$;
- розрахункове значення критерію Фішера F^* ;
- розрахункові значення критерію Ст'юдента для параметрів моделі $t_{b_j}^*$.

3. Розраховується t-статистика для вибіркового коефіцієнта кореляції, як для багатофакторної лінійної регресії :

$$t_R^* = \frac{R\sqrt{n-k}}{\sqrt{1-R^2}}, \quad (6)$$

де n – обсяг статистичної вибірки, k – кількість параметрів лінійної форми.

4. За статистичними таблицями F - розподілу Фішера для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і ступенів вільності $\nu_1=m$ і $\nu_2=n-k$ визначається критичне значення критерію Фішера $F_{кр}$. Порівнюючи розрахункове значення критерію Фішера з табличним (критичним) робиться висновок про статистичну значимість економетричної моделі у цілому.

5. За статистичними таблицями t - розподілу Ст'юдента для рівня значимості $\alpha=0,05$ і ступеня вільності $\nu = n-k$ визначається критичне значення критерію Ст'юдента $t_{кр} = t_{\alpha/2}$. Порівнюючи розрахункові значення критерію Ст'юдента з критичним оцінюється статистична значимість параметрів лінійної форми і коефіцієнта кореляції.

6. Робиться загальний висновок щодо якості, адекватності і статистичної значимості побудованої виробничої функції.

7. Шляхом зворотних перетворень виробнича функція представляється для її подальшого використання у звичайному, традиційному вигляді $Y = a_0 K^\alpha L^\beta$. Параметри a_0, α, β визначаються на основі оцінених параметрів лінійної форми за наступними залежностями :

$$a_0 = e^{b_0}, \quad \alpha = b_1, \quad \beta = b_2. \quad (7)$$

8. Визначаються часткові коефіцієнти еластичності випуску продукції за виробничими ресурсами за наступними співвідношеннями :

$$E_K = \alpha; \quad E_L = \beta, \quad (8)$$

де : E_K – коефіцієнт еластичності випуску продукції за основним капіталом,
 E_L - коефіцієнт еластичності випуску продукції за працею.

На основі цих коефіцієнтів еластичності оцінюється вплив кожного з зазначених ресурсів на річний випуск продукції галузі.

9. Визначається загальний коефіцієнт еластичності p :

$$p = E_K + E_L = \alpha + \beta. \quad (9)$$

Оцінюється вплив зростання виробничих ресурсів (зростання масштабів виробництва) на темпи росту випуску продукції і ефективність виробництва.

а). Якщо $p > 1$, то темпи росту випуску продукції вищі за темпи росту виробничих ресурсів і ми маємо зростання ефективності виробництва при зростанні масштабів виробництва і економію виробничих ресурсів.

б). Якщо $p < 1$, то темпи росту випуску продукції нижчі за темпи росту ресурсів і ми маємо падіння ефективності виробництва при зростанні масштабів виробництва і зростання витрат ресурсів на одиницю продукції.

в). Якщо $p = 1$ – маємо постійну ефективність виробництва, тобто темпи росту випуску продукції дорівнюють темпу росту виробничих ресурсів.

10. Для планового випуску продукції $Y = Y^*$ розраховується необхідна чисельність зайнятих у галузі L^* :

$$L^* = \left(\frac{Y^*}{a_0 K^\alpha} \right)^{\frac{1}{\beta}}. \quad (10)$$

11. Для планового випуску продукції $Y = Y^*$ розраховується необхідна вартість основного капіталу K^* :

$$K^* = \left(\frac{Y^*}{a_0 L^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (11)$$

12. Для прогнозних значень основного капіталу K_{pr} і кількості зайнятих у галузі L_{pr} обчислюється середня і гранична продуктивність праці за наступними залежностями :

$$AP_L = \frac{Y}{L} = a_0 K^\alpha L^{\beta-1}, MP_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \cdot AP_L, \quad (12)$$

де: AP_L – середня продуктивність праці; MP_L – гранична продуктивність праці.

13. Для прогнозних значень основного капіталу K_{pr} і кількості зайнятих у галузі L_{pr} обчислюється середня і гранична продуктивність основного капіталу (фондовіддача) за наступними залежностями :

$$AP_K = \frac{Y}{K} = a_0 K^{\alpha-1} L^\beta, MP_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \cdot AP_K, \quad (13)$$

AP_K – середня продуктивність основного капіталу; MP_K – гранична продуктивність основного капіталу.

14. Для прогнозних значень K_{pr} і L_{pr} розраховується точковий прогноз обсягу випуску продукції по галузі :

$$\hat{Y}_{pr} = a_0 K_{pr}^\alpha L_{pr}^\beta. \quad (14)$$

5. Підготовка до роботи.

Для успішного виконання практичної роботи аспірант **повинен знати**:

- мету і зміст запропонованого завдання, порядок його виконання;
- методи лінеаризації нелінійних економетричних моделей;
- поняття і формули для визначення середньої і граничної продуктивності праці і капіталу;
- поняття еластичності основного капіталу і праці, їх використання для аналізу виробництва;

Для успішного виконання практичної роботи аспірант **повинен вміти**:

- користуватися статистичними таблицями F – розподілу Фішера і t – розподілу Стьюдента;
- користуватися вбудованими функціями MS Excel **LN**, **EXP**, **КОРЕНЬ**, **СТЕПЕНЬ**.

Для успішного виконання практичної роботи аспірант **повинен підготувати** заготовку електронної таблиці з вихідними даними і допоміжною таблицею 0.

6. Допоміжний матеріал.

Таблиця 0

Рік	$y_i = \ln Y_i$	$x_{1i} = \ln K_i$	$x_{2i} = \ln L_i$
1			
2			
...
12			

7. Питання для контролю і самоконтролю.

1. Який економічний зміст мають параметри неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа?
2. Що таке повний (сумарний) коефіцієнт еластичності неокласичної виробничої функції Кобба–Дугласа і для чого він використовується?
3. Як визначається середня продуктивність праці і основного капіталу на основі неокласичної виробничої функції Кобба – Дугласа?
4. Як визначається гранична продуктивність праці і основного капіталу на основі неокласичної виробничої функції Кобба – Дугласа?
5. Як обчислити необхідні виробничі ресурси при заданому рівні випуску на основі виробничої функції Кобба-Дугласа ?

Додаток 1

Номер варіанту N - порядковий номер аспіранта за списком групи.

Таблиця 1

Рік	Номер варіанту								
	1			2			3		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	34,09	21,60	52,60	35,71	23,60	54,60	36,51	24,60	55,60
2	36,92	23,90	57,30	38,52	25,90	59,30	39,31	26,90	60,30
3	37,77	23,70	60,00	39,37	25,70	62,00	40,16	26,70	63,00
4	41,06	25,20	66,10	42,68	27,20	68,10	43,47	28,20	69,10
5	43,64	27,80	69,70	45,23	29,80	71,70	46,02	30,80	72,70
6	45,77	28,60	74,60	47,35	30,60	76,60	48,14	31,60	77,60
7	48,09	31,10	77,90	49,66	33,10	79,90	50,43	34,10	80,90
8	49,37	33,60	78,50	50,91	35,60	80,50	51,68	36,60	81,50
9	50,71	33,30	82,60	52,26	35,30	84,60	53,03	36,30	85,60
10	52,22	34,00	86,00	53,77	36,00	88,00	54,54	37,00	89,00
11	54,14	35,20	89,20	55,69	37,20	91,20	56,46	38,20	92,20
12	57,59	37,30	95,40	59,14	39,30	97,40	59,91	40,30	98,40

Рік	Номер варіанту								
	4			5			6		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	44,42	25,60	56,60	45,42	26,60	57,60	39,74	27,60	58,60
2	47,93	27,90	61,30	48,92	28,90	62,30	42,74	29,90	63,30
3	49,18	27,70	64,00	50,17	28,70	65,00	43,65	29,70	66,00
4	52,96	29,20	70,10	53,96	30,20	71,10	46,97	31,20	72,10
5	56,05	31,80	73,70	57,03	32,80	74,70	49,72	33,80	75,70
6	58,84	32,60	78,60	59,83	33,60	79,60	51,98	34,60	80,60
7	61,70	35,10	81,90	62,68	36,10	82,90	54,50	37,10	83,90
8	63,21	37,60	82,50	64,18	38,60	83,50	55,96	39,60	84,50
9	65,06	37,30	86,60	66,04	38,30	87,60	57,36	39,30	88,60
10	67,05	38,00	90,00	68,02	39,00	91,00	58,98	40,00	92,00
11	69,21	39,20	93,20	70,19	40,20	94,20	60,94	41,20	95,20
12	73,25	41,30	99,40	74,23	42,30	100,40	64,51	43,30	101,40

Рік	Номер варіанту								
	7			8			9		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	63,26	28,60	59,60	64,64	29,60	60,60	66,01	30,60	61,60
2	68,21	30,90	64,30	69,59	31,90	65,30	70,96	32,90	66,30
3	70,37	30,70	67,00	71,75	31,70	68,00	73,12	32,70	69,00
4	75,23	32,20	73,10	76,62	33,20	74,10	78,01	34,20	75,10
5	79,38	34,80	76,70	80,76	35,80	77,70	82,14	36,80	78,70
6	83,63	35,60	81,60	85,02	36,60	82,60	86,40	37,60	83,60
7	87,61	38,10	84,90	88,99	39,10	85,90	90,36	40,10	86,90
8	89,57	40,60	85,50	90,94	41,60	86,50	92,30	42,60	87,50
9	92,56	40,30	89,60	93,94	41,30	90,60	95,31	42,30	91,60
10	95,58	41,00	93,00	96,96	42,00	94,00	98,33	43,00	95,00
11	98,27	42,20	96,20	99,65	43,20	97,20	101,03	44,20	98,20
12	103,62	44,30	102,40	105,01	45,30	103,40	106,39	46,30	104,40

Рік	Номер варіанту								
	10			11			12		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	67,38	31,60	62,60	65,55	32,60	63,60	74,28	33,60	64,60
2	72,32	33,90	67,30	70,51	34,90	68,30	79,82	35,90	69,30
3	74,49	33,70	70,00	72,72	34,70	71,00	82,39	35,70	72,00
4	79,39	35,20	76,10	77,68	36,20	77,10	87,81	37,20	78,10
5	83,52	37,80	79,70	81,85	38,80	80,70	92,38	39,80	81,70
6	87,78	38,60	84,60	86,20	39,60	85,60	97,32	40,60	86,60
7	91,74	41,10	87,90	90,21	42,10	88,90	101,76	43,10	89,90
8	93,66	43,60	88,50	92,13	44,60	89,50	103,84	45,60	90,50
9	96,68	43,30	92,60	95,25	44,30	93,60	107,42	45,30	94,60
10	99,70	44,00	96,00	98,37	45,00	97,00	110,94	46,00	98,00
11	102,40	45,20	99,20	101,12	46,20	100,20	113,91	47,20	101,20
12	107,77	47,30	105,40	106,63	48,30	106,40	119,93	49,30	107,40

Рік	Номер варіанту								
	13			14			15		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	148,87	34,60	65,60	202,27	70,80	66,60	142,08	71,80	67,60
2	161,11	36,90	70,30	214,55	72,20	71,30	150,93	73,20	72,30
3	167,59	36,70	73,00	235,35	82,70	74,00	165,38	83,70	75,00
4	177,49	38,20	79,10	248,90	84,90	80,10	175,57	85,90	81,10
5	187,24	40,80	82,70	256,09	85,10	83,70	180,98	86,10	84,70
6	198,74	41,60	87,60	290,81	103,23	88,60	205,49	104,23	89,60
7	208,71	44,10	90,90	287,22	94,20	91,90	203,29	95,20	92,90
8	213,47	46,60	91,50	289,81	96,00	92,50	205,24	97,00	93,50
9	221,98	46,30	95,60	302,17	96,80	96,60	214,07	97,80	97,60
10	230,25	47,00	99,00	320,51	104,30	100,00	227,15	105,30	101,00
11	235,52	48,20	102,20	338,14	114,50	103,20	240,02	115,50	104,20
12	247,50	50,30	108,40	354,15	117,70	109,40	252,04	118,70	110,40

Рік	Номер варіанту								
	16			17			18		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	144,48	72,80	68,60	146,88	73,80	69,60	159,21	74,80	70,60
2	153,35	74,20	73,30	155,77	75,20	74,30	168,73	76,20	75,30
3	167,83	84,70	76,00	170,29	85,70	77,00	184,32	86,70	78,00
4	178,04	86,90	82,10	180,51	87,90	83,10	195,16	88,90	84,10
5	183,46	87,10	85,70	185,94	88,10	86,70	200,94	89,10	87,70
6	208,02	105,23	90,60	210,56	106,23	91,60	227,30	107,23	92,60
7	205,81	96,20	93,90	208,34	97,20	94,90	224,92	98,20	95,90
8	207,77	98,00	94,50	210,29	99,00	95,50	226,98	100,00	96,50
9	216,61	98,80	98,60	219,16	99,80	99,60	236,51	100,80	100,60
10	229,71	106,30	102,00	232,28	107,30	103,00	250,56	108,30	104,00
11	242,60	116,50	105,20	245,19	117,50	106,20	264,29	118,50	107,20
12	254,64	119,70	111,40	257,24	120,70	112,40	277,10	121,70	113,40

Рік	Номер варіанту								
	19			20			21		
		К	Л	У	К	Л	У	К	Л
1	161,79	75,80	71,60	243,44	76,80	72,60	247,51	77,80	73,60
2	171,32	77,20	76,30	258,77	78,20	77,30	262,89	79,20	78,30
3	186,95	87,70	79,00	283,77	88,70	80,00	287,97	89,70	81,00
4	197,81	89,90	85,10	300,60	90,90	86,10	304,84	91,90	87,10
5	203,60	90,10	88,70	309,76	91,10	89,70	314,02	92,10	90,70
6	230,02	108,23	93,60	351,95	109,23	94,60	356,32	110,23	95,60
7	227,62	99,20	96,90	348,65	100,20	97,90	353,00	101,20	98,90
8	229,68	101,00	97,50	351,67	102,00	98,50	356,03	103,00	99,50
9	239,23	101,80	101,60	367,77	102,80	102,60	372,17	103,80	103,60
10	253,31	109,30	105,00	390,61	110,30	106,00	395,06	111,30	107,00
11	267,06	119,50	108,20	411,98	120,50	109,20	416,48	121,50	110,20
12	279,88	122,70	114,40	432,42	123,70	115,40	436,95	124,70	116,40

Рік	Номер варіанту								
	22			23			24		
	У	К	Л	У	К	Л	У	К	Л
1	305,24	78,80	94,61	327,09	79,80	95,61	331,61	80,80	96,61
2	320,51	80,20	99,30	343,29	81,20	100,30	347,85	82,20	101,30
3	348,61	90,70	102,10	373,11	91,70	103,10	377,73	92,70	104,10
4	367,85	92,90	109,15	393,42	93,90	110,15	398,09	94,90	111,15
5	373,78	93,10	111,70	399,68	94,10	112,70	404,37	95,10	113,70
6	420,09	111,23	116,60	448,77	112,23	117,60	453,54	113,23	118,60
7	414,33	102,20	119,90	442,67	103,20	120,90	447,45	104,20	121,90
8	417,67	104,00	120,50	446,19	105,00	121,50	450,96	106,00	122,50
9	433,76	104,80	124,60	463,28	105,80	125,60	468,10	106,80	126,60
10	458,11	112,30	128,00	489,09	113,30	129,00	493,95	114,30	130,00
11	481,34	122,50	131,20	513,62	123,50	132,20	518,52	124,50	133,20
12	501,82	125,70	137,40	535,26	126,70	138,40	540,20	127,70	139,40

Рік	Номер варіанту								
	25			26			27		
	У	К	Л	У	К	Л	У	К	Л
1	247,19	81,80	97,61	250,32	82,80	98,61	253,44	83,80	99,61
2	258,77	83,20	102,30	261,91	84,20	103,30	265,06	85,20	104,30
3	277,92	93,70	105,10	281,09	94,70	106,10	284,26	95,70	107,10
4	292,83	95,90	112,15	296,03	96,90	113,15	299,22	97,90	114,15
5	297,56	96,10	114,70	300,77	97,10	115,70	303,97	98,10	116,70
6	328,95	114,23	119,60	332,19	115,23	120,60	335,43	116,23	121,60
7	326,50	105,20	122,90	329,75	106,20	123,90	332,99	107,20	124,90
8	328,85	107,00	123,50	332,09	108,00	124,50	335,34	109,00	125,50
9	340,61	107,80	127,60	343,87	108,80	128,60	347,14	109,80	129,60
10	357,33	115,30	131,00	360,61	116,30	132,00	363,90	117,30	133,00
11	373,21	125,50	134,20	376,50	126,50	135,20	379,80	127,50	136,20

12	388,46	128,70	140,40	391,77	129,70	141,40	395,09	130,70	142,40
Рік	Номер варіанту								
	28			29			30		
	Y	K	L	Y	K	L	Y	K	L
1	276,27	84,80	100,61	328,52	85,80	101,61	400,06	86,80	102,61
2	288,83	86,20	105,30	343,66	87,20	106,30	419,14	88,20	107,30
3	309,61	96,70	108,10	368,57	97,70	109,10	450,04	98,70	110,10
4	325,66	98,90	115,15	387,70	99,90	116,15	473,95	100,90	117,15
5	330,75	99,10	117,70	393,79	100,10	118,70	481,59	101,10	119,70
6	364,73	117,23	122,60	434,43	118,23	123,60	532,02	119,23	124,60
7	362,10	108,20	125,90	431,54	109,20	126,90	529,03	110,20	127,90
8	364,60	110,00	126,50	434,44	111,00	127,50	532,50	112,00	128,50
9	377,39	110,80	130,60	450,07	111,80	131,60	552,55	112,80	132,60
10	395,50	118,30	134,00	471,85	119,30	135,00	579,85	120,30	136,00
11	412,57	128,50	137,20	492,05	129,50	138,20	604,67	130,50	139,20
12	428,99	131,70	143,40	511,70	132,70	144,40	629,39	133,70	145,40

Додаток 2

Таблиця 2

Показники	Номер варіанту									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y*	60	60	62	75	75	66	105	108	108	110
K _{pr}	40	40	42	42	44	45	46	48	49	49
L _{pr}	97	99	99	100	102	102	102	105	105	106
Показники	Номер варіанту									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y*	109	122	255	370	257	264	265	290	300	450
K _{pr}	50	52	54	84	120	122	123	124	127	127
L _{pr}	106	108	109	111	112	112	113	114	115	116
Показники	Номер варіанту									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Y*	456	521	555	559	410	415	420	437	530	635
K _{pr}	128	128	129	130	134	138	135	135	145	137
L _{pr}	117	139	141	140	142	148	144	146	149	146

Практична робота № 6

Задачі в умовах конфлікту

Теоретичний матеріал

Теорія ігор – це розділ прикладної математики, який вивчає математичні моделі прийняття рішень в так званих конфліктних ситуаціях. Суть теорії ігор полягає у встановленні оптимальної стратегії поведінки в конфліктних ситуаціях.

Математична модель конфлікту називається грою, сторони у конфлікті — гравцями. Результат гри називається виграшем, програшем або нічиєю. Ходом називається вибір гравцем однієї з передбачених правилами гри дій. Ходи бувають особисті та випадкові. Особистий хід — це свідомий вибір гравця, випадковий хід — вибір дії, що не залежить від його волі.

Стратегією гравця називається сукупність правил, що визначають вибір варіанту дій у кожному особистому ході. Оптимальною стратегією гравця називається така, що забезпечує йому максимальний виграш або мінімальний програш. Мета застосування математичного апарату теорії гри в вирішенні прикладних задач управління — оптимізація поведінки гравця в ситуації прийняття рішень, в якій поряд з необов'язковою наявністю випадкових є особисті (свідомі) ходи.

В даній лабораторній роботі буде розглядатися гра з двома гравцями, в якій виграш однієї сторони дорівнює програшу іншої, а сума виграшів обох сторін дорівнює нулю, що в теорії ігор називають грою двох осіб з нульовою сумою. Подібні ситуації є типовими у практичній діяльності менеджерів, маркетологів, спеціалістів рекламних служб, які щоденно приймають рішення в умовах конкуренції, неповноти інформації тощо. Основною метою розв'язування задач цього класу є розробка рекомендацій щодо вибору оптимальних стратегій конфліктуючих сторін на основі застосування методичних підходів теорії ігор.

Гру зручно відобразити таблицею, що називається платіжною матрицею, або матрицею виграшів. Платіжна матриця має стільки стовпців, скільки стратегій у гравця В, і стільки рядків, скільки стратегій у гравця А. На перетині

рядків і стовпців, що відповідають різним стратегіям, стоять виграші гравця А і, відповідно, програші гравця В.

Формалізація задачі теорії гри, тобто побудова платіжної матриці може бути важким і навіть нездійсненним завданням унаслідок незнання стратегій, величезної їх кількості, а також через складність оцінювання виграшу.

Із багатьох критеріїв, які пропонуються теорією ігор для обрання раціональних варіантів рішень, найпоширенішим є песимістичний критерій мінімаксу-максиміну. Суть цього критерію у наступному.

Нехай гравець А вибрав стратегію A_i , тоді у найгіршому разі він отримає виграш, що дорівнює $\min a_{ij}$, тобто навіть тоді, якщо гравець В і знав би стратегію гравця А. Передбачаючи таку можливість, гравець А має вибрати таку стратегію, щоб максимізувати свій мінімальний виграш, тобто

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} .$$

Така стратегія гравця А позначається A_{i_0} і має назву *максимінної*, а величина гарантованого виграшу цього гравця називається *нижньою ціною гри*.

Гравець В, який програє суми у розмірі елементів платіжної матриці, навпаки має вибрати стратегію, що мінімізує його максимально можливий програш за всіма варіантами дій гравця А. Стратегія гравця В позначається через B_{j_0} і називається *мінімаксною*, а величина його програшу — *верхньою ціною гри*, тобто

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij} .$$

Оптимальний розв'язок цієї задачі досягається тоді, коли жодній стороні не вигідно змінювати вибрану стратегію, оскільки її супротивник може у відповідь вибрати іншу стратегію, яка забезпечить йому кращий результат.

Скінченні ігри, як правило, не мають сідлової точки. Якщо гра не має

сідлової точки, тобто

$$\alpha \neq \beta$$

$$i \alpha \leq v \leq \beta,$$

то максимінно-мінімаксні стратегії не є

оптимальними, тобто кожна із сторін може покращити свій результат, вибираючи інший підхід. Оптимальний розв'язок такої гри знаходять шляхом застосування *змішаних стратегій*, які є певними комбінаціями початкових «чистих» стратегій. Тобто змішана стратегія передбачає використання кількох «чистих» стратегій з різною частотою.

Зразок виконання роботи

Підприємства А і В реалізують 2 види продукції: підприємство А – a_1 і a_2 ; В – b_1 і b_2 . Товари a_1 і b_1 , a_2 і b_2 мають приблизно однакові техніко-економічні характеристики. Ціна на одиницю продукції a_1 складає 14 грн., b_1 – 17 грн., a_2 – 130 грн., b_2 – 145 грн. Ринок є насиченим цими товарами і розподілений так: a_1 : b_1

$= 6 : 5$; $a_2 : b_2 = 1 : 2$. Щодня на ринку реалізується 120 од. товару a_1 і 100 од. товару b_1 , а також 50 од. товару a_2 і 100 од. товару b_2 . Від продажу од. продукції a_1 підприємство отримує прибуток 3 грн., a_2 – 25 грн. Підприємство А прагне збільшити свої прибутки. Для цього воно розглядає наступні можливості:

1. знизити ціну на виріб a_1 до 12 грн. В цьому випадку, якщо ціна на b_1 зросте або залишиться незмінною, товар b_1 буде витіснено з ринку;
2. підвищити ціну на виріб a_2 до 135 грн. У цьому випадку, якщо ціна на b_2 зросте або залишиться незмінною – фізичні обсяги товарообороту не зміняться. Якщо ж ціна на b_2 знизиться – частка товару a_2 на ринку складе 30%.

Проаналізувавши ситуацію, керівництво підприємства А дійшло висновку, що підприємство В може відповісти наступним чином:

1. ніяких заходів не вживати у відповідь.
2. знизити ціну на виріб b_2 до 105 грн. І звести частку ринку a_2 до 30% у

випадку підвищення або незмінності цін на a_2 .

3. Знизити ціну на товар b_1 до 15 грн. і у випадку зниження цін на a_1 – зберегти ситуацію на ринку. У випадку незмінності цін на a_1 – частка a_1 зменшиться на 10% від початкових обсягів фізичного товарообороту.

В разі потреби, кожне з підприємств може самостійно наповнити ринок товарами.

Завдання: побудувати платіжну матрицю і визначити оптимальні стратегії для обох гравців.

Розв'язання.

Для розв'язку задачі такого типу застосуємо теорію ігор. На першому етапі будемо платіжну матрицю, на другому – шукаємо стратегії для кожного з гравців.

Розмірність платіжної матриці визначається кількістю стратегій кожного гравця. В нашому випадку розмірність матриці буде 2×3 . Елементи матриці будемо розраховувати як виграш у новій ситуації порівняно зі старою, а саме:

Елемент матриці = новий прибуток – старий прибуток.

$$a_{11} = 1 \cdot (120 + 100) - 3 \cdot 120 = -140$$

$$a_{12} = 1 \cdot (120 + 100) - 3 \cdot 120 + 0,3 \cdot (50 + 100) \cdot 25 - 25 \cdot 50 = -265$$

$$a_{13} = 1 \cdot 120 - 3 \cdot 120 = -240$$

$$a_{21} = 30 \cdot 50 - 25 \cdot 50 = 250$$

$$a_{22} = 30 \cdot 0,3 \cdot (50 + 100) - 50 \cdot 25 = 100$$

$$a_{23} = 30 \cdot 50 - 25 \cdot 50 + 0,9 \cdot 3 \cdot 120 - 3 \cdot 120 = 214$$

Таким чином, отримано наступну платіжну матрицю:

$$A = \begin{bmatrix} -140 & -256 & -240 \\ 250 & 100 & 214 \end{bmatrix}$$

Шукаємо нижню і верхню ціну гри:

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = \max\{-265; 100\} = 100$$

$$\beta = \min_j \max_i a_{ij} = \min\{250; 100; 214\} = 100$$

Як бачимо, нижня і верхня ціна гри є однаковими, тобто задачу теорії гри можна розв'язати в чистих стратегіях. Відповідно, для гравця A оптимальною буде друга стратегія, для гравця B – також друга.

Завдання практичної роботи

Підприємства A і B реалізують 2 види продукції: підприємство A – a_1 і a_2 ; B – b_1 і b_2 . Товари a_1 і b_1 , a_2 і b_2 мають приблизно однакові техніко-економічні характеристики. Ціна на одиницю продукції a_1 складає $(20 + N)$ гр. од., b_1 – $(25 + N)$ гр. од., a_2 – $(50 + N)$ гр. од., b_2 – $(53 + N)$ гр. од. Щодня на ринку реалізується $100N$ од. товару a_1 і $110N$ од. товару b_1 , а також $150N$ од. товару a_2 і $180N$ од. товару b_2 . Від продажу од. продукції a_1 підприємство отримує прибуток $(N + 5)$ гр. од., a_2 – $(N + 10)$ гр. од. Підприємство A прагне збільшити свої прибутки. Для цього воно розглядає наступні можливості:

1. знизити ціну на виріб a_1 на $(2N + 5)/3$ гр.од. В цьому випадку, якщо ціна на b_1 зросте або залишиться незмінною, товар b_1 буде витіснено з ринку;
2. підвищити ціну на виріб a_2 на $0,4(N + 10)$ гр.од. У цьому випадку, якщо ціна на b_2 зросте або залишиться незмінною – фізичні обсяги товарообороту не зміняться. Якщо ж ціна на b_2 знизиться – частка товару a_2 на ринку складе 30%.
3. знизити ціну на виріб a_2 на $0,6(N + 5)$ і у випадку незмінності або підвищення цін на b_2 – скоротити частку ринку товару b_2 на 15% від її початкової величини.

Проаналізувавши ситуацію, керівництво підприємства A дійшло висновку, що підприємство B може відповісти наступним чином:

1. ніяких заходів не вживати у відповідь.
2. знизити ціну на виріб b_2 на $0,5(N + 10)$ гр. од. І звести частку ринку a_2 до 30% у випадку підвищення або незмінності цін на a_2 . У випадку зниження ціни на a_2 на величину, не більшу планового прибутку $(N +$

- 10), обсяги товарообороту не зміняться.
3. Знизити ціну на товар b_1 на $(N + 7)/3$ гр. од. і у випадку зниження цін на a_1 – зберегти ситуацію на ринку. У випадку незмінності цін на a_1 – частка a_1 зменшиться на 15% від початкових обсягів фізичного товарообороту.

В разі потреби, кожне з підприємств може самостійно наповнити ринок товарами.

Завдання: побудувати платіжну матрицю і визначити оптимальні стратегії для обох гравців.

Практична робота № 7

Прийняття рішень в умовах невизначеності

Мета: здобути практичні навички з використання стохастичних методів, правил та критеріїв, що враховують різний ступінь ризику та застосовуються в аналітичній практиці для вибору оптимального варіанта управлінського рішення.

Теоретичні відомості

Прийняття рішень за умов ризику

Задачі прийняття рішення (ЗПР) за умов ризику називають стохастичними. У таких задачах кожній стратегії x_i , ставиться у відповідність не один, а кілька можливих наслідків $\{s_j\}$ з відомими умовними ймовірностями їх реалізації. Умова такої задачі подана в таблиці 7.1.

Таблиця 7.1 – Стохастична задача прийняття рішення

Стратегія	Наслідок						Математичне сподівання показника ефективності	
	s_1		s_2		...	s_i		
x_1	P_{11}	Q_{11}	P_{12}	Q_{12}	...	P_{1i}	Q_{1r}	$M(x_1) = \sum_{i=1}^r Q_{1r} P_{1r}$
x_2	P_{21}	Q_{21}	P_{22}	Q_{22}	...	P_{2i}	Q_{2r}	$M(x_2) = \sum_{i=1}^r Q_{2r} P_{2r}$
...
x_n	P_{n1}	Q_{n1}	P_{n2}	Q_{n2}	...	P_{ni}	Q_{nr}	$M(x_n) = \sum_{i=1}^r Q_{nr} P_{nr}$

Тут P_{nr} , Q_{nr} – імовірність r -го наслідку за реалізації n -ї стратегії та ефективність рішення в разі настання r -го наслідку за реалізації n -ї стратегії відповідно.

Для прийняття рішень за умов ризику найчастіше використовують методи зведення стохастичних ЗПР до детермінованих, наприклад, метод штучного зведення до детермінованої схеми та метод оптимізації в середньому.

Сутність методу *штучного зведення до детермінованої схеми* полягає в тому, що всі випадкові фактори наближено заміняють деякими не випадковими характеристиками, як правило, їх математичними

сподіваннями. У результаті стохастична ЗПР замінюється детермінованою.

Сутність *методу оптимізації в середньому* полягає в переході від випадкового показника ефективності Q до деякої статистичної характеристики.

При розв'язанні стохастичних ЗПР виникають дві проблеми: проблема вибору схеми переходу від стохастичної задачі до детермінованої та проблема, що пов'язана з вибором методу розв'язання та обчислювальної схеми процесу прийняття рішення відповідної детермінованої ЗПР.

Прийняття рішень за умов невизначеності

Задача прийняття рішення (ЗПР) за умов невизначеності полягає у виборі оптимальної стратегії, успіх реалізації якої залежить також від деяких невизначених факторів, що не підвладні ОПР й невідомі в момент прийняття рішення. Розрізняють невизначеності не стохастичної й стохастичної природи.

Так, невизначеності не стохастичної природи можуть спричинятися дією таких факторів:

– *стратегічні невизначеності* – зумовлені протидією кількох активних учасників, які мають різні цілі (наприклад, діями конкурентів). Тут невизначеність зумовлена тим, що ОПР приймає рішення за умов, коли невідомі майбутні дії або стратегії інших учасників (у термінах теорії ігор – гравців);

– *концептуальні невизначеності* – невизначені фактори, що зумовлені прийняттям особливо складних рішень, рішень, що мають довгострокові наслідки або можуть бути пов'язані з нечітким усвідомленням ОПР як власних цілей та можливостей, так й інших гравців. Окрім цього, концептуальні невизначеності можуть бути пов'язані з труднощами кількісної оцінки складних цілей та якісних критеріїв, які важко формалізуються.

ЗПР із невизначеністю не стохастичного типу розв'язують методами теорії ігор і теорії мінімаксу. Невизначеності стохастичного типу зумовлені об'єктивною дійсністю, яку називають природою. Природа розглядається як незацікавлена сторона. У такому разі ЗПР розв'язують за допомогою теорії статистичних рішень.

Розглянемо правила й критерії, що застосовуються в аналітичній практиці для вибору оптимального варіанта управлінського рішення.

Правило максімін (критерій Ваальда)

Той, хто приймає рішення, у цьому разі мінімально готовий до ризику, припускаючи максимум негативного розвитку стану зовнішнього середовища та з огляду на найменш сприятливий розвиток для кожної альтернативи. Зовнішнє середовище в даному випадку оцінюються як ворог у «грі двох осіб при нульовій сумі».

За цим критерієм ОПР вибирають стратегію, що гарантує максимальне значення найбільш поганого виграшу (стратегія фаталізму, критерій

максиміну).

У кожному рядку матриці (табл. 7.2) фіксують альтернативи з мінімальним значенням вартості капіталу і з відзначених мінімальних обирають максимальне. Альтернативі a^* з максимальним значенням з усіх мінімальних надається пріоритет. У матриці наведено приклад значень вартості капіталу ($KП_{ji}$) чотирьох альтернатив a_j . ($j = 1, 2, \dots, 5$).

Вибір здійснюється з використанням таблиці 7.2.

Таблиця 7.2 – Матриця значень вартості

a	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	min
a_1	190	130	120	140	135	120
a_2	170	145	130	125	155	125*
a_3	120	100	80	110	120	80
a_4	90	10	70	60	80	10

Примітка:* тут і далі зірочка відповідає мінімальним (максимальним) значенням альтернативи.

Максимумом мінімальних значень є вартість капіталу другої альтернативи при найменш сприятливому стані зовнішнього середовища для цієї альтернативи ($KП_{24} = 125$). Отже, керуючись правилом Ваальда, варто вибрати другу альтернативу.

Правило максімакс

Відповідно до цього правила вибирають альтернативу з найвищим $KП_{ji}$. При цьому ОПР не враховує при прийнятті рішення ризику від несприятливої зміни навколишнього середовища. Альтернативу знаходять за формулою:

$$a = \{a_j \max_j KП_{ji}\}. \quad (7.1)$$

Використовуючи дані таблиці 7.2, маємо: $a_1 = 190^*$; $a_2 = 170$; $a_3 = 120$; $a_4 = 90$.

Використовуючи це правило, визначаємо максимальні значення для кожного рядка та вибираємо найбільше з них. У цьому випадку альтернатива a_1 вважається оптимальною ($a^* = a_1$).

Загальний недолік правил максімакс і максімін – використання тільки одного варіанта розвитку ситуації для кожної альтернативи при прийнятті рішень.

Правило мінімакс (критерій Севіджа)

На відміну від максіміна мінімакс орієнтований на мінімізацію *не стільки витрат, скільки втрат із приводу упущеного прибутку.*

Правило допускає розумний ризик заради одержання додаткового прибутку. У ситуації невизначеності цим критерієм можна користуватися при впевненості, що випадковий збиток не приведе фірму до повного краху. Як правило, цей стан характеризується фінансовою стійкістю фірми.

Критерій Севіджа розраховують за формулою:

$$\min \max K = \min_i \left[\max_j \left(\max_i X_{ij} - X_{ij} \right) \right]. \quad (7.2)$$

Розрахунок мінімаксу складається з чотирьох етапів:

1. Знаходять кращий результат кожної графи окремо, тобто максимум X_{ij} – (реакції ринку). Такими відносно таблиці 7.2 (по вертикалі) будуть 190, 145, 130, 140, 155. Ми вибрали максимуми, що одержані у випадку точного передбачення реакції ринку.

2. Визначають відхилення від кращого результату кожної окремої граfi, тобто $\max_i X_{ij} - X_{ij}$. Отримані результати утворять матрицю відхилень (втрат) (табл. 7.3), тому що її елементи – це недоотриманий прибуток від невдало прийнятих рішень, які допущені через помилкову оцінку можливості реакції ринку.

Виходячи з результатів розрахунків (табл. 7.3), кращими альтернативами будуть a_1 і a_2 .

3. Для кожного рядка матриці втрат знаходимо максимальне значення. Отримані максимальні значення втрат рівні 20, 20, 70, 100.

Таблиця 7.3 – Матриця відхилень

a	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	\max_i
a_1	0	15	10	0	20	20
a_2	20	0	0	15	0	20
a_3	70	45	50	30	35	70
a_4	100	135	60	80	75	100

4. Вибираємо рішення, при якому максимальна втрата буде менше інших. У даному прикладі це перший і другий рядки, що відповідає вибору альтернатив a_1 і a_2 .

Оскільки розрахунки за правилами максімін, максімакс, мінімакс указують на перший рядок, доцільно вибрати альтернативу a_2 .

Правило Гурвиця

Відповідно до цього правила максімакс і максімін сполучаються зв'язуванням максимуму мінімальних значень альтернатив. Це правило ще називають правилом оптимізму-песимізму. Оптимальну альтернативу можна розрахувати за формулою:

$$a^* = \left\{ a_j \max \left[(1-a) \min_i K\Pi_{ij} + \max_i K\Pi_{ij} \right] \right\}, \quad (7.3)$$

де a – коефіцієнт оптимізму, $a = 1..0$ ($X = K\Pi$, при $a = 1$ альтернатива вибирається за правилом максімакс, при $a = 0$ – за правилом максімін).

Якщо, з огляду на страх ризику, задати $a = 0,3$, то таблиця 7.2 прийме вигляд таблиці 7.4.

Таблиця 7.4 – Матриця відхилень

a	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	$(1-0,3)\min K\Pi_{ij}$	$0,3 \max K\Pi_{ij}$	$(1-0,3)\min K\Pi_{ij} + 0,3\max K\Pi_{ij}$
a_1	190	130	120	140	135	84	57	141
a_2	170	145	130	125	155	91	51	142*
a_3	120	100	80	110	120	56	36	92
a_4	90	10	70	60	80	7	27	34

Відповідно до правила Гурвиця, остання графа містить значення цільової величини, одержуваної при $a = 0,3$.

Найбільше значення цільової величини має альтернатива a_2 .

Застосовуючи правило Гурвиця, враховують більш істотну інформацію, ніж при використанні правил максімін і максімакс.

Наведемо приклад застосування правила Гурвиця в умовах зміни економічної кон'юнктури. При ухваленні рішення про терміни випуску розробленої продукції виникло питання про терміни, пов'язані з кон'юнктурою ринку. Наслідки переходу до масового випуску нової продукції при різній реакції на неї ринку наведені в таблиці 7.5.

Таблиця 7.5 – Наслідки переходу до масового випуску нової продукції

Варіант рішення при переході до нового виробництва	Прибуток (збиток) після налагодження масового попиту, млн гр. од.			
	негайно	через 0,5 року	через 1 рік	через 1,5 роки
a_1 негайно	12	6	4	1
a_2 через 0,5 року	6	8	3	2
a_3 через 1 рік	1	2	5	7
a_4 через 1,5 роки	1	2	4	6

За критерієм Гурвиця:

$$K = \max_i [\max_j X_{ij}a + \min_j X_{ij}(1-a)]. \quad (7.4)$$

Прийmemo $a = 0,3$ і розрахуємо коефіцієнти:

$$K_1 = 12 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,7 = 4,2;$$

$$K_2 = 8 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,7 = 3,8;$$

$$K_3 = 7 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,7 = 2,8;$$

$$K_4 = 6 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,7 = 2,5.$$

За максимальним значенням критерію Гурвиця, слід прийняти рішення про перехід до масового випуску нової продукції негайно. З урахуванням того, що параметр a береться довільно, вибір суб'єктивний.

Прийняття рішення в умовах ризику

Для вибору оптимального рішення в ситуації ризику користуються правилом Бейєса (критерієм математичного очікування), критеріями Бернуллі, Лапласа та ін.

Правило Бейєса

Якщо імовірність P_i можливих станів зовнішнього середовища відома, використовується *правило Бейєса*. Критерієм вибору (K) слугує значення математичного очікування (MO) альтернативи j .

Критерій розраховують за формулою:

$$K = \max MO(X_{ij}). \quad (7.5)$$

Математичне очікування є середнім значенням випадкової величини та визначається за формулою:

$$MO(X_{ij}) = \sum X_{ij}P_i, \quad (7.6)$$

де X_{ij} – альтернатива, що відповідає i -му стану середовища;

P_i – імовірність i -го стану середовища.

Значення MO розраховують множенням вартості капіталу альтернативи j при стані оточуючого середовища S_i на відповідні значення ймовірності настання даного стану та наступного приведення одержаних похідних до загальної для кожної альтернативи суми. Оптимальну альтернативу знаходять за формулою:

$$a^* = \left\{ a_j \max_j \sum_{i=1}^n K\Pi_{ij} \cdot P_{ij} \right\}. \quad (7.7)$$

Нехай значення ймовірності оточуючого середовища $P_1 = 0,2$; $P_2 = 0,3$; $P_3 = 0,4$; $P_4 = 0,3$; $P_5 = 0,3$. Використовуючи значення таблиці 7.2, одержимо значення MO , що наведені в табл. 7.6.

Таблиця 7.6 – Вихідні дані

a	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	$K\Pi_{ij}$
a_1	190	130	120	140	135	140,5
a_2	170	145	130	125	155	141*
a_3	120	100	80	110	120	102
a_4	90	10	70	60	80	67

Відповідно до правила Бейеса альтернатива a_2 вважається оптимальною через більший, ніж у інших варіантів показник MO .

Критерій Бернуллі

За обґрунтуванням Бернуллі, можлива заміна значень MO і моментів ризику цільових функцій (наприклад, капіталу) на очікувану корисність

(вигоду). Виходять з того, що ОПР може оцінити вигоду різноманітних альтернатив і вибрати максимум «морального очікування» (MpO) за формулою:

$$MpO = \sum_{i=1}^n f(K\Pi_i)P_i, \quad (7.8)$$

де $f(K\Pi_i)$ – дегресивно зростаюча функція корисності;

$K\Pi_i$ – вартість капіталу при i -тому стані;

P_i – імовірність i -го стану зовнішнього середовища.

Для оцінки корисності використовують метод максимальної очікуваної корисності:

$$\Pi = (B_y \cdot O_y) - (B_n \cdot \Pi_n), \quad (7.9)$$

де Π – очікувана корисність від прийнятого рішення;

B_y, B_n – відповідно ймовірності успіху й втрат від невдачі;

O_y – оцінка успіху;

Π_n – втрати від невдачі.

Точність корисності не буде абсолютною, але дозволить приблизно порівняти варіанти за критерієм корисності та прийняти важливе практичне рішення.

Критерій Лапласа

Якщо ми не володіємо апріорною інформацією щодо ймовірностей можливих станів природи, то можна вважати їх однаково ймовірними. Тоді вибираємо стратегію, що забезпечить нам вигравш, тобто оптимальним вважається рішення, якому відповідає найбільша сума:

$$K = \max \sum X_{ij}. \quad (7.10)$$

Використовуючи дані таблиці 7.5, одержуємо наступні суми альтернативних виплат:

$$\sum X_{1j} = 23, \sum X_{2j} = 19, \sum X_{3j} = 15, \sum X_{4j} = 13.$$

Найбільша альтернативна виплата знаходиться в першому рядку таблиці, тобто оптимальним буде вважатись рішення про негайний перехід до масового випуску продукції.

Таким чином, пріоритет у виборі рішень за будь-якими критеріями віддається тому рішенню, що має більше математичне чекання (МО).

Метод «вартість-ефективність»

Даний метод враховує три етапи:

- побудова моделі ефективності;
- побудова моделі вартості;
- синтез вартості й ефективності.

За їх допомогою визначається, наприклад, кількість випущеної продукції за вартістю.

Модель вартості – залежність загальної вартості продукції, що виробляється від її кількості.

Модель ефективності – залежність можливості реалізації продукції від її кількості. Моделі будують на базі фактичних даних, надійного статистичного матеріалу. Однак вихідні параметри цих моделей не об'єднуються шляхом заданої залежності. Інколи використовується думка керівника, який встановлює граничне значення вартості, необхідні значення ефективності.

Обґрунтовуючи рішення, що приймаються в умовах невизначеності й ризику, у літературних джерелах пропонуються: метод коригувань, аналізу чуттєвості, сценарного аналізу, Монте-Карло, «дерева рішень» та ін.

Практичне завдання

Інвестиційна компанія має три альтернативні стратегії щодо вкладання коштів:

x_1 – будівництво житла;

x_2 – вкладання коштів у безризикові цінні папери та дорогоцінні метали;

x_3 – інвестиції в промисловість.

Матриця виграшів наведена в таблиці 7.7.

Розглядають три можливі стани природи (економічної кон'юнктури):

P_1 – стан економічної кон'юнктури погіршиться;

P_2 – не зазнає суттєвих змін;

P_3 – стан економічної кон'юнктури поліпшиться.

Для обґрунтування прийняття управлінського рішення необхідно допомогти компанії з вибором стратегії з числа альтернативи, при умові, що критерій середнього виграшу розраховано за допущенням щодо ймовірності стану економічної кон'юнктури: 0,2 – для P_1 ; 0,4 – P_2 ; 0,4 – P_3 . Критерій Гурвіца розрахований для $a = 0,5$.

Таблиця 7.7 – Матриця виграшів від інвестування

Альтернативна концепція щодо вкладання коштів	Стан природи (стан економічної кон'юнктури)			Критерії вибору оптимального рішення				
	P_1	P_2	P_3	Середнього виграшу	Лапласа	Ваальда	Севіджа	Гурвіца
x_1								
x_2								
x_3								

Питання до самоконтролю

1. Розкрийте суть процесу прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності.
2. Яку стратегію проводять ОПР, керуючись критерієм Ваальда?
3. Обґрунтуйте доцільність застосування критерію Севіджа.
4. Розкрийте економічну суть поняття «альтернативний варіант УР».
5. Охарактеризуйте процес прийняття управлінських рішень в умовах ризику.
6. Які критерії беруться за основу в ході прийняття рішень в умовах ризику?
7. Розкрийте поняття, правила та критерії прийняття рішень в умовах невизначеності та конфлікту.
8. Розкрийте принципи застосування правила Бейєса.
9. Обґрунтуйте доцільність використання критерію Бернуллі.
10. Розкрийте сутність критерію Лапласа.
11. Яким чином визначається математичне очікування?
12. Яка економічна сутність значення математичного очікування?
13. Який із критеріїв має перевагу у виборі рішення при рівних останніх?
14. Розкрийте сутність методу «вартість-ефективність».
15. Обґрунтуйте доцільність застосування математичного моделювання під час прийняття управлінських рішень.

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ ОФОРМЛЕННЯ ЗВІТУ З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ

Залежно від змісту й особливостей виконання практичної роботи, звіт складають у вигляді тексту, ілюстрацій, таблиць або їх сполучень.

Звіт оформлюють на аркушах формату А4 (210 x 297 мм).

Текст звіту виконується шрифтом Times New Roman 14 pt, через 1,5 міжрядковий інтервал до 30 рядків на сторінці.

Текст звіту слід друкувати, додержуючись таких розмірів берегів: верхній і нижній – 20 мм, лівий – 30 мм, правий – 10 мм.

Під час оформлення звіту необхідно дотримуватись рівномірної щільності, контрастності й чіткості зображення впродовж усього звіту. У звіті мають бути чіткі, нерозпливчасті лінії, літери, цифри та інші знаки. Усі лінії, літери, цифри й знаки повинні бути однаково чорними впродовж усього звіту.

Прізвища, назви установ, організацій, фірм та інші власні назви у звіті наводять мовою оригіналу.

Скорочення слів і словосполучень у звіті – відповідно до чинних стандартів із бібліотечної та видавничої справи.

Абзацний відступ повинен бути однаковим упродовж усього тексту звіту й дорівнювати 1,25 см.

Звіт має містити такі структурні елементи:

- відомості про студента (прізвище, ім'я, група, варіант завдання);
- тему та мету роботи;
- перелік завдань;
- теоретичні відомості до виконання практичних завдань;
- хід роботи, в якому описуються етапи та послідовність виконання завдань практичної роботи;
- висновки по роботі.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Розподіл балів за видами робіт

Мо- дуль	№	Вид заняття	Бали	
			min	max
ЗМ 1	1.	Математична постановка оптимізаційних задач. Використання Excel для розв'язування оптимальних задач.	4	6
	Всього за змістовий модуль			4
ЗМ 2	2.	Пошук оптимального плану виробництва.	4	6
	3.	Кореляційно-регресійний аналіз.	4	6
Всього за змістовий модуль			8	12
ЗМ 3	4.	Моделі мережевого планування	4	6
	5.	Багатоцільові задачі та методи їх розв'язування.	4	6
Всього за змістовий модуль			8	12
ЗМ 4	6.	Задачі в умовах конфлікту.	4	6
	7.	Прийняття рішень в умовах невизначеності.	4	6
Всього за змістовий модуль			8	12
Конспект лекцій			2	9
Науково-дослідна робота			6	9
Всього за семестр			36	60

Поточний контроль знань здійснюється у вигляді атестацій, які проводяться за результатами обов'язкових контрольних заходів, що передбачені навчальною програмою: виконання практичних робіт з перевіркою на ПЕОМ, тестування, проведення опитування на практичних заняттях, підготовка рефератів та презентацій по окремим темам, науково-дослідна робота.

В кінці 1 семестру здобувачі вищої освіти ступеня доктор філософії складають екзамен. З цією метою необхідно вивчити теоретичний матеріал і виконати згідно з вимогами практичні роботи. Екзамен за курс

здається після того, як здобувачі вищої освіти відпрацюють лекції та практичні заняття. У випадку невиконання навчальної програми вони до екзамену не допускаються. Для можливості отримання необхідної кількості балів для здобувачів вищої освіти розроблено індивідуальні розрахунково-графічні завдання по кожній з тем дисципліни.

Оцінювання знань здобувачів вищої освіти здійснюється за рейтинговою системою балів. Максимальна кількість залікових балів з дисципліни приймається 100. Здобувач вищої освіти отримує бали тільки за своєчасно виконану та захищену роботу на аудиторному занятті. Здобувачі вищої освіти, що своєчасно виконали та захистили усі практичні роботи, отримали позитивні оцінки за перевірку знань лекційного матеріалу, мають бали за науково-дослідну роботу і набрали не менше 60 балів отримують залік автоматично з відповідно набраною кількістю балів за семестр.

Підсумковий контроль виконується згідно шкали оцінювання.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для заліку
90 - 100	A	зараховано
82 - 89	B	
75 - 81	C	
64 - 74	D	
60 - 63	E	
35 - 59	FX	не зараховано з можливістю повторного складання
0 - 34	F	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Для отримання допуску до екзамену необхідно вивчити теоретичний матеріал, виконати згідно з вимогами практичні роботи, відпрацювати пропущені заняття та набрати не менше 36 балів.

Підсумковий контроль виконується згідно шкали оцінювання.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для екзамену
90 - 100	A	відмінно
82 - 89	B	добре
75 - 81	C	
64 - 74	D	
60 - 63	E	задовільно
35 - 59	FX	
0 - 34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Колпаков В. М. Теория и практика управленческих решений: учеб. пособие К.: МАУП, 2004. 504 с.
2. Волкова В. И. Системный анализ и принятие решений учеб. пособие для вузов М.: Высш.шк., 2004. 616 с.
3. Глухов В. В. Математические методы и модели для менеджмента СПб.: Издательство «Лань», 2000. 480 с.
4. Литвак Б. Г. Разработка управленческих решений: учеб. для вузов Акад. нар. хозяйства при правительстве РФ. М.: Дело, 2004. 416 с.
5. Ситник В. Ф. Системи підтримки прийняття рішень: навч. посібник К.: КНЕУ, 2004. 614 с.
6. Карданская Н. Л. Основы принятия управлінських рішень: навчальний посібник М.: Російська ділова література, 1998. 245 с.
7. Фатхутдинов Р. А. Розробка управлінського рішення: підручник М.: ЗАТ Бізнес-школа «Интел-синтез», 1998. 323 с.
8. Смирнов Э. А. Управленческие решения М.: Инфра-М, 2001. 271 с.
9. Литвак Б. Г. Розробка управлінського рішення: підручник М.: Справа, 2001. 392 с.
10. Катунев А. И. Математические методы в системах принятия решений: учебное пособие М.: Высшая школа, 2005. 311 с.
11. Шахов В. В. Теория и управление рисками в М.: Финансы и статистика, 2003. 224 с.
12. Мельников А. В. Риск-менеджмент: стохастический анализ рисков в экономике финансов и страхования М.: Анкил, 2003. 159 с.
13. Вітлінський В. В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком: навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисцК.: КНЕУ, 2000. 292 с.

14. Шалобаев С. И. Математические методы и моделирование в экономике, финансах, бизнесе М.: ЮНИТИ, 2000. 367 с.
15. Мочаліна З. М. Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни «Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті» (для студентів спеціальності «Облік і аудит») Харків: ХНАМГ, 2005. 182 с.
16. Бакаєв Л. О. Кількісні методи в управлінні інвестиціями: навч. посібник К.: КНЕУ, 2000. 151 с.
17. Экономико-математические методы и прикладные модели. М.: ЮНИТИ, 2000. 391 с.
18. Малиш Н. А. Моделювання економічних процесів ринкової економіки. К.: МАУП, 2004. 120 с.
19. Єріна А. М. Статистичне моделювання та прогнозування: навч. посібник К.: КНЕУ, 2001. 170 с.
20. Христиановский В. В. Экономический риск и методы его измерения Донецк: ДонНУ, 2000. 197 с.

Навчальне видання

**СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ВИКОРИСТАННЯ
МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

Методичні рекомендації

Укладачі:

Шебаніна Олена В'ячеславівна
Клочан Віра Павлівна
Клочан Ірина Володимирівна та ін.

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 6,375.
Тираж 50 прим. Зам. № __

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.