

ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК НЕСТАЦІОНАРНОГО ПОВІЛЬНОГО РУХУ В'ЯЗКОПРУЖНОГО СЕРЕДОВИЩА В КАНАЛІ

Калужин Д.В., студент групи ЕЗ/1 інженерно-енергетичного факультету

Научний керівник Борчик Є.Ю., к.ф.-м.н., доценте-mail:

borchikeu@gmail.com

Миколаївського національного аграрного університету

Розглядається одномірна задача про деформування пружно-в'язкопластичного матеріалу в каналі під дією сили тяжіння при умові, що рух матеріалу повільний, тобто число Ейлера $Eu = \frac{\rho_* \cdot v_*^2}{\sigma_*} \ll 1$ (ρ_* , v_*^2 , σ_* – характерні величини: щільність, масова швидкість і напруження) і в рівняннях руху можна знехтувати інерційними членами.

Припускається що деформації досить малі. Причому

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^v,$$

де ε_{ij} , ε_{ij}^e , ε_{ij}^v – компоненти тензорів малих повних, пружних і пластичних деформацій.

Поведінка матеріалу описується за допомогою пружного потенціалу:

$$\rho u = \frac{1}{2} \cdot \lambda \cdot (\varepsilon_{ij}^e)^2 + \mu \cdot \varepsilon_{ij}^e \cdot \varepsilon_{ij}^e; \quad \lambda = const, \mu = const.$$

та закону пластичної течії:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^v = \Psi_{ij} = \frac{S-3 \cdot \alpha \cdot p-k}{\sigma_* \cdot \tau \cdot \sqrt{1+3 \cdot \alpha^2}} \cdot (\alpha \cdot \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{S}).$$

Система диференціальних рівнянь, що моделює повільні рухи пружно-в'язкопластичного середовища, складається з продиференційованого за часом рівняння рівноваги, продиференційованих за часом співвідношень Коші, закону пластичної течії і замикається кінцевими реологічними співвідношеннями (закон Гука). В якості динамічної умови пластичності обирається узагальнена умова Мізеса-Шлейхерта [1,2,3].

Система розглядається для випадку однієї просторової змінної в області $G = \{0 \leq x \leq 1, t \geq 0\}$. Початкові умови задаються відповідними нестурбованому стану тіла в відліковій конфігурації. Граничні умови відповідають на поверхні тіла завданню або швидкості, або вектора напружень, або їх комбінації.

Дана система рівнянь є суттєво нелінійною і має таку особливість: рівняння рівноваги в силу знехтуванням інерційними членами є рівняннями еліптичного типу, в той час як всі інші рівняння є рівняннями еволюційного типу. Тому для її розв'язку використовується наступна різницева схема [4].

Спочатку апроксимуються продиференційовані за часом рівняння рівноваги. Потім для обчислення повних та пластичних деформацій застосовується найпростіший метод Ейлера. Для обчислення напружень використовується закон Гука.

Розроблений чисельний метод був реалізований в системі MATLAB для розв'язання задачі про квазістатичний нестационарний рух пружно-в'язкопластичного матеріалу в каналі під дією сили тяжіння.

Знайдено умову старту в'язкої течії в каналі. Якщо початковий тиск приймає значення менше критичного, то має місце в'язка течія матеріалу з пружним ядром у центральній частині каналу. Якщо початковий тиск приймає значення не менше критичного, то весь матеріал знаходиться в пружному стані, в'язкої течії не виникає і канал запирається.

Показано, що у в'язкій області ділатансія матеріалу призводить до виникнення компоненти швидкості частинок матеріалу, що спрямована перпендикулярно до напрямку руху матеріалу під дією сили тяжіння, тобто спрямована від стінок каналу до границі пружного ядра.

Список використаних джерел:

1. Бирюков В.А. Анализ зависимости глобальной нагрузки от механических параметров льда при взаимодействии ледяного поля с конструкцией / Миряха В.А., Петров И.Б.//ДАН. Механика. 2016.Т.474, №6. с.696-699.

2. Ивлев Д.Д., Быковцев Г.И. Теория упрочняющегося пластического тела. – М:Наука, 1971. – 232 с.

3. Швець В.Б. Механіка ґрунтів. Основи та фундаменти: Підручник / Бойко І.П., Винников Ю.Л., Зоценко М.Л., Петраков О.О., Солодянкін О.В., Шаповал В.Г., Шашенко О.М., Біда С.В.. – Дніпропетровськ: «Пороги», 2014. – 231 с.

4. Ivanov V.D., Kondaurov V.I., Petrov I.B., Kholodov A.S. Calculation of Dynamic Deformation and Destructure of Elastic-Plastic Body by Grid-Characteristic Methods // Mat. Model. 1990. V. 2. P. 10–29.