

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-енергетичний факультет

Кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки

Фізика.

Модуль 3 «Молекулярна фізика. Термодинаміка»

методичні рекомендації

для самостійного вивчення теоретичного курсу здобувачами
початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти ОПП
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» і
«Агроінженерія» спеціальностей 141 «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка» та 208 «Агроінженерія» денної
форми здобуття вищої освіти

Миколаїв
2022

Рекомендовано до друку методичною радою Інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 24.11.2022, протокол № 3.

Укладачі:

- Вахоніна Л. В. – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Мартиненко В. О. – канд. тех. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Руденко А. Ю. – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Мардзявко В. А. – канд. тех. наук, старший викладач кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Власенко Л. В. – майстер робітничого навчання кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

- Гавриш В. І. – канд. тех. наук, д.е.н., професор кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації та технічного сервісу, Миколаївський національний аграрний університет.
- Рябенький В. М. – д-р. тех. наук професор кафедри програмована електроніка, електротехніка і телекомунікації.

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| 1. Молекулярна фізика | 4 |
| 1.1. Статистична фізика..... | 4 |
| 1.2. Дослідні газові закони..... | 5 |
| 1.3. Закони для суміші газів..... | 6 |
| 1.4. Приклади розв'язування задач..... | 7 |
| 1.5. Запитання для самоконтролю..... | 13 |
| 1.6. Задачі для роботи в аудиторії..... | 14 |
| 1.7. Задачі для самостійної роботи..... | 14 |
| 2. Термодинаміка | 19 |
| 2.1. Внутрішня енергія газу та перший закон термодинаміки..... | 19 |
| 2.2. Приклади розв'язання задач..... | 21 |
| 2.3. Запитання для самоконтролю..... | 27 |
| 2.4. Задачі для роботи в аудиторії..... | 27 |
| 2.5. Задачі для самостійної роботи..... | 28 |
| 3. Колові процеси та реальні гази | 33 |
| 3.1. Основні теоретичні відомості..... | 33 |
| 3.2. Приклади розв'язання задач..... | 34 |
| 3.3. Питання до самостійного контролю..... | 38 |
| 3.4. Задачі для роботи в аудиторії..... | 39 |
| 3.5. Задачі для самостійної роботи..... | 39 |
| 4. Число зіткнень молекул та явища переносу | 45 |
| 4.1. Основні теоретичні відомості..... | 45 |
| 4.2. Питання до самостійного контролю..... | 46 |
| 4.3. Приклади розв'язання задач..... | 47 |
| 4.4. Задачі для роботи в аудиторії..... | 52 |
| 4.5. Задачі для самостійної роботи..... | 53 |
| 5. Властивості рідин | 55 |
| 5.1. Основні теоретичні відомості..... | 55 |
| 5.2. Приклади розв'язання задач..... | 56 |
| 5.3. Запитання для самоконтролю..... | 60 |
| 5.4. Задачі для роботи в аудиторії..... | 60 |
| 5.5. Задачі для самостійної роботи..... | 61 |
| ЛІТЕРАТУРА | 64 |
| ДОДАТКИ | 65 |

1. Молекулярна фізика

1.1. Статистична фізика

Кількість речовини тіла (системи)

$$\nu = N / N_A ,$$

де N - число структурних елементів (молекул, атомів, іонів та т.і.), складаючих тіло (систему);

N_a постійна Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Молярна маса речовини

$$M = m / \nu ,$$

де m - маса однорідного тіла (системи);

ν -кількості речовини цього тіла.

Відносна молекулярна маса речовини

$$M_r = \sum n_i A_{r,i},$$

де n_i - число атомів 1-го хімічного елемента, що входить в склад молекули даної речовини;

$A_{r,i}$ —відносна атомна маса цього елемента.

Зв'язок молярної маси M з відносною молекулярною масою речовини

$$M = M_r k ,$$

де $k=10^{-3}$ кг/моль.

Кількість речовини суміші газів

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = \frac{N_1}{N_a} + \frac{N_2}{N_a} + \dots + \frac{N_n}{N_a} ,$$

або

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n} ,$$

де ν_i , N_i , m_i , M_i відповідно кількість речовини, кількість молекул, маса, молярна маса 1-го компонента суміші.

1.2. Дослідні газові закони

Рівняння Менделєєва-Клапейрона (рівняння стану ідеального газу)

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT ,$$

де m - маса газу, M -молярна маса газу, R -молярна газова постійна, ν - кількість речовини, T - термодинамічна температура.

Дослідні газові закони, що є окремими випадками рівняння Менделєєва — Клапейрона для ізопроцесів:

- **закон Бойля — Маріотта** (ізотермічний процес: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$pV = \text{const} ,$$

чи для двох станів газу

$$p_1V_1 = p_2V_2 ;$$

- **закон Гей - Люссака** (ізобарний процес: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const} ,$$

чи для двох станів

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} ;$$

- **закон Шарля** (ізохорний процес: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{p}{T} = \text{const} ,$$

чи для двох станів

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} ;$$

- **об'єднаний газовий закон** ($m = \text{const}$)

$$\frac{pV}{T} = \text{const} , \text{ чи } \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} ,$$

де p_1, V_1, T_1 – тиск, об'єм та температура газу в початковому стані; стані; p_2, V_2, T_2 — ті ж величини в кінцевому стані.

1.3. Закони для суміші газів

Закон Дальтона, що визначає тиск суміші газів

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n ,$$

де p_i - парціальні тиски компонентів суміші;

n - число компонентів суміші.

Парціальним тиском називається тиск газу, що створював би цей газ, якби тільки він один знаходився в посудині, зайнятій сумішшю.

Молярна маса суміші газів

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{v_1 + v_2 + \dots + v_n} ,$$

де m_i - маса 1-го компонента суміші;

$$v_i = \frac{m_i}{M_i} - \text{кількість речовини } i\text{-го компонента суміші};$$

n - число компонентів суміші речовини i -го компонента суміші.

Масова частка i -го компонента суміші газу (у долях одиниць чи відсотках)

$$\omega_i = \frac{m_i}{m} ,$$

де m - маса суміші.

Концентрація молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{M} ,$$

де N - число молекул, що містяться в даній системі;

ρ - густина речовини;

V - об'єм системи.

Формула справедлива не тільки для газів, але і для будь-якого агрегатного стану речовини.

Основне рівняння кінетичної теорії газів

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle ,$$

де $\langle \varepsilon_n \rangle$ - середня кінетична енергія поступального руху молекули.

Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT ,$$

де k = постійна Больцмана.

Середня повна кінетична енергія молекули.

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де i - число ступенів свободи молекули.

Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури

$$p = nkT.$$

Швидкості молекул:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \text{ - середня квадратична;}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \text{ - середня арифметична;}$$

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \text{ - найбільш ймовірна,}$$

де m_i — маса однієї молекули.

Відносна швидкість молекули

$$u = \frac{v}{v_{\text{в}}},$$

де v - швидкість даної молекули.

1.4. Приклади розв'язування задач

Задача 1.1. Визначити для сірчаної кислоти: 1) відносну молекулярну масу M_r ; 2) молярну масу M .

Рішення. 1. Відносна молекулярна маса речовини дорівнює сумі відносних атомних мас всіх елементів, атоми яких входять до складу молекули даної речовини, і визначається по формулі

$$M_r = \sum n_i A_{r,i}, \quad (1)$$

де n_i — число атомів 1-го елемента, що входять у молекулу;

$A_{r,i}$ — відносна атомна маса 1-го елемента.

Хімічна формула сірчаної кислоти має вид H_2SO_4 . Так як до складу молекули сірчаної кислоти входять атоми трьох елементів, то сума, що стоїть в правій частині, рівності (1) буде складатись з трьох складових та вона прийме вигляд

$$M_r = n_1 A_{r,1} + n_2 A_{r,2} + n_3 A_{r,3} \quad (2)$$

З формули сірчаної кислоти далі виходить, що $n_1=2$ (два атоми водню), $n_2=1$ (один атом сірки) та $n_3=4$ (чотири атоми кисню).

Значення відносних атомних мас водню, сірки і кисню знайдемо в таблиці Д.І. Менделєєва.

$$A_{r,1}=1, \quad A_{r,2}=32, \quad A_{r,3}=16.$$

Підставивши значення n_i , та $A_{r,i}$ у формулу (2), знайдемо (відносну молекулярну масу сірчаної кислоти):

$$M_r = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 32 + 4 \cdot 16 = 98.$$

2. Знаючи відносну молекулярну масу M_r , знайдемо молярну масу сірчаної кислоти по формулі

$$M = M_r k, \quad (3)$$

де $k=10^{-3}$ кг/моль.

Підставивши в (3) значення величин отримаємо

$$M = 98 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$$

Відповідь: $M = 98 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Задача 1.2. Визначити молярну масу M суміші кисню масою $m_1=25$ г і азоту масою $m_2=75$ г.

Рішення. Молярна маса суміші M є відношенням маси суміші m до кількості речовини суміші v :

$$M = m/v. \quad (1)$$

Маса суміші дорівнює сумі мас компонентів суміші:

$$m = m_1 + m_2 \quad (2)$$

Кількість речовини суміші дорівнює сумі кількостей речовини компонентів:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}. \quad (3)$$

Підставивши у формулу (1) рівняння (2) і (3), отримаємо:

$$M = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}}. \quad (4)$$

Застосувавши метод, використаний у задачі 1.1, знайдемо полярні маси кисню M_1 і азоту M_2 : $M_1=32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $M_2=28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Підставимо значення величин в рівняння (3) та зробимо розрахунки:

$$M = \frac{25 \cdot 10^{-3} + 75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3} / (32 \cdot 10^{-3}) + 75 \cdot 10^{-3} / (28 \cdot 10^{-3})} = 28,9 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль.}$$

Відповідь: $M = 28,9 \cdot 10^{-3}$ кг / моль.

Задача 1.3. Визначити число N молекул, що містяться в об'ємі $V=1$ мм³ води, і масу m_1 молекули води, вважаючи умовно, що молекули води мають вид кульок, що стикаються одна з одною, знайти діаметр d молекул.

Рішення. Число N молекул, що містяться в деякій системі масою m , дорівнює добутку постійної Авогадро N_A на кількість речовини ν :

$$N = \nu N_A.$$

Так як $\nu = m / M$,

де M - молярна маса, звідси
$$N = \frac{m N_A}{M}.$$

Вказавши з цієї формули масу як добуток густини на об'єм V отримаємо

$$N = \rho V N_A / M.$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що $M=18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

Масу m_1 однієї молекули можна знайти по формулі

$$m_1 = M / N_A. \quad (1)$$

Підставивши у (1) значення M та N_A знайдемо масу молекули води:

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Якщо молекули води щільно прилягають друг до друга, то можна вважати, що на кожну молекулу приходить об'єм (кубічна ячейка) $V_1 = d^3$, де d — діаметр молекули. Звідси

$$d = \sqrt[3]{V_1}. \quad (2)$$

Обсяг V_1 знайдемо, розділивши молярний об'єм V_m на число молекул в молі, тобто на N_A :

$$V_1 = V_m / N_A. \quad (3)$$

Підставимо рівняння (3) в (2):

$$d = \sqrt[3]{V_m / N_A},$$

де $V_m = M / \rho$. Тоді

$$d = \sqrt[3]{M / (\rho N_A)}. \quad (4)$$

Перевіримо, чи дає права частина рівняння (4) одиницю довжини:

$$\left\{ \frac{[M]}{[\rho][N_A]} \right\}^{1/3} = \left\{ \frac{1 \text{ кг} / \text{моль}}{1 \text{ кг} / \text{м}^3 \cdot 1 \text{ моль}^{-1}} \right\}^{1/3} = 1 \text{ м}.$$

Зробимо обчислення:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ нм}.$$

Відповідь: $d = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ нм}$.

Задача 1.4. В балоні об'ємом 10 л знаходиться гелій під тиском $p_1 = 1$ МПа та при температурі $T_1 = 300$ К. Після того як з балона було взято $m = 10$ г гелію, температура в балоні понизилася до $T_2 = 290$ К. Визначити тиск p_2 гелію, що залишився в балоні.

Рішення. Для вирішення задачі скористаємося рівнянням Менделєєва -Клапейрона, застосувавши його до кінцевого стану газу:

$$p_2 V = \frac{m_2}{M} R T_2, \quad (1)$$

де m_2 — маса гелію в балоні в кінцевому стані; M — молярна маса гелію; R — молярна газова постійна.

З рівняння (1) виразимо шуканий тиск:

$$p_2 = m_2 RT_2 / (MV). \quad (2)$$

Масу m_2 гелію виразимо через масу m_1 , що відповідає початковому стану, та масу m гелію, взятого з балону:

$$m_2 = m_1 + m. \quad (3)$$

Масу m_1 гелію знайдемо також з рівняння Менделєєва - Клайперона, застосувавши його до початкового стану:

$$m_1 = Mp_1 V / (RT_1). \quad (4)$$

Підставивши рівняння маси m_1 в (3), а потім рівняння m_2 в (2), знайдемо

$$p_2 = \left(\frac{Mp_1 V}{RT_1} + m \right) \cdot \frac{RT_2}{MV},$$

чи

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 + \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_2}{V}. \quad (5)$$

Перевіримо, чи дає формула (5) одиницю тиску. Для цього в її праву частину замість символів величин підставимо їхньої одиниці. В правій частині формули два доданки. Очевидно, що перше з них дає одиниць тиску, тому що складається з двох множників, перший з яких (T_2/T_1) — безрозмірний, а другий — тиск. Перевіримо другий доданок:

$$\begin{aligned} \frac{[m][R][T]}{[M][V]} &= \frac{1 \text{ кг}}{1 \text{ кг} / \text{ моль}} \cdot \frac{1 \text{ Дж} / (\text{ моль} \cdot \text{ К}) \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ моль}}{1 \text{ кг}} \cdot \frac{1 \text{ Дж} \cdot 1 \text{ К}}{1 \text{ м}^3 \cdot 1 \text{ моль} \cdot 1 \text{ К}} = \\ &= \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Н} \cdot \text{ м}}{1 \text{ м}^3} = \frac{1 \text{ Н}}{1 \text{ м}^2} = 1 \text{ Па}. \end{aligned}$$

Паскаль є одиницею тиску. Зробимо обчислення по формулі (5), враховуючи, що $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{ Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па} = 0,364 \text{ МПа}.$$

Відповідь: $p_2 = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па} = 0,364 \text{ МПа}.$

Задача 1.5. Балон містить $m_1 = 80$ г кисню і $m_2 = 320$ г аргону. Тиск суміші $p = 1$ МПа, температура $T = 300$ К. Приймаючи дані гази за ідеальні, визначити об'єм V балона.

Рішення. За законом Дальтона, тиск суміші дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші. По рівнянню Менделєєва — Клапейрона, парціальні тиски p_1 кисню і p_2 аргону виражаються формулами

$$p_1 = m_1 RT / (M_1 V), p_2 = m_2 RT / (M_2 V).$$

Звідси за законом Дальтона тиск суміші газів

$$p = p_1 + p_2, \quad p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \cdot \frac{RT}{V}.$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що

$$M_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}, \quad M_2 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль} :$$

$$V = \left(\frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{8,31 \cdot 300}{10^6} = 0,0262 \text{ м}^3 = 26,2 \text{ л}.$$

Відповідь: $V = 0,0262 \text{ м}^3 = 26,2 \text{ л}.$

Задача 1.6. Знайти середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle$ обертального руху однієї молекули кисню при температурі $T = 350$ К, а також кінетичну енергію E_k обертального руху всіх молекул кисню масою $m = 4$ г.

Рішення. На кожен ступінь волі молекули газу приходиться однакова середня енергія $\varepsilon = \frac{1}{2} kT$, де k — постійна Больцмана; T — термодинамічна температура газу.

Так як обертальному руху двохатомної молекули (молекула кисню-двохатомна) відповідають дві ступені волі, то середня енергія обертального руху молекули кисню

$$\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT. \quad (1)$$

Кінетична енергія обертального руху всіх молекул газу

$$E_k = \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle N. \quad (2)$$

Число всіх молекул газу

$$N = N_A \cdot \nu, \quad (3)$$

де, N_A - постійна Авогадро;

ν -кількість речовини.

Якщо врахувати, що кількість речовини $\nu = m/M$, де m — маса газу; M — молярна маса газу, то формула (3) прийме вигляд

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

Підставивши рівняння N в формулу (2), отримаємо

$$E_k = N_A m \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle / M. \quad (4)$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що для кисню $M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}$

$$\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$$

$$E_k = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} = 364 \text{ Дж}.$$

$$A = 2 \cdot 3,14 \cdot (0,1)^2 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \text{ мДж}.$$

Відповідь: $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$

$$E_k = 364 \text{ Дж}.$$

$$A = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 2,5 \text{ мДж}$$

1.5. Запитання для самоконтролю

1. Який газ називається ідеальним?
2. Сформулювати закони ідеального газу, записати їх рівняння та нарисувати їх графіки.
3. Вивести рівняння газового стану для ідеального газу.
4. За яких умов властивості реальних газів наближаються до властивостей ідеального газу?
5. Як виводиться основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів?
6. Як експериментально визначають швидкості молекул газу?
7. У чому полягає закон Максвелла про розподіл швидкостей молекул та якими дослідями він підтверджується?

1.6. Задачі для роботи в аудиторії

1. Обчислити масу m атома азоту. $[2,33 \cdot 10^{-26} \text{ кг}]$
2. Густина газу ρ при тиску $p = 96 \text{ кПа}$ і температурі $t=0^\circ\text{C}$ дорівнює $1,35 \text{ г/л}$. Знайти молярну масу M газу. $[32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}]$
3. Визначити тиск p_1 і p_2 газу, що містить $N=10^9$ молекул і має об'єм $V=1 \text{ см}^3$, при температурах $T_1 = 3\text{К}$ і $T_2=1000\text{К}$. $[41,4 \text{ нПа}; 13,8 \text{ мкПа}]$
4. При температурі $t=35^\circ\text{C}$ і тиску $p = 708 \text{ кПа}$ густина деякого газу $\rho=12,2 \text{ кг/м}^3$. Визначити відносну молекулярну масу M_r газу. $[44,1]$
5. Який обсяг V займає суміш азоту масою $m_1 = 1 \text{ кг}$ і гелію масою $m_2=1 \text{ кг}$ при нормальних умовах? $[6,4 \text{ м}^3]$
6. У балоні місткістю $V=15 \text{ л}$ знаходиться суміш, що містить $m_1 = 10 \text{ г}$ водню, $m_2 = 54 \text{ г}$ водяного пару і $m_3 = 60 \text{ г}$ окису вуглецю. Температура суміші $t=27^\circ$. Визначити тиск. $[1,69 \text{ МПа}]$
7. Знайти повну кінетичну енергію, а також кінетичну енергію обертального руху однієї молекули аміаку NH_3 при температурі $t=27^\circ\text{C}$. $[1,24 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}; 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}]$

1.7. Задачі для самостійної роботи

1. Визначити кількість речовини ν і число N молекул кисню масою $m = 0,5 \text{ кг}$.
2. Скільки атомів міститься в ртуті: 1) кількістю речовини $\nu = 0,2 \text{ моль}$; 2) масою $m=1 \text{ г}$?
3. Вода при температурі $t = 4^\circ\text{C}$ займає об'єм $V=1 \text{ см}^3$. Визначити кількість речовини ν і число N молекул води.
4. Знайти молярну масу M и масу m_m однієї молекули повареної солі.
5. Визначити масу m_m однієї молекули вуглекислого газу.
6. Визначити концентрацію n молекул кисню, що знаходиться в ємності місткістю $V=2 \text{ л}$. Кількість речовини ν кисню дорівнює $0,2 \text{ моль}$.
7. Визначити кількість речовини ν водню, що заповнює ємність, об'ємом $V=3 \text{ л}$, якщо концентрація молекул газу в ємності $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

8. У балоні місткістю $V=3$ л міститься кисень масою $m=10$ г. Визначити концентрацію n молекул газу.
9. Визначити відносну молекулярну масу M_r : 1) води; 2) вуглекислого газу; 3) повареної солі.
10. Визначити кількість речовини ν і число N молекул азоту масою $m=0,2$ кг.
11. У циліндр довжиною $l=1,6$ м, заповнений повітрям при нормальному атмосферному тиску p_0 , почали повільно вдвигати поршень площею основи $S=200$ см². Визначити силу F , що діє на поршень якщо його зупинити на відстані $l^1=10$ см від дна циліндра.
12. У балоні знаходиться газ при температурі $T_1=400$ К. До якої температури T_2 треба нагріти газ, щоб його тиск збільшився в 1,5 рази?
13. Балон місткістю $V=20$ л заповнений азотом при температурі $T=400$ К. Коли частину газу використали, тиск у балоні понизилося на $\Delta p=200$ кПа. Визначити масу m витраченого газу. Процес вважати ізотермічним.
14. У балоні місткістю $V=15$ л знаходиться аргон під тиском $p_1=600$ кПа і при температурі $T_1=300$ К. Коли з балона було взято якусь кількість газу, тиск у балоні понизилося до $p_2=400$ кПа, а температура установилася $T_2=260$ К. Визначити масу m аргону, взятого з балона.
15. Дві ємності однакового обсягу містять кисень. В одній ємності тиск $p_1=2$ МПа і температура $T_1=800$ К, в іншому $p_2=2,5$ МПа, $T_2=200$ К. Ємності з'єднали трубкою й остудили кисень, що знаходиться в них, до температури $T=200$ К. Визначити тиск p , який встановився в ємностях.
16. Обчислити густину ρ азоту, що знаходиться в балоні під тиском $p=2$ МПа і має температуру $T=400$ К.
17. Визначити відносну молекулярну масу M_2 газу, якщо при температурі $T=154$ К и тиску $p=2,8$ МПа він має густину $\rho=6,1$ кг/м³.
18. Знайти густину ρ азоту при температурі $T=400$ К и тиску $p=2$ МПа.

19. У ємності місткістю $V = 40$ л знаходиться кисень при температурі $T = 300$ К. Коли частина газу використали, тиск у балоні понизилося на $\Delta p = 100$ кПа. Визначити масу m витраченого кисню. Процес вважати ізотермічним.

20. Визначити густину ρ водяної пари, що знаходиться під тиском $p = 2,5$ кПа і має температуру $T = 250$ К.

21. Визначити внутрішню енергію U водню, також середню кінетичну енергію молекули цього газу при температурі $T = 300$ К, якщо кількість речовини ν цього газу дорівнює $0,5$ моль.

22. Визначити сумарну кінетичну енергію E поступального руху всіх молекул газу, що знаходиться в ємності місткістю $V = 3$ л під тиском $p = 540$ кПа.

23. Кількість речовини гелію $\nu = 1,5$ моль, температура $T = 120$ К. Визначити сумарну кінетичну енергію E_k поступального руху всіх молекул цього газу.

24. Молярна внутрішня енергія U_m деякого двоатомного газу дорівнює $6,02$ кДж/моль. Визначити середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{об} \rangle$ обертального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним.

25. Визначити середню кінетичну енергію (ε) однієї молекули водяної пари при температурі $T = 500$ К.

26. Визначити середню квадратичну швидкість ($V_{кв}$) молекули газу, поміщеного в ємність місткістю $V = 2$ л під тиском $p = 200$ кПа. Маса газу $m = 0,3$ г.

27. Водень знаходиться при температурі $T = 300$ К. Знайти середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{об} \rangle$ обертального руху однієї молекули, а також сумарну кінетичну енергію E_k усіх молекул цього газу; кількість водню $\nu = 0,5$ моль.

28. При якій температурі середня кінетична енергія $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступального руху молекули газу дорівнює $4,14 \cdot 10^{21}$ Дж ?

29. В азоті поміщені дрібні порошини, що рухаються так, ніби вони були дуже великими молекулами. Маса кожної порошини дорівнює $6 \cdot 10^{-10}$ г. Газ знаходиться при температурі $T = 400$ К. Визначити середні квадратичні швидкості ($V_{кв}$), а також середні кінетичні енергії $\langle \varepsilon_{п} \rangle$ поступального руху молекули азоту і порошини.

30. Визначити середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle$ поступального руху і $\langle \varepsilon_{\text{об}} \rangle$ обертального руху молекули азоту при температурі $T = 1$ кВ. Визначити також повну кінетичну енергію E_k молекули за тих самих умов.

31. Визначити молярну масу M двохатомного газу і його питомі теплоємності, якщо відомо, що різниця $C_p - C_v$ питомих теплоємностей цього газу дорівнює 260 Дж/(кг·К).

32. Знайти питомі C_p та C_v , а також молярні C_p і C_v теплоємності вуглекислого газу.

33. Визначити показник адиабати γ ідеального газу, що при температурі $T = 350$ К и тиску $p = 0,4$ МПа займає об'єм $V = 300$ л і має теплоємність $C_v = 857$ Дж/К.

34. В є осуді місткістю $V = 6$ л знаходиться при нормальних умовах двохатомний газ. Визначити теплоємність C_v цього газу при постійному об'ємі.

35. Визначити відносну молекулярну масу M_{r2} і молярну масу M газу, якщо різниця його питомих теплоємностей $C_p - C_v = 2,08$ кДж/(кг·К).

36. Визначити молярні теплоємності газу, якщо його питомі теплоємності $C_v = 10,4$ кДж/(кг·К) і $C_p = 14,6$ кДж/(кг·К).

37. Знайти питомі і порівняти молярні C_v і C_p теплоємності азоту і гелію.

38. Обчислити питомі C_v та C_p теплоємності газу, знаючи, що його молярна маса $M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль та відношення теплоємностей $C_p/C_v = 1,67$.

39. Трьохатомний газ під тиском $p = 240$ кПа і температурі $T = 20^\circ\text{C}$ займає об'єм $V = 10$ л. Визначити теплоємність C_p цього газу при постійному тиску.

40. Одноатомний газ при нормальних умовах займає об'єм $V = 5$ л. Обчислити теплоємність C_v цього газу при постійному об'ємі.

41. Знайти середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень за час $t = 1$ с і довжину вільного пробігу (l) молекули гелію, якщо газ знаходиться під тиском $p = 2$ кПа при температурі $T = 200$ К.

42. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули азоту в судині місткістю $V=5$ л. Маса газу $m = 0,5$ г.

43. Водень знаходиться під тиском $p = 20$ мкПа і має температуру $T = 300$ К. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули такого газу.

44. При нормальних умовах довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули водню дорівнює $0,160$ мкм. Визначити діаметр d молекули водню.

45. Яка середня арифметична швидкість $\langle V \rangle$ молекул кисню при нормальних умовах, якщо відомо, що середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули кисню при цих умовах дорівнює 100 нм?

46. Кисень знаходиться під тиском $p=133$ нПа при температурі $T= 200$ К. Обчислити середнє число $\langle z \rangle$ зіткнень молекули кисню при цих умовах за час $t= 1$ с.

47. При якому тиску p середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул азоту дорівнює 1 м, якщо температура газу $t=10^\circ$?

48. В посуді місткістю $V=5$ л знаходиться водень масою $m = 0,5$ г. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули водню в цій судині.

49. Середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекули водню при деяких умовах дорівнює 2 мм. Знайти густину ρ водню при цих умовах.

50. У сферичній колбі місткістю $V=3$ л, що містить азот, створений вакуум з тиском $p = 80$ мкПа. Температура газу $T=250$ К. Чи можна вважати вакуум у колбі високим?

Примітка. Вакуум вважається високим, якщо довжина вільного пробігу молекул у ньому багато більше лінійних розмірів судини.

2. Термодинаміка

2.1 Внутрішня енергія газу та перший закон термодинаміки

Основні формули

1. Зв'язок між молярною C_m і питомою c теплоємністю газу:

$$C_m = cM$$

де M - молярна маса газу.

2. Молярні теплоємності при сталому об'ємі та сталому тиску відповідно дорівнюють

$$C_m = \frac{iR}{2}; \quad C_p = \frac{i+2}{2}R;$$

де i - число ступенів вільності молекули; R - універсальна газова стала.

3. Питомі теплоємності при сталому об'ємі і при сталому тиску відповідно дорівнюють:

$$c_v = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}; \quad c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}$$

4. Рівняння Майєра

$$C_p - C_v = R$$

5. Показник адіабати

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \text{ або } \gamma = \frac{i+2}{i}$$

6. Внутрішня енергія одного моля газу

$$U = \frac{i}{2}RT$$

7. Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \frac{m}{M} C_v T = \nu C_v T = N\varepsilon = \frac{im}{2M} RT$$

де ν - кількість речовини (кілограм-молей):

N - число молекул газу;

ε - середня кінетична енергія молекули.

8. Зміна внутрішньої енергії

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R \Delta T$$

9. Робота, яку виконав газ під час розширення, в загальному випадку обчислюється за формулою

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

де V_1 - початковий об'єм газу;

V_2 - його кінцевий об'єм.

Робота при:

- ізобарному процесі ($p = \text{const}$)

$$A = p(V_2 - V_1)$$

- при ізотермічному процесі ($T = \text{const}$)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

- при адіабатичному процесі

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1) \text{ або } A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

де T_1 - початкова температура газу;

T_2 - його кінцева температура

10. Рівняння Пуассона (рівняння газового стану при адіабатичному процесі)

$$pV^\gamma = \text{const}$$

11. Зв'язок між початковим і кінцевим значеннями параметрів стану газу при адіабатичному процесі:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

12. Перший закон термодинаміки в загальному вигляді

$$\Delta Q = \Delta U' + \Delta A$$

де ΔQ - кількість теплоти передана газу;

ΔU - зміна його внутрішньої енергії;

ΔA - робота, яка виконується системою проти зовнішніх сил.

Перший закон термодинаміки при:

- ізобарному процесі

$$\Delta Q = \Delta U' + \Delta A = \frac{im}{2M} R \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} C_p \Delta T$$

- при ізохорному процесі ($A = 0$)

$$\Delta Q = \Delta U = \frac{im}{2M} R\Delta T + \frac{m}{M} R\Delta T = \frac{m}{M} C_V \Delta T$$

при ізотермічному процесі ($\Delta U = 0$)

$$\Delta Q = \Delta A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

при адіабатичному процесі ($\Delta Q = 0$)

$$\Delta A = -\Delta U = -\frac{m}{M} R\Delta T = \frac{m}{M} C_V \Delta T$$

2.2 Приклади розв'язання задач

Задача 2.1. Обчислити внутрішню енергію одного кіломоля водню, взятого при температурі -23°C .

Рішення. Внутрішня енергія одного кіломоля водню визначається за формулою $U = \frac{i}{2} RT$,

де $i = 5$ число ступіней вільності двохатомної молекули;

$$R = 8.3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$\text{Обчислення: } U = \frac{5}{2} \cdot 8.3 \cdot 250 = 5.2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

$$\text{Відповідь: } U = 5.2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Задача 2.2. Скільки тепла потрібно для нагрівання 10 г водню від 300 до 350°C при сталому тиску?

Рішення. Кількість теплоти, що потрібна для нагрівання m грамів водню на $(T_2 - T_1)$ К при сталому тиску, визначається за формулою

$$\Delta Q = c_p m (T_2 - T_1).$$

Питома теплоємність при сталому тиску менша від молярної в M разів, тобто

$$c_p = \frac{C_p}{M} = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{M}.$$

Шукана кількість теплоти

$$\Delta Q = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M} m(T_2 - T_1).$$

Обчислення: $\Delta Q = \frac{5+2}{2} \frac{8.3}{2 \cdot 10^{-3}} 0.01 \cdot 50 = 7280 \text{ Дж.}$

Відповідь: $\Delta Q = 7280 \text{ Дж.}$

Задача 2.3. Визначити питомі теплоємності неону та водню при сталому об'ємі і тиску, якщо вважати, що ці гази ідеальні.

Рішення. Питомі теплоємності ідеальних газів визначаються за формулою

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}, \quad c_P = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}.$$

Для неону (одноатомний газ) $i = 3$, $M = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$

Підставляючи в останні формули значення величин, взятих в одиницях системи СІ, виконаємо обчислення:

$$c_V = \frac{3}{2} \cdot \frac{8.3}{20 \cdot 10^{-3}} = 624 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$c_P = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8.3}{20 \cdot 10^{-3}} = 1.04 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Для водню (двохатомний газ) $i = 5$, $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль.}$

$$c_V = \frac{5}{2} \cdot \frac{8.3}{2 \cdot 10^{-3}} = 10.4 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$$

$$c_P = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8.3}{2 \cdot 10^{-3}} = 14.6 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Відповідь: для неону: $c_V = 624 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; c_P = 1.04 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}};$

для водню: $c_V = 10.4 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}; c_P = 14.6 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$

Задача 2.4. Визначити питому теплоємність при сталому об'ємі водню, 25% якого дисоційовані на атоми.

Рішення. Питома теплоємність суміші молекул та атомів водню обчислюється за правилом змішування з урахуванням вагового складу суміші

$$c_V = \frac{c_1 m_1 + c_2 m_2}{m_1 + m_2},$$

звідки

$$c_V = 0,75c_1 + 0,25c_2.$$

Визначимо питому теплоємність при сталому об'ємі c_1 та c_2 через молярні теплоємності та маси молей

$$c_1 = \frac{C_1}{M_1}, \quad c_2 = \frac{C_2}{M_2},$$

а C_1 та C_2 - через ступені вільності та газову сталу, дістанемо: для молекулярного водню (двохатомного)

$$c_1 = \frac{C_1}{M_1} = \frac{iR}{2M_1},$$

для атомарного водню (одновалентного)

$$c_2 = \frac{C_2}{M_2} = \frac{iR}{2M_2}$$

Перевіримо одиницю виміру

$$[c_V] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{моль}}}{\frac{\text{моль} \cdot \text{К}}{\text{кг}}} = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

$$\text{Обчислення: } c_1 = \frac{5 \cdot 8,32}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 10400 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

$$c_2 = \frac{3 \cdot 8,32}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 12480 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Тоді

$$c_V = 0,75 \cdot 10400 + 0,25 \cdot 12480 = 10920 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

$$\text{Відповідь: } c_V = 10920 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Задача 2.5. Яка зовнішня робота буде виконана, якщо 200 г азоту нагріти від 20 до 100 °С при сталому тиску?

Рішення. При ізобарному нагріванні газу теплота ΔQ , передана газу, йде на збільшення його внутрішньої енергії ΔU та на виконання роботи ΔA проти зовнішніх сил. На основі першого закону термодинаміки маємо

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A,$$

звідки

$$\Delta A = \Delta Q - \Delta U.$$

Теплоту, передану газу, можна обчислити за формулою

$$\Delta Q = \frac{m}{M} C_p \Delta T,$$

а зміну внутрішньої енергії - за формулою

$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T = \frac{m}{M} C_V \Delta T,$$

тоді робота, виконана проти зовнішніх сил, дорівнює

$$\Delta A = \frac{m}{M} C_p \Delta T - \frac{m}{M} C_V \Delta T = \frac{m}{M} \Delta T \left(\frac{i+2}{2} - \frac{i}{2} \right) R,$$

де $M = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль - молярна маса азоту.

Перевіримо одиницю виміру

$$[\Delta A] = \frac{\text{кг} \cdot \text{К}}{\text{кг} / \text{моль}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = \text{Дж}.$$

$$\text{Обчислення: } \Delta A = \frac{0,2 \cdot 80}{28 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{7}{2} - \frac{5}{2} \right) \cdot 8,32 = 4754 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $\Delta A = 4754 \text{ Дж}$.

Задача 2.6. У скільки разів кінцевий тиск повітря, стисненого адіабатично, буде більшим від його тиску при ізотермічному стисненні, якщо об'єм повітря в обох випадках зменшується в 10 разів?

Рішення. Згідно з умовою задачі повітря в першому випадку стискається адіабатично, а в другому - ізотермічно. В обох випадках його початкові та кінцеві об'єми однакові, а відношення кінцевого об'єму до початкового дорівнює 10. Порівнявши тиски та об'єми повітря в обох процесах, ми знайдемо шукане відношення тисків. Позначивши початковий тиск повітря через p_0 , об'єм - через V_0 , кінцевий об'єм - через $V_1 = 0,1 V_0$ для обох процесів, кінцевий тиск у випадку адіабатичного процесу - через p_1 , ізотермічного - через p_2 , напишемо рівняння процесів:
адіабатичний процес

$$p_0 V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma;$$

ізотермічний процес

$$p_0 V_0 = p_1 V_1.$$

Замінивши V_1 на $0,1V_0$ та поділивши перше рівняння на друге, дістанемо

$$\frac{p_0 V_0^\gamma}{p_0 V_0} = \frac{p_1 (0,1V_0)^\gamma}{p_2 0,1V_0},$$

звідки знаходимо

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{0,1}{0,1^\lambda} = 0,1^{\gamma-1};$$

$$\lg \frac{p_1}{p_2} = (1-\gamma) \lg 0,1 = (1-\gamma)(-1) = \gamma - 1 = 1,4 - 1 = 0,4,$$

звідки

$$\frac{p_1}{p_2} = 2,51.$$

Тиск повітря при його адіабатичному стисненні виявився в 2,51 разів більшим його тиску при такому ж ізотермічному стисненні. Така зміна тиску пояснюється тим, що при адіабатичному стисненні газ нагрівається, у той час як при ізотермічному стисненні температура газу лишається сталою.

Відповідь: $p_1 = 2,51p_2$.

Задача 2.7. Азот при температурі $t_1 = 27^\circ\text{C}$ і тиску $p = 2 \text{ атм}$ займав об'єм $V_1 = 4 \text{ л}$. Внаслідок адіабатичного розширення його температура знизилась до $t_2 = 0^\circ\text{C}$. Яку роботу виконав газ під час його розширення? Показник адіабати $\gamma = 1,4$.

Рішення За умовою задачі газ розширюється без теплообміну з оточуючим середовищем, а тому його температура повинна знизитися від початкової T_1 до кінцевої T_2 . Робота, виконана газом при адіабатичному розширенні, обчислюється за формулою

$$A = \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) \frac{m}{M}.$$

Оскільки в умові задачі дано об'єм газу, то число його кілограм-молей можна визначити з відношення об'єму газу за нормальних умов до об'єму одного моля газу теж за нормальних

умов, тобто $\frac{V_0}{22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{ моль}}$.

Знайдемо об'єм газу за нормальних умов

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

звідки

$$V_0 = \frac{p_1 T_0 V_1}{p_0 T_1}$$

Підставляючи числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, та обчислюючи, одержимо

$$V_0 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 273 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{1,0334 \cdot 10^5 \cdot 300} = 7,04 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Число молів газу дорівнюватиме

$$\frac{V_0}{22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{ моль}} = \frac{7,04 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{ моль}} = 0,31 \text{ моль}.$$

Шукана робота дорівнює

$$A = \frac{8,32 \cdot (273 - 300) \cdot 0,31}{0,4} = -174,1 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $A = -174,1 \text{ Дж}$.

Задача 2.8. При ізотермічному розширенні 1 г водню його об'єм збільшився в три рази. Визначити роботу розширення газу, якщо його температура дорівнює 7 °С.

Рішення При ізотермічному розширенні газу його внутрішня енергія не змінюється, тобто $\Delta U = 0$. Згідно з першим законом термодинаміки

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A,$$

але, оскільки $\Delta U = 0$, то

$$\Delta Q = \Delta A,$$

а це визначає, що все передане газу тепло пішло на роботу проти зовнішніх сил.

Роботу ізотермічного розширення газу знаходять за формулою

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Перевіримо одиницю виміру

$$[A] = \frac{\text{кг}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \text{К} = \text{Дж}.$$

Підставивши у формулу роботи числові значення величин, взятих в системі СІ та виконуючи обчислення, знаходимо

$$A = \frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,32 \cdot 280 \cdot \ln 3 = 1280 \text{ Дж.}$$

Відповідь: $A = 1280 \text{ Дж.}$

2.3. Запитання для самоконтролю

1. Що називається ступенями вільності молекули та скільки їх мають одноатомні, двоатомні та багатоатомні молекули?

2. Як за питомою теплоємністю речовини визначити її молярну теплоємність?

3. Чому гази мають дві теплоємності: теплоємність при сталому тиску та теплоємність при сталому об'ємі?

4. У скільки разів теплоємність при сталому тиску більша теплоємності при сталому об'ємі?

Наскільки теплоємність газу при сталому тиску більша теплоємності при сталому об'ємі?

6. Який фізичний зміст газової сталої?

7. За якою формулою обчислюється робота ізотермічного розширення газу?

Який процес називається адіабатичним, яке його рівняння та графік?

9. Як обчислюється робота газу при його адіабатичному розширенні?

10. Як змінюється внутрішня енергія газу при його адіабатичному стисненні та розширенні?

11. Порівняти графіки ізотермічного та адіабатичного розширення та стиснення газу, а також пояснити їх.

2.4. Задачі для роботи в аудиторії

1. Питома теплоємність двоатомного газу $c_p = 14,7 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$. Визначити молярну масу цього газу. (0,002 кг/моль).

2. Густина двохатомного газу при нормальних умовах $1,43 \text{ кг/м}^3$. Визначити питомі теплоємності c_p і c_V ($c_V = 650 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$; $c_p = 910 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$).

3. Одноатомний газ при нормальних умовах займає об'єм 5 л . Визначити теплоємність цього газу при сталому об'ємі.

($C_V = 2,75 \text{ Дж/К}$).

4. У циліндрі під поршнем знаходиться 250 г гелію. Для його нагрівання на $4 \text{ }^\circ\text{C}$ при сталому тиску було витрачено 5 кДж тепла. Визначити зміну внутрішньої енергії та роботу, виконану газом?

($2,5 \text{ кДж}$; $2,5 \text{ кДж}$).

5. Водень масою 4 г нагріли на 10 К при сталому тиску. Визначити роботу розширення газу. (166 Дж).

6. Азот, який займає об'єм 10 л під тиском $0,2 \text{ МПа}$, ізотермічно розширили до об'єму 28 л . Визначити роботу розширення газу. ($2,06 \text{ кДж}$).

7. Внутрішня енергія двохатомного газу дорівнює $6,02 \text{ кДж}$. Визначити середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули цього газу. Газ вважати ідеальним ($4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$).

8. Визначити показник адіабати ідеального газу, який при температурі 350 К і тиску $0,4 \text{ МПа}$ займає об'єм 300 л . ($\gamma = 1,4$).

2.5. Задачі для самостійної роботи

1. Визначити питомі теплоємності c_p та c_V газів: гелію; водню; вуглекислого газу. ($3,12 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ та $5,19 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$; $10,4 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$ та $14,6 \text{ кДж/кг}\cdot\text{К}$; $567 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$ та $756 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$).

2. Різниця питомих теплоємностей $C_p - C_V$ деякого двохатомного газу дорівнює $260 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$. Знайти молярну масу газу і його питомі теплоємності. ($0,032 \text{ кг/моль}$; $650 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$; $910 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$).

3. Визначити питому теплоємність при сталому об'ємі суміші, яка складається з 5 л водню і 3 л гелію. Гази знаходяться при однакових умовах. ($4,53 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$).

4. Суміш газів складається із хлору та криптону, які знаходяться при однакових умовах і в рівних об'ємах. Визначити питому теплоємність c_p суміші. ($417 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$).

5. Знайти показник адіабати для суміші газів, яка складається з гелію масою 10 г та водню 4 г. (1,51).

6. Молярна маса деякого газу дорівнює 0,03 кг/моль, відношення $c_p / c_v = 1,4$. Знайти питомі теплоємності c_p і c_v цього газу. ($c_v = 693$ Дж/кг·К; $c_p = 970$ Дж/кг·К).

7. Питома теплоємність газової суміші, яка складається із 1 кіломоля кисню та деякої маси аргону, дорівнює $c_p = 430$ Дж/кг·К. Яка маса аргону знаходиться у газовій суміші? (60 кг).

8. Визначити показник адіабати частково дисоційованого газоподібного азоту, ступінь дисоціації якого дорівнює 0,4. (1,52).

9. Водень масою 10г нагріли на $\Delta T = 200$ К, при цьому було передано 40 кДж теплоти. Знайти зміну внутрішньої енергії водню і здійснену роботу. (20,8 кДж; 19,2 кДж).

10. Маса азоту 10,5 г ізотермічно розширюється при температурі -23 °С так, що його тиск змінюється від 250 до 100 кПа. Обчислити роботу, яка виконується газом при розширенні. (714 Дж).

11. При ізотермічному розширенні газу, який займав початковий об'єм 2 м³, тиск його змінюється від 0,5 до 0,4 МПа. Обчислити роботу, яка виконується газом при розширенні. (223 кДж).

12. Маса вуглекислого газу 7 г була нагріта на 10 К в умовах вільного розширення. Знайти роботу розширення газу та зміну його внутрішньої енергії. ($A = 13,2$ Дж; $\Delta U = 39,6$ Дж).

13. В закритому балоні знаходиться 20 г азоту і 32 г кисню. Визначити зміну внутрішньої енергії суміші газів при охолодженні її на 28 К. (1 кДж).

14. Один кіломоль азоту знаходиться при нормальних умовах. При адіабатичному розширенні газу його об'єм збільшився у п'ять разів. Визначити зміну внутрішньої енергії і роботу, яка здійснюється газом при розширенні. ($U = -2,69$ МДж; $A = -\Delta U = 2,69$ МДж).

15. Яка робота здійснюється при ізотермічному розширенні водню масою 5 г, взятого при температурі 290 К, якщо об'єм газу збільшується у три рази? (6,62 кДж).

16. Балон об'ємом 20 л містить водень при температурі 300 К під тиском 0,4 МПа. Які будуть значення температури та тиску, якщо газу надати кількість теплоти 6 кДж? (390 К; 520 кПа).

17. Азот масою 5 кг, нагрітий на $\Delta T = 150$ К, зберіг незмінний об'єм. Знайти: кількість теплоти, яка передана газу; зміну внутрішньої енергії; роботу, яка виконана газом. (7,75 МДж; 7,75 МДж; 0).

18. При ізотермічному нагріванні кисню об'ємом 50 л тиск газу змінився на $\Delta p = 0,5$ МПа. Знайти кількість теплоти, яка передана газу. (62,5 Дж).

19. Азот масою 200 г розширюється ізотермічно при температурі 280 К, а об'єм його збільшується в два рази. Визначити: зміну внутрішньої енергії газу; роботу розширення газу; кількість теплоти, яку отримав газ. (0; 11,6 кДж; 11,6 кДж).

20. Обчислити внутрішню енергію одного кіломоля вуглекислого газу при температурі 77 °С. (8,736 кДж/моль).

21. Обчислити внутрішню енергію 8 г кисню при температурі 300 К. (1,56 кДж).

22. Яка необхідна енергія для нагрівання 20 г ртутної пари від 400 до 500 °С при сталому об'ємі? (~ 125 Дж).

23. Яка кількість теплоти необхідна для нагрівання 0,002 кмоля кисню на 100 К при сталому тиску? (5824 Дж).

24. Обчислити питомі теплоємності гелію, азоту та вуглекислого газу при сталому об'ємі. (3120 Дж/кг·К; 743 Дж/кг·К; 567 Дж/кг·К).

25. Обчислити питомі теплоємності гелію, азоту та вуглекислого газу при сталому тиску. (5200 Дж/кг·К; 1040 Дж/кг·К; 756 Дж/кг·К).

26. Знайти питомі теплоємності c_p та c_v пари йоду, якщо ступінь його дисоціації дорівнює 50 %. Молярна маса йоду 0,254 кг/моль. (90 Дж/кг·К; 139,3 Дж/кг·К).

27. Чому дорівнює питома теплоємність гримучого газу при сталому тиску? (2427 Дж/кг·К).

28. Скільки молекул газу міститься в об'ємі 1 см³ при тиску 0,025 мм рт.ст. та температурі 60 °С? ($7,3 \cdot 10^{14}$).

29. Яке співвідношення між числом молекул кисню та озону в суміші цих газів, якщо маса кіломоля цієї суміші дорівнює 33,6 кг/кмоль? (9).

30. Космічна станція розташована у Вірменії на горі Алагез на висоті 3250 м. Знайти тиск повітря на цій висоті, якщо його температура 5 °С (для повітря молярна маса дорівнює 0,029 кг/моль. (67983 Н/м²).

31. На якій висоті тиск повітря становить 75% його тиску на рівні моря? Температуру повітря вважати сталою і рівною 0 °С. (2,3 км).

32. Балон місткістю 10 л з киснем, тиск якого $78 \cdot 10^5$ Н/м² і температура 7 °С, нагрівається до 15,5 °С. Яку кількість теплоти поглинає газ? (5956 Дж).

33. Азот масою 0,2 кг нагрівається при сталому тиску від 20 до 100 °С. Яку кількість теплоти вбирає газ? Який приріст внутрішньої енергії газу? Яку зовнішню роботу виконує газ? (16,64 кДж; 11,885 кДж; 4,755 кДж).

34. Початковий тиск двохатомного газу 120 атм, об'єм 1 л. Знайти тиск газу, якщо його об'єм набиратиме значення 2 л, 3 л, 4 л, 5 л, а процес розширення газу ізотермічний. Побудувати графік цього процесу. (60 атм; 40 атм; 30 атм; 24 атм).

35. Яка кількість теплоти виділяється, якщо азот масою 1 г, який знаходиться при температурі 280 К під тиском 0,1 МПа, ізотермічно стиснений до тиску 1 МПа? (101 Дж).

36. Гелій масою 1 г був нагрітий на $\Delta T = 100$ К при постійному тиску. Обчислити: 1) кількість теплоти для нагрівання газу; 2) роботу розширення газу; 3) приріст внутрішньої енергії газу. (1)520 Дж; 2) 208 Дж; 3) 312 Дж).

37. 10 л газу, що перебуває під тиском 100 кПа, нагрівають від 300 до 400 К. Обчислити роботу при ізобарному розширенні газу? (3300 Дж).

38. Яка кількість теплоти виділяється при ізотермічному стисненні 1 г азоту від 0,1 до 1 МПа при температурі 280 К? (191 Дж).

39. При адіабатичному стисненні газу його об'єм зменшився в 10 разів, а тиск збільшився в 21,4 рази. Визначити відношення C_p/C_v теплоємностей газу. (1,33).

40. Визначити роботу адіабатичного розширення водню масою 4 г, якщо температура газу зменшилася на 10 К. (416 Дж).

41. Яка кількість теплота виділяється при ізотермічному стисненні 3 л повітря до об'єму 0,5 л, якщо його початковий тиск дорівнює 760 мм рт. ст.? (~ 545 Дж).

42. 1 кг повітря, взятого при температурі 20 °С, стискають так, що його тиск зростає від 9,8 до 98 Н/м². Обчислити роботу у випадку ізотермічного та адіабатичного стиснення. (195 кДж; 196 кДж).

43. Як зміниться внутрішня енергія 100 г кисню при його нагріванні від 10 до 60 °С, якщо процес відбувається: а) при сталому об'ємі; б) при сталому тиску; в) внаслідок адіабатичного стиснення? (3250 Дж).

44. Як зміниться внутрішня енергія азоту, взятого за нормальних умов в об'ємі 10 л, якщо його об'єм збільшиться до 12 л ізобарично та адіабатично? (~ 507 Дж; -307 Дж).

45. У циліндрі знаходиться повітря під тиском 10 атмосфер при 40 °С. Визначити масу повітря, якщо при ізобаричному нагріванні до 100 °С він виконує роботу, рівну 39592 Дж. (2,3 кг).

46. 10 л газу, що перебуває під тиском 2 атм, розширилося до об'єму 28 л. Обчислити роботу газу у випадку: а) ізобаричного розширення; б) ізотермічного розширення. (3532 Дж; 2021 кДж).

47. Визначити об'єм азоту, що знаходиться в циліндрі під тиском 12 атм, якщо при ізобаричному нагріванні від 100 до 500 °С газ виконав роботу піднімання поршня, що дорівнює $9,8 \cdot 10^4$ Дж. ($77,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$).

48. Визначити роботу адіабатичного стиснення 1 кг повітря від тиску 1 атм до 10 атм, якщо його початкова температура була 7 °С. (-187 кДж).

49. При адіабатичному стисненні кисню масою 1 кг була виконана робота 100 кДж. Визначити кінцеву температуру газу, якщо до стиснення кисню температура була 300 К. (454 К).

50. В посудині знаходиться суміш двох газів: кисню масою 6 г і азоту масою 3 г. Визначити питомі теплоємності цієї суміші. ($c_v = 680$ Дж/кг·К; $c_p = 952$ Дж/кг·К).

3. Колові процеси та реальні гази

3.1. Основні теоретичні відомості

1. Коефіцієнт корисної дії (ККД) циклу

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 - кількість теплоти, яку отримує газ від нагрівача;

Q_2 - кількість теплоти, яка передається холодильнику.

ККД циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 - температура нагрівача; T_2 - температура холодильника.

2. Рівняння Ван-дер-Ваальса для одного моля газу

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = RT,$$

де p - тиск на стінки посудини;

a і b - сталі Ван-дер-Ваальса;

V_m - молярний об'єм газу.

Рівняння Ван-дер-Ваальса для будь-якої маси газу має вигляд

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{M} b \right) = \frac{m}{M} RT,$$

де V — об'єм усього газу; M - молярна маса газу.

В цьому рівнянні $\frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2} = p_i$ - тиск, обумовлений силами

взаємодії молекул; $\frac{m}{M} b = V_i$ - власний об'єм молекул.

3. Зв'язок критичних параметрів - об'єму, тиску і температури зі сталими a і b Ван-дер-Ваальса:

$$V_{окр} = 3b; \quad p_{кр} = \frac{a}{27b^2}; \quad T_{кр} = \frac{8a}{27Rb}.$$

Ці рівняння можна розв'язати відносно сталих a і b :

$$a = \frac{27T_{кр}^2 R^2}{64p_{кр}}, \quad b = \frac{T_{кр} R}{8p_{кр}}.$$

4. Внутрішня енергія реального газу

$$U = \frac{m}{M} \left(C_V T - \frac{a}{V_m} \right),$$

де C_V - молярна теплоємність при сталому об'ємі;
 V_m - молярний об'єм.

5. Зміна ентропії

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{dT},$$

де A і B - межі інтегрування.

3.2. Приклади розв'язання задач

Задача 3.1. Під час циклу Карно газ, набравши від нагрівача 10^3 Дж тепла, виконав роботу 400 Дж. Знайти температуру нагрівача, якщо температура холодильника 0°C .

Рішення. ККД ідеальної теплової машини

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1} \text{ або } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де $Q_1 - Q_2 = A$ - корисне тепло, що перетворюється в роботу A .

Числове значення ККД теплової машини

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{400}{1000} = 0,4 \text{ або } 40\%.$$

Знаючи ККД теплової машини і температуру холодильника T_2 , можна знайти температуру нагрівача

$$T_1 = \frac{T_2}{1 - \eta} = \frac{273}{1 - 0,4} = 455\text{K}.$$

Відповідь: $T_1 = 455\text{K}$.

Задача 3.2. Визначити зміну ентропії при ізотермічному розширенні кисню масою 10 г від об'єму 25 л до об'єму 100 л.

Рішення. Зміну ентропії кисню при ізотермічному процесі можна обчислити за формулою

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T},$$

винесемо температуру за знак інтегралу, отримаємо

$$\Delta S = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T},$$

Кількість теплоти Q , яку отримує кисень, знайдемо за першим законом термодинаміки: $Q = \Delta U + A$.

Для ізотермічного процесу $\Delta U = 0$, тобто $Q = A$, а робота A для цього процесу визначається за формулою

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

де $M = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль - молярна маса кисню.

З урахуванням цієї формули, визначимо зміну ентропії

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Підставляючи в останню формулу числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, маємо

$$\Delta S = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot \ln \frac{100 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3}} = 6,4 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Відповідь: $\Delta S = 6,4 \text{ Дж/К}$.

Задача 3.3. Знайти зміну ентропії при охолодженні 2 г повітря від 40 до 0 °С: 1). при сталому об'ємі; 2). при сталому тиску.

Рішення. Зміну ентропії повітря наближено можна обчислити за формулою, що виражає зміну ентропії ідеального газу

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

при нескінченно малій зміні температури dT .

При нагріванні подається кількість теплоти

$$dQ = mcdT,$$

де m - маса повітря; c - його питома теплоємність.

Враховуючи, що $V = \text{const}$, $VdP = RdT$, звідки

$$dT = \frac{Vdp}{R},$$

а також із рівняння стану ідеального газу $pV = RT$ знаходимо $V = RT/P$. підставивши ці значення у рівняння для dQ , знаходимо

$$dQ = mc_V \frac{dp}{p}.$$

Аналогічно знаходимо значення dQ для сталого тиску

$$dQ = mc_p \frac{dV}{V}.$$

У першому випадку сталим лишається об'єм, тому

$$\Delta S = mc_V \int_1^2 \frac{dp}{p} = mc_V \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

Відношення P_2/P_1 знаходимо за рівнянням ізохоричного процесу

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{273}{313} = 0,87,$$

тоді

$$\Delta S = 0,002 \text{ кг} \cdot 727,633 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \ln 0,87 = 0,203 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

У другому випадку сталим лишається тиск, тому

$$\Delta S = mc_p \int_1^2 \frac{dV}{V} = mc_p \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Відношення V_2/V_1 знаходимо за рівнянням ізобаричного процесу

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{273}{313} = 0,87,$$

тоді

$$\Delta S = 0,002 \text{ кг} \cdot 1016 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \ln 0,87 = 0,283 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Відповідь: 1) $\Delta S = 0,203 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$; 2) $\Delta S = 0,283 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Задача 3.4. Обчислити, користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса, тиск 1,1 кг вуглекислого газу, що знаходиться в балоні місткістю 20 л при температурі 13 °С. Результат порівняти з тиском ідеального газу за тих самих умов.

Рішення. Рівняння Ван-дер-Ваальса має вигляд

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT,$$

звідки

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2},$$

де $a=0,364 \text{ м}^4 \cdot \text{Н/моль}^2$; $b=4,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Число молів вуглекислого газу дорівнює

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{1,1 \text{ кг}}{44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}} = 25 \text{ моль}.$$

Об'єм, що його займає один моль вуглекислого газу, дорівнює

$$\frac{V}{\nu} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{25 \text{ моль}} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}.$$

Підставивши у формулу тиску числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, знаходимо

$$p = \frac{8,32 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К} \cdot 286 \text{ К}}{0,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль} - 0,043 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}} = 25,4 \cdot 10^5 \text{ Р/м}^2.$$

Тиск, що обчислюється за рівнянням Менделєєва-Клапейрона, дорівнює

$$p = \frac{RT}{V} = \frac{8,32 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К} \cdot 286 \text{ К}}{0,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{ммоль}} = 29,7 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Останній результат відрізняється від результату, одержаного при врахуванні поправок a та b на величину $\Delta\rho = 4,3 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, що дає відносну похибку

$$\varepsilon = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{4,3 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2}{25,4 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2} = 16,9 \cdot 10^{-2} \text{ або } 16,9 \%.$$

Відповідь: $\varepsilon = 16,9 \cdot 10^{-2} = 16,9 \%$.

Задача 3.5. Визначити критичні параметри азоту.

Рішення. Критичні параметри газу відповідають такому його стану, при якому зникає різниця між рідиною та її паром. Параметри цього стану можна обчислити за сталими для даного газу a та b , які беруться з таблиць.

Критичний об'єм

$$V_{кр} = 3b = 3 \cdot 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль} = 11,58 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

Критичний тиск

$$p_{кр} = \frac{a}{27b^2} = \frac{0,135 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{моль}^2}}{27(3,86 \cdot 10^{-5})^2 \text{ м}^6 / \text{ммоль}^2} = 33,8 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Критична температура

$$T_{кр} = \frac{8a}{27bR} = \frac{0,135 \frac{Н \cdot м}{моль^2}}{27 \cdot 3,86 \cdot 10^{-5} м^3 / ммол \cdot 8,3 \frac{Дж}{моль \cdot К}} = 126 К.$$

Відповідь: $V_{кр} = 11,58 \cdot 10^{-5} м^3 / моль$; $p_{кр} = 33,8 \cdot 10^5 Па$; $T_{кр} = 126 К$.

3.3. Питання до самостійного контролю

1. Які процеси зветься оборотними та необоротними?
2. Які процеси зветься коловими процесами або циклами та в якому випадку робота газу при коловому процесі буде додатною, а в якому - від'ємною?
3. Який процес називається циклом Карно?
4. У чому полягає другий закон термодинаміки?
5. У чому полягає принцип роботи холодильної машини та як обчислюється її ККД?
6. Яке співвідношення між ентропією та термодинамічною імовірністю стану термодинамічної системи та в чому зміст цього зв'язку?
7. Що таке ентропія та що вона характеризує?
8. В чому суть нерівностей Клаузиса?
9. В якому випадку машина, працюючи за циклом Карно, буде тепловою, а в якому - холодильною?
10. За яких умов рівняння ідеального газу можна застосувати до реальних газів?
11. Які поправки внесено Ван-дер-Ваальсом у рівняння Менделєєва-Клапейрона та в чому їх суть?
12. Який вигляд мають ізотерми ідеального та реального газів? Пояснити кожен дільницю ізотерми реального газу.
13. Який стан газу називається критичним?
14. Як можна перевести газ у рідкий стан?
15. У чому полягає ефект Джоуля-Томсона та як він пояснюється?

3.4. Задачі для роботи в аудиторії

1. Ідеальна теплова машина, яка працює по циклу Карно, за цикл отримує від нагрівача 2,512 кДж теплоти. Температура нагрівача 400 К, температура холодильника 300 К. Знайти роботу, яка здійснюється машиною за один цикл, і кількість теплоти, яка віддається холодильнику за один цикл. ($A = 630$ Дж; $Q = 1,88$ кДж).

2. Ідеальна теплова машина, яка працює по циклу Карно, здійснює за один цикл роботу 2,94 кДж і віддає за один цикл холодильнику 13,4 кДж теплоти. Знайти ККД циклу. (18%).

3. Маса 6,6 г водню розширюється ізобарно від об'єму V_1 до об'єму $V_2 = 2 V_1$. Знайти зміну ентропії при цьому розширенні.

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_p \ln \frac{V_2}{V_1} = 66,3 \text{ Дж / К } \text{ю}$$

4. Маса 10 г кисню нагрівається від температури 50 до 150 °С. Знайти зміну ентропії, якщо нагрівання здійснюється: а) при сталому об'ємі; б) при сталому тиску. (а) 1,76 Дж/К; б) 2,46 Дж/К).

5. Маса 10 г гелію займає об'єм 100 см³ при тиску 100 МПа. Знайти температуру газу, якщо вважати його: а) ідеальним; б) реальним. (а) 482 К; б) 654 К).

6. Визначити критичні температуру $T_{кр}$ і тиск $p_{кр}$: 1) кисню; 2) води. (1) 150 К, 5 МПа; 2) 654 К, 22,6 МПа).

7. В посудині ємністю 10 л знаходиться 360 г водяної пари при температурі 470 К. Обчислити тиск пари на стінки посудини. Вважати пару реальним газом. ($7,64 \cdot 10^6$ Па).

3.5. Задачі для самостійної роботи

1. Під час колового процесу газ виконав роботу 1 Дж та передав холодильнику 4,2 Дж тепла. Який ККД циклу? (0,193).

2. Газ одержав від нагрівника 4 кДж тепла. Яку роботу виконав газ, якщо ККД циклу 0,1? (400 Дж).

3. Ідеальна теплова машина працює по циклу Карно і виконує за один цикл роботу 2,94 кДж та віддає за один цикл холодильнику 13,4 кДж теплоти. Знайти ККД циклу. (0,18).

4. Ідеальна теплова машина працює по циклу Карно. При цьому 80% теплоти, яку отримує машина від нагрівача, передається

холодильнику. Машина отримує від нагрівача 6,28 кДж теплоти. Знайти ККД циклу та роботу, яку виконує машина за один цикл. (0,2; 1,26 кДж).

5. Знайти зміну ентропії при перетворенні 10 г льоду при температурі $-20\text{ }^\circ\text{C}$ в пару ($t_{\text{п}} = 100\text{ }^\circ\text{C}$).

$$\left(\Delta S = mc_{\text{л}} \left(\ln \frac{T_0}{T} + \frac{\lambda}{T_0} + c_{\text{в}} \ln \frac{T_n}{T_0} + \frac{r}{T_n} \right) = 88 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \right).$$

6. Знайти зміну ентропії при ізобаричному розширенні 4 г азоту від об'єму 5 л до об'єму 9 л. (2,43 Дж/К).

7. Лід масою 2 кг при температурі $0\text{ }^\circ\text{C}$ був перетворений у воду при тій же температурі при допомозі пари, яка мала температуру $100\text{ }^\circ\text{C}$. Обчислити масу пари, яка необхідна для перетворення льоду в воду. Знайти зміну ентропії системи лід-пар.

$$\left(m_2 = \frac{m_1 r}{\lambda + c(T_2 - T_{\text{л}})} = 251 \text{г}; \Delta S = \frac{m_1 r}{T_1} - \frac{m_2 \lambda}{T_2} - cm_2 \ln \frac{T_2}{T_1} = 610 \text{ Дж / К} \right).$$

8. Кисень масою 2 кг збільшив свій об'єм в п'ять разів: один раз ізотермічно, другий - адіабатично. Знайти зміну ентропії в кожному процесі. ($\Delta S_1 = 836 \text{ Дж / К}; \Delta S = 0$)

9. Яку температуру має маса 10 г гелію, який займає об'єм 100 см^2 при тиску 100 МПа? Газ розглядається як: а) ідеальний; б) реальний. (482 К; 204 К).

10. В посудині об'ємом 0,3 л знаходиться один моль вуглекислого газу при температурі 300 К. Обчислити тиск газу: а) по рівнянню Менделєєва-Клапейрона; б) по рівнянню Ван-дер-Ваальса. (а) 8,31 МПа; б) 5,67 МПа).

11. Тиск кисню дорівнює 7 МПа, його густина 100 кг/м^3 . Знайти температуру кисню. $\left(T = \frac{1}{R} \left(\frac{M\rho}{\rho} - \rho b + \frac{a\rho}{M} - \frac{ab\rho^3}{M^2} \right) = 287 \text{ К} \right).$

12. Визначити тиск водяної пари масою 1 кг при температурі 280 К та об'ємі: 1) 1000 л; 2) 10 л; 3) 2 л. (1) 174 кПа; 2) 3,94 МПа; 3) 101 МПа)

13. Критична температура аргону 151 К і критичний тиск 4,86 МПа. Визначити згідно цих параметрів критичний молярний об'єм аргону.

$$\left(V_{кр} = \frac{3T_{кр}}{8\rho_{кр}} R = 96,8 \cdot 10^{-6} \frac{м^3}{моль} \right).$$

14. Газ знаходиться в критичному стані. У скільки разів збільшиться тиск газу, якщо його температура ізохорично збільшиться у два рази? (в п'ять разів).

15. Визначити внутрішню енергію одного моля азоту при критичній температурі 126 К. Обчислення виконати для об'ємів: 1) 20 л; 2) 2 л; 3) 0,2 л. (1) 2,61 кДж; 2) 2,55 кДж; 3) 1,94 кДж).

16. Ідеальний газ здійснює цикл Карно. Температура холодильника дорівнює 290 К. У скільки разів збільшиться ККД циклу, якщо температура нагрівача підвищиться від 400 до 600 К? (1,88).

17. Ідеальний газ здійснює цикл Карно. Температура нагрівача в три рази більша температури холодильника. Нагрівач віддав газу 42 кДж теплоти. Яку роботу виконав газ? (28 кДж).

18. Ідеальний газ здійснює цикл Карно. Температура нагрівача дорівнює 470 К, температура холодильника дорівнює 280 К. При ізотермічному розширенні газ виконує роботу 100 Дж. Визначити термічний ККД циклу, а також кількість теплоти, яку газ віддає холодильнику. (0,404; 59,6 Дж).

19. Якою повинна бути температура холодильника ідеальної парової машини, якщо при температурі пари 200 °С її ККД дорівнює 21,1%? (373К).

20. Температура пари у котлі 200 °С, а в холодильнику 100 °С. Знайти ККД теплової машини, вважаючи її ідеальною. Які існують засоби підвищення ККД реальної теплової машини? (21%).

21. Газ отримав від нагрівача 300 Дж тепла. Яку роботу виконав газ, якщо ККД циклу 0,4? Скільки тепла газ віддав холодильнику? (120 Дж; 180 Дж).

22. Під час колового процесу газ виконав роботу 50 Дж та віддав холодильнику 200 Дж тепла. Який ККД циклу? (20 %).

23. 2 кг води нагрівається від 10 до 100 °С та при цій температурі перетворюється в пару. Обчислити зміну ентропії. («14,4 кДж/К).

24. Обчислити зміну ентропії при плавленні 2 кг льоду, що має температуру 0 °С. (2462 Дж/К).

25. Знайти зміну ентропії при ізобаричному розширенні 8 г гелію від об'єму 10 до 25 л. (-38,5 Дж/К).

26. Знайти зміну ентропії при ізотермічному розширенні 6 г водню, якщо його тиск зменшиться від одної до половини атмосфери. (17,7 Дж/К).

27. 0,02 кг гелію займає об'єм 10^{-4} м³ при тиску 108 Н/м². Яка температура газу? Якою була б температура газу, якщо він був би ідеальним? (≈ 2224 К; ≈ 481 К).

28. Обчислити внутрішній тиск та власний об'єм молекул кисню, якщо в балоні місткістю 10 м³ знаходиться 0,5 кг газу. (3,32105 Па; 124 см³).

29. Знайти сталі Ван-дер-Ваальса для азоту, якщо при критичному стані його тиск дорівнює 33,5 атм, а температура 126 К. ($1,36 \cdot 10^5$ Н·м⁴/кмоль²; 0,0386 м³/кмоль).

30. Знайти сталі a і b в рівнянні Ван-дер-Ваальса для вуглекислого газу, якщо його критичний тиск 73 атм, а температура 304 К. ($3,64 \cdot 10^5$ Нм⁴/кмоль²; 0,0426 м³/кмоль).

31. Обчислити критичну температуру та тиск аргону. (151 К; $48,7 \cdot 10^5$ Па).

32. Обчислити критичну температуру та тиск гелію. (5,2 К; $2,3 \cdot 10^5$ Па).

33. Обчислити зміну ентропії при перетворенні 1 г води в пару ($t_{\text{п}}=100^{\circ}\text{C}$). (7,4 Дж/К).

34. Обчислити зміну ентропії при плавленні 1 кг льоду, що має температуру 0 °С. (1230 Дж/К).

35. Розплавлений свинець масою 600 г при температурі плавлення вилили на лід при температурі 0 °С. Знайти зміну ентропії при цьому процесі. (63 Дж/К).

36. Обчислити зміну ентропії при переході 8 г кисню від об'єму 10 л при температурі 80 °С до об'єму 40 л при температурі 300°С. $\left(\Delta S = \frac{m}{M} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = 5,4 \text{ Дж} / \text{К} \right)$.

37. Знайти зміну ентропії при ізотермічному розширенні 6 г водню. Тиск при цьому змінюється від 100 до 50 кПа. (17,3 Дж/К).

38. Азот масою 10,5 г ізотермічно розширюється від об'єму 2 л до 5 л. Знайти зміну ентропії при цьому процесі. (2,9 Дж/К).

39. Яку температуру має маса 3,5 г кисню, який займає об'єм 90 см³ при тиску 2,8 МПа? Газ розглядати як: а) ідеальний; б) реальний. (а) 281 К; б) 289 К).

40. 1 кмоль вуглекислого газу знаходиться при температурі 100 °С і займає об'єм 0,05 м³. Обчислити тиск газу, якщо вважати його: а) реальним; б) ідеальним. (а)273 МПа; б) 61,8 мПа).

41. В закритій посудині об'ємом 0,5 м³ знаходиться 0,6 кмоль вуглекислого газу при тиску 3 МПа. Користуючись рівнянням Ван-дер-Ваальса, знайти, у скільки разів треба збільшити температуру газу, щоб його тиск збільшився в два рази.

42. Знайти критичний об'єм речовини: 1) кисню масою 0,5 г; 2) води масою 1 г. ($1,45 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$; 2) $5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$).

43. Обчислити роботу адіабатичного розширення водню масою 4 г, якщо температура газу знизилась на 10 К. (416 Дж).

44. Азот масою 2 г, який мав температуру 300 К, був адіабатично стиснутий так, що його об'єм зменшився у 10 разів. Визначити кінцеву температуру газу і роботу стиснення.

$$(T_2 = T_1 n^{\gamma-1} = 754 \text{ К}; A = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = 674 \text{ Дж}.)$$

45. Кисень, який займав об'єм 1 л при тиску 1,2 МПа, адіабатично розширився до об'єму 10 л. Визначити роботу розширення газу. (1,81 кДж).

46. В посудині ємністю 10 л знаходиться азот масою 0,25 кг. Визначити: 1) внутрішній тиск p газу; 2) власний об'єм молекул. (1) 108 кПа; 2) $86,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$).

47. Визначити тиск, який буде створювати кисень кількістю і моль, якщо він займає об'єм 0,5 л при температурі 300 К.

Порівняти отриманий результат з тиском, який визначається згідно рівнянню Менделєєва-Клапейрона. (4,78 МПа; 4,99 МПа).

48. Обчислити сталі a і b у рівнянні Ван-дер-Ваальса для азоту, якщо критична температура $T_{кр} = 126$ К і тиск $p_{кр} = 3,39$ МПа.

$$\left(a = \frac{27 T_{кр}^2 \cdot R^2}{64 p_{кр}} = 0,136 \frac{Н \cdot м^4}{моль^2}; b = \frac{1 T_{кр} \cdot R}{8 p_{кр}} = 3,86 \frac{м^3}{моль} \right).$$

49. Газ здійснює цикл Карно і віддає теплоту 14 кДж холодильнику. Визначити температуру нагрівача, якщо при температурі холодильника 280 К робота циклу Карно дорівнює 6 кДж. (364 К).

50. Газ, здійснюючий цикл Карно, віддав холодильнику 67% теплоти, яку отримав від нагрівача. Визначити температуру холодильника, якщо температура нагрівача 430 К. (288 К).

4. Число зіткнень молекул та явища переносу

4.1. Основні теоретичні відомості

1. Середнє число зіткнень однієї молекули газу за одиницю часу

$$Z = \sqrt{2\pi d^2 n \bar{v}}$$

де d - ефективний діаметр молекули;

n - концентрація молекул;

\bar{v} - середня арифметична швидкість молекули.

2. Приймаючи, що кожна молекула знаходиться в центрі кубичної комірки об'ємом V_0 , діаметр молекули знаходять по формулі:

$$d = \sqrt[3]{V_0} = \sqrt[3]{\frac{M}{N_A \rho}},$$

де M - молярна маса речовини;

N_A - число Авогадро;

ρ - густина речовини.

3. Середня довжина вільного пробігу молекули газу

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 n}}$$

4. Динамічна в'язкість

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \rho \bar{v}$$

де λ - довжина вільного пробігу.

5. Закон Ньютона

$$F = \frac{d\rho}{dt} = -\eta \frac{dv}{dz} \Delta S,$$

де $\frac{dv}{dz}$ - градієнт швидкості руху шарів рідини;

ΔS - площа елементарної поверхні.

6. Закон Фур'є:

$$\Delta Q = -K \frac{dT}{dx} S \Delta t,$$

де ΔQ - теплота, перенесена газом через поперечний переріз площею S за час Δt ; K - коефіцієнт теплопровідності;

$\frac{dT}{dx}$ - градієнт температури.

7. Коефіцієнт теплопровідності газу

$$K = \frac{1}{3} v \bar{\lambda} C_{V\rho}$$

де C_V - теплопровідність газу при $V = \text{const}$.

8. Маса, яка переноситься за час Δt при дифузії (закон Фіка):

$$m = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

де D - коефіцієнт дифузії;

$\frac{d\rho}{dx}$ - градієнт густини в напрямку, перпендикулярному до площі ΔS .

9. Коефіцієнт дифузії.

$$D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}.$$

4.2. Питання для самостійного контролю

1. Вивести формулу, за якою обчислюється середнє число зіткнень однієї газової молекули за 1с.

2. Як теоретично та експериментально визначається довжина вільного пробігу молекули?

Як залежить число зіткнень газової молекули та її довжина вільного пробігу від тиску та температури?

У чому полягає явище дифузії?

5. Як обчислюється маса газу, перенесеного у процесі дифузії?

6. У чому фізична суть коефіцієнта дифузії?

7. Внаслідок чого виникає тертя в газі?

8. Як обчислюється сила внутрішнього тертя в газах та у чому полягає фізична суть коефіцієнта внутрішнього тертя?

9. Як обчислюється кількість теплоти, перенесеної газом під час процесу теплопровідності, та в чому фізична суть коефіцієнта теплопровідності?

10. Як залежать коефіцієнти дифузії, внутрішнього тертя та теплопровідності газів від тиску?

11. Яке співвідношення між коефіцієнтами дифузії, внутрішнього тертя та теплопровідності?

12. Як змінюється середня довжина вільного пробігу молекул зі зміною об'єму газу та тиску?

4.3. Приклади розв'язування задач

Задача 4.1. а) скільки в середньому зіткнень за 1 с при нормальних умовах відбувається в однієї молекули азоту, якщо її діаметр $3,1 \cdot 10^{-8}$ см? б) скільки в середньому зіткнень однієї молекули азоту відбуватиметься, якщо температура підвищиться на 273 °С?

Рішення. а) середнє число зіткнень для однієї молекули азоту за 1 с при нормальних умовах визначається за формулою

$$\bar{Z}_1 = \sqrt{2} \pi d^2 n \bar{v}_a$$

де $\bar{v}_a = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ - середня арифметична швидкість молекул. Тоді формула середнього числа зіткнень молекули за 1 с набуде вигляду

$$\bar{Z} = \sqrt{2} \pi d^2 n \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

Підставляючи числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, знаходимо

$$\bar{Z}_1 = \sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot (3,1 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 2,69 \cdot 10^{25} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 8,32 \cdot 273}{3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} = 5,2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1};$$

б) якщо температура азоту підвищиться, то число молекул в одиниці об'єму зменшиться, оскільки збільшиться об'єм від V_0 до V_1 . Концентрацію молекул азоту при підвищенні температури та сталому тиску знаходять за рівнянням ізобарного процесу

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{T_0}{T_1}$$

Оскільки число молекул N_0 в об'ємах V_0 та V_1 не змінилось, то концентрація молекул n_1 при температурі T_1 буде $n_1 = \frac{N_0}{V_1}$, але

$$N_0 = n_0 V_0, \quad V_1 = V_0 \frac{T_1}{T_0}$$

тоді

$$n_1 = \frac{n_0 V_0}{V_1} = \frac{n_0 T_0}{T_1} = \frac{2,69 \cdot 10^{25} \cdot 273}{546} = 1,345 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$$

Середнє число зіткнень молекули азоту за 1 с при даних умовах дорівнюватиме

$$\bar{Z}_2 = \sqrt{2} \cdot 3,14 (3,1 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 1,345 \cdot 10^{25} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 8,32 \cdot 546}{3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} = 3,68 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}.$$

Відповідь: $\bar{Z}_1 = 5,2 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$; $\bar{Z}_2 = 3,68 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$.

Задача 4.2. Визначити середню довжину та тривалість вільного пробігу молекул кисню при тиску 200 Па та температурі 27 °С, якщо діаметр молекули кисню $2,9 \cdot 10^{10}$ м.

Рішення. Якщо середня довжина вільного пробігу молекули $\bar{\lambda}$, а її середня швидкість \bar{v} , то число зіткнень за 1 с $\bar{Z} = \frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}}$, а

тривалість вільного пробігу $\tau = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}}$. Такий самий результат одержимо, якщо виразимо середню довжину вільного пробігу $\bar{\lambda}$ через середню швидкість та час вільного пробігу τ :

$$\bar{\lambda} = \bar{v} \cdot \tau \text{ звідки } \tau = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{v}}.$$

Середня довжина вільного пробігу дорівнює

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n},$$

де n - концентрація молекул.

Концентрацію молекул визначимо з основного рівняння: молекулярно-кінетичної теорії газів $\rho = nkT$.

Звідки

$$n = \frac{\rho}{kT}.$$

Середня довжина вільного пробігу дорівнюватиме

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2}.$$

Підставляючи числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, знаходимо

$$\bar{\lambda} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,41 \cdot 3,14 \cdot (2,9 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 200} = 5,49 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Середня арифметична швидкість молекул

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Шуканий середній час вільного пробігу молекул

$$\tau = \frac{\bar{\lambda}}{v} = \frac{\bar{\lambda} \sqrt{\pi M}}{\sqrt{8RT}}$$

Підставляючи числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, знаходимо

$$\tau = \frac{5,49 \cdot 10^{-5} \cdot \sqrt{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}}{\sqrt{8 \cdot 8,32 \cdot 300}} = 1,23 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

Відповідь: $\bar{\lambda} = 5,49 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; $\bar{\tau} = 1,23 \cdot 10^{-7} \text{ с}$.

Задача 4.3. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул кисню при нормальних умовах, якщо коефіцієнт в'язкості $1,92 \cdot 10^{-5} \text{ Пас}$.

Рішення. Для визначення середньої довжини вільного пробігу молекул кисню скористаємось формулою, яка виражає коефіцієнт в'язкості через довжину вільного пробігу, середню арифметичну швидкість молекул та густину газу

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho, \text{ звідки } \bar{\lambda} = \frac{3\eta}{\bar{v} \rho}.$$

Замінивши в останній формулі швидкість

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

дістанемо

$$\bar{\lambda} = \frac{3\eta}{\sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \rho}.$$

Підставивши числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, знаходимо

$$\bar{\lambda} = \frac{3 \cdot 1,92 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{\frac{8 \cdot 8,32 \cdot 273}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}}} = 9,6 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

Відповідь: $\lambda = 9,6 \cdot 10^{-8} \text{ м}$

Задача 4.4. Визначити коефіцієнти внутрішнього тертя і дифузії кисню, який знаходиться при тиску $0,2 \text{ МПа}$ і температурі 280 К .

Рішення. На основі молекулярно-кінетичної теорії газів коефіцієнт внутрішнього тертя ідеального газу (динамічна в'язкість) і коефіцієнт дифузії визначиться за формулами

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \rho \quad (1)$$

$$D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \quad (2)$$

де ρ - густина газу;

$\bar{\lambda}$ - середня довжина вільного пробігу молекул;

\bar{v} - середня арифметична швидкість молекул.

Середню арифметичну швидкість і середню довжину вільного пробігу молекул знаходимо за формулами

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \quad (3)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}, \quad (4)$$

де n - концентрація молекул, яку знаходимо із основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів:

$$n = \frac{P}{kT},$$

де P — тиск; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - стала Больцмана.

Тоді на основі (4) довжина вільного пробігу молекули

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 \rho}$$

Густину кисню визначимо за формулою

$$\rho = \frac{Mn}{N_A}$$

З урахуванням n дістанемо

$$\rho = \frac{M\rho}{N_A kT}. \quad (6)$$

Підставимо (6), (5), (3) у рівняння (1), тоді формула коефіцієнта тертя набере вигляду

$$\eta = \frac{2}{3\pi \sqrt{\pi d^2 N_A}} \cdot \sqrt{MRT}.$$

Підставляючи (5), (3) у формулу (2), отримаємо розрахункову формулу для коефіцієнта дифузії

$$D = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \cdot \frac{kT}{\sqrt{2\pi d^2 \rho}} = \frac{2kT}{3\pi d^2 \rho} \cdot \sqrt{\frac{RT}{\pi M}}$$

З урахуванням (6), кінцева формула має вигляд

$$D = \frac{2k^2 T^2 N_A}{3\pi d^2 \rho M} \cdot \sqrt{\frac{RT}{\pi M}}$$

Підставляючи числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, знаходимо:

$$\eta = \frac{2\sqrt{32 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 280}}{3 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{3,14} (2,9 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м} \cdot \text{с};$$

$$D = \frac{2 \cdot (1,38 \cdot 10^{-23})^2 (280)^2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{3 \cdot 3,14 \cdot (2,9 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 \cdot 10^6} \cdot \sqrt{\frac{8,31 \cdot 280}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} =$$

$$= 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Відповідь: $\eta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м} \cdot \text{с}$; $D = 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Задача 4.5. Визначити середній об'єм атома у монокристалі міді.

Рішення. Зважимо на те, що у випадку, коли в умові задачі названо конкретний матеріал, то у розв'язку ми маємо право використовувати будь-які його табличні параметри. Зокрема, у даному випадку ми використаємо такий табличний параметр, як густина міді.

Користуючись періодичною системою елементів, можемо визначити атомну масу міді: $M = A = 64$.

Знайдемо кількість частинок в одиниці об'єму

$$N = N_A \frac{m}{M} = N_A \frac{\rho V}{A},$$

де m - маса міді в об'ємі 1 м^3

Тоді об'єм, що припадає на один атом міді:

$$V_1 = \frac{V}{N} = \frac{A}{\rho N_A}.$$

Підставивши числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ, знаходимо

$$V_1 = \frac{64 \cdot 10^{-3}}{8900 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 11,9 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3$$

Відповідь: $V_1 = 11,9 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3$.

4.4. Задачі для роботи в аудиторії

1. Скільки в середньому зіткнень однієї молекули вуглекислого газу відбувається за одиницю часу при температурі $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, якщо середня довжина вільного пробігу 830 мкм ? ($4,9 \cdot 10^5\text{ с}^{-1}$).

2. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул вуглекислого газу при температурі $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ і тиску $13,3\text{ Па}$. Діаметр молекул вуглекислого газу $0,32\text{ нм}$. (850 мкм).

3. Визначити середню довжину вільного пробігу молекули повітря при нормальних умовах. Діаметр молекул повітря $0,3\text{ нм}$ (93 нм).

4. Скільки в середньому зіткнень відбувається за одиницю часу між молекулами азоту при тиску $53,33\text{ кПа}$ і температурі $27\text{ }^{\circ}\text{C}$? ($2,47 \cdot 10^9\text{ с}^{-1}$).

5. Визначити коефіцієнт дифузії водню за нормальних умов, якщо середня довжина вільного пробігу за цих умов дорівнює $0,16\text{ мкм}$. ($9,1 \cdot 10^{-5}\text{ м}^2/\text{с}$).

6. Знайти масу азоту, перенесеного у процесі дифузії через площу $0,01\text{ м}^2$ за час 10 с , якщо градієнт густини в напрямку, перпендикулярному до площі $\Delta\rho/\Delta x = 1,26\text{ кг/м}^4$. Температура азоту $27\text{ }^{\circ}\text{C}$. Середня довжина вільного пробігу молекул азоту 10 мкм . (2 мг).

7. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул гелію при тиску $101,3\text{ кПа}$ і температурі $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, якщо в'язкість гелію $13\text{ мкПа}\cdot\text{с}$. (184 нм).

8. Визначити в'язкість азоту за нормальних умов, якщо коефіцієнт дифузії для нього $1,42 \cdot 10^{-5}\text{ м}^2/\text{с}$. ($17,8\text{ мкПа}\cdot\text{с}$).

9. Визначити діаметр молекули кисню, якщо при температурі $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ в'язкість кисню $18,8\text{ мкПа}\cdot\text{с}$. ($0,3\text{ нм}$).

10. Знайти коефіцієнт теплопровідності водню, якщо його в'язкість $8,6\text{ мкПа}\cdot\text{с}$. ($90\text{ мВт/м}\cdot\text{К}$).

11. В посудині об'ємом 2 л знаходиться $4 \cdot 10^{22}$ молекул двохатомного газу. Теплопровідність газу $14\text{ мВт/м}\cdot\text{К}$. Знайти коефіцієнт дифузії газу. ($2 \cdot 10^{-5}\text{ м}^2/\text{с}$).

4.5. Задачі для самостійної роботи

1. Скільки зіткнень між молекулами відбувається за одиницю часу в одному кубічному сантиметрі азоту за нормальних умов? Діаметр молекул азоту $3,1 \cdot 10^{-8}$ см. ($7,39 \cdot 10^{28}$).

2. Діаметр молекули кисню $2,9 \cdot 10^{-8}$ см. Визначити середнє число зіткнень молекули з іншими молекулами кисню за одиницю часу при нормальних умовах. ($4,2 \cdot 10^9$).

3. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул водню при тиску 0,1 Па і температурі 100 К. (6,4 см).

4. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул азоту при тиску 10 кПа і температурі 17 °С. (1 мкм).

5. Визначити середню тривалість вільного пробігу молекул кисню при температурі 250 К і тиску 100 Па. (288 с).

6. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул азоту при тиску 10 кПа і температурі 17 °С. (1 мкм).

7. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул водню при тиску 0,133 Па і температурі 50 °С. (14,2 см).

8. В балоні знаходиться вуглекислий газ, густина якого $1,7$ кг/м³. Середня довжина вільного пробігу його молекул 79 нм. Знайти діаметр молекул вуглекислого газу. (0,35 нм).

9. Середня довжина вільного пробігу атомів гелію при нормальних умовах дорівнює 180 нм. Визначити коефіцієнт дифузії гелію. ($7,23 \cdot 10^{-5}$ м²/с).

10. Коефіцієнт дифузії кисню при температурі 0 °С дорівнює $0,19$ см²/с. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул кисню. (135 нм).

11. Обчислити коефіцієнт дифузії азоту: 1) при нормальних умовах; 2) при тиску 100 Па і температурі 300 К. ($9 \cdot 10^{-5}$ м²/с; $0,061$ м²/с).

12. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул азоту, якщо його динамічна в'язкість 17 мкПа·с. (90 нм).

13. Знайти динамічну в'язкість гелію при нормальних умовах, якщо коефіцієнт дифузії за цих умов дорівнює $1,06 \cdot 10^{-4}$ м²/с. (19 мкПа·с).

14. Визначити коефіцієнт дифузії і в'язкість повітря при тиску 1.01,3 кПа і температурі 10 °С. Діаметр молекул повітря 0,3 нм.

($1,48 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$; 18,5 мкПа·с).

15. Визначити коефіцієнт теплопровідності повітря при тиску 100 кПа і температурі 10 °С. Діаметр молекул повітря 0,3 нм. (13,2 мВт/м·К).

16. При якому тиску середня довжина вільного пробігу молекули водню дорівнює 2,5 см, якщо його температура 66 °С? ($\approx 0,8 \text{ Па}$).

17. Діаметр молекули водню $2,3 \cdot 10^{-8}$ см. Визначити середню довжину вільного пробігу молекули водню за нормальних умов. (0,16 мкм).

18. Знайти середню довжину вільного пробігу атомів гелію, якщо густина гелію $0,021 \text{ кг/м}^3$. (1,8 мкм).

19. У балоні об'ємом 100 см^3 знаходиться 0,5 г азоту. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул азоту. (23 нм).

20. Знайти середнє число зіткнень за 1 с молекул деякого газу, якщо середня довжина вільного пробігу 5 мкм, а середня квадратична швидкість його молекул 500 м/с . ($9,2 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$).

21. Коефіцієнт дифузії і в'язкість водню при деяких умовах дорівнює $1,42 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ і 8,5 мкПа·с. Знайти кількість молекул водню в одиниці об'єму. ($1,8 \cdot 10^{25}$).

22. Який діаметр молекули азоту, якщо при температурі 0 °С коефіцієнт внутрішнього тертя дорівнює $1,7 \cdot 10^{-7} \text{ Па} \cdot \text{с}$? (316 пм).

23. Коефіцієнт дифузії і в'язкість кисню при деяких умовах дорівнює $1,22 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ і 19,5 мкПа·с. Знайти густину кисню, середню довжину вільного пробігу та середню арифметичну швидкість його молекул ($1,6 \text{ кг/м}^3$; 83,5 нм; 440 м/с).

24. Балон об'ємом 10 л містить водень масою 1 г. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул. (1,55 нм).

25. Визначити середнє число зіткнень однієї молекули кисню за 1 с при нормальних умовах. ($3,7 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$).

5. Властивості рідин

5.1 Основні теоретичні відомості

1. Коефіцієнт поверхневого натягу

$$\sigma = \frac{F}{l},$$

де F - сила поверхневого натягу, що діє на межу поверхневого шару рідини завдовжки l .

Якщо під дією сил поверхневого натягу зменшується площа поверхневого шару рідини на ΔS , тоді сили поверхневого натягу здійснюють роботу

$$A = \sigma \Delta S,$$

з останньої рівності

$$\sigma = \frac{\Delta A}{\Delta S}.$$

2. Додатковий тиск, спричинений кривизною поверхні рідини, визначається формулою Лапласа

$$\rho = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де σ - коефіцієнт поверхневого натягу; R_1 і R_2 - радіуси кривизни двох взаємно перпендикулярних площин поверхні рідини, у випадку сферичної поверхні

$$\rho = \frac{2\sigma}{R}.$$

3. Висота піднімання рідини в капілярній трубці

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g R},$$

де θ - крайовий кут; ρ - густина рідини; g - прискорення вільного падіння; R - радіус капіляра трубки.

4. Висота піднімання рідини між двома близькими і паралельними площинами

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g d}$$

де d - відстань між пластинами.

5. Рівняння нерозривності потоку. Під час стаціонарного руху рідини по трубці змінного перерізу через кожний переріз за певний інтервал часу пройдуть однакові маси рідини

$$S_1 v_1 = S_2 v_2,$$

де S_1 і S_2 - площі поперечного перерізу у двох довільних перерізах труби; v_1 і v_2 -- відповідно швидкості течії рідини.

6. Рівняння Бернуллі для ідеальної нестисливої рідини

$$\frac{\rho v^2}{2} = \rho g h + P = const,$$

де ρ - густина рідини; v - швидкість течії рідини; h - висота розміщення поверхні рідини над рівнем відліку; P - тиск в потоці рідини.

7. Швидкість витікання рідини з малого отвору у відкритій широкій посудині визначається формулою Торрічеллі

$$v = \sqrt{2gh},$$

де h - відстань від отвору до верхнього рівня рідини.

8. Формула Пуазейля. Об'єм рідини (газу), який протікає за час / через переріз довгої труби

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta p}{8l\eta},$$

де r - радіус трубки; Δp - різниця тиску на кінцях труби; l - її довжина; η - динамічна в'язкість (коефіцієнт внутрішнього тертя). Формула справедлива тільки для ламінарних потоків рідини.

9. Число Рейнольдса для потоку рідини по довгим трубам

$$Re = \frac{\rho \bar{v} d}{\eta},$$

де ρ - густина рідини; \bar{v} - середня по перерізу швидкість руху рідини; d - діаметр трубки.

5.2. Приклади розв'язання задач

Задача 5.1. Два мильних пузирі радіусами $R_1 = 2$ см та $R_2 = 3$ см зливаються в один. Визначити енергію, що виділяється при цьому процесі, якщо коефіцієнт поверхневого натягу $0,045$ Н/м.

Рішення. Оскільки поверхня двох пузирів більша за поверхню пузиря, що утворився внаслідок злиття їх в один, частина енергії поверхневої плівки звільняється. Відомо, що при ізотермічному зменшенні поверхні рідини на один квадратний метр буде виділятися енергія, що чисельно дорівнює коефіцієнту поверхневого натягу рідини. Таким чином, для знаходження енергії,

яка виділиться при злитті двох пузирів в один, необхідно визначити, на яку величину їх поверхня була більша поверхні новоутвореного пузиря. Зовнішня поверхня двох пузирів до їх злиття буде

$$S = S_1 + S_2 = 4\pi R_1^2 + 4\pi R_2^2 = 4\pi(R_1^2 + R_2^2) = 4 \cdot 3,14(4 + 9) \text{ см}^2 = 163,28 \text{ см}^2 = 163,28 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Для визначення зовнішньої поверхні пузиря, що утворився внаслідок злиття двох пузирів, потрібно знайти радіус новоутвореного пузиря, який можна визначити з рівності об'ємів пузирів до та після їх злиття, тобто

$$V = V_1 + V_2;$$

$$V = \frac{3}{4}\pi(R_1^3 + R_2^3) = \frac{3}{4} \cdot 4 \cdot 3,14(4 + 27) \text{ см}^3 = 146,5 \text{ см}^3 = 146,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

звідки шуканий радіус

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 146,5 \text{ см}^3}{4 \cdot 3,14}} \approx 3,27 \text{ см} = 3,27 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Поверхня нового пузиря

$$S' = 4\pi R^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10,69 \text{ см}^2 = 134,27 \text{ см}^2 = 134,27 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Зменшення зовнішньої поверхні

$$\Delta S = S - S' = (163,28 - 134,27) \text{ см}^2 = 29,01 \text{ см}^2 = 29,01 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Оскільки пузир має дві поверхні, то повне зменшення поверхні буде $2\Delta S$. Енергія, що виділилася при утворенні нового пузиря, буде

$$W = 2\sigma\Delta S = 2 \cdot 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж} / \text{см}^2 \cdot 29,01 \text{ см}^2 = 261,09 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Відповідь: $261,09 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$.

Задача 5.2. Визначити діаметр капілярів у папері, якщо вода піднімається в ньому на висоту $H = 30 \text{ см}$, а коефіцієнт поверхневого натягу води $\alpha = 0,07 \text{ Н/м}$.

Рішення. Висоту підняття рідини в капілярі знаходять за формулою

$$H = \frac{2\sigma}{\rho g R},$$

звідки діаметр капілярів

$$2R = \frac{2 \cdot 2\sigma}{\rho g H} = \frac{4 \cdot 0,07 \text{ Н} / \text{м}}{10^3 \text{ кг} / \text{м}^3 \cdot 9,81 \text{ м} / \text{с}^2 \cdot 0,3 \text{ м}} = 9,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

Відповідь: $d = 9,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$.

Задача 5.3. Який тиск водяної пари поблизу краплі води, радіус якої $R = 5 \cdot 10^{-6}$ см, при температурі $t = 10$ °С, якщо коефіцієнт поверхневого натягу води при 20 °С $\sigma = 7,3 \cdot 10^{-2}$ Н/м?

Рішення. Крапля води має опуклу поверхню, внаслідок чого додатковий молекулярний тиск поверхневої плівки спрямовано в середину краплі, а це ускладнює "випаровування" молекул. З рідини вилітають молекули, які мають більшу кінетичну енергію, а значить, і більшу швидкість, а тому і тиск пари над опуклою поверхнею буде більший, ніж над плоскою та ввігнутою.

Зі збільшенням кривизни поверхні тиск пари теж збільшується.

Тиск пари біля поверхні водяної краплі знаходимо за формулою

$$\rho = \rho_0 + \frac{2\sigma_1}{\rho_2 R}.$$

Тиск насиченої пари ρ_0 , густину насиченої пари ρ_1 та рідини ρ_2 знаходимо з таблиць, а коефіцієнт поверхневого натягу при 10 °С - за формулою

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma + 0,15 \cdot 10^{-3} \text{ Н / м} \cdot 10 = 73 \cdot 10^{-3} \text{ Н / м} + 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н / м} = \\ &= 74,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н / м}. \end{aligned}$$

Підставляючи у формулу тиску пари числові значення величин, знаходимо

$$\rho = 1227,69 \text{ Н / м}^2 + \frac{2 \cdot 9,4 \cdot 10^{-3} \text{ кг / м}^3 \cdot 74,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н / м}^2}{10^3 \text{ кг / м}^3 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 1255,7 \text{ Н / м}^2.$$

Відповідь: $\rho = 1255,7$ Па.

Задача 5.4. Вода подається у фонтан із широкої посудини I та виходить із отвору II зі швидкістю 12 м/с. Діаметр посудини дорівнює 2 м, діаметр перерізу II дорівнює 2 см.

Знайти: 1) швидкість зниження рівня води у посудині; 2) тиск, під яким вода подається у фонтан; 3) висоту рівня h_1 води в посудині і висоту h_2 струменя води, яка виходить із фонтану.

Рішення. 1. Проведемо поперечний переріз I у посудині на рівні перерізу II фонтану. Оскільки площа S_1 перерізу I набагато більша площі S_2 перерізу II, тоді висоту h_1 рівня води в посудині можна вважати для малого проміжку часу сталою, а потік - сталий.

Для сталого струменя води справедлива умова нерозривності потоку $v_1 S_1 = v_2 S_2$, звідки знаходимо, що

$$v_1 = \frac{v_2 S_2}{S_1} \text{ або } v_1 = v_2 \left(\frac{d}{D} \right)^2.$$

Підставляючи у цю формулу числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ та виконавши обчислення, знайдемо

$$v_1 = 12 \text{ м/с} \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-2} \text{ м}}{2 \text{ м}} \right)^2 = 0,0012 \text{ м/с}.$$

З такою ж швидкістю буде знижуватися рівень води у посудині. Як бачимо, ця швидкість набагато менша порівняно зі швидкістю струменя води.

2. Тиск ρ_1 , під яким вода подається у фонтан, знайдемо з рівняння Бернуллі. У випадку течії в горизонтальній трубці воно має вигляд

$$\rho_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Враховуючи, що $\rho_2 = 0$ (під цим тиском розуміють надлишковий над атмосферним тиском), з рівняння Бернуллі отримаємо

$$\rho_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}.$$

Оскільки $v_1 \ll v_2$, маємо

$$\rho_1 = \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Підставляючи числові значення величин, взятих в одиницях системи Сі, знаходимо

$$\rho_1 = \frac{10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 144 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} = 72 \text{ кПа}$$

3. Висоту h_1 рівня води у посудині знайдемо із співвідношення $\rho_1 = h_1 \rho g$, звідки

$$h_1 = P_1 / (\rho g).$$

Підставляючи в останню формулу числові значення величин, взятих в одиницях системи СІ та обчислюючи, маємо

$$h_1 = \frac{72 \cdot 10^3 \text{ Па}}{10^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2} = 7,35 \text{ м}.$$

Знаючи швидкість v_2 , з якою вода викидається фонтаном, знайдемо висоту h_2 , на яку вона буде підніматися:

$$h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{144 \text{ м}^2 / \text{с}^2}{2 \cdot 9,8 \text{ м} / \text{с}^2} = 7,35 \text{ м}.$$

Підкреслимо, що висота рівня води у посудині дорівнює висоті, на яку піднімається фонтан води.

Відповідь: $v_1 = 0,0012 \text{ м} / \text{с}$; $\rho_1 = 72 \text{ кПа}$; $h_1 = 7,35 \text{ м}$; $h_2 = 7,35 \text{ м}$.

5.3. Запитання для самоконтролю

1. Яка енергія називається вільною енергією поверхневої плівки рідини та як вона обчислюється?
2. Що таке крайовий кут та яке його значення у випадках повного змочування та незмочування?
3. Які факти впливають на зміну рівня рідини в капілярі та як обчислюється висота рівня?
4. Чи змінюється рівень води в капілярі, якщо його нахилити?
5. Як тиск насиченої пари залежить від кривизни поверхні рідини?
6. Чим відрізняється ідеальна рідина від реальних рідин?
7. Які течії вважаються подібними?
8. Який фізичний зміст числа Рейнольдса?
9. Який фізичний зміст числа Фрунда – $F_2 = v^2 / gl$?
10. Яку швидкість називають критичною?

5.4. Задачі для роботи в аудиторії

1. Яку енергію необхідно витратити на утворення мильної бульбашки радіусом 6 см при сталій температурі? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної плівки 0,04 Н/м. (3,6 мДж).
2. Яка кількість енергії поглинається при розбитті великої краплини води масою 2 г на маленькі краплини радіусом 10^{-5} см? Коефіцієнт поверхневого натягу води 0,073 Н/м, її густина $1000 \text{ кг} / \text{м}^3$. (4,38 Дж).
3. Дві краплини ртуті радіусом 1 мм кожна злились у одну велику краплину. Яка енергія вивільнюється при цьому злитті? Вважати, що процес ізотермічний. (1,1 мкДж).

4. Наскільки тиск повітря в середині мильного пузиря більший атмосферного тиску при нормальних умовах, якщо діаметр пузиря 5 мм? (62,5 Па).

5. У бензол опущений капіляр із внутрішнім діаметром 0,4 мм. Визначити масу бензолу, який увійшов у капіляр, якщо коефіцієнт поверхневого натягу бензолу становить 0,03 Н/м.

(3,9мг).

6. Вода тече по трубі, яка має різні перерізи і розмішена горизонтально. Швидкість води у широкій частині труби дорівнює

20 см/с. Визначити швидкість у вузькій частині труби, діаметр якої у півтора рази менший діаметра широкої частини. (0,45 м/с).

7. Вода тече по круглій гладенькій трубі діаметром 5 см з середньою швидкістю 10 см/с. Визначити число Рейнольдса Re для потоку води у трубі та вказати характер руху води. (0,45 м/с).

8. Посудина висотою 1,5 м заповнена повністю водою. На відстані 1 м від верхнього краю посудини утворився отвір малого діаметра у боковій стінці. На якій відстані від посудини падає на підлогу струмінь води? (1,4 м).

5.5. Задачі для самостійної роботи

1. Яку роботу треба виконати, щоб діаметр мильного пузиря збільшити від 1 до 11 см? Вважати, що процес ізотермічний. (3 мДж).

2. При злитті дрібних водяних краплин однакового розміру в одну велику краплину радіусом 4 мм вивільнюється енергія 14 мДж. Визначити радіус малих краплин, вважаючи коефіцієнт поверхневого натягу води 0,073 Н/м. (4,2 мкм).

3. При пропусканні через піпетку 4 см^3 олії отримали 304 краплі. Діаметр отвору піпетки становить 1,2 мм; густина олії дорівнює 900 кг/м^3 . Визначити коефіцієнт поверхневого натягу олії. (0,03 Н/м).

4. Гліцерин піднявся у капілярній трубці на висоту 20 мм. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу гліцерину, якщо діаметр капіляра дорівнює 1 мм. (62 мН/м).

5. Яку роботу може виконати мильна плівка при зменшенні площі її поверхні на 1 см^2 , якщо коефіцієнт поверхневого натягу мильної плівки $0,045 \text{ Н/м}$? ($4,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$).

6. Наскільки нагріється крапля ртуті, що утворилася після злиття двох крапель ртуті радіусом 1 мм кожна, якщо питома теплоємність ртуті $0,14 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$? ($1,66 \cdot 10^{-4} \text{ К}$).

7. Під яким тиском перебуває пухирчик повітря радіусом $0,0006 \text{ мм}$ безпосередньо під поверхнею води ($\alpha=0,073 \text{ Н/м}$) при нормальному атмосферному тиску, якщо температура води $20 \text{ }^\circ\text{C}$? ($1,256 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$).

8. Визначити тиск повітря в повітряному пухирі діаметром $0,01 \text{ мм}$, що знаходиться у воді при температурі 20°C ($\alpha=0,073 \text{ Н/м}$). ($\approx 1,6 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$).

9. Визначити діаметр трубки, з якої рідина витікає краплями, якщо вага 100 крапель рідини виявилася рівною $0,023 \text{ Н}$ ($\alpha=0,075 \text{ Н/м}$). ($\approx 10^{-3} \text{ м}$).

10. Пропускаючи через піпетку з діаметром шийки $1,2 \text{ мм}$ маслинову олію, одержують з 3 см^3 олії 228 крапель. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу олії, якщо її густина 910 кг/м^3 . ($0,0312 \text{ Н/м}$).

11. Наскільки знизиться вода в капілярі радіусом $0,1 \text{ мм}$ при підвищенні її температури на 80 град, якщо з підвищенням температури на 1 град коефіцієнт поверхневого натягу води зменшується на $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н/м}$? ($2,45 \cdot 10^{-2} \text{ м}$).

12. Знайти різницю рівнів ртуті у двох сполучених капілярах діаметрами 1 і 2 мм . Незмочування вважати повним. ($7,5 \text{ мм}$).

13. Внутрішній діаметр барометричної трубки дорівнює $0,75 \text{ см}$. Яку поправку слід внести, вимірюючи атмосферний тиск по висоті стовпа ртуті? (2 мм).

14. Рівень ртуті в посудині $0,03 \text{ мм}$. При якому найбільшому діаметрі отвору в дні посудини ртуть не буде витікати? ($0,5 \text{ мм}$).

15. У дні скляної посудини з ртуттю зроблено отвір діаметром $0,5 \text{ мм}$. Яка найбільша кількість ртуті може бути в посудині, якщо площа її дна 30 см^2 ? ($1,22 \text{ кг}$).

16. Оцтова кислота у капілярній трубці піднімається на висоту 30 мм. На яку висоту піднімається ефір у капілярній трубці з удвічі більшим діаметром? Для оцтової кислоти і ефіру коефіцієнти поверхневого натягу становлять 0,028 Н/м і 0,017 Н/м, а густини дорівнюють 1050 кг/м^3 та 710 кг/м^3 відповідно. (13,5 мм).

17. Дві капілярні трубки різних діаметрів опускають спочатку в ефір, а потім у гас. Різниця висот підняття ефіру у капілярах становить 2,4 мм, гасу - 3 мм. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу гасу. Коефіцієнт поверхневого натягу ефіру становить 0,017 Н/м. Густина ефіру 710 кг/м^3 , а густина гасу дорівнює 800 кг/м^3 . (0,024 Н/м).

18. У дні скляної посудини площею 30 см^2 зроблено круглий отвір діаметром 0,5 мм. В посудину налили ртуть. Яка маса ртуті залишиться в посудині? (1,22 г).

19. З піпетки витікали однакової маси краплі води: спочатку при температурі $10 \text{ }^\circ\text{C}$, а потім при температурі $63 \text{ }^\circ\text{C}$. У першому випадку було 30 крапель, у другому - 34. Чому дорівнює відношення коефіцієнтів поверхневого натягу води при вказаних температурах (вважати, що густина води не залежить від її температури)? (1,13).

20. Маса 100 крапель спирту, які витікають з капіляра, дорівнює 0,71 г. Визначити поверхневий натяг спирту, якщо діаметр шийки краплі у момент відриву дорівнює 1 мм. (22,2 мН/м).

21. В рідину опускають дві вертикальні капілярні трубки з внутрішніми діаметрами 0,05 см та 0,1 см. Різниця висот підняття рідини у капілярах становить 11,6 мм. Густина рідини дорівнює $0,8 \text{ г/см}^3$. Визначити коефіцієнт поверхневого натягу рідини. (22 мН/м).

22. У воду опущений капіляр із внутрішнім діаметром 1 мм. Визначити масу води, яка увійшла в капіляр. (23,1 мг).

23. На яку висоту підніметься вода між двома близькими і паралельними пластинами, якщо відстань між ними становить 0,2 мм? (7,3 см).

24. У широкій частині горизонтально розташованої труби, нафта тече зі швидкістю 2 м/с. Визначити швидкість нафти у вузькій частині труби, якщо різниця тисків у широкій і вузькій частинах труби становить 6,65 кПа. (4,33 м/с).

Список використаної літератури

1. Фізика / В. В. Бойко та ін. Київ : Ліра-К, 2020. 460 с.
2. Davis Lawrence. Body Physics: Motion to Metabolism. Oregon : Open Oregon Educational Resources, 2018. 732 p. URL: <https://openoregon.pressbooks.pub/bodyphysics/open/download?type=pdf>
3. Ling S. J., Sanny J., Moebs W. University Physics. Volume 1. Houston : OpenStax, 2016. 979 p. URL: <https://assets.openstax.org/oscms-prodcms/media/documents/UniversityPhysicsVol1-WEB.pdf>
4. Ling S. J., Sanny J., Moebs W. University Physics. Volume 2. Houston : OpenStax, 2016. 805 p. URL: https://assets.openstax.org/oscms-prodcms/media/documents/UniversityPhysicsVolume2-WEB_5eNhMSa.pdf
5. Ling S. J., Sanny J., Moebs W. University Physics. Volume 3. Houston : OpenStax, 2016. 607 p. URL: <https://assets.openstax.org/oscms-prodcms/media/documents/UniversityPhysicsVolume3-WEB.pdf>

ДОДАТКИ

1. Тригонометричні таблиці

| Кути | <i>sin</i> | <i>tg</i> | Кути | <i>sin</i> | <i>tg</i> | Кути | <i>sin</i> | <i>tg</i> |
|------|------------|-----------|------|------------|-----------|------|------------|-----------|
| 0° | 0,000 | 0,000 | 30° | 0,500 | 0,577 | 60° | 0,866 | 1,73 |
| 1 | 0,017 | 0,017 | 31 | 0,515 | 0,601 | 61 | 0,875 | 1,80 |
| 2 | 0,035 | 0,035 | 32 | 0,530 | 0,625 | 62 | 0,883 | 1,88 |
| 3 | 0,052 | 0,052 | 33 | 0,545 | 0,649 | 63 | 0,891 | 1,96 |
| 4 | 0,070 | 0,070 | 34 | 0,559 | 0,675 | 64 | 0,899 | 2,05 |
| 5 | 0,087 | 0,087 | 35 | 0,574 | 0,700 | 65 | 0,906 | 2,14 |
| 6 | 0,105 | 0,105 | 36 | 0,588 | 0,727 | 66 | 0,914 | 2,25 |
| 7 | 0,122 | 0,123 | 37 | 0,602 | 0,754 | 67 | 0,921 | 2,36 |
| 8 | 0,139 | 0,141 | 38 | 0,616 | 0,781 | 68 | 0,927 | 2,48 |
| 9 | 0,156 | 0,158 | 39 | 0,629 | 0,810 | 69 | 0,934 | 2,61 |
| 10 | 0,174 | 0,176 | 40 | 0,643 | 0,839 | 70 | 0,940 | 2,75 |
| 11 | 0,191 | 0,194 | 41 | 0,656 | 0,869 | 71 | 0,946 | 2,90 |
| 12 | 0,208 | 0,213 | 42 | 0,669 | 0,900 | 72 | 0,951 | 3,08 |
| 13 | 0,225 | 0,231 | 43 | 0,682 | 0,933 | 73 | 0,956 | 3,27 |
| 14 | 0,242 | 0,249 | 44 | 0,695 | 0,966 | 74 | 0,961 | 3,49 |
| 15 | 0,259 | 0,268 | 45 | 0,707 | 1,000 | 75 | 0,966 | 3,73 |
| 16 | 0,276 | 0,287 | 46 | 0,719 | 1,036 | 76 | 0,970 | 4,01 |
| 17 | 0,292 | 0,306 | 47 | 0,731 | 1,072 | 77 | 0,974 | 4,33 |
| 18 | 0,309 | 0,325 | 48 | 0,743 | 1,111 | 78 | 0,978 | 4,70 |
| 19 | 0,326 | 0,344 | 49 | 0,755 | 1,150 | 79 | 0,982 | 5,14 |
| 20 | 0,342 | 0,364 | 50 | 0,766 | 1,192 | 80 | 0,985 | 5,67 |
| 21 | 0,358 | 0,384 | 51 | 0,777 | 1,235 | 81 | 0,988 | 6,31 |
| 22 | 0,375 | 0,404 | 52 | 0,788 | 01,28 | 82 | 0,990 | 7,12 |
| 23 | 0,391 | 0,424 | 53 | 0,799 | 1,327 | 83 | 0,993 | 8,14 |
| 24 | 0,407 | 0,445 | 54 | 0,809 | 1,376 | 84 | 0,995 | 9,51 |
| 25 | 0,423 | 0,466 | 55 | 0,819 | 1,428 | 85 | 0,996 | 11,4 |
| 26 | 0,438 | 0,488 | 56 | 0,829 | 1,483 | 86 | 0,998 | 14,3 |
| 27 | 0,454 | 0,510 | 57 | 0,839 | 1,540 | 87 | 0,999 | 19,1 |
| 28 | 0,469 | 0,532 | 58 | 0,848 | 1,600 | 88 | 0,999 | 28,6 |
| 29 | 0,485 | 0,554 | 59 | 0,857 | 1,664 | 89 | 0,999 | 57,3 |
| 30 | 0,500 | 0,577 | 60 | 0,866 | 1,732 | 90 | 1,000 | |

2. Основні фізичні постійні (округлені значення)

| Фізична постійна | Позначення | Значення |
|--|--------------|--|
| Нормальне прискорення вільного падіння | g | $9,81 \text{ м/с}^2$ |
| Гравітаційна постійна | G | $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг с}^2)$ |
| Постійна Авогадро | N_A | $6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ |
| Молярна газова стала | R | $8,31 \text{ Дж}/(\text{моль К})$ |
| Стандартний обсяг | V_m | $22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$ |
| Постійна Больцмана | k | $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ |
| Елементарний заряд | e | $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ |
| Швидкість світла у вакуумі | c | $3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ |
| Постійна Стефана – Больцмана | σ | $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}^4)$ |
| Постійна закону зсуву Віна | b | $2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м К}$ |
| Постійна Планка | h | $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с}$ |
| Постійна Ридберга | R_∞ | $10973731,77 \text{ м}^{-1}$ |
| Радіус Бора | a | $0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ |
| Комптоновська довжина хвилі електрона | λ_e | $2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ |
| Магнетон Бора | μ_B | $0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А м}^2$ |
| Енергія іонізації атома водню | E_i | $2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}(13,6 \text{ эВ})$ |
| Атомна одиниця маси | а.о.м. | $1,660 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ |
| Електрична постійна | ϵ_0 | $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ |
| Магнітна постійна | μ_0 | $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ |

3. Деякі астрономічні величини

| Найменування | Значення |
|--|-------------------------|
| Радіус Землі | $6,37 \cdot 10^6$ м |
| Маса Землі | $5,98 \cdot 10^{24}$ кг |
| Радіус Сонця | $6,95 \cdot 10^8$ м |
| Маса Сонця | $1,98 \cdot 10^{30}$ кг |
| Радіус Місяця | $1,74 \cdot 10^6$ м |
| Маса Місяця | $7,33 \cdot 10^{22}$ кг |
| Відстань від центру Землі до центру Сонця | $1,49 \cdot 10^{11}$ м |
| Відстань від центру Землі до центру Місяця | $3,84 \cdot 10^8$ м |

4. Густина твердих тіл

| Тверде тіло | Густина, кг/м ³ | Тверде тіло | Густина, кг/м ³ |
|-------------|----------------------------|-------------|----------------------------|
| Алюміній | $2,70 \cdot 10^3$ | Мідь | $8,93 \cdot 10^3$ |
| Барій | $3,50 \cdot 10^3$ | Нікель | $8,90 \cdot 10^3$ |
| Ванадій | $6,02 \cdot 10^3$ | Свинець | $11,3 \cdot 10^3$ |
| Вісмут | $9,80 \cdot 10^3$ | Срібло | $10,5 \cdot 10^3$ |
| Залізо | $7,88 \cdot 10^3$ | Цезій | $1,90 \cdot 10^3$ |
| Літій | $0,53 \cdot 10^3$ | Цинк | $7,15 \cdot 10^3$ |

5. Густина рідин

| Рідина | Густина, кг/м ³ | Рідина | Густина, кг/м ³ |
|-----------------------------|----------------------------|--------------|----------------------------|
| Вода (при 4 ⁰ С) | $1,00 \cdot 10^3$ | Сірковуглець | $1,26 \cdot 10^3$ |
| Гліцерин | $1,26 \cdot 10^3$ | Спирт | $0,80 \cdot 10^3$ |
| Ртуть | $13,6 \cdot 10^3$ | | |

6. Густина газів (при нормальних умовах)

| Газ | Густина, кг/м ³ | Газ | Густина, кг/м ³ |
|---------|----------------------------|--------|----------------------------|
| Водень | 0,09 | Гелій | 0,18 |
| Повітря | 1,29 | Кисень | 1,43 |

7. Коефіцієнт поверхневого натягу рідини

| Рідина | Коефіцієнт, мН/м | Рідина | Коефіцієнт, мН/м |
|-------------|------------------|--------|------------------|
| Вода | 72 | Ртуть | 500 |
| Мильна піна | 40 | Спирт | 22 |

8. Ефективний діаметр молекули

| Газ | Діаметр, м | Газ | Діаметр, м |
|--------|----------------------|--------|----------------------|
| Азот | $3,0 \cdot 10^{-10}$ | Гелій | $1,9 \cdot 10^{-10}$ |
| Водень | $2,3 \cdot 10^{-10}$ | Кисень | $2,7 \cdot 10^{-10}$ |

9. Питома теплоємність, температура плавлення і кипіння, питома теплота плавлення деяких речовин

| Речовина | Питома теплоємність при 20°C, Дж/(г·К) | Т-ра плавлення, °C | питома теплота плавлення Дж/г | Т-ра кипіння, °C |
|-----------------|--|--------------------|-------------------------------|------------------|
| Алюміній | 0,92 | 660,1 | 321,0 | 2330 |
| Азот | 1,04 | -209,9 | 25,5 | -195,8 |
| Вода | 4,19 | 0 | 335 | 100 |
| Водовод | 14,3 | -259,2 | 58,5 | -253 |
| Золото | 0,134 | 1063 | 66,5 | 2660 |
| Кисень | 0,90 | -219 | 13,8 | -181 |
| Латунь | 0,384 | 900 | - | - |
| Лід(вода) | 2,09 | 0 | 335 | 100 |
| Магній | 1,05 | 650 | 301 | 1100 |
| Мідь | 0,394 | 1083 | 176 | 2582 |
| Нікель | 0,46 | 1452 | 244-306 | 2800 |
| Олово | 0,25 | 231,9 | 58,5 | 2337 |
| Ртуть | 0,138 | -38,9 | 11,7 | 356,7 |
| Свинець | 0,130 | 327,3 | 22,4 | 1750 |
| Срібло | 0,234 | 960,5 | 88,0 | 2100 |
| Спирт(етиловий) | 2,42 | -117 | 108,0 | 78,3 |
| Сталь | 0,46 | 1350 | 205,0 | - |
| Цинк | 0,38 | 419 | 117 | 907 |
| Ефір(етиловий) | 2,34 | -116,3 | 98,3 | 34,6 |

| Назва процесу | Рівняння процесу | Зв'язок між параметрами стану | Робота в процесі | Кількість теплоти в процесі |
|---------------|--------------------|---|---|--|
| Ізохорний | $V = \text{const}$ | $\frac{p}{T} = \text{const}$ | $\delta A = 0$ $A = 0$ | $\delta Q = C_V dT$ $Q = C_V (T_2 - T_1)$ |
| Ізобарний | $p = \text{const}$ | $\frac{V}{T} = \text{const}$ | $\delta A = pdV$ $A = 0$ | $\delta Q = C_p dT$ $Q = C_p (T_2 - T_1)$ |
| Ізотермічний | $T = \text{const}$ | $pV = \text{const}$ | $\delta A = pdV$ $A = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{p_2}{p_1}$ | $\delta Q = \delta A$ $Q = A$ |
| Адіабатний | $\delta Q = 0$ | $pV^x = \text{const}$ $pT^{\frac{x}{1-x}} = \text{const}$ $VT^{\frac{1}{x-1}} = \text{const}$ | $\delta A = pdV = -dU$ $A = -\Delta U = C_V (T_1 - T_2) =$ $\frac{1}{1-x} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$ $A = \frac{M}{\mu} \frac{RT_1}{x-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right] =$ $\frac{p_1 V_1}{x-1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-x} \right]$ | $\delta Q = 0$ $Q = 0$ |
| Політропний | $C = \text{const}$ | $pV^n = \text{const}$ $pT^{\frac{n}{1-n}} = \text{const}$ $VT^{\frac{1}{n-1}} = \text{const}$ | $\delta A = pdV$ $A = \frac{1}{n-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$ $A = \frac{M}{\mu} \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] =$ $\frac{p_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{1-n} \right]$ | $\delta Q = CdT$ $Q = C(T_2 - T_1)$ |

Навчальне видання

ФІЗИКА

Методичні рекомендації

Укладачі: **Вахоніна** Лариса Володимирівна
Мартиненко Володимир Олександрович
Руденко Андрій Юрійович
Мардзявка Віталій Анатолійович
Власенко Лариса Сергіївна

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 3,37.
Тираж 20 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.10.2013р.