

## КІНЕМАТИКА ЦЕНТРОЇДНИХ МЕХАНІЗМІВ, ЯКІ НАПРАВЛЯЮТЬ ІНСТРУМЕНТ ПО ДУЗІ ОКРУЖНОСТІ

*В.П. Табацков,*

*А.П. Бойко,*

*Е.Г. Бергер*

В сучасному машинобудуванні усе частіше ставляться вимоги до створення машин — автоматів багатопрограмного типу, тобто машин, які дозволяють виконувати технологічні процеси в різних варіантах програм. Це потребує створення таких кінематичних схем механізмів, які дозволяють — шляхом простого їх переобладнання — отримувати різні закони виконавчих механізмів в межах границь, які встановлені структурою і кінематикою перероблених механізмів. Найбільш ваажливу роль в рішенні питання збільшення продуктивності праці грає автоматизація виробничих процесів, але, якщо враховувати, що виконавчим органом автоматичного пристрою є той же механізм, то стане ясною актуальність задачі про широке впровадження в виробничі процеси різноманітних існуючих механізмів.

Відомо, що обробка деталей на копіювальних верстатах вимагає попереднього виготовлення копіїв, які в процесі обробки виробу можуть бути нерухомими, здійснювати поступальний, обертальний і складний рухи. На практиці замість копіра можуть бути використані механізми, у яких ввідні ланки мають різні траєкторії. Якщо з такою ланкою з'єднати виріб або різець, то в відносному русі ми отримаємо профіль виробу. Такі механізми, які використовуються в якості напрямних робочих органів верстатів, називаються механізмами-побудувачами. Широке використання побудувачів обмежено тим, що недостатньо вивчені траєкторії, які можна отримати за допомогою механізмів, які використовуються для цієї мети. Механізми — побудувачі знаходять використання також в точних приладах та лічильно-вирішальних пристроях для одержання різноманітних функціональних залежностей.

1. Поставимо задачу в такий спосіб. Нехай довільно задана

рухома центроїда ЦП виражена полярним рівнянням

$$\rho = \rho(\varphi) \quad (1)$$

Визначимо ЦН таким чином, щоб перекочування по ній (без ковзання) рухомої центроїди ЦП полюс останньої переміщався по окружності. Рівняння ЦН визначимо також у полярній формі  $\delta = \delta(\alpha)$ .

Рішення поставленої задачі впливає з наступних міркувань.

По-перше, рухома і нерухома центроїди мають загальну дотичну (рис.1а), тобто величину кута  $\mu$  можна визначити з виразів:

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{\rho(\varphi)}{\rho'(\varphi)} \quad (\text{як кут дотичної до рухомої центроїди}),$$

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{\delta(\alpha)}{\delta'(\alpha)} \quad (\text{як кут дотичної до нерухомого центроїди}).$$

А, значить,

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{\delta}{\delta'}. \quad (2)$$

По-друге, з рівності дуг ЦП і ЦН, що обумовлюють їхнє перекочування без ковзання, впливає вираз

$$\sqrt{\rho'^2 + \rho^2} d\varphi = \sqrt{\delta^2 + \delta'^2} d\alpha$$

З останнього визначаємо  $\alpha$  як функцію від  $\varphi$

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\sqrt{\rho'^2 + \rho^2}}{\sqrt{\delta^2 + \delta'^2}} \quad (3)$$

Тому що  $\delta = R - \rho$  (це впливає з рис.1а), а  $\delta' = \frac{(R - \rho)\rho'}{\rho}$

(на підставі рівності (2)), вираз (3) перетвориться до виду:

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\rho}{(R - \rho)} \quad (4)$$

Рис.1

Та, остаточно , маємо

$$\alpha = \int \left( \frac{\rho}{(R - \rho)} \right) d\varphi \quad (5)$$

У результаті нерухома центроїда цілком визначена графоаналітично системою рівнянь виду:

$$\begin{aligned} \delta &= R - \rho(\varphi), \\ \alpha &= \int \left( \frac{\rho}{(R - \rho)} \right) d\varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

Розглянута задача знаходить широке практичне застосування в синтезі механізмів некруглих фрикційних і зубчастих коліс. Дійсно знайдені з рівнянь (1) і (2) некруглі профілі  $\underline{ЦП}$  і  $\underline{ЦН}$  можуть бути закріплені в точках  $O$  та  $C$  шарнірно (рис.1б) для

забезпечення заданих законів руху, тобто перетворені в кулачки. Одержуємо, що при рівномірному обертанні кулачка  $\underline{C}_H$  кулачок  $\underline{C}_\Pi$  буде обертатися по деякому складному законі, обумовленому з рівнянь (6).

2. Раніше нами розглядалося питання визначення центроїд по заданому законі руху, коли відрізок довжиною  $l$  скочзав своїми кінцями по двох напрямних .

Досліджуємо той випадок, коли одна з напрямних представлена у виді прямої  $Y=c$ , (рис.2а) а інша є довільною кривою, записаною в параметричній формі

$$\begin{aligned} X &= X(\varphi), \\ Y &= Y(\varphi). \end{aligned} \tag{7}$$

Після деяких перетворень ми знайдемо рівняння  $\underline{C}_\Pi$  і  $\underline{C}_H$  у виді

$$\begin{aligned} \underline{C}_H &\Rightarrow \begin{cases} X_\rho = x + \sqrt{l^2 - (c - y)^2} \\ Y_\rho = \frac{y'}{x'} \left( \sqrt{l^2 - (c - y)^2} + y \right) \end{cases} \\ \underline{C}_\Pi &\Rightarrow \begin{cases} \xi = l - \left( \frac{c - y}{l} \right) \left[ c - y - \frac{y'}{x'} \sqrt{l^2 - (c - y)^2} \right] \\ \eta = \frac{1}{l} \sqrt{l^2 - (c - y)^2} \left[ c - y - \frac{y'}{x'} \sqrt{l^2 - (c - y)^2} \right] \end{cases} \end{aligned} \tag{8}$$

3. Визначимо центроїди в тому випадку, коли закон руху заданий переміщенням одного з кінців відрізка по окружності  $\rho=R$ , а іншого по довільній направляючій (рис.2б) виду  $X=x(t)$ ,  $Y=y(t)$ .

Записуючи координати миттєвого центра обертання  $P$  щодо нерухомої системи координат, знайдемо рівняння  $\underline{C}_H$  у параметричній формі

$$X = -\frac{yx' - xy'}{x'tg\varphi - y},$$

$$Y = \frac{\sin \varphi \cos \varphi (yx' - xy')}{x'tg\varphi - y}. \quad (9)$$

$$\text{при } \varphi = \frac{\arctg 2 \left[ y + \sqrt{y^2 - x^2 + A^2} (X + A) \right]}{(X + A)^2 + \left( \sqrt{y^2 - x^2 + A^2} + y \right)^2},$$

$$\text{де } A = \frac{x^2 + y^2 + R^2 - l^2}{2R}.$$

Рівняння рухомої центроїди одержимо, якщо запишемо координати миттєвого центра обертання щодо рухомої системи  $\xi\mu\eta$

$$\xi = R \cos \varphi + x \cos \mu - y \sin \mu,$$

$$\eta = R \sin \varphi + x \sin \mu - y \cos \mu, \quad (10)$$

$$\text{де } tg\mu = \frac{(x \sin \varphi - y \cos \varphi)(R \cos \varphi - x)}{(R \sin \varphi - y)(x \sin \varphi + y \cos \varphi)}.$$

4. Нехай один кінець відрізка переміщається по прямої  $Y=c$ , а іншої по окружності (рис.2в), параметричні рівняння якої  $X=R \cos \varphi$ ,  $Y=R \sin \varphi$ .

Знайдемо центроїди, за допомогою яких можна було б реалізувати заданий закон руху.

Якщо записати координати м.ц.о. Р (рис..2в) щодо рухомої системи  $\xi\mu\eta$ , одержимо рухому центроїду у вигляді

$$\eta = \frac{c - R \sin \varphi}{l} \sqrt{l^2 - (c - R \sin \varphi)^2} + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{l} \left[ (c - R \sin \varphi)^2 - l^2 \right]$$

$$\xi = \frac{c \operatorname{tg} \varphi}{l} \left[ c - R \sin \varphi \sqrt{l^2 - (c - R \sin \varphi)^2} + \operatorname{tg} \varphi \left[ (c - R \sin \varphi)^2 - l^2 \right] \right] \quad (11)$$

Рис.2

Координати м.ц.о. щодо нерухокої системи координат вира-  
зяться рівняннями:

$$X = \sqrt{l^2 - (c - R \sin \varphi)^2} - R \cos \varphi,$$

$$Y = \operatorname{tg} \varphi \sqrt{l^2 - (c - R \sin \varphi)^2} - R \sin \varphi. \quad (12)$$

Таким чином, закріпивши певним чином відрізок на рухомій  
центроїді ЦП (11), можна при перекочуванні (без ковзання)  
останньої по нерухомій центроїді ЦН (12), відтворити одночасно  
рулету — пряму і рулету — окружність.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Геронимус Я.Л. Геометрический аппарат теории синтеза плоских механизмов. Изд-во "Физ-мат", Москва, 1962г.
2. Теория геометрического и механического образования плоских кривых методами кинематической геометрии. Канд. диссертация, Киев, 1976г.