

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

Факультет довузівської підготовки

МАТЕМАТИКА

Методичні вказівки

для проведення практичних занять з дисципліни
«Математика»
для слухачів підготовчих курсів факультету довузівської
підготовки

МИКОЛАЇВ
2016

УДК 51

ББК 22.1

М34

Друкується за рішенням науково-методичної комісії
факультету агротехнологій від 30.12.2015 р., протокол № 4

Укладачі:

- І. М. Марценюк – канд. біол. наук, декан факультету
довузівської підготовки, Миколаївський
національний аграрний університет;
- О. О. Сивачок – вчитель математики вищої категорії
Миколаївської загальноосвітньої школи-
інтернату № 4

Рецензенти:

- С. І. Тищенко – канд. пед. наук, доцент кафедри економічної
кібернетики і математичного моделювання,
Миколаївський національний аграрний університет
- Т. М. Сабенгус – вчитель математики вищої категорії
Миколаївської приватної школи «ОР Менахем»

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
I. ЗАВДАННЯ ДЛЯ АУДИТОРНОЇ РОБОТИ	
1. Практичне заняття №1. Множини. Дробы та дії з ними. Перетворення періодичного дробу у звичайний. Відношення чисел. Пропорції. Відсотки. Задачі на відсотки	5
2. Практичне заняття №2. Тотожні перетворення раціональних алгебраїчних виразів. Степінь числа. Дії з одночленами та многочленами. Алгебраїчні дробы. Вправи на всі дії з алгебраїчними дробами	7
3. Практичне заняття №3. Тотожні перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів. Вправи на тотожні перетворення алгебраїчних (раціональних та ірраціональних виразів). Модуль числа	9
4. Практичне заняття №4. Раціональні рівняння (лінійні, квадратні, вищих степенів). Дробово-раціональні рівняння. Розв'язування раціональних та дробово-раціональних рівнянь	11
5. Практичне заняття №5. Раціональні та дробово-раціональні нерівності. Нерівності, що містять змінну під знаком модуля. Системи нерівностей	13
6. Практичне заняття №6. Ірраціональні рівняння та нерівності	14
7. Практичне заняття №7. Функція. Основні властивості лінійної, квадратичної, степеневі, показникової та логарифмічної функцій.	16
8. Практичне заняття №8. Тригонометричні функції. Перетворення тригонометричних виразів	17
9. Практичне заняття №9. Тригонометричні рівняння та їх системи	20
10. Практичне заняття №10. Тригонометричні нерівності	22
11. Практичне заняття №11. Показникова функція. Показникові рівняння і нерівності. Розв'язування показникових рівнянь, нерівностей та їх систем	23
12. Практичне заняття №12. Логарифми та їх властивості. Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи	25
13. Практичне заняття №13. Прогресія	28
14. Практичне заняття №14. Похідна та деяке її застосування	29
15. Практичне заняття №15. Первісна. Площа криволінійної трапеції	31
16. Практичне заняття №16. Перестановки, розміщення, комбінації. Біном Ньютона	33
17. Практичне заняття №17. Огляд основних теорем планіметрії. Розв'язування задач з планіметрії	34
18. Практичне заняття №18. Стереометрія. Розв'язування задач на обчислення площі поверхні і об'єму многогранників, круглих тіл, комбінацію многогранників та круглих тіл	36
II. ЗАВДАННЯ ДЛЯ ДОДАТКОВОЇ РОБОТИ	38
Додаток. Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів	85
Список літературних джерел	86

ПЕРЕДМОВА

Навчальне видання, яке Ви тримаєте у руках, створено для значного поглиблення знань з математики старшокласників, які планують вступати до вищих навчальних закладів України.

За змістом методичні вказівки охоплюють алгебру, тригонометрію, планіметрію, стереометрію, векторну алгебру, початки аналізу, теорію ймовірностей.

Працюючи з посібником, Ви зможете відновити у пам'яті шкільні знання з теорії та методики розв'язання задач з усіх розділів математики, які включені до програми вступного іспиту до вузів. Більш плідною буде Ваша підготовка до вступу, якщо навчанням буде керувати викладач, який запропонує з великої кількості наведених прикладів саме ті, які відповідають рівню Ваших знань та навичок. Видання створено для методичного забезпечення поглибленого вивчення курсу математики старшокласниками, які мають за мету після закінчення середньої школи одержати вищу освіту.

Посібник складається з двох частин. Перша з них містить необхідний теоретичний матеріал, класифікацію задач за тематикою та рівнем складності, методи та приклади розв'язання задач з усіх розділів математики. Друга частина містить систематизовані зразки тестів загальнодержавної підсумкової атестації з розв'язками.

На відміну від інших навчальних посібників для абітурієнтів дані методичні вказівки в межах кожного розділу містять типові задачі з розв'язаннями та задачі для аудиторного та самостійного розв'язання чотирьох рівнів складності, починаючи з найпростіших. Це робить його доступним для найширшого кола старшокласників, які самостійно або під керівництвом викладача готуються до вступу до вузу одночасно з навчанням у школі.

За своїм змістовим наповненням подані методичні вказівки повністю відповідають вимогам чинної навчальної Програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики, затвердженої Міністерством освіти і науки України (наказ від 01.10.2014 р. № 1121). Завдяки посібнику школярі закріплюють і систематизують здобуті знання як теоретичного, так і практичного плану з усіх розділів початкової дисципліни «Математика».

Методичні вказівки допоможуть вчителю в його роботі зі слухачами підготовчих курсів, слугуючи за взірць доцільного komponування математичних завдань.

І. ЗАВДАННЯ ДЛЯ АУДИТОРНОЇ РОБОТИ

Практичне заняття № 1

Тема: “Множини. Дроби та дії з ними. Перетворення періодичного дроби у звичайний. Відношення чисел. Пропорції. Відсотки. Задачі на відсотки”

План: 1. Дроби. Дії з дробами.
2. Пропорція.
3. Проценти.

Мета. Слухач повинен знати, що називається дробом звичайним, десятковим; правила дій з дробами, означення пропорції, відсотка; основні задачі на відсотки. Вміти виконувати дії з дробами, перетворювати періодичні дроби у звичайні; визначати будь-який член з пропорції, також порядок виконання дій і ознаки подільності чисел.

Завдання:

1.Обчислити: $(9,5 : 2,375 + 7 : 2,8) : \left(8,75 \cdot 1\frac{1}{3} - 5 \cdot 1\frac{1}{30} \right)$.

2.Знайти x з пропорції:
$$\frac{0,125x}{\left(\frac{19}{24} - \frac{21}{40} \right) \cdot 8\frac{7}{16}} = \frac{\left(1\frac{28}{63} - \frac{17}{21} \right) \cdot 0,7}{0,675 \cdot 2,4 - 0,02}$$

3.Перетворити в звичайний дріб: 2,8(4); 0,0(6); 1,0(14).

4.Розв’язати задачу:

а) після того, як від числа відняли спочатку 10%, потім 25% залишку і 20% нового залишку дістали число 27. Знайти початкове число.

б) скільки води потрібно долити до 7,5л 12%-го розчину азотної кислоти, щоб одержати 10%-й розчин?

г) свіжі гриби містять за масою 90% води, а сухі – 12%. Скільки вийде сухих грибів із 22кг свіжих?

5.Обчислити: $\left(\left(\frac{7}{9} - \frac{47}{72} \right) : 1,25 + \frac{7}{40} \right) : (0,358 - 0,108) \cdot 1,6 - \frac{19}{25}$.

6.Обчислити: $\left(2 : 3\frac{1}{5} + 3\frac{1}{4} : 13 \right) : \frac{2}{3} + \left(\left(2\frac{5}{18} - \frac{17}{36} \right) \cdot \frac{18}{65} \right) \cdot \frac{1}{3}$.

7.Обчислити:
$$\frac{\frac{5}{6} - \frac{21}{45}}{1\frac{5}{6}} \cdot \frac{1,125 + 1\frac{3}{4} - \frac{5}{12}}{0,59}$$

8.Знайти x із пропорції:
$$\frac{1,2 : 0,375 - 0,2}{6\frac{4}{25} : 15\frac{2}{5} + 0,8} = \frac{0,016 : 0,12 + 0,7}{x}$$

9. Розв'язати задачу: сплав міді і цинку масою 72 кг містить 52% цинку. Скільки до нього слід додати міді, щоб здобутий сплав містив 24% цинку?

Завдання для самостійної роботи:

1. Знайти x із пропорції:

$$\text{а) } \frac{\left(4 - 3,5 \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right)\right) : 0,16}{x} = \frac{3\frac{2}{7} - \frac{3}{14} : \frac{1}{6}}{41\frac{23}{84} - 40\frac{49}{60}},$$

$$\text{б) } \frac{15,2 \cdot 0,25 - 48,51 : 14,7}{x} = \frac{\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} : 2\frac{1}{2}\right) \cdot 1\frac{1}{5}}{3,2 + 0,8 \left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)}.$$

2. Розв'язати задачу: взуттєва фабрика за перший тиждень виконала 20% місячного плану, за другий – 120% кількості продукції, виготовленої за перші два тижні разом. Який місячний план випуску взуття якщо відомо, що для його виконання потрібно за останній тиждень місяця виконати 1480 пар взуття?

Завдання для домашньої роботи:

$$1. \text{Обчислити: } \frac{\left(1\frac{1}{5} : \left(\frac{17}{40} + 0,6 - 0,005\right)\right) \cdot 1,7}{\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3} - 1\frac{23}{30}} + \frac{4,75 + 7\frac{1}{2}}{33 : 4\frac{5}{7}} : 0,25.$$

$$2. \text{Обчислити: } \left((520 \cdot 0,43) : 0,26 - 217 + 2\frac{3}{7}\right) - \left(31,5 : 12\frac{3}{5} + 114 \cdot 2\frac{1}{3} + 61\frac{1}{2}\right).$$

3. Розв'язати задачі:

а) морська вода містить 5% солі за масою. Скільки прісної води треба додати до 30 кг морської води, щоб концентрація солі стала 1,5%?

б) на вступному екзамені з математики 15% абітурієнтів не розв'язали жодної задачі, 144 особи розв'язали задачі з помилками, а число тих, хто розв'язав усі задачі правильно, відноситься до числа тих, хто не розв'язав жодної, як 5:3. Скільки абітурієнтів екзаменувались з математики того дня?

Практичне заняття № 2

Тема. “Тотожні перетворення раціональних алгебраїчних виразів. Степінь числа. Дії з одночленами та многочленами. Алгебраїчні дробі. Вправи на всі дії з алгебраїчними дробами”

План: 1. Раціональні алгебраїчні вирази.

2. Властивості степеня.

3. Розклад многочлена на множники.

Мета. Слухач повинен знати дії з одночленами та многочленами; формули скороченого множення; властивостей степеня; способи розкладання на множники многочлена, використовуючи наслідок з теореми Безу або схему Горнера; Вміти використовувати дії з алгебраїчними дробами, виділити повний квадрат в квадратному тричлені.

Завдання:

1. Довести тотожність $\left(\frac{1}{m-2n} + \frac{6n}{4n^2 - m^2} - \frac{2}{m+2n} \right) : \left(\frac{m^2 + 4n^2}{m^2 - 4n^2} + 1 \right) = -\frac{1}{2m}.$

2. Обчислити:

а) $27^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{0,5} \cdot 3^{-2} + \left(\left(\frac{5}{3} \right)^3 \right)^0 - (-2)^2 + \left(-3\frac{3}{8} \right)^{-\frac{1}{3}},$

б) $(0,027)^{-0,(3)} - \left(-\frac{1}{6} \right)^{-2} + (256)^{0,75} - 3^{-1} + 8,3^0.$

3. Розкласти на множники:

а) $2x^2 + 7x + 6$, б) $x^2 + x - 2$, в) $x^3 + 8x^2 + 13x - 6$, г) $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 8x + 4$.

4. Спростити вираз: $\frac{3a^2 + 2ax - x^2}{(3x + a)(a + x)} - 2 + 10 \cdot \frac{ax - 3x^2}{a^2 - 9x^2}.$

5. Спростити вирази і обчислити їх при заданому числовому значенні параметра:

а) $\left(x^2 + 2x - \frac{11x - 2}{3x + 1} \right) : \left(x + 1 - \frac{2x^2 + x + 2}{3x + 1} \right); x = 7, (3),$

б) $\frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2c}{ab} \right)(a + b + 2c)}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{2}{ab} - \frac{4c^2}{a^2b^2}}; a = 7,4; b = \frac{5}{37}.$

6. Скоротити дріб:

а) $\frac{a^3 - 2a^2 + 5a + 26}{a^3 - 5a^2 + 17a - 13},$ б) $\frac{2a^4 + a^3 + 4a^2 + a + 2}{2a^3 - a^2 + a - 2}.$

7. Спростити вираз: $(x^2 - x + 1) : \left(\left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)^2 + 2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 3 \right)^{\frac{1}{2}}.$

Завдання для самостійної роботи:

1.Обчислити вирази

а) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ при $x = \frac{\sqrt{7}-5}{2}$,

б)
$$\frac{(0,6)^0 - (0,1)^{-1}}{(3:2^3)^{-1} \cdot (1,5)^3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}}.$$

2.Спростити $\frac{a^4 - a^2 - 2a - 1}{a^3 - 2a^2 + 1} : \frac{a^4 + 2a^3 - a - 2}{1 + \frac{4}{a} + \frac{4}{a^2}}.$

3.Спростити: $\frac{x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 5}{x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 5x}.$

Завдання для домашньої роботи:

1.Обчислити $\frac{2^{-2} + 5^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75.$

2.Спростити $\left(6a^2 + 5a - 1 + \frac{a+4}{a+1}\right) : \left(3a - 2 + \frac{3}{a+1}\right).$

3.Спростити вираз і обчислити при $x = \frac{1}{a-1}$

$$\frac{1 + (a+x)^{-1}}{1 - (a+x)^{-1}} \cdot \left(1 - \frac{1 - (a^2 + x^2)}{2ax}\right).$$

4.Спростити $\frac{x^3 + 4x^2 + 10x + 12}{x^3 - x^2 + 2x + 16} \cdot \frac{x^3 - 3x^2 + 8x}{x^2 + 2x + 6}.$

5.Спростити вираз і обчислити при $x = \frac{\sqrt[4]{125}}{5}$

$$(x^4 - 7x^2 + 1)^{-2} \cdot \left(\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 14\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 77 \right).$$

Практичне заняття № 3

Тема. “Тотожні перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів. Вправи на тотожні перетворення алгебраїчних (раціональних та ірраціональних виразів). Модуль числа”

План: 1. Властивості коренів.

2. Модуль числа.

3. Перетворення ірраціональних алгебраїчних виразів.

Мета. Слухач повинен знати означення арифметичного квадратного кореня, кореня n -го степеня; властивості коренів; означення модуля числа. Вміти використовувати властивості коренів при розв’язуванні прикладів; спрощувати вирази зі зміною під знаком модуля.

Завдання:

1. Обчислити:

а) $\left(\sqrt{6 - \sqrt{11}} + \sqrt{6 + \sqrt{11}}\right)^2$

б) $\sqrt{(5 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 5)^2}$

в) $9 \cdot \left(\sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}\right)$

г) $\left(\sqrt[6]{8\sqrt{5} + 16} + \sqrt{\sqrt{5} + 1}\right) \cdot \sqrt{\sqrt{5} - 1}$

2. Спростити вираз:

а) $\frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}},$

б) $\frac{\sqrt{(x+2)^2 - 8x}}{\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}},$

в) $\frac{\sqrt{2a + 2\sqrt{a^2 - 9}}}{\sqrt{2a - 2\sqrt{a^2 - 9}}},$

г) $\frac{(a^2 - b^2)(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{ab^3} - \sqrt[3]{a^3b} - \sqrt[3]{b^4}},$

д) $\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}} - 1.$

3. Перевірити справедливість рівності: $(4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}} = 2.$

Завдання для самостійної роботи.

1. Спростити вираз:

а) $\left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} - \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1}\right),$

б) $\left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right) \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}\right)^2,$

в) $\left(\sqrt{1 - x^2} + 1\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{1 + x}} + \sqrt{1 - x}\right).$

2.Звільнитись від ірраціональності в знаменнику дробу:

а) $\frac{2 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$, б) $\frac{6}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$.

3.Спростити вираз і обчислити при $x = \frac{a^2 + 1}{2a}$, $\frac{(x+1)^{-\frac{1}{2}}}{(x-1)^{-\frac{1}{2}} - (x+1)^{-\frac{1}{2}}}$.

4.Спростити вираз: $\left(\frac{x^2 + x - 2\sqrt{x} + 6}{x + 2\sqrt{x} + 3} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}$.

5.Перевірити справедливість рівності: $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$.

Завдання для домашньої роботи:

1. Спростити вираз:

а) $\left(\frac{a+2}{\sqrt{2a}} - \frac{a}{\sqrt{2a}+2} + \frac{2}{a-\sqrt{2a}} \right) \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{2}}{a+2}$,

б) $\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4b}{(a-b) \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{b}} + 3\sqrt{\frac{1}{a}} \right)} : \frac{a+9b+6\sqrt{ab}}{\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}}}$.

2. Звільнитись від ірраціональності в знаменнику: $\frac{4}{\sqrt[4]{13} - \sqrt[4]{9}}$.

3. Спростити вираз:

а) $\frac{m|m-3|}{(m^2 - m - 6)|m|}$, б) $\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x-1}-1}$,

в) $\left(\frac{x-9}{x+3x^{\frac{1}{2}}+9} : \frac{x^{0,5}+3}{x^{1,5}-27} \right)^{0,5} - x^{0,5}$.

4.Спростити: $\frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}}}$.

5.Перевірити справедливість рівності: $\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot (3+\sqrt{5})(\sqrt{10}-\sqrt{2}) = 8$.

Практичне заняття № 4

Тема. “Раціональні рівняння (лінійні, квадратні, вищих степенів). Дробово-раціональні рівняння. Розв’язування раціональних та дробово-раціональних рівнянь”

План: 1. Лінійні рівняння.
2. Квадратні, біквадратні рівняння.
3. Рівняння вищих степенів.
4. Системи лінійних рівнянь. Метод Крамера і Гауса для розв’язування системи рівнянь.
5. Системи нелінійних рівнянь.

Мета. Слухач повинен знати: формули розв’язування квадратних рівнянь, теорему Вієта, теореми про рівносильність рівнянь; способи розв’язування системи двох лінійних рівнянь з двома змінними та трьох лінійних рівнянь з трьома змінними; Вміти розв’язувати рівняння з модулем, досліджувати розв’язки системи двох лінійних рівнянь з двома змінними; розв’язувати та системи нелінійних рівнянь; знаходити область допустимих значень змінної та робити перевірку, розв’язувати рівнянь з параметром.

Завдання:

1. Розв’язати рівняння:

а) $\frac{2x-1}{2x+1} = \frac{2x+1}{2x-1} + \frac{8}{1-4x^2}$, б) $|x-5| + |2-3x| = 4x+1$,

в) $2x^2 - x - 15 = 0$, г) $x^2 - 4x + 3 = 0$,

д) $x^2 - 6x + 8 = 0$, ж) $x^2 - 2x - 15 = 0$,

з) $x^4 - 18x^2 + 24 = 0$, к) $2x^4 + 7x^2 + 6 = 0$,

л) $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2,5$.

2. Розв’язати систему рівнянь:

а) $\begin{cases} 2x + y = 8, \\ 3x + 4y = 7. \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = 11 - 2x, \\ 5x = 4y + 8. \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2x + y + z = 7, \\ x + 2y + z = 8, \\ x + y + 2z = 9. \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + y - z = 0, \\ 3x + 2y + z = 1, \\ x - y - z = 2. \end{cases}$

3. Розв’язати рівняння: $2x^4 - 7x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$.

4. Розв’язати систему рівнянь: $\begin{cases} 2x^2 + xy + 2y^2 = 12, \\ x^2 - xy + y^2 = 3. \end{cases}$

5. При якому значенні параметра k корені рівняння $x + kx - 16 = 0$

відноситься $\frac{x_1}{x_2} = -4$?

6. При якому значенні параметра k корені рівняння $(k-1)x^2 - 2(k+1)x + k + 4 = 0$ рівні між собою?
7. При якому значенні параметра a рівняння має корені однакові за значенням і протилежні за знаком $9x^2 - (a+2)x - (6+a) = 0$?
8. Не розв'язуючи рівняння $x^2 + px + q = 0$, знайти суму кубів його коренів.
9. Якими мають бути значення параметра k , щоб рівняння $\frac{5}{3x-k} = \frac{3}{kx-4}$ мало додатні корені?
10. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} y^2 - xy = -12, \\ x^2 - xy = 28. \end{cases}$$
11. Розв'язати рівняння $4x^4 - 16x^3 + 3x^2 + 4x - 1 = 0$.

Завдання для самостійної роботи:

1. Розв'язати рівняння:

а) $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$, б) $8x^4 + x^3 + 64x + 8 = 0$.

2. Не розв'язуючи рівняння $3x^2 - 5x - 2 = 0$, знайти суму кубів його коренів.

3. Розв'язати систему рівнянь:

а)
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{y}{3} = 3, \\ \frac{x}{2} + \frac{3}{y} = \frac{3}{2}. \end{cases}$$
 б)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 3, \\ 3x + y + 2z = 7, \\ 2x + 3y + z = 2. \end{cases}$$

4. При яких значеннях параметра a система рівнянь
$$\begin{cases} (a+2)x + 3ay = 2a+1 \\ 3ax + (a+2)y = 4a-1 \end{cases}$$
 має безліч розв'язків?

Завдання для домашньої роботи:

1. Розв'язати рівняння:

а) $|x| + |x-1| = 1$, б) $\frac{21}{x^2 - 4x + 10} - x^2 + 4x = 6$.

2. При якому значенні k тричлен $(k-1)x^2 + 2kx + 3k - 2$ буде повним квадратом?

3. При якому додатному значенні p корені рівняння

$5x^2 - 4(p+3)x + 4 = p^2$ протилежні за знаком? Знайти ці корені.

4. При якому додатному значенні c один корінь рівняння $8x^2 - 6x + 9c^2 = 0$ дорівнює квадрату іншого?

Практичне заняття № 5

Тема. “Раціональні та дробово-раціональні нерівності. Нерівності, що містять змінну під знаком модуля. Системи нерівностей”

- План.** 1. Лінійні нерівності.
2. Дробово-раціональні нерівності.
3. Нерівності другого степеня.

Мета. Слухач повинен знати способи розв’язування лінійних, квадратних, раціональних, дробово-раціональних нерівностей. Вміло застосовувати метод інтервалів та теореми про рівносильність нерівностей. Вміти розв’язувати нерівності з модулем; швидко знаходити знаки функції на проміжках.

Завдання:

1. Знайти цілі розв’язки системи нерівностей:
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{2x+3}{3} + \frac{x}{2} < 2 - \frac{x+5}{2}, \\ 1 - \frac{x+5}{8} + \frac{4-x}{2} < 3x - \frac{x+1}{4}. \end{cases}$$

2. Розв’язати нерівність:
$$\frac{(3x+5)(6x-1)}{3x+y} \leq 0.$$

3. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{5-x-\frac{6}{x}}.$

4. Розв’язати нерівність:

а) $(x+1)(3-x)(x-2)^2 > 0,$ б) $|x^2 - 5x| < 6,$

в) $\frac{4-x}{x-5} > \frac{1}{1-x},$ г) $|x^3 - 1| > 1-x,$

д) $|x-1| + |2-x| > 3+x.$

5. Розв’язати систему нерівностей:
$$\begin{cases} |x^2 + 5x| < 6, \\ |x+1| \leq 1. \end{cases}$$

6. Знайти значення параметра k , при якому рівняння $(k-1)x^2 + (k+4)x + k + 7 = 0$ не має дійсних коренів.

7. Якими мають бути значення параметра m , щоб нерівність $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 3 < 0$ виконувалась при всіх дійсних значеннях x ?

8. При якому значенні k тричлен $(k-1)x^2 + 2kx + 3k - 2$ буде повним квадратом?

Завдання для самостійної роботи:

1. Розв'язати нерівність:

а) $\frac{4-x}{x-5} > \frac{1}{1-x}$, б) $a^4 + a^3 - a - 1 < 0$, в) $5x - 20 \leq x^2 \leq 8x$.

2. При яких значеннях m нерівність $\frac{x^2 - mx - 2}{x^2 - 3x + 4} > -1$ виконується для будь-яких x ?3. При яких значеннях a сума $a + \frac{-1 + 9a + 4a^2}{a^2 - 3a - 10}$ набуває тільки додатних значень?

4. Розв'язати нерівність:

а) $1 < \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} < 2$, б) $\frac{x^4 + 3x^3 + 4x^2 - 8}{x^2} < 0$,

в) $-9 < x^4 - 10x^2 < 56$.

Завдання для домашньої роботи:

1. Розв'язати нерівність:

а) $\frac{1}{2-x} + \frac{5}{2+x} < 1$, б) $\frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 10x + 25} > 0$, в) $\frac{|x-3|}{x^2 - 5x + 6} \geq 2$.

2. При якому значенні a обидва корені рівняння $x^2 - (a+1)x + a + 4 = 0$ будуть від'ємними?3. Знайти цілі додатні значення x , що задовольняють нерівність $\frac{5x+1}{x-1} > 2x+2$.4. Розв'язати нерівність $|x-6| > |x^2 - 5x + 9|$.5. Розв'язати систему нерівностей:
$$\begin{cases} |x^2 - 4x| < 5, \\ |x+1| < 3. \end{cases}$$
Практичне заняття № 6**Тема. "Ірраціональні рівняння та нерівності"****План.** 1. Ірраціональні рівняння.

2. Ірраціональні нерівності.

Мета. Слухач повинен знати: методи, що використовуються при розв'язуванні ірраціональних рівнянь та нерівностей; що є розв'язком систем та сукупності рівнянь чи нерівностей; Вміти правильно позначати розв'язки нерівностей на осі змінної; знаходити область допустимих значень і робити перевірку при розв'язуванні ірраціонального рівняння.**Завдання:**

1. Розв'язати рівняння:

$$\text{а) } \sqrt{7x+1} = 2\sqrt{x+4},$$

$$\text{б) } \sqrt{x+5} = 2 + \sqrt{x-3},$$

$$\text{в) } \frac{x+1}{x} - \sqrt{\frac{x+1}{x}} - 2 = 0,$$

$$\text{г) } \sqrt[3]{x^3 - 2x - 3} = x - 1,$$

$$\text{д) } \sqrt[3]{x+34} - \sqrt[3]{x-3} = 1,$$

$$\text{е) } \sqrt{15-x} + \sqrt{3-x} = 6,$$

$$\text{ж) } x\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[3]{x^2} + 4 = 0,$$

$$\text{з) } x^2 + \sqrt{x^2 + 20} = 22,$$

$$\text{к) } \sqrt{x+1} - \sqrt{9-x} = \sqrt{2x-12},$$

$$\text{л) } \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}} = 3,$$

2. Розв'язати систему рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 91, \\ x + \sqrt{xy} + y = 13. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x^2 + x\sqrt[3]{xy^2} = 32, \\ y^2 + y\sqrt[3]{x^2y} = 162. \end{cases}$$

3. Розв'язати нерівність:

$$\text{а) } \sqrt{3x - x^2} < 4 - x,$$

$$\text{б) } \frac{x-7}{\sqrt{4x^2 - 19x + 12}} < 0,$$

$$\text{в) } \frac{4}{\sqrt{2-x}} - \sqrt{2-x} < 2,$$

$$\text{г) } \sqrt{x+3} < \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2},$$

$$\text{д) } \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{3}{4}} < \frac{1}{x} - \frac{1}{2}, \quad \text{е) } (x-3)\sqrt{x^2+4} \leq x^2-9, \quad \text{ж) } \sqrt{x^4-2x^2+1} > 1-x.$$

Завдання для самостійної роботи:

$$1. \text{Розв'язати рівняння } \sqrt{x^2+32} - 2\sqrt[4]{x^2+32} = 3.$$

2. Розв'язати системи рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} = 1, \\ \sqrt{5x+y} + \sqrt{5x-y} = 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3, \\ \sqrt{x+5} + \sqrt{y+3} = 5. \end{cases}$$

3. Розв'язати нерівності:

$$\text{а) } \frac{\sqrt{17-15x-2x^2}}{x+3} > 0,$$

$$\text{б) } \sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2x+4} > 0,$$

$$\text{в) } \sqrt{x^2-9x+20} \leq \sqrt{x-1} \leq \sqrt{x^2-13},$$

Завдання для домашньої роботи:

1. Розв'язати рівняння:

$$\text{а) } \sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}, \quad \text{б) } \frac{4}{\sqrt[3]{x}+2} + \frac{\sqrt[3]{x}+3}{5} = 2,$$

$$\text{в) } \sqrt[7]{\frac{5-x}{x+3}} + \sqrt[7]{\frac{x+3}{5-x}} = 2.$$

2. Розв'язати нерівності:

$$\text{а) } \sqrt{x^2-x-12} < x,$$

$$\text{б) } \sqrt{9x-20} < x.$$

Практичне заняття №7

Тема: “Функція. Основні властивості лінійної, квадратичної, степеневій, показникової та логарифмічної функцій.”

План: 1. Означення функції
2. Властивості функцій
3. Графічний розв'язок рівнянь та нерівностей

Мета. Слухач повинен знати означення функції, способи завдання функції, область визначення та множину значень функції. Знати властивості лінійної, квадратичної, степеневій, показникової та логарифмічної функції. Вміти досліджувати ці функції та будувати їх графіки. Також вміти графічно розв'язувати квадратні, степеневі, показникові та логарифмічні рівняння та нерівності.

Завдання:

1. Знайти область визначення функцій:

а) $y = \frac{3x-1}{x^2-6x-7}$; б) $y = \sqrt{2x-8} - \sqrt{-x}$;

в) $y = \log_2\left(\frac{2x}{x+1} - 1\right)$.

2. Знайти множину значень функції: $y = \frac{x+1}{x-3}$.

3. Дослідити функції на парність:

а) $y = 2^{|x|} + 3x^2$; б) $y = (x-5)^2$;

в) $y = \sqrt[3]{5x^3 - 3x} - 3x^5$; г) $y = 3^{-x} + 3^x$.

4. Побудувати графіки функцій:

а) $y = |x+2| - 3x$; б) $y = \frac{2x-5}{3x-4}$; в) $y = \lg(x+1)$;

г) $y = |2^x - 1|$; д) $y = 2^{|x|-x}$.

5. Розв'язати графічно рівняння та нерівності:

а) $\frac{5-x}{x-6} < \frac{2}{3}$; б) $\log_2 x > 2-x$; в) $6^{\frac{x^2+2}{x^2-1}} > 1$; г) $0.2^{\frac{x^2+2}{x^2-1}} > 25$;

д) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1 + \frac{1}{x}$; е) $2^x = x^2 - 2x$; ж) $\lg(x-2) = \frac{2}{x}$.

Завдання для домашньої роботи:

1. Знайти область визначення та множину значень функції:

$y = \sqrt[3]{2^{x-3}}$

2. Побудувати графіки функцій:

а) $y = |2^x - 1|$; б) $y = |x + 1| + |x - 3|$; в) $y = \frac{1 - 3x}{2 + 4x}$; г) $y = |\lg x|$;

3. Розв'язати графічно рівняння та нерівності:

а) $(x^2 - 8x + 16)^{x-6} < 1$; б) $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) > 1$;

в) $\lg x = x^2 - 2$;

г) $\frac{7x-5}{x+1} > x$; д) $x - 2 < \frac{3}{x}$; е) $(x+3)^{x^2-5x+6} > 1$.

Завдання для самостійної роботи:

1. Побудувати графіки функцій:

а) $y = |x + 3| - 2x$; б) $y = |x - 4| + |x - 3|$; в) $y = \frac{1}{x} + 2$;

г) $y = |3^{|x|} - 1|$; д) $y = 2^{\log_4 x^2}$; е) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 x^2}$.

2. Розв'язати рівняння та нерівності:

а) $\frac{2-3x}{x-4} > 2$; б) $2^{1-2^{\frac{1}{x}}} < 0.125$; в) $\log_{6,3} \frac{2x}{2x-3} > 0$;

г) $|x + 2| + |x - 3| < 2$; д) $\lg x = x^2 - 2$; е) $|x + 2| > -5$.

Практичне заняття № 8

Тема: “Тригонометричні функції. Перетворення тригонометричних виразів”.

План

1. Визначення тригонометричних функцій.
2. Властивості функцій.
3. Значення тригонометричних функцій для кутів від 0° до 360° .
4. Основні тригонометричні тотожності

Мета. Слухач повинен вміти: використовувати властивості тригонометричних функцій до знаходження області визначення і області зміни функцій, знаходити період функції, досліджувати функцію на парність і непарність; виражати залежність між тригонометричними функціями одного і того аргументу.

Застосовувати при розв'язуванні вправ: формули додавання тригонометричних функцій, формули зведення; формули перетворення суми тригонометричних функцій у добуток; формули подвійного та половинного кутів і використовувати їх до спрощення виразів та доведення тотожностей; формули перетворення добутку тригонометричних функцій в суму та використовувати ці формули для тригонометричних перетворень виразів.

Завдання:

1. Обчислити $\cos(-60^\circ) + \cos^2 30^\circ - \operatorname{tg}^2(-30^\circ)$.

2. Знайти область визначення функцій:

а) $y = \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x}$, б) $y = 1 - 2\operatorname{tg} 2x$, в) $y = \frac{\operatorname{ctg} x - \sin x}{\cos x}$,

г) $y = \sqrt{1 - 2\cos x}$.

3. Знайти область зміни функцій (множину значень)

а) $y = 3\sin \alpha + 5$, б) $y = 1 - 2^{\sin x}$, в) $y = 3 + 2^{\sin^2 x}$.

4. Обчислити:

а) $\frac{\sin \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos \alpha}$, якщо $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ і $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$,

б) $\operatorname{tg}\left(\arcsin\left(-\frac{8}{17}\right)\right)$,

в) $\sin\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \cos\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)\right)$,

г) $\sin \frac{\alpha}{2}$, якщо $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,

д) $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$, не користуючись таблицею.

5. Спростити вирази:

а) $\frac{\operatorname{tg} 80^\circ + \operatorname{tg} 55^\circ}{1 - \operatorname{tg} 80^\circ \cdot \operatorname{tg} 55^\circ}$, б) $\frac{1}{\sin \alpha + \sin 3\alpha} + \frac{1}{\sin 3\alpha + \sin 5\alpha}$,

в) $\frac{2\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2} - \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$, г) $3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha - 8\cos^4 \alpha$,

д) $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)^2 - 1 + 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

6. Довести тотожності:

а) $\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\cos 3\alpha} - \frac{2\sin 2\alpha}{\sin 3\alpha} = \frac{4\sin \alpha}{\sin 6\alpha}$,

б) $\frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{2\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha}{\sin 3\alpha + \sin \alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha}$,

в) $\frac{1 + \sin 2\alpha}{\sin \alpha + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} - \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} = \sin \alpha$,

г) $\frac{2\sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$, д) $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$.

Завдання для домашньої роботи:

1. Обчислити: а) $\sin 15^\circ \cdot \sin 105^\circ$, б) $\cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$.

2. Довести тотожності:

а)
$$\frac{\sin^2 \alpha - 4 + 4 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \alpha - 4 + 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{tg}^4 \frac{\alpha}{2},$$

б)
$$\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{2 \sin \alpha \cos \alpha} + \frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha}.$$

3. Спростити:

а)
$$\frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin 4\alpha},$$

б)
$$\frac{1}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} - \frac{1}{\cos 3\alpha - \cos 5\alpha}.$$

Завдання для самостійної роботи:

1. Довести тотожності:

а)
$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}{1 + \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)} = \sin \alpha;$$
 б)
$$\frac{3 - 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4 \cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg}^4 \alpha.$$

2. Перевірити рівності:

а) $\cos \frac{\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12} = \frac{1}{4}.$ б) $8 \cos 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ = \operatorname{ctg} 10^\circ.$

3. Спростити вирази:

а)
$$\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha}.$$
 б)
$$\frac{\sin 4\alpha}{1 + \cos 4\alpha} \cdot \frac{\cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}.$$

в)
$$\sin^2 \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\alpha}{2} \right) - \sin^2 \left(\frac{\pi}{8} - \frac{\alpha}{2} \right).$$

4. Обчислити:

а) $27 \cos 4\alpha$, якщо $\sin 2\alpha = \frac{1}{3}.$ б) $\frac{113}{6 + 7 \sin 2\alpha}$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = 0,2.$

в) $\sqrt{5} \sin \frac{\alpha}{2}$, якщо $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ і $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi \right).$

г) $\operatorname{ctg} 2\alpha$, якщо $\cos 2\alpha = \frac{3}{5}$ і $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$

5. Обчислити без таблиць:

а) $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}.$ б) $\cos 36^\circ \cdot \cos 72^\circ.$

6. Знайти розв'язок рівняння $\operatorname{tg} x = 1 - \cos 2x$ на інтервалі $(-180^\circ; 0)$.

7. Знайти найменший додатний корінь рівняння $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x = \sin \frac{3\pi}{2}$.

8. Розв'язати рівняння:

а) $(\sin 2x + 3)\sin^4 x - (\sin 2x + 3)\sin^2 x + 1 = 0$.

б) $2 \sin 2x + 3 \operatorname{tg} x = 5$. в) $2 \operatorname{ctg} 2x = \sin x + \cos x$.

г) $12 \sin x + 4\sqrt{3} \cos(\pi + x) = a\sqrt{3}$, де a – параметр.

д) $\cos\left(\frac{7}{3}\pi \sin \pi x\right) - \cos 6\pi = 0$.

е) $\sqrt[6]{4 - x^2}(\sin 2\pi x - 3 \cos \pi x) = 0$.

є) $\cos\left(\pi\sqrt{x^2 - 6x - 7}\right) = (|x| - x)^0$.

ж) $\sin\left(\pi\sqrt{x^2 - 3x - 4}\right) = (|x| - x)^0$.

з) $\sin\left(\pi\sqrt{x^2 - 3x - 4}\right) = (|x| - x)^0$. и) $(x + 2)|\cos x| = \cos x$.

і)
$$\frac{\operatorname{ctg}^4 \frac{x}{4} - 1}{\operatorname{ctg}^4 \frac{x}{4} + 2 \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{4} + 1} = y^2 + 6y + 10$$
.

9. Знайти корені рівняння $\sqrt{2 + 3 \sin x \cos x - 2 \cos 2x} = -\cos x$, які належать проміжку $[0; \pi]$.

Практичне заняття № 9

Тема: “Тригонометричні рівняння та їх системи”

План

1. Означення арксинуса, арккосинуса, арктангенса
2. Найпростіші тригонометричні рівняння та методи їх розв'язання

Мета. Слухач повинен знати: формули для розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь; класифікацію тригонометричних рівнянь і методи їх розв'язування; використовувати формули тригонометричних перетворень до розв'язування тригонометричних рівнянь.

Вміти розв'язувати рівняння: при додаткових умовах; з модулем; з параметром. Перевіряти знайдені розв'язки в разі порушення рівності рівнянь. Розв'язувати системи тригонометричних рівнянь.

Завдання:

1. Розв'язати рівняння:

а) $\sin 2x + 2 \sin^2 x + \sin x + \cos x = 0$.

б) $3 \sin 5x - 2 \cos 3x = 3$.

в) $\sqrt{\sin 2x \sin 4x} = \sin 2x$.

г) $\frac{1}{\sqrt{3} - \operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sqrt{3} + \operatorname{tg} x} = \sin 2x$.

д) $4\cos^2 2x = \operatorname{tg} 4x + \operatorname{ctg} 2x$.

е) $\operatorname{tg} x - \sin x = \operatorname{tg} 2x$.

є) $\sin 3x + \sin 5x = \sin 4x$.

ж) $\sqrt[4]{25 - 4x^2} \cdot \left(3\sin \pi x + 8\sin \frac{\pi}{2} x \right) = 0$.

2. Знайти найменший додатний корінь рівняння $\sin 2x = 3\cos^4 \frac{x}{2} - 3\sin^4 \frac{x}{2}$.

3. При яких значеннях параметра a рівняння $\cos x + \cos 7x = a \cos 3x$ має розв'язки. Знайти їх.

4. Розв'язати системи рівнянь:

а)
$$\begin{cases} \sin x \sin y = \frac{1}{2}, \\ x + y = \frac{2}{3}\pi. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} \sqrt{\cos 2x} \cos x = 0, \\ 2\sin^2 x - \cos(2y - \frac{\pi}{3}) = 0. \end{cases}$$

Завдання для домашньої роботи:

1. Розв'язати рівняння:

а) $2\sin^2 x + 3\sin 2x + 4\cos^2 x = 0$,

б) $\sqrt{\cos x}(2\sin x \cos^2 x - \cos^2 x + 8\sin x - 4) = 0$,

в) $\cos 5x - \sin 5x = \sin x - \cos 7x$,

г) $\sin 5x + 6\cos 5x = a$, де a -параметр,

д) $\sin^2 x - 6\sin x + a = 0$,

є) $\sin^4 x + \cos^4 x = a$.

2. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt{\operatorname{tg} x - 1} \cdot \cos y = 0, \\ \operatorname{tg}^2 x + \cos 2y - 3 = 0. \end{cases}$$

Завдання для самостійної роботи:

1. Розв'язати рівняння.

а) $\operatorname{tg}(45 + x) = 1 + \sin 2x$.

б) $\cos x + \sin 2x - \cos 3x = 0$.

в) $2\sin^2 2x + \sin^2 4x = 2$.

г) $\sin 3x = a \sin x$, де a – параметр.

д) $12\sin x + 4\sqrt{3}\cos(\pi - x) = a\sqrt{3}$.

е) $\cos(\pi\sqrt{3x^2 - 2x - 1}) = (|x| + x)^0$.

є) $\sqrt[8]{49 - 4x^2} \cdot (\sin \pi x + 3\cos \frac{\pi}{2} x) = 0$.

ж) $\cos\left(\frac{7}{3}\pi \sin x\right) = \cos 4\pi$.

2. Знайти корені рівняння $\sqrt{-3\sin 2x - 4\cos^2 x} = \sqrt{2}\sin x$, що належать проміжку $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi\right)$.

3. При яких значеннях параметра a рівняння $(a^2 + 2)\sin^2 x + 4a\sin x \cos x = a^2 + 3$ має розв'язки. Знайти їх.

4. Знайти всі корені рівняння $2(\sin x \cos x + 1) = \sin 6x$, що задовольняють нерівності $-x^2 + x + 20 > 0$.

5. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt{\sin 2x} \cos 3y = 0, \\ 2\sin^2 2x - \cos 6y = 2. \end{cases}$$

Практичне заняття № 10

Тема: “Тригонометричні нерівності”

План

1. Найпростіші тригонометричні нерівності.
2. Розв'язування нерівностей за допомогою графіків функцій.
3. Розв'язування нерівностей за допомогою одиничного кола.

Мета. Слухач повинен: засвоїти означення тригонометричних нерівностей; знати, що розв'язування тригонометричних нерівностей зводиться до того, щоб за допомогою перетворень привести нерівність до вигляду $f(x) > a$, $f(x) < a$, де $f(x)$ – деяка тригонометрична функція.

Вміти розв'язувати тригонометричні нерівності.

Завдання:

1. Розв'язати нерівності.

а) $\cos x \cos 2x > \sin x \sin 2x$; б) $\sin x + \sqrt{3} \cos x < 0$;

в) $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 > 0$; г) $\operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{ctg} x - 1 < 0$;

д) $3\sin^2 x + 2\cos x + 2\cos^2 x < 0$; е) $\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} 3x < -1$.

2. Знайти область визначення функцій:

а) $y = \sqrt{1 - 2\sin x}$; б) $y = \sqrt{\log_{0,5}\left(\sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) - 0,5\right)}$;

в) $y = \sqrt{\sin x \cos x + 2\cos^2 x - \sin^2 x}$.

Завдання для домашньої роботи:

1. Знайти область визначення функції:

$$y = \sqrt[3]{\log_2(\sqrt{3} - 2\cos(6x + \frac{\pi}{6}))}.$$

2. Розв'язати нерівності:

а) $\operatorname{tg} x > \operatorname{ctg} 2x$, б) $2\operatorname{tg} 2x < 3\operatorname{tg} x$, в) $2\cos^2 x - 7\sin x < 5$.

Завдання для самостійної роботи:

1. Розв'язати нерівності:

а) $2\sin(2x - 30) - 1 \geq 0$. б) $\sqrt{3}\operatorname{tg}(3x - \frac{\pi}{6}) + 1 < 0$.

в) $3\cos^2 x - 7\cos x + 4 \geq 0$. г) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 \leq 0$.

д) $2 + (1 - \sqrt{3})\sin x > \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\cos^2 x$.

2. Знайти область визначення функції $y = \ln(\operatorname{tg} x - 3\operatorname{ctg} x - 2)$.

Практичне заняття №11

Тема: “Показникова функція. Показникові рівняння і нерівності. Розв'язування показникових рівнянь, нерівностей та їх систем”

План:

1. Властивості показникової функції, властивості степеневих функцій.
2. Показникові рівняння та їх системи.
3. Показникові нерівності та їх системи.

Мета. Слухач повинен знати: властивості степеня для перетворення показникових рівнянь і нерівностей; типи рівнянь і методи їх розв'язування; схему розв'язування показникових нерівностей; за допомогою рівносильних перетворень зводити розв'язування систем рівнянь до розв'язування основних типів систем або рівнянь.

Завдання:

Розв'язати рівняння:

1. $4^{x^2-3} = \left(\frac{1}{16}\right)^x$; 2. $16^x - 3 \cdot 4^x - 4 = 0$; 3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{26-x^2}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{x-4}{2}}$;

4. $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 13$; 5. $(\sqrt{5+24})^x + (\sqrt{5-\sqrt{24}})^x = 0$;

6. $3 \cdot 36^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$;

7. $\left(\sqrt{7+2\sqrt{6}} - \sqrt{7-2\sqrt{6}}\right)^{4x} + 4^{x+1} = 5$.

Розв'язати нерівності:

1. $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{x-5}{x-6}} > 1$;
2. $(0,2)^{\frac{x^2+2}{x^2-1}} > 25$;
3. $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 > 0$;
4. $\frac{1}{3^x + 5} < \frac{1}{3^{x+1} - 1}$;
5. $|2^x - 4| - 4^x + 2 > 0$;
6. $3^{x+2} + 7^x < 4 \cdot 7^{x-1} + 34 \cdot 3^{x-1}$.

Розв'язати системи рівнянь:

1. $\begin{cases} 3^x - 49^y = -4, \\ 3^{-x} - 49^{-y} = \frac{4}{21}. \end{cases}$
2. $\begin{cases} 5^{\frac{x}{2}} + 6^{\frac{y}{2}} = 31, \\ 5^x - 6^y = 589. \end{cases}$
3. $\begin{cases} x^{3y^2-1} = 25, \\ x^{2y^2-3} = \frac{1}{5}. \end{cases}$

Розв'язати систему нерівностей $\begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{8}{9}\right)^{-x} > \frac{27}{64} \\ 2^{x^2-6x-3,5} < 8\sqrt{2} \end{cases}$

Завдання для домашньої роботи:

Розв'язати рівняння:

1. $16^x - 3 \cdot 4^x - 4 = 0$.
2. $\left(\sqrt[3]{4 + \sqrt{15}}\right)^x + \left(\sqrt[3]{4 - \sqrt{15}}\right)^x = 8$.

Розв'язати нерівності:

1. $3^{\sqrt{6+x-x^2}} < 3^{x+2}$.
2. $2^{x+3} - 5^x < 7 \cdot 2^{x-2} - 3 \cdot 5^{x-1}$.
3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} - 8\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9 < 0$.

Розв'язати системи рівнянь:

1. $\begin{cases} \frac{5^x}{2^y} = 20, \\ x + y = -1. \end{cases}$
2. $\begin{cases} 7^x - 5^y = -576, \\ 7^{\frac{x}{2}} - 5^{\frac{y}{2}} = -18. \end{cases}$

Завдання для самостійної роботи:

1. Розв'язати рівняння: $\left(\sqrt[6]{8 + \sqrt{63}}\right)^x + \left(\sqrt[6]{8 - \sqrt{63}}\right)^x = 16$.
2. При яких значеннях параметра a рівняння $36^x - (a+5)6^x + 6a - 6 = 0$ має один корінь?
3. $\left(\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{8 - 2\sqrt{7}}\right)^{2x} + 5 \cdot 2^x = 6$.
4. $\left(\sqrt{11 + 2\sqrt{10}} - \sqrt{11 - 2\sqrt{10}}\right)^{2x} + 7 \cdot 2^x = 8$.
5. $a^2 - 2 \cdot 4^{x+1} - a \cdot 2^{x+1} = 0$, де a параметр.

Розв'язати нерівності:

$$1. 2^{\sqrt{x^2-3x-15}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}. \quad 2. \sqrt{10^x-8} \leq \sqrt{2(10^x+6)} - \sqrt{10^x+8}.$$

$$3. \sqrt{2(5^x+4)} - \sqrt{5^x-3} \geq \sqrt{5^x+3}.$$

$$4. (\sqrt{2}+1)^{\frac{6x-6}{x+1}} \leq (\sqrt{2}-1)^{-x}. \quad 5. (\sqrt{5}+2)^{x-1} \geq (\sqrt{5}-2)^{\frac{x-1}{x+1}}.$$

Розв'язати системи рівнянь:

$$1. \begin{cases} 2^{\frac{x-y}{2}} + 2^{\frac{y-x}{2}} = 2,5, \\ 10(2x-y) = 6(y+2x). \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 725, \\ 3^x - 2^{\frac{y}{2}} = 25. \end{cases}$$

Практичне заняття №12

Тема: “Логарифми та їх властивості. Логарифмічні рівняння, нерівності та їх системи”

План

1. Логарифми. Властивості логарифмів та логарифмічної функції.
2. Логарифмічні рівняння та системи рівнянь.
3. Логарифмічні нерівності та їх системи.

Мета. Слухач повинен знати: визначення логарифма, основну логарифмічну тотожність, переходити від однієї основи логарифма до іншої, використовувати властивості логарифмів для тотожних перетворень та розв'язування рівнянь і нерівностей; при розв'язуванні рівнянь, особливо нерівностей, користуватись узагальненими властивостями, які забезпечують рівносильність перетворень; типи рівнянь і методи їх розв'язку; схему розв'язування логарифмічних нерівностей; розв'язування систем зводити до розв'язування основних типів систем або рівнянь.

Завдання:

$$1. \text{Обчислити:} \quad \text{а)} 2\lg 5 + \frac{1}{2}\lg 16.$$

$$\text{б)} \frac{\lg 27 + \lg 12}{\lg 2 + 2\lg 3}.$$

2. Розв'язати рівняння:

$$\text{а)} 3\lg^2 x - 2\lg x - 1 = 0.$$

$$\text{б)} \lg(3x-4) + \lg(x-1) = 1.$$

$$\text{в)} \frac{\lg(x^2+1) - \lg(2x-5) - 1}{x-3} = 0.$$

$$\text{г)} \lg(\lg x) + \lg(\lg x^3 - 2) = 0. \quad \text{д)} x^{\lg x} = 1000x^2.$$

$$\text{е)} 2\lg x^2 - (\lg(-x))^2 = 4. \quad \text{є)} \sqrt{\log_5^2 x + \log_x^2 5} + 2 = 2,5.$$

$$\text{ж)} \frac{2}{13} \log_9(3x-4)^{13} = \frac{1}{10} \log_3(6x-24)^{10}.$$

3. При яких значеннях параметра a рівняння $\log_{ax} x + \log_{\frac{x}{a}} x^2 = 3$ має розв'язки? Знайти їх.

4. Розв'язати нерівності:

а) $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$. б) $5^{\log_3 \frac{x-2}{x}} < 1$.

в) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-1}{x+2} > 1$. г) $\lg^2 x + 2\lg x > 3$.

д) $\frac{\log_{3x} 3 \log_{81x} 3}{\log_x 3} < 1$.

е) $5^{\log_2 \log_1 \frac{x-4}{5x+1}} \geq 1$. є) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{a^5} \frac{x-1}{x+2}} \leq 1$.

ж) $\frac{0,5 \log_a x^2 - 10}{\log_a^2 x - 16} > 1$.

з) $2 \log_{x-2} 6 \geq \log_6(x-2) + 1$.

и) $2 + 3 \log_{x+1} 3 \geq \log_3(x+1)$.

5. Розв'язати системи рівнянь:

а) $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 1, \\ \log_2 x + 2 \log_4 y = 8. \end{cases}$ б) $\begin{cases} \log_x y + 1 = \log_y x^2, \\ y^{2 \log_y x} = 4y + 3. \end{cases}$

в) $\begin{cases} 2^x \cdot 8^{-y} = 2\sqrt{2}, \\ \log_9 \frac{1}{x} + 0,5 = \frac{1}{2} \log_3(9y). \end{cases}$

6. Розв'язати систему нерівностей $\begin{cases} \frac{x^2 + 4}{x^2 - 16x + 64} > 0 \\ \lg \sqrt{x+7} > \lg(x-5) - 2 \lg 2 \end{cases}$

Завдання для домашньої роботи:

1. Розв'язати рівняння:

а) $\log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 15 \log_{27} 3$.

б) $x^{\frac{\lg x + 5}{3}} = 10^{5 + \lg x}$.

в) $\log_a^2 x^2 + 40 \log_{a^2} x - 24 = 0$.

2. Розв'язати нерівності:

а) $\log_2(x+27) > \log_2(16-2x) + \frac{1}{\log_x 2}$.

б) $\log_a(x^2 - 12x + 11) < 2 \log_{a^2}(x+11)$.

3. Розв'язати системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \begin{cases} \log_4 x + \log_4 y = 1 + \log_4 2, \\ \log_{36}(x+y) = \frac{1}{2}. \end{cases} \\ \text{б) } & \begin{cases} 4\log_{16}(x-y) = 5 - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x+y}, \\ \frac{\lg x - \lg 4}{\lg y - \lg 3} = -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Завдання для самостійної роботи:

1. Розв'язати нерівності:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \log_{0,5} \frac{x-5}{2x-2} > 0. & \text{б) } & \log_{0,3}(x+1) < \log_{0,3}(5-x). \\ \text{в) } & 0,5^{\log_5 \log_{0,3}(x-0,7)} < 1. & \text{г) } & 2^{\log_3 \log_{0,25} \frac{x-2}{x+3}} \geq 1. \\ \text{д) } & \log_{x-3}(2x^2 - 20x + 48) \geq \log_{x-3}(x^2 - 9). \\ \text{е) } & \frac{\log_a x^3 + 21}{\log_a^2 x - 25} < -1. & \text{є) } & 3 + 4\log_{x+3} 2 \geq \log_2 x + 3. \end{aligned}$$

2. Розв'язати системи рівнянь

$$\begin{aligned} \text{а) } & \begin{cases} 6\log_{y^2} x - 3\log_{\frac{1}{x}} y = 10, \\ \log_3 x + 3\log_{27} y = 4. \end{cases} & \text{б) } & \begin{cases} 2\log_4(y+1) + \log_2 y = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{x}{y}} - 2, \\ 5 + \log_2 \frac{y}{x} = -\frac{6}{\log_2 \frac{x}{y}}. \end{cases} \\ \text{в) } & \begin{cases} 4\log_4 x - 3^y = 4\log_3 9, \\ 3^y \log_2 x = 2\log_{\sqrt{2}} \sqrt{x} + 3^{y+1}. \end{cases} \end{aligned}$$

3. Розв'язати рівняння:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 4\log_{81} 3. & \text{б) } & \left| \log_{\sqrt{3}} x - 2 \right| - \left| \log_2 x - 2 \right| = 2. \\ \text{в) } & \frac{\log_{2x} 2}{\log_2 x} = \frac{1}{2} \log_{16x} 4. & \text{г) } & \log_x(625x) \cdot \log_{125}^2 x = 0,25. \\ \text{д) } & \log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 15\log_{27} 3. \end{aligned}$$

Практичне заняття № 13

Тема: “Прогресія”

План

1. Прогресія.
2. Формули n -го члена та суми членів арифметичної, геометричної та нескінченно спадної геометричної прогресії.

Мета. Слухач повинен знати: визначення числової послідовності, визначення арифметичної (геометричної) прогресії, відповідну термінологію: різниця (знаменник) прогресії, перший член прогресії, n -й член прогресії, сума n -членів прогресії.

Вміти визначити вид прогресії, обчислювати n -й член і суму членів прогресії та використовувати властивості прогресії до розв’язування задач.

Завдання:

Розв’язати задачі:

1. Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію дорівнює 111. Друге число більше від першого у 5 разів. Знайти перше число.
2. Знайти різницю арифметичної прогресії, якщо $S_{13}=507$, $a_5=23$.
3. При яких x числа $\lg 2$, $\lg(2^x - 1)$, $\lg(2^x + 3)$ утворюють арифметичну прогресію?
4. Знайти суму перших 33 членів арифметичної прогресії, якщо $a_9 + a_{25} = 26$.
5. Добуток в арифметичній прогресії $a_3 \cdot a_6 = 406$. При діленні 9-го члена на 4-й член цієї прогресії у частці дістанемо 2, а в залишку 6. Знайти a_1 і d .
6. Числа x ; 5; y – послідовні члени арифметичної прогресії. Знайти x і y , якщо $y=2x^2$.
7. В геометричній прогресії $b_5 \cdot b_{11} \cdot b_{12} \cdot b_{16} = 256$. Знайти $|b_{11}|$.
8. В геометричній прогресії $b_{10} = 32$, $b_{12} = 8$. Знайти b_{14} .

Завдання для домашньої роботи:

Розв’язати задачі:

1. Третій і сьомий член арифметичної прогресії дорівнюють 11 та 23. Знайти суму десяти її членів.
2. Числа x ; $\frac{1}{4}$; y – послідовні члени арифметичної прогресії. Знайти x і y , якщо $y^2 + x = \frac{5}{4}$.
3. Числа x ; 3; y – послідовні члени геометричної прогресії. Знайти x і y , якщо $x^4 = y\sqrt{3}$.
4. В геометричній прогресії $b_1 = 150$, а $b_4 = 1,2$. Знайти b_5 .
5. Числа 5; $0,04^{\lg \sqrt{2}}$; $0,2^{\lg x}$ утворюють геометричну прогресію. Знайти x .

Завдання для самостійної роботи:

Розв'язати задачі

1. Знайти чотири числа, що утворюють геометричну прогресію, у якій сума крайніх членів дорівнює – 49, а сума середніх членів дорівнює 14.
2. Сума третього і дев'ятого членів арифметичної прогресії дорівнює 8. Знайти суму 11 перших членів цієї прогресії.
3. Знайти чотири числа, що утворюють геометричну прогресію, в якій другий член менший від першого на 35, а третій більший за четвертий на 560.
4. Добуток трьох перших членів геометричної прогресії дорівнює 1728, а їхня сума дорівнює 63. Знайти перший член і знаменник цієї прогресії.
5. Знайти число членів скінченної геометричної прогресії, в якій перший, другий і останній члени відповідно дорівнюють 3, 12 і 3072.
6. Знайти три числа, що утворюють геометричну прогресію, коли відомо, що їхній добуток дорівнює 64, а їхнє середнє арифметичне дорівнює $14/3$.
7. Від ділення тринадцятого члена арифметичної прогресії на третій член у частці дістаємо 3, а від ділення вісімнадцятого члена на сьомий член в частці дістаємо 2 і в остачі 8. Знайти різницю і перший член прогресії.

Практичне заняття №14

Тема: “Похідна та деяке її застосування”.

План

1. Визначення похідної
2. Основні правила і формули диференціювання.
3. Рівняння дотичної до графіка функцій
4. Застосування похідної до досліджених функцій та побудова графіків функцій.

Мета. Слухач повинен знати: визначення похідної функції; геометричний і фізичний зміст похідної; правила диференціювання; таблицю похідних; рівняння дотичної до кривої $y=f(x)$ у даній точці та складати рівняння дотичної до кривої; досліджувати функцію на монотонність – визначати інтервали зростання і складання функції.

Вміти: досліджувати функцію на екстремум; алгоритм визначення найбільшого та найменшого значень функції на відрізку; розв'язувати текстові задачі на знаходження найбільшого та найменшого значень; будувати графіки функцій за допомогою похідної.

Завдання:

1. Обчислити $f'(1)$, якщо $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{2x}{x+1}$.
2. Розв'язати нерівність $f'(x) < g'(x)$, якщо $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x}$, $g(x) = 5x + \frac{1}{x}$.
3. В яких точках дотична до кривої $y=(x+2)(x-2)$ утворює з віссю OX кут 135° ?

- 4.Скласти рівняння дотичної до графіка функції $y = 3x - x^2$ у точці $x_0 = 1$.
- 5.Написати рівняння дотичної до кривої $y = \ln \sqrt{x}$ паралельно прямій $y = 2x - 4$.
- 6.Написати рівняння дотичних до графіка функцій $y = \frac{6x - 23}{x - 3}$ паралельних прямій $y = 5x$.
- 7.Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом $S(t) = 5t + 2t^2 - \frac{2}{3}t^3$, де $S(t)$ – шлях у метрах, t – час в сек. В який момент часу швидкість руху буде найбільшою і яка величина цієї найбільшої швидкості?
- 8.Скільки точок екстремуму має функція $y = (x^2 - 2x)^3 - 5$?
- 9.Знайти проміжки зростання і спадання функцій і точки екстремуму:
- а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 3$,
- б) $y = x^4 - 10x^2 + 9$,
- в) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.
- 10.Знайти найменше та найбільше значення функції на проміжках:
- а) $y = 3x^4 + 4x^3 + 1$, $x \in [-2; 1]$,
- б) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$, $x \in [-2; 2]$.
- 11.При яких x похідна функції $y = 12x - \frac{1}{2}\cos 2x + 12(\sin x + \cos x)$ дорівнює нулю?

Завдання для домашньої роботи:

- 1.Знайти проміжки зростання і спадання функції $y = -x(x - 3)^2$.
- 2.Знайти найбільше та найменше значення функції $y = x^5 - x^3 + x + 2$, якщо $x \in [-1; 1]$.
- 3.Скласти рівняння дотичної до графіка функції $y = x^2 e^{-x}$ у точці $x_0 = 1$.
- 4.Довести, що функція $y = x^3 + 4x$ зростає на всій числовій прямій.
- 5.При яких x похідна функції $y = 2\cos^2 x + \sin x - \cos x + x$ дорівнює нулю?

Завдання для самостійної роботи:

- 1.Знайти екстремуми функції $y = x^3 + \frac{3}{x}$ і скласти рівняння дотичної до графіка функції у точці з абсцисою $x_0 = -2$.
- 2.Знайти проміжки зростання та спадання функції $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.
- 3.Скласти рівняння дотичної до графіка функції $y = x^3 + x^2 - 8$ у точці $x_0 = 2$.

Практичне заняття №15
Тема: “Первісна. Площа криволінійної трапеції”

План

1. Визначення первісної.
2. Правила знаходження первісних.
3. Формула для обчислення криволінійної трапеції.

Мета. Слухач повинен знати: визначення первісної, основну властивість первісної, давати геометричне тлумачення первісної, правила знаходження первісних; означення криволінійної трапеції, теорему про обчислення площі криволінійної трапеції; означення невизначеного та визначеного інтеграла, формулу Ньютона-Лейбніца, основні правила інтегрування, геометричний зміст інтеграла, таблицю інтегралів, обчислювати площу криволінійної трапеції за допомогою інтеграла.

Завдання:

1. Знайти функцію $F(x)$, графік якої проходить через задану точку $M_0(x, y)$,

якщо $F'(x) = \frac{x^3}{3} - 4x + \frac{1}{3}$; $M_0(2; 1)$.

2. Знайти функцію $F'(x)$, графік якої проходить через точку $M_0\left(\frac{\pi}{12}; -1\right)$,

якщо $f(x) = \frac{1}{\sin^2 3x}$.

3. Для функції $f(x) = \cos 4x$ знайти первісну $F'(x)$, якщо $F\left(\frac{\pi}{12}\right) = -1$.

4. Знайти функцію y , яка перетворюється в нуль при $x=0$, якщо $y' = 3x^2 - 4x + 5$.

5. Обчислити:

а) $\int_{-1}^2 x^2 dx$; б) $\int_0^{\pi} \sin x dx$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$

6. Обчислити інтеграли:

а) $\int_{0,25}^4 \left(x^2 - \frac{3}{4} + \frac{5}{x\sqrt{x}}\right) dx$, б) $\int_{-\pi}^{-2\pi} \frac{dx}{\sin^2\left(\frac{\pi}{6} + \frac{x}{3}\right)}$,

в) $\int_0^{\pi} \frac{x}{\sqrt{1-2x}} dx$.

7. Обчислити площу фігури, обмеженої координатними осями, параболою $y = x^2 + 1$ та прямою $5x + 3y - 25 = 0$.

8. Знайти площу криволінійної трапеції, обмеженої віссю абсцис, параболою $y = 2x^2 + 3x + 2$ та прямими $x=1$; $x=-1$.

Завдання для домашньої роботи:

1. Знайти функцію $F(x)$, якщо $F'(x) = 4x^3 - 3x^2$ і $F(1) = 3$

2. Знайти невизначені інтеграли:

а) $\int (4 - 3x^5) dx$, б) $\int (4 \sin x + 3e^x) dx$, в) $\int \left(\frac{3}{x} + 6x \right) dx$.

3. Обчислити інтеграли:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \sin 3x - 3 \cos x) dx$, б) $\int_0^2 (1 + 3x)^4 dx$,

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$.

4. Знайти площу криволінійної трапеції, обмеженої координатними осями, параболою $y = (x + 1)(y - 1)$ та прямою $x = 2$.

Завдання для самостійної роботи:

1. Обчислити інтеграли:

а) $\int_{-\pi}^{2\pi} \sin \frac{x}{2} dx$, б) $\int_8^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$, в) $\int_1^2 \frac{dx}{0,5x}$,

г) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1 + 2x}}$.

2. Знайти площу криволінійної трапеції, обмеженої координатними осями, параболою $y = 4x - x^2 - 6$ та її віссю симетрії.

3. Знайти площу фігури, обмеженої віссю ординат і параболami $y = (x - 1)^2$, та $y = -(2x - 2)^2$.

4. Знайти площу фігури, обмеженої прямою $y = 4$, параболою $y = 3x^2 - 10x + 7$ та дотичною до цієї параболи, проведеною через точку з абсцисою $x_0 = 2$.

5. Знайти площу фігури, обмеженою гіперболою $y = \frac{5}{x}$ і прямою $y = 6 - x$.

Практичне заняття №16

Тема: “Перестановки, розміщення, комбінації. Біном Ньютона”

План

1. Означення перестановок, розміщень, комбінацій.
2. Елементи теорії ймовірності; статистичні характеристики даних.

Мета. Слухач повинен знати формули обчислення перестановок, комбінацій та розміщень. Біном Ньютона. Вміти розв'язувати задачі на обчислення перестановок (без повторень), кількість перестановок; розміщення (без повторень), кількість розміщень; комбінації (без повторень).

Завдання:

1. Розв'язати рівняння:
а) $A_x^2 \cdot C_x^{x-1} = 48$; б) $A_x^3 - 2C_x^4 = 3A_x^2$.
2. При яких значеннях x четвертий доданок розкладу $(5 + 2x)^{16}$ більший за два суміжних з ним доданки?
3. Сума коефіцієнтів другого і третього доданків розкладу $\left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{2\sqrt[6]{x}}\right)^n$ дорівнює 25,5. Записати член, що не містить x .
4. У вазі стоять 10 червоних і 4 рожевих гвоздики. Скількома способами можна вибрати три квітки з вази?
5. Довести тотожність: $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$
6. Тридцять чоловік розподілено на три групи по десять чоловік у кожній. Скільки може бути різних складів груп?
7. Скільки чотиризначних чисел, що утворюються з цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, містять цифру 3 (цифри в числах не повторюються)?

Завдання для самостійної роботи:

1. Розв'язати рівняння:
а) $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$; б) $\frac{P_{x+3}}{A_x^5 \cdot P_{x-5}} = 720$.
2. Дві тури різного кольору розміщено на шаховій дошці так, що кожна може побити іншу. Скільки існує таких розміщень?
3. Двадцять вісім костей доміно розподілено між чотирма гравцями. Скільки можливо різних розподілів?
4. П'ять учнів можна розподілити у п'ять паралельних класів. Скількома способами можна це зробити?
5. Довести тотожність:
 $C_n^k + 3C_n^{k-1} + 3C_n^{k-2} + C_n^{k-3} = C_{n+3}^k$

Завдання для домашньої роботи:

1. Розв'язати рівняння: $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$;
2. Команда з п'яти чоловік виступає у змаганнях з плавання, в яких бере участь ще 20 спортсменів. Скількома способами можуть розподілитися місця, зайняті членами цієї команди?
3. Довести тотожність:
$$A_{n-1}^m = A_n^m - mA_{n-1}^{m-1}.$$
4. Учасники шахового турніру грають в залі, де є 8 столиків. Скількома способами можна розмістити шахістів, якщо учасники всіх партій відомі?
5. Із групи в 12 чоловік кожного дня протягом шести днів вибирають двох чергових. Визначити кількість різних списків чергових, якщо кожен чоловік чергує один раз.

Практичні заняття № 17

Тема: “Огляд основних теорем планіметрії. Розв’язування задач з планіметрії”

План. 1. Аксиоми планіметрії.

2. Многокутники та їх властивості, ознаки рівності та подібності многокутників.

3. Комбінація многокутників та кола, кутів та кола.

4. Теореми Піфагора, Фалеса, синусів, косинусів та наслідки з них.

5. Формули площ многокутників та кола.

Мета. Слухач повинен знати властивості многокутників, основні теореми планіметрії та наслідки, що з них випливають; формули обчислення площ многокутників, довжини кола. Вміти застосовувати ці знання при розв’язуванні задач.

Завдання:

Розв’язати задачі.

1. У прямокутному трикутнику точка дотику вписаного кола ділить гіпотенузу на відрізки, що дорівнюють 5 і 12 см. Знайти катети трикутника.
2. Два кола радіусів $R = 3$ см і $r = 1$ см дотикаються зовні. Знайти відстані від точки дотику кіл до їхніх спільних дотичних.
3. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює $4\sqrt{2}$ см, а медіана бічної сторони 5 см. Знайти бічні сторони.
4. Паралельні сторони трапеції дорівнюють 25 і 4 см, а непаралельні – 20 і 13 см. Знайти висоту трапеції.
5. У ромб, який ділиться своєю діагоналлю на два рівносторонніх трикутники, вписано коло радіуса 2. Знайти сторону ромба.

6. Прямі, на яких лежать бічні сторони рівнобічної трапеції, перетинаються під прямим кутом. Знайти сторони трапеції, якщо її площа дорівнює 12см^2 , а висота дорівнює 2см .
7. Діагональ прямокутної трапеції і її бічна сторона рівні між собою. Знайти середню лінію, якщо висота трапеції дорівнює 2см , а бічна сторона 4см .
8. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює 30см , а бічна сторона дорівнює 39см . Визначити радіус вписаного кола.
9. Знайти площу квадрата, вписаного в правильний трикутник із стороною a .
10. Більша основа трапеції дорівнює 24 см . Знайти меншу основу, коли відомо, що відстань між серединами діагоналей трапеції дорівнює 4 см .
11. Визначити бічні сторони рівнобічної трапеції, якщо її основи і площа дорівнюють відповідно 8 см , 14 см і 44 см^2 .
12. У прямокутному трикутнику бісектриса гострого кута ділить протилежний катет на відрізки, що дорівнюють 4 і 5 см . Визначити площу трикутника.

Завдання для самостійної роботи:

Розв'язати задачі.

1. Висота ромба, проведена із вершини тупого кута, ділить його сторону на відрізки, що дорівнюють m і n (від вершини гострого кута). Визначити діагоналі ромба.
2. У прямокутний трикутник з катетами a і b вписано квадрат, що має з трикутником спільний прямий кут. Знайти периметр квадрата.
3. Навколо кола з діаметром 16 см описано рівнобічну трапецію з бічною стороною, що дорівнює 17 см . Знайти основи трапеції.
4. Периметр паралелограма дорівнює 90см , а гострий кут дорівнює 60° . Діагональ паралелограма ділить його тупий кут на частини у відношенні $1:3$. Знайти сторони паралелограма.
5. У квадрат вписано другий квадрат, вершини якого лежать на сторонах першого, а сторони утворюють із сторонами першого квадрата кути в 60° . Яка частина площі даного квадрата є площею вписаного.
6. Сторона рівностороннього трикутника, вписаного в коло, дорівнює a . Визначити площу сегмента, що відтинається цією стороною.
7. Один із кутів трапеції дорівнює 30° , а прямі, на яких лежать бічні сторони трапеції, перетинаються під прямим кутом. Знайти меншу бічну сторону трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 10см , а одна з основ 8см .
8. У трапеції, площа якої дорівнює 594 м^2 , висота 22 м , а різниця паралельних сторін дорівнює 6 м , знайти кожну із паралельних сторін.
9. Сторона правильного трикутника, вписаного в коло, дорівнює a . Обчислити площу квадрата, вписаного в те саме коло.
10. Основа трикутника дорівнює 30см , а бічні сторони 26 і 28см . Висоту поділено у відношенні $2:3$ (починаючи від вершини), і через точку поділу

проведено пряму, паралельну основі. Визначити площу утвореної при цьому трапеції.

Завдання для домашньої роботи:

Розв'язати задачі

1. Висота ромба дорівнює 12 см, а одна з його діагоналей дорівнює 15 см. Знайти площу ромба.
2. Знайти площу рівнобедреного трикутника, якщо основа його дорівнює a , а висота, проведена до основи, дорівнює відрізку, що сполучає середини основи і бічної сторони.
3. У середині прямого кута дано точку M , відстань від якої до сторін кута дорівнюють 4 і 8 см. Пряма, що проходить через точку M , відтинає від прямого кута трикутник, площа якого 100см^2 . Знайти катети трикутника.

Практичне заняття №18

Тема: “Стереометрія. Розв'язування задач на обчислення площі поверхні і об'єму многогранників, круглих тіл, комбінацію многогранників та круглих тіл”

План

1. Аксиоми стереометрії. Паралельність і перпендикулярність у просторі.
2. Многогранники.
3. Тіла обертання. Формули для обчислення поверхонь та об'ємів тіл обертання. Комбінація многогранників та тіл обертання.

Мета. Слухач повинен знати: визначення прямої і похилої призми, піраміди, прямого і похилого паралелепіпеда, циліндра, конуса, сфери, кулі та їх елементів.

Слухач повинен вміти: зображувати на площині креслення многогранників, тіл обертання, та їх перетин площинами. Знати формули площі поверхні і об'єму призми, піраміди, циліндра, конуса; площі поверхні сфери та об'єму кулі та її частин.

Завдання:

Розв'язати задачі:

1. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою, що дорівнює c , і гострим кутом 30° . Бічне ребро піраміди нахилене до площини основи під кутом 45° . Знайти об'єм піраміди.
2. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює 13 см, а діагоналі його бічних граней дорівнюють $4\sqrt{10}$ і $3\sqrt{17}$ см. Визначити об'єм паралелепіпеда.
3. Визначити об'єм правильної чотирикутної піраміди, якщо її бічне ребро утворює з площиною основи кут 45° , а площа діагонального перерізу дорівнює S .

4. Основою піраміди є ромб з гострим кутом 30° . Бічні грані нахилені до площини основи під кутом 60° . Визначити об'єм і повну поверхню піраміди, якщо радіус вписаного в ромб кола дорівнює r .
5. Визначити поверхню сфери, описаної навколо конуса, радіус основи якого дорівнює R , а висота дорівнює h .

Завдання для домашньої роботи:

Розв'язати задачі

1. Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює 90° . Знайти відношення бічної поверхні піраміди до площі її основи.
2. Центр верхньої основи правильної чотирикутної призми і середини сторін нижньої основи є вершинами вписаної в призму піраміди, об'єм якої дорівнює V . Знайти об'єм призми.
3. Сума діагоналей ромба дорівнює m , його площа дорівнює S . Знайти сторону ромба.
4. У кулю вписано конус. Площа осьового перерізу конуса дорівнює S , а кут між висотою і твірною дорівнює α . Знайти об'єм кулі.
5. Розгорткою бічної поверхні циліндра є прямокутник, діагоналі якого перетинаються під кутом α . Довжина діагоналі дорівнює d . Знайти бічну поверхню циліндра.

Завдання для самостійної роботи:

Розв'язати задачі

1. Знайти об'єм правильної трикутної призми, якщо сторона її основи дорівнює a і бічна поверхня рівновелика сумі площ основ.
2. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм з кутом 120° і сторонами 3 і 4 см. Менша діагональ паралелепіпеда дорівнює більшій діагоналі основи. Знайти об'єм паралелепіпеда.
3. Навколо сфери описано правильну трикутну призму, а навколо неї описано сферу. Знайти відношення поверхонь цих сфер.
4. Кут при вершині осьового перерізу конуса дорівнює 2α , а сума довжин його висоти і твірної дорівнює a . Знайти об'єм конуса.
5. Відстань від центра основи конуса до його твірної дорівнює d . Кут між твірною і висотою дорівнює α . Знайти повну поверхню конуса.
6. Знайти об'єм правильної чотирикутної піраміди, якщо сторона її основи дорівнює a , а двогранний кут при основі дорівнює α .
7. Розгорткою бічної поверхні циліндра є прямокутник, у якому діагональ дорівнює a і утворює з основою кут α . Знайти об'єм циліндра.

II. ЗАВДАННЯ ДЛЯ ДОДАТКОВОЇ РОБОТИ

Завдання 1-145 мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.

1. У саду в окремі ящики зібрали груші та яблука. Кількість ящиків з яблуками відноситься до кількості ящиків із грушами, як 7:3. Серед наведених чисел укажіть число, яке може виражати загальну кількість ящиків з яблуками та грушами, зібраними в саду.

А	Б	В	Г	Д
37	73	75	80	84

2. Банк сплачує своїм вкладникам 8% річних. Визначте, скільки грошей треба покласти на рахунок, щоб через рік отримати 60 грн. прибутку.

А	Б	В	Г	Д
1150	1050	950	850	750

3. Поле, площа якого дорівнює 60 га, засіяли горохом і соєю. Горохом засіяли $\frac{3}{4}$ площі поля. Скільки всього гектарів поля засіяли соєю?

А	Б	В	Г	Д
10	15	20	24	45

4. Розв'яжіть нерівність $x + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} - 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; 3)$	$(-2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 3) \cup (3; +\infty)$

5. Знайдіть довжину діагоналі прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 2 см, 3 см, 4 см.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{29}$ см	9 см	$\sqrt{13}$ см	5 см	$2\sqrt{5}$ см

6. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $3^{x+4} = 27$

А	Б	В	Г	Д
$[-4; -2)$	$[-2; 0)$	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$

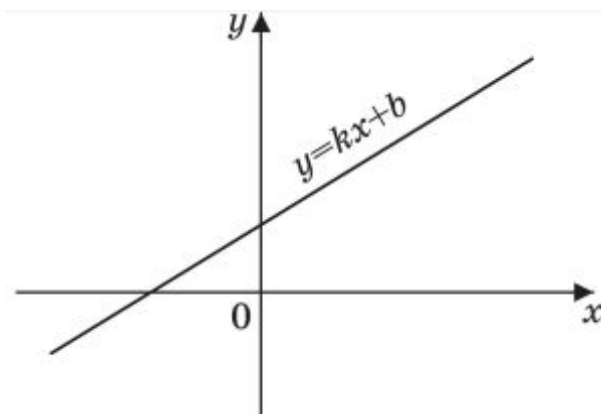
7. Діагоналі трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) перетинаються в точці O . Знайдіть довжину основи BC трапеції, якщо $AD = 24$ см, $AO = 9$ см, $OC = 6$ см.

А	Б	В	Г	Д
6 см	9 см	12 см	16 см	18 см

8. Яке з наведених чисел є раціональним числом?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{9}$	$\sqrt{10}$	π	$\sqrt{3,6}$	$\sqrt{0,64}$

9. За видом графіка функції $y = kx + b$ визначте знаки коефіцієнтів k і b .
Оберіть правильне твердження.



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} k > 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k > 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k = 0, \\ b > 0 \end{cases}$

10. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 10 см, а висота, опущена на неї, 8 см. Знайдіть довжину основи трикутника.

А	Б	В	Г	Д
6 см	$4\sqrt{2}$ см	12 см	$4\sqrt{5}$ см	16 см

11. Упродовж чверті учень отримав 12 оцінок з алгебри. Інформацію про отримані оцінки та їхню кількість відображено в таблиці.

Оцінка	5	6	7	8	9
Кількість оцінок	2	1	3	5	1

Знайдіть середнє арифметичне всіх оцінок, отриманих учнем упродовж чверті.

А	Б	В	Г	Д
7	7,2	7,25	8	8,1

12. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,1} 10 < \log_{0,1} x$.

А	Б	В	Г	Д
$(10; +\infty)$	$(0; 10)$	$(0,1; 10)$	$(-10; 0)$	$(-\infty; 10)$

13. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8^x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$

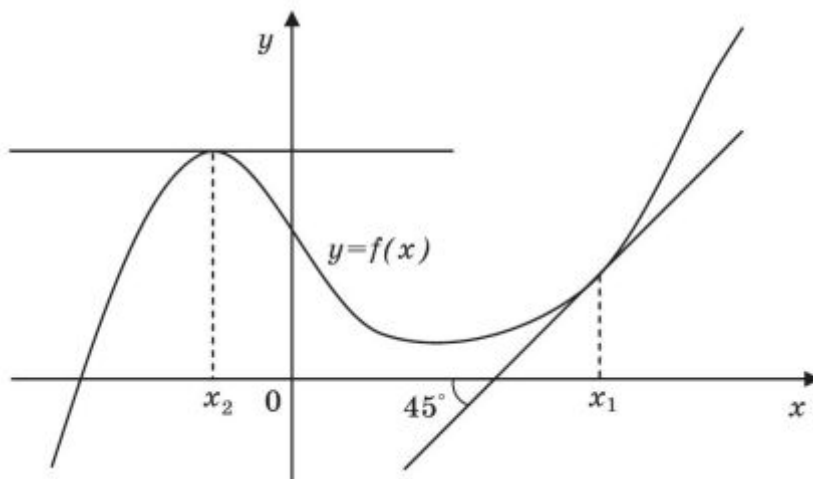
14. Укажіть, скільки дійсних коренів має рівняння $x^3 - 4|x| = 0$.

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

15. Периметр бічної грані правильної трикутної призми дорівнює 20 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми, якщо сторона її основи дорівнює 4 см.

А	Б	В	Г	Д
96 см^2	80 см^2	72 см^2	32 см^2	24 см^2

16. На рисунку зображений графік функції $y = f(x)$ та дотичні до нього в точках x_1 та x_2 . Користуючись геометричним змістом похідної, знайдіть $f'(x_1) + f'(x_2)$.

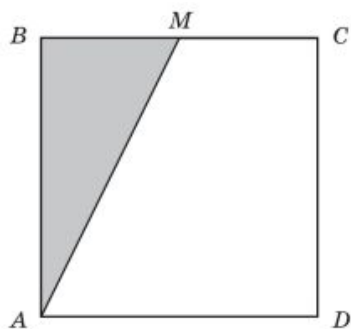


А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

17. На полиці розміщено 16 книг, з яких 6 книг – історичні романи, а решта – детективи. Знайдіть імовірність того, що перша книга, навмання взята з полиці, буде детективом.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{8}$

18 Точка M – середина сторони квадрата $ABCD$. Площа зафарбованої частини дорівнює 7 см^2 . Знайдіть площу всього квадрата.



А	Б	В	Г	Д
14 см^2	21 см^2	28 см^2	35 см^2	42 см^2

19. Об'єм циліндра дорівнює 48 см^3 . Знайдіть об'єм конуса, радіус основи якого дорівнює радіусу основи циліндра, а висота вдвічі менша за висоту циліндра.

А	Б	В	Г	Д
6 см^3	8 см^3	16 см^3	24 см^3	36 см^3

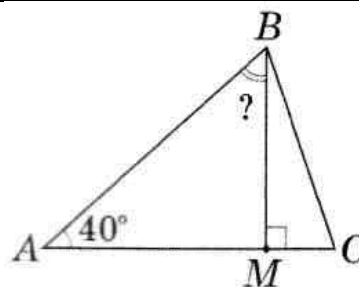
20. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням круга навколо свого діаметра, довжина якого дорівнює $a \text{ см}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{2}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{6}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{12}\pi a^3 \text{ см}^3$

21. Укажіть запис числа $0,351$ у стандартному вигляді.

А	Б	В	Г	Д
$3,51 \cdot 10^{-1}$	$3,51 \cdot 10^1$	$3,51 \cdot 10^{-2}$	$3,51 \cdot 10^2$	$3,51 \cdot 10^{-3}$

22. У трикутнику ABC проведено висоту BM (див. рисунок). Визначте градусну міру кута MBA , якщо кут $A = 40^\circ$.



А	Б	В	Г	Д
20°	45°	50°	60°	90°

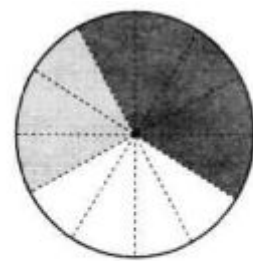
23. Розв'яжіть рівняння $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 2$

А	Б	В	Г	Д
1,2	5	12	2,4	0,4

24. Яка з наведених послідовностей є геометричною прогресією, знаменник якої $q < 0$?

А	Б	В	Г	Д
-25;20;-15;10	-80;-40;-20;-10	30;10;-10;-30	10;-20;40;-80	-15;-30;-45;-60

25. На круговій діаграмі (круг поділено пунктирними лініями на рівні сектори) показано розподіл кількості столів, які продано магазином протягом місяця (див. рисунок). Загальна кількість проданих столів за цей період становила 108. Скільки було серед них журнальних столів?



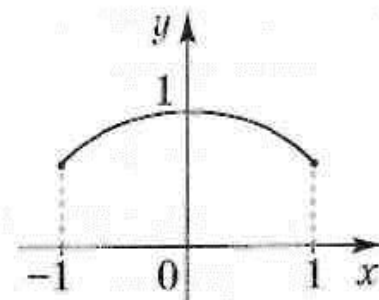
■ письмові столи
■ журнальні столи
□ кухонні столи

А	Б	В	Г	Д
9	18	27	36	54

26. Якщо число b становить 47% від додатного числа a , то $b =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{47}{100 \cdot a}$	$\frac{100}{47 \cdot a}$	$\frac{a}{47 \cdot 100}$	$\frac{a}{47} \cdot 100$	$\frac{a}{100} \cdot 47$

27. На рисунку зображено фрагмент графіка однієї з наведених функцій на відрізку $[-1; 1]$. Укажіть цю функцію.

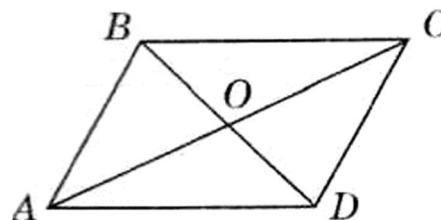


А	Б	В	Г	Д
$y = -x^2$	$y = \sin x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \cos x$	$y = x^2$

28. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $3^x \cdot 4^x = \frac{1}{144}$

А	Б	В	Г	Д
$[-25; -5)$	$[-5; -1)$	$[-1; 1)$	$[1; 5)$	$[5; 25)$

29. На рисунку зображено паралелограм $ABCD$, діагоналі якого перетинаються в точці O . Укажіть пару колінеарних векторів.



А	Б	В	Г	Д
$\overrightarrow{AB} \text{ і } \overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AC} \text{ і } \overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{AO} \text{ і } \overrightarrow{OD}$	$\overrightarrow{BO} \text{ і } \overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{BC} \text{ і } \overrightarrow{BD}$

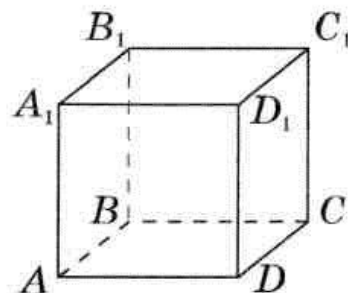
30. Коло задано рівнянням $x^2+y^2=9$. Визначте координати точки, яка належить колу, обмеженому цим колом.

А	Б	В	Г	Д
$(\sqrt{2}; 5)$	$(1;3)$	$(4; 5)$	$(3;2)$	$(2; \sqrt{3})$

31. Укажіть правильну нерівність, якщо $a = \sin 120^\circ$, $b = \cos 120^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
$0 < a < b$	$a < 0 < b$	$a < b < 0$	$b < 0 < a$	$0 < b < a$

32. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребро якого дорівнює 1 см. Обчисліть відстань від точки A до прямої $B_1 C_1$.



А	Б	В	Г	Д
1 см	2 см	$\sqrt{2}$ см	3 см	1,5 см

33. Знайдіть усі значення x , при яких значення виразу $2 - 5x$ належить проміжку $(-3; 6)$.

А	Б	В	Г	Д
$-1 < x < 0,8$	$-0,8 < x < 1$	$0 < x < 9$	$-1,6 < x < 0,2$	$-0,2 < x < 1,6$

34. Функція $y = f(x)$ зростає на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Яке з наведених чисел може бути значенням цієї функції в точці $x = 8$, якщо $f(1) = -2$, $f(9) = 5$?

А	Б	В	Г	Д
-8	-3	-2	3	8

35. Довжина кола основи циліндра дорівнює $18\pi R$ см. Визначте площу бічної поверхні цього циліндра, якщо його висота дорівнює 7 см

А	Б	В	Г	Д
$126\pi R \text{ см}^2$	$207\pi R \text{ см}^2$	$252\pi R \text{ см}^2$	$288\pi R \text{ см}^2$	$567\pi R \text{ см}^2$

36. $|2 - \sqrt{5}| + |2 + \sqrt{5}| =$

А	Б	В	Г	Д
4	$2\sqrt{5}$	$4 + 2\sqrt{5}$	$4 - 2\sqrt{5}$	$2\sqrt{5} - 4$

37. Точка M не належить площині α . Які з наведених тверджень є правильними?

I. Через точку M можна провести лише одну площину, паралельну площині α .

II. Через точку M можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини α .

III. Через точку M можна провести лише одну площину, що перетинає площину α під кутом 45° .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише I і III	лише II і III	I, II і III

38. Знайдіть похідну функції $y = x^7 \ln x$.

А	Б	В	Г	Д
$y' = 7x^5$	$y' = 7x^6 \ln x + x^6$	$y' = x^6 \ln x + x^6$	$y' = 7x^6 \ln x$	$y' = 7x \ln x + x^6$

39. Об'єм конуса дорівнює 64 см^3 . Через середину висоти цього конуса паралельно його основі проведено площину. Утворений переріз є основою меншого конуса, вершина якого збігається з вершиною заданого. Знайдіть об'єм меншого конуса.

А	Б	В	Г	Д
32 см^3	16 см^3	12 см^3	8 см^3	4 см^3

40. Розв'яжіть нерівність $3 + \log_2 x \geq 0$

А	Б	В	Г	Д
$\left[\frac{1}{8}; +\infty\right)$	$\left(0; \frac{1}{8}\right]$	$\left(-\infty; \frac{1}{8}\right]$	$[8; +\infty)$	$[-6; +\infty)$

41. Укажіть рівняння, коренем якого є число 2.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{x-2} = 0$	$x^2 + 4 = 0$	$5x + 12 = 2$	$x + 2 = x$	$\frac{3x-6}{x} = 0$

42. Спростіть вираз $\frac{\sqrt[3]{64}}{64}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	4	16

43. Яке з наведених тверджень є правильним?

I. Сума будь яких вертикальних кутів дорівнює 180° .

II. Сума будь яких суміжних кутів дорівнює 180° .

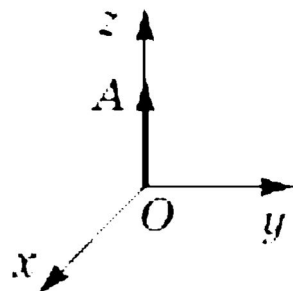
III. Сума будь якого гострого кута та будь якого тупого кута дорівнює 180° .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише I і III	лише II і III	I, II і III

44. Якщо $m = n-1$, то $7-m =$

А	Б	В	Г	Д
$n-8$	$6-n$	$8-n$	$n-6$	$6+n$

45. Вектор \vec{OA} лежить на осі z прямокутної декартової системи координат у просторі (див. рисунок), і його початок збігається з початком координат. Визначте координати вектора \vec{OA} , якщо його довжина дорівнює 3.



А	Б	В	Г	Д
(1;1;1)	(0;3;0)	(3;0;0)	(3;3;3)	(0;0;3)

46. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена, $a_n = 4-8n$. Знайдіть різницю цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
8	4	-2	-4	-8

47. На рисунку зображено графік функції $y=f(x)$, визначеної на проміжку $[-6; 6]$. Які властивості має функція $y=f(x)$?

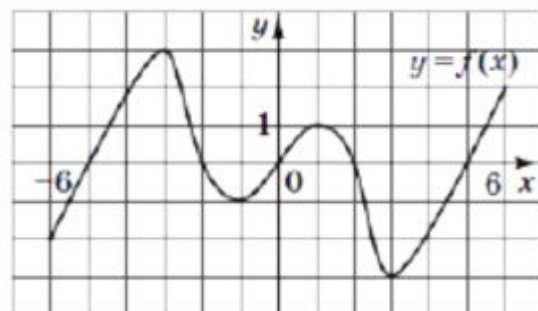
А функція є періодичною

Б функція зростає на проміжку $[-6; 6]$

В функція спадає на проміжку $[-6; 6]$

Г функція є непарною

Д функція є парною



48. Точка C лежить на осі x прямокутної системи координат і знаходиться на відстані 5 від точки $A (-2;4)$. Відрізок AC перетинає вісь y . Знайдіть координати точки C .

А	Б	В	Г	Д
(1; 0)	(0; 1)	(-5; 0)	(0;0)	(3; 4)

49. Студент на першому курсі повинен вибрати одну з трьох іноземних мов, яку вивчатиме, та одну з п'яти спортивних секцій, що відвідуватиме. Скільки всього існує варіантів вибору студентом іноземної мови та спортивної секції?

А	Б	В	Г	Д
28	15	10	8	5

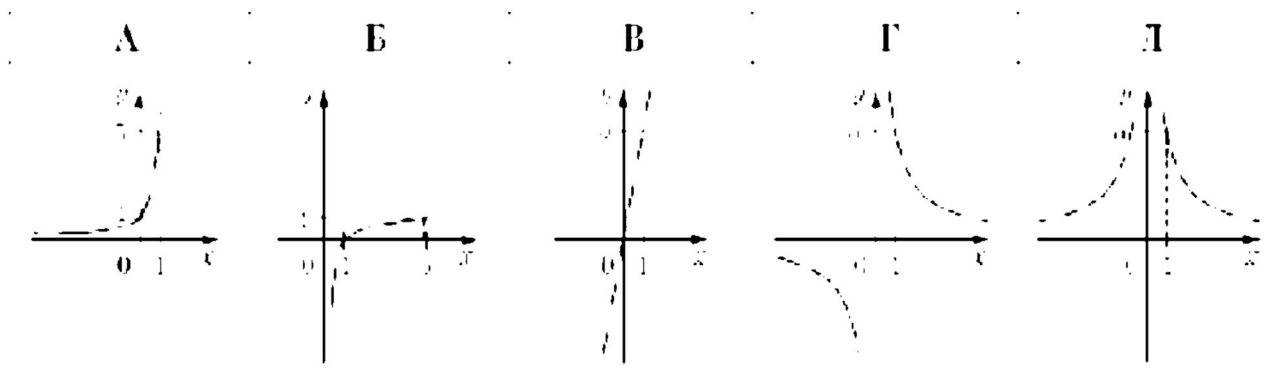
50. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $\sqrt[3]{2x} = -3$

А	Б	В	Г	Д
$(-30; -20)$	$(-20; -10)$	$(-10; 0)$	$(0; 10)$	$(10; 20)$

51. Якщо $a < -7$, то $\left| \frac{a^2 - 49}{a + 7} \right| =$

А	Б	В	Г	Д
$a - 7$	$a + 7$	$7 - a$	0	$-7 - a$

52. На якому рисунку зображено ескіз графіка функції $y = \frac{5}{x}$



53. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}(3x) = \sqrt{3}$

А	Б	В	Г	Д
$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$	$x = \frac{\pi}{9} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

54. Розв'яжіть нерівність $(x+4)^2 \leq 16$.

А	Б	В	Г	Д
$[-8; 0]$	$(-\infty; 0]$	$(-\infty; 4]$	$[-8; 8]$	$(-\infty; 8]$

55. У гострому трикутнику ABC проведено висоту BM. Визначте довжину сторони AB, якщо $BM=12$, $\angle A = \alpha$

А	Б	В	Г	Д
$12 \cos \alpha$	$\frac{12}{\cos \alpha}$	$12 \operatorname{tg} \alpha$	$\frac{12}{\sin \alpha}$	$12 \sin \alpha$

56. Відрізок АВ перетинає площину α в точці О. Проекції відрізків АО і ВО на цю площину дорівнюють 5 см і 20см відповідно. Знайдіть довжину відрізка АВ, якщо АО= 8см.

А	Б	В	Г	Д
10см	22см	32см	40см	52см

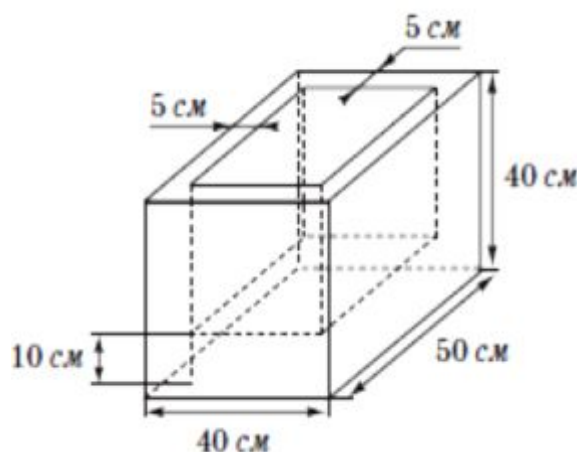
57. Відомо, що $\operatorname{ctg} \alpha < 0$, а $\cos \alpha > 0$. Якого значення може набувати $\sin \alpha$?

А	Б	В	Г	Д
-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1

58. Укажіть рівняння дотичної, проведеної до графіка функції $y=f(x)$ у точці з абсцисою $x_0=1$, якщо $f(x_0)=5$, $f'(x_0)=2$

А	Б	В	Г	Д
$y=5+2(x-1)$	$y=5+2(x+1)$	$y=2+5(x-1)$	$y=2+5(x+1)$	$y=1+2(x-5)$

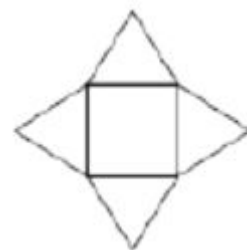
59. На площі міста встановили однакові бетонні ємності для квітів, виготовлені у формі прямокутних паралелепіпедів, виміри яких дорівнюють 40см, 40 см і 50см (див. рисунок). Товщина кожної з чотирьох бічних стінок становить 5 см, а товщина днища – 10см. Який об'єм бетону (у м^3) було використано для виготовлення 10 таких ємностей? Утратою бетону під час виготовлення знехтуйте.



А	Б	В	Г	Д
$0,8 \text{ м}^3$	$0,32 \text{ м}^3$	$0,33 \text{ м}^3$	$0,36 \text{ м}^3$	$0,44 \text{ м}^3$

60. На рисунку зображено розгортку піраміди, що складається з квадрата, сторона якого дорівнює 10 см, і чотирьох правильних трикутників. Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди (у см²).

А	Б	В	Г	Д
200	100	$400\sqrt{3}$	$100\sqrt{3}$	$100*(1+\sqrt{3})$



61. Розташуйте у порядку спадання числа $\sqrt{5}$; $2^{\log_2 5}$; $\frac{5}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$2^{\log_2 5}; \frac{5}{2}; \sqrt{5}$	$\frac{5}{2}; \sqrt{5}; 2^{\log_2 5}$	$\frac{5}{2}; 2^{\log_2 5}; \sqrt{5}$	$\sqrt{5}; \frac{5}{2}; 2^{\log_2 5}$	$2^{\log_2 5}; \sqrt{5}; \frac{5}{2}$

62. Банк сплачує своїм вкладникам 8% річних. Визначте, скільки грошей треба покласти на рахунок, щоб через рік отримати 60 грн. прибутку.

А	Б	В	Г	Д
1150	1050	950	850	750

63. З натуральних чисел від 1 до 30 учень навмання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{7}{15}$

64. Розв'яжіть нерівність $x + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} - 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; 3)$	$(-2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$	$(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 3) \cup (3; +\infty)$

65. Знайдіть область визначення функції $y = \sqrt{x+9}$.

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$[9; +\infty)$	$[-3; +\infty)$	$[-9; +\infty)$	$[-9; 9]$

66. Будівельна компанія закупила для нового будинку металопластикові вікна та двері у відношенні 4:1. Укажіть число, яким може виражатися загальна кількість вікон та дверей в цьому будинку.

А	Б	В	Г	Д
41	45	54	68	81

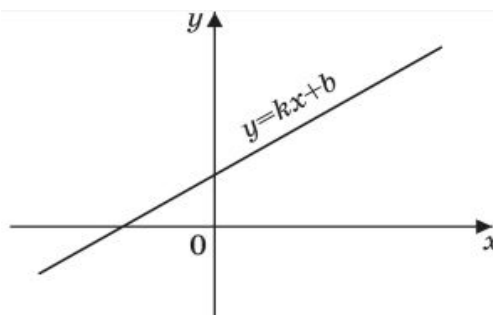
67. Обчисліть $\sqrt{(2\sin 45^\circ + 1)^2} - \sqrt{(1 - 2\cos 45^\circ)^2}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	2

68. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	інша відповідь

69. За видом графіка функції $y = kx + b$ визначте знаки коефіцієнтів k і b .
Оберіть правильне твердження.



А	Б	В	Г	Д
$\begin{cases} k > 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0, \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k > 0, \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k = 0, \\ b > 0 \end{cases}$

70. Укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = x$	$y = 2^x$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = \log_2 x$	$y = x^2$

71. Обчисліть $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{5}$

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
----------------	----------------	------	---------------	---------------

72. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,1} 10 < \log_{0,1} x$.

А	Б	В	Г	Д
$(10; +\infty)$	$(0; 10)$	$(0,1; 10)$	$(-10; 0)$	$(-\infty; 10)$

73. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8^x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{5}$

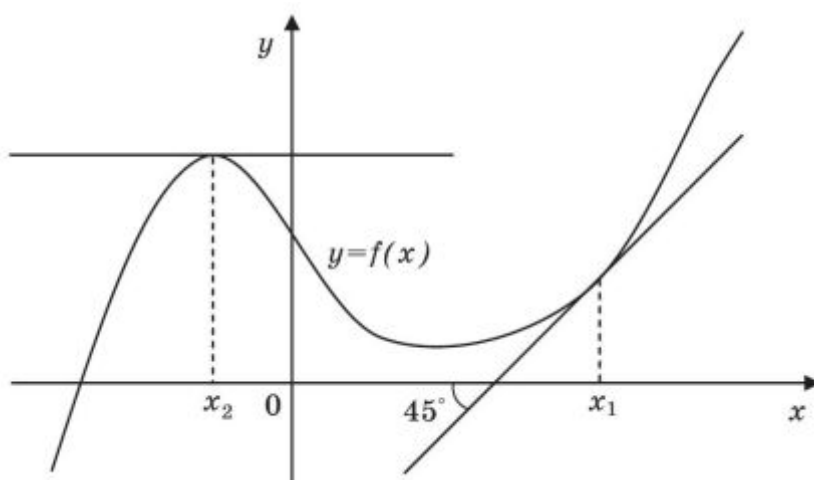
74. Укажіть, скільки дійсних коренів має рівняння $x^3 - 4|x| = 0$.

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

75. Знайдіть первісну функції $f(x) = 2x + 2$, графік якої проходить через точку з координатами $(1; 4)$.

А	Б	В	Г	Д
$F(x) = x^2 + 2x$	$F(x) = x^2 + 2x + 1$	$F(x) = x^2 + 2x + 2$	$F(x) = x^2 + 2x - 4$	$F(x) = x^2 + 2x - 23$

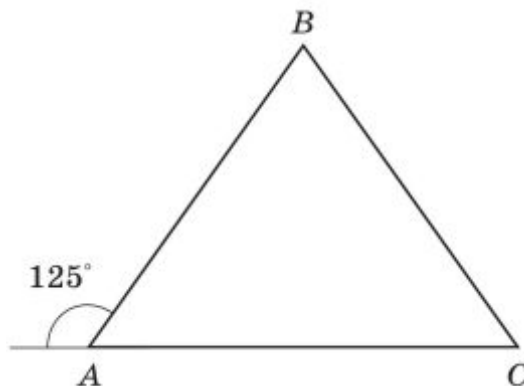
76. На рисунку зображений графік функції $y = f(x)$ та дотичні до нього в точках x_1 та x_2 . Користуючись геометричним змістом похідної, знайдіть $f'(x_1) + f'(x_2)$.



А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

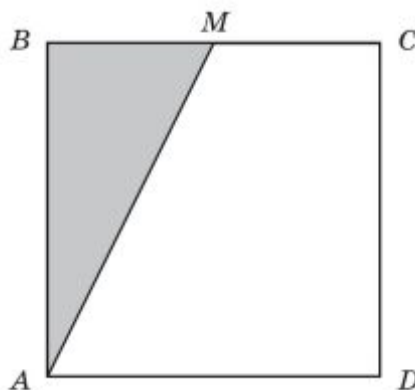
1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
---	----------------------	------------	---------------	----------------------

77. Градусна міра зовнішнього кута A рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$) становить 125° . Знайдіть градусну міру внутрішнього кута B .



А	Б	В	Г	Д
30°	40°	50°	60°	70°

78. Точка M – середина сторони квадрата $ABCD$. Площа зафарбованої частини дорівнює 7 см^2 . Знайдіть площу всього квадрата.



А	Б	В	Г	Д
14 см^2	21 см^2	28 см^2	35 см^2	42 см^2

79. Знайдіть координати точки M , відносно якої симетричні точки $E(-3; 8; 7)$ і $F(-9; 6; 1)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-6; 7; 4)$	$(-12; 14; 8)$	$(0; 0; 0)$	$(3; 1; 3)$	інша відповідь

80. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням круга навколо свого діаметра, довжина якого дорівнює $a \text{ см}$.

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

$\frac{4}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{2}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{3}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{6}\pi a^3 \text{ см}^3$	$\frac{1}{12}\pi a^3 \text{ см}^3$
-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------

81. Обчисліть значення виразу $5\sqrt[4]{16} - \sqrt[4]{(-2)^4}$.

А	Б	В	Г	Д
8	9	10	11	12

82. Задані числа: $\frac{9}{10}; \frac{10}{11}; \frac{11}{12}; \frac{12}{13}$. Розташуйте їх у порядку спадання:

А	Б	В	Г	Д
$\frac{9}{10}; \frac{10}{11}; \frac{11}{12}; \frac{12}{13}$	$\frac{12}{13}; \frac{11}{12}; \frac{10}{11}; \frac{9}{10}$	$\frac{9}{10}; \frac{11}{12}; \frac{10}{11}; \frac{12}{13}$	$\frac{12}{13}; \frac{10}{11}; \frac{11}{12}; \frac{9}{10}$	$\frac{11}{12}; \frac{12}{13}; \frac{9}{10}; \frac{10}{11}$

83. Будівельна компанія закупила для нового будинку металопластикові вікна та двері у відношенні 4:1. З'ясуйте, яким із запропонованих чисел може виражатися загальна кількість вікон та дверей в цьому будинку.

А	Б	В	Г	Д
41	45	54	68	81

84. У домашній бібліотеці Марійки було 50 книжок. Згодом їх стало 150. На скільки відсотків зросла кількість книжок у бібліотеці Марійки?

А	Б	В	Г	Д
100 %	150 %	200 %	250 %	300 %

85. Спростіть вираз $\sqrt{a^6 \cdot b^4}$, якщо $a < 0, b > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$-a^2 \cdot b^3$	$a^3 \cdot b^2$	$-a^3 \cdot b^2$	$-a^{1/3} \cdot \sqrt{b}$	$a^2 \cdot b^3$

86. Знайдіть корінь або суму коренів (якщо їх декілька) рівняння $3^{x^2-x-2} = 81$

А	Б	В	Г	Д
1	2	-2	3	-3

87. Знайдіть область визначення функції $y = 2^{x^2} - 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1)$	$(-1; 1)$	$(0; \infty)$	$(1; \infty)$	$(-\infty; \infty)$

88. На вершину гори ведуть 4 стежки. Скількома маршрутами турист може піднятися на гору і спуститися з неї?

А	Б	В	Г	Д
4	16	24	8	20

89. Обчисліть $3 \cos \pi - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$3\frac{1}{2}$	$-3\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	0

90. Вкажіть кількість коренів рівняння $|x - 2| = 3 - x$.

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	не має коренів	безліч

91. Вкажіть найменше значення функції $y = 5 + \sqrt{(x - 4)^2}$.

А	Б	В	Г	Д
4	6	5	-1	1

92. Обчисліть $\frac{\log_4 81 \cdot \log_{1,5} 2,25}{\log_4 3}$.

А	Б	В	Г	Д
6	8	9	12	10

93. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} \leq \frac{1}{32}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2]$	$(0; 2)$	$[2; \infty)$	$(-\infty; -2]$	$(0; \infty)$

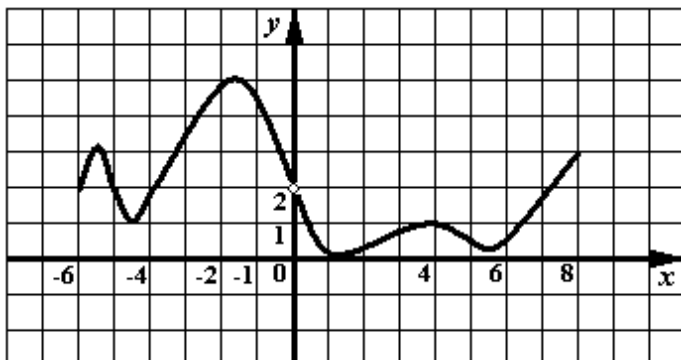
94. З букв, написаних на окремих картках, склали слово МАТЕМАТИКА. Потім ці картки перевернули, перетасували і взяли навмання одну з них. Яка ймовірність того, що на ній виявиться буква М?

А	Б	В	Г	Д
2	$\frac{1}{2}$	10	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$

95. Точка рухається прямолінійно за законом $S(t) = 21 - 2t + t^4$. Знайдіть її швидкість в момент $t = 3$.

А	Б	В	Г	Д
25	29	50	106	96

96. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Вкажіть множину значень цієї функції.

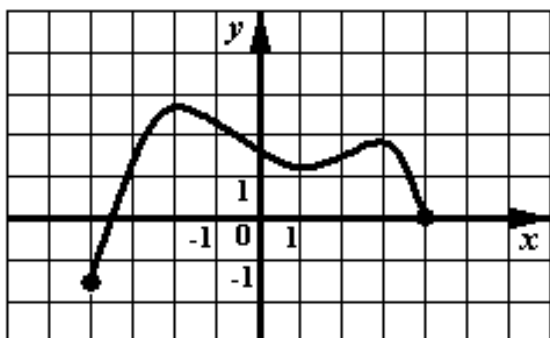


А	Б	В	Г	Д
$[-6; 0]$	$[-6; 8]$	$[0; 2) \cup (2; 5]$	$[0; 5]$	$[-6; 0) \cup (0; 8]$

97. Знайдіть для функції $f(x) = 4x^3$ первісну, графік якої проходить через точку В $(-1; 3)$.

А	Б	В	Г	Д
$x^4 - 2$	$x^4 + 2$	$x^4 + 1$	$x^4 - 1$	$x^4 + 3$

98. Функція $y = f(x)$ задана на проміжку $[-4; 4]$. Вкажіть кількість цілих розв'язків нерівності $f(x) \geq 2$.



А	Б	В	Г	Д
0	1	2	7	3

99. Власник банкоматної картки забув останні дві цифри свого PIN-коду, але пам'ятає, що вони різні. Знайдіть ймовірність того, що з першої спроби він отримає доступ до системи.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{90}$	$\frac{1}{100}$

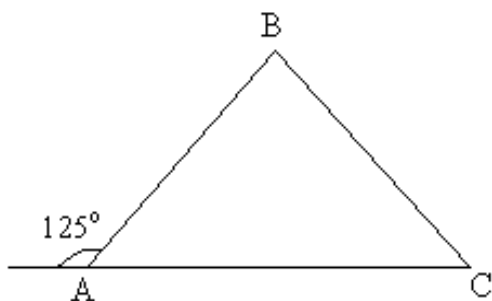
100. Знайдіть суму n перших членів геометричної прогресії 3, 9, 27, 81,

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}(3^n - 1)$	$\frac{3}{2}(3^n - 1)$	$(3^n - 1)$	$\frac{1}{2}(3^n - 1)$	$\frac{1}{3}(3^n - 1)$

101. Розв'яжіть нерівність $\sin x > \frac{1}{2}$.

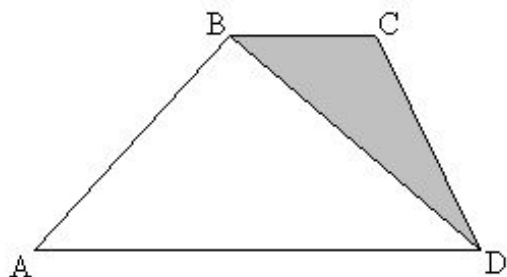
А	Б	В	Г	Д
$(\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n)$ $n \in \mathbf{Z}$	$(\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n)$ $n \in \mathbf{Z}$	$(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n)$ $n \in \mathbf{Z}$	$(\frac{\pi}{3} + \pi n; \frac{5\pi}{3} + \pi n)$ $) n \in \mathbf{Z}$	$(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n)$ $n \in \mathbf{Z}$

102. Градусна міра зовнішнього кута А рівнобедреного трикутника ABC (AB=BC) становить 125° . Знайдіть градусну міру внутрішнього кута В.



А	Б	В	Г	Д
30°	40°	50°	60°	70°

103. У трапеції ABCD основи BC і AD відносяться як 1:3. Знайдіть площу трапеції, якщо площа трикутника BCD дорівнює 2 см^2 .



А	Б	В	Г	Д
4 см^2	6 см^2	8 см^2	10 см^2	12 см^2

104. Знайдіть координати точки, яка симетрична точці А (1;2;3) відносно координатної площини xz .

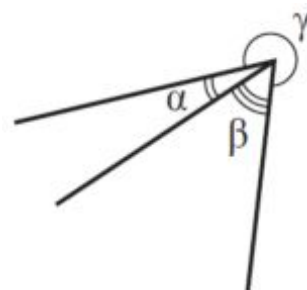
А	Б	В	Г	Д
(-1; 2; 3)	(1; -2 ; 3)	(1; 2; -3)	(-1; -2; 3)	(-1; 2; -3)

105. Циліндр вписано в куб. Відомо, що об'єм куба дорівнює 40 см^3 . Обчисліть об'єм циліндра.

А	Б	В	Г	Д
30 см^3	$10\pi \text{ см}^3$	$\pi^3 \text{ см}^3$	$12\pi \text{ см}^3$	$9\pi \text{ см}^3$

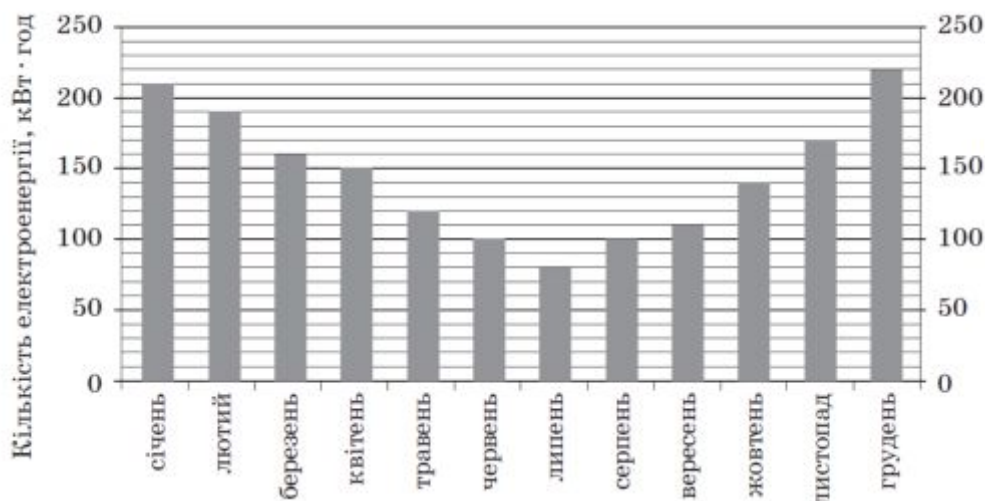
106. Три промені зі спільним початком лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута γ , якщо $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 50^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
330°	290°	250°	160°	110°



107. Діаграма, зображена на рисунку, містить інформацію про кількість електроенергії (у кВт·год), спожитої певною сім'єю в кожному місяці 2015 року. Користуючись діаграмою, установіть, які з наведених тверджень є правильними.

- I. У грудні порівняно з липнем спожито електроенергії більше, ніж у 2 рази.
- II. За всі літні місяці спожито електроенергії на $150 \text{ кВт} \cdot \text{год}$ менше, ніж за всі весняні місяці.
- III. Середньомісячне споживання електроенергії за рік є більшим за $120 \text{ кВт} \cdot \text{год}$.



А	Б	В	Г	Д
лише І	лише І і ІІ	лише І і ІІІ	лише ІІ і ІІІ	І, ІІ і ІІІ

108. Остача від ділення натурального числа k на 5 дорівнює 2. Укажіть остачу від ділення на 5 числа $k + 21$.

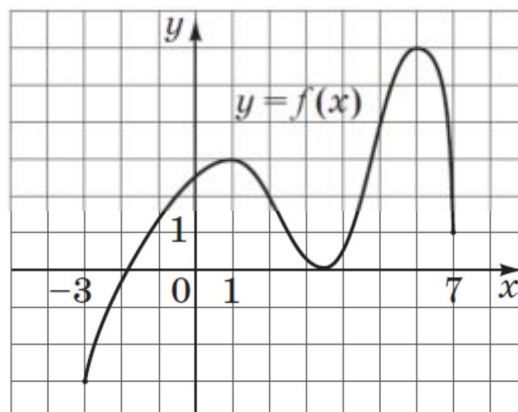
А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

109. У геометричній прогресії (b_n) задано $b_3 = 0,2$; $b_4 = \frac{3}{4}$. Знайдіть знаменник цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{11}{20}$

110. На рисунку зображено графік неперервної функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-3; 7]$. Скільки всього точок екстремуму має ця функція на відрізку $[-3; 7]$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	5	6



111. Які з наведених тверджень є правильними?

- І. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести лише одну площину.
- ІІ. Через точку, що не належить площині, можна провести безліч прямих, паралельних цій площині.
- ІІІ. Якщо дві різні площини паралельні одній і тій самій прямій, то вони паралельні між собою.

А	Б	В	Г	Д
лише І	лише І і ІІ	лише І і ІІІ	лише ІІ і ІІІ	І, ІІ і ІІІ

112. Розв'яжіть рівняння $2x(x + 2) = 5(x + 2)$.

А	Б	В	Г	Д
-2,5; 2	-2	2,5	-2; 0,4	-2; 2,5

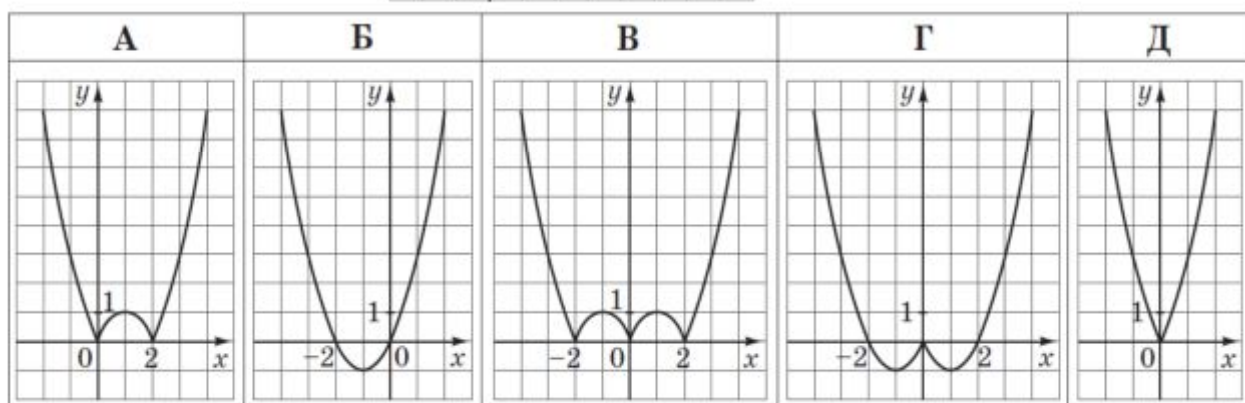
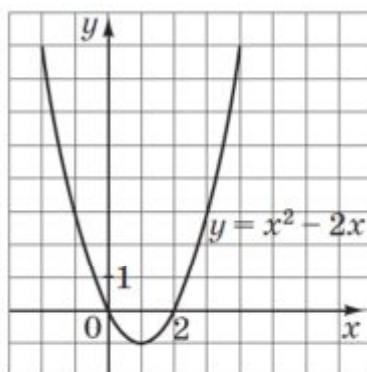
113. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x-5} < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5)$	$(-\infty; -5)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(-5; +\infty)$	$(5; +\infty)$

114. Якщо $x + 2y - 6z = -1$ і $-y + 3z = 5$, то $x =$

А	Б	В	Г	Д
9	11	4	-9	-11

115. На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2x$. Укажіть графік функції $y = |x^2 - 2x|$.



116. $\frac{\lg 25}{\lg 5} =$

А	Б	В	Г	Д
$\lg 5$	5	$\lg 20$	2	0,5

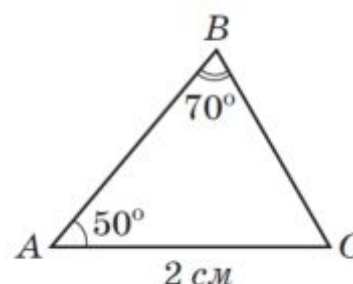
117. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 3 см, а периметр її бічної грані – 22 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми.

А	Б	В	Г	Д
66 см^2	72 см^2	96 см^2	114 см^2	264 см^2

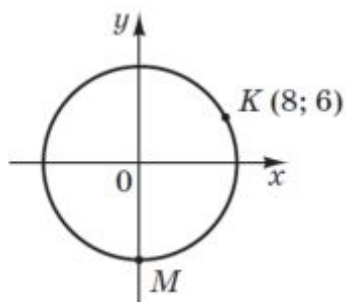
118. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, якщо $\frac{\sqrt{3}a - \sqrt{3}b}{ab} = \sqrt{12}$.

А	Б	В	Г	Д
-2	0,5	2	3	6

119. У трикутнику ABC задано $AC = 2 \text{ см}$, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$ (див. рисунок). Визначте BC (у см) за теоремою синусів.



А	Б	В	Г	Д
$BC = \frac{2\sin 70^\circ}{\sin 50^\circ}$	$BC = \frac{\sin 50^\circ}{2\sin 70^\circ}$	$BC = \frac{2}{\sin 50^\circ \sin 70^\circ}$	$BC = \frac{\sin 70^\circ}{2\sin 50^\circ}$	$BC = \frac{2\sin 50^\circ}{\sin 70^\circ}$

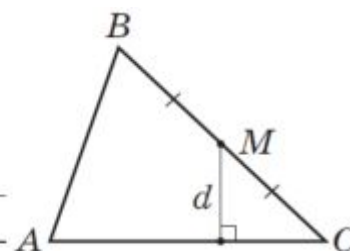


120. На координатній площині xOy зображено коло, центр якого збігається з початком координат (див. рисунок). Точки $K(8; 6)$ і $M(x; y)$ належать цьому колу. Визначте координати точки M .

А	Б	В	Г	Д
$(-10; 0)$	$(10; 0)$	$(0; -14)$	$(0; -10)$	$(0; 10)$

121. У трикутнику ABC точка M – середина сторони BC , $AC = 24 \text{ см}$ (див. рисунок). Знайдіть відстань d від точки M до сторони AC , якщо площа трикутника ABC дорівнює 96 см^2 .

А	Б	В	Г	Д
2 см	3 см	4 см	6 см	8 см



122. Спростіть вираз $\sin^2 \alpha (1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha)$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos(2\alpha)$	$\operatorname{tg}^2 \alpha$	1	$\operatorname{ctg}^2 \alpha$	$-\cos(2\alpha)$

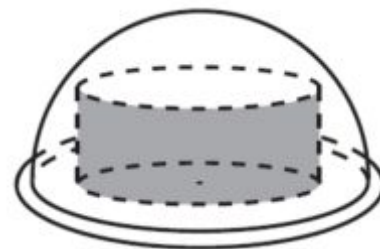
123. Знайдіть похідну функції $y = e^{-2x}$.

А	Б	В	Г	Д
$y' = e^{-2x}$	$y' = -2e^{-2x}$	$y' = -2xe^{-2x-1}$	$y' = 2e^{-2x}$	$y' = -\frac{1}{2}e^{-2x}$

124. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,4} x \geq \log_{0,4} 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2]$	$(0,4; 2]$	$(0; +\infty)$	$[2; +\infty)$	$(0; 2]$

125. Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 см. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери (див. рисунок). Радіус півсфери дорівнює 12 см і є меншим за радіус круга. Укажіть *найбільше* з наведених значень, якому *може* дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки.



А	Б	В	Г	Д
3 см	5 см	6 см	7 см	8 см

126. Визначте m із співвідношення $\frac{m}{2} = \frac{3}{n}$, де $n \neq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$m = 6n$	$m = \frac{6}{n}$	$m = \frac{2n}{3}$	$m = \frac{3}{2n}$	$m = \frac{n}{6}$

127. Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $(2x + 5) \cdot (3 - x)$.

А	Б	В	Г	Д
$15 + x - 2x^2$	$15 + x + 2x^2$	$15 + 6x - 2x^2$	$15 + 11x - 2x^2$	$15 + 11x + 2x^2$

128. Пряма b не має спільних точок з площиною α . Які з наведених тверджень є правильними?

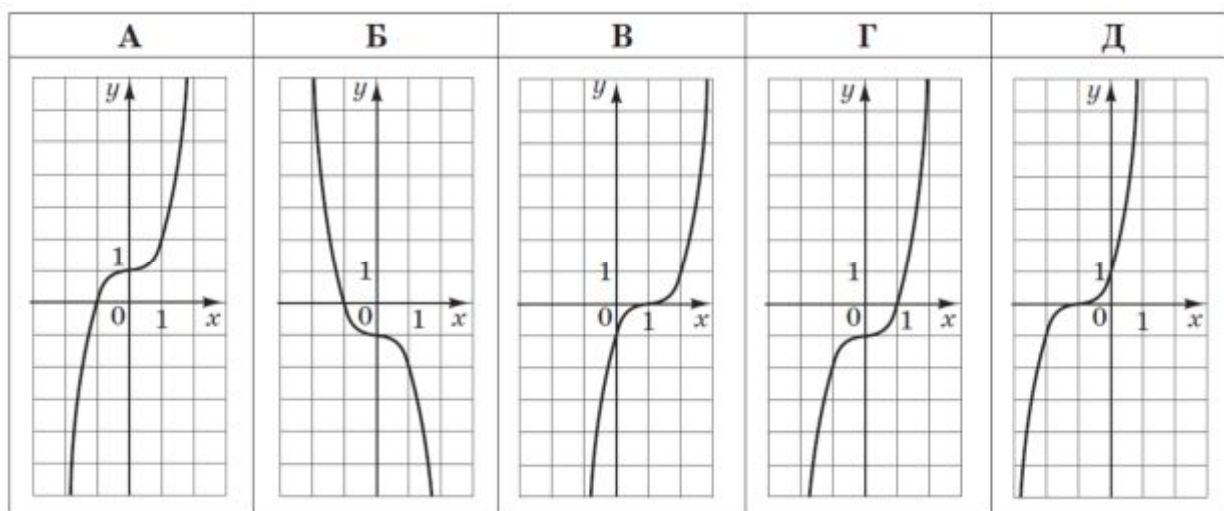
I. Через пряму b можна провести лише одну площину, перпендикулярну до площини α .

II. Через пряму b можна провести лише одну площину, паралельну площині α .

III. У площині α можна провести лише одну пряму, паралельну прямій b .

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише I і II	лише II і III	I, II і III

129. Укажіть ескіз графіка функції $y = x^3 - 1$.

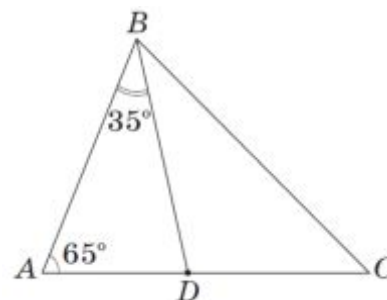


130. Обчисліть $\frac{2^{6 \cdot 5^6}}{10^4}$

А	Б	В	Г	Д
$10^{1,5}$	10^2	10^8	10^9	10^{10}

131. У трикутнику ABC : $\angle A = 65^\circ$, BD – бісектриса кута B (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута BCA , якщо $\angle ABD = 35^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
35°	45°	50°	55°	80°



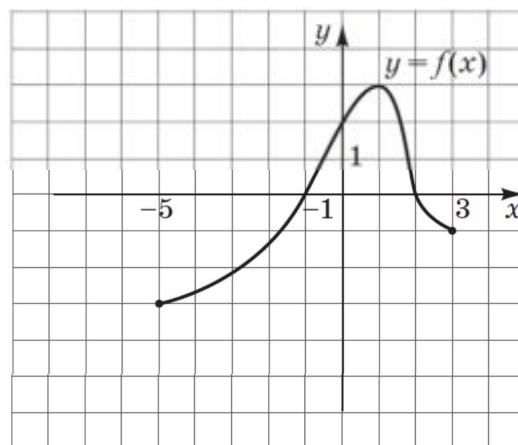
132. В арифметичній прогресії (a_n) задано $a_1 = 4$, $a_2 = -1$. Укажіть формулу для знаходження n -го члена цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
$a_n = -1 + 5n$	$a_n = 7 - 3n$	$a_n = 5 - n$	$a_n = 1 + 3n$	$a_n = 9 - 5n$

133. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-5; 3]$.

Укажіть проміжок, на якому функція $y = f(x)$ зростає.

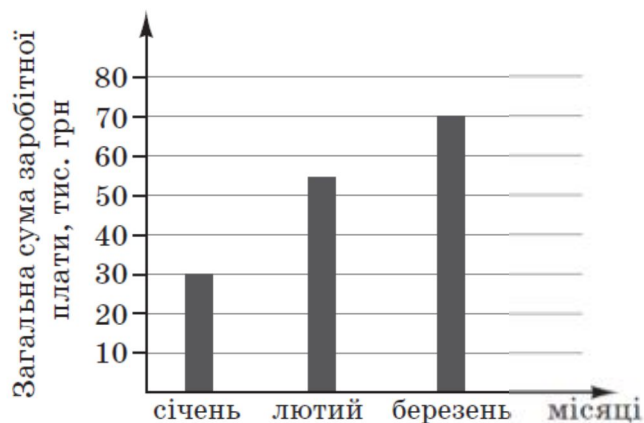
А	Б	В	Г	Д
$[0; 3]$	$[-1; 2]$	$[1; 3]$	$[-3; 3]$	$[-5; 1]$



134. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2x + 5y = 5, \\ x - 2y = 7. \end{cases}$ Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ системи знайдіть суму $x_0 + y_0$.

А	Б	В	Г	Д
-18	3	4	8	12

135. На діаграмі відображено нараховану фірмою загальну суму заробітної плати усім своїм працівникам у січні, лютому та березні 2011 року. У січні на фірмі працювали 15 співробітників, у лютому – 18, а в березні – 25. Як змінилася *середня* нарахована заробітна плата в цій фірмі в березні порівняно з січнем?



А	Б	В	Г	Д
зменшилась більше ніж на 1000 грн	зменшилась менше ніж на 1000 грн	не змінилась	збільшилась менше ніж на 1000 грн	збільшилась більше ніж на 1000 грн

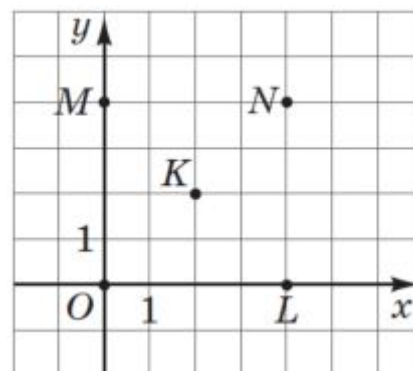
136. Знайдіть площу повної поверхні куба, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{3}$ см.

А	Б	В	Г	Д
8 см^2	16 см^2	20 см^2	24 см^2	$36\sqrt{2} \text{ см}^2$

137. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\sqrt{1-x} = 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-20; -10)$	$(-10; -5)$	$(-5; 5)$	$(5; 10)$	$(10; 20)$

138. У координатній площині xOy зображено п'ять точок: O, L, N, M, K (див. рисунок). Коло з центром в одній із цих точок дотикається до осі ординат у точці M . У якій точці знаходиться центр цього кола?



А у точці L

Б у точці N

В у точці M

Г у точці O

Д у точці K

139. Укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = 4^x$	$y = x$	$y = \sqrt{x}$	$y = \operatorname{tg} x$	$y = x $

140. Менша сторона прямокутника дорівнює 16 м і утворює з його діагоналлю кут 60° . Середини всіх сторін прямокутника послідовно сполучено. Знайдіть площу утвореного чотирикутника.

А	Б	В	Г	Д
$64\sqrt{3} \text{ м}^2$	$128\sqrt{3} \text{ м}^2$	128 м^2	256 м^2	$256\sqrt{3} \text{ м}^2$

141. Розв'яжіть нерівність $2^x \leq 3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \log_2 3]$	$(0; \log_2 3]$	$\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$	$(-\infty; \log_3 2]$	$[\log_2 3; +\infty)$

142. Переріз кулі площиною має площу $81\pi \text{ см}^2$. Знайдіть відстань від центра кулі до площини перерізу, якщо радіус кулі дорівнює 15 см .

А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	9 см	12 см	15 см

143. $\log_5 49 + 2 \log_5 \frac{5}{7} =$

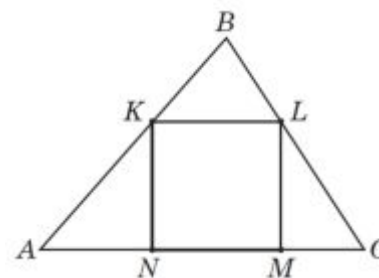
А	Б	В	Г	Д
25	$\log_5 70$	$\log_5 49 \frac{5}{7}$	$\log_5 35$	2

144. Укажіть нерівність, що виконується для $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$1 - \sin^2 \alpha < 0$	$\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha < 0$	$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha < 0$	$1 - \cos^2 \alpha < 0$	$\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha < 0$

145. У трикутник ABC вписано квадрат $KLMN$ (див. рисунок). Висота цього трикутника, проведена до сторони AC , дорівнює 6 см . Знайдіть периметр квадрата, якщо $AC = 10 \text{ см}$.

А	Б	В	Г	Д
$7,5 \text{ см}$	$12,5 \text{ см}$	$17,5 \text{ см}$	15 см	20 см



У завданнях 146-165 до кожного із завдань, позначених цифрою доберіть правильну відповідь, позначену буквою, і поставте позначки на перетині відповідних колонок і рядків.

146. Установіть відповідність між числом (1– 4) та множиною, до якої воно належить (А – Д).

Число		А	Б	В	Г	Д
1.	-8 ;					
2.	23 ;					
3.	$\sqrt{16}$;					
4.	$1,7$					

Множина

- А. множина парних натуральних чисел.
- Б. множина цілих чисел, що не є натуральними числами.
- В. множина раціональних чисел, що не є цілими числами.
- Г. множина ірраціональних чисел.
- Д. множина простих чисел.

147. Установіть відповідність між функціями, заданими формулами (1 – 4), та їхніми властивостями (А – Д).

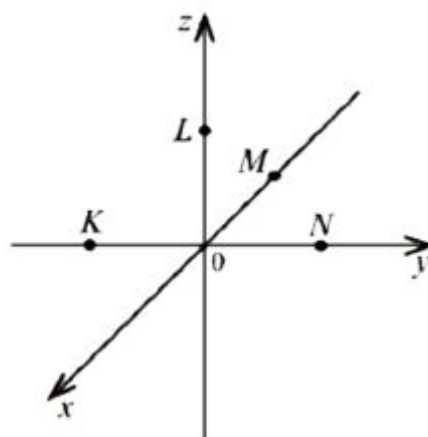
Функція		А	Б	В	Г	Д
1.	$y = x^3$;					
2.	$y = \cos x$;					
3.	$y = \operatorname{tg} x$;					
4.	$y = \lg_{0.2} x$					

Властивість функції

- А. областю визначення функції є проміжок $[0; +\infty)$.
- Б. функція спадає на інтервалі $(0; +\infty)$.
- В. функція зростає на інтервалі $(-\infty; +\infty)$.
- Г. парна функція.
- Д. періодична функція з найменшим додатним періодом $T = \pi$.

148. На рисунку зображено прямокутну систему координат у просторі, на осях якої позначено точки K, L, M, N . Установіть відповідність між точками K, L, M, N (1 – 4) та їхніми можливими координатами (А – Д).

Число		А	Б	В	Г	Д
1.	K					
2.	L					
3.	M					
4.	N					



Координати

- А. $(-3; 0; 0)$.
- Б. $(0; -3; 0)$.
- В. $(0; 0; -3)$.
- Г. $(0; 0; 3)$.
- Д. $(0; 3; 0)$.

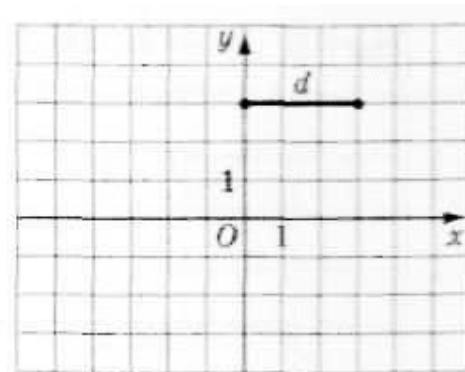
149. Установіть відповідність між перерізами геометричних тіл (1 – 4) та їхніми назвами (А – Д).

Переріз		А	Б	В	Г	Д
1.	діагональний переріз правильної шестикутної призми					
2.	переріз циліндра площиною, що перетинає його твірну і перпендикулярна до неї					
3.	переріз конуса площиною, що проходить через його вершину та хорду основи					
4.	переріз сфери площиною, що проходить через дві різні точки сфери					

Назва перерізу

- А. круг
- Б. коло
- В. шестикутник
- Г. прямокутник
- Д. трикутник

150. На рисунку зображено відрізок d на координатній площині xOy . Установіть відповідність між відрізком (1-4) та рисунком (А-Д), на якому він зображений.



1 відрізок, симетричний відрізку d відносно осі x

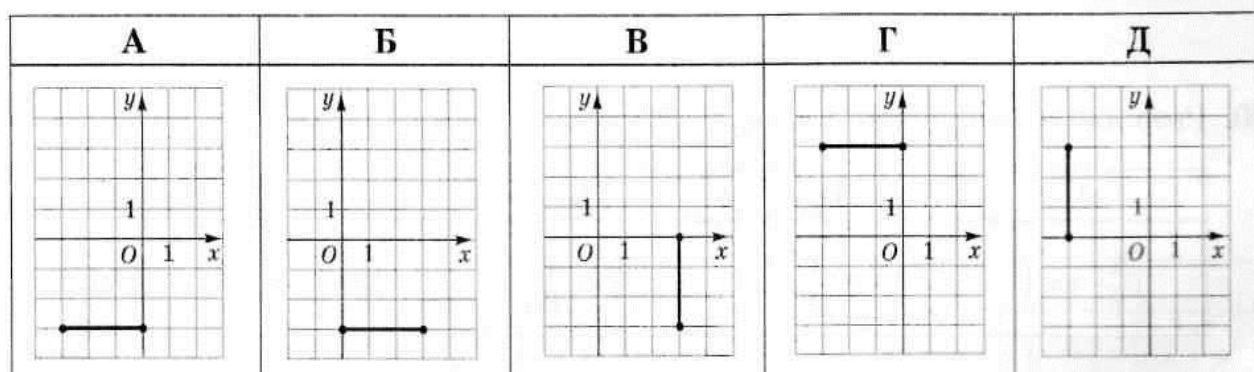
2 відрізок, симетричний відрізку d відносно осі y

3 відрізок, симетричний відрізку d відносно

точки O

4 відрізок, у який переходить відрізок d внаслідок повороту навколо точки O на кут 90° проти руху годинникової стрілки

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					



151. Установіть відповідність між заданим виразом (1—4) та виразом, що йому тотожно дорівнює (А–Д), якщо $a \neq 0$; $a \neq 1$; $a \neq -1$

5. $\frac{a}{a+1} * \frac{a^2-1}{a}$

6. $a^2 + \frac{a^3-1}{1-a}$

7. $\frac{1-a}{a} : \frac{a^2-1}{a}$

А $a-1$

Б $-a-1$

В $-\frac{1}{a+1}$

Г $-\frac{1}{a-1}$

Д $a+1$

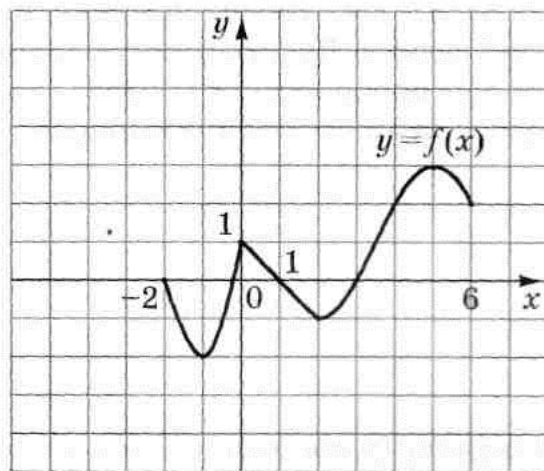
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

8. $\frac{a-2}{a-1} - 1$

152. З усіх натуральних чисел, більших за 9 і менших за 20, навмання вибирають одне число. Установіть відповідність між подією (1-4) та ймовірністю її появи (А-Д).

Подія	Ймовірність появи події	А	Б	В	Г	Д
1 вибране число буде простим						
2 вибране число буде двоцифровим	А 0					
3 вибране число буде дільником числа 5	Б 0,2					
4 сума цифр вибраного числа буде ділитися на 3	В 0,3					
	Г 0,4					
	Д 1					

153. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-2; 6]$. Установіть відповідність між твердженням (1-4) та рівнянням прямої (А-Д), для якої це твердження є правильним



	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Твердження	Рівняння прямої
1 пряма не перетинає графік функції $y = f(x)$	А $y = 3 + x$
2 пряма є дотичною, проведеною до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x = 5$	Б $y = 1$
3 пряма перетинає графік функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x = 3$	В $y = 1 - x$
4 пряма має з графіком функції $y = f(x)$ не менше трьох спільних точок на відрізку $[0; 2]$	Г $y = 3$
	Д $y = 3 - x$

154. До кожного виразу (1–4) доберіть тотожно йому рівний (А–Д), якщо $m > 2$, m – натуральне число.

- | | |
|---------------------------------------|-----------------|
| 1 $(m+1)^2 - m^2 - 1$ | А $2m$ |
| 2 $m \cos^2 \alpha + m \sin^2 \alpha$ | Б 0 |
| 3 $100^{\lg m}$ | В $\frac{1}{m}$ |
| 4 $\log_2 \sqrt[m]{2}$ | Г m |
| | Д m^2 |

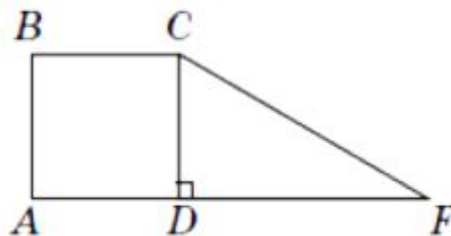
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

155. Установіть відповідність між функцією (1–4) та кількістю спільних точок, (А–Д) графіка цієї функції з графіком функції $y = \frac{x}{5}$

- | Функція | Кількість спільних точок |
|--------------------|--------------------------|
| 9. $y = \sin x$ | А жодної |
| 10. $y = \sqrt{x}$ | Б лише одна |
| 11. $y = 5^x$ | В лише дві |
| 12. $y = x + 5$ | Г лише три |
| | Д більше трьох |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

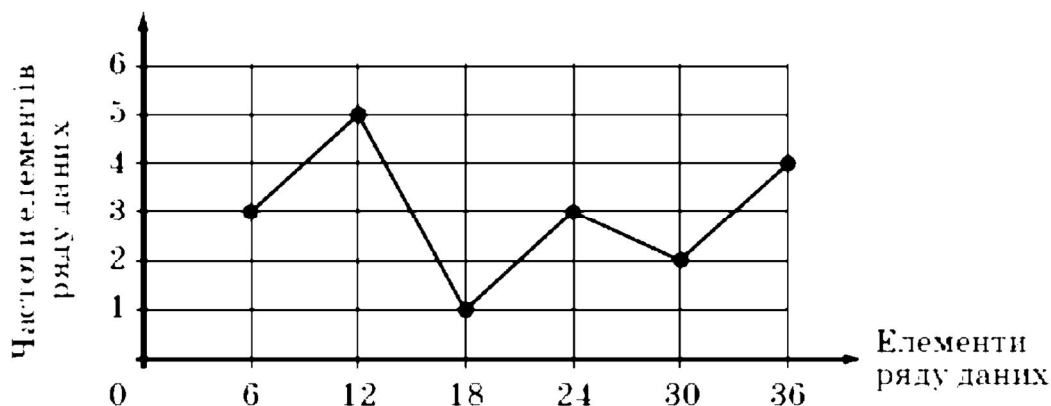
156. На рисунку зображено квадрат $ABCD$ зі стороною 1 см та прямокутний трикутник CDF , гіпотенуза якого CF дорівнює $\sqrt{5}$ см. Фігури лежать в одній площині. Установіть відповідність між початком речення (1–4) та його закінченням (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



- | Початок речення | Закінчення |
|--|---------------------------|
| 1 Довжина катета FD трикутника CDF дорівнює | А $\sqrt{5}$ см |
| 2 Довжина радіуса кола, описаного навколо квадрата $ABCD$, дорівнює | Б $\sqrt{2}$ см |
| 3 Відстань від точки F до прямої BC дорівнює | В 2 см |
| 4 Відстань від точки F до прямої BD дорівнює | Г 1 см |
| | Д $\frac{1}{\sqrt{2}}$ см |

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

157. На рисунку зображено полігон частот певного ряду даних, на якому по осі абсцис відмічені елементи цього ряду, а по осі ординат – їхні частоти. Установіть відповідність між характеристикою (1–4) цього ряду даних та її числовим значенням (А–Д).



Характеристика ряду даних		Числове значення характеристики	А	Б	В	Г	Д
5	1 мода	А 12					
6	медіана	Б 18					
7	кількість елементів	В 21					
8	розмах	Г 30					
		Д 36					

158. З пунктів *A* і *B* одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший – зі швидкістю x км/год, другий – зі швидкістю y км/год ($x > y$). Через t годин ($t > 1$) вони зустрілися в точці *C* і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямків.

До кожного запитання (1–4) доберіть правильну відповідь (А–Д).

Запитання

- 1 На скільки кілометрів зменшилася відстань по шосе між велосипедистами через 1 годину після початку руху?
- 2 Чому дорівнює відстань по шосе між пунктами *A* і *B* (y км)?
3. На скільки кілометрів більше проїхав перший велосипедист, ніж другий, за час від початку руху до моменту зустрічі?
- 4 За скільки годин перший велосипедист подолає відстань по шосе від точки *C* до пункту *B*?

Відповідь

А $(x + y)t$

Б $(x - y)t$

- В $\frac{yt}{x}$
 Г $\frac{(x-y)t}{y}$
 Д $x + y$

159. Установіть відповідність між твердженням (1–4) та функцією (А–Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження

- 1 графік функції не перетинає жодну з осей координат
 2 областю значень функції є проміжок $(0; +\infty)$
 3 функція спадає на всій області визначення
 4 на відрізку $[-1,5; 1,5]$ функція має два нулі

Функція

- А $y = -x + 2$
 Б $y = x^2 - 2$
 В $y = -\frac{1}{x}$
 Г $y = 3^x$
 Д $y = \cos x$

160. У прямокутній системі координат на площині дано вектори \vec{a} (3; 4) і \vec{b} (-2; 2). До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

- 1 Довжина вектора \vec{a}
 2 Сумою векторів \vec{a} і \vec{c} (-3; k) є нульовий вектор, якщо k
 3 Вектори \vec{b} і \vec{d} (-4; m) колінеарні, якщо m
 4 Скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{b}

Закінчення речення

- А дорівнює 7.
 Б дорівнює 2.
 В дорівнює -4.
 Г дорівнює 5.
 Д дорівнює 4.

161. Установіть відповідність між тілом обертання, заданим умовою (1–4), та формулою (А–Д) для обчислення його об'єму V .

1 квадрат зі стороною a обертається навколо прямої, що проходить через сторону цього квадрата (рис. 1)

2 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через катет цього трикутника (рис. 2)

3 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через вершину гострого кута цього трикутника перпендикулярно до одного з його катетів (рис. 3)

4 круг, радіус якого дорівнює $\frac{3}{4}a$, обертається навколо прямої, що проходить через центр цього круга (рис. 4)

А $V = \frac{1}{3} \pi a^3$

Б $V = \frac{9}{16} \pi a^3$

В $V = \frac{2}{3} \pi a^3$

Г $V = \pi a^3$

Д $V = 2\pi a^3$

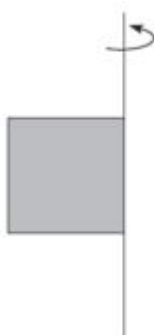


Рис. 1

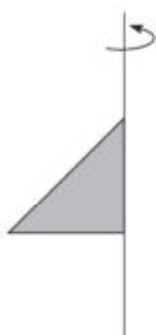


Рис. 2

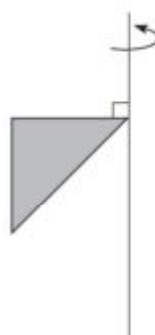


Рис. 3

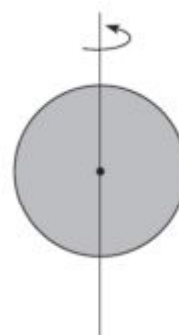
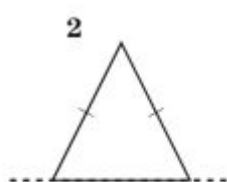
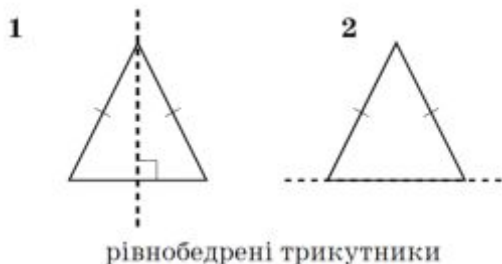


Рис. 4

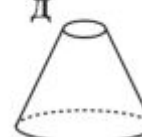
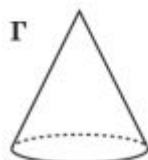
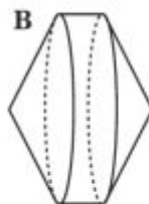
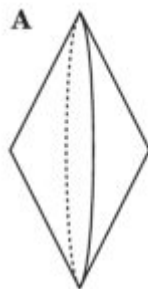
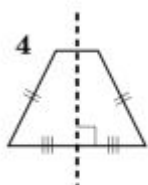
162. Установіть відповідність між фігурою (1–4) і тілом обертання (А–Д), яке утворено внаслідок обертання цієї фігури навколо прямої, зображеної пунктиром.

Фігура

Тіло обертання



рівнобічні трапеції



163. У прямокутній системі координат на площині xOy задано точки $O(0; 0)$ і $A(6; 8)$. З точки A на вісь x опущено перпендикуляр. Точка B – основа цього перпендикуляра. Установіть відповідність між величиною (1–4) та її числовим значенням (А–Д).

Величина

- 1** довжина вектора OA
- 2** відстань від точки A до осі x
- 3** ордината точки B
- 4** довжина радіуса кола, описанного навколо трикутника OAB

Числове значення

- А** 0
- Б** 5
- В** 6
- Г** 8
- Д** 10

164. Дві однакові автоматичні лінії виготовляють 16 т шоколадної глазури за 4 дні. Установіть відповідність між запитанням (1–4) та правильною відповіддю на нього (А–Д). Уважайте, що кожна лінія виготовляє однакову кількість глазури щодня.

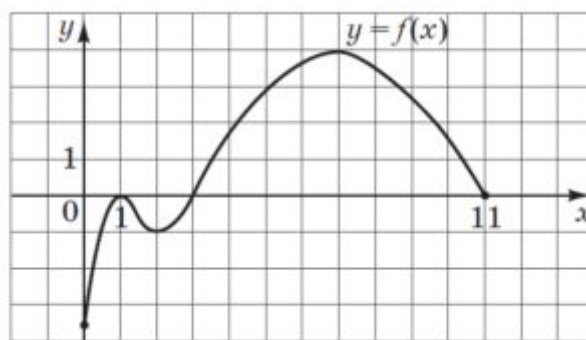
Запитання

- 1** Скільки тонн шоколадної глазури дві лінії виготовляють за 3 дні?
- 2** За скільки днів одна лінія виготовить 16 т шоколадної глазури?
- 3** Скільки тонн шоколадної глазури виготовить одна лінія за 2 дні?
- 4** Скільки таких ліній потрібно для виготовлення 48 т шоколадної глазури за 4 дні?

Відповідь на запитання

- А** 2
- Б** 4
- В** 6
- Г** 8
- Д** 12

165. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[0; 11]$ та диференційовної на проміжку $(0; 11)$. Установіть відповідність між числом (1–4) та проміжком (А–Д), якому належить це число.



Число

1 $f(8)$

2 $f'(7)$

3 найменше значення функції $y = f(x)$ на її області визначення

4 $\int_1^3 f(x) dx$

Проміжок

А $(-\infty; -2]$

Б $(-2; -0,5]$

В $(-0,5; 2]$

Г $(2; 4]$

Д $(4; +\infty)$

Розв'яжіть завдання 166 – 231.

166. Обчисліть $(\sqrt[6]{27} + \sqrt[4]{64})(\sqrt[6]{27} - \sqrt[4]{64})$

167. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \sqrt{10-3x}$ у точці $x_0 = -2$.

168. Обчисліть $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ$.

169. 4 кг огірків і 5 кг помідорів коштували 44 гривні. Після того як огірки подорожчали на 50 %, а помідори подешевшали на 40 %, за 4 кг огірків і 5 кг помідорів заплатили 39 гривень. Знайдіть початкову вартість x одного кілограма огірків і початкову вартість y одного кілограма помідорів. У відповідь запишіть суму $x + y$ (у грн).

170. На перегоні, довжина якого дорівнює 240 км, поїзд рухався зі швидкістю на 10 км/год менше, ніж мала бути за розкладом, і запізнився на 48 хв. З якою швидкістю мав рухатися поїзд за розкладом?

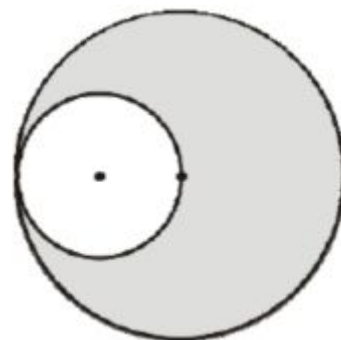
171. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності

$$\frac{(x-3)(x+10)(x^2+8x-9)}{x^2+8x-9} < 0$$

172. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 2^{2y-x} = 32, \\ \log_{\frac{1}{2}}(y-x) = -2. \end{cases}$$

Запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$, якщо пара (x_0, y_0) є розв'язком вказаної системи рівнянь.

173. Два кола дотикаються, причому менше з кіл проходить через центр більшого кола (див. рисунок). Знайдіть площу зафарбованої фігури (у $см^2$), якщо менше з кіл обмежує круг площею $64 см^2$.



174. Основою піраміди є ромб, гострий кут якого дорівнює 30° . Усі бічні грані піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60° . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у $см^2$), якщо радіус кола, вписаного в її основу, дорівнює $3 см$.

175. Довжина маршруту велосипедиста дорівнює $81 км$. Першу частину цього маршруту він проїхав зі сталою швидкістю за 3 години. Другу частину маршруту довжиною $36 км$ велосипедист проїхав зі сталою швидкістю $18 км/год$.

1. Скільки часу (у $км/год$) витратив велосипедист на другу частину маршруту?

2. Якою була середня швидкість велосипедиста (у $км/год$) протягом усього маршруту?

176. Площа ромба дорівнює $10,8 см^2$, а площа круга, вписаного в цей ромб $-2,25 \pi см^2$.

1. Визначте довжину радіуса круга, вписаного в ромб (у $см$).

2. Обчисліть довжину сторони ромба (у $см$).

177. Обчисліть
$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 5 \operatorname{ctg} x \sin x dx$$

178. Розв'яжіть нерівність $(18 + 2x)^2 (x^2 + 8x + 15) \leq 0$. У відповіді запишіть суму всіх цілих її розв'язків.

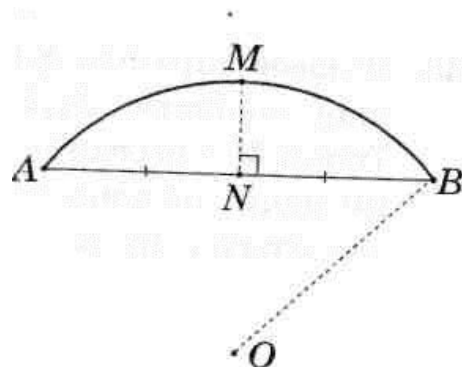
179. Обчисліть значення виразу $(\sqrt[6]{27} - \sqrt[4]{100}) * (\sqrt[6]{27} + \sqrt[4]{100})$

180. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt{y-7x+33} = x \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

Якщо система має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$ то у відповіді запишіть добуток $x_0 \cdot y_0$. Якщо система має два розв'язки $(x_1; y_1)$ та $(x_2; y_2)$, то у відповіді запишіть *найбільший* з добутків $x_1 \cdot y_1$ та $x_2 \cdot y_2$

181. На рисунку схематично зображено опуклий міст, що має форму дуги AMB кола з центром у точці O . MN - серединний перпендикуляр до AB , $MN = 3$ м. Визначте довжину радіуса OB (у м), якщо довжина відрізка AB дорівнює 12 м.



182. Областю визначення періодичної функції $y = f(x)$ із періодом $T = 9$ є множина всіх дійсних чисел. На проміжку $(-5; 4]$ цю функцію задано формулою $f(x) = 19 - x^3$. Обчисліть значення $f(5)$.

183. Основою піраміди $SABCD$ є трапеція $ABCD$ ($BC \parallel AD$). Бічна грань SBC , площа якої дорівнює $24,4$ см^2 , перпендикулярна до площини основи піраміди. Точка M - середина ребра SB . Площина (MAD) перетинає ребро SC в точці N . Визначте довжину відрізка MN (у см), якщо об'єм піраміди дорівнює 152 см^3 , а площа її основи - 57 см^2 .

184. Знайдіть *найменше* значення параметра a , при якому рівняння

$$2^{\sin^2\left(2\pi x + \frac{5\pi}{4}\right)} = \frac{4}{(x-a)^2 - 6(x-a) + 13} \text{ має додатний корінь.}$$

185. Початкова вартість сукні становила 144 *грн*. Унаслідок уцінення вартість цієї сукні було зменшено на 80%.

1. Обчисліть вартість сукні після уцінення (у *грн*.).

2. Скільки відсотків становить початкова вартість сукні від її вартості після уцінення?

186. На стороні AD паралелограма $ABCD$ як на діаметрі побудовано півколо так, що воно дотикається до сторони BC в точці M . Довжина дуги MD дорівнює $8,5\pi$ см.

1. Обчисліть (у см) довжину радіуса цього півкола

2. Обчисліть площу паралелограма $ABCD$ (у см^2).

187. Відомо, що $\frac{y-x}{2x} = \frac{7}{4}$, де $0 < x < y$. У скільки разів число y більше за число x ?

188. Вартість P (у грн.) поїдки на таксі обчислюють за формулою:

$$P = \begin{cases} P_{\min} + 2,4 * (S - 6) + 0,5t, & \text{якщо } S > 6 \\ P_{\min}, & \text{якщо } S \leq 6 \end{cases}$$

де, S – відстань (у км), яку проїхало таксі під час поїздки, P_{\min} – мінімальна вартість поїдки (у грн.), t – час (у хв), протягом якого швидкість таксі не перевищувала 5 км/год. Користуючись формулою обчисліть вартість поїдки (у грн.) на таксі, якщо $S = 12,5$ км, $P_{\min} = 28$ грн, $t = 12$ хв.

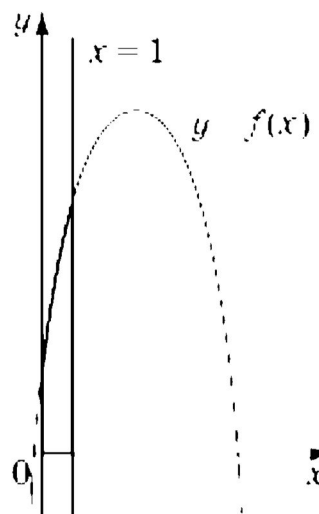
189. Розв'яжіть рівняння $\log_{0,4}(5x^2 - 9) = \log_{0,4}(-4x)$. Якщо рівняння має єдиний корінь, запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має кілька коренів, запишіть у відповідь їхню суму.

190. Розв'яжіть нерівність $\frac{10^x - 16 * 5^x}{x + 2} \geq 0$. У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків нерівності на проміжку $[-3; 6]$.

191. Діагональ рівнобічної трапеції є бісектрисою її гострого кута і ділить середню лінію трапеції на відрізки довжиною 15 см і 33 см. Обчисліть (у см²) площу трапеції.

192. На рисунку зображено ескіз графіка квадратичної функції $f(x) = ax^2 + \frac{2b}{3}x + 5$.

Площа криволінійної трапеції, обмеженої лініями $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$, дорівнює 19 кв. од. Обчисліть суму $a + b$.



193. Через точки A і B , що лежать на колах верхньої та нижньої основ циліндра і не належать одній твірній, проведено площину паралельно осі циліндра. Відстань від центра нижньої основи до цієї площини дорівнює $\sqrt{10}$ см, а площа утвореного перерізу $-54\sqrt{10}$ см², Визначте довжину відрізка AB (у см), якщо площа бічної поверхні циліндра дорівнює 180π см².

194. Знайдіть усі від'ємні значення параметра a , при яких система рівнянь

$$\begin{cases} 2\sqrt{y^2 - 4y + 4} + 3|x| = 17 - y \\ 25x^2 - 20ax = y^2 - 4a^2 \end{cases}$$
 має єдиний розв'язок. Якщо таке значення одне, то

запишіть його у відповіді. Якщо таких значень кілька, то у відповіді запишіть їхню суму.

195. Обчисліть $(\sqrt[6]{27} + \sqrt[4]{64})(\sqrt[6]{27} - \sqrt[4]{64})$

196. Знайдіть суму перших дванадцяти непарних натуральних чисел.

197. Укажіть найменше ціле число, яке є розв'язком нерівності $\frac{(x-3)(x+10)(x^2+8x-9)}{x^2+8x-9} < 0$

198. На перегоні, довжина якого дорівнює 240 км, поїзд рухався зі швидкістю на 10 км/год менше, ніж мала бути за розкладом, і запізнився на 48 хв. З якою швидкістю мав рухатися поїзд за розкладом?

199. Обчисліть $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ$.

200. Розв'яжіть рівняння $(x^2 - 9)\sqrt{-15 + 8x - x^2} = 0$. У відповідь запишіть суму коренів.

201. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 2^{2y-x} = 32, \\ \log_{\frac{1}{2}}(y-x) = -2. \end{cases}$$

Запишіть у відповідь добуток $x_0 \cdot y_0$, якщо пара (x_0, y_0) є розв'язком вказаної системи рівнянь.

202. Середній вік одинадцяти футболістів команди становить 22 роки. Під час гри одного з футболістів було вилучено з поля, після чого середній вік гравців, що залишилися, став 21 рік. Скільки років футболісту, який залишив поле?

203. Обчисліть $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 81$

204. Знайдіть найбільше ціле значення параметра a , при якому система рівнянь
$$\begin{cases} y - x = a, \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$
 має два розв'язки.

205. Знайдіть найбільше значення функції $y = x^3 - 3x^2 + 2$ на проміжку $[-1; 1]$.

206. Знайдіть найменше ціле значення параметра a , при якому рівняння $\log_8(x+2) = \log_8(2x-a)$ має корені.

207. Сторона рівностороннього трикутника ABC дорівнює 5 см. Знайдіть скалярний добуток $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

208. Для опалювальної системи будинку необхідні радіатори із розрахунку: три одиниці на 50м^3 . Яку кількість одиниць радіаторів треба замовити, якщо новий будинок має форму прямокутного паралелепіпеда розміру $15\text{м} \times 18\text{м} \times 25\text{м}$?

209. Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює $2\sqrt{3}$ см і нахилена під кутом 60° до площини основи. Знайдіть об'єм піраміди.

210. Обчисліть $\left[\left(4\frac{17}{27} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{9} \right]^4$.

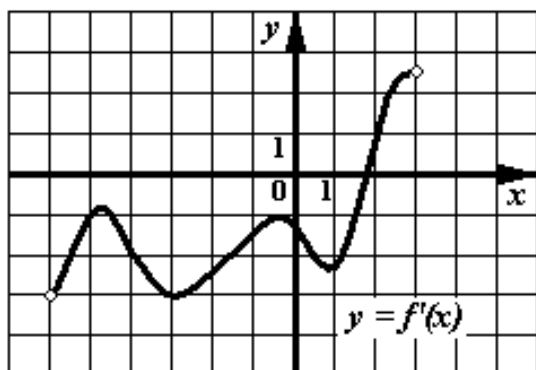
211. Знайдіть корінь (або суму коренів, якщо їх декілька) рівняння $13 \cdot 3^{2-2x} + 3^{5-2x} = 1080$.

212. Знайдіть $|x + y|$, якщо

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 37 \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

213. Знайдіть розв'язок (або суму цілого числа розв'язків) нерівності $\ln(x - 2) \geq x - 3$.

214. Функція $y = f(x)$ задана на проміжку $(-6; 3)$. *На малюнку зображено графік її похідної.* Знайдіть кількість проміжків спадання цієї функції.



215. Два тіла, які знаходяться на відстані 160 м одне від одного, рухаються назустріч і зустрінуться через 5 секунд. Якщо вони рухатимуться в один бік з тими ж швидкостями, то зустрінуться через 8 секунд. Обчислити добуток швидкостей двох тіл. (Швидкості визначати у м/с).

216. У квадраті сторона АВ дорівнює 1,5 см. Знайдіть скалярний добуток $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

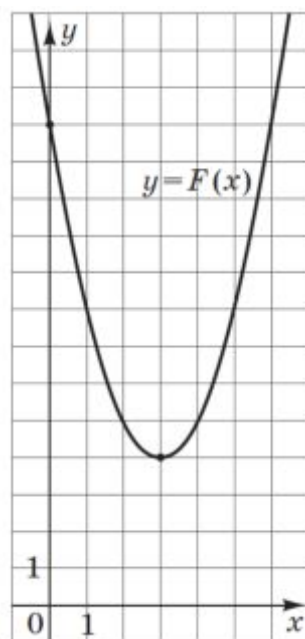
217. У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 200 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку?

218. Розв'яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5$.

219. Знайдіть значення виразу $|y - 2x|$, якщо $4x^2 - 4xy + y^2 = \frac{9}{4}$.

- 220.** Знайдіть *найбільше* значення функції $y = \frac{(1-2\cos x)^4}{2}$.
- 221.** У прямокутний трикутник ABC вписано коло, яке дотикається катетів AC та BC у точках K і M відповідно. Знайдіть радіус кола, *описаного* навколо трикутника ABC (у $см$), якщо $AK = 4,5$ $см$, $MB = 6$ $см$.
- 222.** Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \frac{22}{3} - (x + 1)^2$ і прямими $y = \frac{x}{3}$, $x = -1$ та $x = 1$.
- 223.** У фестивалі беруть участь 25 гуртів, серед яких є по одному гурту з України і Чехії. Порядок виступу гуртів визначається жеребкуванням, за яким кожен із гуртів має однакові шанси отримати будь-який порядковий номер від 1 до 25. Знайдіть імовірність того, що на цьому фестивалі гурт з України виступатиме першим, а порядковий номер виступу гурту з Чехії буде парним.
- 224.** Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює 120° . Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30° . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у $см^2$), якщо її висота дорівнює 4 $см$.
- 225.** При якому *найбільшому* від'ємному значенні параметра a рівняння $\sqrt[4]{|x| - 1} - 2x = a$ має один корінь?
- 226.** Додатне число A більше додатного числа B у 3,8 раза. На скільки відсотків число A більше за число B ?
- 227.** Обчисліть значення виразу $\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$, якщо $a = 10,2$; $b = -0,2$.
- 228.** Розв'яжіть нерівність $\frac{3}{x-2} + \frac{4}{x} \geq 1$.
У відповіді запишіть суму всіх цілих її розв'язків.
- 229.** Знайдіть найменший додатний період функції $f(x) = 9 - 6\cos(20\pi x + 7)$.
- 230.** В автобусному парку налічується n автобусів, шосту частину яких було обладнано інформаційними табло. Пізніше інформаційні табло встановили ще на 4 автобуси з наявних у парку. Після проведеного переобладнання навання вибирають один з n автобусів парку. Ймовірність того, що це буде автобус з інформаційним табло, становить 0,25. Визначте n . Уважайте, що кожен автобус обладнується лише одним табло.

231. На рисунку зображено графік функції $F(x) = x^2 + bx + c$, яка є первісною для функції $f(x)$. Визначте параметри b і c , знайдіть функцію $f(x)$. У відповіді запишіть значення $f(-8)$.



Розв'яжіть завдання 232 – 248 та надайте математичне обґрунтування.

232. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ (S – вершина) бічне ребро вдвічі більше сторони основи. Знайдіть кут між медіаною трикутника SDC , проведеною з вершини D , та середньою лінією трикутника ASC , що паралельна основі піраміди.

233. Побудуйте графік функції $y = \frac{\sqrt{-x} + |4 - \sqrt{-x}|}{2}$.

234. Розв'яжіть нерівність $(x^2 - 2\sqrt{a} \cdot x + 1)(2^x + \lg a) < 0$.

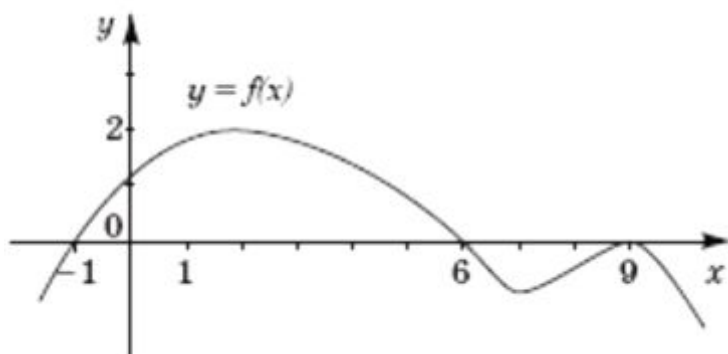
235. Через гіпотенузу AB прямокутного трикутника ACB проведено площину γ , яка утворює з катетами AC і BC кути α і β відповідно. Знайдіть кут між площиною γ і площиною трикутника ACB .

236. Побудуйте графік функції $y = \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$.

237. Знайдіть всі значення параметра a , при яких рівняння $2x^3 + 3x^2 - 12x - a = 0$ має три корені.

238. У чотирикутну піраміду, в основі якої лежить рівнобічна трапеція з бічною стороною 13 см і основами 18 і 8 см , вписано конус. Знайдіть площу бічної поверхні конуса $S_{\text{бічне}}$ (у см^2), якщо всі бічні грані піраміди нахилені до площини під кутом 60° . У відповіді запишіть значення $\frac{S_{\text{бічне}}}{\pi}$.

239. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, що визначена на проміжку $(-\infty; +\infty)$ і має лише три нулі.



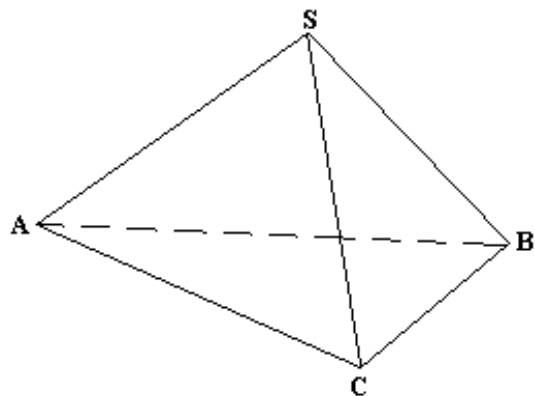
Розв'яжіть систему

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ x^2 + x - 6 > 0 \end{cases}$$

У відповіді запишіть суму всіх цілих розв'язків системи.

240. Знайдіть найменше значення a , при якому має розв'язки рівняння $\frac{1}{2}(\sin x + \sqrt{3} \cos x) - 6 - 5a - 2a^2$.

241. У правильній трикутній піраміді $SABC$ кут між бічним ребром і площиною основи дорівнює β , сторона основи дорівнює a , SH — висота піраміди.



1. Побудуйте на наведеному рисунку переріз піраміди площиною, що проходить через точку H паралельно ребрам SA і BC .

2. З'ясуйте, якою фігурою є переріз піраміди (відповідь обґрунтуйте).

3. Знайдіть площу перерізу піраміди.

242. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{|x|} - 2$.

243. Задано рівняння $\sin x + \cos x = \frac{a}{\sin x}$.

1. Розв'яжіть рівняння при $a = 0$.

2. Розв'яжіть рівняння при всіх значеннях параметра a .

244. Основою прямого паралелепіпеда є квадрат $ABCD$ зі стороною 3 см. Бічне ребро AA_1 дорівнює 4 см. Знайдіть площу перерізу паралелепіпеда площиною, що проходить через вершину A перпендикулярно до прямої BA_1 (у см^2).

245. Розв'яжіть рівняння $2(\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 2) + a^2 = 3a(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)$, якщо $x \neq \frac{\pi n}{2}$, де $n \in \mathbb{Z}$.

246. Розв'яжіть рівняння $|2x - 1|$ – Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь. Якщо рівняння має більше одного кореня, то у відповідь запишіть *добуток* усіх коренів.

247. Основою піраміди є ромб, гострий кут якого дорівнює 30° . Усі бічні грані піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60° . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у см^2), якщо радіус кола, вписаного в її основу, дорівнює 3 см.

248. Розв'яжіть систему
$$\begin{cases} 5 \cos \frac{\pi y}{2} = x^2 - 8x + 21, \\ y + 5x - 4 = 0. \end{cases}$$

Якщо система має єдиний розв'язок $(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть *суму* $x_0 + y_0$; якщо система має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть *кількість* усіх розв'язків.

ДОДАТОК

Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	---	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	---	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	---

Список літературних джерел

1. Бевз Г. П. Алгебра. 9 клас : підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Зодіак-ЕКО, 2009. – 288 с.
2. Геометрія. 10 – 11 класи : підручник / О. М. Афанасьєва, Я. С. Бродський, О. Л. Павлов, А. К. Сліпенко. – Тернопіль : Навчальна книга «Богдан», 2005. – 288 с.
3. Геометрія. 10 клас. Профільний рівень : підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова, В. М. Владіміров. – К. : Генеза, 2010. – 232 с.
4. Бевз Г. П. Геометрія. 8 клас : підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. – К. : Вежа, 2008. – 256 с.
5. Бевз Г. П. Математика. 10 клас: рівень стандарту : підручник / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – 2-ге вид. – К. : Генеза, 2011. – 272 с.
6. Єршова А. П. Геометрія. 7 клас : підручник / А. П. Єршова, В. В. Голобородько, О. Ф. Крижановський. – Х. : Ранок, 2015. – 224 с.
7. Істер О. С. Математика: повний курс підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання : навч. посіб. / О. С. Істер. – К. : Літера ЛТД, 2008. – 576 с.
8. Істер О. С. Математика. 6 клас : підручник / О. С. Істер. – К. : Генеза, 2014. – 296 с.
9. Кравчук В. Р. Алгебра. 7 клас : підручник / В. Р. Кравчук, М. В. Підручна, Г. М. Янченко. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2014. – 224 с.
10. Кравчук В. Р. Алгебра. 8 клас : підручник / В. Р. Кравчук, М. В. Підручна, Г. М. Янченко. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2008. – 226 с.
11. Математика. Зовнішнє оцінювання : навч. посіб. із підгот. до зовніш. оцінювання учнів загальноосвіт. закл. / [Л. П. Дворецька, Ю. О. Захарійченко, А. Г. Мерзляк та ін.]. – К. : УЦОЯО, 2007. – 64 с.
12. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : дворівневий підручник для 10 класу загальноосвіт. навч. закл. / Є. П. Нелін. – Х. : Світ дитинства, 2004. – 432 с.
13. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : дворівневий підручник для 11 класу загальноосвіт. навч. закл. / Є. П. Нелін. – Х. : Світ дитинства, 2005. – 392 с.
14. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу : підручник для 10 класу загальноосвіт. навч. закл. / М. І. Шкіль, З. І. Слєпкань, О. С. Дубинчук. – К. : Зодіак-ЕКО, 2002. – 272 с.
15. Шкіль М. І. Алгебра і початки аналізу : підручник для 11 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх закладах освіти / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, Т. М. Хмара. – К. : Освіта, 2004. – 318 с.

Навчальне видання

Математика

Методичні вказівки

Укладачі:

Марценюк

Ігор Михайлович

Сивачок

Ольга Олександрівна

Формат 60×84 1/16 Ум. друк. арк. 5,5

Тираж 50 прим. Зам. № ____

Надруковано у видавничому відділі

Миколаївського національного аграрного університету

54020, м. Миколаїв, вул. Паризької комуни, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.

