

**УДК 624.072.014**

**Хилько И.И.**

**РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ БИСТАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ ИЗГИБАЕМЫХ  
СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ ВОЗОБНОВЛЕНИЯ  
ОГРАНИЧЕННЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ**

*Николаевский национальный аграрный университет*

*Николаев, Парижской Коммуны 9, 54020*

**Khilko I.I.**

**STRENGTH CALCULATION OF BISTEEL RODS OF FLEXIBLE FRAME  
CONSTRUCTIONS BY RENEWAL METHOD OF RESTRICTED PLASTIC  
DEFORMATIONS**

*Mykolayiv National Agrarian University,*

*Mykolayiv, Paryzhska komuna Str 9, 54020*

*Аннотация. В работе рассматривается методика расчета прочности бистальных стержней изгибаемых стержневых конструкций методом возобновления ограниченных пластических деформаций с корректировкой матриц жесткости.*

*Ключевые слова: бистальные стержни, область ограниченных пластических деформаций, прочность стержня, прогиб стержня, изгибающий момент.*

*Abstract. In the article the influence of deformed chart on strength of bisteel rods is considered. The algorithm of strength calculation of bisteel rods of flexible frame constructions by renewal method of restricted plastic deformations is proposed.*

*Key words: deformed chart, strength of bisteel rods, restricted plastic deformations area, rod deformation, flexural moment, limit state.*

**Введение.** Расчет прочности бистальных стержней, которые входят в состав стержневых конструкций выполняется по деформационному критерию с ограничением величины пластических деформаций  $\varepsilon_{ip,lim}$  с учетом и без учета деформированной схемы [1]. Ограничение величины пластических деформаций  $\varepsilon_{ip,lim}$  для решения поставленной задачи позволяет применить метод возобновления их предельного значения в наиболее нагруженном сечении на каждом шаге последовательных приближений, который обеспечивает быструю сходимость процесса [2, 3].

В качестве исходных данных задаются: диаграммы работы материала, геометрические размеры стержня, величины продольных сил  $N$ , концевые моменты  $M^1$  и  $M^2$ , величина предельных пластических деформаций  $\varepsilon_{ip,lim} = 0,002 - 0,004$ , а также вид поперечной нагрузки с соотношениями между ее компонентами и количество разбиений  $m = 2n$ , на которые для численного решения задачи на компьютере делится стержень.

Решение поставленной задачи сводится к определению величин поперечных нагрузок, вызывающих в наиболее нагруженном сечении развитие ограниченных пластических деформаций  $\varepsilon_{ip,lim}$ , с учетом и без учета геометрической нелинейности бистальных стержней и сравнению их между собой. Для учета деформированной схемы к изгибающим моментам от поперечной нагрузки добавляются моменты от продольных сил, возникающие за счет искривления оси стержня внешней нагрузкой. При построении напряженно-деформированного состояния сечений стержня принимается гипотеза плоских сечений и идеализированная диаграмма работы материала Прандтля [3].

В соответствии с предлагаемым алгоритмом расчета на первом шаге итераций изгибающие моменты от продольных сил принимаются равными нулю и поперечная нагрузка определяется по моменту  $M_{p,max}$ , найденному как разность между предельным изгибающим моментом в  $M_{lim}$  в сечении, где пластические деформации развиваются до величины  $\varepsilon_{ip,lim}$ , и изгибающим

моментом  $M^H$  от концевых моментов в том же сечении. По полученной поперечной нагрузке строится эпюра изгибающих моментов  $M_p$ , которая складываясь с эпюрой от концевых моментов  $M_k^H$  дает эпюру изгибающих моментов первой итерации  $M_{d,k}^{(1)}$  с предельной деформацией  $\varepsilon_{ip,lim}$  в наиболее напряженном сечении.

С использованием полученной эпюры определяются прогибы в каждом сечении балки в виде

$$y_k = \int_0^l \frac{M_{d,k} \bar{M}_k}{E\alpha_M I} dl, \quad (1)$$

где  $\alpha_M$  – коэффициент, учитывающий ослабление сечений на упруго-пластических участках работы стержня, определяемый как отношение кривизн оси стержня при учете развития пластических деформаций к кривизнам в предположении его неограниченно упругой работы. Зоны упруго-пластической работы стержня определяются уровнем момента  $M_{eN}$  – наибольшего в пределах упругости.

Применяя для численного интегрирования (1) формулу Симпсона получаем

$$y_k^{(j)} = \frac{\Delta l}{3EI} \left[ \frac{M_{d,0}^{(j-1)} \bar{M}_{k,o}}{\alpha_M^j} + \frac{M_{d,m}^{(j-1)} \bar{M}_{k,m}}{\alpha_M^{(j)}} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \frac{M_{d,2i}^{(j-1)} \bar{M}_{k,2i}}{\alpha_{M,2i}^j} + 4 \sum_{i=1}^n \frac{M_{d,2i-1}^{(j-1)} \bar{M}_{k,2i-1}}{\alpha_{M,2i}^i} \right],$$

где  $j$  – номер итерации,  $\bar{M}_{k,i}$  – изгибающие моменты в точках деления стержня от единичной силы, приложенной в месте определения прогиба,  $M_{d,i}^{(j-1)}$  – изгибающие моменты предыдущей итерации. По полученным прогибам вычисляются изгибающие моменты от продольной силы  $M_{N,k}^{(j)} = Ny^{(j)}$ .

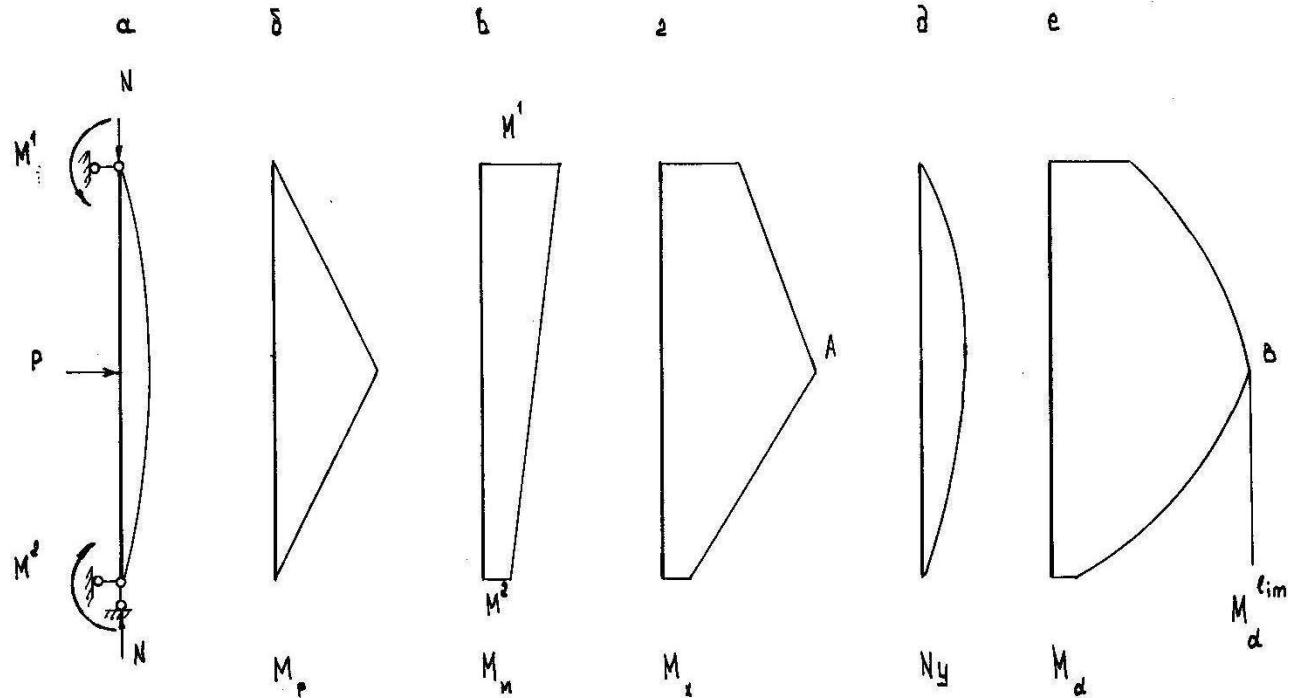
Эпюра моментов  $j$ -й итерации определяется

$$M_{d,k}^{(j)} = M_{p,k}^{(j)} + M_k^H + M_{N,k}^{(j-1)}. \quad (2)$$

Из (2) в наиболее нагруженном сечении возобновлений величины предельных пластических деформаций находится внешняя нагрузка  $P$  из соотношения

$$\mathbf{M}_{p,k}^{(j)} = \mathbf{M}_{lim} + \mathbf{M}^H + \mathbf{M}_N^{(j-1)}.$$

Процесс последовательных приближений повторяется до требуемой точности. Обычно точность в 0,1% достигается на 3-4 итерации.



**Рис. 1. Упругодеформированное состояние бистальной стержня**

На рис. 1,а изображен шарнирно опертый стержень, загруженный поперечной силой Р посередине длины, продольными силами N и концевыми моментами  $M^1$  и  $M^2$ . Здесь же показана изогнутая ось стержня. Эпюра моментов  $M_p$  от силы Р приведена на рис. 1,б. Следом за эпюрой  $M_p$  показана эпюра  $M_k^H$  от концевых моментов. Эпюра изгибающих моментов, учитывающая совместное действие Р,  $M^1$  и  $M^2$  без учета деформированной схемы, изображена на рис. 1,г. Здесь  $M_{max}$  – наибольший момент. Влияние деформированной схемы учитывается эпюрой  $N_y$  (рис. 1,д). В результирующей эпюре (рис. 1,г) от всех действующих нагрузок с учетом геометрической нелинейности стержня наибольший изгибающий момент  $M_d^{lim}$  вызывает в сечении предельную деформацию  $\epsilon_{ip,lim}$ . Влияние деформированной схемы на прочность бистальных стержней зависит от типа сечения, гибкости стержня, продольных сил и концевых моментов, а также схемы поперечной нагрузки [4].

Как показали исследования при сжимающих продольных силах и в случае, если концевые моменты изгибают стержень в том же направлении, что и поперечная нагрузка, учет деформированной схемы приводит к уменьшению расчетных изгибающих моментов от поперечной нагрузки  $P$ . При растягивающих продольных силах расчетные моменты возрастают. В случае, когда поперечная нагрузка и концевые моменты вызывают изгиб стержня в разных направлениях влияние деформированной схемы зависит от величин  $P$ ,  $M^1$  и  $M^2$ .

Для учета деформированной схемы в практических расчетах могут быть

использованы таблицы корректировочных коэффициентов  $\nu = \frac{M_d^{\text{lim}}}{M_{\max}}$ .

Коэффициенты  $\nu$  получены по предлагаемому алгоритму при различных значениях обобщенного параметра  $\nu$ . Расчет прочности стальных стержней при этом следует выполнять по формуле  $\frac{N}{A} + \frac{\nu M}{C_N I} \leq R_y \gamma_c$  [3].

При определенных значениях параметра  $\nu$  определяющим является расчет по устойчивости, поэтому при нахождении коэффициента  $\nu$  по энергетическому методу определялась область устойчивого равновесия стержня. Предложенный алгоритм расчета позволяет получить матрицу жесткости и вектор грузовых членов стержня с учетом физической и геометрической нелинейности, которую можно использовать при расчете статически неопределеных стержневых систем методом перемещения. Реактивные изгибающие моменты  $M_A, M_B$  и реакции  $R_A, R_B$  по концам стержня А и В определяются методом сил с использованием формулы Симпсона. При этом физическая нелинейность стержня учитывается изменением жесткостей сечений на упруго-пластических участках коэффициентом  $\alpha_M$ . Учет геометрической нелинейности осуществляется дополнительной эпюорой моментов от продольных сил, возникающей за счет

появляющихся прогибов оси стержня при перемещениях  $\varphi=1, \Delta=1$  и под действием внешней нагрузки.

Изложенный метод позволяет получить матрицы корректировочных коэффициентов к обычным матрицам жесткости в пределах упругости при недеформированной схеме и использовать указанные матрицы при ручном счете стальник и бистальных стержневых систем.

**Заключение.** Проведенные исследования показали, что: учет деформированной схемы существенно влияет на величину предельной поперечной нагрузки по сравнению с расчетами по недеформированной схеме и может быть учтен в практических расчетах корректировочным коэффициентом  $v$ . Наличие концевых моментов расширяет область устойчивого равновесия при ограниченных пластических деформациях.

### **Литература:**

1. Рекомендации по расчету стальных конструкций по критериям ограниченных пластических деформаций. – М.: ЦНИИПроектстальконструкция им. Мельникова, 1985. - С. 3-4.
2. Чернов Н.Л., Шебанин В.С. Расчет прочности статически неопределеных систем при ограниченных пластических деформациях. // Известия вузов. Сер. Машиностроение. – 1986. – № 4. – С. 3-6.
3. Шебанин В.С. Прочность изгибаемых стальных стержневых конструкций при учете физической и геометрической нелинейности в области ограниченных пластических деформаций.– Дис... докт. техн.. наук: 05.23.01. – Одесса, 1993.
4. Хилько I.I. Особливості врахування деформованої схеми при дослідженні несучої здатності бісталевих стержнів за межею пружності / I.I. Хилько – Сборник научных трудов SWorld. – Выпуск 3(36). Том 18. – Иваново: МАРКОВА АД, 2014 – ЦИТ: 314-600. – С. 39-45.

Дата отправки: 29.10.2015

© Хилько I.I.