

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-енергетичний факультет
Кафедра вищої та прикладної математики



Вища математика

Завдання для виконання контрольних робіт №1, №2 та
методичні рекомендації
для здобувачів вищої освіти ступеня “бакалавр”
спеціальностей
281 “Публічне управління та адміністрування”,
073 “Менеджмент”
денної та заочної форм навчання

МИКОЛАЇВ
2018

УДК 517

В 55

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 30.06.2018 р., протокол № 9.

Укладачі:

В. С. Шибанін - д-р техн. наук., професор, ректор Миколаївського національного аграрного університету, Миколаївський національний аграрний університет,

О. В. Шептилевський - канд. техн. наук., доцент, доцент кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет,

І. П. Атаманюк - д-р. техн. наук., професор, завідувач кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет,

О. В. Цепуріт - ст. викладач кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет,

С. І. Богданов - ст. викладач кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет,

Рецензенти:

В. Д. Будақ – д-р техн. наук, професор,
ректор Миколаївського національного університету ім. В.О. Сухомлинського,

І. Д. Бурковський – канд.техн.наук, провідний науковий співробітник ,
Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний аграрний
університет, 2018

ВСТУП

Вища математика як навчальна дисципліна є фундаментальним нормативним курсом, найвагомішою базовою складовою якісної підготовки висококваліфікованих фахівців у вищих навчальних закладах освіти III-IV рівнів акредитації.

Викладання математики передбачає:

- розвиток логічного та алгоритмічного мислення;
- оволодіння основами математичного апарату, необхідного для розв'язання теоретичних і практичних задач економіки;
- вироблення вміння самостійно вивчати навчальну літературу з математики та прикладних математичних дисциплін;
- вироблення навичок математичного обстеження прикладних питань та вміння інтерпретувати економічну задачу на математичну мову.

Методичні рекомендації створено відповідно до програми курсу „Вища математика” для студентів економічного та обліково-фінансового факультетів аграрних вузів, але його можуть успішно використовувати на всіх інших факультетах, де програмою передбачено вивчення курсу „Вища математика”. Методичні рекомендації складаються з трьох розділів, в яких висвітлено питання, що стосуються науково-теоретичного, структурно-логічного та методичного забезпечення курсу вищої математики.

Перший розділ „Розрахункові завдання для контрольних робіт та самостійної роботи студентів” складений таким чином, щоб повністю охопити матеріал, що вивчається і дати можливість викладачу перевірити в комплексі рівень знань, умінь та навичок студентів. Вибір індивідуальних завдань залежить від шифру залікової книжки студента.

Другий розділ „Основні теоретичні відомості курсу „Вища математика” пропонується, в основному, у вигляді таблиць, що дозволяє узагальнити структуру і об'єм дисципліни, а також чітко систематизувати основні теоретичні положення, що сприяє зручному використанню навчального матеріалу та кращому засвоєнню та запам'ятовуванню базових положень курсу.

В третьому розділі розглянуто порядок виконання та правила оформлення контрольних робіт.

I. Розрахункові завдання для контрольних робіт та самостійної роботи студентів

1.1. Аналітична геометрія. Векторна та лінійна алгебра

I. В задачах 1-20 задані координати вершин трикутника ABC . Знайти:

- 1) довжини сторін BC та AC ;
- 2) рівняння сторін AB , BC та їх кутові коефіцієнти;
- 3) величину кута B в радіанах з точністю до двох знаків;
- 4) рівняння бісектриси BP внутрішнього кута B ;
- 5) рівняння висоти CD та її довжину;
- 6) рівняння медіани AE та координати точки P перетину цієї медіани з висотою CD ;
- 7) рівняння прямої PL , яка проходить через точку P паралельно до сторони AB ;
- 8) координати точки M , розташованої симетрично до точки A відносно прямої CD ;
- 9) побудувати трикутник ABC та знайти його елементи в системі координат xOy , взявши відповідну одиницю масштабу.

№ задачі	Координати вершин трикутника		
1	A (-7; -2)	B (13; -19)	C (9; 11)
2	A (-9; 3)	B (3; -6)	C (7; 16)
3	A (2; -1)	B (14; -10)	C (12; 4)
4	A (-3; 2)	B (9; -7)	C (13; 15)
5	A (-4; 0)	B (8; -9)	C (12; 13)
6	A (-10; 5)	B (2; -4)	C (6; 18)
7	A (-1; 2)	B (11; -7)	C (9; 7)
8	A (-6; -1)	B (6; -10)	C (10; 12)
9	A (-5; 8)	B (7; -1)	C (5; 13)
10	A (-2; 1)	B (10; -8)	C (14; 14)
11	A (-6; 3)	B (6; -6)	C (4; 8)
12	A (-1; -2)	B (11; -11)	C (15; 11)
13	A (-8; 4)	B (4; -5)	C (8; 17)

14	A (-4; 8)	B (8; -1)	C (12; 21)
15	A (-9; 5)	B (3; 4)	C (1; 10)
16	A (-9; 7)	B (3; -2)	C (1; 12)
17	A (-2; 1)	B (10; -8)	C (8; 6)
18	A (-3; 0)	B (9; -9)	C (13; 13)
19	A (-7; 7)	B (5; -2)	C (3; 12)
20	A (-4; 1)	B (8; -8)	C (12; 14)

II. В задачах 21-25 скласти рівняння геометричного місця точок, відношення відстаней яких до даної точки $A (x_I; y_I)$ і до даної прямої $x = a$ дорівнює числу ε . Одержане рівняння звести до канонічного виду і побудувати криву.

№ задачі	Координати точки $A (x_I; y_I)$	Рівняння прямої $x = a$	ε
21	$A (3; 0)$	$x = 4/3$	1,5
22	$A (2; 0)$	$x = 4,5$	2/3
23	$A (10; 0)$	$x = 2,5$	2
24	$A (2; 0)$	$x = -8/5$	5/4
25	$A (6; 0)$	$x = 1,5$	2

В задачах 26-30 скласти рівняння геометричного місця точок, рівновіддалених від даної точки $A (x_I; y_I)$ і даної прямої $y = b$. Одержане рівняння привести до канонічного виду і побудувати криву.

№ задачі	Координати точки $A (x_I; y_I)$	Рівняння прямої $y = b$
26	$A (1; -1)$	$y = 3$
27	$A (-4; 3)$	$y = -1$
28	$A (2; 5)$	$y = 1$
29	$A (3; -4)$	$y = 2$
30	$A (-2; -3)$	$y = -1$

В задачах **31-35** дано координати точок $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$. Необхідно:

- 1) скласти канонічне рівняння гіперболи, яка проходить через задані точки A і B , якщо фокуси гіперболи розташовані на вісі абсцис;
- 2) знайти піввісі, фокуси, ексцентриситет і рівняння асимптот цієї гіперболи;
- 3) знайти всі точки перетину гіперболи з колом, який має центр в початку координат і проходить через фокуси гіперболи;
- 4) побудувати гіперболу, її асимптоти і коло.

№ задачі	Координати точки $A(x_1; y_1)$	Координати точки $B(x_2; y_2)$
31	$A(8; 6)$	$B(10; -3\sqrt{10})$
32	$A(8; 12)$	$B(-6; 2\sqrt{15})$
33	$A(-4; -3)$	$B(8; 9)$
34	$A(4; -6)$	$B(6; 4\sqrt{6})$
35	$A(-3; 4)$	$B(-5; 4\sqrt{5})$

В задачах **36-40** дано координати точок $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$ і радіус кола R , центр якого знаходиться в початку координат.

Необхідно:

- 1) скласти канонічне рівняння еліпса, що проходить через задані точки A і B ;
- 2) знайти піввісі, фокуси, ексцентриситет цього еліпса;
- 3) знайти усі точки перетину еліпса з даним колом;
- 4) побудувати еліпс і коло.

№ задачі	Координати точки $A(x_1; y_1)$	Координати точки $B(x_2; y_2)$	Радіус кола R
36	$A(2\sqrt{6}; -4)$	$B(6; 2\sqrt{2})$	$R = 2\sqrt{10}$
37	$A(-6; 2\sqrt{6})$	$B(3\sqrt{2}; 6)$	$R = 8$

38	$A(\sqrt{6}; -2)$	$B(-3; \sqrt{2})$	$R = 3$
39	$A(-8; 4)$	$B(4\sqrt{7}; -2)$	$R = 4\sqrt{5}$
40	$A(4; -2)$	$B(2; \sqrt{7})$	$R = 2\sqrt{5}$

III. В задачах **41-60** розв'язати систему лінійних рівнянь трьома способами:

- 1) за допомогою визначників (за формулами Крамера);
- 2) за допомогою оберненої матриці;
- 3) за допомогою способу виключення невідомих (методом Гаусса).

41. $\begin{cases} x + 2y + 2z = 3 \\ 4x - 2y - 5z = 5 \\ 6x - y + 3z = 1 \end{cases}$	42. $\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ x - y + 2z = -4 \\ 2x + 2y + z = 4 \end{cases}$
43. $\begin{cases} 3x + 2y + 2z = -4 \\ x - 2y - z = -1 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$	44. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + 2y + z = 2 \\ x - 3y + 4z = -1 \end{cases}$
45. $\begin{cases} 3x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + y - z = 3 \\ x - 2y - 3z = 4 \end{cases}$	46. $\begin{cases} 5x - 2y + z = -1 \\ 2x + y + 2z = 6 \\ x - 3y - z = -5 \end{cases}$
47. $\begin{cases} 3x - 2y + 2z = 3 \\ 2x + y - z = -5 \\ 5x - y + 3z = 4 \end{cases}$	48. $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ 2x + 3y + z = 0 \\ x - 2y - z = 7 \end{cases}$
49. $\begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ x + y - 2z = 4 \\ 3x - 2y + 6z = 0 \end{cases}$	50. $\begin{cases} 2x + 3y - z = 2 \\ x - y + 3z = -4 \\ 3x + 5y + z = 4 \end{cases}$
51. $\begin{cases} 4x + 3y - 2z = -1 \\ 3x + y + z = 3 \\ x - 2y - 3z = 8 \end{cases}$	52. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 1 \\ x + 2y + z = 8 \\ 4x - 3y - 2z = -1 \end{cases}$
53. $\begin{cases} 2x + 3y - z = 2 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x - y - 2z = 6 \end{cases}$	54. $\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0 \\ x + y - 2z = -7 \\ x - 2y + 3z = 3 \end{cases}$
55. $\begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ 2x + y + 3z = 3 \\ 2x - y - 2z = 8 \end{cases}$	56. $\begin{cases} x + 5y - z = -1 \\ 2x + y - 2z = 7 \\ x - 4y + z = 0 \end{cases}$

57. $\begin{cases} 2x - 3y - 5z = 1 \\ 3x + y - 2z = -4 \\ x - 2y + z = 5 \end{cases}$	58. $\begin{cases} x - 3y - z = 1 \\ 2x + y + z = -7 \\ 2x - y - 3z = 5 \end{cases}$
59. $\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + y + 3z = 5 \\ 3x + 4y + z = -2 \end{cases}$	60. $\begin{cases} 3x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + 3z = 5 \\ 2x + 3y - z = -4 \end{cases}$

IV. В задачах 61-80 задано координати вершин піраміди $ABCD$.

Необхідно:

- 1) записати вектори \overline{AB} , \overline{AC} та \overline{AD} в системі орт і знайти модулі (довжини) цих векторів;
- 2) записати кут між векторами \overline{AB} та \overline{AC} в радіанах з точністю до двох знаків;
- 3) знайти проекцію вектора \overline{AD} на вектор \overline{AB} ;
- 4) знайти площу грані ABC ;
- 5) знайти об'єм піраміди $ABCD$.

№ зада-чі	Координати вершин піраміди			
61.	$A (-3; 4; -3)$	$B (-2; 2; -1)$	$C (8; 6; 7)$	$D (5; 8; 5)$
62.	$A (-4; 5; -5)$	$B (-3; 3; -3)$	$C (7; 7; 5)$	$D (4; 9; 3)$
63.	$A (-8; 3; -1)$	$B (-7; 1; 1)$	$C (3; 5; 9)$	$D (0; 7; 7)$
64.	$A (0; 2; -10)$	$B (1; 0; -8)$	$C(11; 4; 0)$	$D (8; 6; -2)$
65.	$A (1; -4; 0)$	$B(2; -6; 2)$	$C (12; -2; 10)$	$D (9; 0; 8)$
66.	$A (4; -2; 5)$	$B(8; 2; 3)$	$C (6; 9; -5)$	$D (4; 0; 6)$
67.	$A (5; -1; -4)$	$B (9; 3; -6)$	$C (7; 10; -14)$	$D (5; 1; -3)$
68.	$A (-3; -6; 2)$	$B (1; -2; 0)$	$C (-1; 5; -8)$	$D (-3; -4; 3)$
69.	$A (-4; 2; -1)$	$B(0; 6; -3)$	$C(-2; 13; -11)$	$D (-4; 4; 0)$
70.	$A (-2; 0; -2)$	$B (2; 4; -4)$	$C(0; 11; -12)$	$D (-2; 2; -1)$
71.	$A (3; 3; -3)$	$B (7; 7; -5)$	$C (5; 14; 13)$	$D (3; 5; -2)$
72.	$A (0; 4; 3)$	$B (4; 8; 1)$	$C (2; 15; -7)$	$D (0; 6; 4)$
73.	$A (-1; 1; -5)$	$B (3; 5; -7)$	$C (1; 12; -15)$	$D (-1; 3; -4)$
74.	$A (1; -4; 0)$	$B (5; 0; -2)$	$C (3; 7; -10)$	$D (1; -2; 1)$
75.	$A (2; -3; 1)$	$B(6; 1; -1)$	$C (4; 8; -9)$	$D (2; -1; 2)$
76.	$A (-5; 0; 1)$	$B (-4; -2; 3)$	$C (6; 2; 11)$	$D (3; 4; 9)$

77.	$A (-1; -2; -8)$	$B (0; -4; -6)$	$C (10; 0; 2)$	$D (7; 2; 0)$
78.	$A (3; 1; -2)$	$B (4; -1; 0)$	$C (14; 3; 8)$	$D (11; 5; 6)$
79.	$A (-2; -3; 2)$	$B (-1; -5; 4)$	$C (9; -1; 12)$	$D (6; 1; 10)$
80.	$A (2; -1; -4)$	$B (3; -3; -7)$	$C (13; 1; 6)$	$D (10; 3; 4)$

V. В задачах 81-90 дано координати точок A , B , C , D і M . Потрібно знайти:

- 1) рівняння площини α , яка проходить через три точки A , B і C ;
- 2) канонічні рівняння прямої, яка проходить через точку M перпендикулярно до площини α ;
- 3) відстань від точок M та D до площини α .

№ зад ачі	Координати точок				
	81.	$A (0; 1; -1)$	$B (-1; 5; -4)$	$C (8; 3; 6)$	$D (13; -14; 12)$
82.	$A (0; 6; -5)$	$B (8; 2; 5)$	$C (2; 6; -3)$	$D (11; -14; -14)$	$M (-8; 7; 12)$
83.	$A (7; 9; 2)$	$B (10; 5; 7)$	$C (1; 3; -1)$	$D (17; -10; -13)$	$M (-10; 9; 12)$
84.	$A (1; -4; 1)$	$B (4; 4; 0)$	$C (-1; 2; -4)$	$D (17; -8; -11)$	$M (-3; 13; 14)$
85.	$A (6; 7; 2)$	$B (5; -1; 5)$	$C (8; 9; 3)$	$D (17; -10; -10)$	$M (-11; 11; 19)$
86.	$A (-4; -2; -5)$	$B (1; 8; -5)$	$C (0; 4; -4)$	$D (9; -12; -17)$	$M (-8; 12; 11)$
87.	$A (6; 9; 1)$	$B (3; 5; 0)$	$C (4; 1; 3)$	$D (15; -6; -14)$	$M (-4; 12; 15)$
88.	$A (1; 7; -3)$	$B (3; -3; 4)$	$C (7; 5; 4)$	$D (19; -6; -10)$	$M (-6; 14; 18)$
89.	$A (5; 4; 1)$	$B (-1; -2; -2)$	$C (3; -2; 2)$	$D (15; -12; -11)$	$M (-9; 8; 9)$
90.	$A (-3; -2; 4)$	$B (-4; 2; -7)$	$C (5; 0; 3)$	$D (13; -10; 14)$	$M (-9; 7; 8)$

VI. В задачах 91-100 задано координати точок A , B та C . Потрібно:

- 1) записати канонічні рівняння прямої AB ;
- 2) записати рівняння площини α , яка проходить через точку C , перпендикулярно до прямої AB ;
- 3) знайти відстань від точки C до прямої AB .

№ задачі	Координати точок		
	91	$A (-4; 0; 8)$	$B (0; 2; 4)$
92	$A (2; 0; 8)$	$B (6; 2; 4)$	$C (3; -1; 4)$

93	A (2; -3; 7)	B (6; -1; 3)	C (3; -4; 3)
94	A (-1; 2; -2)	B (3; 4; -6)	C (0; 1; -6)
95	A (-1; 4; 2)	B (3; 6; -2)	C (0; 3; -2)
96	A (2; -6; 7)	B (6; -4; 3)	C (3; -7; 7)
97	A (-3; 2; 0)	B (1; 4; -4)	C (-2; 1; -4)
98	A (1; 4; 5)	B (5; 6; 1)	C (2; 3; 1)
99	A (-3; 1; 2)	B (1; 3; -2)	C (-2; 0; -2)
100	A (5; 5; 4)	B (9; 7; 0)	C (6; 4; 0)

1.2. Вступ до математичного аналізу.

Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної.

Диференціальне числення функцій багатьох змінних

I. В задачах 101-120 знайти границі функції.

101	$1) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2}$		$a) x_0 = 1;$
			$\text{при } б) x_0 = -2;$
			$в) x_0 = \infty;$
	$2) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 6x + 8}$	$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$	
	$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{7-x}$	$5) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$	
102	$1) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x - 2}{(x+2)^2}$		$a) x_0 = 2;$
			$\text{при } б) x_0 = -2;$
			$в) x_0 = \infty;$
	$2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{1-4x-3}}$	$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x}{4x}$	
	$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{3-x}$	$5) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$	
103	$1) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x + 1}$		$a) x_0 = -1;$
			$\text{при } б) x_0 = 1;$
			$в) x_0 = \infty;$
	$2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 9}$	$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2 \arcsin^2 2x}$	
	$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-1} \right)^{3x-4}$	$5) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}$	
104	$1) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 10x + 25}$		$a) x_0 = 3;$
			$\text{при } б) x_0 = 5;$
	$2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{3x+7} - 2}$	$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$	$в) x_0 = \infty$

	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{2x+1}$	5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}$.
105	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$	a) $x_0 = 1$; при б) $x_0 = 2$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x \sin 2x}$
	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{2x-3} \right)^{4x+3}$	5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+\cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$.
106	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2-x-6}{x^2-6x+9}$	a) $x_0 = 2$; при б) $x_0 = 3$; в) $x_0 = \infty$
	2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{\sqrt{4x+1}-3}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$
	4) $\lim_{x \rightarrow 1} (4-3x)^{\frac{x}{x-1}}$	5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+\sin x}{x+\cos x}$.
107	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{6-x-x^2}{3x^2+8x-3}$	a) $x_0 = 1$; при б) $x_0 = -3$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2+4x}-3x)$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\operatorname{tg}^2 2x}$
	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x-4} \right)^{7x}$	5) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$
108	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2-9x+9}{x^2-5x+6}$	a) $x_0 = 1$; при б) $x_0 = 3$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2+3x})$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\arcsin 6x}$
	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x-2} \right)^{6x+1}$	5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$.
109	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$	a) $x_0 = 3$; при б) $x_0 = 2$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{\sqrt{2x-1}-3}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{x \sin 3x}$
	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x-3} \right)^{1-3x}$	5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin \frac{5x}{2} \cos x}$.

110	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 15x + 25}{5 - 4x - x^2}$	а) $x_0 = -3$; при б) $x_0 = -5$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1-x}-2}{4-\sqrt{1-5x}}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 3x \cdot \operatorname{ctg} 5x)$
111	4) $\lim_{x \rightarrow 2} (5-2x)^{\frac{x}{x-2}}$	5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$.
	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2}$	а) $x_0 = -1$; при б) $x_0 = -2$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos 4x}$
112	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-5}{3x+5} \right)^{2x+1}$	5) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$.
	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 4x + 3}$	а) $x_0 = -1$; при б) $x_0 = 1$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}}{x-4}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 4x$
113	4) $\lim_{x \rightarrow 3} (7-2x)^{\frac{2}{x-3}}$	5) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x+2}$.
	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 11x + 6}$	а) $x_0 = 1$; при б) $x_0 = -3$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} x}$
114	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+4}{2x-2} \right)^{3x-7}$	5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$.
	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x - 8}{8 - x^3}$	а) $x_0 = 1$; при б) $x_0 = 2$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
115	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x+1}{7x-2} \right)^{2x+1}$	5) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$.
	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^3 - 27}$	а) $x_0 = -1$; при б) $x_0 = 3$; в) $x_0 = \infty$;

	2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{\operatorname{tg} 3x}$
	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x-2} \right)^{5x-1}$	5) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1-\sin \frac{x}{2}}{\pi-x}$.
116	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x-1)^2}{4x^2+x-5}$	а) $x_0 = -1$; при б) $x_0 = 1$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 5x}$
	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+5} \right)^{3x-4}$	5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1-2 \cos x}{\pi-3x}$.
117	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x-5)^2}{x^2-3x-10}$	а) $x_0 = 1$; при б) $x_0 = 5$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{arctg} 2x}$
	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+7} \right)^{2x+1}$	5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1-\sqrt{x}}$
118	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3+8}{x^2+x-2}$	а) $x_0 = 2$; при б) $x_0 = -2$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$
	4) $\lim_{x \rightarrow -2} (2x+5)^{\frac{3}{x+2}}$	5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-\sqrt{10-x}}{\sin 3\pi x}$
119	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^3-1}{5x^2-4x-1}$	а) $x_0 = -1$; при б) $x_0 = 1$; в) $x_0 = \infty$;
	2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\operatorname{ctg} 4x}$
	4) $\lim_{x \rightarrow -1} (2x+3)^{\frac{1}{x+1}}$	5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\operatorname{tg} \pi x}$.
120	1) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x-x^2-4}{x^2-2x-8}$	а) $x_0 = 3$; при б) $x_0 = 4$; в) $x_0 = \infty$;

	2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x+x^2}$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^5 x}{x^2}$
	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x+4} \right)^{x+3}$	5) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\sin \pi x}$

II. В задачах 121-140 для функцій заданих явно (1-5) знайти похідні $\frac{dy}{dx}$, а для функцій заданих неявно та параметрично (6-7) знайти похідні $\frac{dy}{dx}$ та $\frac{d^2y}{dx^2}$.

121	1) $y = \frac{5x-6}{\sqrt[3]{x^3+5x-2}}$	2) $y = \left(3^{\operatorname{ctg}^2 x} + \ln \sin x \right)^3$
	3) $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{4x-1}}$	4) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{2x^2+1}{2x^3-1}}$
	5) $y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^x$	6) $y = \begin{cases} \frac{\cos t}{1+2 \cos t} \\ \frac{\sin t}{1+2 \cos t} \end{cases}$
	7) $x \cdot \ln x - e^y + 1 = 0.$	
122	1) $y = \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+6x+1}}$	2) $y = \left(5^{\sin^2 x} - \cos 2x \right)^3$
	3) $y = e^{\operatorname{arccos} \sqrt{1-x^2}}$	4) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{x^2-2}{x^2+2}}$
	5) $y = (\cos 2x)^{\operatorname{tg} 2x}$	6) $\begin{cases} x = \sin t - t \cos t \\ y = \cos t + t \sin t \end{cases}$
	7) $\operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{2y+3} = 0.$	
123	1) $y = \frac{3x-1}{\sqrt[3]{x^3+9x-1}}$	2) $y = \left(3^{\operatorname{arctg} 2x} + \ln(1+4x^2) \right)^4$
	3) $y = \ln \operatorname{arccos} \frac{1}{\sqrt{2x}}$	4) $y = \ln \sqrt{\frac{3x^2-4}{3x^2+4}}$
	5) $y = (\sin 2x)^{\operatorname{tg} 2x}$	6) $\begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = \operatorname{tg}^2 t \end{cases}$
	7) $e^x - x^2 - e^y = 0.$	
124	1) $y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^2+9x-6}}$	2) $y = \left(6^{\operatorname{arctg} 3x} + \operatorname{arctg} 3x \right)^4$
	3) $y = \ln \cos e^{-4x}$	4) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{10-3x^2}{x^3-10x}}$
	5) $y = (1-x^2)^{\operatorname{arcsin} x}$	6) $\begin{cases} x = \sqrt{t^3-1} \\ y = \ln t \end{cases}$

	7) $x + \ln x + \sqrt{3+2y} = 0.$	
125	1) $y = \frac{5x-2}{\sqrt{x^2+5x-1}}$	2) $y = (3^{\cos 2x} + \cos^2 x)^4$
	3) $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt{x^4-1}}$	4) $y = \ln \sqrt{\frac{5-4x}{x^2+8x-10}}$
	5) $y = (\arcsin \sqrt{x})^{2\sqrt{x}}$	6) $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \frac{2}{\cos 2t} \end{cases}$
	7) $\sin x - \operatorname{arctg} y = 0.$	
126	1) $y = \frac{x^3-10}{\sqrt{x^4-8x}}$	2) $y = (4^{\operatorname{tg} \sqrt{x}} + \sqrt{x})^3$
	3) $y = \ln \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}}$	4) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{3-x^2}{x^3-9x}}$
	5) $y = (x + \ln x)^{\frac{1}{x}}$	6) $\begin{cases} x = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \\ y = \frac{2}{e^t + e^{-t}} \end{cases}$
	7) $\operatorname{tg} x - \sqrt{4y+5} + 2 = 0.$	
127	1) $y = \frac{3x-8}{\sqrt{x^2+3x-4}}$	2) $y = (2^{\cos^2 x} + \sin^2 x)^3$
	3) $y = e^{\arcsin \sqrt{1-x}}$	4) $y = \ln^4 \sqrt{\frac{5-x^2}{x^3-15x}}$
	5) $y = (x+1)^{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}$	6) $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \sqrt[3]{t+1} \end{cases}$
	7) $2x - \sin 2x - y^2 = 0.$	
128	1) $y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2-16x-2}}$	2) $y = (5^{\operatorname{ctg} 2x} + \operatorname{cosec} 2x)^3$
	3) $y = \arcsin \sqrt{1-4x^2}$	4) $y = \ln^8 \sqrt{\frac{4x^2-1}{4x^2+1}}$
	5) $y = (x + \sin x)^{x^3}$	6) $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = 2 - \cos t \end{cases}$
	7) $\operatorname{ctg} x + \ln \sqrt{4y+1} = 0.$	
129	1) $y = \frac{3x}{\sqrt{x^3-4x^2+1}}$	2) $y = (2^{\arcsin x} + \arccos x)^4$
	3) $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x-1}$	4) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{2x^2-2}{x^3-3x}}$

	5) $y = (x^2 + 1)^{\arctg x}$	6) $\begin{cases} x = \cos t + \sin t \\ y = \sin 2t \end{cases}$
	7) $e^x - x - y^3 = 0.$	
130	1) $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^3-6x-9}}$	2) $y = (2^{\arctg x} + \ln(1+x^2))^t$
	3) $y = \ln \operatorname{tg} x^3$	4) $y = \ln^4 \sqrt{\frac{3x^2+2}{x^3+2x}}$
	5) $y = (1 + \cos 2x)^{x^2}$	6) $\begin{cases} x = \frac{e^t - e^{-t}}{2} \\ y = \frac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}} \end{cases}$
	7) $x^2 + y^2 = 2y = 0.$	
131	1) $y = \frac{4x+3}{\sqrt[3]{x^3-4x-1}}$	2) $y = (2^{\arccos \sqrt{x}} - \sqrt{1-x})^4$
	3) $y = \ln(\operatorname{tge}^{2\sqrt{x}})$	4) $y = \ln^4 \sqrt{\frac{2x^2-3}{2x^2+3}}$
	5) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\sin^2 x}$	6) $\begin{cases} x = t^2 + \ln t \\ y = 2t^3 + 3t \end{cases}$
	7) $\operatorname{arctg} y = x + y.$	
132	1) $y = \frac{2x-3}{\sqrt[3]{x^3-8x+4}}$	2) $y = (4^{\operatorname{tg} 2x} - \operatorname{tg} 2x)^5$
	3) $y = \ln \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$	4) $y = \ln^4 \sqrt{\frac{x^4-3}{x^4+3}}$
	5) $y = (x^4 + 1)^{\frac{1}{x}}$	6) $\begin{cases} x = a \cdot \cos^2 t \\ y = b \cdot \sin^3 t \end{cases}$
	7) $x^2 + xy + y^2 = a^2.$	
133	1) $y = \frac{5x+4}{\sqrt{x^2-5x-2}}$	2) $y = (2^{\arcsin x} - \sqrt{1-x^2})^5$
	3) $y = e^{\operatorname{arctg} \sqrt[3]{x^2-1}}$	4) $y = \ln \sqrt{\frac{1-x^2}{x^3-3x}}$
	5) $y = (\operatorname{ctg} 4x)^{\sin 4x}$	6) $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$
	7) $y = \sin(x + y).$	
134	1) $y = \frac{2x-7}{\sqrt{x^2+8x-14}}$	2) $y = (2^{\operatorname{tg} 3x} - \sec 3x)^5$
	3) $y = \ln \arccos \frac{1}{x}$	4) $y = \ln^4 \sqrt{\frac{2x-3}{x^2-4x+6}}$
	5) $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\cos 2x}$	6) $\begin{cases} x = \operatorname{ctg} t \\ y = \sec^2 t \end{cases}$

	7) $y = \operatorname{tg}(x + y).$	
135	1) $y = \frac{3x+2}{\sqrt{x^2+3x+1}}$	2) $y = \left(4^{\arccos 2x} - \sqrt{1-4x^2}\right)^3$
	3) $y = \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{x}}{1-x}$	4) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{3x^2-2}{3x^2+2}}$
	5) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}$	6) $\begin{cases} x = a \cdot \operatorname{tg} t \\ y = b \cdot \operatorname{sec} t \end{cases}$
	7) $e^{x+y} = xy.$	
136	1) $y = \frac{2x^3+5}{\sqrt{x^4+2x}}$	2) $y = \left(5^{\operatorname{tg}^2 x} + \operatorname{sec}^2 x\right)^3$
	3) $y = \ln \operatorname{arcsin} \frac{2}{\sqrt{x}}$	4) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{3x+1}{3x-1}}$
	5) $y = (\operatorname{ctg} x)^{\operatorname{sec} x}$	6) $\begin{cases} x = a(\sin t - t \cos t) \\ y = a(\cos t + t \sin t) \end{cases}$
	7) $y^3 + x^3 - 3axy = 0.$	
137	1) $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+4x-3}}$	2) $y = \left(3^{\operatorname{arctg} 2x} - \ln(1+4x^2)\right)^4$
	3) $y = \ln \sin(2^{x^2})$	4) $y = \ln^5 \sqrt{\frac{4-3x^2}{x^3-4x}}$
	5) $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{tg} 2x}$	6) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} 3t \\ y = \ln(1+9t^2) \end{cases}$
	7) $e^y + xy = e.$	
138	1) $y = \frac{4x}{\sqrt{x^3+5x^2-2}}$	2) $y = \left(5^{\operatorname{tg} 2x} - x^2\right)^3$
	3) $y = e^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{2x-1}}$	4) $y = \ln^4 \sqrt{\frac{x^2+4}{x^3+12x}}$
	5) $y = (\operatorname{arcsin} x)^{\sqrt{1-x^2}}$	6) $\begin{cases} x = 2t - \sin 2t \\ y = 8 \sin^3 t \end{cases}$
	7) $y = x + \operatorname{arctg} y.$	
139	1) $y = \frac{2x}{\sqrt{x^3-5x^2+3}}$	2) $y = \left(3^{\cos 3x} + \sin^2 3x\right)^2$
	3) $y = \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{2x-1}$	4) $y = \ln \sqrt{\frac{x^2+3}{x^3+9x}}$
	5) $y = \left(x^3+2\right)^{\sin x}$	6) $\begin{cases} x = \operatorname{arcsin} 2t \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$
	7) $y = x + \ln y.$	

140	1) $y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^3+3x-2}}$	2) $y = (3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^3$
	3) $y = \ln \arcsin \sqrt{1-x^2}$	4) $y = \ln^3 \sqrt{\frac{2-x^2}{x^3-6x}}$
	5) $y = (2x+3)^{\operatorname{tg} x}$	6) $\begin{cases} x=t-\ln t \\ y=3t^2-2t^3 \end{cases}$
	7) $x^4 - xy + y^4 = 1.$	

III. В задачах **141-160** дослідити функцію засобами диференціального числення та побудувати її графік.

141	$y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 6$	142	$y = \frac{1}{5}x^3 - 2x^2 + 2$
143	$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x + 5$	144	$y = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - 3x$
145	$y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 3$	146	$y = -\frac{1}{5}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4$
147	$y = \frac{1}{9}x^3 - 3x^2 + 3$	148	$y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 2$
149	$y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x - 2$	150	$y = -\frac{1}{8}x^3 + 2x - 3$
151	$y = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4$	152	$y = -\frac{1}{9}x^3 + 3x - 5$
153	$y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2$	154	$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{9}x^2 - 4$
155	$y = -\frac{1}{3}x^3 + 6x^2 - 1$	156	$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + 2$
157	$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + 2$	158	$y = \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - 3$
159	$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - 4x$	160	$y = \frac{1}{6}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 5$

IV. В задачах **161-180** знайти:

- 1) невизначені інтеграли та результати перевірити диференціюванням (1-3);
- 2) визначений та невласивий інтеграли (4-5).

161	1) $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 10x + 12}{(x-2)(x+2)^3} dx$	2) $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$
	3) $\int 2 \operatorname{arctg} \sqrt{5x-1} dx$	4) $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x) \cdot \sqrt{1-x}}$
	5) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{1+x^2}$	
162	1) $\int \frac{7x^3 + 40x - 96}{2x^4 + 5x^3 - 12x^2} dx$	2) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-16}}$
	3) $\int x^2 \cos 4x dx$	4) $\int_0^1 \frac{4x dx}{\sqrt[3]{(9x-1)^2} - \sqrt[3]{(9x-1)^2} + 1}$
	5) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{e x (\ln x)^2}$	
163	1) $\int \frac{x+2}{(2x+3)(x+1)^2} dx$	2) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-4}}$
	3) $\int (x^2+1) \sin x dx$	4) $\int_0^2 \ln(x^2+4) dx$
	5) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{e x (\ln x)^3}$	
164	1) $\int \frac{5 dx}{x^3 + 2x^2 + 5x}$	2) $\int \frac{x^2 dx}{(9-x^2)\sqrt{9-x^2}}$
	3) $\int \operatorname{arctg} 3x dx$	4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x dx$
	5) $\int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx$	
165	1) $\int \frac{dx}{(2x-1)(8x^2-4x+1)}$	2) $\int \frac{x^3 dx}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}}$
	3) $\int e^{-2x} \cos x dx$	4) $\int_0^1 x^3 \operatorname{arctg} x dx$
	5) $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$	

166	1) $\int \frac{x^2 + 5}{2x^3 - x^2 - 10x} dx$	2) $\int \frac{x-1}{\sqrt{4x^2 - 4x + 3}} dx$
	3) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^6 x} dx$	4) $\int_0^1 3x^2 \arcsin x dx$
	5) $\int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 17}$	
167	1) $\int \frac{3x^2 - 2}{(x+3)(2x^2 - 3x - 2)} dx$	2) $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx$
	3) $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$	4) $\int_{-1}^0 \frac{(7x+16)dx}{\sqrt[3]{(7x+8)^2 + 2\sqrt{7x+8}}}$
	5) $\int_0^{\infty} \frac{x+2}{x^2 + 2x + 2} dx$	
168	1) $\int \frac{9x dx}{(x-5)(x^2 + 2x + 10)}$	2) $\int \frac{x+2}{\sqrt{4x^2 + 12x + 7}} dx$
	3) $\int 16 \sin^4 x \cos^4 x dx$	4) $\int_{-1}^0 (2x+3)e^{-2x} dx$
	5) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[3]{x^2 + 1}}$	
169	1) $\int \frac{2dx}{16x^4 - 1}$	2) $\int \frac{3x+1}{\sqrt{9x^2 - 12x + 5}} dx$
	3) $\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x + 5}$	4) $\int_1^4 \frac{(x-1)dx}{\sqrt[3]{(3x-4)^2 - \sqrt[3]{3x-4} + 1}}$
	5) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x+2)^3}$	
170	1) $\int \frac{5dx}{(x+1)(2x^2 + 2x + 5)}$	2) $\int \frac{6x-1}{\sqrt{9x^2 + 6x - 2}} dx$
	3) $\int \cos^4 x \sin^4 x dx$	4) $\int_1^{\frac{\pi}{4}} x^2 \sin 2x dx$
	5) $\int_0^2 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$	
171	1) $\int \frac{2x^4 + 9x^3 + 3x^2 + 27}{x^3 + 6x^2 + 9x} dx$	2) $\int \frac{dx}{(9+x^2)\sqrt{9+x^2}}$

	3) $\int x \cdot \ln(x^2 + 2) dx$	4) $\int_1^3 \frac{15x dx}{\sqrt[4]{(5x+1)^2} + \sqrt[4]{5x+1}}$
	5) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x dx$.	
172	1) $\int \frac{4x^4 - 4x^3 + x^2 + 5}{4x^3 + 4x^2 + 5x} dx$	2) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$
	3) $\int \arccos 4x dx$	4) $\int_0^5 \frac{27x dx}{\sqrt[4]{(3x+1)^3} + \sqrt[4]{3x+1}}$
	5) $\int_0^3 \frac{dx}{(x-3)^2}$.	
173	1) $\int \frac{3x^3 + 4x}{(x-2)^3(x^2+4)} dx$	2) $\int \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx$
	3) $\int x^2 e^{-3x} dx$	4) $\int_{-1}^2 3x^2 \cdot \ln(x+2) dx$
	5) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos x}$	
174	1) $\int \frac{x^4 - 2}{x^3 + x} dx$	2) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 1}}$
	3) $\int e^{-x} \sin x dx$	4) $\int_0^2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$
	5) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{7-x}}$.	
175	1) $\int \frac{34 dx}{(x-2)(x^2-2x+17)}$	2) $\int \frac{dx}{x^4 \cdot \sqrt{x^2+4}}$
	3) $\int x^2 \cos \frac{x}{2} dx$	4) $\int_0^{\pi} x \cdot \cos \frac{x}{2} dx$
	5) $\int_0^3 \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$	
176	1) $\int \frac{20 dx}{(x+4)(x^2+4x+20)}$	2) $\int \frac{(4x+5) dx}{\sqrt{11-20x-4x^2}}$
	3) $\int \frac{dx}{\sin^6 x}$	4) $\int_1^4 \frac{(13-5x) dx}{\sqrt[4]{(5x-4)^3} + 3\sqrt[4]{5x-4}}$
	5) $\int_0^{\infty} x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx$	

177	1) $\int \frac{2x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 4}{x^3 + 4x^2 + 4x} dx$	2) $\int \frac{3x-4}{\sqrt{21+12x-9x^2}} dx$
	3) $\int \operatorname{ctg}^4 x dx$	4) $\int_0^5 \frac{3dx}{\sqrt{3x+1} + \sqrt[4]{3x+1}}$
	5) $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{(x+3)^2}$	
178	1) $\int \frac{4x-3}{x(2x-3)^2} dx$	2) $\int \frac{2x-1}{\sqrt{5+12x-9x^2}} dx$
	3) $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^6 x}$	4) $\int_0^{0,5} \arcsin 2x dx$
	5) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1-\cos 2x}$	
179	1) $\int \frac{2x^2 + 4}{(x-4)(x+2)^2} dx$	2) $\int \frac{x+5}{\sqrt{2-x-x^2}} dx$
	3) $\int \operatorname{tg}^4 x dx$	4) $\int_1^2 \frac{5xdx}{\sqrt{5x^2-4} + \sqrt[4]{5x^2-4}}$
	5) $\int \frac{4 dx}{2x^2-4}$	
180	1) $\int \frac{2x^5 - 2x^4 + 4}{x^4 + 4x^2} dx$	2) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{7-6x-x^2}} dx$
	3) $\int \frac{dx}{4-5 \cos x}$	4) $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$
	5) $\int_2^{10} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$	

V. В задачах 181-200 задана функція $z = f(x; y)$.

Знайти:

1) повний диференціал dz ;

2) частинні похідні другого порядку $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ і $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$;

3) мішані частинні похідні $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ і $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

181	$z = y \ln x$	182	$z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x}$
183	$z = e^{-x}(\cos y + x \sin y)$	184	$z = \ln(x + e^{xy})$
185	$z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$	186	$z = x^2 \ln(x+y)$
187	$z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$	188	$z = e^{xe^y}$
189	$z = \ln \sqrt{x^2 + 4y}$	190	$z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$
191	$z = x \cdot \ln \frac{y}{x}$	192	$z = \arccos \frac{y}{x}$
193	$z = \arcsin \sqrt{\frac{x-y}{x}}$	194	$z = \arcsin \frac{x-y}{x+y}$
195	$z = \arcsin(xy)$	196	$z = e^x(x \cos y - y \sin y)$
197	$z = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$	198	$z = \ln \frac{x^2 - y^2}{xy}$
199	$z = \cos y + (y-x) \sin y$	200	$z = \operatorname{arctg} \sqrt{xy}$

1.3. Диференціальні рівняння

Завдання № 1

В задачах 1-20 знайти загальний інтеграл диференціального рівняння та виконати перевірку.

1. $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$	2. $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y.$
3. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10.$	4. $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}.$
5. $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y.$	6. $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}.$
7. $y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}.$	8. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3.$
9. $xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}.$	10. $xy' = -\frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}.$
11. $y' = e^x + \frac{y}{x}.$	12. $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}.$

13. $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y.$	14. $xy' = y \ln \frac{y}{x}.$
15. $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x.$	16. $(y^2 - 3y^2)dy + 2xydx = 0.$
17. $y' = \frac{y^2 - 2xy - x^2}{y^2 + 2xy - x^2}.$	18. $y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}.$
19. $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$	20. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6.$

Завдання № 2

В задачах **21-40** знайти частинний розв'язок диференціального рівняння, який задовольняє початковій умові та виконати перевірку.

21. $y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x,$	$y(0) = -1.$
22. $y' - \frac{y}{x} = x \sin x,$	$y(\frac{\pi}{2}) = 1.$
23. $y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x,$	$y(0) = 1.$
24. $(1 + x^2)y' + y = \operatorname{arctg} x,$	$y(0) = 1.$
25. $y' - y \cos x = \sin 2x,$	$y(0) = -1.$
26. $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x},$	$y(1) = 1.$
27. $y' \sqrt{1 - x^2} + y = \operatorname{arcsin} x,$	$y(0) = -1.$
28. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x,$	$y(\frac{\pi}{4}) = 0.$
29. $y' - y \cos x = -\sin 2x,$	$y(0) = 3.$
30. $y' + 2y \operatorname{tg} 2x = \sin 4x,$	$y(0) = 0.$
31. $y' - 4xy = -4x^3,$	$y(0) = -\frac{1}{2}.$
32. $xy' - y = x^2 \cos x,$	$y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}.$
33. $y' - \frac{y}{x} = x^2,$	$y(1) = 0.$
34. $xy' + y = -x^2 y^2,$	$y(1) = 1.$
35. $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3},$	$y(1) = 1.$

36. $y' \sin x - y \cos x = 1,$	$y(\frac{\pi}{2}) = 0.$
37. $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x,$	$y(0) = 0.$
38. $xy' + 2y = 3x^5 y^2,$	$y(1) = -1.$
39. $y' - \frac{y}{x} = \frac{\ln x}{x},$	$y(1) = 1.$
40. $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x,$	$y(-1) = \frac{3}{2}.$

Завдання № 3

В задачах 41-60 задано диференціальні рівняння другого порядку, які допускають зниження порядку. Знайти частинний розв'язок, який задовольняє початковій умові та виконати перевірку.

41. $y'' - y' \operatorname{ctg} x = \sin x,$	$y(\frac{\pi}{2}) = 1, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}.$
42. $y'' = 32 \sin^3 y \cdot \cos y,$	$y(1) = \frac{\pi}{2}, \quad y'(1) = 4.$
43. $x^3 y'' = 4 \ln x,$	$y(1) = 4, \quad y'(1) = 0.$
44. $yy'' = (y')^2,$	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 3.$
45. $y'' - 12y^2 = 0,$	$y(0) = \frac{1}{2}, \quad y'(0) = 1.$
46. $y'' = \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)^3}},$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$
47. $xy'' - 2y' = 2x^4,$	$y(1) = \frac{1}{5}, \quad y'(1) = 4.$
48. $y' y'' = 2y,$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$
49. $2y'' = e^{4y},$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = \frac{1}{2}.$
50. $xy'' = \ln x + 1,$	$y(1) = 0, \quad y'(1) = 0.$
51. $(y-2)y' = 2(y')^2,$	$y(0) = 3, \quad y'(0) = 1.$
52. $y'' - e^y y' = 0,$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$
53. $y'' = 32y^3,$	$y(4) = 1, \quad y'(4) = 4.$

54. $xy'' - y' - x^2 = 0,$	$y(1) = \frac{4}{3}, \quad y'(1) = 3.$
55. $2yy'' = 3 + (y')^2,$	$y(1) = 1, \quad y'(1) = 1.$
56. $(y+1)^2 y'' = (y')^3,$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$
57. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \cos x,$	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$
58. $xy'' - y' = x^2 \cos x,$	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$
59. $y^3 y'' = 3,$	$y(1) = 1, \quad y'(0) = 1.$
60. $y'' = \frac{x}{\sqrt{(1-4x^2)^3}},$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$

Завдання № 4

В задачах **61-80** задано лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку з сталими коефіцієнтами. Знайти частинний розв'язок, який задовольняє початковим умовам та виконати перевірку.

61. $y'' + y = 6 \sin 2x,$	$y(\pi) = -1, \quad y'(\pi) = -4.$
62. $y'' - 2y' = 6x^2 - 6x - 2,$	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$
63. $y'' - 3y' - 4y = 24 \sin x,$	$y(0) = 4, \quad y'(0) = 5.$
64. $y'' - y' - 6y = 6x^2 - 4x - 3,$	$y(0) = 3, \quad y'(0) = 5.$
65. $y'' + 4y = 3 \cos x,$	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$
66. $y'' - 2y' + y = 9e^{-2x} + 2x - 4,$	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$
67. $y'' + 2y' + y = -2 \sin x + x + 2,$	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$
68. $y'' + 16y = 7 \cos 3x,$	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$
69. $y'' - 4y = (3x - 1)e^{-x},$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = -4.$
70. $y'' - 4y' + 5y = 5x - 4,$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$
71. $y'' + y' = 3 \cos x - \sin x,$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$
72. $y'' - y' - 2y = 3e^{2x},$	$y(0) = 2, \quad y'(0) = 5.$
73. $y'' - 3y' + 2y = e^{3x} (3 - 4x),$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 6.$
74. $y'' - 5y' = 10x + 3,$	$y(0) = 2, \quad y'(0) = 4.$

75. $y'' - 4y' + 3y = 8e^{5x}$,	$y(0) = 3, \quad y'(0) = 7.$
76. $y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2$,	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$
77. $y'' - 2y' = 2x + 1$,	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$
78. $y'' - 4y = 4 \sin 2x$,	$y(0) = 2, \quad y'(0) = 7.$
79. $y'' - 3y' = 3e^{3x}$,	$y(0) = 2, \quad y'(0) = 4.$
80. $y'' + y' - 2y = 4e^{2x} - 2x - 1$,	$y(0) = 3, \quad y'(0) = 5.$

Завдання № 5

В задачах **81-100** знайти методом варіації довільних сталих частинний розв'язок диференціального рівняння, який задовольняє початковим умовам та виконати перевірку.

81. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$,	$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}.$
82. $y'' - 3y' + 2y = \frac{e^x}{1 + e^{-x}}$,	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$
83. $y'' + y' = \frac{e^x}{2 + e^x}$,	$y(0) = \ln 27, \quad y'(0) = 1 - \ln 9.$
84. $y'' + y = \frac{1}{\cos x}$,	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$
85. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{2 + e^{-x}}$,	$y(0) = 1 + 3\ln 3, \quad y'(0) = 5\ln 3.$
86. $y'' - 2y' = \frac{4e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$,	$y(0) = \ln 4, \quad y'(0) = \ln 4 - 2.$
87. $y'' + 4y = \frac{4}{\operatorname{tg} 2x}$,	$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.$
88. $y'' + 6y' + 8y = \frac{4e^{-2x}}{2 + e^{2x}}$,	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$
89. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\sin \pi x}$,	$y\left(\frac{1}{2}\right) = 1, \quad y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi^2}{2}.$

90. $y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x},$	$y(0) = 3, \quad y'(0) = 0.$
91. $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1+e^{3x}},$	$y(0) = \ln 4, \quad y'(0) = 3(1 - \ln 2).$
92. $y'' + 4y = 8 \operatorname{ctg} 2x,$	$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5, \quad y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4.$
93. $y'' + \frac{1}{\pi^2} y = \frac{1}{\pi^2 \cos \frac{x}{\pi}},$	$y(0) = 2, \quad y'(0) = 0.$
94. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{2+e^{-2x}},$	$y(0) = 1 + 3 \ln 3, \quad y'(0) = 10 \ln 3.$
95. $y'' + 9y = \frac{9}{\sin 3x},$	$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4, \quad y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\pi}{2}.$
96. $y'' + 9y = \frac{9}{\cos 3x},$	$y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$
97. $y'' + 16y = \frac{16}{\sin 4x},$	$y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 3, \quad y'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2\pi.$
98. $y'' + 16y' = \frac{16}{\cos 4x},$	$y(0) = 3, \quad y'(0) = 0.$
99. $y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{2+e^{-x}},$	$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$
100. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1+e^{-x}},$	$y(0) = 1 + 2 \ln 2, \quad y'(0) = 3 \ln 2.$

1.4. Числові та функціональні ряди

Завдання № 1

В задачах 101-120 знайти суму ряду.

101. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 9}$	102. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 - 12n - 5}$
103. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 6n - 8}$	104. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 21n - 8}$
105. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}$	106. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 28n - 45}$

107. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 3n - 2}$.	108. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12}$.
109. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$.	110. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 14n - 48}$.
111. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{36n^2 - 24n - 5}$.	112. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 84n - 13}$.
113. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 + 4n - 3}$.	114. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 + 35n - 6}$.
115. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 3n - 20}$.	116. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 42n - 40}$.
117. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2 - 8n - 15}$.	118. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 21n - 10}$.
119. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2 + 5n - 6}$.	120. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{4n^2 - 9}$.

Завдання № 2

В задачах 121-140 дослідити збіжність числових рядів відповідно в пунктах: 1) за допомогою ознаки Даламбера;

2) за допомогою радикальної ознаки Коші;

3) за допомогою інтегральної ознаки Коші;

4) на абсолютну чи умовну збіжність та розбіжність.

121.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+2)(n+3)}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{11+7n^2}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{13}{\ln^n(n+3)}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{5n-1}$.
122.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{n}{(n+1)^2}}{n!}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^2}$.
123.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1)5^n}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin n \frac{1}{n}$;

	$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^{n^2}};$	$4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln(n+1)}.$
124.	$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!};$ $3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(n+1)^3}};$	$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n};$ $4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2}.$
125.	$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!};$ $3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n}{(n^2-2)\ln 2n};$	$2) \sum_{n=1}^{\infty} \sin^n\left(\frac{\pi}{n}\right);$ $4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n2^n}.$
126.	$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n};$ $3) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^3};$	$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{2^n};$ $4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}.$
127.	$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n(n+1)}{5^n};$ $3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^5 n};$	$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n};$ $4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{n}.$
128.	$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)!};$ $3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^{\frac{n}{2}}};$	$2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n;$ $4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{2^n}.$
129.	$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{\frac{n}{2}}};$ $3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)};$	$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{n+2}}{5^n};$ $4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}.$

130.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n-1}$;
	3) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n}$;	4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{n^2}}{n!}$.
131.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$;	2) $\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[3]{n} \left(\frac{n-2}{2n+1}\right)^{3n}$;
	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$;	4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}$.
132.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \dots (3n-2)}{3^{n+1} \cdot n!}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^3 + 1}$;
	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n-1) \ln(10n-1)}$;	4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot n}{6n-5}$.
133.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 \cdot 3^n}{(2n+1)^n}$;
	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+1}$;	4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\alpha}{n}$.
134.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{3^n \cdot n!}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{3^n (3n+1)}$;
	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$;	4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$.
135.	1) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n-2)}{2^n \cdot (n+1)!}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{arctg}^n \frac{\pi}{3n}$;
	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{1+n^2}\right)^2$;	4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$.
136.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{10}}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \operatorname{arctg}^{2n} \frac{\pi}{4n}$;

	3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{1+n^2}};$	4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^2+1}.$
137.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+1)^2}{5^n n!};$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2 (n+1)};$	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1}\right)^n \cdot (n+1)^3;$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^{n-1}}.$
138.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (4n-3)};$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)};$	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n-1}{n}\right)^n \cdot n}{5^n};$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}.$
139	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n};$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+n^2};$	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^{n^2};$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}.$
140.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{tg} \frac{\pi}{2^{n+1}};$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n-3}};$	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{n+1}\right)^n;$ 4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}.$

Завдання № 3

В задачах **141-160** записати три перших члени функціонального ряду, знайти інтервал збіжності ряду та дослідити його збіжність на кінцях цього інтервалу.

141.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} 10^n x^n;$	2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}.$
------	------------------------------------	--

142.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{5^n \cdot n}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$.
143.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+3)^n}{n^n}$.
144.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1) \ln^2(n+1)}$.
145.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} x^{2n-2}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} (x-1)^n$.
146.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)(2n-1)!}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$.
147.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} (n-1) 3^{n-1} x^{n-1}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{(n+1) \ln(n+1)}$.
148.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^2}$.
149	1) $\sum_{n=1}^{\infty} 10^{2n} x^{2n-1}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-3)^n}{2^n \sqrt{n}}$
150.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^{n+1}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{(n+1) \ln(n+1)}$.
151.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{n+1}{n} \right)^n \cdot x \right]^n$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$
152.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} n^n (x+3)^n$.
153.	1) $\sum_{n=0}^{\infty} 3^{n^2} x^{n^2}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n (x+1)^n}{2^{n-1} \cdot n^n}$.
154.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2} \right)^n$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}$.

155.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}$.
156.	1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^{2n}}{2n+1}$;	2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$.
157.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+1} \right)^n \cdot (x-2)^{2n}$.
158.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}$.
159.	1) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^2 x^n$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$.
160.	1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{2^{n-1} \cdot n^n}$;	2) $\sum_{n=1}^{\infty} n! (x-5)^n$.

Завдання № 4

В задачах **161-180** обчислити визначений інтеграл з точністю до 0,001 шляхом попереднього розкладу підінтегральної функції в ряд і почленного інтегрування цього ряду.

161. $\int_0^1 x \cos \sqrt{x} dx.$	162. $\int_0^2 \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx.$
163. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt[4]{(1+x^3)^3}}$.	164. $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{\sin 3x}{x} dx.$

165. $\int_0^1 x^2 \cos \sqrt{x} dx.$	166. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt[3]{(1+x^3)^2}}.$
167. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{xdx}{\sqrt[4]{1+x^4}}.$	168. $\int_0^{\frac{1}{2}} x \cos \sqrt{2x} dx.$
169. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arctg(x^2)}{x} dx.$	170. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx.$
171. $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sin 4x}{x} dx.$	172. $\int_0^1 e^{-0,1x^2} dx.$
173. $\int_0^1 x\sqrt{x} \sin \sqrt{x} dx.$	174. $\int_0^{\frac{1}{4}} x \ln(1+\sqrt{x}) dx.$
175. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arctg x}{x} dx.$	176. $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx.$
177. $\int_0^{\frac{1}{4}} x e^{-\sqrt{x}} dx.$	178. $\int_0^1 \sqrt{x} e^{-x^2} dx.$
179. $\int_0^{\frac{1}{3}} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{x}} dx.$	180. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{xdx}{\sqrt{1+x^3}}.$

Завдання № 5

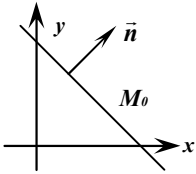
В задачах 181-200 при вказаних початкових умовах знайти три перших, відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд функції $f(x)$, що є розв'язком заданого диференціального рівняння.

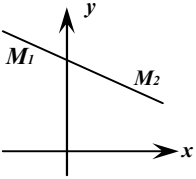
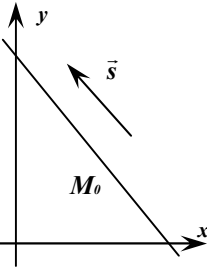
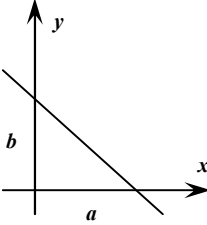
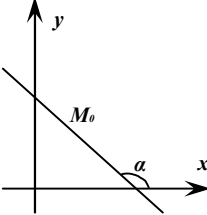
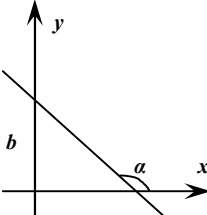
181.	$y' = e^{xy} + y,$	$y(0) = 1.$
182.	$y' = \cos 2x - x - y^2,$	$y(0) = 0.$
183.	$y' = x^2 + y \ln y - y,$	$y(0) = 1.$

184.	$y' = \cos 2x - x - y^2,$	$y(0) = 1.$
185.	$y' = \arcsin y + x,$	$y(0) = 0,5.$
186.	$y' = \operatorname{tg} x + xy^2 - e^x,$	$y(0) = 1.$
187.	$y' = \cos x + e^y + x,$	$y(0) = 0.$
188.	$y' = \sin 2x + xy,$	$y(0) = 1.$
189.	$y' = x^3 + y^2 - e^x,$	$y(0) = 1.$
190.	$y' = 2x^2 + 3y \cos x + 2,$	$y(0) = 0.$
191.	$y' = x^2 + y^2 - e^x,$	$y(0) = 0.$
192.	$y' = 2x - 3 \ln y + y,$	$y(0) = 1.$
193.	$y' = x^2 y + e^y + x,$	$y(0) = 0.$
194.	$y' = e^{-2x} + y^2,$	$y(0) = 0.$
195.	$y' = xe^x + y^2 + 1,$	$y(0) = 0.$
196.	$y' = 2x^3 - y^2 - 2x,$	$y(0) = 1.$
197.	$y' = x^2 + \sin y + 1,$	$y(0) = 0.$
198.	$y' = \sin 2x + \cos y,$	$y(0) = 0.$
199.	$y' = e^{-2x} + 3y^2,$	$y(0) = 0.$
200.	$y' = x^3 - \operatorname{tgy} + 1,$	$y(0) = 0.$

II. Основні теоретичні відомості курсу „Вища математика”

Різні інтерпретації рівняння прямої

Вид рівняння	Назва та позначення	Геометрична ілюстрація
1	2	3
$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$	Рівняння прямої, що проходить через точку $M_0(x_0; y_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n}(A; B)$.	
$Ax + By + C = 0$	Загальне рівняння прямої. Коефіцієнти A, B – координати вектора \vec{n} ,	

	перпендикулярного до прямої.	
$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$	Рівняння прямої, що проходить через дві точки: $M_1(x_1, y_1)$ та $M_2(x_2, y_2)$	
1	2	3
$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}$	Канонічне рівняння прямої. Точка $M_0(x_0, y_0)$ належить даній прямій. $\vec{S}(l; m)$ – напрямний вектор, який паралельний до даної прямої.	
$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	Рівняння прямої у відрізках. a – відрізок, який відтинає пряма на осі OX ; b – відрізок, який відтинає пряма на осі OY .	
$y - y_0 = k(x - x_0)$	Рівняння прямої, яка проходить через точку $M_0(x_0, y_0)$ з кутовим коефіцієнтом k . $k = \operatorname{tg} \alpha$, α – кут нахилу прямої до осі OX .	
$y = kx + b$	Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом k . $k = \operatorname{tg} \alpha$, b – відрізок, який відтинає пряма на осі OY .	
1	2	3

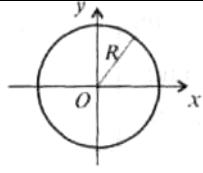
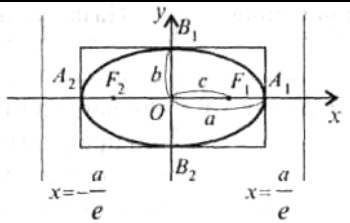
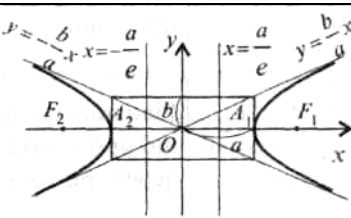
$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$	<p>Нормальне рівняння прямої. p – довжина перпендикуляра від початку координат до прямої; α – кут між цим перпендикуляром і додатнім напрямом осі Ox.</p>	
---	---	--

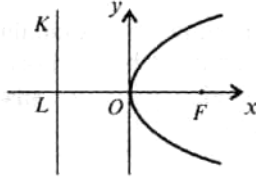
Взаємне розміщення двох прямих на площині

Вихідні дані	Кут між прямими	Умова паралельності прямих	Умова перпендикулярності прямих
1	2	3	4
$\vec{S}_1(l_1; m_1)$, $\vec{S}_2(l_2; m_2)$ – напрямні вектори прямих: $\frac{x-x_0}{l_1} = \frac{y-y_0}{m_1}$ $\frac{x-x_1}{l_2} = \frac{y-y_1}{m_2}$	$\cos \theta =$ $= \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2} \sqrt{l_2^2 + m_2^2}}$	$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2}$	$l_1 l_2 + m_1 m_2 = 0$
$\vec{n}_1(A_1; B_1)$, $\vec{n}_2(A_2; B_2)$ – нормальні (перпендикулярні) вектори прямих: $A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$ $A_2 x + B_2 y + C_2 = 0$	$\cos \theta =$ $= \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$	$A_1 A_2 + B_1 B_2 = 0$
1	2	3	4
$k_2; k_1$ – кутові коефіцієнти прямих: $y = k_1 x + b_1$ $y = k_2 x + b_2$	$\operatorname{tg} \theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$	$k_2 = k_1$	$k_2 k_1 = -1$

Лінії другого порядку

Назва кривої	Геометрична ілюстрація	Канонічне рівняння і основні залежності між параметрами
1	2	3

Коло	 <p>O — центр кола; R — радіус кола</p>	$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$ <p>R — радіус; (x_0, y_0) — координати центра кола.</p>
Еліпс	 <p>$A_1(a; 0), A_2(-a; 0), B_1(0; b), B_2(0; -b)$ — вершини еліпса; $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$ — фокуси еліпса</p>	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p>a — велика піввісь, b — мала піввісь ($a > b$);</p> <p>c — фокальна піввісь: $c^2 = a^2 - b^2$;</p> <p>ексцентриситет еліпса: $\varepsilon = \frac{c}{a}, (0 < \varepsilon < 1)$;</p> <p>рівняння директрис: $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$</p>
1	2	3
Гіпербола	 <p>$A_1(a; 0), A_2(-a; 0)$ — вершини гіперболи; $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$ — фокуси гіперболи</p>	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ <p>a — дійсна піввісь, b — уявна піввісь; c — фокальна піввісь: $c^2 = a^2 + b^2$;</p> <p>Ексцентриситет: $\varepsilon = \frac{c}{a}, (\varepsilon > 1)$;</p> <p>рівняння директрис: $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$;</p> <p>рівняння асимптот: $y = \pm \frac{b}{a} x$</p>

Парабола	 <p>$O(0; 0)$ — вершина параболи; $F(\frac{p}{2}; 0)$ — фокус параболи; KL — директриса параболи</p>	$y^2 = 2 \cdot p \cdot x,$ $p = FL$ — параметр параболи; ексцентриситет $\varepsilon = 1$; рівняння директриси: $x = -\frac{p}{2}.$
----------	--	---

Види рівнянь площини

Вихідні дані 1	Вид рівняння 2	Назва рівняння 3
$M_0(x_0; y_0; z_0)$ — точка площини; $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$ — вектор нормалі площини.	$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$ $Ax + By + Cz + D = 0$	Рівняння площини, що проходить через точку M_0 перпендикулярно до вектора \vec{n} . Загальне рівняння площини.
$M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$, $M_3(x_3; y_3; z_3)$ — три точки площини	$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$	Рівняння площини, що проходить через три точки.
$A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ — точки перетину площини з координатними осями	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$	Рівняння площини у відрізках на осях
p — відстань від початку координат до площини; $\vec{n}_0 = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \cos \beta + \vec{k} \cos \gamma$ — орт вектора нормалі площини	$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0$	Нормальне рівняння площини

Види рівнянь прямої в просторі

Вихідні дані	Вид рівняння	Назва рівняння
1	2	3

$M_0(x_0; y_0; z_0)$ – точка прямої; $\vec{s}(l; m; n)$ – напрямний вектор прямої	$\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$	Канонічне рівняння прямої
	$\begin{cases} x = x_0 + tl \\ y = y_0 + tm, -\infty < t < +\infty \\ z = z_0 + tn \end{cases}$	Параметричне рівняння прямої
$M_1(x_1; y_1; z_1),$ $M_2(x_2; y_2; z_2)$ – дві точки прямої	$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$	Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки
$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ площини, лінією перетину яких є пряма	$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$	Загальне рівняння прямої

Взаємне розміщення прямої $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$

і площини $Ax + By + Cz + D = 0$

Взаємне розміщення прямої і площини	Основні характеристики	Аналітичний вираз
1	2	3
Пряма перетинає площину	Кут між прямою і площиною	$\sin \theta = \frac{ Al + Bm + Cn }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$
	Координати x, y, z – точки перетину прямої з площиною	$\begin{cases} x = x_0 + tl \\ y = y_0 + tm \\ z = z_0 + tn \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$
1	2	3
Пряма перпендикулярна до площини	Умова перпендикулярності прямої і площини	$\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$
Пряма паралельна площині	Умова паралельності прямої і площини	$Al + Bm + Cn = 0$
Пряма належить площині	Умова належності прямої до площини	$\begin{cases} Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \\ Al + Bm + Cn = 0 \end{cases}$

Взаємне розміщення двох площин

$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ і $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

Кут між площинами	Умова паралельності площин	Умова перпендикулярності площин
1	2	3
$\cos \theta = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$	$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

Взаємне розміщення двох прямих у просторі

Вихідні дані	Кут між прямими	Умова паралельності прямих	Умова перпендикулярності прямих
1	2	3	4
$\vec{S}_1(l_1; m_1; n_1),$ $\vec{S}_2(l_2; m_2; n_2)$ –напрямні вектори прямих L_1, L_2	$\cos \theta = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2 + n_1^2} \sqrt{l_2^2 + m_2^2 + n_2^2}}$	$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$	$l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$

Таблиця похідних елементарних функцій.

№	Похідна	№	Похідна
1	$C' = 0, (C = const)$	9	$(\sin x)' = \cos x$
2	$(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$	10	$(\cos x)' = -\sin x$
3	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
4	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
5	$(e^x)' = e^x$	13	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
6	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a, (a > 0, a \neq 1)$	14	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
7	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	15	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
8	$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \cdot \log_a e, (a > 0, a \neq 1)$	16	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

Таблиця основних невизначених інтегралів

№	Інтеграл	№	Інтеграл
1	$\int dx = x + C$	10	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$
2	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$	11	$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x + C$
3	$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	12	$\int \operatorname{ctg} x dx = \ln \sin x + C$
4	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + C$	13	$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left \frac{x}{2}\right + C$
5	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	14	$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\right + C$
6	$\int e^x dx = e^x + C$	15	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
7	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	16	$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
8	$\int \cos x dx = \sin x + C$	17	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left \frac{x-a}{x+a}\right + C$
9	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	18	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$

1	Диференціальні рівняння n -го порядку $F(x; y; y'; y''; \dots; y^{(n)}) = 0$
---	--

2	Диференціальні рівняння 1-го порядку $F(x; y; y') = 0$, або $y' = f(x; y)$	
3	Д.Р. з відокремленими змінними $M(x) \cdot dx + N(y) \cdot dy = 0$	$\int M(x)dx + \int N(y)dy = C$, $C = const$
4	Д.Р. з відокремлюваними змінними $M_1(x) \cdot N_1(y) \cdot dx + M_2(x) \cdot N_2(y) \cdot dy = 0$	$\int \frac{M_1(x)}{M_2(x)} dx + \int \frac{N_2(y)}{N_1(y)} dy = C$
5	Однорідні Д.Р. $y' = f(x; y)$, де $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$	$y = ux$, $y' = u'x + u$
6	Лінійні неоднорідні Д.Р. 1-го порядку $y' + p(x)y = q(x)$	$y = uv$ $\begin{cases} v' + p(x) \cdot v = 0 \\ y' = u'v + uv' \end{cases}$ $\begin{cases} v' + p(x) \cdot v = 0 \\ u' \cdot v = q(x) \end{cases}$
7	Д.Р. Бернуллі $y' + p(x)y = q(x) \cdot y^n$	$y = u(x) \cdot v(x)$, або $z = y^{-n+1}$
8	Диференціальні рівняння 2-го порядку $F(x; y; y'; y'') = 0$, $y'' = f(x; y; y')$	
	Диференціальні рівняння 2-го порядку, що допускають їх пониження	
9	$y'' = f(x)$	$y' = \int f(x)dx + C_1$, $y = \int (\int f(x)dx + C_1)dx + C_2$
10	$F(x; y'; y'') = 0$	$y' = p(x)$, $y'' = p'(x) \rightarrow$ $p' = f(x; p)$
11	$F(y; y'; y'') = 0$	$y' = p(y)$, $y'' = p(y) \cdot p'(y) \rightarrow$ $p \cdot p' = f(y; p)$
12	Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку $y'' + p(x)y' + g(x)y = 0$	$\bar{y} = C_1 y_1 + C_2 y_2$, де y_1 і y_2 - лінійно-незалежні частинні розв'язки
13	ЛОДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами: $y'' + py' + qy = 0$, характеристичне рівняння $k^2 + pk + q = 0$	
	$D > 0$, $k_1 \neq k_2$	$\bar{y} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$
	$D = 0$, $k_1 = k_2 = k$	$y = e^{kx} (C_1 + C_2 x)$
	$D < 0$, $k_{1,2} = \alpha \pm i\beta$	$y = e^{\alpha x} \cdot (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$
14	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку $y'' + p(x)y' + g(x)y = f(x)$	$y = \bar{y} + y^*$, де \bar{y} - заг. розв'язок ЛОДР, y^* - част.розв'язок ЛНДР
15	Частинний розв'язок ЛНДР 2-го пор. при спеціальній правій частині $f(x) = e^{\alpha x} \cdot (P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x)$	$y^* = x^r e^{\alpha x} (M_1(x) \cos \beta x + N_1(x) \sin \beta x)$ $l = \max(n; m)$, $r = \alpha + i\beta$ - число кратності коренів характ. рівняння
16	Метод варіації довільних сталих $\bar{y} = C_1 y_1 + C_2 y_2$ $y^* = C_1(x) y_1 + C_2(x) y_2$	$\begin{cases} C_1'(x) y_1 + C_2'(x) y_2 = 0 \\ C_1'(x) y_1' + C_2'(x) y_2' = f(x) \end{cases}$

1.2.1. Розклад основних елементарних функцій в ряд Маклорена

Функція $f(x)$	Розклад функцій в ряд Маклорена	Інтервал збіжності
e^u	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{u^n}{n!} = 1 + \frac{u}{1!} + \frac{u^2}{2!} + \frac{u^3}{3!} + \dots + \frac{u^n}{n!} + \dots$	$(-\infty; \infty)$
$\sin u$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{u^{2n-1}}{(2n-1)!} = u - \frac{u^3}{3!} + \frac{u^5}{5!} - \dots + \frac{(-1)^{n-1} u^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$	$(-\infty; \infty)$
$\cos u$	$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{u^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{u^2}{2!} + \frac{u^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{u^{2n}}{(2n)!} + \dots$	$(-\infty; \infty)$
$(1+u)^\alpha$	$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\dots(\alpha-n+1)}{n!} u^n =$ $= 1 + \frac{\alpha}{1!} u + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} u^2 + \dots$ $\dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} u^n + \dots$	$\begin{cases} [-1; 1], \alpha \geq 0, \\ (-1; 1], -1 < \alpha < 0, \\ (-1; 1), \alpha \leq -1 \end{cases}$
$\frac{1}{1-u}$	$\sum_{n=0}^{\infty} u^n = 1 + u + u^2 + u^3 + \dots + u^n + \dots$	$(-1; 1)$
$\frac{1}{1+u}$	$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n u^n = 1 - u + u^2 - u^3 + \dots + (-1)^n u^n + \dots$	$(-1; 1)$
$\ln(1+u)$	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{u^n}{n} = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{u^n}{n} + \dots$	$(-1; 1]$
$\arctg u$	$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{u^{2n+1}}{2n+1} = u - \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} - \dots + (-1)^n \frac{u^{2n+1}}{2n+1} + \dots$	$[-1; 1]$
$\arcsin u$	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n)} \cdot \frac{u^{2n+1}}{2n+1} =$ $= u + \frac{1}{2} \cdot \frac{u^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{u^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{u^7}{7} + \dots$ $\dots + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n)} \cdot \frac{u^{2n+1}}{2n+1} + \dots$	$[-1; 1]$

**1.2.2. Узагальнені поняття і формули з теми
«Числові та функціональні ряди»**

1	Числовий ряд	$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$
2	n – а частинна сума ряду	$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n .$
3	Збіжність ряду	Якщо існує сума ряду $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$, то ряд збіжний, якщо $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$, або не існує, то ряд розбіжний.
4	n – й залишок ряду	$r_n = S - S_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} u_k$
5	Необхідна ознака збіжності ряду	Якщо ряд збігається, то $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$.
6	Достатня ознака розбіжності	Якщо $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ або не існує, то ряд розбігається.
7	Ряд геометричної прогресії	$\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1} = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} \quad (a \neq 0)$ $ q < 1$ - збіжний $S = \frac{a}{1-q}$; $ q > 1$ - розб.
8	Гармонійний ряд	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$ - розбіжн.
9	Узагальнений гармонійний ряд (ряд Діріхле)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = 1 + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \dots + \frac{1}{n^p} + \dots$ $p > 1$ - збіжний, $0 < p \leq 1$ - розбіжний.
10	Ознака порівняння для рядів $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (1) і $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ (2)	Якщо $u_n \leq v_n$, то із збіжності р.(2) \Rightarrow збіжність р.(1); із розбіжності р(1) \Rightarrow розбіжність (2).
11	Гранична ознака порівняння	Якщо існує $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = k$ ($0 < k < \infty$), то ряди одночасно збіжні чи розбіжні.
12	Ознака Даламбера	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$
13	Радикальна ознака Коші	$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = l$
14	Інтегральна ознака Коші $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$	Якщо $u_1 \geq u_2 \geq \dots \geq u_n \geq \dots$ і $u_n = f(n)$ - незростаюча неперервна, то $\int_1^{\infty} f(x) dx$ і ряд одночасно збіжні чи розбіжні.

15	Знакопозначений ряд	$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \dots \quad (u_n > 0)$.
16	Ознака Лейбніца збіжності знакопозначеного ряду	Якщо $u_1 > u_2 > u_3 > u_4 > \dots > u_n > \dots$ і $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, то ряд збігається.
17	Знакозмінний ряд	$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots$, де u_n - довільні числа.
18	Достатня ознака збіжності знакозмінного ряду	Якщо $ u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ - збіжний, то і $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots$ - збіжний.
19	Абсолютно збіжний ряд	Якщо $ u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ - збіжний
20	Умовно збіжний ряд	Якщо знакозмінний ряд розбіжний, а ряд $ u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ - збіжний.
21	Функціональний ряд	$u_1(x) + u_2(x) + \dots + u_n(x) + \dots$.
22	Сума функціонального ряду	$S(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n(x)$.
23	Залишок функціонального ряду	$r_n(x) = S(x) - S_n(x)$.
24	Степеневий ряд	$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots$.
25	Степеневий ряд за степенями $(x - x_0)$	$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$.
26	Теорема Абеля	Якщо степеневий ряд збіжний при $x = x_1$ ($x_1 \neq 0$), то він абсолютно збіжний при $ x < x_1 $; якщо розбіжний при $x = x_2$, то розбіжний при $ x > x_2 $.
27	Радіус збіжності ряду R	Якщо при $ x < R$ ряд збіжний абсолютно і $ x > R$ - ряд розбіжний $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left \frac{a_n}{a_{n+1}} \right \quad R = \frac{1}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{ a_n }}$
28	Інтервал збіжності ряду	$(-R; R)$
29	Ряд Тейлора в інтервалі $(x_0 - R; x_0 + R)$	$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$
30	Ряд Маклорена в інтервалі $(-R; R)$	$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$

III. Правила оформлення контрольних робіт

3.1 Таблиця вибору варіанта контрольної роботи

		Остання цифра номера залікової книжки									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Передостання цифра залікової книжки	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
		61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
		81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	2	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
		51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
		71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
		91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	1
	3	23	24	25	26	27	28	29	30	21	22
		44	45	46	47	48	49	50	41	42	43
		65	66	67	68	69	70	61	62	63	64
		86	87	88	89	90	81	82	83	84	85
		12	13	14	15	16	17	18	19	20	11
	4	33	34	35	36	37	38	39	40	31	32
		54	55	56	57	58	59	60	51	52	53
		75	76	77	78	79	80	71	72	73	74
		96	97	98	99	100	91	92	93	94	95
		3	4	5	6	7	8	9	10	1	2
	5	25	26	27	28	29	30	21	22	23	24
		47	48	49	50	41	42	43	44	45	46
		69	70	61	62	63	64	65	66	67	68
		81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
		13	14	15	16	17	18	19	20	11	12
	6	35	36	37	38	39	40	31	32	33	34
		57	58	59	60	51	52	53	54	55	56
		79	80	71	72	73	74	75	76	77	78
		91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
		4	5	6	7	8	9	10	1	2	3
	7	27	28	29	30	21	22	23	24	25	26
		50	41	42	43	44	45	46	47	48	49
		63	64	65	66	67	68	69	70	61	62
		86	87	88	89	90	81	82	83	84	85
		14	15	16	17	18	19	20	11	12	13
8	37	38	39	40	31	32	33	34	35	36	

		60	51	52	53	54	55	56	57	58	59
		73	74	75	76	77	78	79	80	71	72
		96	97	98	99	100	91	92	93	94	95
	9	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4
		29	30	21	22	23	24	25	26	27	28
		43	44	45	46	47	48	49	50	41	42
		67	68	69	70	61	62	63	64	65	66
		81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
		15	16	17	18	19	20	11	12	13	14
	0	39	40	31	32	33	34	35	36	37	38
		53	54	55	56	57	58	59	60	51	52
		77	78	79	80	71	72	73	74	75	76
		91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3.2. Вимоги до оформлення контрольних робіт

Під час самостійного вивчення курсу „Вища математика” студент повинен засвоїти основні положення, передбаченні програмою, набути основних навиків та вмінь для використання методів математики при вивченні інших дисциплін. Важливим етапом навчання є виконання контрольної роботи.

Виконуючи контрольну роботу необхідно дотримуватися вказаних правил. Роботи, які виконані без додержання цих правил, повертаються студенту для доопрацювання.

1. Контрольна робота повинна мати адресну частину, тобто титульний лист, на якому приводяться відповідні відомості про студента (додаток № 1) та бланк для рецензії (додаток № 2). Кожна контрольна робота повинна бути виконана в окремому зошиті, написана акуратно, розбірливим та чітким почерком, з нумерацією сторінок, таблиць, схем і рисунків. Графіки та таблиці повинні виконуватися з урахуванням вимог до їх побудови та оформлення.

Розв’язання задач слід розміщати в порядку номерів, що вказуються, відповідно, у кожній контрольній роботі, зберігаючи їх нумерацію. Перед розв’язанням кожної задачі потрібно записати повністю її умову. В тому

випадку, коли декілька задач мають загальне формулювання, необхідно, переписати умову задачі, замінюючи загальні дані конкретними для свого варіанта. Розв'язання кожної задачі потрібно коментувати змістовними викладками щодо методів і прийомів їх розв'язання з детальними поясненнями та відповідними посиланнями на питання теорії, вказуючи формули, теореми, висновки, які використовуються при розв'язанні даної задачі. Усі обчислення (в тому числі допоміжні) необхідно приводити повністю, де потрібен малюнок – виконувати його.

Роботи, в яких відсутні пояснення, а також роботи не свого варіанту не перевіряються. В кінці роботи необхідно привести список літератури, якою користувався студент при виконанні роботи, поставити дату та особистий підпис і прізвище її виконавця. Виконану роботу студент повинен здати на рецензування в установлений термін.

2. Після рецензування студент повинен виправити в роботі всі вказані рецензентом недоліки. Якщо робота направлена на доопрацювання, то після виконання усіх вимог рецензента, її слід подати на повторне рецензування, додаючи при цьому попередню роботу.

3. Контрольна робота повинна виконуватися **самостійно**. Якщо буде встановлено протилежне, вона не зараховується, навіть якщо в цій роботі всі завдання виконані вірно.

4. У період екзаменаційної сесії студент повинен представити прорецензовану та допущену до захисту контрольну роботу. За вимогою викладача, він пояснює чи розв'язує повністю ту чи іншу задачу з контрольної роботи і відповідає на поставленні теоретичні запитання. Після успішного захисту роботи студент допускається до здачі іспиту. Екзаменаційні питання до іспиту наведено в додатку № 3.

5. Якщо в процесі вивчення матеріалу чи при розв'язанні задач у студента виникають запитання, на які він не може відповісти самостійно, то він може звернутися до викладача для одержання від нього письмової чи усної консультації. В своїх запитаннях потрібно найбільш точно вказати, які труднощі в нього виникли. При цьому потрібно вказати книгу, рік її видання та сторінку, на якій розглянуто питання, що викликає труднощі, або сформульована відповідна задача.

ДОДАТКИ

Додаток 1.

Приклад оформлення титульного листа

**МІНІСТЕРСТВО НАУКИ І ОСВІТИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ**

Кафедра вищої та прикладної математики

Шифр 065534

Контрольна робота № 3
з вищої математики
студентки економічного факультету
спеціальності «Облік та аудит»
групи ЗБ 2/1
Іванової Олени Миколаївни

Миколаїв-2018.

МІНІСТЕРСТВО НАУКИ І ОСВІТИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ
РЕЦЕНЗІЯ НА КОНТРОЛЬНУ РОБОТУ

Студента(ки) Іванової Олени

Миколаївни

(прізвище, ім'я, по-батькові)

Шифр 065534, який(а) навчається на другому курсі

економічного

факультету

Контрольна робота № 3 з вищої

математики

(найменування навчальної

дисципліни)

Тема: Диференціальні

рівняння

Завдання № 5, 26, 47, 68, 89

РЕЄСТРАЦІЙНИЙ № _____

Дата отримання

роботи

« _____ » _____ 20__ р.

Оцінка _____ Дата повернення роботи « _____ » _____ 20__

р.

Рецензент

(учене звання, прізвище, ім'я, по батькові)

ЗМІСТ РЕЦЕНЗІЇ

Підпис рецензента _____

Екзаменаційні питання курсу «Вища математика»

1. Матриці. Види матриць. Дії з матрицями та їх властивості.
2. Означення визначника 2, 3 та n -го порядку, властивості визначників.
3. Означення мінору, алгебраїчного доповнення елемента матриці, означення неvierодженої, союзної та оберненої матриць. Правило знаходження оберненої матриці та її властивості.
4. Розв'язок системи лінійних рівнянь матричним способом.
5. Розв'язок системи лінійних рівнянь за формулами Крамера.
6. Розв'язок системи лінійних рівнянь методом Гаусса. Дослідження системи лінійних рівнянь на сумісність.
7. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі (без доведення). Приклади обчислення рангу матриці. Поняття системи лінійних однорідних рівнянь.
8. Предмет аналітичної геометрії. Прямокутна декартова система координат на площині, відстань між двома точками.
9. Поділ відрізка у заданому відношенні.
10. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом та його дослідження.
11. Рівняння прямої, що проходить через задану точку з заданим кутовим коефіцієнтом. Рівняння пучка прямих.
12. Рівняння прямої, що проходить через дві задані точки.
13. Рівняння прямої у відрізках на осях.
14. Загальне рівняння прямої та його дослідження.
15. Кут між двома прямими на площині. Умови $//$ та \perp двох прямих на площині.
16. Сумісне дослідження рівнянь двох прямих, що задані загальними рівняннями.
14. Нормальне рівняння прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормального виду.
15. Відстань та відхилення точки від прямої.
16. Поняття кривих 2-го порядку. Означення кола. Канонічне рівняння кола.
17. Означення еліпса. Канонічне рівняння еліпса та його дослідження.
18. Означення гіперболи. Канонічне рівняння гіперболи та його дослідження.
19. Означення параболи. Канонічне рівняння параболи.
20. Перетворення координат на площині: перенесення початку координат, поворот осей координат на кут α , загальний випадок.
21. Поняття полярних координат та їх зв'язок з декартовими.
22. Означення вектора, модуль вектора. Колінеарність та компланарність векторів. Лінійні дії з векторами.
23. Лінійна залежність між векторами. Базис на площині та у просторі.
24. Розклад вектора в координатному базисі $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. Лінійні операції над векторами в системі координат.
25. Означення скалярного добутку векторів. Скалярний добуток двох векторів заданих координатами. Основні властивості скалярного добутку

векторів. Кут між двома векторами заданими їх координатами. Умова // та \perp двох векторів.

26. Векторний добуток векторів. Основні властивості векторного добутку. Площа паралелограма побудованого на двох векторах.

27. Векторний добуток двох векторів заданих координатами.

28. Мішаний добуток трьох векторів. Властивості мішаного добутку. Об'єм паралелепіпеда побудованого на трьох векторах.

29. Рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно заданому вектору.

30. Загальне рівняння площини у просторі та його дослідження.

31. Нормальне рівняння площини.

32. Рівняння площини, що проходить через три задані точки. Рівняння площини у відрізках на осях.

33. Кут між двома площинами. Умова // та \perp двох площин.

34. Відхилення та відстань точки від площини.

35. Канонічні та параметричні рівняння прямої у просторі.

36. Пряма лінія як перетин двох площин. Перехід до канонічних рівнянь прямої.

37. Кут між двома прямими у просторі. Умова // та \perp двох прямих у просторі.

38. Кут між прямою та площиною. Умови // та \perp прямої та площини.

39. Умова перетину двох прямих у просторі. Перетин прямої з площиною.

40. Поняття множини. Числові множини. Проміжки. Окіл точки. Модуль. Властивості модуля.

41. Означення змінної та сталої величини.

42. Означення функції та способи її завдання. Основні елементарні функції та їх класифікація. Складена функція.

43. Числова послідовність та її границя. Арифметична та геометрична прогресії. Основні теореми про границі числової послідовності.

44. Границя змінної величини. Нескінченно велика змінна величина.

45. Означення границі функції. Геометричні зображення. Границя функції зліва та справа. Границя функції на нескінченності.

46. Функції, що прямують до нескінченності. Обмежені функції.

47. Нескінченно малі функції. Теорема про зв'язок нескінченно малої з границею функції. Теорема про зв'язок нескінченно малої та нескінченно великої функції.

48. Основні властивості нескінченно малих функцій.

49. Порівняння нескінченно малих.

50. Теореми про арифметичні властивості границь. Теорема про границю проміжної функції.

51. Перша та друга важлива границя. Число e .

52. Приріст функції та приріст незалежної змінної. Неперервність функції в точці, на інтервалі.

53. Теореми про властивості функцій неперервних на відрізку (без доведення) у точці.
54. Класифікація точок розриву функції. Приклади.
55. Задачі, що приводять до поняття похідної. Означення похідної. Схема обчислення похідної. Механічний та геометричний зміст похідної. Рівняння дотичної та нормалі до кривої. Диференційованість функції. Теорема про залежність між неперервністю та диференційованістю функції.
56. Теореми про арифметичні властивості похідних.
57. Похідна від складеної функції. Похідні тригонометричних функцій: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$.
58. Похідна логарифмічної функції. Логарифмічне диференціювання. Похідні від функції a^x , e^x , x^n .
59. Означення оберненої функції. Похідна оберненої функції. Похідні обернених тригонометричних функцій. Похідна неявно та параметрично заданої функції.
60. Означення диференціала функції, його властивості та геометричний зміст. Інваріантність форми диференціала. Застосування диференціала до наближених обчислень.
61. Похідні та диференціали вищих порядків. Механічний зміст другої похідної. Похідні вищих порядків від функцій заданих параметрично.
62. Теореми про диференційовані функції: теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коші. Їх геометричний зміст.
63. Границя відношення двох нескінченно малих величин. Границя відношення двох нескінченно великих величин. Розкриття невизначеностей за допомогою правил Лопітала.
64. Означення зростаючої та спадної функції. Теореми про необхідні та достатні ознаки зростання та спадання функцій на відрізку. Означення максимуму та мінімуму функції. Теорема про необхідну умову екстремуму функції. Критичні точки.
65. Теорема про достатні умови існування екстремуму функції однієї змінної. Схема дослідження функції на екстремум за допомогою I та II похідної. Найбільше та найменше значення функції на відрізку.
66. Опуклість та вгнутість кривої. Теореми про ознаки опуклості та вгнутості кривої. Схема дослідження функції на опуклість та вгнутість. Асимптоти графіка функцій: вертикальні, горизонтальні, похилі. Знаходження параметрів похилої асимптоти.
67. Схема повного дослідження функції методами диференціального числення та побудова її графіку.
68. Означення функції двох змінних та її області визначення. Геометричне зображення функції двох змінних. Границя функції двох змінних. Неперервність функції двох змінних. Точки розриву.
69. Частинний та повний приріст функції двох змінних. Частинні похідні функції двох змінних та їх геометрична інтерпретація. Повний приріст та повний диференціал функції двох змінних.

70. Похідна складеної функції. Повна похідна та повний диференціал складеної функції. Похідна від функції, що задана неявно.
71. Частинні похідні вищих порядків. Теорема про частинні похідні.
72. Означення максимуму та мінімуму функцій двох змінних. Теорема про необхідні та достатні умови існування \max і \min . Схема знаходження екстремуму функції двох змінних. Найбільше та найменше значення функції двох змінних у замкненій області.
73. Означення первісної функції та невизначеного інтеграла. Теорема про різницю первісних. Геометричний зміст невизначеного інтеграла. Таблиця основних інтегралів. Поняття про інтеграли, які „не беруться”.
74. Основні властивості невизначеного інтеграла. Метод безпосереднього інтегрування. Інтегрування методом заміни змінної у невизначеному інтегралі. Інтеграли виду $\int f(ax + b)dx$.
75. Інтегрування частинами у невизначеному інтегралі. Основні класи для яких використовується метод інтегрування частинами.
76. Інтеграл від деяких функцій, які містять квадратний тричлен:

$$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}, \int \frac{Ax + B}{ax^2 + bx + c} dx, \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}, \int \frac{Ax + B}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx.$$
77. Поняття дробово-раціональної функції, розклад правильних раціональних алгебраїчних дробів на суму простих алгебраїчних дробів. Інтегрування дробово-раціональної функції. Інтегрування елементарних алгебраїчних дробів.
78. Інтегрування ірраціональних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою підстановок Ейлера. Інтегрування диференціального біному. Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок.
79. Інтегрування тригонометричних функцій виду: $R(\sin x, \cos x)$, $R(\sin^2 x, \cos^2 x)$, $R(\operatorname{tg} x)$, $R(\sin x) \cos x$, $R(\cos x) \sin x$, $f(x) = \sin^m x \cos^n x$. Універсальна тригонометрична підстановка.
80. Задача знаходження площі криволінійної трапеції. Нижня та верхня інтегральні суми та їх властивості. Означення визначеного інтеграла та його геометричний зміст.
81. Властивості визначеного інтеграла.
82. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі.
83. Формули для наближеного обчислення визначених інтегралів: прямокутників, трапецій, парабол (Сімпсона).
84. Невластиві інтеграл з нескінченими межами, геометричний зміст. Невластиві інтеграл від функцій, які мають точки розриву.
85. Задачі, які приводять до поняття диференціального рівняння: економічна, фізична. Поняття про диференціальні рівняння та його розв'язки. Порядок диференціального рівняння.

86. Означення диференціального рівняння 1-го порядку. Теорема про існування та єдність розв'язку диференціального рівняння. Загальний, частинний та особливий розв'язок диференціального рівняння 1-го порядку. Задача Коші та її геометричний зміст.
87. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними та зі змінними, які можуть бути відокремленими.
88. Однорідні диференціальне рівняння 1-го порядку (диференціальні рівняння з однорідними функціями) та їх розв'язок.
89. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку та їх розв'язок. Рівняння Бернуллі.
90. Означення диференціального рівняння 2-го порядку. Розв'язок диференціальних рівнянь 2-го порядку, що допускають зниження порядку:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f\left(x, \frac{dy}{dx}\right), \quad y^{(n)} = f(x).$$
91. Означення диференціального рівняння 2-го порядку. Розв'язок диференціальних рівнянь 2-го порядку, що допускають зниження порядку:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f\left(y, \frac{dy}{dx}\right), \quad y^{(n)} = f(x).$$
92. Лінійні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Властивості їх розв'язків. Поняття комплексного числа. Формула Ейлера.
93. Загальний розв'язок лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.
94. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Теорема про структуру його загального розв'язку.
95. Знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку методом варіації довільних сталих.
96. Знаходження частинного розв'язку неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною: $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}$.
97. Знаходження частинного розв'язку неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною: $f(x) = P(x)e^{\alpha x} \cos \beta x + Q(x)e^{\alpha x} \sin \beta x$.
98. Означення числового ряду, частинна сума ряду, сума ряду, збіжність та розбіжність числового ряду. Геометрична прогресія та її сума.
99. Властивості числових рядів.
100. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
101. Гармонічний ряд, теорема про розбіжність гармонічного ряду.
102. Порівняння числових рядів з додатними членами.
103. Ознака Даламбера збіжності числового ряду. Радикальна ознака Коші збіжності числового ряду.
104. Інтегральна ознака Коші збіжності числового ряду. Гранична ознака порівняння числових рядів.

105. Знакозмінні ряди. Ряди у яких знаки по чередується. Теорема Лейбніца.
106. Абсолютна та умовна збіжність рядів. Теорема про абсолютну збіжність знакозмінних рядів.
107. Означення функціонального ряду, область збіжності функціонального ряду. Означення мажорованого ряду. Теорема про мажоровані ряди. Рівномірна збіжність ряду.
108. Означення степеневих ряду, область збіжності степеневих ряду. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Методи їх знаходження.
109. Степеневі ряди. Теорема Абеля.
110. Теорема про почленне диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Степеневий ряд по степеням $(x - a)$.
111. Теорема про розклад функцій в степеневі ряди. Ряд Тейлора і Маклорена..
112. Розкласти в ряд Маклорена функції $y = e^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$
113. Розкласти в ряд Маклорена функцію $y = (1 + x)^m$, $y = \ln(1 + x)$, $y = \arctg x$.
114. Використання рядів для наближених обчислень значень функцій та значень визначених інтегралів, що „не беруться” в скінченному вигляді. Інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою рядів.

Список рекомендованої літератури

Основна:

1. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа./ Г. Н. Берман. – М. : Наука, 1985. – 383 с.
2. Валєєв К. Г., Вища математика: навч. посіб. : у 2-х ч. – ч. 1 / К. Г. Валєєв, І. А. Джаладова – К. : КНЕУ, 2001. – 546 с.
3. Натансон И. П. Краткий курс высшей математики. / И. П. Натансон. – СПб. : Издательство Лань, 1999. – 736 с.
4. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: в 2-х т. - Т.1. / Н. С. Пискунов – М. : Наука, 1985. – 560 с.
5. Соколенко О. І. Вища математика: підруч./ О. І. Соколенко – К. : Академія, 2002. – 432 с.

Додаткова:

1. Гудименко Ф.С. Дифференціальні рівняння. – К.: Вид-во Київ. держ. ун-ту ім.Т.Г.Шевченка, 1958. – 206 с.
2. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики: Учебное пособие. – М.: «Наука», 1978. – С. 255-278.
3. Лейфура В.М. та ін. Математика для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів I-II рівнів акредитації. – К.: Техніка, 2003. – С. 513-537.

4. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Минск: Высшая школа, 1974. – 768 с.
5. Соколенко О.І. Вища математика: Підручник. – К.: Видавничий центр „Академія”, 2002. – С. 280-304.

Зміст

Вступ.....	3
I. Розрахункові завдання для контрольних робіт та самостійної роботи студентів	4
1.1. Аналітична геометрія. Векторна та лінійна алгебра.....	4
1.2. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.....	10
1.3. Диференціальні рівняння.....	23
1.4. Числові та функціональні ряди	29
II. Основні теоретичні відомості курсу „Вища математика”.....	39
III. Правила оформлення контрольних робіт.....	50
3.1 Таблиця вибору варіанта контрольної роботи	50
3.2. Вимоги до оформлення контрольних робіт.....	51
Додатки	54
Список рекомендованої літератури	62

Навчальне видання

Вища математика

Завдання для виконання контрольних робіт №1, №2 та методичні рекомендації
для здобувачів вищої освіти ступеня “бакалавр”

спеціальностей

281 “Публічне управління та адміністрування”,

073 “Менеджмент”

денної та заочної форм навчання

Укладачі: **Шебанін В'ячеслав Сергійович**
Богза Володимир Григорович
Атаманюк Ігор Петрович та ін.

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 4.0

Тираж 30 прим. Зам. № 1403-1

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013р