

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет технології виробництва і переробки продукції тваринництва,
стандартизації та біотехнології

Кафедра технології виробництва продукції тваринництва

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ТВАРИННИЦТВІ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

для виконання практичних занять з дисципліни
студентами денної та заочної форми навчання
освітніх спеціальностей 7.09010201 – та 8.09010201 – „ТВППТ”

Миколаїв

2015

УДК 636: 004.942

ББК 65в641+45

М 74

Друкується за рішенням науково-методичної комісії факультету
ТВППТСБ Миколаївського національного аграрного університету від
10.06.2015 р., протокол № 10.

Укладач:

Р. О. Трибрат – канд. с.-г. наук, доцент кафедри технології
виробництва продукції тваринництва Миколаївського національного
аграрного університету

Рецензенти:

І. М. Рожков – професор, д-р біол. наук, директор інституту
фізичної культури та спорту Миколаївського національного університету
ім. В. О. Сухомлинського

С. П. Кот – доцент, канд. біол. наук, завідувач кафедри зоогієни та
ветеринарії Миколаївського національного аграрного університету

Зміст

Вступ	4
Вимоги щодо знань і вмінь, набутих внаслідок вивчення дисципліни і виконання практичних занять	6
Зміст навчальної дисципліни	6
Практичні завдання:	7
1. Методика розв'язання оптимізаційних задач лінійного програмування (у середовищі EXCEL)	7
2. Методика моделювання задач з оптимізації раціонів	14
3. Методика моделювання задач із оптимального використання (розподілу) наявних запасів корів у господарстві	19
4. Методика моделювання задач із оптимізації складу кормосуміші (комбікорму)	29
5. Методика моделювання структури стада великої рогатої худоби	34
5.1. Моделювання структури стада великої рогатої худоби	34
5.2. Моделювання річного обороту стада великої рогатої худоби	38
5.3. Моделювання оптимізації руху поголів'я худоби	47
5.4. Моделювання структури стада свиней	53
6. Методика моделювання оптимізації зеленого конвеєра	57
7. Методика динамічного програмування	64
7.1. Задача динамічного програмування знаходження найкоротшого шляху	64
7.2. Задача динамічного програмування проведення вибракування корів дійного стада	68
Список літератури	70

Вступ

На сучасному етапі найважливішою ознакою розвитку тваринництва є науково-технічна революція, з якою пов'язане технічне переозброєння всіх галузей матеріального виробництва.

У зв'язку з цим, індустріалізація тваринництва – це, насамперед, впровадження прогресивних технологій, які здатні забезпечити підвищення продуктивності праці при одночасному збільшенні виробництва, його економічних показників і поліпшення якості продукції.

Успіх вирішення проблем впровадження нових технологій у тваринництві значною мірою залежить від уміння володіти методами моделювання (проектування), організації й управління технологічними процесами виробництва кожного окремо взятого продукту.

Інженер-технолог сьогодні повинен бути не тільки спеціалістом, що володіє знаннями лише способу виробництва продуктів тваринництва, а й бути інженером процесу, тобто спеціалістом по науковій його організації. Тому сьогодні і на перспективу без оволодіння методами моделювання технологічного процесу не можна організовувати високорентабельне виробництво і керувати ним.

В умовах нових економічних відносин, з появою можливості підприємств самостійно приймати економічні і господарські рішення у відношенні перспектив розвитку та структури сільськогосподарського виробництва, виникає необхідність принципово нового підходу до планово-економічної роботи. Тому економіко-математичні методи в цілому і в першу чергу моделі стають важливим інструментом удосконалення господарського механізму.

Спеціалісти господарства мають володіти цими інструментами, а саме: уміти обґрунтовувати і ставити виробничі завдання, математично формалізувати умови функціонування системи в економічному середовищі при певних обмеженнях, відображати ці умови у формі математичних

нерівностей і рівнянь, набути професійних навичок підбору необхідної інформації, оволодіти методичними прийомами побудови конкретних економіко-математичних моделей.

Мистецтво моделювання полягає в тому, щоб глибоко вивчити і зрозуміти природу явища, зуміти відобразити її в математичній кількісній формі і при цьому зберегти основні риси явища і відкинути несуттєві. Тому предметом вивчення курсу є кількісні характеристики явищ і процесів, які протікають в агропромисловому виробництві, вивчення їх взаємозв'язків, факторіальної залежності за умови розвитку виробничих систем.

Основним методом даного курсу є абстракція, побудова абстрактних математичних моделей, тобто сукупність прийомів і правил, які забезпечують формалізацію економічних процесів і явищ і подання їх у вигляді компактних, так званих математичних моделей процесу, які в подальшому розгортаються у вигляді числової системи математичних нерівностей і рівнянь.

Вивчення моделювання виробничих систем в тваринництві базується на знаннях технологічних дисциплін (скотарства, свинарства, вівчарства, птахівництва), механізації сільськогосподарського виробництва, кормо виробництва, зоогігієни, економічної теорії, вищої математики, організації сільськогосподарського виробництва.

Одержані знання використовуються при вивченні, аналізу, плануванні і управлінні сільськогосподарським виробництвом, а також в практичній і науково-дослідній роботі.

Мета і задачі методичних рекомендацій - надати допомогу студентам факультету технології виробництва і переробки продукції тваринництва у вивченні навчального модуля „Моделювання технологічних процесів у тваринництві”, формуванні умінь і навичок практичного застосування розроблених моделей до конкретних умов виробництва.

Вимоги щодо знань і вмінь, набутих внаслідок вивчення дисципліни і виконання практичних занять

Студент повинен знати:

- визначення, класифікацію та характеристику моделей;
- поняття та класифікацію систем;
- системний підхід та системний аналіз у моделюванні процесів;
- типи моделювання;
- основи математичного моделювання;
- етапи моделювання;
- принципи побудування моделей та їх математичний запис.

Студент повинен вміти:

- характеризувати явища як систему та модель;
- визначати кількісні зв'язки явища і вміти відображати їх в математичній кількісній формі;
- визначати основні та допоміжні змінні, обмеження та критерій оптимальності математичної моделі;
- проводити поетапну побудову моделі та аналізувати її.

Зміст навчальної дисципліни

У відповідності до навчального плану для спеціальностей 7.09010201–, 8.09010201 – “ТВППТ” дисципліна “Моделювання технологічних процесів у тваринництві” вивчається студентами протягом дев'ятого семестру (V курс) за денною формою навчання та дес'ятого семестру (V курс) за заочною формою навчання. Дисципліна складається із 76 годин аудиторних занять (4 змістовних модулів, 3 кредити у тому числі теоретичний курс (лекції) - 30 годин/0,8 кред., практичні заняття – 46 годин/1,3 кред., самостійна робота – 32 год./0,9 кред. та 50 год./1,4 кред. відповідно. Передбачено виконання курсового проекту.

Практичні завдання

1. Методика розв'язання оптимізаційних задач лінійного програмування (у середовищі EXCEL)

Оптимізаційні задачі виникають у зв'язку з багаточисельністю можливих варіантів функціонування конкретних систем, коли постає ситуація вибору альтернативи, найкращої за певним правилом, критерієм, вимогою.

Лінійні оптимізаційні задачі можуть бути реалізовані в середовищі **EXCEL**.

ПОИСК РЕШЕНИЯ - це надбудова EXCEL, що дає можливість розв'язувати лінійні задачі. Якщо в меню *Сервис* відсутня команда **ПОИСК РЕШЕНИЯ**, її потрібно активізувати: *Сервис* - *Надстройки* - *Поиск решения*.

Для реалізації алгоритму задачі необхідно:

- сформулювати формулу для вводу умов задачі;
- вказати адреси клітин, в які буде надсилатися результат розв'язку задачі (*изменяемые ячейки*);
- ввести залежність для цільової функції;
- вказати призначення цільової функції (*установить целевую ячейку*);
- ввести обмеження;
- ввести параметри для розв'язку ЗЛП.

Методику розв'язку наведемо розглядаючи класичну задачу оптимізації раціону для дійної корови (числова модель у табл. 2).

У задачі необхідно знайти такий оптимальний раціон, який би забезпечив потребу організму в поживних речовинах, відповідав би вимогам організму щодо рівня споживання окремих кормів і був мінімальним за вартістю.

Позначимо через X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 масу окремих кормів, а через X_6 -

загальну поживність раціону.

Економіко-математична модель задачі матиме такий вигляд.

Цільова функція - це математичний вираз мети, тобто того, що в даному випадку необхідно мінімізувати:

$$F(x) = 0,5 X_1 + 0,6 X_2 + 0,25 X_3 + 0,04 X_4 + 0,08 X_5$$

Обмеження за умовою задачі:

$$1,15 X_1 + 1,18 X_2 + 0,44 X_3 + 0,2 X_4 + 0,2 X_5 \geq 13,4$$

$$1,15 X_1 + 1,18 X_2 + 0,44 X_3 + 0,2 X_4 + 0,2 X_5 \leq 13,8$$

$$85 X_1 + 189 X_2 + 144 X_3 + 5 X_4 + 14 X_5 \geq 1340$$

$$85 X_1 + 189 X_2 + 144 X_3 + 5 X_4 + 14 X_5 \leq 1380$$

$$2 X_1 + 2 X_2 + 17 X_3 + 2,8 X_4 + 1,4 X_5 \geq 97$$

$$3,9 X_1 + 4,3 X_2 + 2,2 X_3 + 0,8 X_4 + 0,4 X_5 \geq 69$$

$$0,3 X_1 + 0,2 X_2 + 49 X_3 + 4 X_4 + 20 X_5 \geq 610$$

$$1,15 X_1 + 1,18 X_2 + 0,44 X_3 + 0,2 X_4 + 0,2 X_5 - X_6 = 0$$

$$0,44 X_3 + 0,2 X_4 - 0,26 X_6 = 0$$

$$1,15 X_1 + 1,18 X_2 - 0,29 X_6 \geq 0$$

$$X_5 \geq 15$$

$$X_2 \leq 2$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

1. Для наведеної задачі підготувати форму для вводу умов (рис. 1.1)
2. У нашій задачі оптимальні значення вектора $X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ після розв'язку задачі будуть розміщені в клітинках **B3:F3**, оптимальне значення цільової функції - в клітинці **H5**.

3. Введемо дані задачі у підготовлену форму, отримаємо результат, зображений нарис. 1.2.

1. Для наведеної задачі підготуємо форму для вводу умов (рис.1.1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Змінні							
2		X1	X2	X3	X4	X5	X6			
3	значення, кг									
4	коэф в ЦФ (вартість корму), грн./кг							ЦФ		
5			Обмеження							
6								ліва частина	знак	права частина
7	Кормові одиниці									
8	Кормові одиниці									
9	Перетравний протеїн, г									
10	Перетравний протеїн, г									
11	Кальцій, г									
12	Фосфор, г									
13	Каротин, мг									
14	Кормові одиниці, всього									
15	Грубих кормів, %									
16	Міп концентратів, %									
17	Міп силосу, кг									
18	Мах дерті горохової, кг									

Рис. 1.1. Форма для вводу даних

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Змінні							
2		X1	X2	X3	X4	X5	X6			
3	значення, кг									
4	коэф в ЦФ (вартість корму), грн./кг	0,5	0,6	0,25	0,04	0,08		ЦФ		
5			Обмеження							
6								ліва частина	знак	права частина
7	Кормові одиниці	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2				13,4
8	Кормові одиниці	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2			>	13,8
9	Перетравний протеїн, г	85	189	144	5	14			>	1340
10	Перетравний протеїн, г	85	189	144	5	14			>	1380
11	Кальцій, г	2	2	17	2,8	1,4			>	97
12	Фосфор, г	3,9	4,3	2,2	0,8	0,4			>	69
13	Каротин, мг	0,3	0,2	49	4	20			>	610
14	Кормові одиниці, всього	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2		-1	=	0
15	Грубих кормів, %			0,44	0,2			-0,26	=	0
16	Міп концентратів, %	1,15	1,18					-0,29	>	0
17	Міп силосу, кг						1		>	15
18	Мах дерті горохової, кг			1					<	2
19										

Рис. 1.2. Дані введено у форму

Рис. 1.2. Дані введено у форму

4. Введемо залежність для цільової функції:

- робимо активною клітину **H5**;
- курсор на **Мастер функций**;
- на екрані з'являється діалогове вікно **Мастер функции**;
- з вікна **Категория** курсором вибираємо категорію **Математические**;
- у вікні **Функции** обираємо **СУММПРОИЗВ**;
- у масив 1 вводимо **B3:F3**;
- у масив 2 вводимо **B4:F4**;

- установку цільової функції завершено. На екрані **Н5** цільова функція введена, як показано на рис. 1.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Змінні							
2		X1	X2	X3	X4	X5	X6			
3	значення, кг									
4	коэф в ЦФ (вартість корму), грн./кг									
5		0,5	0,6	0,25	0,04	0,08		ЦФ		
6								1:F3:B4:F4)		
7	Кормові одиниці	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2		ліва частина	знак	права частина
8	Кормові одиниці	1,15								13,4
9	Перетравний протеїн, г	85								13,8
10	Перетравний протеїн, г	85								1340
11	Кальцій, г	2								97
12	Фосфор, г	3,9								69
13	Каротин, мг	0,3								610
14	Кормові одиниці, всього	1,15								0
15	Грубих кормів, %									0
16	Міп концентрації, %	1,15								0
17	Міп силосу, кг									15
18	Мак дерті горохової, кг									2
19										
20										
21										
22										

Рис. 1.3. Формування цільової функції*

5. Введемо залежності для лівих частин обмежень: або аналогічно попередньому кроку вводимо функції для лівих частин, або з клітини **Н5** копіюємо формулу в **Н7, Н8, ... Н18**. На цьому завершено введення залежностей.

Після вибору команд **Сервис => Поиск решения** з'явиться діалогове вікно **Поиск решения**.

У діалоговому вікні **Поиск решения** є три основних параметри:

- Установить **целевую функцию**.
- **Изменяя ячейки**.
- **Ограничения**.

Насамперед необхідно заповнити поле **Установить целевую функцию**.

У всіх задачах для засобу **Поиск решения** оптимізується результат в одній з клітин робочого листа. Цільова функція зв'язана з іншими клітинами цього листа за допомогою формул. Засіб **Поиск решения** дає можливість обрати пошук найменшого чи найбільшого значення для

цільової функції, або встановити конкретне значення.

Другий важливий параметр засобу **Поиск решения - Изменяя ячейки**.

Изменяемые ячейки - це клітини, значення в яких будуть змінюватися для того щоб, оптимізувати результат у цільовій клітині.

Для розв'язку задачі можна вказати до 200 таких клітин, але до них є дві основні умови: вони мають містити формули і зміна їх значень повинна впливати на зміну значення цільової функції, тому цільова клітина залежна від **Изменяемых ячеек**.

Третій параметр, що необхідно встановити - **Ограничения**.

6. Призначення цільової функції:

- Навести курсор в поле **Установить целевую функцию**.
- Ввести адресу клітини **H5**.
- Ввести напрямок цільової функції (максимального значення).

Ввести адреси змінних:

- Навести курсор в поле **Изменяя ячейки**.
- Ввести адреси **B3:F3**.

7. Вводимо обмеження:

■ Курсор в поле **Добавить**, з'являється діалогове вікно **Добавление ограничений** (рис. 1.4.)



Рис. 1.4. Формування обмежень

- У полі **Ссылка на ячейку** ввести адресу **H7**.
- Ввести знак обмеження та обсяг обмеження.
- **Добавить**. Аналогічно ввести решту обмежень.
- Після останнього обмеження ввести **ОК**.

На екрані з'являється діалогове вікно *Поиск решения* з введеними умовами (рис. 1.5)

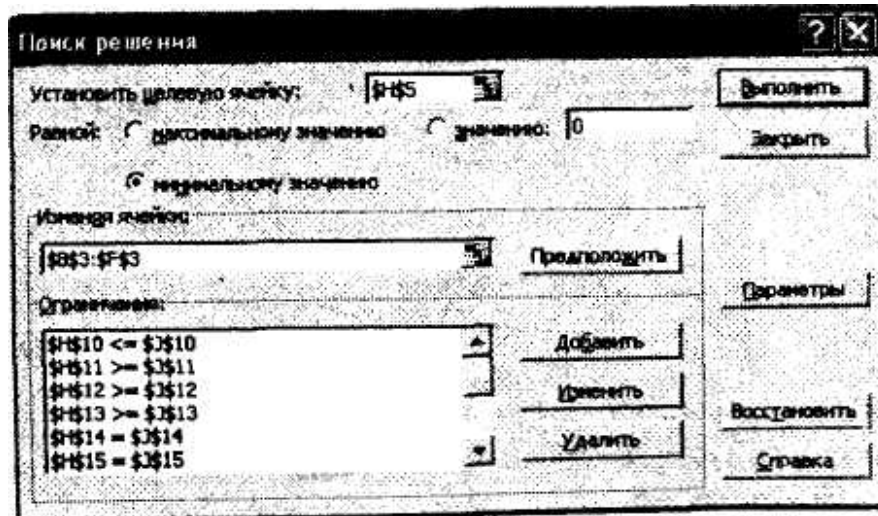


Рис. 1.5. Сформовані та введені всі умови для розв'язку задачі 8. Визначення параметрів для розв'язку ЗЛП (рис. 1.6).

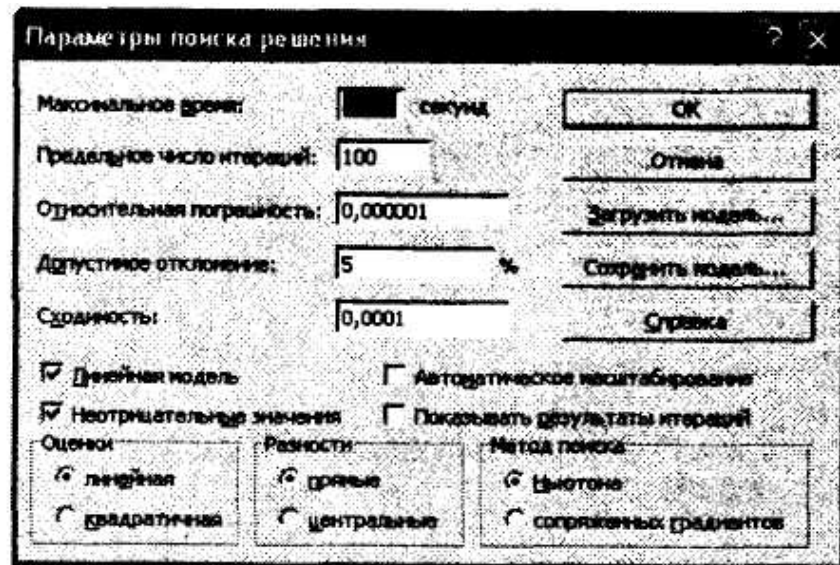


Рис. 1.6. Параметры для ЗЛП

- Відкрити вікно *Параметры поиска решения*.
- Відмітити позначку *Линейная модель*, що забезпечує використання симплекс-методу, та позначити прапорцем *Неотрицательные значения*.
- **ОК**. На екрані з'явиться вікно *Поиска решения*.
- **Выполнить**. На екрані з'явиться діалогове вікно *Результаты поиска решения* - рис. 1.7.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Зміни							
2		X1	X2	X3	X4	X5	X6			
3	значення	5,66	0,00	4,14	8,84	18,52	13,80			
4	коэф в ЦФ	0,5	0,6	0,25	0,04	0,08	0,00			
5			Обмеження					5,698711317		
6								ліва частина	знак	права частина
7	Кормові одиниці	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2	0	13,80	>=	13,4
8	Кормові одиниці	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2	0	13,80	<=	13,8
9	Перетравний протеїн, г	85	189	144	5	14	0	1360,00	>=	1340
10	Перетравний протеїн, г	85	189	144	5	14	0	1360,00	<=	1360
11	Кальцій, г	2	2	17	2,8	1,4	0	132,30	>=	97
12	Фосфор, г	3,9	4,3	2,2	0,8	0,4	0	45,65	>=	69
13	Каротин, мг							610,00	>=	610
14	Кормові одиниці, всього							0,00	=	0
15	Грубих кормів, %							0,00	=	0
16	Міп концентратів, %							2,51	>=	0
17	Міп силосу, кг							18,52	>=	15
18	Мак дерті горохової, кг							0,00	<=	2
19										
20										
21										
22										
23										

Рис. 1.7. Результати розв'язку задачі

Отримати оптимальний результат не вдалось у зв'язку з тим, що в раціоні має місце нестача фосфору. За умови введення фосфорної добавки або зниження норми годівлі по фосфору з 69 г до 42 г можна отримати оптимальне рішення (рис. 1.8).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1			Зміни							
2		X1	X2	X3	X4	X5	X6			
3	значення	1,44	2,00	2,38	12,71	31,00	13,80			
4	коэф в ЦФ	0,5	0,6	0,25	0,04	0,08	0,00			
5			Обмеження					5,50990646		
6								ліва частина	знак	права частина
7	Кормові одиниці	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2	0	13,80	>=	13,4
8	Кормові одиниці	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2	0	13,80	<=	13,8
9	Перетравний протеїн, г	85	189	144	5	14	0	1340,00	>=	1340
10	Перетравний протеїн, г	85	189	144	5	14	0	1340,00	<=	1360
11	Кальцій, г	2	2	17	2,8	1,4	0	126,28	>=	97
12	Фосфор, г							42,00	>=	42
13	Каротин, мг							766,20	>=	610
14	Кормові одиниці, всього							0,00	=	0
15	Грубих кормів, %							0,00	=	0
16	Міп концентратів, %							0,01	>=	0
17	Міп силосу, кг							31,00	>=	15
18	Мак дерті горохової, кг							2,00	<=	2
19										
20										
21										

Рис. 1.8. Оптимальний розв'язок знайдено

Отриманий оптимальний розв'язок означає, що мінімальна вартість добового раціону 5,5 грн. забезпечить отримання добового надоя молока від корови 18 кг. При цьому раціон включатиме 1,44 кг дерті ячмінної, 2 кг дерті горохової, 2,38 кг сіна, 12,71 кг соломи та 31 кг силосу. Високий вміст соломи можна пояснити відсутністю обмеження щодо її введення в раціон. Раціон за поживністю відповідає нормі годівлі тварин (за винятком вмісту фосфору).

2. Методика моделювання задач з оптимізації раціонів

У структурі собівартості продукції тваринництва на вартість кормів припадає 50-75%. Тому одним із основних шляхів зниження собівартості продукції тваринництва є зниження витрат на корми. Повноцінна годівля тварин - основа їх високих репродуктивних і продуктивних якостей, скоростиглості і збільшення живої маси молодняку і, як результат, підвищення ефективності виробництва продукції тваринництва.

Умову задачі з оптимізації раціону можна сформулювати так: виходячи із наявних кормів у господарстві, а також кормових добавок, скласти раціон для тварини певної статеві-вікової групи, який за вмістом поживних речовин, співвідношенням окремих кормів і їх груп повністю відповідав би вимогам організму, і в той же час, був найдешевшим. Критерій оптимальності - мінімум вартості раціону.

За умовою задачі основними змінними величинами в гай є корми і добавки (X_j). Для розробки економіко-математичної моделі задачі необхідна така інформація:

1. Перелік кормів і добавок, які будуть використані при складанні раціону;
 2. Потреба тварини в поживних речовинах (норма годівлі);
 3. Фізіологічно допустимі межі згодовування окремих кормів чи співвідношення окремих груп кормів у раціоні;
 4. Поживність кормів;
 5. Собівартість кормів та вартість придбаних кормів і добавок;
 6. Господарські умови наявності кормів (забезпеченість кормами);
- Маючи цю інформацію, можна сформулювати умову задачі.

Задача

Розрахувати оптимальний добовий раціон для корови живою масою **500** кг, добовим надоем **18** кг і жирністю молока **3,9** % на стійловий період.

Для отримання заданої продуктивності корови в її раціоні має міститися не менше:

кормових одиниць - ____, перетравного протеїну - ____г, кальцію - ____г, фосфору - ____г, каротину - ____мг. В господарстві є корми, поживність і собівартість яких наведена у таблиці 1.

1. Поживність і собівартість кормів

Показник	Дерть ячмінна	Дерть горохова	Сіно із люцерни	Солома пшенична	Силос кукурудзяний
Корм. од.	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2
Перетр. прот. г	85	189	144	5	14
Кальцій, г	2	2	17	2,8	1,4
Фосфор, г	3,9	4,3	2,2	0,8	0,4
Каротин, мг	0,3	0,2	49	4,0	20
Вартість 1 кг, грн.	0,5	0,6	0,25	0,04	0,08

У структурі раціону (за енергетичною поживністю) повинно бути, %:
 - грубих кормів - ____, концентрованих кормів не менше _____. Добова даванка, кг: силосу - не менше ____, дерті горохової - не більше _____.
 Критерій оптимальності - мінімальна вартість раціону.

Завдання. Визначити перелік змінних величин та розробити числову модель задачі.

Для виконання завдання спочатку заносимо дані в умову задачі, а саме, користуючись нормами годівлі (довідник), розносимо потребу організму в окремих поживних речовинах. Після цього розраховуємо орієнтовну структуру раціону за поживністю. При цьому слід пам'ятати, що в структурі раціонів дійних корів грубі корми можуть становити 20-30%, соковиті — 40-50, а концентровані корми - 20-40% і більше. Співвідношення грубих і концентрованих кормів при цьому залежить від продуктивності тварин, а саме, чим вища їх продуктивність, тим вищий

рівень концентрованих кормів у раціоні і нижчий рівень грубих кормів, і навпаки. При визначенні рівня концентратів у раціоні, за умови високої якості грубих і соковитих кормів, слід враховувати орієнтовну даванку їх залежно від продуктивності тварин (табл.2).

2. Даванки коровам концентрованих кормів

Добовий надій молока, кг	Кількість концентрованих кормів на 1 кг молока, г
До 10	До 100
10-15	100-150
16-20	160-200
21-30	210-300
26 - 30 і більше	300 – 350

За умовою задачі (добовий надій - 18 кг) рівень концентратів (у разі відсутності потреби в авансовій годівлі) становить 3,6 кг, або 4 корм. од. ($3,6 \cdot 1,1$), що становить 29 % енергетичної поживності (13,6 корм, од.) раціону. Рівень грубих кормів при цьому становитиме близько 26 %, а решта - 45% - соковиті корми із урахуванням того, що на 100 кг живої маси коровам згодують 1-2 кг грубих та 8-10 кг соковитих кормів. Високопродуктивним коровам при цьому із грубих кормів краще згодовувати сіно, або не менше 75% його потреби у грубих кормах. Добова даванка силосу може становити не менше 70 % потреби (за поживністю) у соковитих кормах. У даній задачі із 6,12 корм. од. (частка соковитих кормів) силос має забезпечити 4,28 корм. од. Таким чином, дані умови задачі будуть такими: для отримання заданої продуктивності корови в її раціоні має міститися не менше: кормових одиниць - 13,6; перетравного протешу - 1360 г, кальцію - 97 г, фосфору - 69 г, каротину - 610 мг. У раціоні за поживністю повинно бути, %: грубих кормів - 26, концентрованих кормів не менше 29; добова даванка силосу повинна бути

не менше 21 кг; дерті горохової - не більше 2 кг.

Визначаємо *систему змінних* відповідно до умов задачі. Кількість кормів, що можуть увійти до складу раціону позначимо:

X_1 - кількість дерті ячмінної, кг;

X_2 - кількість дерті горохової, кг;

X_3 - кількість сіна із люцерни, кг;

X_4 - кількість соломи пшеничної, кг;

X_5 - кількість силосу кукурудзяного, кг;

X_6 - загальна поживність раціону, корм. од.

Визначаємо *систему обмежень*. Перші сім основних обмежень за вмістом поживних речовин (кормових одиниць, перетравного протеїну, кальцію, фосфору і каротину) записують так:

$$1. \ 1,15X_1 + 1,18X_2 + 0,44X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5 \geq 13,4.$$

$$2. \ 1,15X_1 + 1,18X_2 + 0,44X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5 \leq 13,8.$$

$$3. \ 85X_1 + 189X_2 + 144X_3 + 5X_4 + 14X_5 \geq 1340.$$

$$4. \ 85X_1 + 189X_2 + 144X_3 + 5X_4 + 14X_5 \leq 1380.$$

$$5. \ 2,0X_1 + 2,0X_2 + 17,0X_3 + 2,8X_4 + 1,4X_5 \geq 97.$$

$$6. \ 3,9X_1 + 4,3X_2 + 2,2X_3 + 0,8X_4 + 0,4X_5 \geq 69.$$

$$7. \ 0,3X_1 + 0,2X_2 + 49,0X_3 + 4,0X_4 + 20,0X_5 \geq 610.$$

Восьме обмеження виражає загальну кількість кормових одиниць з метою введення в модель структури раціону.

$$8. \ 1,15X_1 + 1,18X_2 + 0,44X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5 - X_6;$$

$$1,15X_1 + 1,18X_2 + 0,44X_3 + 0,2X_4 + 0,2X_5 - X_6 = 0.$$

Потім записуємо додаткові обмеження за структурою раціону та вмістом окремих видів кормів.

9. За вмістом грубих кормів (за поживністю) у раціоні

$$0,44X_3 + 0,2X_4 = 0,26X_6;$$

$$0,44X_3 + 0,2X_4 - 0,26X_6 = 0.$$

10. За мінімальною кількістю концентрованих кормів (за

поживністю) у раціоні:

$$1,15X_1 + 1,18X_3 \geq 0,29X_6;$$

$$1,15X_1 + 1,18X_2 - 0,29X_6 \geq 0.$$

11. За мінімальною кількістю (за масою) силосу

$$X_5 \geq 15.$$

12. За максимальною кількістю (за масою) дерті горохової:

$$X_2 \leq 2.$$

Критерій оптимальності - мінімальна вартість раціону, і виражається:

$$0,5X_1 + 0,6X_2 + 0,25X_3 + 0,04X_4 + 0,08X_5 \rightarrow \min$$

Після цього готується числова модель задачі (табл. 3), дані якої заносять у персональний комп'ютер і вирішують за наведеною вище методикою.

3. Числова математична модель задачі з оптимізації раціону для корів

Змінні Обмеження	Дерть ячмінна X_1	Дерть горохова X_2	Сіно із люцерни X_3	Солома пшенична X_4	Силос кукурудзя- ний X_5	Корм, одиниці X_6	Тип (знак) обмеження і його величина
1. Корм.од.	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2	0	$\geq 13,4$
2. Корм.од.	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2	0	$\leq 13,8$
3. Перетр. прот., г	85	189	144	5	14	0	≥ 1340
4. Перетр. прот., г	85	189	144	5	14	0	≤ 1380
5. Кальцій, г	2	2	17	2,8	1,4	0	≥ 97
6. Фосфор, г	3,9	4,3	2,2	0,8	0,4	0	≥ 69
7. Каротин, г	0,3	0,2	49	4,0	20,0	0	≥ 610
8. Корм.од., всього	1,15	1,18	0,44	0,2	0,2	-1	$= 0$
9. Грубих кормів, %			0,44	0,2		-0,26	$= 0$
10. Min концентратів, %	1,15	1,18				-0,29	≥ 0
11. Min силосу, кг					1		≥ 15
12. Мах дерті горох., кг		1					≤ 2
Цільова функція	0,5	0,6	0,25	0,04	0,08	0	$\rightarrow \min$

3. Методика моделювання задач із оптимального використання (розподілу) наявних запасів кормів у господарстві

Постановка економіко-математичної задачі.

Питання оперативного планування використання кормів, які заготовлені на стійловий період, представляють практичний інтерес. Оптимальний план повинен забезпечити найбільш раціональний розподіл запасів кормів між статеві віковими групами і видами худоби з одночасним визначенням раціонів для кожної групи. При цьому необхідно знати, які корми слід докупити або продати (обміняти), а також скільки кормо-днів доцільно утримувати тварин для отримання максимальної кількості продукції тваринництва.

Бажаним *критерієм оптимальності* є максимум валової продукції тваринництва.

У відповідності з постановкою задачі в моделі будуть наступні групи *змінних*:

- види кормів і кормових добавок, з яких складають оптимальні раціони для груп худоби і птиці, які враховуються;
- кормо-дні перебування тварин у господарстві;
- корми, що купуються або продаються (обмінюються).

Перші дві групи змінних диференціюють за статеві-віковими групами і видами худоби та птиці. Вони формують разом з обмеженнями по структурі кормових раціонів окремі блоки моделі. Таких блоків стільки, скільки груп і видів тварин враховується в задачі. Таким чином, модель оптимізації плану використання кормів має блочну структуру.

В моделі враховуються всі умови, які впливають на структуру використання кормів, що знаходить відображення в наступних групах *обмежень*:

- по поживним речовинам;
- відношенню окремих груп і видів кормів в існуючих групах;

- кормо-дням перебування окремих груп і видів худоби у господарстві;
- оптимальному розподілі (використанні) кожного виду корму з урахуванням можливої купівлі і (або) продажу;
- використанню коштів на купівлю недостатніх кормів.

Перші дві групи обмежень присутні в кожному блоці, і з їх допомогою визначаються оптимальні норми годівлі відповідної групи або виду худоби. Три останні групи є *обмеженнями з'єднувального блоку* і забезпечують пов'язання всіх умов у моделі.

Для запису вказаних груп умов повинні бути відомі наступні *техніко-економічні коефіцієнти і константи* :

- вміст поживних речовин в 1 кг кормів і добавок;
- потреба в поживних речовинах у розрахунку на 1 кормо-день кожної групи або виду худоби;
- допустимі межі (інтервали) потреби в корм.од. по групах кормів для кожної групи або виду худоби;
- допустимі межі (інтервали) утримання окремих груп або видів худоби в господарстві у кормо-днях;
- кошти, які виділяються на закупівлю недостатніх кормів;
- ціни на всі види кормів, що купуються або продаються.

Коефіцієнтами цільової функції є показники вартості продукції в розрахунку на 1 кормо-день за всіма групами і видами худоби, які враховуються.

Вихідна інформація для побудування числової моделі.

Необхідно розробити оптимальний план використання заготовлених у господарстві кормів. Критерій оптимальності — максимум валової продукції тваринництва. В господарстві утримують два види худоби — молочне стадо корів і свині на відгодівлі. Молочне стадо необхідно

утримувати не менше 400 тис. кормо-днів, а свиней – не менше 150 тис. і не більше 250 тис. кормо-днів.

Добовий раціон корови живою масою 420 кг з надоем 11 кг молока жирністю 3,8 % повинен містити: к.од. – не менше 9,5, перетравного протеїну – не менше 1005 г. За рахунок концентратів у раціоні повинно бути не менше 2 і не більше 3,5 к.од., грубих – від 2 до 4, силосу – не менше 4 к.од. Вартість продукції в розрахунку на 1 кормо-день корови становить 3,85 грн. ($11 \cdot 0,35$ – закупівельна ціна 1 кг молока).

На кожний кормо-день свиней на відгодівлі витрачається 2,5 кг к.од. і 272 г ПП, причому за рахунок концентратів – не менше 1,8 і коренеплодів – не менше 0,7 к.од. Вартість продукції на 1 кормо-день свиней становить 0,9 грн. ($0,45 \cdot 2$, де перше число означає приріст живої маси на 1 голову свиней, кг, друге – закупівельну ціну 1 кг).

Види заготовлених кормів, їх кількість і вміст поживних речовин у них подані в таблиці 4.

6. Інформація по заготовленим у господарстві кормам

Корми	Кількість, т	Міститься в 1 кг	
		к.од.	ПП, г
Зерно фуражне	300	1,2	110
Комбікорм	1000	1,1	125
Сіно	3600	0,5	48
Силос	12000	0,15	14
Коренеплоди	1300	0,12	9

Господарство може додатково придбати комбікорм по 14 грн. за 1 ц і реалізувати надлишок сіна, якщо такий буде, по 50 грн. за 1 т. На придбання кормів виділено 50 тис. грн.

Розробка числової моделі.

У відповідності з умовами задачі введемо змінні величини:

x_1 – зернофуражне на корм коровам, кг;

x_2 – комбікорм для корів, кг;

x_3 – сіно для корів, кг;

x_4 – силос для корів, кг;

x_5 – кормо-дні корів;

x_6 – зерно фуражне на корм свиням, кг;

x_7 – комбікорм для свиней, кг;

x_8 – коренеплоди для свиней, кг;

x_9 – кормо-дні свиней на відгодівлі;

x_{10} – комбікорм, що купують, ц;

x_{11} – надлишок сіна, що реалізується, т.

Модель буде складатися з двох блоків, перший з яких призначений для оптимізації кормового раціону корів, а другий – свиней.

Основні обмеження служать для запису умов по балансам поживних речовин. Так, в першому блоці обмеження по к.од. для корів матиме вигляд:

$$1. \quad 1,2x_1 + 1,1x_2 + 0,5x_3 + 0,15x_4 \geq 9,5x_5,$$

де техніко-економічні коефіцієнти при перемінних з x_1 до x_4 відображають вміст к.од. в 1 кг відповідних кормів для корів, а коефіцієнт при перемінній x_5 відображає потребу в к.од. в розрахунку на 1 кормо-день корови. Зміст цього обмеження полягає в тому, що загальний вихід к.од. від усіх кормів, які згодовуються корові, повинен бути не менше 9,5 в розрахунку на кожний кормо-день, а кількість кормо-днів є величиною перемінною і визначається в результаті розв'язання задачі на ЕОМ.

Якщо перенести в ліву частину нерівності $9,5x_5$, отримаємо

$$-1,2x_1 - 1,1x_2 - 0,5x_3 - 0,15x_4 + 9,5x_5 \leq 0.$$

2. Аналогічно записують по перетравному протеїну для корів:

$$-110x_1 - 125x_2 - 48x_3 - 14x_4 + 1005x_5 \leq 0.$$

Математичний запис обмежень по поживним речовинам матиме вигляд

$$\sum_{j \in A} v_{ijr} x_{jr} \geq a_{ir} x_r \quad (i \in I_1; r \in R),$$

або після перетворення

$$-\sum_{j \in A} v_{ijr} x_{jr} + a_{ir} x_r \leq 0$$

де i – номер (або індекс) обмежень;

I_1 – множина, яка включає номери обмежень по поживним речовинам;

j – номер перемінної;

A – множина, яка включає номери перемінних, які позначають види кормів;

R – множина, яка включає номери перемінних, які позначають види i групи тварин (в кормо-днях);

r – номер перемінної, яка позначає види i групи тварин;

x_{jr} – перемінна, яка позначає шукану кількість корму j -того виду, який йде на корм r -ї групі худоби;

x_r – перемінна, яка показує кількість кормо-днів перебування у господарстві r -ї групи тварин;

v_{ijr} – техніко-економічний коефіцієнт, який показує вміст i -тої поживної речовини в одиниці j -того виду корму, який згодовується r -тому виду або групі тварин;

a_{ir} – техніко-економічний коефіцієнт, який означає потребу в i -тій поживній речовині в розрахунку на 1 кормо-день r -тої групи або виду худоби.

3. З допомогою другої групи обмежень записують умови по окремим групам кормів для корів. Так, третє обмеження – “концентратів для корів не менше” – має вигляд:

$$1,2x_1 + 1,1x_2 \geq 2x_5, \quad \text{або} \quad -1,2x_1 - 1,1x_2 + 2x_5 \leq 0.$$

4. Умову – “концентратів для корів не більше” можна записати так:

$$1,2x_1 + 1,1x_2 \leq 3,5x_5, \quad \text{або} \quad 1,2x_1 + 1,1x_2 - 3,5x_5 \leq 0.$$

5. Так само записують умови по грубим кормам:

$$0,5x_3 + 2x_5 \leq 0.$$

$$6. \quad 0,5x_3 - 4x_5 \leq 0.$$

7. Останнє обмеження в першому блоці - по силосу:

$$0,15x_4 \geq 4x_5 \quad \text{або} \quad -0,15x_3 + 4x_5 \leq 0.$$

Техніко-економічні коефіцієнти при перемінній x_5 позначають межі вмісту кормових одиниць у відповідних групах кормів в розрахунку на 1 кормо-день.

Математично записати умови по к.од. для окремих груп кормів можна наступним чином:

$$-\sum_{j \in A} v_{ijr} x_{ir} + a_{ir} x_r \leq 0 \quad (i \in I_2; r \in R),$$

де I_2 – множина, яка включає номери обмежень по кормовим одиницям для окремих груп кормів.

Таким чином, перший блок моделі включає 5 перемінних і 7 обмежень.

Аналогічно записують обмеження другого блоку, в якому визначають оптимальний раціон свиней на відгодівлі. Цей блок включає 4 перемінних (з x_6 до x_9) і 4 обмеження (з 8-го до 11-го).

8. Обмеження по к.од. для свиней має вигляд:

$$-1,2x_6 - 1,1x_7 - 0,12x_8 + 2,5x_9 \leq 0.$$

9. Обмеження по перетравному протеїну для свиней записується так:

$$-110x_6 - 125x_7 - 9x_8 + 272x_9 \leq 0.$$

10. Запишемо обмеження по концентратам і коренеплодам для свиней:

$$-1,2x_6 - 1,1x_7 + 1,8x_9 \leq 0.$$

11. $-0,12x_8 + 0,7x_9 \leq 0.$

12. В умовах з'єднувального блоку є обмеження по кількості кормо-днів перебування корів і свиней в господарстві.

Дванадцять обмеження має вигляд:

$$x_5 \geq 400000.$$

13. $x_9 \geq 150000.$

14. $x_9 \leq 250000.$

Математичний запис умов по числу кормо-днів перебування тварин у господарстві має вигляд:

$$B'_{ir} \leq x_r \leq B''_{ir} \quad (i \in I_3).$$

$r \in R$

де I_3 – множина, яка включає номери обмежень по кормо-дням перебування тварин у господарстві;

B'_{ir} і B''_{ir} – константи, які позначають нижні та верхні межі перебування r -ї групи або виду худоби у господарстві.

Наступна група умов з'єднувального блоку відноситься до розподілу наявних запасів кормів між включеними у модель групами і видами худоби з урахуванням можливої купівлі недостатніх і реалізації надлишкових.

15. Обмеження по розподілу фуражного зерна:

$$x_1 + x_6 \leq 300000.$$

де перемінні позначають об'єм згодованого фуражного зерна відповідно коровам і свиням, а константа 300000 показує його запас у господарстві (кг).

16. Наступне обмеження відображає використання (розподіл) комбікорму з урахуванням можливої його купівлі:

$$x_2 + x_7 \leq 1000000 + 100x_{10}, \quad \text{або} \quad x_2 + x_7 - 100x_{10} \leq 1000000,$$

де $100x_{10}$ означає можливе збільшення наявного запасу комбікорму понад 1000 т.

17. Використання сіна з урахуванням його можливого продажу:

$$x_3 \leq 3600000 - 1000x_{11}, \quad \text{або} \quad x_3 + 1000x_{11} \leq 3600000.$$

де $1000x_{11}$ - об'єм запланованого до продажу сіна в тонах, знак “-” показує.

Що наявний в господарстві запас сіна при цьому зменшиться.

В наступних двох обмеженнях (18 і 19) відображене використання силосу і коренеплодів:

$$18. \quad x_4 \leq 12000000.$$

$$19. \quad x_3 \leq 1300000.$$

Математичний запис умов по використанню (розподілу) окремих видів кормів має вигляд:

$$\sum_{r \in R} a_{ijr} x_{ir} \leq D_i + x'_i - x''_i \quad (i \in I_1; a_{ij} = 1),$$

або

$$\sum_{r \in R} x_{ir} \leq D_i + x'_i - x''_i.$$

де I_4 – множина, яка включає номери обмежень по розподілу кормів;

D_j – константа, яка означає запас j -того корму в господарстві;

x'_j – перемінна, яка показує розмір купівлі j -того корму;

x''_j – перемінна, яка визначає розмір продажу надлишку j -того виду корму.

Останнє обмеження, яке відноситься до умов з'єднувального блоку, визначає використання матеріально-грошових засобів на придбання кормів з урахуванням засобів, отриманих від продажу їх надлишків:

$$20. \quad 14x_{10} \leq 50000 + 50x_{11}, \quad \text{або} \quad 14x_{10} - 50x_{11} \leq 50000,$$

де коефіцієнти при перемінних x_{10} і x_{11} показують відповідно ціни купівлі 1 ц комбікорму і продажу 1 т надлишків сіна. Константа 50000 позначає розмір коштів, які господарство виділяє на придбання кормів, який може зрости на величину засобів, отриманих від реалізації надлишків сіна, тобто на $50x_{11}$.

Математичний запис цієї групи умов має вигляд:

$$\sum_i s'_i x'_i \leq S + \sum_i s''_i x''_i (i \in I_5).$$

де I_5 – множина, яка включає номери обмежень по використанню матеріально-грошових засобів на купівлю кормів;

S – константа, яка вказує розмір виділених коштів;

s'_i та s''_i – техніко-економічні коефіцієнти, які позначають ціни придбання і реалізації кормів за одиницю.

Критерієм оптимальності в даній задачі є максимум виходу продукції тваринництва в грошовому виразі. Цільова функція має вид:

$$3,85x_5 + 0,9x_9 \Rightarrow \max,$$

де 5,5 і 2,25 – коефіцієнти цільової функції при перемінних, які позначають кормо-дні перебування корів і свиней у господарстві, які показують вартість валової продукції на 1 кормо-день корів і свиней на відгодівлі.

Математичний запис цільової функції має вид:

$$Z_{\max} = \sum_{r \in R} C_r x_r,$$

де C_r – коефіцієнт цільової функції, який відображає вартість продукції в розрахунку на 1 кормо-день r -ї групи або виду тварин.

Результати розв'язання задачі подані в таблиці 5.

Як бачимо, господарство в змозі утримувати більше великої рогатої худоби, ніж було задано умовами. По оптимальному рішенню тривалість утримання корів повинна зрости до 450 тис. або на 50 тис. кормо-днів. Кормо-дні перебування свиней за оптимальним варіантом склали 222857. цей показник знаходиться в межах мінімуму і максимуму. В оптимальному варіанті корми повністю використовуються. Необхідна додаткова закупівля комбікорму в кількості 18,9 т, на що необхідно витрати 2,65 тис. грн. з 50 тис., які виділені на придбання недостатніх кормів.

Вартість продукції тваринництва за оптимальним планом 1933,1 тис. грн.

В результаті розв'язання задачі на ЕОМ поряд з оптимальним використанням і розподілом кормів по видам худоби отримали також оптимальні норми витрат кормів для корів і свиней.

Двоїста оцінка 18-го обмеження (по розподілу силосу) – 0,144. Це значить, що при збільшенні об'єму цього корму на 1 кг вартість валової продукції збільшиться на величину двоїстої оцінки, тобто на 14,4 коп. Ця оцінка пов'язана з оцінкою 7-го обмеження, яка дорівнює 0,96, - використання кожної додаткової кормової одиниці силосу збільшить функціонал на 96 коп. Дійсно, 1 кг силосу містить 0,15 к.од. ($0,96/0,144$).

5. Оптимальний розподіл кормів

Показники	Корови	Свині	Всього
Кормо-дні перебування у господарстві:			
за умовами	Не менше	150000 –	
за результатами оптимального	400000	250000	
розв'язання на ЕОМ	450000	222857	-
Розподіл кормів, т:			
зерно	300	-	300
комбікорм	627,6	391,3	1018,9
сіно	3600	-	3600
силос	12000	-	12000
кормові коренеплоди	-	1300	1300
Вартість продукції тваринництва, тис. грн.	1732,5	200,6	1933,1

4. Методика моделювання задач із оптимізації складу кормосуміші (комбікорму)

Комбікорми займають провідне місце в годівлі тварин різних видів, оскільки завдяки їх використанню вдається забезпечити повноцінну їх годівлю, а в годівлі свиней і птиці, як правило, це єдині корми. Ефективність використання комбікормів у годівлі тварин зумовлюється не кількістю компонентів, що входять до їх складу, а рівнем і співвідношенням енергії і поживних речовин. Тому при визначенні оптимального складу комбікорму для тварин певної статеві-вікової групи, за основу їх енергетичної цінності та вмісту окремих поживних речовин беруть норми концентрації поживних речовин в 1 кг натурального корму чи абсолютно сухої речовини його.

Послідовність дій з підготовки і вирішенню задач із оптимізації складу комбікорму розглянемо на прикладі такої задачі.

Розрахувати оптимальний склад комбікорму для поголів'я свиней на відгодівлі живою масою 40-70 кг (середньодобовий приріст живої маси 650 г). У 1кг комбікорму має міститися не менше ____корм. од.; ____ МДж обмінної енергії; ____ г перетравного протеїну; ____ г лізину; ____г сирової клітковини;____г кальцію;____г фосфору та____мг каротину. При цьому слід враховувати максимальні рівні включення компонентів і добавок до складу комбікормів для свиней на відгодівлі, %: зернові (у т.ч. зернобобові) - не менше ____, з них пшениця - до____; ячмінь - до____; горох - до____; шрот - до____, дріжджі кормові - до ____; рибне і м'ясо-кісткове борошно - до____; сухе збиране молоко - до____; кісткове борошно - до____; сіль кухонна - до____. Орієнтовна вартість 1кг кормів і добавок, грн./кг: зернові і шрот - 0,6; висівки пшеничні - 0,4; трав'яне борошно - 1,2; дріжджі кормові - 1,8; рибне борошно - 2,5; м'ясо-кісткове борошно - 1,9; крейда - 0,2; сіль кухонна - 0,3. Відповідно до норм годівлі та рівнів включення окремих кормів і добавок до складу комбікормів (додатки) умова задачі матиме такі

дані - у 1кг комбікорму має бути не менше 1,05 корм. од.; 11,7 МДж обмінної енергії; 105 г перетравного протеїну; 6,2 г лізину; 52 г сирової клітковини; кальцію - 7,2 г; фосфору - 6 г та 5 мг каротину. При цьому слід враховувати максимальні рівні включення компонентів і добавок до складу комбікормів для відгодівельного поголів'я свиней, %: зернові (у т.ч. зернобобові) - не менше 60, з них кукурудза - до 25; пшениця - до 20; ячмінь - до 50; горох - до 20; шрот - до 15; дріжджі кормові - до 5; рибне і м'ясо-кісткове борошно - до 6; трав'яне борошно - до 6; крейда - до 1; сіль кухонна - до 0,5.

Поживність кормів і добавок наведена у таблиці 6.

6. Поживність кормів і добавок, в 1кг

Назва корму, добавки	Корм од.	Обм. ен., МДж.	Перетр. прот., г	Лізин, г	Сира клітк., г	Кальцій, г	Фосфор, г	Каротин, мг
Кукурудза	1,33	13,66	67	2,8	43	0,4	2,7	0,4
Пшениця	1,27	13,73	142	3	28	0,7	4,3	10,2
Ячмінь	1,15	12,7	85	4,1	49	2,0	3,9	0,5
Горох	1,18	13,06	192	14,2	54	2,0	4,3	0,2
Шрот соняшник.	1,03	12,54	386	14,2	144	3,6	12,2	3
Дріжджі кормові	1,19	14,69	419	30,9	2	3,8	14,9	
Висівки пшеничні	0,75	9,28	97	5,4	88	2,0	9,6	2,6
Рибне борошно	1,31	15,07	482	42,8	-	27,0	18,0	
Трав'яне борошно	0,68	7,8	126	9,5	219	13,8	2,7	169
М'ясо-кісткове борошно	1,04	11,50	341	21,7		143	74,0	
Крейда	-	-	-	-	-	380	-	-
Сіль кухонна	-	-	-		-	-		

Критерій оптимальності - мінімальна вартість комбікорму.
Визначити перелік змінних та розробити числову модель задачі.

Як і в попередній задачі **змінними** величинами виступають корми і добавки ($X_1 \dots X_{12}$).

Система обмежень включає:

1. Маса комбікорму:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} = 1.$$

2. Мінімум кормових одиниць;

$$1,33X_1 + 1,27X_2 + 1,15X_3 + 1,18X_4 + 1,03X_5 + 1,19X_6 + 0,75X_7 + 1,31X_8 + 0,68X_9 + 1,04X_{10} \geq 1,05.$$

3. Мінімум обмінної енергії:

$$13,66X_1 + 13,73X_2 + 12,7X_3 + 13,06X_4 + 12,54X_5 + 14,69X_6 + 9,28X_7 + 15,07X_8 + 7,8X_9 + 11,5X_{10} \geq 11,7.$$

4. Мінімум перетравного протеїну:

$$67X_1 + 142X_2 + 85X_3 + 192X_4 + 386X_5 + 419X_6 + 97X_7 + 482X_8 + 126X_9 + 341X_{10} \geq 105.$$

5. Мінімум лізину:

$$2,8X_1 + 3X_2 + 4,1X_3 + 14,2X_4 + 14,2X_5 + 30,9X_6 + 5,4X_7 + 42,8X_8 + 9,5X_9 + 21,7X_{10} \geq 6,2.$$

6. Мінімум сирової клітковини:

$$43X_1 + 28X_2 + 49X_3 + 54X_4 + 144X_5 + 2X_6 + 88X_7 + 219X_9 \geq 52.$$

7. Мінімум кальцію:

$$0,4X_1 + 0,7X_2 + 2X_3 + 2X_4 + 3,6X_5 + 3,8X_6 + 2X_7 + 27X_8 + 13,8X_9 + 143X_{10} + 380X_{11} \geq 7,2.$$

8. Мінімум фосфору:

$$2,7X_1 + 4,3X_2 + 3,9X_3 + 4,3X_4 + 12,2X_5 + 14,9X_6 + 9,6X_7 + 18X_8 + 2,7X_9 + 74X_{10} \geq 6,0.$$

9. Мінімум каротину:

$$0,4X_1 + 10,2X_2 + 0,5X_3 + 0,2X_4 + 3X_5 + 2,6X_7 + 169X_9 \geq 5,0.$$

10. Мінімум зернових і зернобобових:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_7 \geq 0,6.$$

11. Максимум кукурудзи:

$$X_1 \leq 0,25.$$

12. Максимум пшениці, гороху та висівок:

$$X_2 + X_4 + X_7 \leq 0,2.$$

13. Максимум ячменю:

$$X_3 \leq 0,5.$$

14. Максимум шроту:

$$X_5 \leq 0,15.$$

15. Максимум дріжджів кормових:

$$X_6 \leq 0,05.$$

16. Максимум рибного, м'ясо-кісткового і трав'яного борошна:

$$X_8 + X_9 + X_{10} \leq 0,06.$$

17. Максимум крейди:

$$X_{11} \leq 0,01.$$

18. Максимум солі:

$$X_{12} \leq 0,005.$$

Критерій оптимальності - мінімальна вартість комбікорму.

Остання формулюється так:

$$0,6X_1 + 0,6X_2 + 0,6X_3 + 0,6X_4 + 0,6X_5 + 1,8X_6 + 0,4X_7 + 2,5X_8 + 1,2X_9 + 1,9X_{10} + 0,2X_{11} + 0,3X_{12} \rightarrow \min$$

Потім записуємо числову модель задачі (табл.7).

Підготовка задач із оптимізації складу комбікормів для птиці проводиться аналогічно за винятком того, що розрахунок ведеться на 100 г суміші із урахуванням норм годівлі різних видів і статеві-вікових груп птиці. Відповідно обмеження компонентів комбікорму за масою вказуються у грамах.

**7. Числова математична модель задачі з оптимізації складу
комбікорму**

Змінні	Кукурудза	Пшениця	Ячмінь	Горох	Шрот соняшн.	Дріжджі корм.	Вівітки пшен.	Рибне борош.	Трав, борош.	М'ясо- кіст. бор.	Крейда	Сіль	Тип і величина обмежень
Обмеження	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	X ₁₂	
1.Маса комбікорму	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	= 1
2.Корм.од.	1,33	1,27	1,15	1,18	1,03	1,19	0,75	1,31	0,68	1,04			>=1,05
3.Обм. ен., МДж	13,66	13,73	12,7	13,06	12,54	14,69	9,28	15,07	7,8	11,5			>=11,7
4.Пер.протеї н,г	67	142	85	192	386	419	97	482	126	341			>=105
5.Лізин,г	2,8	3	4,1	14,2	14,2	30,9	5,4	42,8	9,5	21,7			>=6,2
6.Клітковина ,г	43	28	49	54	144	2	88		219				>=52
7.Кальцій,г	0,4	0,7	2	3,6	3,8	2	27	13,8	143	380			>=7,2
8.Фосфор,г	2,7	4,3	3,9	4,3	12,2	14,9	9,6	18	2,7	74			>= 6,0
9.Каротин,м г	0,4	10,2	0,5	0,2	3		2,6		169				>=5,0
10.Зернові,%	1	1	1	1			1						>=0,6
11. Кукурудза,%	1												<=0,25
12.Пшениця, горох і вівітки %		1		1			1						<=0,2
13.Ячмінь,%			1										<=0,5
14.Шрот соняш., %					1								<=0,15
15.Дріжджі. %						1							<=0,05
16.Рибне, м'ясо кісткове і трав. борошно, %							1	1	1				<=0,06
17.Крейда, %											1		<= 0,01
18.Сіль кухон., %												1	<= 0,005
Цільова функція	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	1,8	0,4	2,5	1,2	1,9	0,2	0,3	→min

5. Методика моделювання структури стада

6.1. Моделювання структури стада великої рогатої худоби

Відомо, що підвищення рівня виробництва продукції тваринництва значною мірою залежить від росту поголів'я тварин та їх продуктивності. Важливу роль при цьому відіграє економічне обґрунтування структури стада, яка знаходиться у прямій залежності від спеціалізації галузі, породного складу стада, системи його відтворення, відтворних здатностей маточного поголів'я та тривалості вирощування молодняку, періоду використання корів, умов годівлі, утримання і т.д. Залежно від спеціалізації стадо великої рогатої худоби може забезпечувати виробництво молока, яловичини чи вирощування племінного молодняку. Відповідно поголів'я корів займатиме різний відсоток у структурі стада.

Сформулювати задачу з оптимізації структури стада великої рогатої худоби можна так: визначити оптимальну структуру стада великої рогатої худоби у господарстві, яка забезпечила б отримання максимальної кількості продукції (молока і приросту в живій маси худоби).

Розглянемо методику моделювання на прикладі конкретної задачі. Розрахувати оптимальну структуру стада великої рогатої худоби, яка забезпечує отримання чистого прибутку (максимуму валової продукції) за умови, що темпи розширення стада передбачені в розмірі 10 % щороку при таких рівнях вибракування, %: корови - 25; телички віком до 6 міс. - 3; телички віком 6-12 міс. - 2; телиці старше року - 15; бугайці віком до 6 міс. - 10; бугайці віком 6-12 міс. - 2. Передбачений вихід приплоду - 90 телят на 100 корів і нетелей.

Виробництво валової продукції на 1 голову за 6 міс. по кожній групі, грн.: корови - ____; нетелі - ____; бугайці до 6 міс. - ____; телички до 6 міс. - ____; бугайці 6-12 міс. - ____; телички 6-12 міс. - ____; бугайці старше року - ____; телички старше року - ____ за умови вартості: - молока - 0,9 грн./кг;

приросту живої маси нетелей - 6,0, а молодняку великої рогатої худоби - 4,5 грн./кг. Частка корів у стаді має бути більше 40 %, бугайців старше року - більше 4%.

Завдання. Визначити перелік змінних величин та розробити числову модель задачі.

Для розрахунку очікуваного чистого прибутку чи валової продукції у грошовому виразі беремо за основу розрахунки з виробництва молока і приросту живої маси тварин окремих статевих-вікових груп за 6 місяців. Перемноживши добовий надій молока чи середньодобовий приріст живої маси тварин кожної статевих-вікової групи на період утримання (вищощування) і на реалізаційні ціни отримаємо відповідно, грн.: корови - 1620 ($10\text{л} \cdot 180\text{днів} \cdot 0,9\text{грн./л}$); нетелі - 756 ($0,7\text{кг} \cdot 180 \cdot 6,0$); бугайці віком до 6 міс. - 445 ($0,55 \cdot 180 \cdot 4,5$) телички віком до 6 міс. - 607 ($0,75 \cdot 180 \cdot 4,5$); бугайці віком 6-12 міс. - 526 ($0,65 \cdot 180 \cdot 4,5$); телички віком 6-12 міс. - 543 ($0,67 \cdot 180 \cdot 4,5$); бугайці віком старше року - 648 ($0,8 \cdot 180 \cdot 4,5$); телички віком старше року - 486 ($0,6 \cdot 180 \cdot 4,5$).

Визначаємо **змінні величини**. Ними буде частка кожної статевих-вікової групи тварин у стаді, %:

X_1 - корів;

X_2 - нетелей;

X_3 - бугайців віком до 6 міс.;

X_4 - теличок віком до 6 міс.;

X_5 - бугайців віком 6-12 міс.;

X_6 - теличок віком 6-12 міс.;

X_7 - бугайців віком старше року;

X_8 - теличок віком старше року.

Визначаємо **обмеження**.

Перше обмеження за складом поголів'я тварин різних статевих-вікових груп:

$$1. X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 = 1$$

Друге обмеження характеризує взаємозв'язок між поголів'ям корів, і нетелей і гарантує відновлення вибракуваного поголів'я та збільшення його відповідно з темпами розширення стада за рахунок нетелей:

$$2. X_2 \geq (0,25 + 0,1)X_1$$

де: 0,25 і 0,1 — коефіцієнти вибракування і розширення стада корів; а після перенесення змінних за знак буде:

$$0,35X_1 - X_2 \leq 0.$$

Третє обмеження відображає залежність між маточним поголів'ям і отримуваним приплодом:

$$3. X_3 + X_4 = 0,5X_1 + 0,5X_2, \text{ або}$$

$$X_3 + X_4 - 0,5X_1 - 0,5X_2 = 0 \text{ за умови 100 \% -го виходу телят, а при 90 \%:}$$

$$X_3 + X_4 - 0,45X_1 - 0,45X_2 = 0.$$

Обмеження 4-8 характеризують залежності між поголів'ям тварин молодших і старших груп із урахуванням рівня вибракування в кожній групі і гарантують, що поголів'я тварин у групах старших буде меншим або дорівнювати поголів'ю в молодших групах за мінусом вибракуваного поголів'я в цих групах:

$$4. 0,85X_8 \geq X_2, \text{ або } X_2 - 0,85X_8 \leq 0.$$

$$5. 0,9X_3 \geq X_5, \text{ або } X_5 - 0,9X_3 \leq 0.$$

$$6. 0,97X_4 \geq X_6, \text{ або } X_6 - 0,97X_4 \leq 0.$$

$$7. 0,98X_5 \geq X_7, \text{ або } X_7 - 0,98X_5 \leq 0.$$

$$8. 0,98X_6 \geq X_8, \text{ або } X_8 - 0,98X_6 \leq 0.$$

Дев'яте обмеження свідчить про те, що поголів'я приплоду розділиться порівну на теличок і бугайців: $9. X_3 = X_4 \text{ або}$

$$X_3 - X_4 = 0, \quad (X_3 - X_4 \leq 0,001).$$

10. Обмеження за часткою корів:

$$X_1 \geq 0,4.$$

11. Обмеження за часткою бугайців старше року:

$$X_7 \geq 0,04.$$

Цільова функція - максимальне отримання коштів від виробництва продукції:

$$1220X_1 + 756X_2 + 445X_3 + 607X_4 + 526X_5 + 543X_6 + 648X_7 + 486X_8 \rightarrow \max$$

Після цього складаємо числову модель задачі оптимізації структури стада (табл.8).

**8. Числова математична модель оптимізації структури
стада великої рогатої худоби**

Змінні	Частка у структурі стада								
	корів X_1	нетелей X_2	бугайців віком до 6 міс. X_3	телячок віком до 6 міс. X_4	бугайців віком 6-12 міс. X_5	телячок віком 6-12 міс. X_6	бугайців віком ст. року X_7	телячок віком ст. року X_8	Тип і величина обмежень
1.Склад поголів'я	1	1	1	1	1	1	1	1	= 1
2.Співвіднош. між X_1 і X_2	0,35	-1							≤ 0
3. X_3, X_4 і X_1, X_2	-0,45	-0,45	1	1					= 0
4. X_2 і X_8		1						-0,85	≤ 0
5. X_5 і X_3			-0,9		1				≤ 0
6. X_6 і X_4				-0,97		1			≤ 0
7. X_7 і X_5					-0,98		1		≤ 0
8. X_8 і X_6						-0,98		1	≤ 0
9. X_3 і X_4			1	-1					$\leq 0,001$
10. Частка корів	1								$\geq 0,4$
11. Частка бугайців старше року							1		$\geq 0,04$
Цільова функція	1220	756	445	607	526	543	648	486	$\rightarrow \max$

6.2. Моделювання річного обороту стада великої рогатої худоби

Оборот стада має важливе організаційно-господарське значення, так як на основі цього показника визначають можливості галузі по виконанню плану виробництва і реалізації продукції, ріст поголів'я, потреба в кормах, робочій силі, спорудах, фонд заробітної плати та інші показники.

При моделювання обороту стада важливо врахувати всі умови, які впливають на зміни в статеві-вікових групах тварин за певний час.

1. Постановка задачі.

Виходячи з наявності поголів'я великої рогатої худоби на початок року, необхідно визначити оптимальний рух стада, який забезпечить виконання планів реалізації продукції, задоволення внутрішньогосподарських потреб, а також подальше відтворення поголів'я. Критерієм оптимальності може бути максимум товарної продукції тваринництва у вартісному вираженні, виробництво молока чи м'яса.

Для розробки моделі необхідно мати наступну інформацію:

- поголів'я тварин на початок року за статеві-віковими групами;
- вихід телят на 100 голів маточного стада;
- норми вибракування по статеві-віковим групам;
- продуктивність однієї голови;
- план реалізації продукції тваринництва;
- ціни реалізації.

Склад перемінних. План обороту стада складається з наступних розділів: поголів'я на початок року; надходження, який відображає джерела зміни поголів'я; вибуття, який показує вибуття худоби по групам; поголів'я на кінець року.

Виходячи з цього, визначають основні групи перемінних:

$y_i^{(1)}, y_i^{(2)}$ – відповідно поголів'я на початок і кінець року по i -й статеві-віковій групі тварин;

$y_i^{(0)}$ – середньорічне поголів'я корів;

$x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, x_i^{(3)}$ – надходження з інших груп ($x_i^{(1)}$), приплід ($x_i^{(2)}$), купівля племінної і користувальної худоби ($x_i^{(3)}$);

$Z_i^{(s)}$, де $s = 1-5$ – переведення худоби в інші групи ($Z_i^{(1)}$), реалізація м'яса ($Z_i^{(2)}$), продаж племоб'єднанням ($Z_i^{(3)}$), іншим господарствам ($Z_i^{(4)}$), інше вибуття ($Z_i^{(5)}$).

Склад обмежень. При складанні плану річного обороту стада виділяють наступні статеві і вікові групи тварин: бугаї, корови, нетелі, телиці народження позаминулого року, телиці народження минулого року, бички і кастрати всіх вікових періодів, доросла худоба на відгодівлі, телята народження року, що планується. Однак у групі “бички і кастрати всіх вікових періодів” поєднано молодняк народження позаминулого і минулого років, у групі “телята народження року, що планується” – бички і телички, хоча вони звичайно мають різний добовий приріст живої маси і різне господарське призначення. При моделюванні ці групи доцільно розділяти.

З урахуванням зазначеного визначають склад обмежень по кожній групі умов: наявності поголів'я на початок року, руху поголів'я і т. д.

Охарактеризуємо задачу в математичній формі.

Найти план:

де n, k, s – індекси підгруп перемінних: $n = 0-2$, $k = 1-3$, $s = 1-5$, при якому досягається максимум товарної продукції тваринництва (грн.):

де C_j – вартість товарної продукції у розрахунку на 1 голову j -ї статеві-вікової групи тварин, грн.

Умови:

1. Поголів'я тварин на початок року, гол.:

$$y_i^{(1)} = B_j \quad (j \in D),$$

де D – множина статеві-вікових груп тварин;

B_j – поголів'я j -ї групи на початок року, гол.

2. Рух поголів'я кожної статеві-вікової групи, гол.:

$$y_i^{(1)} + x_j^{(k)} = Z_j^{(s)} + y_i^{(2)} \quad (j \in i).$$

Групу перемінних по поголів'ю на початок року і першу групу обмежень в модель можна не вводити, але поголів'я на початок року відображають в правій частині другої групи обмежень. Але в даній моделі перемінні по поголів'ю на початок року не вилучаються, так як вона в такому вигляді більш наглядно імітує відповідну форму планових документів і більш зручна для автоматизації розрахунків.

3. Співвідношення між переведенням поголів'я в сарші групи і надходженням із молодших груп, гол.:

$$Z_i^{(1)} = x_j^{(1)} \quad (j \in D).$$

4. Вихід приплоду, гол.:

$$x_j^{(2)} = g_i * (y_j^{(1)} + x_i^{(1)}) \quad (j \in D^{(c)}),$$

де $D^{(c)}$ – підмножина статеві-вікових груп (телячки народження планового року, бички народження планового року);

g_i – вихід телят на 100 голів маточного стада.

Як видно з даного обмеження, приплід пов'язується не лише з поголів'ям корів на початок року, але й з поголів'ям нетелей, яке буде переведене протягом планового року в групу корів.

5. Вибракування поголів'я, гол.:

$$Z_i^{(2)} \geq d_j x_j^{(1)} \quad (j \in D),$$

де d_j - коефіцієнт по выбракуванню поголів'я j -ї статеві-вікової групи тварин.

6. Поголів'я молодняку на дорощуванні і відгодівлі у населення за угод ома, гол.:

$$Z_i^{(1)} = b_j.$$

7. Сумарне вихідне поголів'я на кінець року, гол.:

$$y_j^{(2)} = y_j^{(1)},$$

в тому числі корів

$$y_j^{(2)} = y_j^{(1)}.$$

8. Продаж тварин племоб'єднанню, іншим господарствам, інші вибуття, гол.:

$$Z_i^{(s)} = b_j^{(s)},$$

де $b_j^{(s)}$ – поголів'я j -ї статеві-вікової групи тварин ($s = 3, 4, 5$).

9. Продаж м'яса, ц:

де i – індекс виду продукції;

Q_i – планове завдання на продаж продукції i -го виду, ц;

- вихід i -го виду продукції на одну голову j -ї статеві-вікової групи, ц.

10. Виробництво молока для виконання плану продажу і задоволення внутрішньогосподарських потреб, ц:

11. Середньорічне поголів'я корів, гол.:

$$y_j^{(0)} = 0,5 (y_j^{(1)} + y_j^{(2)}).$$

Річний оборот стада не дозволяє досить точно визначити середньорічне поголів'я тварин. З цією метою складають помісячний оборот стада. Але по поголів'ю корів (при відносній їх стабільності) цей розрахунок може бути передбачений у моделі з незначною результативною погрішністю, так як цей параметр необхідний для математичної формалізації умов по виробництву молока, товарної продукції.

Побудова числової моделі. Вихідна інформація.

Господарство планує продати 6550 т молока, 260 т м'яса. Крім того, господарство протягом року продасть племоб'єднанням 200 племінних телиць, іншим господарствам 30 бичків і 338 теличок народження поточного року і має договір з населенням на дорощування і відгодівлю молодняку на 100 голів.

Середньорічний надій на 1 корову запланований 4290 кг. Вихід телят в розрахунку на поголів'я корів, яка є на початок року, - 100 %, на поголів'я нетелей – 26 %. Співвідношення теличок і бичків 1:1. вибракування корів передбачене в розмірі 25 %, телиць народження позаминулого року – 12. телиць народження минулого року – 5 %. Витрати молока на вигодовування 1 теляти – 2 ц.

Інформація по поголів'ю тварин на початок року, відсотку вибракування і виходу продукції на 1 голову подана в таблиці 9.

**9. Поголів'я худоби на початок року, відсоток вибракування
і вихід продукції на одну голову**

Групи худоби	Поголів'я на початок року	Вибрак ування, %	Жива маса 1 гол. при реалізації, кг	Вихід продукції на 1 гол., грн.
Корови	1600	25		1456
Нетелі	320			
Телиці: народження позаминулого року	535	12	200	370
в тому числі для продажу племоб'єднанню			200	630
народження минулого року	800	5	150	277,5
Бички і кастрати	45		53	98,1
Доросла худоба на відгодівлі			469	867,7
Бички на відгодівлі у населення	50		300	555
Телички (приплід): на м'ясо			50	92,5
для продажу іншим господарствам			70	124,6
Бички (приплід) на м'ясо			40	74
для продажу іншим господарствам			40	71,2

І групою обмежень фіксується поголів'я корів на початок року:

$$1. \quad x_1 = 1600$$

По іншим статеві-віковим групам математичний запис обмежень (2-6) аналогічний.

7. II група обмежень стосується руху поголів'я: кількість корів на початок року (x_1) плюс нетелі, які переводяться у групу корів (x_7), повинно дорівнювати поголів'ю, яке підлягає вибракуванню (x_{13}), і на кінець року (x_{27}):

$$x_1 + x_7 = x_{13} + x_{27}.$$

8. Обмеження по кількості нетелей:

$$x_2 + x_7 = x_{14}.$$

де x_2 – поголів'я на початок року;

x_7 - прибуття за рахунок надходження телиць позаминулого року народження (поголів'я в сумі повинно дорівнювати поголів'ю нетелей, яке переводиться в групу корів для відтворення маточного стада x_7).

9. Поголів'я телиць народження позаминулого року на початок року (x_3) буде переведене в групу нетелей (x_{15}) і частково підлягає вибракуванню і реалізації на м'ясо (x_{18}):

$$x_3 = x_{15} + x_{18}.$$

10. Поголів'я телиць минулого року народження на початок року (x_4) розподіляється наступним чином: частина вибраковується і реалізується на м'ясо (x_{18}), частина реалізується племоб'єднанню (x_{21}) і частина лишається на кінець року (x_{29}):

$$x_4 = x_{18} + x_{21} + x_{29}.$$

11. Наявне поголів'я бичків народження минулого року на початок року (x_{15}) буде повністю реалізоване державі в рахунок виконання договору на продаж м'яса (x_{19}):

$$x_{15} = x_{18}.$$

12. Поголів'я корів, яке буде вибракуване і надійде на відгодівлю (x_9 – доросла худоба на відгодівлі), повинне бути повністю реалізоване на м'ясо (x_{20}):

$$x_9 = x_{20}.$$

13. Поголів'я теличок (приплід) народження року, що планується (x_{11}) буде залишене на кінець року для подальшого відтворення стада (x_{30}), частково продано за договором іншим господарствам (x_{25}), реалізовано на м'ясо (x_{21}):

$$x_{11} = x_{21} + x_{25} + x_{30}.$$

14. Поголів'я бичків (приплід) буде передано населенню для дорощування і відгодівлі за договорами (x_{16}), реалізовано на м'ясо (x_{22}), продано іншим господарствам за договорами (x_{26}) і можливо частково залишено на кінець року (x_{31}):

$$x_{12} = x_{16} + x_{22} + x_{26} + x_{31}.$$

15. Поголів'я бичків, які знаходяться у населення за договорами на початок року, плюс поголів'я, яке буде передане протягом року (x_{10}), повинне дорівнювати тому поголів'ю, яке реалізується на м'ясо (x_{23}) і залишається у населення на кінець року (x_{32}):

$$x_6 + x_{10} = x_{23} + x_{32}.$$

III група обмежень забезпечує певне співвідношення між поголів'ям окремих груп тварин.

16. Доросла худоба на відгодівлі (x_9) і вибракувані корови (x_{13}):

$$x_9 = x_{13}.$$

17. Поповнення поголів'я корів (x_7) за рахунок нетелей, які переводяться у цю групу (x_{14}):

$$x_7 = x_{14}.$$

18. Поповнення поголів'я нетелей (x_8) за рахунок телиць народження позаминулого року (x_{15}):

$$x_8 = x_{15}.$$

19. Поголів'я бичків (приплід), які протягом року будуть передані населенню на дорощування і відгодівлю за договорами (x_{10}), і поголів'я, яке може бути виділене для цих цілей (x_{16}):

$$x_{10} = x_{16}.$$

20. На дорощування і відгодівлю може бути виділено не більше 100 голів:

$$x_{10} \leq 100.$$

IV група обмежень.

21. Поголів'я на кінець року (всього) повинно бути не менше ніж на початок року:

$$x_{27} + x_{28} + \dots + x_{32} \geq x_1 + x_2 + \dots + x_6.$$

22. В тому числі корів:

$$x_{27} \geq x_1.$$

V група обмежень фіксує додаткові умови.

23. Вихід теличок (приплід):

$$x_{11} = 0,5x_1 + 0,26x_2.$$

24. Вихід бичків (приплід):

$$x_{12} = 0,5x_1 + 0,26x_2.$$

25. Вибракування корів:

$$x_{13} = 0,25x_1.$$

26. Вибракування племінних телиць народження позаминулого року:

$$x_{17} = 0,12x_2.$$

27. Вибракування телиць народження минулого року:

$$x_{18} = 0,05x_4.$$

28. У населення на кінець року повинно бути 50 бичків:

$$x_{32} = 50.$$

29. Продаж бичків (приплід) іншим господарствам:

$$x_{25} = 30.$$

30. Продаж теличок (приплід) іншим господарствам:

$$x_{26} = 338.$$

Середньорічне поголів'я корів (x_{33}):

$$x_{33} = 0,5 * (x_1 + x_{27}).$$

VI групою обмежень передбачається обов'язкове виконання намічених господарством планів.

31. Реалізація молока, ц:

$$40,9x_{33} = 65500.$$

32. Реалізація м'яса, ц:

$$2x_{17} + 1,5x_{18} + 0,53x_{19} + 4,69x_{20} + 0,5x_{21} + 0,4x_{22} + 3x_{23} = 2600.$$

33. Продаж племінних телиць племоб'єднанню:

$$x_{24} = 200.$$

Цільова функція – максимум товарної продукції тваринництва грн.:

$$Z_{\max} = 370x_{17} + 277,5x_{18} + 98,1x_{19} + 867,7x_{20} + 92,5x_{21} + 74x_{22} + 555x_{23} + \\ + 630x_{24} + 124,6x_{25} + 71,2x_{26}.$$

Аналіз результатів рішення. Після розв'язання задачі визначено оптимальний оборот стада (табл. 10). Поголів'я худоби зросте за рік з 3350 до 3387 гол., або на 1,1 %. Кількість корів практично не зросте, так як господарство має стабільне поголів'я (ця умова реалізується в моделі через показники по реалізації молока).

У відповідності з відсотком вибракування тварин і угодами на продаж м'яса буде реалізовано 1161 голова загальною масою 2600 ц. Всього продукції тваринництва буде реалізовано на суму 2967,3 тис. грн., в тому числі на 2331,7 тис. грн. молока.

При розв'язанні на ЕОМ, змінюючи окремі данні (відсоток вибракування, продуктивність тварин і т. д.), можна розрахувати декілька варіантів і вибрати найкращий з урахуванням конкретних умов господарства. Для цього достатньо внести коректування в модель, не змінюючи її в цілому, так як відображені в ній зв'язки в основному постійні.

10. Оптимальний оборот стада великої рогатої худоби

Статєво-вікові групи	Поголів'я на початок року, гол.	Приплід, надходження з інших груп, гол.	Переведення в інші групи, гол.	Реалізація на м'ясо			Продаж племоб'єднанню		Інше вибуття, гол.	Поголів'я на кінець року, гол.
				голів	середня жива маса 1 гол., кг	загальна жива маса, ц	голів	жива маса, ц		
Корови	1600	403	400							1603
Нетелі	320	471	403							388
Телиці народження позаминулого року	535		471	64	200	128				
Телиці народження минулого року										
Бички і кастрати	800			40	150	60	200	400		560
Доросла худоба на відгодівлі	45	400		45	53	24				
Телята народження планового року		1766	100	400	469	1876				
Поголів'я на дорощуванні і відгодівлі у населення за угодами	50	100		512	41	212			368	786
				100	300	300				50
Всього	3350	3140	1374	1161	-	2600	200	400	368	3387

6.3. Моделювання оптимізації руху поголів'я худоби

Під рухом поголів'я слід розуміти ті кількісні і якісні зміни в складі поголів'я різних статєво-вікових груп тварин за певний проміжок часу (місяць, квартал, рік тощо). На основі руху поголів'я визначають об'єм виробництва і реалізації продукції, кормову базу, розраховують потребу у приміщеннях, засобах механізації, робочій силі, інші показники. При розрахунку руху поголів'я враховують виробничий напрям галузі тваринництва, орієнтовні темпи розширення стада, біологічні особливості окремих видів тварин, умови годівлі і утримання тощо.

Задачу із питань моделювання руху поголів'я можна сформулювати так.

Визначити оптимальний рух поголів'я великої рогатої худоби в господарстві за таких умов:

1. Поголів'я тварин різних статеві-вікових груп на початок року таке, гол.:

корови - 1000;
нетелі - 144;
телиці віком старше року - 240;
телички віком до року - 380;
бички віком старше року - 230;
бички віком до року - 376;
всього великої рогатої худоби - 2370.

2. У поточному році очікується отримати 1040 голів приплоду. Відсоток вибракування тварин різних статеві-вікових груп такий, %:

корови - 15-25;
нетелі - не більше 2; .
телички віком до року - не більше 35;
телички-приплід - не більше 20;
бички віком старше року - не більше 100;
бички віком до року - не більше 35;
бички-приплід - не більше 20.

3. У господарстві встановлений допустимий падіж молодняку віком до року - 0,5%, приплоду - 2 %. Відповідно із наміченими темпами відтворення стада зоотехнічна служба господарства рекомендує на кожну нетель вирощувати 1,6 гол. телиць віком старше року, а на кожну телицю віком старше року - не менше 1,4 теличок віком до року. Поголів'я нетелей має бути не менше 17 % поголів'я корів. Бичків віком до року має бути більше поголів'я бичків віком старше року. Середня жива маса однієї голови така, кг:

корови - 500;
нетелі - 350;
телички віком до року - 300;

телички-приплід - 180;
 телички-приплід - 60;
 бички віком старше року - 320;
 бички віком до року - 180;
 бички-приплід - 60;
 худоба на відгодівлі - 400.

4. Поголів'я великої рогатої худоби на кінець року має бути не менше 2300 голів, з них корів не менше 1000, бичків віком старше року не менше 200 голів.

Критерій оптимальності - максимум виробництва м'яса в живій масі.

Перелік змінних величин та їх позначення подамо у вигляді таблиці 11.

11. Змінна величини та їх позначення для розв'язку задачі

Статеві-вікові групи тварин	Погол. на почат. року	Приплід, гол.	Вибракування, %	Падіж, гол.	Жива маса однієї голови, кг.	Переведено в старшу групу, гол.	Поступило із молод. груп, гол.	Погол. на кінець року, гол.
Корови	A_1		X_1	S_1	P_1	N_1	Z_1	Y_1
Нетелі	A_2		X_2	S_2	P_2	N_2	Z_2	Y_2
Телиці старше року	A_3		X_3	S_3	P_3	N_3	Z_3	Y_3
Телички до року	A_4		X_4	S_4	P_4	N_4	Z_4	Y_4
Телички-приплід		M_5	X_5	S_5	P_5	N_5	$Z_5=0$	$Y_5=0$
Бички старше року	A_6		X_6	S_6	P_6	N_6	Z_6	Y_6
Бички до року	A_7		X_7	S_7	P_7	N_7	Z_7	Y_7
Бички-приплід	A_8	M_8	X_8	S_8	P_8	N_8	$Z_8=0$	$Y_8=0$
Худоба на відгодівлі	A_9		X_9	S_9	P_9	$N_9=0$	Z_9	Y_9

Невідомими в даній задачі (змінними) є чотири групи величин:

1. Відсоток вибракування тварин кожної статево-вікової групи (X_i);

2. Кількість тварин, переведених у старші групи (N_i);
3. Кількість тварин, що поступають із молодших груп (Z_i);
4. Поголів'я тварин, що залишиться на кінець року (Y_i).

Із урахуванням прийнятих позначень *система обмежень* матиме такий вигляд:

- обмеження за рухом поголів'я тварин різних статевих-вікових груп:

1. Корів:

$$1000 - 1000X_1/100 + Z_1 = Y_1$$

замінімо $Z_1 = N_2$ і отримаємо обмеження:

$$1000 - 10X_1 + N_2 = Y_1, \text{ або}$$

$$10X_1 - N_2 + Y_1 = 1000.$$

2. Нетелей:

$$144 - 144X_2/100 - N_2 + Z_2 = Y_2, \text{ при } Z_2 = N_3$$

$$1,44X_2 + N_2 - N_3 + Y_2 = 144.$$

3. Поголів'я телиць віком старше року:

$$240 - 240X_3/100 - N_3 + Z_3 = Y_3, (Z_3 = N_4)$$

$$2,4X_3 + N_3 - N_4 + Y_3 = 240.$$

4. Поголів'я теличок віком до 1 року:

$$380 - 380X_4/100 - N_4 + Z_4 - 2 = Y_4 (Z_4 = N_5)$$

$$3,8X_4 + N_4 - N_5 + Y_4 = 378.$$

5. Поголів'я теличок-приплоду:

$$520 - 520X_5/100 - N_5 - 10 = 0,$$

$$5,2X_5 + N_5 = 510.$$

6. Поголів'я бичків віком старше року:

$$230 - 230X_6/100 + Z_6 = Y_6, (Z_6 = N_7)$$

$$2,3X_6 - N_7 + Y_6 = 230.$$

7. Поголів'я бичків віком до року:

$$376 - 376X_7/100 - N_7 + Z_7 - 2 = Y_7, (Z_7 = N_8)$$

$$3,76X_7 + N_7 - N_8 + Y_7 = 374.$$

8. Поголів'я бичків-приплоду:

$$520 - 520X_8/100 - N_8 - 10 = 0,$$

$$5,2X_8 + N_8 = 510.$$

- обмеження по переводу в старшу групу:

9. Нетелей:

$$1,44X_2 + N_2 = 144.$$

10. Телиць віком старше року:

$$2,4X_3 + N_3 = 240.$$

11. Теличок віком до року:

$$3,8X_4 + N_4 - 2 = 378.$$

12. Бичків віком до року:

$$3,76X_7 + N_7 - 2 = 374.$$

- обмеження по рівню вибракування:

Корів:

13. Мінімальний відсоток:

$$X_1 \geq 15.$$

14. Максимальний відсоток:

$$X_1 \leq 35.$$

15. Нетелів:

$$X_2 \leq 2.$$

16. Теличок віком до 1 року:

$$X_4 \leq 35.$$

17. Теличок-приплоду:

$$X_5 \leq 20.$$

18. Бичків віком старше року:

$$X_6 \leq 100.$$

19. Бичків віком до року:

$$X_7 \leq 35.$$

20. Бичків-приплоду:

- обмеження по поголів'ю худоби на кінець року:

21. Загальне поголів'я худоби на кінець року - не менше 2300 голів:

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 + Y_6 \geq 2300.$$

22. Поголів'я корів - не менше 1000 голів:

$$Y_1 \geq 1000.$$

23. Поголів'я бичків віком старше 1 року - не менше 200 голів:

$$Y_6 \geq 200.$$

- обмеження по умовах структурного співвідношення:

24. Корів-нетелей:

$$0,17Y_1 \leq Y_2.$$

25. Нетелей-телиць віком старше 1 року:

$$1,6Y_2 \leq Y_3.$$

26. Телиць віком старше року і до 1 року:

$$1,4Y_3 \leq Y_4.$$

27. Бичків віком старше року і до 1 року:

$$Y_6 \leq Y_7.$$

Критерій оптимальності

$$10X_1 * 5 + 1,44X_2 * 3,5 + 2,4X_3 * 3 + 3,8X_4 * 1,8 + 5,2X_5 * 0,6 + 2,3X_6 * 3,2 + 3,8X_7 * 1,8 + 5,2X_8 * 0,6 \rightarrow \max, \text{ або}$$

$$50X_1 + 5,04X_2 + 7,2X_3 + 6,84X_4 + 3,12X_5 + 7,36X_6 + 6,84X_7 + 3,12X_8 \rightarrow \max$$

В якості критерію оптимальності можна використати і максимальне виробництво молока і вираз матиме такий вигляд:

$$40Y_1 \rightarrow \max$$

Після цього готується числова математична модель задачі (табл. 12).

12. Числова математична модель оптимального руху поголів'я великої рогатої худоби

Змінні	Вибракування, гол.								Переведення в старшу групу, гол.						Поголів'я на кінець року, гол.						Типі величина обмеж.	
	ко ро ви X1	не те лі X2	телячок			Бичків			не- те- лі N2	телячок.			бичків			ко- ро- ви Y1	не- те- лі Y2	телячок		бичків		
			СТ.1 року X3	ДО року X4	при- плод X5	ст. року X6	ДО року X7	при- плод X8		СТ.1 року N3	ДО року N4	Дри- плод N5	до року N7	при- плод N8	СТ.1 року Y3			ДО року Y4	ст. року Y6	ДО року Y7		
Обмеження																						
1.Рух стада: корів	10								-1							1						-1000
2.Нетелей		1,44							1	-1						1						=144
3.Телячок ст. 1р.			2,4							1	-1						1					=240
4.Телячок до 1р				3,8							1	-1						1				=378
5.Теляч-приплід					5,2							1										=510
6.Бичків ст. 1 р.						2,3							-1						1			=230
7.Бичків до 1р.							3,76						1	-1						1		=374
8.Бичк-приплід								5,2						1								=510
9.Перев. у ст. груп: нетелей		1,44							1													=144
Ю.Телячок ст. 1р			2,4							1												=240
11.Телячок до 1р				3,8							1											=378
12.Бичків до 1р							3,76						1									=374
13.Вибраков.: min коров	1																					>=15
14.Мах корів	1																					<=25
15.Мах нетелей		1																				<=2
16.Мах тел.. до 1р				1																		<=35
17.Мах тел.. прип					1																	<=20
18.Махбичст1р						1																<=100
19.Мах бич до 1р							1															<=35
20.Мах приплід								1														<=20
21.Вих.поголів'я															1	1	1	1	1	1	1	>=2300
22.Корів															1							>=1000
23.Бичків ст.1р.																			1			>=200
24.Співвіднош.: корів-нетел.															0,17	-1						<=0
25.Нетел-тел.ст1																1,6	-1					<=0
36.Тол.ст-тел.до																	1,4	1				<=0
27.Бич.ст-бич до																			1	-1		<=0
Цільова функція	50	7,2	6,84	3,12	7,36	6,84	3,12															→ max

5.4. Моделювання структури стада свиней

Методику моделювання структури стада свиней розглянемо на

прикладі такої задачі.

Нехай необхідно визначити оптимальну структуру стада свиней, за умови забезпечення максимуму чистого прибутку. Вихід молодняку на одну свиноматку за рік 20 голів. Щорічний ремонт основного стада маток - 20%, збільшення поголів'я основного стада - 10%. Коефіцієнт збереженості молодняку 90%. Свиноматок у стаді має бути більше 8 %. Ефективність утримання тварин різних статевих-вікових груп така (прибуток +, збитки - з розрахунку на одну голову за три місяці):

- маточне поголів'я - **+4** грн. (у середньому $260 \text{ кг} \cdot 0,8 \text{ грн./кг} = 208 \text{ грн.}$, всього витрат - 320 грн. Вартість четвертої частини поросят із урахуванням коефіцієнта збереженості - $4,5 \text{ гол.} \cdot 16 \text{ кг при відлученні} \cdot 4,5 \text{ грн./кг} = 324 \text{ грн.}$).

- молодняк віком до 3 міс. - **+35** грн. (у середньому $50 \text{ кг} \cdot 1,0 \text{ грн./кг} = 50 \text{ грн.}$, всього витрат - 77 грн. За умови живої маси у віці 3 міс. 25 кг, виручка від реалізації становитиме $25 \cdot 4,5 = 112 \text{ грн.}$).

- молодняк віком 3-6 міс. - **+43** грн. (у середньому $225 \text{ кг} \cdot 0,85 \text{ грн./кг} = 191 \text{ грн.}$, всього витрат - 294 грн. За умови живої маси у віці 6 місяців 75 кг, виручка від реалізації складе $75 \cdot 4,5 = 337 \text{ грн.}$).

- молодняк віком 6-9 міс - **+165** грн. (у середньому $325 \text{ кг} \cdot 0,75 \text{ грн./кг} = 244 \text{ грн.}$, всього витрат - 375 грн. За умови живої маси тварин у віці 9 міс 120 кг, виручка від реалізації становитиме $120 \cdot 4,5 = 540 \text{ грн.}$).

- молодняк віком 9-12 міс - **+268** грн. (у середньому $270 \text{ кг} \cdot 0,8 \text{ грн./кг} = 216 \text{ грн.}$, всього витрат - 332 грн. За умови реалізації вибракунаного поголів'я свиноматок масою 150 кг і більше виручка становитиме $150 \cdot 4,0 = 600 \text{ грн.}$).

Визначаємо *змінні*. Ними буде частка кожної статевих-вікової групи тварин у стаді, %:

X₁ - маточного поголів'я;

X_2 - молодняку віком до 3 міс.;

X_3 - молодняку віком 3-6 міс.;

X_4 - молодняку віком 6-9 міс.;

X_5 - молодняку віком 9-12 міс.

Визначаємо **обмеження**.

Перше обмеження за складом поголів'я тварин різних статевих вікових груп:

$$1. X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 1.$$

Друге обмеження за співвідношенням маточного поголів'я і поголів'я молодняку віком до 3 міс.:

$$2. X_2 \geq P X_1,$$

де P - багатоплідність маток із урахуванням вікового інтервалу 3 міс., тобто

$$3/12 = 0,25; \text{ при } P = 20;$$

$$X_2 \geq 20 * 0,25 X_1 \text{ або}$$

$$X_2 - 5X_1 \leq 0.$$

Третє – п'яте обмеження обумовлює взаємозв'язок між молодняком старших і молодших вікових груп із урахуванням коефіцієнта при змінних K_j :

$$K_j = [1 - (1 - B)t] * (1 - tT),$$

де T - темп приросту маточного поголів'я, %;

B - коефіцієнт збереженості молодняку;

t - тимчасовий інтервал між групами, міс.

$$K_j - [1 - (1 - 0,9) * 0,25] * (1 - 0,25 * 0,1) = 0,95.$$

$$3. X_3 \geq 0,95X_2 \text{ або}$$

$$X_3 - 0,95X_2 \leq 0.$$

і аналогічно 4 і 5 обмеження:

$$4. X_4 - 0,95X_3 \leq 0.$$

$$5. X_5 - 0,95X_4 \leq 0.$$

Шосте обмеження виражає взаємозв'язок між поголів'ям ремонтного молодняка старшого віку (9-12 міс.) і маточного поголів'я і виражається через коефіцієнт K .

$$K = (T + H)/PB,$$

де H - рівень вибракування основного стада.

$$K = (0,1 + 0,2)/(20 - 0,2)$$

$$6. X_1 - 0,0167X_5 \leq 0.$$

Сьоме обмеження виражає мінімальну частку свиноматок у стаді:

За критерій оптимальності приймемо максимум прибутку:

$$4X_1 + 35X_2 + 43X_3 + 165X_4 + 268X_5 \rightarrow \max$$

У табл. 13 будуюмо числову модель задачі.

13. Числова математична модель задачі оптимізації структури стада свиней

Змінні	Частка у структурі стада					Тип і величина обмеження
	свиноматки X_1	молодняк віком до 3 міс. X_2	молодняк віком 3-6 міс. X_3	молодняк віком 6-9 міс. X_4	молодняк віком 9-12 міс. X_5	
Обмеження						
1. Склад поголів'я	1	1	1	1	1	$= 1$
2. Співвідношення між: X_1 і X_2	-5	1				≤ 0
3. X_2 і X_3		-0,95	1			≤ 0
4. X_3 і X_4			-0,95	1		≤ 0
5. X_4 і X_5				-0,95	1	≤ 0
6. X_1 і X_5	1				0,0167	≤ 0
7. X_1	1					$\geq 0,08$
Цільова функція	4	35	43	165	268	$\rightarrow \max$

6. Методика моделювання оптимізації зеленого конвеєра

Важливою умовою забезпечення тваринництва кормами є рівномірне, безперебійне їх надходження протягом усього терміну літнього утримання за принципом зеленого конвеєра. Для розробки зеленого конвеєра визначають потребу у зеленій масі із розрахунку на кожну декаду починаючи із ранньої весни і закінчуючи пізньою осінню і добирають культури з різними строками росту і досягання.

Практика роботи більшості сільськогосподарських підприємств показує, що, з ряду причин, основну масу продуктів тваринництва вони отримують у літній період. Тому правильно організований зелений конвеєр - важливий засіб підвищення продуктивності, забезпечення високої відтворної здатності та нормального здоров'я тварин.

Організація зеленого конвеєра передбачає послідовне використання зеленої маси із усіх джерел господарства: природних і штучних пасовищ та однорічних і багаторічних трав і їх сумішей у польових і кормових сівозмінах.

Правильний підбір культур - основа високої ефективності зеленого конвеєра.

Методику моделювання оптимізації зеленого конвеєра розглянемо на прикладі такої задачі.

Розрахувати оптимальний зелений конвеєр для господарства, яке має 800 корів, 1560 голів молодняку великої рогатої худоби та 300 голів свиней. Урожайність зернових і кормових культур та затрати праці на їх виробництво наведені в таблиці 14.

14. Урожайність культур і затрати праці на їх виробництво

Культури	Урожайність зеленої маси, ц/га	Затрати праці на 1га, люд.-год.
1. Озиме жито	100	6,2
2. Озима пшениця	100	6,3
3. Багаторічні трави	280	14,8
4. Однорічні трави	120	6,2
5. Суданська трава	160	6,3
6. Кукурудза на зелений корм	300	16,6
7 Поукісні однорічні трави	80	13,4
8. Поукісні однорічні суміші з кукурудзою	120	13,4
9. Кормові буряки	580	296,7
10. Відходи польового кормовиробництва	150	5,3

У господарстві є 900 га природних пасовищ, урожайність зеленої маси яких 50 ц/га розподіляється рівномірно протягом року. Розрахункова схема зеленого конвеєра по місяцях і декадах така (табл. 15).

Кормові та зернофуражні культури повинні займати не більше 2000 га ріллі, з них кормові буряки - не менше 20 га.

Поукісно кукурудза висівається після скошування озимого жита і пшениці на зелений корм, а однорічні трави - після однорічних трав раннього посіву.

Критерій оптимальності - мінімум трудових затрат на вирощування кормових культур.

15. Розрахункова схема зеленого конвеєра по місяцях і декадах

Місяці та декади	Травень		Червень			Липень			Серпень			Вересень			Жов- тень
	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I
Культури															
Озиме жито	—														
Озима пшен.		—													
Багатор. Трави			—	—	—			—	—	—					
Однор.трави					—	—	—								
Суданська трава Істр.					—	—			—	—					
Суданська трава Петр.							—	—			—	—			
Кукурудза з/к.									—	—	—	—	—		
Поукісні однор. трави													—		
Поукіс. суміші з кукурудзою													—	—	—
Корм. буряки														—	—
Відходи кормовироб- ництва														—	—

Визначаємо **змінні** величини. Ними будуть площі посіву кормових культур на зелений корм, га:

X_1 - озимого жита;

X_2 - озимої пшениці;

X_3 - багаторічних трав;

X_4 - однорічних трав;

X_5 - суданської трави 1-го строку посіву;

X_6 - суданської трави 2-го строку посіву;

X_7 - кукурудзи раннього строку посіву;

X_8 - гичка цукрових буряків;

X_9 - однорічних трав поукісного посіву;

X_{10} - кукурудзи поукісного посіву;

X_{11} - кормових буряків;

X_{12} – поголів'я корів;

X_{13} – поголів'я молодняку великої рогатої худоби;

X_{14} – поголів'я свиней.

Для розробки числової моделі визначаємо вихід зеленої маси із природних угідь:

$$900 \times 50 = 45000 \text{ ц, або на кожен декаду - } 45000 / 15 = 3000 \text{ ц}$$

Визначимо потребу тварин у зеленій масі. При добовій даванні зеленої маси корові 50 кг на весь літній період необхідно $150 \times 50 = 75 \text{ ц}$, а у декаду $-75 / 15 = 5 \text{ ц}$.

Потреба однієї голови молодняку великої рогатої худоби за добу 35 кг зеленої маси, що становить на весь літній період $150 \times 35 = 52,5 \text{ ц}$, а у декаду $- 52,5 : 15 = 3,5 \text{ ц}$. При добовому витрачанні зеленої маси 4 кг на голову потреба свиней на період становитиме 6 ц , а у декаду $- 0,4 \text{ ц}$.

Зробимо розподіл запланованої врожайності кормових культур по декадах усього періоду.

Згідно із схемою (табл. 10) з урожаю багаторічних трав планується отримати два скошування. На перші три декади червня візьмемо $2/3$ врожайності, розподілимо на три декади і отримаємо $280 / 3 \times 2 / 3 = 62,2 \text{ ц}$, а урожай другого скошування $- 1/3$ врожайності на період III декади липня і I і II декади серпня становитиме $280 / 3 \times 1 / 3 = 31,1 \text{ ц}$.

Виробництво зеленої маси однорічних трав подекадно (III червня і I і II липня) буде $120 : 3 = 40 \text{ ц}$.

Суданська трава першого строку посіву розділяється так: ($2/3$ врожайності) припадає на дві декади (III червня і I липня), що дозволить отримувати $160 / 3 \times 2 / 2 = 53,3 \text{ ц}$, а отава суданської трави ($1/3$ врожайності) теж на дві декади (I і II серпня) $- 160 / 3 \times 1 / 2 = 26,7 \text{ ц}$. Зелена маса суданської трави II строку посіву розподіляється аналогічно відповідно на II і III декади липня та III серпня і I вересня.

Зелена маса кукурудзи використовується протягом п'яти декад (три декади серпня і дві вересня) із об'ємом **60 ц** за декаду (**300 / 5**).

Відходи польового кормовиробництва використовуються протягом двох декад (III вересня і I жовтня) у об'ємі **75 ц** за декаду (**150 / 2**). Поукісні однорічні трави одну декаду, а суміші із кукурудзою протягом трьох декад (II і III вересня і I жовтня), що становитиме **120 / 3 = 40 ц**. Кормові коренеплоди передбачається використовувати протягом двох декад (III вересня і I жовтня) у об'ємі **580 / 2 = 290 ц**.

Запишемо *систему обмежень*: - з використання зеленої маси:

1. За весь період:

$$- 100X_1 - 100X_2 - 280X_3 - 120X_4 - 160X_5 - 160X_6 - 300X_7 - 150X_8 - 80X_9 - 120X_{10} - 580X_{11} + 75X_{12} + 52,5X_{13} + 6X_{14} \leq 45000.$$

2. У II декаді травня:

$$- 100X_1 + 5X_{12} + 3,5X_{13} + 0,4X_{14} \leq 3000.$$

3. У III декаді травня:

$$- 100X_1 + 5X_{12} + 3,5X_{13} + 0,4X_{14} \leq 3000.$$

4. III і II декадах червня:

$$- 124,4X_3 + 10X_{12} + 7X_{13} + 0,8X_{14} \leq 6900.$$

5. У III декаді червня:

$$- 62,2X_3 - 40X_4 - 53,3X_5 + 5X_{12} + 3,5X_{13} + 0,4X_{14} \leq 3000.$$

6. У I декаді липня:

$$- 40X_4 - 53,3X_5 + 5X_{12} + 3,5X_{13} + 0,4X_{14} \leq 3000.$$

7. У II декаді липня:

$$- 40X_4 - 53,3X_5 + 5X_{12} + 3,5X_{13} + 0,4X_{14} \leq 3000.$$

8. У III декаді липня:

$$- 31,1X_4 - 53,3X_5 + 5X_{12} + 3,5X_{13} + 0,4X_{14} \leq 3000.$$

9. У I і II декадах серпня:

$$- 62,2X_3 - 53,4X_5 - 120X_7 + 10X_{12} + 7X_{13} + 0,8X_{14} \leq 6000.$$

10. У III декаді серпня і I декаді вересня:

$$- 53,4X_6 - 120X_7 + 10X_{12} + 7X_{13} + 0,8X_{14} \leq 6000.$$

11. У II декаді вересня:

$$- 60X_6 - 80X_9 - 40X_{10} + 5X_{12} + 3,5X_{13} + 0,4X_{14} \leq 3000.$$

12. У III декаді вересня і I декаді жовтня:

$$- 150X_8 - 80X_{10} - 580X_{11} + 10X_{12} + 7X_{13} + 0,8X_{14} \leq 6000.$$

- по поголів'ю:

13. Корів:

$$X_{12} \geq 800.$$

14. Молодняку великої рогатої худоби:

$$X_{13} \geq 1560.$$

15. Свиней:

$$X_{14} \geq 300.$$

- за співвідношенням посівів:

16. Озимих жита і пшениці та поукісних однорічних трав:

$$X_1 + X_2 - X_9 \geq 0.$$

17. Ранніх однорічних та поукісних сумішей із кукурудзою:

$$X_4 - X_{10} \geq 0.$$

- по площах посіву:

18. Зернофуражних і кормових культур:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_{11} \leq 2000.$$

19. Кормових буряків:

$$X_{11} \geq 20.$$

Критерій оптимальності - мінімум трудових затрат на виробництво зеленої маси:

$$6,2X_1 + 6,3X_2 + 14,8X_3 + 6,2X_4 + 6,3X_5 + 6,3X_6 + 16,6X_7 + 5,3X_8 + 13,4X_9 + 13,4X_{10} + 296,7X_{11} \rightarrow \min$$

Після цього будемо числову математичну модель для вирішення на ЕОМ (табл. 16).

**16. Числова економіко-математична модель оптимізації
зеленого конвеєра**

Змінні величини Обмеження	Площа посіву, га											Поголів'я, гол			Типи велич. обмеж.
	озим. жита X1	озим. пшен. X2	багат. трав X3	однор. трав X4	судан. тр. 1ст X5	судан. тр. 2ст X6	куку- рудзи X7	цукр. бур. X8	однор. трав X9	суміш з кук X10	корм бур. X11	ко- рів X12	мол ВРХ X13	сви- ней X14	
1. Викор. з/м за весь пер.	-100	-100	-280	-120	-160	-160	-300	-150	-80	-120	-580	75	52,7	6	<=45000
2. У II дек. травня	-100											5	3,5	0,4	<=3000
3. У III дек. травня	-100											5	3,5	0,4	<=3000
4. У I і II червня			-124,4									10	7	0,8	<=6000
5. У III дек. червня			-62,3	-40	-53,3							5	3,5	0,4	<=3000
6. У I дек. липня				-40	-53,3							5	3,5	0,4	<=3000
7. У II дек. липня				-40		-53,3						5	3,5	0,4	<=3000
8. У III дек. липня			-31,1			-53,3						5	3,5	0,4	<=3000
9. У I і II дек. серп.			-62,2		-53,4		-120					10	7	0,8	<=6000
10. У III дек. серп, і I дек. вересня						-53,4	-120					10	7	0,8	<=6000
11. У II дек. верес.						-60			-80	-40		5	3,5	0,4	<=3000
12. У III дек. верес, і I дек. жовтня								-150		-80	-580	10	7	0,8	<=6000
13. Погол. Корів												1			>=800
14. Молодняк ВРХ													1		>=1560
15. Свині														1	>=300
16. Співвідноше н. X1, X2 і X9	1	1							-1						>=0
17. X4 і X10				1						-1					>=0
18. Площа культ.	1	1	1	1	1	1	1	1			1				<=2000
19. Корм. Буряки											1				>=20
Цільова функція	6,2	6,3	14,8	6,2	6,3	6,3	16,6	5,3	13,4	13,4	296,7				→ <i>min</i>

7. Методика динамічного програмування

7.1. Задача динамічного програмування знаходження найкоротшого шляху

Динамічне програмування являє собою оптимізаційний метод, який орієнтований на розв'язання завдань, що виникають при виборі найкращої послідовності управлінських рішень. На відміну від більшості інших методів математичного програмування він не є різновидом симплексного методу. Динамічне програмування розроблене Беллманом і його колегами з “Рэнд Корпорейшн” і базується на *принципі оптимальності* Беллмана, що говорить: *“Оптимальна стратегія характеризується тією особливістю, що, яким би не був початковий стан системи й наслідку раніше прийнятих щодо неї рішень, всі подальші дії повинні становити оптимальну стратегію, що виходить зі стану системи, що явилися результатом колишніх рішень*”*.

У цьому методі використана математична ідея рекурсії, суть якої найкраще пояснити за допомогою прикладу. Розглянемо завдання знаходження найкоротшого шляху на рисунку 8.1., де окружностями позначено міста, а лініями - дороги між ними. Довжина доріг (у кілометрах) зазначена цифрою над відповідними лініями. Мандрівник бажає потрапити з міста А в місто D найкоротшим з можливих шляхів, рухаючись у напрямку, який зазначено стрілками. Який оптимальний маршрут?

Насамперед визначимо терміни, які будуть використані при розв'язанні завдання: стан, крок і стратегія.

Стан - це конфігурація системи; у розглянутому прикладі під станом розуміється факт перебування мандрівника в даному місті.

Крок - це перехід з одного стану в інший (суміжний з ним). У завданні визначення найкоротшого шляху під кроком розуміється переїзд

із міста в місто, і будь-який маршрут, як видно з рисунку 1, містить у собі три кроки $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$ и $C \rightarrow D$.

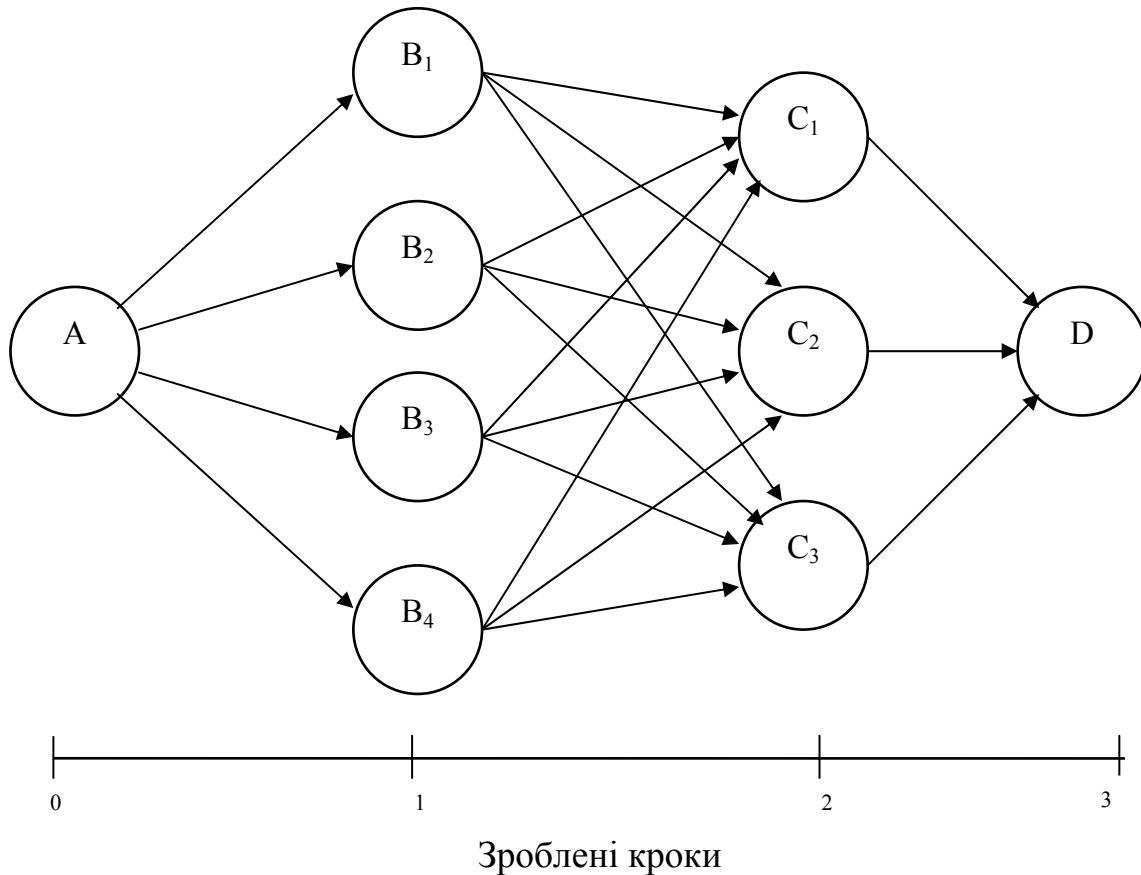


Рис. 8.1. Завдання на знаходження найкоротшого шляху. Міста зображено кружками, а дороги між ними - лініями, цифри над лініями позначають довжину відповідної дороги.

Стратегія - це комплекс заходів, які спрямовані на досягнення поставленої мети. Так, вибір конкретного маршруту, наприклад $A \rightarrow B_3 \rightarrow C_2 \rightarrow D$ або $A \rightarrow B_4 \rightarrow C_1 \rightarrow D$, являє собою стратегію розв'язання завдання знаходження найкоротшого шляху.

Завдання динамічного програмування розв'язується у два етапи. На першому з них будується так зване рекуррентне співвідношення, що зв'язує між собою різні кроки, а на другому етапі на основі зазначеного співвідношення будується обчислювальна процедура**, мета якої - вибрати оптимальну стратегію.

Для спрощення обчислювального процесу вводяться змінні кроку й

стану. Нехай n число пророблених кроків, а i - конкретний стан на кожному кроці. Тоді (n, i) є стан i на кроці n . Завдання знаходження найкоротшого шляху, яке розглянуте із цих позицій, представлено на рисунку 8.2., де в окружностях зазначено відповідні змінні кроку й стану.

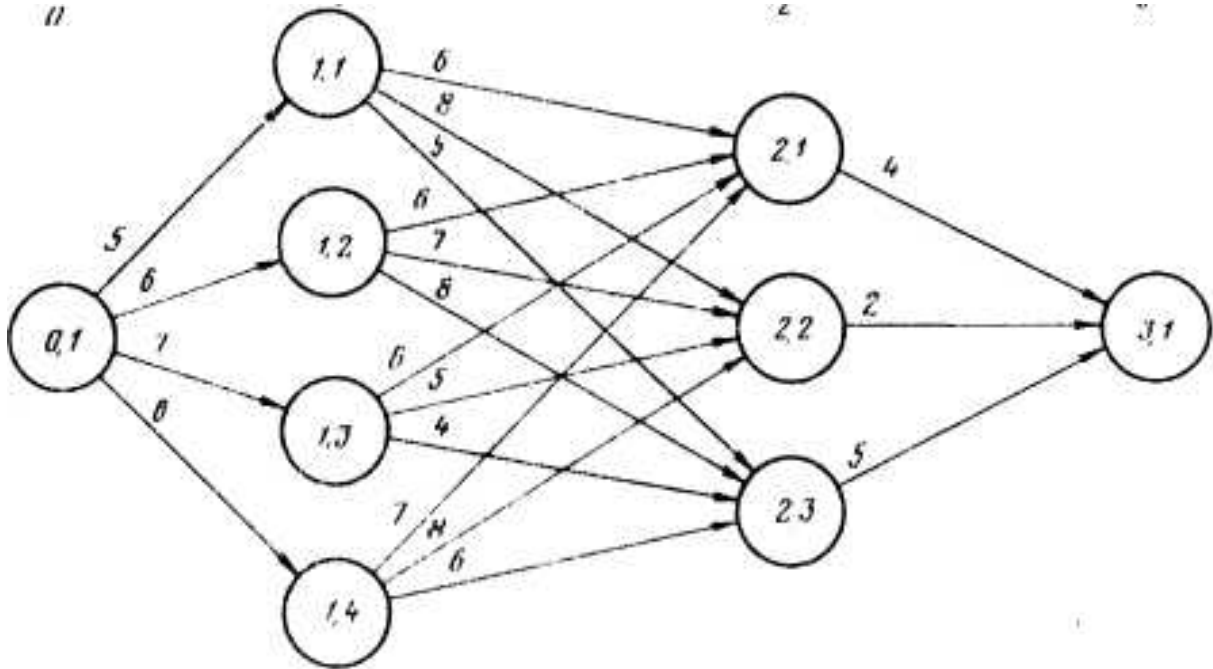


Рис 8.2. Завдання на знаходження найкоротшого шляху. У кружках, що зображують міста, зазначено відповідні змінні кроку й стану.

Щоб побудувати рекуррентне співвідношення, визначимо $f(n, i)$ як мінімальну дистанцію від міста $(0,1)$, тобто А, до міста (n, i) , а $r(n-1, j:n, i)$ – як дистанцію від міста $(n-1, j)$ до міста (n, i) . Так, $r(1,1:2,2)$ у розглянутому завданні становить 8 кілометрів.

Відповідно до принципу оптимальності, будуємо рекуррентное співвідношення:

$$f(n,i) = \min |f(n-1,j) + r(n-1, j:n,i)|.$$

де по визначенню $f(0,1) = 0$.

Даний вираз є типовим для рекуррентного співвідношень, які досліджуються у динамічному програмуванні.

Шляхом багаторазового використання даного виразу можна одержати наступне.

* Існує більш лаконічне й чітке формулювання принципу оптимальності: стратегія оптимальних витрат для n кроків визначається економічними наслідками чергового розв'язку й стратегією оптимальних витрат для інших $(n - 1)$ кроків.

** Таку обчислювальну процедуру прийнято називати рекурентним алгоритмом.

Крок 1:

$$f(1,1) = f(0,1) + r(0,1:1,1) = 5;$$

$$f(1,2) = f(0,1) + r(0,1:1,2) = 6;$$

$$f(1,3) = f(0,1) + r(0,1:1,3) = 7;$$

$$f(1,4) = f(0,1) + r(0,1:1,4) = 6.$$

Крок 2:

$$f(2,1) = \min \begin{cases} f(1,1) + r(1,1:2,1) = 5+6 = 11; \\ f(1,2) + r(1,2:2,1) = 6+6 = 12; \\ f(1,3) + r(1,3:2,1) = 7+6 = 13; \\ f(1,4) + r(1,4:2,1) = 6+7 = 13. \end{cases}$$

Отже,

$$f(2,1) = f(1,1) + r(1,1:2,1) = 11.$$

Аналогічно

$$f(2,2) = f(1,3) + r(1,3:2,2) = 12.$$

та

$$f(2,3) = f(1,1) + r(1,1:2,3) = 10.$$

Крок 3:

$$f(3,1) = \min \begin{cases} f(2,1) + r(2,1:3,1) = 11+4 = 15; \\ f(2,2) + r(2,2:3,1) = 12+2 = 14; \\ f(2,3) + r(2,3:3,1) = 10+5 = 15. \end{cases}$$

Отже,

$$f(3,1) = f(2,2) + r(2,2:3,1) = 14.$$

Мінімальна відстань від міста (0,1) до міста (3,1) дорівнює 14 кілометрам, а оптимальний маршрут визначається за допомогою зворотної підстановки, а саме

$$\begin{aligned} f(3,1) &= f(2,2) + r(2,2:3,1); \\ &= f(1,3) + r(1,3:2,2) + r(2,2:3,1); \\ &= f(0,1) + r(0,1:1,3) + r(1,3:2,2) + r(2,2:3,1). \end{aligned}$$

Оптимальною стратегією, таким чином, є маршрут: місто (0,1) →

місто $(1,3) \rightarrow \text{місто } (2,2) \rightarrow \text{місто } (3,1)$, тобто $A \rightarrow B_3 \rightarrow C_2 \rightarrow D$.

7.2. Задача динамічного програмування проведення вибракування корів дійного стада

Моделювання застосовується також для розробки стратегій ремонту в неперервно функціонуючих тваринницьких підприємствах, як, наприклад, у випадку заміни корів у молочному стаді. Дана проблема аналогічна тій, яка виникає в промисловості при розробці оптимальної стратегії поновлення станочного парку на заводі. Гартнер і Герберт, а також Уолсингам, Едельстен і Брокінгтон застосували імітаційні моделі для дослідження, вибракування і ремонту молочного стада і популяції кроликів. Проблема ремонту стада добре піддається розв'язанню з допомогою метода динамічного програмування, і цим підходом скористувалися Уайт для описання ремонту стада несучок на підприємстві з виробництва яєць, а також Мак-Артур, Сміт, Стюарт та ін. Для досліджень стратегій ремонту молочних стад. Цей підхід нижче ілюструється дуже спрощеним, але показовим прикладом, запозиченим у роботі Тросбі.

Нехай g_i і h_i позначають відповідно річний прибуток і витрати, які пов'язані з утриманням молочної корови у віці i ($i=0,1,2, \dots$), причому вік відраховується від початку від початку продуктивного життя тварини ($i=0$). Нехай s_i – прибуток від вибракування корови у віці i та нехай ремонт відбувається лише у момент, близький до початку її продуктивного життя (тобто у віці $i=0$). Кожного року можливі два наслідки: K – збереження у стаді, а R – вибракування і ремонт. Визначимо f_i , як оптимальну величину прибутку від утримання корови у віці i . Приймемо, що $g_i = h_i$ і $f_i = 0$ для $i > 5$. Тоді $f_i \geq 0$ для всіх i . Рекурентне співвідношення, яке визначає f_i , має вигляд

$$f_i = \max_{K, R} \begin{bmatrix} K : g_i - h_i + f_{i+1} \\ R : s_i + g_0 - h_0 + f_1 \end{bmatrix}.$$

Припустимо, що g_i , h_i , та s_i прийняли наступні значення:

i	g	h	s
0	4	2	2
1	7	3	3
2	10	3	5
3	9	4	7
4	6	4	9
5	5	4	6

При цьому рекурентні співвідношення матимуть вигляд

$$f_5 = \max \begin{bmatrix} K : 5 - 4 + 0 \\ R : 6 + 4 - 2 + f_1 \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 1 \\ 8 + f_1 \end{bmatrix} = 8 + f_1 \rightarrow \text{вибракування і ремонт};$$

$$f_4 = \max \begin{bmatrix} K : 6 - 4 + f_5 \\ R : 9 + 4 - 2 + f_1 \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 10 + f_1 \\ 11 + f_1 \end{bmatrix} = 11 + f_1 \rightarrow \text{вибракування і ремонт};$$

$$f_3 = \max \begin{bmatrix} K : 9 - 4 + f_4 \\ R : 7 + 4 - 2 + f_1 \end{bmatrix} = \max \begin{bmatrix} 16 + f_1 \\ 9 + f_1 \end{bmatrix} = 16 + f_1 \rightarrow \text{збереження}.$$

Таким чином, розв'язок задачі полягає у вибракуванні і заміні корови після того, як вона прожила чотири продуктивних роки (тобто коли $i = 3$). Слід відмітити, що рекурентне співвідношення розраховує f_i із f_{i+1} і тому порядок розрахунків - $f_5 \rightarrow f_4 \rightarrow f_3$.

Список рекомендованої літератури

1. Браславец М. Е. Экономико-математические методы в организации и планировании сельскохозяйственного производства / М. Е. Браславец. — М. : Экономика, 1971. — 357 с.
2. Быканов А. Д. Практикум по экономико-математическому моделированию в животноводстве / А. Д. Быканов. — Харьков : НМЦ, 2001. — 139 с.
3. Кадиевский В. А. Математическое моделирование агропромышленных; комплексов и систем / В. А. Кадиевский. — К. : 1983. — 95 с.
4. Кравченко Р. Г. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / Р. Г. Кравченко. — М. : Колос, 1978. — 326 с.
5. Костенко В. І. Скотарство і технологія виробництва молока та яловичини / В. І. Костенко. — К. : Урожай, 1995. — 472 с.
6. Костенко В. І. Практикум із скотарства і технології виробництва молока та яловичини / В. І. Костенко. — К. : Урожай, 1996. — 256 с.
7. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / [А. М. Гатаулин , Г. В. Гаврилов , Т. М. Сорокина и др.] ; под ред. А. М. Гатаулина. — М. : Агропромиздат, 1990. — 432 с.
8. Практикум по математическому моделированию экономических процесов в сельском хозяйстве / [А. Ф. Карпенко , В. А. Кардаш , Н. С. Низова и др.] ; под ред. А. Ф. Карпенко. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Агропромиздат, 1985. — 269 с.
9. Усатова О. Я. Планирование животноводства : справочное пособие / О. Я. Усатова. — М. : Агропромиздат, 1986. — 192 с.
10. Франс Дж. Математические модели в сельском хозяйстве / Дж. Франс, Дж. Г. М Тернли. — М. : Агропромиздат, 1987. — 246 с.

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ТВАРИННИЦТВІ

Трибрат Руслан Олександрович

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Формат 60x841/16 Ум. друк. арк.

Тираж 50 пр. Зам. № ____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020 м. Миколаїв, вул. Паризької комуни, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013р.