

Отримана математична модель і метод генерації векторних випадкових послідовностей на основі апарату канонічних розкладів В. С. Пугачова. Метод не накладає ніяких істотних обмежень на властивості досліджуваної випадкової послідовності, що досліджується (скалярність, марковість, монотонність, стаціонарність, ергодичність і т. д.). Результати чисельного експерименту показали високі точності характеристики запропонованого методу для комп'ютерного моделювання векторних випадкових послідовностей

Ключові слова: векторні випадкові послідовності, канонічний розклад, метод генерації реалізацій

Получена математическая модель и метод генерации векторных случайных последовательностей на основе аппарата канонических разложений В. С. Пугачева. Метод не накладывает никаких существенных ограничений на свойства исследуемой случайной последовательности (скалярность, марковость, монотонность, стационарность, эргодичность и т. д.). Результаты численного эксперимента показали высокие точностные характеристики предложенного метода для компьютерного моделирования векторных случайных последовательностей

Ключевые слова: векторные случайные последовательности, каноническое разложение, метод генерации реалізацій

УДК 519.216

DOI: 10.15587/1729-4061.2016.80786

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕКТОРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ПОЛИНОМИАЛЬНОГО СТЕПЕННОГО КАНОНИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

В. С. Шебанин

Доктор технических наук, профессор, ректор*
Николаевский национальный аграрный университет
ул. Парижской коммуны, 9, г. Николаев, Украина, 54010

И. П. Атаманюк

Доктор технических наук, доцент
Кафедра высшей и прикладной математики*
E-mail: atamanyuk_igor@mail.ru

Ю. П. Кондратенко

Доктор технических наук, профессор
Кафедра интеллектуальных информационных систем
Черноморский национальный университет им. Петра Могилы
ул. 68-ми десантников, 10, г. Николаев, Украина, 54003
E-mail: y_kondrat2002@yahoo.com

*Николаевский национальный аграрный университет
ул. Парижской коммуны, 9, г. Николаев, Украина, 54010

1. Введение

Особенностью широкого круга прикладных задач в различных областях науки и техники является вероятностная природа изучаемого явления или наличие влияния на исследуемый объект случайных факторов, вследствие чего процесс изменения его состояния также принимает вероятностный характер. Объекты такого класса, которые относятся к объектам со случайно изменяющимися условиями функционирования (СИУФ), исследуются, например, при решении задач технической [1] и медицинской диагностики [2], радиотехнике [3], и автоматике [4], прогнозирующего контроля надежности [5], защиты информации [6], синтеза моделей химической кинетики, управления технологическими и экономическими процессами [7] и т. д.

Характерной особенностью этих задач является наличие предварительного этапа накопления информации об объекте исследования. Вероятностный характер внешнего воздействия и координат (входных, выходных) объектов СИУФ в условиях достаточного объема статистических данных определяет необходимость и целесообразность применения для их решения

дедуктивных [8] методов моделирования случайных последовательностей.

Возможность накопления статистических данных позволяет достаточно точно определить характеристики случайных последовательностей. Поэтому совершенствование существующих и разработка новых методов моделирования, которые позволят в полной мере учесть особенности исследуемой случайной последовательности, является важным и актуальным направлением исследований.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Теоретически точные методы моделирования векторных случайных последовательностей (метод условных распределений [9] и метод Неймана [10]) базируются на знании законов распределения вероятностей. Вместе с тем в настоящее время не существует решения задачи аппроксимации многомерного распределения большой размерности по статистическим данным. Поэтому существующие методы моделирования, которые могут быть реализованы в технических средствах, раз-

работаны при существенных упрощающих предположениях о свойствах случайных последовательностей (например, предполагается, что исследуемая последовательность является скалярной, стационарной, марковской и т. д.). В частности, для получения случайной последовательности с заданной корреляционной матрицей успешно применяется метод линейных преобразований [11]. Одна из разновидностей метода линейных преобразований – каноническое разложение В. С. Пугачева [12] – позволяет формировать значения последовательности случайных величин, зависящих в рамках линейных связей с учетом их одномерных плотностей распределения. Кроме того, для моделирования стационарной случайной последовательности широко используется ряд Фурье [13]. Достаточно хорошо также развит аппарат моделирования стационарных нормальных последовательностей на основе двух операторов генерирования значений, предложенных в [14], и разработанных [15] подходов к определению их параметров. При этом наиболее просто решается задача моделирования марковских последовательностей [16], которая сводится к реализации метода условных распределений для наиболее простого случая – только с двумерной плотностью распределения.

Однако введение упрощающих предположений о свойствах случайной последовательности существенно ограничивает необходимую для практических применений точность решения задач моделирования случайных последовательностей в объектах СИУФ. Поэтому весьма перспективной, безусловно, является задача разработки эффективного метода моделирования векторной случайной последовательности, не накладывающего никаких существенных ограничений на свойства исследуемой случайной последовательности.

3. Цель и задачи исследования

Целью работы является повышение точности моделирования векторной случайной последовательности за счет полного использования информации о ее стохастических свойствах.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- синтез математической модели векторной случайной последовательности с полным учетом стохастических параметров;
- разработка на основе полученной математической модели метода генерации реализаций векторных случайных последовательностей;
- проверка эффективности предложенного метода моделирования с помощью численного эксперимента на ЭВМ.

4. Математическая модель и метод генерации реализаций векторных случайных последовательностей

Предположим, что векторная случайная последовательность $\{\bar{X}\} = \{X_h(i), i = \overline{1, I}, h = \overline{1, H}\}$ в исследуемом ряде точек $t_i, i = \overline{1, I}$ полностью определена дискретизированными моментными функциями

$$M[X_i^v(i)X_h^\mu(j)], \quad i, j = \overline{1, I}; \quad 1, h = \overline{1, H}; \quad v, \mu = \overline{1, N},$$

которые вычислены по известным формулам математической статистики на основе результатов предварительных экспериментальных исследований. В работе [17] получен метод моделирования векторной случайной последовательности $\bar{X}(i) = \{X_h(i)\}, i = \overline{1, I}, h = \overline{1, H}$ на основе канонического разложения

$$X_h(i) = m_h(i) + \sum_{\lambda=1}^h \sum_{v=1}^i V_v^{(\lambda)} \Phi_{hv}^{(\lambda)}(i), \quad h = \overline{1, H}, \quad i = \overline{1, I}. \quad (1)$$

Элементы канонического представления (1) определяются по формулам:

$$\begin{aligned} V_1^{(1)} &= X_1(1) - m_1(1), \quad V_i^{(h)} = \\ &= X_h(i) - m_h(i) - \sum_{\lambda=1}^h \sum_{v=1}^{i-1} V_v^{(\lambda)} \Phi_{hv}^{(\lambda)}(i), \quad h = \overline{1, H}, \quad i = \overline{1, I}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} D_1^{(1)} &= D_1(1), \quad D_i^{(h)} = \\ &= D_h(i) - \sum_{\lambda=1}^h \sum_{v=1}^{i-1} D_v^{(\lambda)} [\Phi_{hv}^{(\lambda)}(i)]^2, \quad h = \overline{1, H}, \quad i = \overline{1, I}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{hv}^{(\lambda)}(i) &= \frac{1}{D_v^{(\lambda)}} M[V_v^{(\lambda)}(X_h(i) - m_h(i))], \\ h &= \overline{1, H}, \quad \lambda = \overline{1, h}, \quad v, i = \overline{1, I}. \end{aligned} \quad (4)$$

Реализации векторной случайной последовательности получаются путем преобразования выражений (1) H массивов значений случайных коэффициентов

$$\{V^{(h)}\}, \quad h = \overline{1, H},$$

где

$$M[V_v^{(\lambda)}] = 0, \quad M[(V_v^{(\lambda)})^2] = D_v^{(\lambda)}, \quad \text{а} \quad M[V_v^{(\lambda)}V_\mu^{(\xi)}] = 0$$

при невыполнении хотя бы одного из условий $v = \mu$ или $\lambda = \xi$. Каждому массиву коэффициентов $\{V^{(h)}\}$ соответствует своя система координатных функций

$$\Phi_{hv}^{(\lambda)}(i), \quad \lambda = \overline{1, h}, \quad v, i = \overline{1, I}.$$

Модель (1) является достаточно универсальной (учтены взаимные стохастические связи между составляющими, не накладывается требований стационарности, монотонности, марковости, эргодичности и т. д.). Однако существенным недостатком разложения (1) является использование только линейных связей.

Для устранения данного ограничения введем в рассмотрение массив случайных величин

$$\begin{pmatrix} X_1(1) & X_1(2) & \dots & X_1(I-1) & X_1(I) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_1^N(1) & X_1^N(2) & \dots & X_1^N(I-1) & X_1^N(I) \\ X_2(1) & X_2(2) & \dots & X_2(I-1) & X_2(I) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_2^N(1) & X_2^N(2) & \dots & X_2^N(I-1) & X_2^N(I) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_H(1) & X_H(2) & \dots & X_H(I-1) & X_H(I) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_H^N(1) & X_H^N(2) & \dots & X_H^N(I-1) & X_H^N(I) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Корреляционные моменты элементов массива (5) полностью описывают вероятностные связи моделируемой векторной случайной последовательности в исследуемом ряде точек $t_i, i = \overline{1, I}$, поэтому применение векторного линейного канонического разложения (1) к строкам

$$X_h(i), i = \overline{1, I}; h = \overline{1, H}$$

позволяет получить каноническое разложение с полным учетом априорной информации для каждой составляющей:

$$X_h(i) = M[X_h(i)] + \sum_{v=1}^{i-1} \sum_{l=1}^H \sum_{\lambda=1}^N W_{vl}^{(\lambda)} \beta_{l\lambda}^{(h,1)}(v, i) + \sum_{l=1}^{h-1} \sum_{\lambda=1}^N W_{il}^{(\lambda)} \beta_{l\lambda}^{(h,1)}(i, i) + W_{ih}^{(1)}, i = \overline{1, I}, \quad (6)$$

$$W_{vl}^{(\lambda)} = X_l^\lambda(v) - M[X_l^\lambda(v)] - \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{m=1}^H \sum_{j=1}^N W_{\mu m}^{(j)} \beta_{mj}^{(l, \lambda)}(\mu, v) - \sum_{m=1}^{l-1} \sum_{j=1}^N W_{vm}^{(j)} \beta_{mj}^{(l, \lambda)}(v, v) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} W_{vl}^{(j)} \beta_{lj}^{(l, \lambda)}(v, v), v = \overline{1, I}; \quad (7)$$

$$D_{l, \lambda}(v) = M\left[\left\{W_{vl}^{(\lambda)}\right\}^2\right] = M[X_l^{2\lambda}(v)] - M^2[X_l^\lambda(v)] - \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{m=1}^H \sum_{j=1}^N D_{mj}(\mu) \left\{\beta_{mj}^{(l, \lambda)}(\mu, v)\right\}^2 - \sum_{m=1}^{l-1} \sum_{j=1}^N D_{mj}(v) \left\{\beta_{mj}^{(l, \lambda)}(v, v)\right\}^2 - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_{lj}(v) \left\{\beta_{lj}^{(l, \lambda)}(v, v)\right\}^2, v = \overline{1, I}; \quad (8)$$

$$\beta_{l\lambda}^{(h, s)}(v, i) = \frac{M\left[W_{vl}^{(\lambda)}(X_h^s(i) - M[X_h^s(i)])\right]}{M\left[\left\{W_{vl}^{(\lambda)}\right\}^2\right]} = \frac{1}{D_{l, \lambda}(v)} \left(M[X_l^\lambda(v) X_h^s(i)] - M[X_l^\lambda(v)] M[X_h^s(i)] - \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{m=1}^H \sum_{j=1}^N D_{mj}(\mu) \beta_{mj}^{(l, \lambda)}(\mu, v) \beta_{mj}^{(h, s)}(\mu, i) - \sum_{m=1}^{l-1} \sum_{j=1}^N D_{mj}(v) \beta_{mj}^{(l, \lambda)}(v, v) \beta_{mj}^{(h, s)}(v, i) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_{lj}(v) \beta_{lj}^{(l, \lambda)}(v, v) \beta_{lj}^{(h, s)}(v, i), \lambda = \overline{1, h}, v = \overline{1, i}. \quad (9)$$

Случайная последовательность

$$X_h(i), i = \overline{1, I}; h = \overline{1, H}$$

представлена с помощью N массивов

$$\{W_1^{(\lambda)}\}, \lambda = \overline{1, N}; l = \overline{1, H}$$

некоррелированных центрированных случайных коэффициентов $W_{vl}^{(\lambda)}, v = \overline{1, I}$. Каждый из этих коэффициентов содержит информацию о соответствующих значениях $X_l^{(\lambda)}(v)$, а координатные функции $\beta_{l\lambda}^{(h, s)}(v, i)$ описывают вероятностные связи порядка $\lambda + s$ между составляющими $\{X_l\}$ и $\{X_h\}$ в сечениях t_v и t_i

Моделирование векторной случайной последовательности с использованием выражения (6) начинается с генерации значения $w_{11}^{(1)}$ с требуемой плотностью распределения, оценка которой предварительно получена на основе статистической информации об исследуемой последовательности. С использованием $w_{11}^{(1)}$ первое значение $x_1(1)$ для первой составляющей векторной последовательности

$$X_h(i), i = \overline{1, I}; h = \overline{1, H}$$

вычисляется как

$$x_1(1) = M[X_1(1)] + w_{11}^{(1)} \beta_{11}^{(1,1)}(1) = M[X_1(1)] + w_{11}^{(1)}.$$

Затем последовательно определяются коэффициенты $w_{11}^{(2)}, w_{11}^{(3)}, \dots, w_{11}^{(N)}$ для первой составляющей с помощью соотношения

$$w_{11}^{(\lambda)} = x_1^\lambda(1) - M[X_1^\lambda(1)] - \sum_{j=1}^{\lambda-1} w_{11}^{(j)} \beta_{1j}^{(1, \lambda)}(1, 1), \lambda = \overline{2, N};$$

после чего генерируется значение $w_{12}^{(1)}$ и формируется первое значение $x_2(1)$ второй составляющей исследуемой случайной последовательности

$$x_2(1) = M[X_2(1)] + \sum_{\lambda=1}^N w_{11}^{(\lambda)} \beta_{1\lambda}^{(2,1)}(1, 1) + w_{12}^{(1)}.$$

Соответственно для составляющей $\{X_h\}$ генерируется значение первого случайного коэффициента $w_{1h}^{(1)}$, определяется значение $x_h(1)$, вычисляются оставшиеся коэффициенты $w_{1h}^{(2)}, w_{1h}^{(3)}, \dots, w_{1h}^{(N)}$ канонического разложения, которые применяются для определения значения $x_{h+1}(1)$ следующей составляющей $\{X_{h+1}\}$.

Указанная процедура повторяется N циклов (N итераций в каждом цикле) для первого сечения t_1 и заканчивается формированием первого значения $x_N(1)$ последней составляющей $\{X_N\}$ векторной случайной последовательности

$$X_h(i), i = \overline{1, I}; h = \overline{1, H}.$$

После этого осуществляется переход ко второму сечению t_2 и с помощью предварительно полученного значения $w_{21}^{(1)}$ с требуемым законом распределения формируется значение $x_1(2)$ первой составляющей моделируемой векторной случайной последовательности:

$$x_1(2) = M[X_1(2)] + \sum_{l=1}^H \sum_{\lambda=1}^N w_{1l}^{(\lambda)} \beta_{l\lambda}^{(1,1)}(1, 2) + w_{21}^{(1)}.$$

Затем снова для каждой составляющей $\{X_h\}$ в сечении t_2 генерируется значение первого случайного коэффициента $w_{2h}^{(1)}$, вычисляется значение $x_h(2)$ и определяются коэффициенты $w_{2h}^{(2)}, w_{2h}^{(3)}, \dots, w_{2h}^{(N)}$.

Процесс моделирования заканчивается формированием значения $x_N(1)$ для составляющей $\{X_N\}$ в последнем сечении t_1 .

Блок-схема, отражающая особенности вычислительного процесса формирования реализаций век-

торной случайной последовательности согласно модели (6), а также общая схема генерации реализаций, представлены на рис. 1, 2.

Основными этапами метода генерации векторных случайных последовательностей на основе модели (6) являются:

- накопление реализаций случайной последовательности;
- вычисление на основе статистической информации дискретизированных моментных функций;
- формирование с использованием моментных функций канонического разложения (6);
- оценка плотностей распределения коэффициентов канонического разложения;
- генерация значений случайных коэффициентов с требуемыми законами распределения с последующим их преобразованием с помощью выражения (7).

В случае, если стохастические связи между составляющими отсутствуют

$$M[X_1^v(i)X_h^u(j)] = 0, \quad 1 \neq h; \quad 1, h = \overline{1, N}; \quad i, j = \overline{1, I}; \quad 1, h = \overline{1, N},$$

задача моделирования векторной случайной последовательности сводится к моделированию N независимых составляющих, при этом каноническое разложение (6) упрощается к виду [18–20]

$$X(i) = M[X(i)] + \sum_{v=1}^i \sum_{\lambda=1}^N W_v^{(\lambda)} \beta_{lv}^{(\lambda)}(i), \quad i = \overline{1, I}. \quad (10)$$

Элементы $W_v^{(\lambda)}, \beta_{lv}^{(\lambda)}(i)$ модели определяются рекуррентными соотношениями:

$$W_v^{(\lambda)} = X^\lambda(v) - M[X^\lambda(v)] - \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{j=1}^N W_\mu^{(j)} \beta_{\lambda\mu}^{(j)}(v) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} W_v^{(j)} \beta_{\lambda v}^{(j)}(v), \quad \lambda = \overline{1, N}, v = \overline{1, I}; \quad (11)$$

$$\beta_{lv}^{(\lambda)}(i) = \frac{M[W_v^{(\lambda)}(X^h(i) - M[X^h(i)])]}{M\{[W_v^{(\lambda)}]^2\}} = \frac{1}{D_\lambda(v)} \{M[X^\lambda(v)X^h(i)] - M[X^\lambda(v)]M[X^h(i)] - \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{j=1}^N D_j(\mu) \beta_{\lambda\mu}^{(j)}(v) \beta_{\mu\lambda}^{(j)}(i) - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_j(v) \beta_{\lambda v}^{(j)}(v) \beta_{lv}^{(j)}(i)\},$$

$$\lambda = \overline{1, h}, v = \overline{1, i}, h = \overline{1, N}, i = \overline{1, I}. \quad (12)$$

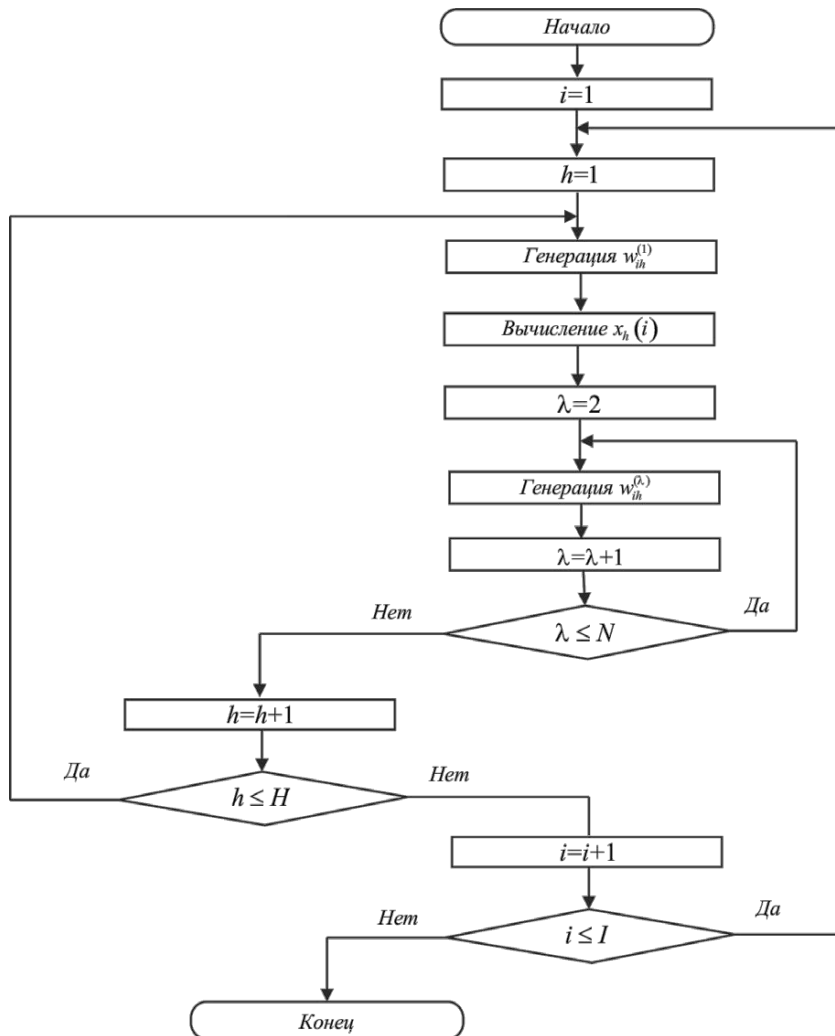


Рис. 1. Блок-схема алгоритма генерации реализаций векторной случайной последовательности на основе модели (6)

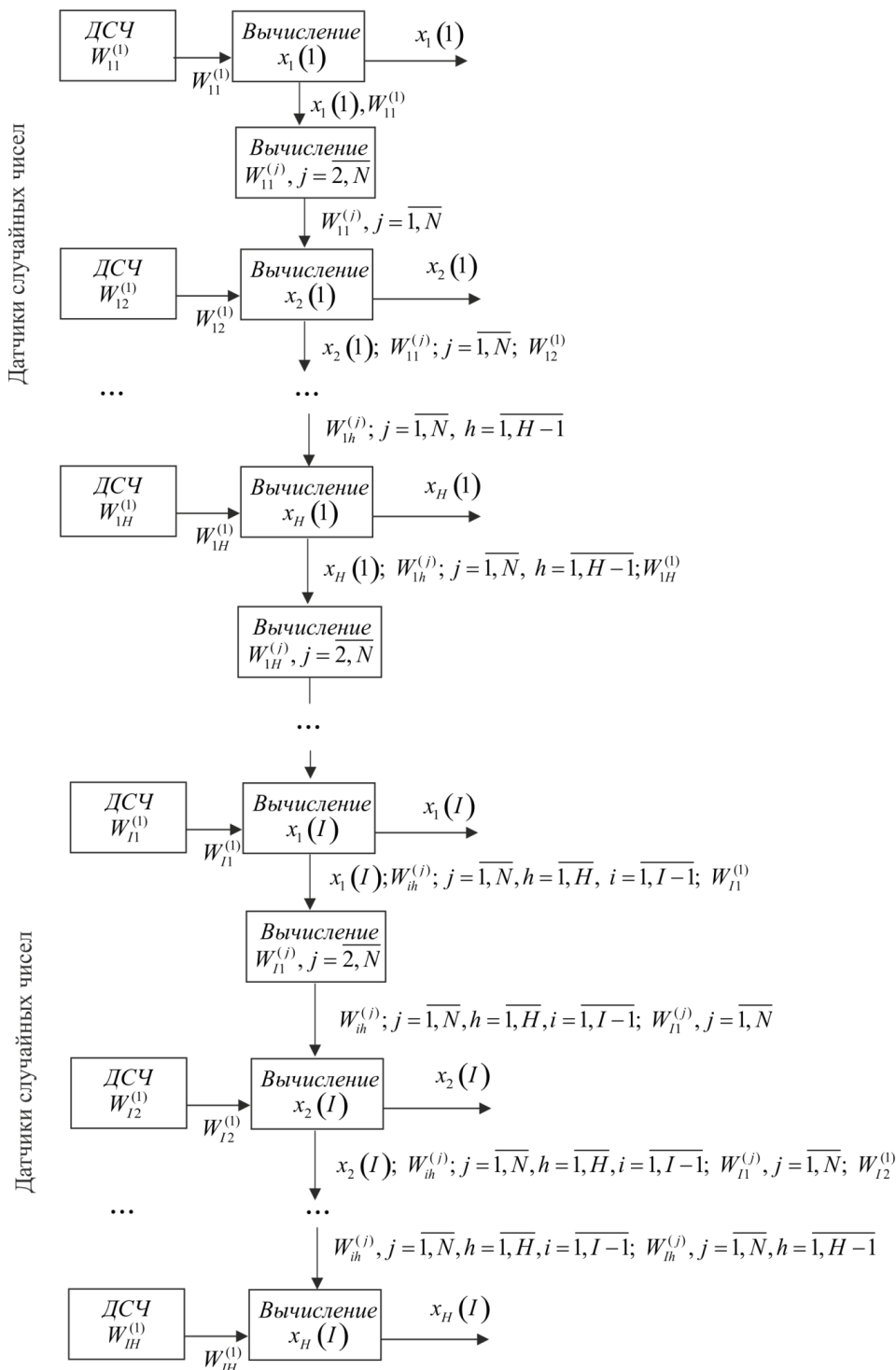


Рис. 2. Схема процедуры генерации реализаций векторной случайной последовательности на основе полиномиальной степенной модели (6)

$$\begin{aligned}
 D_\lambda(v) &= M\left[\{W_v^{(\lambda)}\}^2\right] = \\
 &= M\left[X^{2\lambda}(v)\right] - M^2\left[X^\lambda(v)\right] - \\
 &- \sum_{\mu=1}^{v-1} \sum_{j=1}^N D_j(\mu) \left\{ \beta_{\lambda\mu}^{(j)}(v) \right\}^2 - \sum_{j=1}^{\lambda-1} D_j(v) \left\{ \beta_{\lambda v}^{(j)}(v) \right\}^2, \\
 \lambda &= \overline{1, N}, v = \overline{1, I}.
 \end{aligned}$$

где $D_\lambda(v)$ – дисперсия случайного коэффициента $W_v^{(\lambda)}$.

Координатные функции

$$\beta_{\lambda v}^{(\lambda)}(i), v = \overline{1, i}; \lambda, h = \overline{1, N}; i = \overline{1, I}$$

обеспечивают минимум среднего квадрата погрешности представления скалярной случайной последовательности.

(13)

5. Обсуждение результатов численного эксперимента

Метод генерации реализаций векторной последовательности на основе разложения (6) апробирован для векторной модели

$$X_1(i+1) = 3,75(1 - X_1(i))X_1(i) + X_2^2(i+1), \tag{14}$$

$$X_2(i+1) = \frac{2X_2(i)}{1 + X_2^2(i)} - X_2(i) + \xi(i+1), \tag{15}$$

где $X_1(1)$ – равномерно распределенная случайная величина в интервале $[0, 0,1]$, $X_2(1)$ – равномерно распределенная случайная величина в интервале $[-0,1, 0,1]$, $\xi(i)$ – равномерно распределенная случайная величина в интервале $[-0,1, 0,1]$.

Результаты предварительного анализа оценок моментных функций показали, что для такой последовательности значимыми стохастическими связями являются связи порядка нелинейности $N \leq 4$.

С использованием выражения (7) на основе статистической выборки объемом 500 реализаций последовательности (14), (15) для $N=4$ получены гистограммы частот n случайных коэффициентов $W_{i1}^{(1)}$ и $W_{i2}^{(1)}$ $i=1,7$ (рис. 3–16).

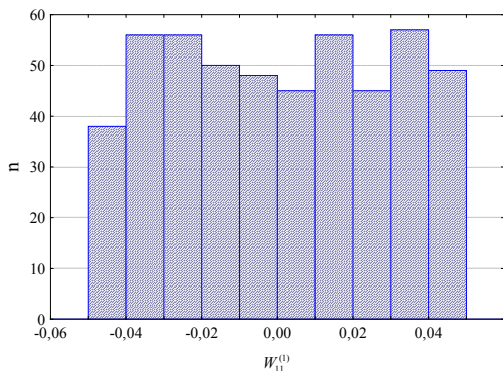


Рис. 3. Гистограмма частот $W_{11}^{(1)}$

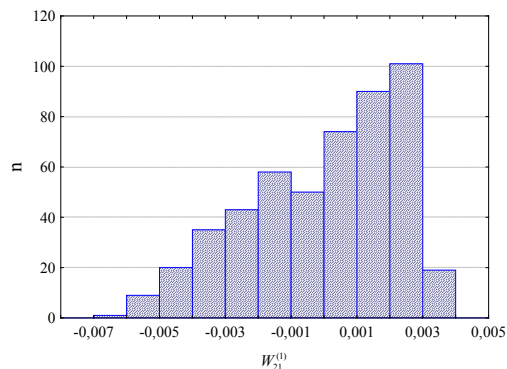


Рис. 4. Гистограмма частот $W_{21}^{(1)}$

Процедура получения реализаций векторной случайной последовательности (14), (15) на основе канонического разложения (6) сводится к генерации значений случайных величин $W_{i1}^{(1)}$, $W_{i2}^{(1)}$, $i=1,7$ с соответствующими заданными законами распределения (рис. 3–16) и преобразованию полученных значений выражением (6).

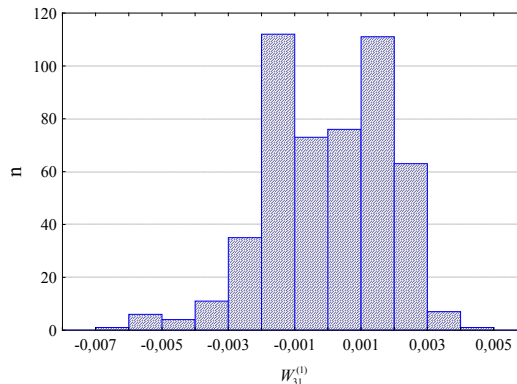


Рис. 5. Гистограмма частот $W_{31}^{(1)}$

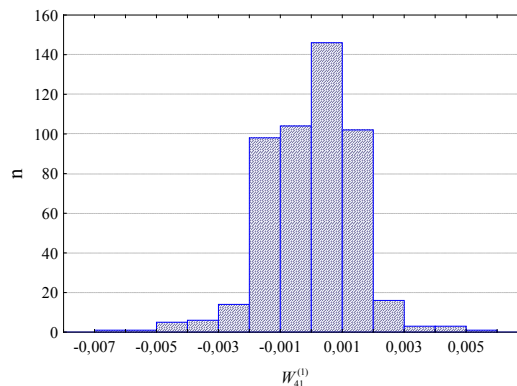


Рис. 6. Гистограмма частот $W_{41}^{(1)}$

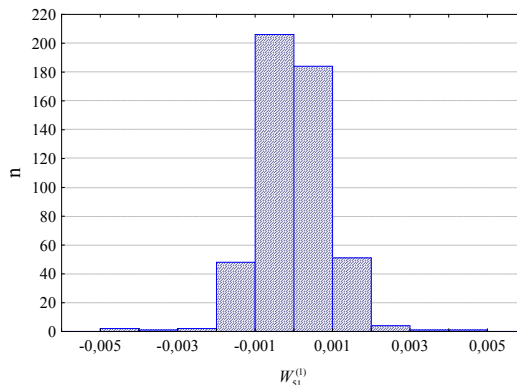


Рис. 7. Гистограмма частот $W_{51}^{(1)}$

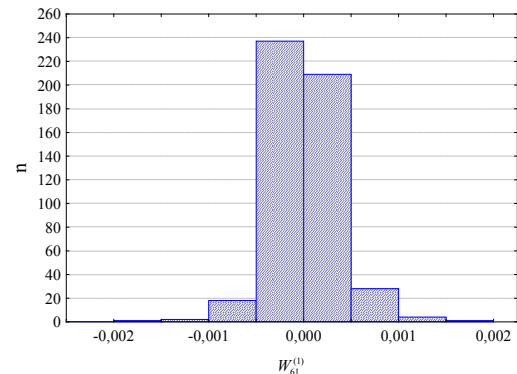


Рис. 8. Гистограмма частот $W_{61}^{(1)}$

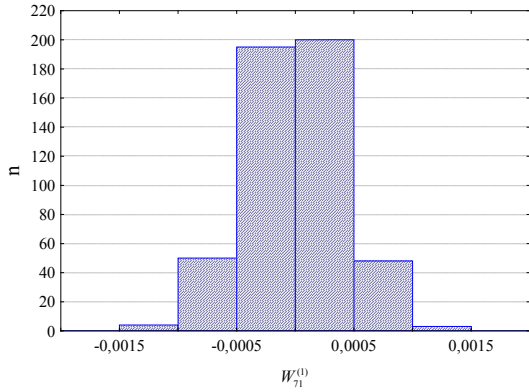


Рис. 9. Гистограмма частот $W_{71}^{(1)}$

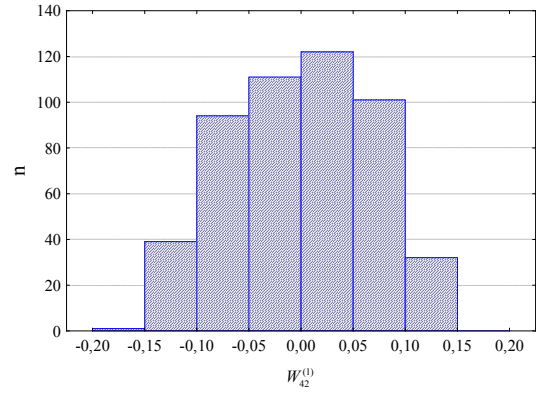


Рис. 13. Гистограмма частот $W_{42}^{(1)}$

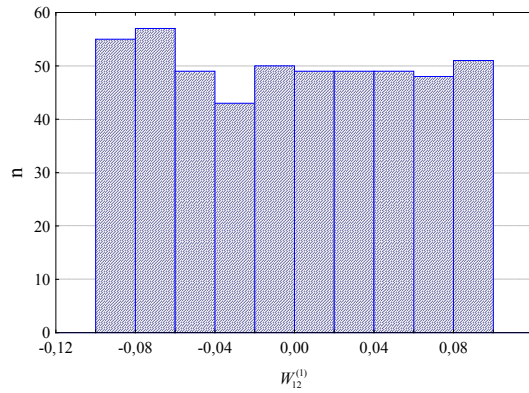


Рис. 10. Гистограмма частот $W_{12}^{(1)}$

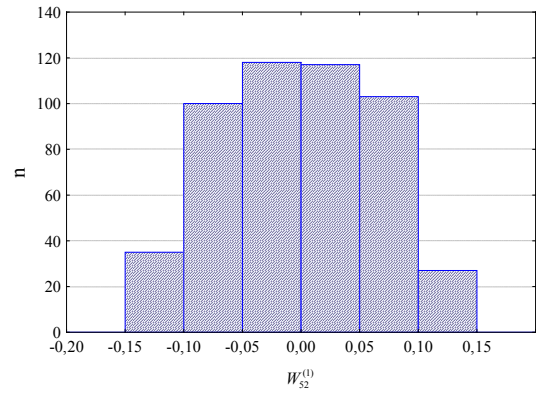


Рис. 14. Гистограмма частот $W_{52}^{(1)}$

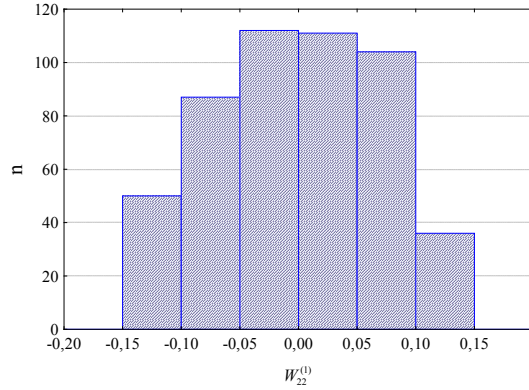


Рис. 11. Гистограмма частот $W_{22}^{(1)}$

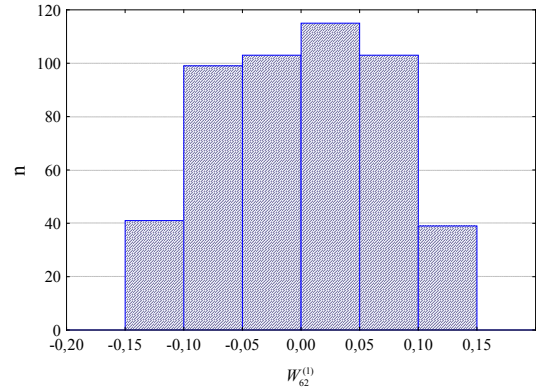


Рис. 15. Гистограмма частот $W_{62}^{(1)}$

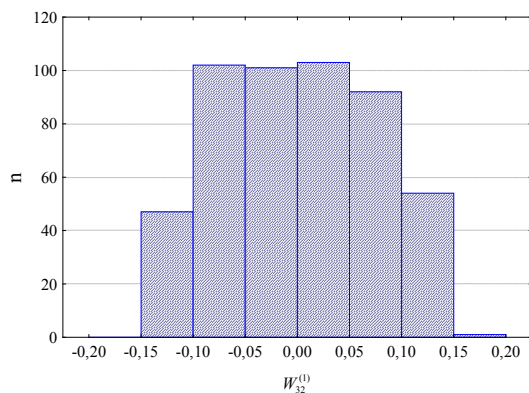


Рис. 12. Гистограмма частот $W_{32}^{(1)}$

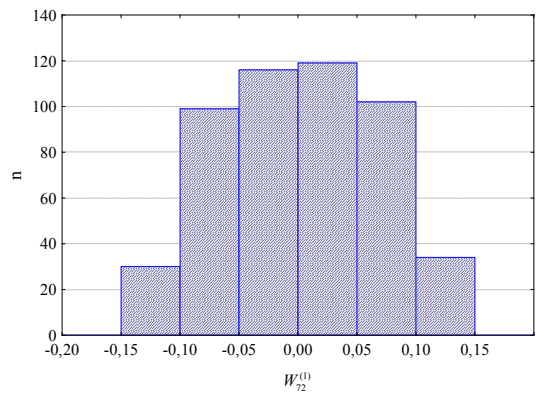


Рис. 16. Гистограмма частот $W_{72}^{(1)}$

На рис. 17 представлены зависимости относительной погрешности аппроксимации при использовании разложений (1), (6) и (10).

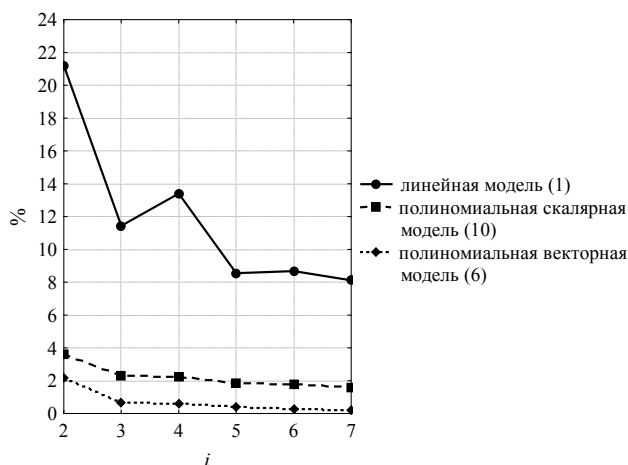


Рис. 17. Относительная погрешность аппроксимации первой составляющей $X_1(i)$, $i = \overline{2,7}$ последовательности (14), (15) линейным разложением (1), полиномиальным скалярным (10) и векторным разложением (6)

Анализ приведенных на рис. 17 результатов указывает на низкую точность представления исследуемой модели (14), (15) с помощью линейного канонического разложения (1). При этом относительная погрешность аппроксимации первой составляющей $X_1(i)$, $i = \overline{1,7}$ в точках дискретизации $i \geq 5$ равна 8,1–8,5%. Рис. 17 также иллюстрирует получение существенно дополнительного выигрыша (2,0–2,5%) в точности

представления случайной последовательности с помощью полиномиального векторного разложения (6) по сравнению с полиномиальным скалярным разложением (10) за счет использования стохастических связей между составляющими.

7. Выводы

В результате проведенных исследований была получено полиномиальное каноническое разложение векторной случайной последовательности, которое, в отличие от известной канонической модели, полностью учитывает нелинейные стохастические связи.

На основе синтезированной математической модели разработан метод генерации реализаций случайной последовательности с требуемыми характеристиками. Векторное каноническое разложение и метод генерации реализаций не накладывает никаких существенных ограничений на класс исследуемых случайных последовательностей (линейность, марковость, стационарность, монотонность и т. д.). Учитывая рекуррентный характер определения элементов векторного канонического представления, процедура моделирования случайных последовательностей является достаточно простой в вычислительном отношении.

Результаты численного эксперимента показали высокую точность моделирования векторной последовательности с помощью разработанного метода.

Метод может быть использован в различных областях науки и техники, связанных с исследованием объектов, параметры которых имеют стохастическую природу.

Литература

1. Patton, R. J. Fault diagnosis in dynamic systems: theory and application [Text] / R. J. Patton, P. M. Frank, R. N. Clarke. – USA: Prentice-Hall Inc., 1989. – 177 p.
2. Salem, A.-B. M. A Case Based Expert System for Supporting Diagnosis of Heart Diseases [Text] / A.-B. M. Salem, M. Roushdy, R. A. Hod // ICGST International Journal on Artificial Intelligence and Machine Learning. – 2005. – Vol. 234, Issue 3. – P. 33–39.
3. Левин, Б. П. Теоретические основы статистической радиотехники [Текст] / Б. П. Левин. – Москва: Радио и связь, 1989. – 655 с.
4. Kondratenko, Y. Implementation of the neural networks for adaptive control system on FPGA [Text] / Y. Kondratenko, E. Gordienko // Proceeding of the 23th International DAAAM Symposium “Intelligent Manufacturing and Automation”. – 2011. – Vol. 23, Issue 1. – P. 0389–0392.
5. Кудрицкий, В. Д. Прогнозирование надежности радиоэлектронных устройств [Текст] / В. Д. Кудрицкий. – Киев: Техніка, 1982. – 168 с.
6. Lehnert, J. S. An asymptotic analysis of DS/SSMA communication systems with random polyphase signature sequences [Text] / T. M. Lok, J. S. Lehnert // IEEE Transactions on Information Theory. – 1996. – Vol. 42, Issue 1. – P. 29–136. doi: 10.1109/18.481784
7. Greene, W. H. Econometric analysis [Text] / W. H. Greene. – New York: Pearson Education International, 2003. – 1026 p.
8. Ивахненко, А. Г. Начала индуктивной теории нечеткого распознавания и прогнозирования случайных процессов и событий [Текст] / А. Г. Ивахненко. – Киев: Техніка, 1991. – 47 с.
9. Florin-Catalin Stochastic Processes and Queuing Theory used in Cloud Computer Performance Simulations [Text] / Florin-Catalin // Database Systems Journal. – 2015. – Vol. 2. – P. 56–62.
10. Silva-González, F. L. Non-Gaussian Stochastic Equivalent Linearization Method for Inelastic Nonlinear Systems with Softening Behaviour, under Seismic Ground Motions [Text] / F. L. Silva-González, S. E. Ruiz, A. Rodríguez-Castellanos // Mathematical Problems in Engineering. – 2014. – Vol. 2014. – P. 1–16. doi: 10.1155/2014/539738
11. Caballero-Águila, R. Covariance-Based Estimation from Multisensor Delayed Measurements with Random Parameter Matrices and Correlated Noises [Text] / R. Caballero-Águila, A. Hermoso-Carazo, J. Linares-Pérez // Mathematical Problems in Engineering. – 2014. – Vol. 2014. – P. 1–13. doi: 10.1155/2014/958474

12. Денисов, А. В. Особенности моделирования случайно-неоднородной ионосферы в задаче о распространении радиоволн в околоземном пространстве [Текст] / А. В. Денисов, М. А. Белянский // Изв. ВУЗов. Приборостроение. – 2014. – Т. 57, № 3. – С. 13–17.
13. Bansali, R. J. Inverse Correlations for Multiple Time Series and Gaussian Random Fields and Measures of Their Linear Determinism [Text] / R. J. Bansali, L. Ippoliti // Journal of Mathematics and Statistics. – 2005. – Vol. 1, Issue 4. – P. 296–308. doi: 10.3844/jmssp.2005.287.299
14. Caballero-Aguila, R. Linear estimation based on covariances for networked systems featuring sensor correlated random delays [Text] / R. Caballero-Aguila, A. Hermoso-Carazo, J. Linares-Perez // International Journal of Systems Science. – 2013. – Vol. 44, Issue 7. – P. 1233–1244. doi: 10.1080/00207721.2012.659709
15. Garcia-Ligero, M. J. Derivation of linear estimation algorithms from measurements affected by multiplicative and additive noises [Text] / M. J. Garcia-Ligero, A. Hermoso-Carazo, J. Linares-Perez, S. Nakamori // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2010. – Vol. 234, Issue 3. – P. 794–804. doi: 10.1016/j.cam.2010.01.043
16. Feng, J. Distributed weighted robust Kalman filter fusion for uncertain systems with autocorrelated and cross-correlated noises [Text] / J. Feng, Z. Wang, M. Zeng // Information Fusion. – 2013. – Vol. 14, Issue 1. – P. 78–86. doi: 10.1016/j.inffus.2011.09.004
17. Кудрицкий, В. Д. Фильтрация, экстраполяция и распознавание реализаций случайных функций [Текст] / В. Д. Кудрицкий. – К: FADA Ltd., 2001. – 176 p.
18. Atamanyuk, I. P. Algorithm of Extrapolation of a Nonlinear Random Process on the Basis of Its Canonical Decomposition [Text] / I. P. Atamanyuk // Cybernetics and Systems Analysis. – 2005. – Vol. 41, Issue 2. – P. 267–273. doi: 10.1007/s10559-005-0059-y
19. Atamanyuk, I. P. Optimal Polynomial Extrapolation of Realization of a Random Process with a Filtration of Measurement Errors [Text] / I. P. Atamanyuk // Journal of Automation and Information Sciences. – 2009. – Vol. 41, Issue 8. – P. 38–48. doi: 10.1615/jautomatinfscien.v41.i8.40
20. Atamanyuk, I. P. The algorithm of optimal polynomial extrapolation of random processes [Text] / I. P. Atamanyuk, V. Y. Kondratenko, O. V. Kozlov, Y. P. Kondratenko // Lecture Notes in Business Information Processing. – 2012. – P. 78–87. doi: 10.1007/978-3-642-30433-0_9