МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНЖЕНЕРНО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ, ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ ТА ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ

Діагностування енергоообладнання

Методичні рекомендації

до виконання практичних робіт

для здобувачів вищої освіти денної та заочної форм навчання спеціальності

141 "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка"

Миколаїв
2019

УДК 621.3:620
Д44

Рекомендовано науково-методичною комісією інженерно-енергетичного факультету МНАУ, протокол № 12 від « 16 » 05 2019 р.

Укладачі:

Кошкін Д.Л. – кандидат технічних наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Миколаївського національного аграрного університету.

Садовий О.С. – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки Миколаївського національного аграрного університету.

Тимченко М.В. – викладач вищої категорій, викладач методист Новобузького коледжу Миколаївського національного аграрного університету.

Рецензенти:

Атаманюк І.П. – доктор технічних наук, професор кафедри вищої та прикладної математики.

Шарейко Д. Ю. – канд. техн. наук, доцент кафедри автоматики національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова.

ЗМІСТ

ВСТУП

Технічна система (ТС) – це сукупність спільно діючих об'єктів (елементів), призначена для виконання певної функції (функції за призначенням, цільової функції). Будь-який об'єкт в свою чергу може розглядатися як ТС.

Елементи, з яких складається система, можуть бути відновлюваними і невідновлюваними. В невідновлюваних системах елемент функціонує до першої відмови, після чого підлягає заміні, відновлюваний елемент при відмові може бути відновлений і продовжувати функціонувати (зазвичай відновлювані елементи оснащуються пристроями щодо попередження та виявлення відмови).

Якість ТС визначається відповідністю сукупності таких її показників, як технічні параметри, конструктивні особливості, енергетична ефективність, надійність, дизайн, технологічність, уніфікація, економічність, габарити і вага тощо, вимогам споживача.

Надійність – властивість об'єкта (ТС) зберігати в часі у встановлених межах значення параметрів, що характеризують здатність виконувати функції в заданих режимах за умов застосування, технічного обслуговування, зберігання і транспортування відповідно до нормативно-технічної документації (НТД) або, більш просто: Надійність – це здатність ТС (об'єкта, виробу, пристрою) виконувати цільову функцію при встановлених нормативно-технічною документацією (НТД) умовах в процесі експлуатації, зберігання і транспортування.

Надійність ТС формується на всіх етапах створення та використання ТС. Цьому відповідає:

– надійність конструктивна (проектна);

– надійність виробнича;

– надійність експлуатаційна.

Конструктивна надійність формується на етапі проектування і визначається елементною базою, кваліфікацією проектувальника, адекватним урахуванням умов експлуатації і технологічних чинників, наявністю та обліком даних, необхідних для розрахунку надійності.

Виробнича надійність закладається в процесі виробництва виробу і залежить від культури виробництва, технологічної дисципліни, кваліфікації персоналу.

Експлуатаційна надійність проявляється в процесі експлуатації виробу і залежить від таких факторів як відповідність реальних умов експлуатації вимогам нормативно-технічної і конструкторської документації (НТКД), організація технічного обслуговування і кваліфікація обслуговуючого персоналу.

Необхідно зазначити, що надійність, сформована на попередньому етапі «життя» виробу є тільки основою надійності наступного етапу: фактична надійність забезпечується реальними умовами і може виявитися значно нижче очікуваної під впливом негативних факторів (нехтування вимогами НТД і НТКД завжди призводять до зниження надійності).

Надійність ТС визначається такими характеристиками:

– безвідмовність;

– довговічність;

– ремонтопридатність;

– збережуваність.

Кожна з характеристик надійності оцінюється кількісними показниками, які розглянуті нижче.

ОСНОВНІ ТЕРМІНИ

Технічна система може знаходиться в 2-х станах: справному і несправному:

Справний стан ТС – коли всі параметри цієї системи (основні і додаткові) відповідають НТД або НТКД.

Несправний стан ТС – коли хоча б один з параметрів системи не відповідає НТ(К)Д.

Працездатність – коли всі параметри ТС, що визначають виконання функції за призначенням, відповідають НТ(К)Д.

Непрацездатність – коли хоча б один з параметрів, що визначають виконання функції за призначенням, не відповідає НТ(К)Д.

Пошкодження – подія, в результаті якої вироби стають несправними.

Дефект – несправність, не пов'язана з втратою працездатності.

Відмова – подія, що полягає у втраті працездатності технічної системою (необоротна зміна властивостей, що порушує нормальне використання елементів системи). Відмови завжди пов'язані з їх визначенням та відновленням несправного елемента.

Збій – короткочасна самоусувана відмова, при якій для відновлення працездатності ремонту не потрібно.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1
ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА СТАТИСТИЧНИМИ ДАНИМИ О ВІДМОВАХ ВИРОБУ

<u>Теоретичні відомості</u>

Імовірність безвідмовної роботи за статистичними даними о відмові оцінюється виразом

$$P(t)=\frac{N-n(t)}{N}, \tag{1.1}$$

де $n(t)$ – кількість виробів, що відмовили до моменту часу t; N – кількість виробів, поставлених на випробування; $P(t)$ – статистична оцінка імовірності безвідмовної роботи виробу.

Для імовірності відмови за статистичними даними справедливе співвідношення

$$Q(t)=\frac{n(t)}{N}, \tag{1.2}$$

де $Q(t)$ – статистична оцінка імовірності відмови виробу.

Частота відмов за статистичними даними о відмовах визначається вираженням:

$$a(t)=\frac{\Delta n(t)}{N\cdot\Delta t}, \tag{1.3}$$

де $\Delta n(t)$ – кількість виробів, що відмовили в інтервалі часу $(t,\ t+\Delta t)$; $a(t)$ – статистична оцінка частоти відмов виробів; Δt – інтервал часу.

Інтенсивність відмов за статистичними даними о відмовах визначається за формулою

$$\lambda(t)=\frac{\Delta n(t)}{\Delta t\cdot N_{cp}(\Delta t)}, \tag{1.4}$$

де $N_{ср}(\Delta t)$ – середня кількість працездатних виробів на інтервалі $(t,\ t+\Delta t)$, може бути обчислена за формулою $N_{ср}(\Delta t) = 0{,}5(N_1 + N_2)$, де N_1, N_2 – кількість працездатних виробів на початку і кінці інтервалу Δt, відповідно; $\lambda(t)$ – статистична оцінка інтенсивності відмов виробів.

Середній час безвідмовної роботи виробу по статистичним даним визначається виразом:

$$T_{cp} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \, , \qquad (1.5)$$

де t_i – час безвідмовної роботи i-го виробу; T_{cp} - статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Для визначення T_{cp} за формулою (1.5) необхідно знати моменти відмови всіх N виробів, але можна приблизно визначити T_{cp} з рівняння

$$T_{cp} \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_i t_{cp.i} \, , \qquad (1.6)$$

де n_i – кількість виробів, які відмовили в i-му інтервалі часу; $t_{\text{ср}.i} = (t_{i-1}+t_i)/2$ – середнє значення часу на інтервалі Δt; $m = \sum t_I / \Delta t$ – кількість інтервалів часу; t_i – час закінчення i-го інтервалу.

Дисперсія часу безвідмовної роботи виробу за статистичними даними визначається за формулою:

$$D_t^* = \tfrac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} (t_i - T_{cp})^2 \, , \qquad (1.7)$$

де D_t* – статистична оцінка дисперсії часу безвідмовної роботи виробу.

Приклади визначення кількісних характеристик надійності за статистичними даними о відмовах виробу.

Задача 1.1. На випробування поставлено 1000 однотипних електричних ламп, за 3000 год. відмовило 80 ламп. Потрібно визначити $P(t)$, $Q(t)$ при $t = 3000$ год.

Розрахунок. В даному випадку $N = 1000$; $n(t) = 80$; $N - n(t) = 1000 - 80 = 920$. За формулами (1.1) і (1.2) визначаємо

$$P(3000) = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0{,}92 \, ;$$

$$Q(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0{,}08\,;$$

або

$$Q(3000) = 1 - P^*(3000) = 1 - 0{,}92 = 0{,}08\,.$$

Задача 1.2. На випробування поставлено 1000 однотипних ламп. За перші 3000 год. відмовило 80 ламп, а за інтервал часу 3000 – 4000 год. відмовило ще 50 ламп. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти і інтенсивності відмов електричних ламп в інтервалі часу 3000 – 4000 год.

Розрахунок В даному випадку N = 1000; t = 3000 год.; Δt = 1000 год.; $\Delta n(t)$ = 50; $n(t)$ = 80.

За формулами (1.3) і (1.4) знаходимо

$$a(t) = a(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5}\ \text{год}^{-1}.$$

$$\lambda(t) = \lambda(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot N_{cp}(\Delta t)} = \frac{50}{1000 \cdot 895} = 5{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{год}^{-1},$$

де $N_{\text{ср}}$ = (920 + 870)/2 = 895.

Задача 1.3. На випробування поставлено N = 400 виробів. За час t = 3000 год відмовило 200 виробів, таким чином, $n(t)$ = 200. За інтервал часу (t, $t+\Delta t$), де Δt = 100 год, відмовило ще 100 виробів, таким чином, $n(\Delta t)$ = 100. Потрібно визначити P(3000), P(3100), a(3000), λ(3000).

Розрахунок За формулою (1.1) знаходимо

$$P(3000) = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{400 - 200}{400} = 0{,}5\,;$$

$$P(3100) = \frac{N - n(t) - n(\Delta t)}{N} = \frac{400 - 200 - 100}{400} = 0{,}25\,.$$

Використовуючи формули (1.3) і (1.4), отримаємо

$$a(t) = a(3000) = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{год}^{-1};$$

$$\lambda\ (t) = \lambda(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot N_{cp}(t)} = \frac{100}{100 \cdot 150} = 6{,}67 \cdot 10^{-3}\ \text{год}^{-1}.$$

Задача 1.4. На випробування поставлено 6 однотипних виробів. Отримані наступні значення t_i (t_i – час безвідмовної роботи i-го виробу): t_1 = 280 год; t_2 = 350 год; t_3 = 400 год; t_4 = 320 год; t_5 = 380 год; t_6 = 330 год. Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Розрахунок. За Формулою (1.5) маємо

$$T_{cp} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{280+350+400+320+380+330}{6} = \frac{2060}{6} = 343{,}3 \text{ год.}$$

Задача 1.5. За спостережуваний період експлуатації в апаратурі було зафіксовано 7 відмов. Час відновлення склав: t_1 = 12 хв.; t_2= 23 хв.; t_3 = 15 хв.; t_4= 9 хв.; t_5 = 17 хв.; t_6 = 28 хв.; t_7 = 25 хв.; t_8 = 31 хв. Потрібно визначити середній час відновлення апаратури T_{cp}.

Розрахунок

$$T_{cp} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i = \frac{12+23+15+9+17+28+25+31}{8} = \frac{160}{8} = 20 \text{ хв.}$$

Задача 1.6. У результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного устаткування, отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків, зведені в табл. 1.1. Потрібно визначити T_{cp}.

Таблиця 1.1

Δt_i,год	n_i	Δt_i, год	n_i	Δt_i, год	n_i
0-5	1	30-35	4	60-65	3
5-10	5	35-40	3	65-70	3
10-15	8	40-45	0	70-75	3
15-20	2	45-50	1	75-80	1
20-25	5	50-55	0	–	–
25-30	6	55-60	0	–	–

Розрахунок. В даному випадку обчислення зручно звести до таблиці в яку вносимо середини інтервалів часу $t_{\text{ср}.i}$ та їх добуток з кількістю виробів, що відмовили $n_i \cdot t_{\text{ср}.i}$

Таблиця 1.2

Δt_i,год	n_i	$t_{\text{ср}.i}$	$n_i \cdot t_{\text{ср}.i}$
0-5	1	2,5	2,5
5-10	5	7,5	37,5
10-15	8	12,5	100
15-20	2	17,5	35
20-25	5	22,5	112,5
25-30	6	27,5	165
30-35	4	32,5	130
35-40	3	37,5	112,5
40-45	0	42,5	0
45-50	1	47,5	47,5
50-55	0	52,5	0
55-60	0	57,5	0
60-65	3	62,5	187,5
65-70	3	67,5	202,5
70-75	3	72,5	217,5
75-80	1	77,5	77,5
		$\sum$	1427,5

Просумувавши результати, отримані в останній колонці, використовуючи формулу (1.6), отримаємо

$$T_{cp} \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_i \cdot t_{cp.i} = \frac{1427{,}5}{45} = 31{,}7 \text{ год.}$$

Задачі для самостійного вирішення

Задача 1.7. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год відмовило 50 виробів. За інтервал часу 4000 – 4100 год відмовило ще 20 виробів. Потрібно визначити $a(t)$, $\lambda(t)$ при $t = 4000$ год.

Задача 1.8. На випробування поставлено 100 однотипних виробів. За 4000 год відмовило 50 виробів. Потрібно визначити $P(t)$ та $Q(t)$ при $t = 4000$ год.

Задача 1.9. Протягом 1000 год із 10 гіроскопів відмовило 2. За інтервал часу 1000 – 1100 год відмовив ще один гіроскоп. Потрібно знайти $a(t)$, $\lambda(t)$ при $t = 1000$ год.

Задача 1.10. На випробування поставлено 1000 однотипних електричних ламп. За перші 3000 год відмовило 80 ламп. За інтервал часу 3000 – 4000 год відмовило ще 50 ламп. Потрібно визначити $P(t)$ та $Q(t)$ при $t = 4000$ год.

Задача 1.11. На випробування поставлено 1000 виробів. За час $t = 1300$ год вийшло з ладу 288 штук виробів. За наступний інтервал часу 1300–1400 год вийшло з ладу ще 13 виробів. Необхідно вирахувати $P(t)$ при $t = 1300$ год і $t = 1400$ год; $a(t)$, $\lambda(t)$ при $t = 1300$ год.

Задача 1.12. На випробування поставлено 45 виробів. За час $t = 60$ год вийшло з ладу 35 штук виробів. За наступний інтервал часу 60–65 год вийшло з ладу ще 3 вироби. Необхідно вирахувати $P(t)$ при $t = 60$ год та $t = 65$ год; $a(t)$, $\lambda(t)$ при $t = 60$ год.

Задача 1.13. У результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного устаткування, які пройшли попереднє 80-годинне приробляння, отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків, зведені у табл. 1.3. Необхідно визначити $T_{ср}$.

Таблиця 1.3

Δt_i, год	n_i	Δt_i, год	n_i	Δt_i, год	n_i
0-10	19	30-40	3	60-70	1
10-20	13	40-50	0	–	–
20-30	8	50-60	1	–	–

Задача 1.14. На випробування поставлено 8 однотипних виробів. Отриманні наступні значення t_i (t_i – час безвідмовної роботи i-го виробу): t_1 = 560 год; t_2 = 700 год; t_3 =800 год; t_4 = 650 год; t_5 = 580 год; t_6 = 760 год; t_7 = 920 год; t_8 = 850 год. Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Задача 1.15. За спостережуваний період експлуатації в апаратурі було зареєстровано 6 відмов. Час відновлення склав: t_1 =15 хв.; t_2 = 20 хв.; t_3 = 10 хв.; t_4 = 28 хв.; t_5 = 22 хв.; t_6 = 30 хв. Потрібно визначити середній час відновлення апаратури T_{cp} .

Задача 1.16. На випробування поставлено 1000 виробів. За час t = 11000 год вийшло з ладу 410 виробів. За наступний інтервал часу 11000 – 12000 год вийшло з ладу ще 40 виробів. Необхідно визначити $P(t)$ при t = 11000 год і t = 12000 год, а також $a(t)$, $\lambda(t)$ при t = 11000 год.

Звіт з лабораторної работи має містити вирішення наступних обов’язкових задач: 1.6, 1.7, 1.9, 1.10, 1.11.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2
АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ВИРОБУ

Теоретичні відомості

Формули, за якими визначаються кількісні характеристики надійності виробу незалежно від закону розподілу ймовірності відмови.

$$P(t) = \exp(-\int_0^t \lambda(t)dt) = 1 - \int_0^t a(t)dt; \qquad (2.1)$$

$$Q(t) = 1 - P(t); \qquad (2.2)$$

$$a(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}; \qquad (2.3)$$

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)}; \qquad (2.4)$$

$$T_{cp} = \int_0^\infty P(t)dt. \qquad (2.5)$$

де $P(t)$ – імовірність безвідмовної роботи виробу на інтервалі часу від 0 до t; $Q(t)$ – імовірність відмови виробу на інтервалі часу від 0 до t; $a(t)$ – частота відмов виробу або густина імовірності часу безвідмовної роботи виробу T; $\lambda(t)$ – інтенсивність відмов виробу; T_{cp} – середній час безвідмовної роботи виробу.

Формули (2.1) – (2.5) для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу приймуть вид

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \qquad (2.6)$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \qquad (2.7)$$

$$a(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}; \qquad (2.8)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda = const; \qquad (2.9)$$

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda}. \tag{2.10}$$

Формули основних показників надійності для <u>нормального закону</u> розподілу часу безвідмовної роботи виробу мають вид

$$P(t) = 0{,}5 - \Phi(U), \tag{2.11}$$

де $U = \dfrac{t - T_{cp}}{\sigma_t}$;

$$Q(t) = 0{,}5 + \Phi(U), \tag{2.12}$$

де $\Phi(U) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^U e^{-\frac{U^2}{2}} dU$ – функція Лапласа;

$$a(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t}; \tag{2.13}$$

де $\varphi(U) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{U^2}{2}}$;

$$\lambda(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma(t)} \cdot \frac{1}{0.5 - \Phi(U)}, \tag{2.14}$$

Функція Лапласа має такі властивості

$\Phi(0) = 0$; $\Phi(-U) = -\Phi(U)$; $\Phi(\infty) = 0{,}5$.

В даному випадку T_{cp} – середнє значення випадкової величини T; σ_t^2 – дисперсія випадкової величини T; T – час безвідмовної роботи виробу.

Формули, що визначають основні показники надійності для розподілу часу безвідмовної роботи виробу по <u>закону Вейбулла</u> мають вид

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t^k}; \tag{2.18}$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t^k}; \tag{2.19}$$

$$a(t) = \lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k} = \lambda_0 k t^{k-1} P(t); \tag{2.20}$$

$$\lambda(t) = \lambda_0 k t^{k-1}; \tag{2.21}$$

$$T_{cp} = \frac{\frac{1}{k}\Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{\lambda_0^{\frac{1}{k}}}, \tag{2.22}$$

де λ_0, k – параметри закону розподілу Вейбулла. $\Gamma(x)$ – гама-функція.

Для закону розподілу Релея часу безвідмовної роботи виробу основні формули показників надійності мають вид

$$P(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^{\,2}}\right); \tag{2.23}$$

$$Q(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^{\,2}}\right); \tag{2.24}$$

$$a(t) = \frac{t}{\sigma_t^{\,2}} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^{\,2}}\right); \tag{2.25}$$

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_t^{\,2}}; \tag{2.26}$$

$$T_{cp} = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \tag{2.27}$$

де σ_t – мода розподілу випадкової величини T; T – час безвідмовної роботи виробу.

Вирішення типових задач з визначення кількісних характеристик надійності виробу при різних законах розподілу

Задача 2.1. Час роботи елементу до відмови підпорядковано експоненціальному закону розподілу з параметром λ=2,5·10^{-5} год$^{-1}$. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності елементу $P(t)$, $Q(t)$, $a(t)$, T_{cp} для t = 1000 год.

Розрахунок. Використовуємо формули (2.6) – (2.10) для $P(t)$, $Q(t)$, $a(t)$, T_{cp}.

Розраховуємо імовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-2{,}5 \cdot 10^{-5} t}.$$

Для наведених вихідних даних отримаємо

$$P(1000) = e^{-2,5\cdot 10^{-5}\cdot 1000} = e^{-0,025} = 0,9753.$$

Відповідно імовірність відмови

$$Q(1000) = 1 - P(1000) = 0,0247.$$

Обчислимо частоту відмов

$$a(t) = \lambda(t)P(t) = 2,5\cdot 10^{-5}\cdot e^{-2,5\cdot 10^{-5}\cdot t}$$

$$a(1000) = 2,5\cdot 10^{-5}\cdot e^{-2,5\cdot 10^{-5}\cdot 1000} = 2,439\cdot 10^{-5}\ \text{год}^{-1}.$$

Обчислимо середній час безвідмовної роботи

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2,5\cdot 10^{-5}} = 40000\ \text{год}.$$

Задача 2.2. Час роботи елементу до відмови підпорядковано нормальному закону з параметрами $T_{\text{ср}}$ = 8000 год, σ_t = 2000 год. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$ для t = 10000 год.

Розрахунок. Скористаємося формулами (2.11) – (2.14) для $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$.

1. Обчислимо імовірність безвідмовної роботи $P(t) = 0,5 - \Phi(U)$;

$$U = (t - T_{cp})/\sigma_t;\ U = (10000 - 8000)/2000 = 1;$$

$$\Phi(1) = 0,3413;$$

$$P(10000) = 0,5 - 0,3413 = 0,1587.$$

2. Визначимо частоту відмов $a(t)$

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_t}\cdot\exp\left[-\frac{(t-T_{cp})^2}{2\sigma_t^{\ 2}}\right].$$

введемо позначення $\varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{U^2}{2}}; \varphi(-U) = \varphi(U)$, тоді $a(t) = \varphi(U)/\sigma_t$;

$U = (t - Tcp)/\sigma_t$;

$$a(1000) = \varphi(1)/2000 = 0,242/2000 = 12,1\cdot 10^{-5}\ \text{год}^{-1}.$$

3. Розрахуємо інтенсивність відмов $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = a(t)/P(t);$$

$$\lambda(10000) = 12{,}1 \cdot 10^{-5} /0{,}1587 = 76{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ год}^{-1}.$$

4. Середній час безвідмовної роботи елементу

$$T_{ср} = 8000 \text{ год.}$$

<u>Задача 2.3.</u> Час роботи виробу до відмови підпорядковується закону розподілу Релея. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності виробу $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$, $T_{\text{ср}}$ для t = 1000 год, якщо параметр розподілу σ_t = 1000 год.

<u>Розрахунок.</u> Скористаємося формулами (2.23) – (2.26) для $P(t)$, $a(t)$, $T_{\text{ср}}$, $\lambda(t)$.

1. Обчислимо імовірність безвідмовної роботи $P(t)$

$$P(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^{\,2}}\right) = \exp\left(-\frac{1000^2}{2 \cdot 1000^2}\right) = e^{-0,5} = 0{,}606.$$

2. Визначимо частоту відмов $a(t)$

$$a(t)= t \cdot P(t)/\sigma_t^2;$$

$$a(1000) = 1000 \cdot 0.606/1000^2 = 0{,}606 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

3. Розрахуємо інтенсивність відмов

$$\lambda(t)= t/\sigma_t^2;$$

$$\lambda(1000) = 1000/1000^2 = 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

4. Визначимо середній час безвідмовної роботи виробу

$$T_{ср} = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1000 \cdot 1{,}253 = 1253 \text{ год.}$$

<u>Задача 2.4.</u> Час безвідмовної роботи виробу підпорядковується закону Вейбулла з параметрами k = 1,5; $\lambda_0 = 10^{-4}$ год$^{-1}$, а час роботи виробу t = 100 год. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності виробу $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$, $T_{\text{ср}}$.

<u>Розрахунок.</u> Скористаємося формулами (2.18) – (2.22) для обчислення $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$, $T_{\text{ср}}$.

1. Визначимо імовірність безвідмовної роботи P(t) за формулою (2.18)

$P(t) = \exp(-\lambda_0 t k)$; $P(100) = \exp(-10^{-4} \cdot 100^{1,5}) = 0,9048$.

2. Визначимо частоту відмов a(t)

$$a(t) = \lambda_0 k t^{k-1} P(t);$$

$$a(100) = 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 100^{0,5} \cdot 0,9048 \approx 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

3. Визначимо інтенсивність відмов $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = a(t)/P(t);$$

$\lambda(100) = 1,35 \cdot 10^{-3} / 0,9048 \approx 1,5 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$.

4. Визначимо середній час безвідмовної роботи виробу $T_{ср}$

$$T_{cp} = \frac{\frac{1}{k} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{\lambda_0^{1/k}} = \frac{\frac{1}{1,5} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{1,5}\right)}{(10^{-4})^{1/1,5}} = \frac{0,666 \cdot \Gamma(0,666)}{10^{-2,666}};$$

Скориставшись властивістю гама-функції $x\Gamma(x) = \Gamma(x+1)$, отримаємо

$$T_{cp} = \frac{\Gamma(1,666)}{10^{-2,666}};$$

$$T_{cp} = 0,90167/0,00215 = 426 \text{ год}.$$

Задача 2.5. У результаті аналізу даних про відмови апаратури частота відмов отримана у вигляді закономірності $a(t) = c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$. Потрібно аналітично визначити кількісні характеристики надійності: $P(t)$, $\lambda(t)$, $T_{ср}$.

Розрахунок.1. Визначимо імовірність безвідмовної роботи. На основі формули (2.1) маємо

$$P(t) = 1 - \int_0^t a(t)dt = 1 - \left[\int_0^t c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt + \int_0^t c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} dt\right] =$$

$$= 1 - \left[-c_1 e^{-\lambda_1 t}\Big|_0^t - c_2 e^{-\lambda_2 t}\Big|_0^t\right] = 1 - \left[-c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_1 - c_2 e^{-\lambda_2 t} + c_2\right] =$$

$$= 1 - (c_1 + c_2) + c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

Обчислимо суму констант ($c_1 + c_2$). Так як імовірність відмови при нескінченому часі дорівнює 100%, то $\int_0^\infty a(t)dt = 1$, тоді

$$\int_0^\infty c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}dt + \int_0^\infty c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}dt = c_1 + c_2 = 1.$$

Остаточно $P(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}$.

2. Знайдемо залежність інтенсивності відмов від часу

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = \frac{c_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}$$

3. Визначимо середній час безвідмовної роботи апаратури. На основі формули (2.5) будемо мати

$$T_{cp} = \int_0^\infty P(t)dt = c_1\int_0^\infty e^{-\lambda_1 t}dt + c_2\int_0^\infty e^{-\lambda_2 t}dt = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}.$$

Задачі для самостійного вирішення.

Задача 2.6. Імовірність безвідмовної роботи автоматичної лінії виготовлення циліндрів автомобильного двигуна протягом 120 год дорівнює 0,9. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності. Потрібно розрахувати інтенсивність відмов і частоту відмов лінії для моменту часу t = 120 год, а також середній час безвідмовної роботи.

Задача 2.7. Середній час безвідмовної роботи автоматичної системи керування дорівнює 640 год. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи протягом 120 год, частоту відмов для моменту часу t = 120 год і інтенсивність відмов.

Задача 2.8. Час роботи виробу підпорядковано нормальному закону з параметрами T_{cp} = 8000 год, σ_t = 1000 год. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$, T_{cp} для t = 8000 год.

Задача 2.9. Час безвідмовної роботи приладу підпорядковано закону Релея з параметром σ_t = 1860 год. Потрібно обчислити $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$ для t = 1000 год і середній час безвідмовної роботи приладу.

Задача 2.10. Час справної роботи швидкісних шарикопідшипників підпорядковано закону Вейбулла з параметрами $k = 2{,}6$; $\lambda_0 = 1{,}65 \cdot 10^{-7}$ год$^{-1}$. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$ для $t = 150$ год і середній час безвідмовної роботи шарикопідшипників.

Задача 2.11. Імовірність безвідмовної роботи виробу протягом $t = 1000$ год дорівнює $P(1000) = 0{,}95$. Час справної роботи підпорядкований закону Релея. Потрібно визначити кількісні характеристики надійності $a(t)$, $\lambda(t)$, T_{cp}.

Задача 2.12. Середній час справної роботи виробу дорівнює 1260 год. Час справної роботи підпорядковано закону Релея. Необхідно знайти його кількісні характеристики надійності $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$ для $t = 1000$ год.

Задача 2.13. У результаті аналізу даних про відмови виробів встановлено, що частота відмов має вигляд $a(t) = 2\lambda e^{-\lambda t}\,(1 - e^{-\lambda t})$. Необхідно знайти аналітичні вирази для кількісних характеристик надійності $P(t)$, $\lambda(t)$, T_{cp}.

Задача 2.14. У результаті аналізу даних про відмови виробів встановлено, що імовірність безвідмовної роботи виражається формулою $P(t)=3e^{-\lambda t}-3e^{-2\lambda t}+e^{-3\lambda t}$. Потрібно знайти аналітично кількісні характеристики надійності $P(t)$, $\lambda(t)$, T_{cp}.

Задача 2.15. Визначити імовірність безвідмовної роботи і інтенсивність відмов приладу при $t = 1300$ год роботи, якщо при випробуваннях отримано значення середнього часу безвідмовної роботи $T_{cp} = 1500$ год і середнє квадратичне відхилення $\sigma_t = 100$ год.

Звіт з лабораторної работи має містити вирішення наступних обов’язкових задач: 2.6, 2.7, 2.8, 2.10, 2.14.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №3
РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ З ПОСЛІДОВНИМ З'ЄДНАННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ

Теоретичні відомості

З'єднання елементів називається послідовним, якщо відмова хоча б одного елементу призводить до відмови всієї системи. Система послідовно з'єднаних елементів працездатна тоді, коли працездатні всі її елементи.

Імовірність безвідмовної роботи системи за час t визначається формулою

$$P_{\text{c}}(t) = P_1(t)\, P_2(t) ... P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t), \tag{3.1}$$

де $P_i(t)$ – імовірність безвідмовної роботи i-го елементу за час t

Якщо $P_i(t) = P(t)$, то

$$P_{\text{c}}(t)=P^n(t). \tag{3.2}$$

Виразимо $P_{\text{c}}(t)$ через інтенсивність відмов $\lambda_i(t)$ елементів системи.

$$P_c(t) = \exp(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt) \tag{3.3}$$

або

$$P_c(t) = \exp(-\int_0^t \lambda_c(t)dt), \tag{3.4}$$

де

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \tag{3.5}$$

Тут $\lambda_i(t)$ – інтенсивність відмов i-го елементу; $\lambda_{\text{c}}(t)$ – інтенсивність відмов системи.

Імовірність відмови системи на інтервалі часу $(0, t)$ дорівнює

$$Q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \tag{3.6}$$

Частота відмов системи $a_c(t)$ визначається співвідношенням

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt}. \qquad (3.7)$$

Інтенсивність відмов системи

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)}. \qquad (3.8)$$

Середній час безвідмовної роботи системи:

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P_c(t)dt. \qquad (3.9)$$

У випадку експоненціального закону надійності всіх елементів системи маємо

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = const. \qquad (3.10)$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_c; \qquad (3.11)$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda_i t); \qquad (3.12)$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}; \qquad (3.13)$$

$$Q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_c t}; \qquad (3.14)$$

$$a_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t}; \qquad (3.15)$$

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}; \qquad (3.16)$$

$$\mathrm{T}_{cp.i} = \frac{1}{\lambda_i}, \qquad (3.17)$$

де $T_{cp.i}$ – середній час безвідмовної роботи i-го елементу.

При розрахунку надійності систем часто доводиться перемножувати імовірність безвідмовної роботи окремих елементів розрахунку, підносити їх до степеня і розраховувати арифметичні корені. При значеннях $P(t)$, близьких до одиниці, ці обчислення можна з достатньою для практики точністю виконувати по наступним наближеним формулам:

$$\left.\begin{aligned} P_1(t)P_2(t)...P_n(t) \approx 1-\sum_{i=1}^{n} Q_i(t), \\ P_i^n(t) = 1 - nQ_i(t), \\ \sqrt[n]{P_i(t)} = 1 - Q_i(t)/n \end{aligned}\right\} \tag{3.18}$$

де $Q_i(t)$ – імовірність відмови i-го елемента.

<u>Вирішення типових задач з визначення показників надійності систем, які складаються з послідовно з’єднаних елементів.</u>

<u>Задача 3.1.</u> Система складається з трьох пристроїв. Інтенсивність відмов першого електронного пристрою постійна і дорівнює $\lambda_1 = 0{,}16 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Інтенсивності відмов двох інших електромеханічних пристроїв лінійно залежать від часу і визначаються наступними формулами

$\lambda_2 = 0{,}23 \cdot 10^{-4} t$ год$^{-1}$,

$\lambda_3 = 0{,}06 \cdot 10^{-6} t^{2,6}$ год$^{-1}$.

Необхідно обчислити імовірність безвідмовної роботи виробу протягом 100 год.

<u>Розрахунок.</u> По формулі (3.3) визначаємо імовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(t) = \exp(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt) = \exp\left\{-\left[\int_0^t \lambda_1 dt + \int_0^t \lambda_2 dt + \int_0^t \lambda_3 dt\right]\right\} =$$

$$= \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0{,}23 \cdot 10^{-4}\frac{t^2}{2} + 0{,}06 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{t^{3,6}}{3{,}6}\right)\right].$$

Для $t = 100$ год отримаємо

$$P_c(100) = \exp\left[-\left(0{,}16 \cdot 10^{-3} \cdot 100 + 0{,}23 \cdot 10^{-4}\frac{100^2}{2} + 0{,}06 \cdot 10^{-6}\frac{100^{3,6}}{3{,}6}\right)\right] \approx 0{,}33$$

<u>Задача 3.2.</u> Система складається з трьох блоків, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює: T_{cp1} = 160 год; T_{cp2} = 320 год; T_{cp3} =

600 год. Для блоків справедливий експоненціальний закон надійності. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи системи.

Розрахунок. Скориставшись формулою (3.17) отримаємо

$$\lambda_1 = \frac{1}{T_{cp1}} = \frac{1}{160}\,;\ ;\lambda_2 = \frac{1}{T_{cp2}} = \frac{1}{320}\,;\ \lambda_3 = \frac{1}{T_{cp3}} = \frac{1}{600},$$

де λ_i – інтенсивність відмов i-го блока.

На основі формули (3.11) маємо

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} \approx 0{,}011 \text{ год}^{-1}.$$

де $\lambda_с$ – інтенсивність відмов системи.

На основі формули (3.16) отримаємо:

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}011} \approx 91 \text{ год.}$$

Задача 3.3. Система складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{ср} = 0{,}32 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$. Потрібно визначити $P_с(t)$, $Q_с(t)$, $a_с(t)$, $T_{ср}$, для $t = 50$ год.

Розрахунок. Інтенсивність відмов системи за формулою (3.11) буде

$$\lambda_с = \lambda_{ср} \cdot n = 0{,}32 \cdot 10^{-6} \cdot 12600 = 4{,}032 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

З виразу (3.13) маємо імовірність безвідмовної роботи

$$P_с(t) = \exp(-\lambda_с t) = \exp(-4{,}032 \cdot 0{,}001 \cdot 50) \approx 0{,}82.$$

Тоді імовірність відмови

$$Q_с(50) = 1 - P_с(50) \approx 0{,}18.$$

Частота відмов згідно з (3.14)

$$a_с(t) = \lambda_с e^{-\lambda c t} = \lambda_с P_с(t);$$

$$a_с(50) = 4{,}032 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}82 = 3{,}28 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

Середній час безвідмовної роботи

$$T_{cp} = 1/\lambda_с = 1/4{,}032 \cdot 10^{-3} \approx 250 \text{ год.}$$

Задача 3.4. Система складається з двох приладів. Імовірності безвідмовної роботи кожного з них протягом часу $t = 100$ год дорівнює: $P_1(100) = 0,95$; $P_2(100) = 0,97$. Для системи виконується експоненціальний закон надійності. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Розрахунок. Знайдемо імовірність безвідмовної роботи пристрою:

$$P_с(100) = P_1(100)\cdot P_2(100) = 0,95\cdot 0,97 = 0,92.$$

Знайдемо інтенсивність умов виробу, скориставшись залежністю (2.6) для експоненціального закону розподілу. Маємо рівняння

$$P_с(100) = 0,92 = e^{-\lambda с * 100}.$$

З рівняння находимо

$$\lambda_с = -\ln(P_с)/t = -\ln(0,92)/100 \approx 0,083\cdot 10^{-2}\ год^{-1}.$$

Тоді середній час безвідмовної роботи системи

$$T_{cp} = 1/\lambda_с = 1/(0,83\cdot 10^{-3}) = 1200\ год.$$

Задача 3.5. Імовірність безвідмовної роботи одного елементу протягом часу t дорівнює $P(t) = 0,9997$. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи системи, що складається з $n = 100$ таких самих елементів.

Розрахунок. Імовірність безвідмовної роботи системи дорівнює $P_с(t)= P^n(t)=(0,9997)^{100}$.

Імовірність $P_с(t)$ близька до одиниці, тому для її розрахунку скористаємося наближеною формулою (3.18). В нашому випадку

$$Q(t) = 1- P(t) = 1 - 0,9997 = 0,0003.$$

Тоді

$$P_с(t) \approx 1 - nQ(t) = 1 - 100\cdot 0,0003 = 0,97.$$

Задача.3.6. Імовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t дорівнює $P_с(t) = 0,95$. Система складається з $n= 120$ рівнонадійних елементів. Необхідно знайти імовірність безвідмовної роботи одного елементу.

Розрахунок. Очевидно, що імовірність безвідмовної роботи елементу буде $P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)}.$

Так як Р(t) близька до одиниці, то розрахунки $P(t)$ зручно виконувати по наближеній формулі (3.18).

В нашому випадку

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - 0{,}95 = 0{,}05.$$

Тоді

$$P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)} \approx 1 - \frac{Q_c(t)}{n} = 1 - \frac{0{,}05}{120} \approx 0{,}9996.$$

Задача 3.7. Система складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{ср} = 0{,}32 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи протягом часу $t = 50$ год.

Розрахунок. Інтенсивність відмов системи по формулі (3.11) буде

$$\lambda_c = \lambda_{ср} n = 0{,}32 \cdot 10^{-6} \cdot 12600 = 4{,}032 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

Тоді на основі залежності (3.13)

$$P_c(50) = e^{-4{,}032 \cdot 0{,}001 \cdot 50} \approx 0{,}82.$$

Задачі для самостійного вирішення.

Задача 3.8. Апаратура зв'язку складається з 2000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{ср} = 0{,}33 \cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи апаратури протягом $t = 200$ год і середній час безвідмовної роботи апаратури.

Задача 3.9. Невідновна в процесі роботи електронна машина складається з 200000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda = 0{,}2 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи електронної машини протягом $t = 24$ год і середній час безвідмовної роботи електронної машини.

Задача 3.10. Система керування складається з 6000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}.i} = 0{,}16 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи протягом $t = 50$ год і середній час безвідмовної роботи.

Задача 3.11. Прилад складається з n = 5 вузлів. Надійність вузлів характеризується імовірністю безвідмовної роботи протягом часу t, яка дорівнює: $P_1(t)$ = 0,98; $P_2(t)$ = 0,99; $P_3(t)$ = 0,998; $P_4(t)$ = 0,975; $P_5(t)$ = 0,985. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи приладу.

Задача 3.12. Система складається з п'яти приладів, середній час безвідмовної роботи яких рівний: $T_{ср.1}$ = 83 год; $T_{ср.2}$ = 220 год; $T_{ср.3}$ = 280 год; $T_{ср.4}$ = 400 год; $T_{ср.5}$ = 700 год. Для приладів справедливий експоненціальний закон надійності. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Задача 3.13. Прилад складається з п'яти блоків. Імовірність безвідмовної роботи кожного блоку протягом часу t = 50 год дорівнює: $P_1(50)$ = 0,98; $P_2(50)$ = 0,99; $P_3(50)$ = 0,998; $P_4(50)$ = 0,975; $P_5(50)$ = 0,985. Справедливий експоненціальний закон надійності. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи приладу.

Звіт з лабораторної работи має містити вирішення наступних обов'язкових задач: 3.8, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №4
РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ З ПОСТІЙНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ (ПАРАЛЕЛЬНЕ З'ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ)

Теоретичні відомості

При постійному резервуванні резервні елементи з'єднанні паралельно з основним (робочим) елементом протягом всього періоду роботи системи. Всі елементи сполучені постійно, перебудова схеми при відмовах не відбувається, елемент, що відмовив, не відключається (рис.4.1.).

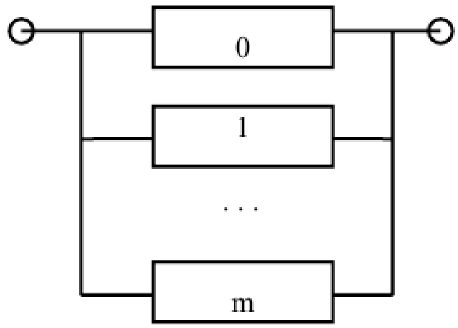

Рис. 4.1. Резервування з постійно включеним резервом

Імовірність відмови системи $Q_c(t)$ визначається формулою

$$Q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} Q_j(t), \tag{4.1}$$

де $Q_j(t)$ – імовірність відмови j-го елементу; m – кратність резервуваня.

Імовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - P_j(t)\right], \tag{4.2}$$

де $P_j(t)$ – імовірність безвідмовної роботи j-го елементу.

Якщо елементи рівнонадійні $P_j(t) = P(t)$, ($j = 0, 1, \ldots, m$), то

$$\begin{gathered} Q_c(t) = Q^{m+1}(t); \\ P_c(t) = 1 - \left[1 - P(t)\right]^{m+1}. \end{gathered} \tag{4.3}$$

При експоненціальному законі надійності окремих елементів маємо

$$\begin{aligned} P_j(t) &= P(t) = e^{-\lambda t}; \\ Q_c(t) &= (1-e^{-\lambda t})^{m+1}; \\ P_c(t) &= 1-\left(1-e^{-\lambda t}\right)^{m+1}; \\ T_{cp} &= \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+i}. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Резервування називається загальним, якщо резервується вся система, що складається з послідовного з'єднання *n* елементів. Схема загального резервування показана на рис.4.2. Основний ланцюг містить *n* елементів. Число резервних ланцюгів дорівнює *m*, таким чином кратність резервування дорівнює *m*.

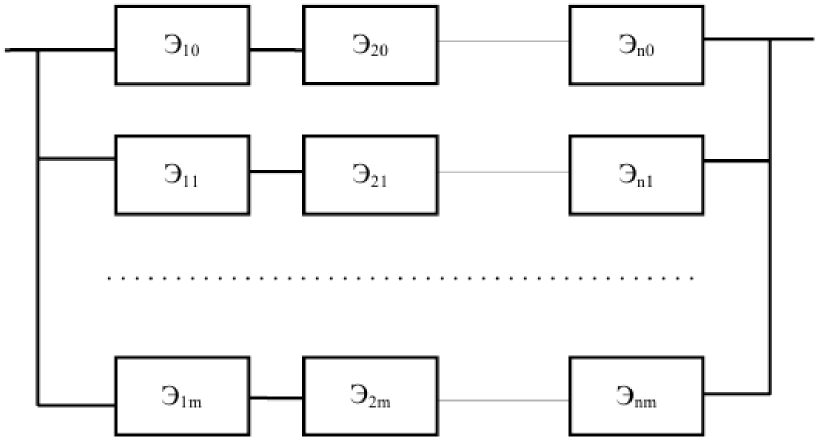

Рис. 4.2. Загальне резервування

Визначимо кількісні характеристики надійності системи із загальним резервуванням (резервні ланцюги включені постійно). Запишемо імовірність безвідмовної роботи *j*–ї ланки

$$P_j(t) = \prod_{j=1}^{n} P_{ij}(t);\ j = 0,1,..,m, \tag{4.5}$$

де $P_{ij}(t)$, (j=0,1,2,...m); (i=1,2,3,...,n) – імовірність безвідмовної роботи елементу $Э_{ij}$.

Імовірність відмови *j* – ї ланки

$$Q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t). \tag{4.6}$$

Імовірність відмови системи з загальним резервуванням

$$Q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t). \right]. \tag{4.7}$$

Імовірність безвідмовної роботи системи з загальним резервуванням

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t) \right]. \tag{4.8}$$

Окремий випадок: основний і резервні ланцюги мають однакову надійність, тобто $P_{ij}(t)=P_i(t)$, тоді

$$Q_c(t) = \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t) \right]^{m+1}; \tag{4.9}$$

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t) \right]^{m+1}. \tag{4.10}$$

Для експоненціального закону надійності формули (4.9), (4.10) приймуть вигляд

$$Q_c(t) = \left[1 - e^{-\lambda_0 t} \right]^{m+1}; \tag{4.13}$$

$$P_c(t) = 1 - \left[1 - e^{-\lambda_0 t} \right]^{m+1}, \tag{4.14}$$

де інтенсивність відмов ланцюга, що складається з n елементів

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i . \tag{4.15}$$

Частота відмов системи з загальним резервуванням

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = \lambda_0 \cdot (m+1) e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t} \right)^m. \tag{4.16}$$

Інтенсивність відмов системи з загальним резервуванням

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0 (m+1) e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t} \right)^m}{1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t} \right)^{m+1}}. \tag{4.17}$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи

$$T_{cp} = T_0 \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j}, \tag{4.18}$$

де $T_0 = 1/\lambda_0$, – середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

Вирішення типових задач з розрахунку надійності систем з постійним резервуванням.

Задача 4.1. Система складається з 10 рівнонадійних елементів, середній час безвідмовної роботи елементу $T_{cp.i} = 1000$ год. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності для елементів системи і основна і резервна системи рівнонадійні. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи T_{cp}, а також частоту відмов $a_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ у момент часу $t = 50$ год в наступних випадках:

а) нерезервована система,

б) дубльована система при постійно включеному резерві.

Розрахунок. Визначимо показники надійності спочатку для нерезервованої системи

а) Інтенсивність відмов системи

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i ,$$

де λ_i – інтенсивність відмов i-го елементу; $n = 10$ – кількість послідовно включених елементів.

$$\lambda_i = 1/T_{cp.i} = 1/1000 = 0{,}001 \text{ год}^{-1};$$

$$\lambda_c = \lambda_i n = 0{,}001 \cdot 10 = 0{,}01 \text{ год}^{-1}.$$

Середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи

$$T_{cp} = 1/\lambda_c = 100 \text{ год.}$$

Частота відмов

$$a_c(t) = \lambda_c(t)\, P_c(t) = 0{,}01 e^{-0{,}01 \cdot 50} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

б) Для дубльованої системи кратність резервування m=1. Імовірність безвідмовної роботи резервованої системи згідно (4.14)

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1},$$

де $\lambda_0 = \lambda_c = 0{,}01$ год$^{-1}$. Тоді

$$P_c = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^2 = 2e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t}.$$

Частота відмов резервованої системи

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right).$$

Для $t = 50$ год

$$a_c(50) \approx 4.8 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

Інтенсивність відмов

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \frac{2\lambda_0\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)}{2 - e^{-\lambda_0 t}}.$$

Для $t = 50$ год

$$\lambda_c(50) \approx 5{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}.$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_c}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{1+j};$$

$$T_{cp} = \frac{1}{0{,}01}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ год.}$$

Задача 4.2. У системі телекерування застосовано дублювання каналу керування. Інтенсивність відмов каналу $\lambda = 10^{-2}$ год$^{-1}$. Розрахувати імовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$ при $t = 10$ год, середній час безвідмовної роботи T_{cp} частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи.

Розрахунок. У даному випадку $n = 1$; $\lambda_i = \lambda_0 = \lambda = 10^{-2}$ год$^{-1}$; $m = 1$. По формулі (4.14) маємо

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2 = 1 - (1 - e^{-0,1})^2 =$$

$$= 1 - (1 - 0{,}9048)^2 \approx 0{,}99.$$

Визначимо T_{cp}. З формули (4.4) маємо

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i} = \frac{1}{0{,}01}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $a_c(t)$. Отримаємо

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = 2\lambda e^{-\lambda t}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) = 1,77 \cdot 10^{-3}\ \text{год}^{-1}.$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Маємо

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)}{e^{-\lambda t}\left(2 - e^{-\lambda t}\right)} = \frac{2\lambda\left(1 - e^{-\lambda t}\right)}{2 - e^{-\lambda t}} = 1,74 \cdot 10^{-3}\ \text{год}^{-1}.$$

Задача 4.3. Нерезервована система керування складається з n = 5000 елементів. Для підвищення надійності системи передбачається провести загальне дублювання елементів. Щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої імовірності безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0,9$ при t =10 год, необхідно розрахувати середню інтенсивність відмов одного елемента при припущенні відсутності післядії відмов.

Розрахунок. Імовірність безвідмовної роботи системи при загальному дублюванні і рівнонадійних елементах може бути знайдена по формулі

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda n t})^2,$$

або

$$P_c(t) = 1 - [1 - P^n(t)]^2,$$

Де $P(t) = e^{-\lambda t}$ – імовірність безвідмовної роботи одного елементу.

Так як після резервування система повинна мати імовірність безвідмовної роботи не менше 0,9, то маємо нерівність

$$1 - [1 - P^n(t)]^2 \geq 0,9,$$

таким чином, вирішуючи отримаємо

$$P(t) \geq \left(1 - \sqrt{1 - 0,9}\right)^{1/n}.$$

Розклавши $\left(1 - \sqrt{0.1}\right)^{1/n}$ по степеню $1/n$ у ряд і нехтуючи членами ряду порядку малості вище другого, отримаємо

$$\left(1 - \sqrt{0,1}\right)^{1/5000} \approx 1 - \frac{1}{5000}\sqrt{0,1} = 1 - 6,32 \cdot 10^{-5}.$$

Враховуючи, що для малих значень λ

$$P(t) = \exp(-\lambda t) \approx 1 - \lambda t,$$

отримаємо

$$1 - \lambda t \geq 1 - 6{,}32 \cdot 10^{-5},$$

або

$$\lambda \leq (6{,}32 \cdot 10^{-5})/t = (6{,}32 \cdot 10^{-5})/10 = 6{,}32 \cdot 10^{-6}\ \text{год}^{-1}.$$

Задачі для самостійного розрахунку.

Задача 4.4. Електропиривід складається з трьох блоків: ПЧ, АД і ТР. Інтенсивності відмов цих блоків відповідно дорівнюють: $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$; $\lambda_2 = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$; $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$. Потрібно розрахувати імовірність безвідмовної роботи електропривода протягом часу t = 100 год для наступних випадків: а) резерв відсутній; б) є загальне дублювання електропривода в цілому.

Задача 4.5. Для зображеної на рис. 4.3. логічної схеми системи визначити $P_c(t)$, $T_{ср}$, $a_c(t)$, $\lambda_c(t)$. Резерв включений постійно, відмови незалежні.

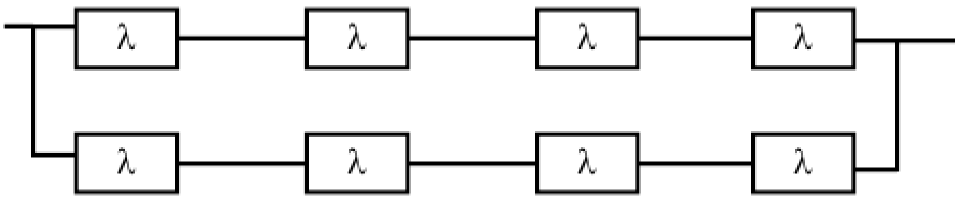

Рис. 4.3. Схема резервованої системи до задачі 4.5

Задача 4.6. У системі керування, що складається з трьох рівнонадійних каскадів (n = 3) застосовано загальне постійне дублювання всієї системи. Інтенсивність відмов каскаду $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$. Визначити $P_c(t)$, $T_{ср}$, $a_c(t)$, $\lambda_c(t)$ системи керування з дублюванням.

Задача 4.7. Для зображеної на рис. 4.4. логічної схеми системи визначити інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Резерв навантажений, відмови незалежні.

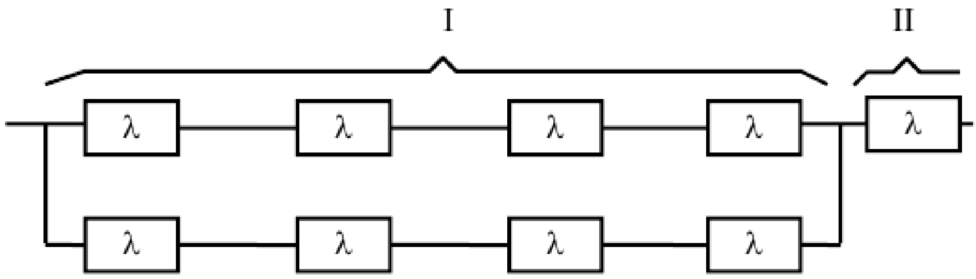

Рис. 4.4. Схема резервованої системи до задачі 4.7

Задача 4.8. Автоматизований електропривід складається з трьох блоків I, II, III. Інтенсивності відмов цих трьох блоків відповідно рівні: λ_1, λ_2, λ_3. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$ для наступних випадків: а) резерв відсутній; б) мається дублювання електропривода в цілому.

Задача 4.9. Схема розрахунку надійності виробу показана на рис. 4.5. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності для елементів виробу. Інтенсивності відмов елементів мають значення: $\lambda_1 = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$; $\lambda_2 = 0{,}7 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Потрібно знайти імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ виробу протягом часу $t = 100$ год, середній час безвідмовної роботи виробу $T_{ср}$, частоту відмов $a_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ у момент часу $t = 100$ год.

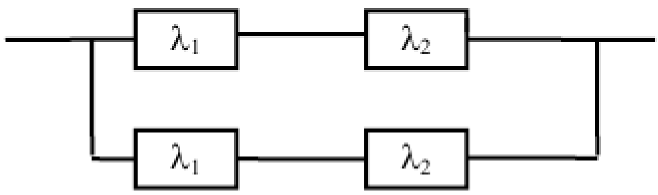

Рис. 4.5. Схема резервованої системи до задачі 4.9

Задача 4.10. У каналі зв'язку цифрової системи керування, що складається з приймача і передавача, застосовано загальне дублювання. Передавач і приймач мають інтенсивності відмов $\lambda_п = 2 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$, $\lambda_{пр} = 1 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$, відповідно. Схема каналу зображена на рис. 4.6. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи каналу $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

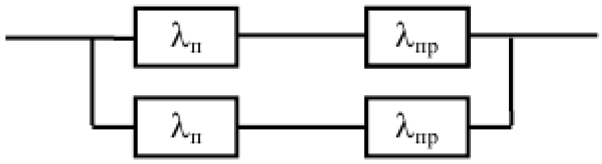

Рис. 4.6. Схема резервованої системи до задачі 4.10

Задача 4.11. Схема розрахунку надійності виробу показана на рис. 4.7. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності для елементів виробу. Потрібно визначити інтенсивність відмов виробу, якщо інтенсивності відмов елементів мають значення λ_1, λ_2.

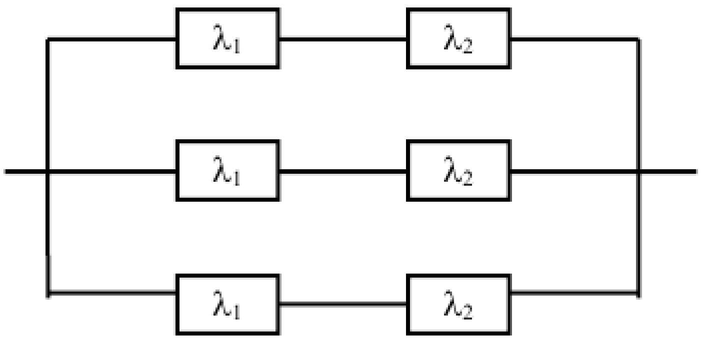

Рис. 4.7. Схема резервованої системи до задачі 4.11

Задача 4.12. Нерезервована система керування складається з n = 4000 елементів. Відома необхідна імовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0{,}9$ при $t = 100$ год. Необхідно розрахувати допустиму середню інтенсивність відмов одного елементу, вважаючи елементи рівнонадійними, для того, щоб приблизно оцінити досягнення заданої імовірності безвідмовної роботи за відсутності профілактичних оглядів в наступних випадках: а) резервування відсутнє; б) застосовано загальне дублювання.

Задача 4.13. Пристрій обробки складається з трьох однакових блоків. Імовірність безвідмовної роботи пристрою $P_y(t_i)$ протягом часу $(0, t_i)$ повинна бути не менша 0,9. Визначити, яка має бути імовірність безвідмовної роботи кожного блоку протягом інтервалу часу $(0, t_i)$ для випадків: а) резерв відсутній; б) є пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням всього пристрою в цілому; в) є пасивне роздільне резервування з незмінним навантаженням по блоках.

Задача 4.14. Обчислювач складається з двох блоків, з’єднаних послідовно, які характеризуються відповідно інтенсивністю відмов $\lambda_1 = 120{,}54 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$ і $\lambda_2 = 185{,}66 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$. Виконано пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням всієї системи (блоку 1 и 2) (рис. 4.8). Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ обчислювача, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$, частоту відмов $a_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ обчислювача. Визначити $P_c(t)$ при $t = 20$ год.

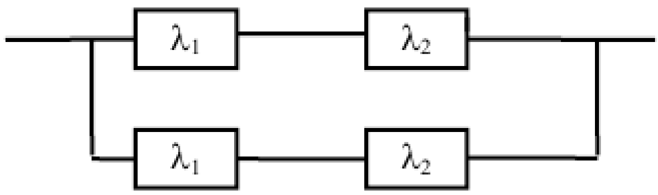

Рис. 4.8. Схема резервованої системи до задачі 4.14

Звіт з лабораторної работи має містити вирішення наступних обов’язкових задач: 4.4, 4.8, 4.10, 4.12.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №5
РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАМІЩЕННЯМ В РЕЖИМІ ПОЛЕГШЕНОГО (ТЕПЛОГО) РЕЗЕРВУ ТА В РЕЖИМІ НЕНАВАНТАЖЕНОГО (ХОЛОДНОГО) РЕЗЕРВУ

Теоретичні відомості

Теплим резервом називають режим, коли резервні елементи знаходяться в полегшеному режимі до моменту їх включення в роботу. Надійність резервного елементу в цьому випадку вища за надійність основного елементу, оскільки резервні елементи знаходяться в режимі недовантаження до моменту їх включення в роботу. Імовірність відмови резервованої системи з полегшеним резервуванням визначається співвідношенням

$$Q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i\right], \tag{5.1}$$

де λ_1 – інтенсивність відмов резервного елементу в режимі недовантаження до моменту включення його в роботу; λ_0 – інтенсивність відмов резервного елементу в стані роботи; m - кратність резервування або кількість резервних елементів;

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1}\left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right). \tag{5.2}$$

Імовірність безвідмовної роботи системи з полегшеним резервуванням визначається за формулою

$$P_c(t) = 1 - Q_c(t) = e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i\right]. \tag{5.3}$$

Середній час безвідмовної роботи системи з полегшеним резервуванням

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} p_c(t)dt = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+ik}, \tag{5.4}$$

де

$$k = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}. \qquad (5.5)$$

Частота відмов $a_c(t)$ системи з полегшеним резервуванням

$$a_c(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\left[1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{(i-1)!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^{i-1}\right]. \qquad (5.6).$$

Інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи з полегшеним резервуванням

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \lambda_0 \left[1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{(i-1)!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^{i-1}}{1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{a_i}{i!}\left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)^i}\right]. \qquad (5.7)$$

При $\lambda_1 = 0$ маємо режим ненавантаженого (холодного) резерву. Імовірність відмови резервованої системи з ненавантаженим резервуванням визначається співвідношенням

$$Q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \qquad (5.8)$$

Імовірність безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом відповідно

$$P_c(t) = 1 - Q_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \qquad (5.9)$$

Середній час безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом.

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} p_c(t)\,dt = \frac{m+1}{\lambda_0}. \qquad (5.10)$$

Частота відмов $a_c(t)$ системи з ненавантаженим резервом

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = \frac{\lambda_0^{m+1}}{m!} t^m e^{-\lambda_0 t}. \qquad (5.11)$$

Інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи з ненавантаженим резервом

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0^{m+1} t^m}{m! \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}. \qquad (5.\ 12)$$

Вирішення типових задач з розрахунку надійності систем з резервуванням заміщенням в режимі полегшеного (теплого) резерву і в режимі ненавантаженого (холодного) резерву.

Задача 5.1. Система складається з 10 рівнонадійних елементів, середній час безвідмовної роботи елементу $T_{ср} = 1000$ год. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності для елементів системи і основна і резервна системи рівнонадійні. Необхідно знайти імовірність безвідмовної роботи системи $P_с(t)$, середній час безвідмовної роботи системи $T_{ср}$, а також частоту відмов $a_с(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_с(t)$ у момент часу $t = 50$ год у наступних випадках: а) нерезервована система, б) дубльована система при включенні резерву за способом заміщення (ненавантажений резерв).

Розрахунок:

а) У випадку нерезервованої системи інтенсивність відмов системи

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i ,$$

де $\lambda_с$ – інтенсивність відмов системи, λ_i – інтенсивність відмов i-го елементу; $n = 10$ – кількість елементів,

$$\lambda_i = \frac{1}{\mathrm{T}_{\text{ср}}} = \frac{1}{1000} = 0{,}001;\, i = \overline{1,n};\, \lambda = \lambda_i ,$$

$$\lambda_c = \lambda n = 0{,}001 \cdot 10 = 0{,}01 \text{ год}^{-1},$$

Середній час безвідмовної роботи

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda_c} = 100 \text{ год.}$$

Частота відмов

$$a_{\text{с}}(t) = \lambda_{\text{с}}(t) \cdot P_{\text{с}}(t) = \lambda_{\text{с}} e^{-\lambda_c t} = 0{,}01 \cdot e^{-0{,}01 \cdot 50} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1};$$

б)Для дубльованої системи середній час безвідмовної роботи

$$Tср = \frac{m+1}{\lambda_c} = \frac{2}{0{,}01} = 200 \text{ год},$$

де $m = 1$ – кратність резервування ;

Визначимо імовірність безвідмовної роботи резервованої системи $P_{\text{ср}}(t)$ по формулі

$$P_{cp}(t) = e^{-\lambda_0 t}\sum_{i=0}^{m}\frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}(1+\lambda_0 t).$$

Оскільки $\lambda_0 = \lambda_c$, то

$$P_{\text{ср}}(t)=e^{-\lambda c t}(1 + \lambda_c t).$$

Визначимо частоту відмов системи $a_{\text{ср}}(t)$

$$a_{cp}(t) = -\frac{dP_{cp}(t)}{dt} = -\left[-\lambda_c e^{-\lambda_c t}(1+\lambda_c t) + \lambda_c e^{-\lambda_c t}\right] = \lambda_c^2 t e^{-\lambda_c t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов системи $\lambda_c(t)$

$$\lambda_{\text{ср}}(t) = \frac{a_{cp}(t)}{P_{cp}(t)} = \frac{\lambda_c^2 t e^{-\lambda_c t}}{e^{-\lambda_c t}(1+\lambda_c t)} = \frac{\lambda_c^2 t}{1+\lambda_c t}.$$

Визначимо показники надійності резервованої системи в момент часу $t = 50$ год: $P_{\text{ср}}(50)$, $a_{\text{ср}}(50)$, $\lambda_{\text{ср}}(50)$

$$P_{\text{ср}}(50) = e^{-0,01\cdot 50}(1 + 0,01\cdot 50) \approx 0,91;$$

$$a_{\text{ср}}(50) = 0,01^2\cdot 50\cdot e^{-0.01\cdot 50} \approx 3\cdot 10^{-3}\ \text{год}^{-1};$$

$$\lambda_{\text{ср}}(50)=\frac{a_{cp}(50)}{P_{cp}(50)} = \frac{3\cdot 10^{-3}}{0,91} \approx 3,3\cdot 10^{-3}\ \text{год}^{-1}.$$

Задача 5.2. Система автоматизованого керування має інтенсивність відмов $\lambda_0=0,4\cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Його дублює така ж система, що знаходиться до відмови основної в режимі очікування (у режимі полегшеного резерву). У цьому режимі інтенсивність відмов системи $\lambda_1 = 0,06\cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Потрібно обчислити імовірність безвідмовної роботи резервованої системи протягом часу $t = 100$ год, а також середній час безвідмовної роботи $T_{\text{ср}}$, частоту відмов $a(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

Розрахунок. У даному випадку кратність резервування $m = 1$. Використовуючи формулу (5.3), отримаємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^{1} \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i \right] = e^{-\lambda_0 t} \left[1 + a_1 (1 - e^{-\lambda_1 t}) \right];$$

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right); a_1 = \prod_{j=0}^{0} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right) = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}.$$

Тоді

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right). \tag{5.13}$$

З виразу (5.13) маємо

$$P_c(100) = e^{-0.4 \cdot 10^{-3} \cdot 100} \left(1 + \frac{0.4 \cdot 10^{-3}}{0.06 \cdot 10^{-3}} - \frac{0.4 \cdot 10^{-3}}{0.06 \cdot 10^{-3}} e^{-0.06 \cdot 10^{-3} \cdot 100} \right) \approx 0{,}998.$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи $T_{\text{ср}}$ по формулі (5.4)

$$T_{CP} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{1} \frac{1}{1 + i \dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}} = \frac{1}{\lambda_0} \left(1 + \frac{1}{1 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_0}} \right) = \frac{1}{\lambda_0} \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} \right) =$$

$$= \frac{1}{0.4 \cdot 10^{-3}} \left(1 + \frac{0.4 \cdot 10^{-3}}{0.46 \cdot 10^{-3}} \right) = 4668 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $a_c(t)$

$$a_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = -\left[-\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right) + e^{-\lambda_0 t} \lambda_0 e^{-\lambda_1 t} \right] =$$

$$= \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \left[1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_0} - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} - e^{\lambda_1 t} \right] = \lambda_0 \frac{\lambda_1 + \lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_0 t} \left(1 - e^{-\lambda_1 t} \right).$$

Перепишемо (5.13) у вигляді

$$P_c(t) = \frac{\lambda_1 + \lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_0 t} \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \right).$$

Після цього визначаємо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0 \left(1 - e^{-\lambda_1 t} \right)}{1 - \dfrac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} e^{-\lambda_1 t}}.$$

Задача 5.3. Імовірність безвідмовної роботи перетворювача постійного струму в змінний протягом часу t = 1000 год дорівнює 0,95, тобто $P(1000) = 0{,}95$. Для підвищення надійності системи електропостачання на об'єкті є такий же перетворювач, який включається в роботу при відмові першого (режим ненавантаженого резерву). Потрібно розрахувати імовірність безвідмовної роботи $P(t)$ і середній час безвідмовної роботи системи $T_{ср}$, що складається з двох перетворювачів, а також визначити частоту відмов $a_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи.

Розрахунок. У даному випадку кратність резервування $m = 1$. Використовуючи формулу (5.9), отримаємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}(1 + \lambda_0 t). \tag{5.14}$$

Так як для окремого перетворювача має місце експоненціальний закон надійності, то

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t}, \tag{5.15}$$

де $P(t)$ – імовірність безвідмовної роботи перетворювача; λ_0 – інтенсивність відмов перетворювача в працюючому стані.

З виразу (5.15) маємо рівняння

$$P(1000) = e^{-\lambda_0 1000} = 0{,}95.$$

З останнього рівняння находимо

$$\lambda_0 = 0{,}051/1000 \approx 0{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}.$$

Тоді згідно (5.14) маємо

$$P_c(1000) = 0{,}95\ (1 + 0{,}05) = 0{,}9975.$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$ по формулі (5.10)

$$T_{ср} = (\mathrm{m} + 1)/\lambda_0 = 2/\lambda_0 = 2/(0{,}5 \cdot 10^{-4}) = 40000 \text{ год}.$$

Відзначимо, що середній час безвідмовної роботи нерезервованого перетворювача рівний $T_{ср} = 1/\lambda_0 = 20000$ год.

Визначаємо частоту відмов $a_c(t)$ по формулі (5.11)

$$a_c(t) = \frac{\lambda_0^2}{1!} t e^{-\lambda_0 t} = \lambda_0^2 t e^{-\lambda_0 t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов системи $\lambda_c(t)$

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0^2 t \cdot e^{-\lambda_0 t}}{e^{-\lambda_0 t}(1+\lambda_0 t)} = \frac{\lambda_0^2 t}{1+\lambda_0 t}.$$

Задачі для самостійного вирішення.

Задача 5.4. Система складається з двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував дублювання системи за способом заміщення з ненавантаженим станом резерву (рис. 5.1). Інтенсивність відмов елементу дорівнює λ. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

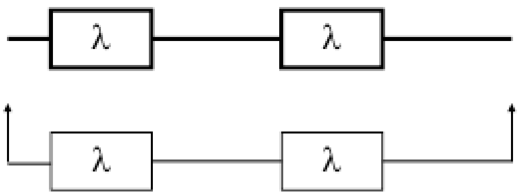

Рис. 5.1. Резервована система з ненавантаженим дублюванням

Задача 5.5. Схема розрахунку надійності виробу приведена на рис. 5.2. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ виробу. Знайти $\lambda_c(t)$ при $t = 0$.

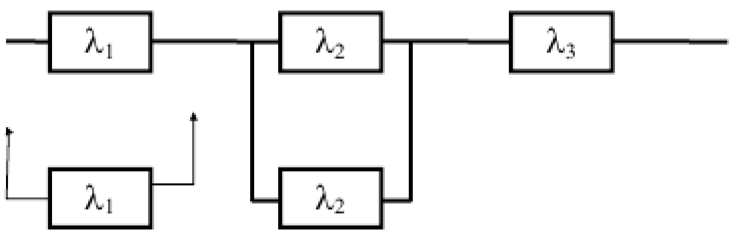

Рис. 5.2. Схема резервованої системи до задачі 5.5

Задача 5.6. Схема розрахунку надійності системи приведена на рис. 5.3, де А, Б, В, Г – блоки системи. Визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ системи.

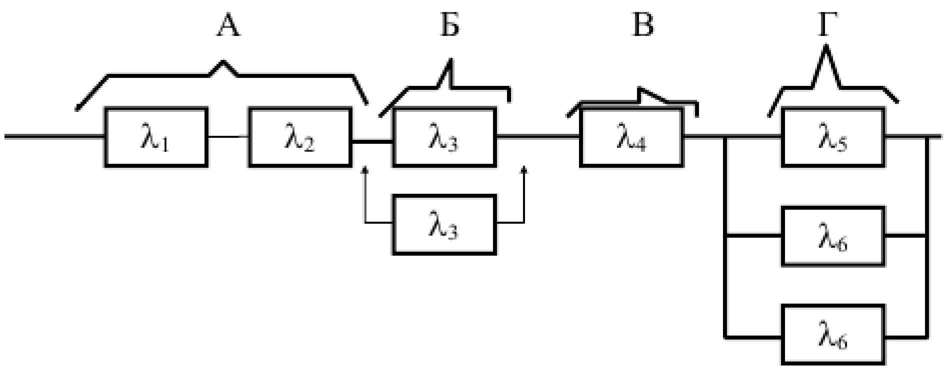

Рис. 5.3. Схема резервованої системи до задачі 5.6

Задача 5.7. Схема розрахунку надійності системи приведена на рис. 5.4. Визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ системи.

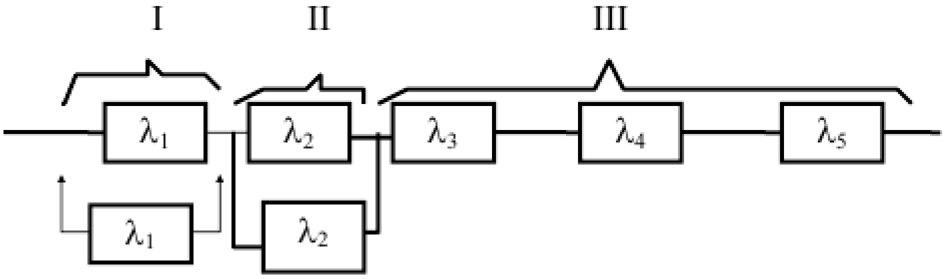

Рис. 5.4. Схема резервованої системи до задачі 5.7

Задача 5.8. Виконавчій пристрій складається з одного працюючого елемента ($\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$) і одного елемента в полегшеному стані ($\lambda_0 = 8 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$). Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи пристрою $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи пристрою $T_{ср}$. Визначити $P_c(t)$ при $t = 20$ год.

Задача 5.9. У передавальному каналі системи керування використовується основний передавач $П_1$, два передавача $П_2$ и $П_3$, що знаходяться в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов основного працюючого передавача дорівнює λ_0=10^{-3} год$^{-1}$. З моменту відмови передатчика $П_1$ у роботу включається $П_2$, після відмови передавача $П_2$ включається $П_3$. При включенні резервного передавача в роботу його інтенсивність відмов стає рівною λ_0. Вважаючи перемикач абсолютно надійним, визначити імовірність безвідмовної роботи $P_с(t)$ передавального каналу, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$ каналу. Визначити також $P_с(t)$ при $t = 100$ год.

Задача 5.10. Пристрій автоматичного пошуку несправностей системи діагностування електрообладнання складається з двох логічних блоків. Середній час безвідмовної роботи цих блоків однаковий і для кожного з них рівний $T_{ср} = 200$ год. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи пристрою $T_{ср}$ для двох випадків: а) є ненавантажений резерв всього пристрою; б) є ненавантажений резерв кожного блоку окремо.

Звіт з лабораторної работи має містити вирішення наступних обов’язкових задач: 5.5, 5.8, 5.10.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №6
РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ З ПОЕЛЕМЕНТНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ.

Теоретичні відомості

При поелементному резервуванні резервуються окремо елементи системи (рис. 6.1.). Кількісні характеристики надійності системи визначаються наступним чином. Запишемо імовірність відмови *i*-ї групи

$$Q_i(t) = \prod_{j=0}^{m} Q_{ij}(t)\,; i = \overline{1,n}, \tag{6.1}$$

де $Q_{ij}(t)$ – імовірність відмови елементу E_{ij} на інтервалі часу (0, *t*).

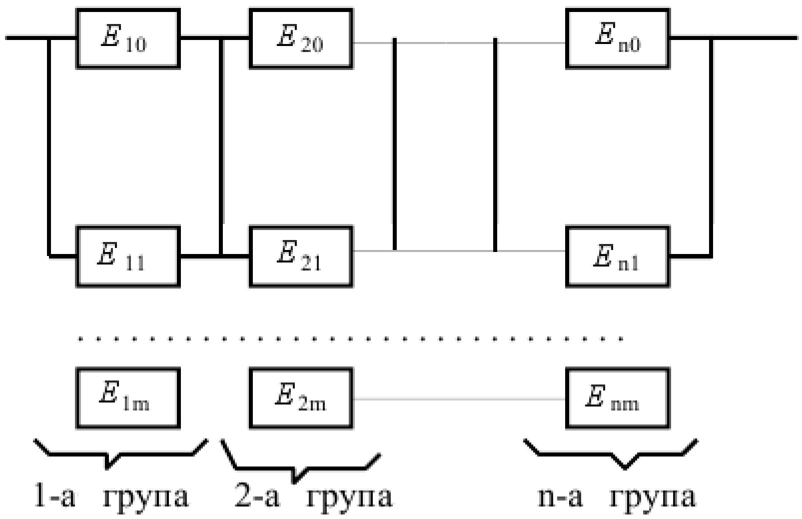

Рис. 6.1. Поелементне резервування системи

Запишемо імовірність безвідмовної роботи *j*-ї групи. Отримаємо

$$P_i(t) = 1 - Q_i(t) = 1 - \prod_{j=o}^{m_i}\left[1 - P_{ij}(t)\right]\,; i = \overline{1,n}\,, \tag{6.2}$$

де $P_{ij}(t)$ – імовірність безвідмовної роботи елементу E_{ij} на інтервалі часу (0,*t*); m_i – кратність резервування елементу *j*-ї групи.

Імовірність безвідмовної роботи системи з поелементним резервуванням

$$P_c(t)=\prod_{i=1}^{n}P_i(t)$$

або

$$P_c(t)=\prod_{i=1}^{n}\left\{1-\prod_{j=0}^{m_i}\left[1-P_{ij}(t)\right]\right\}. \qquad (6.3)$$

Для рівнонадійних елементів системи $m_i = m =$ co$n$st маємо

$$P_{ij}(t)=P(t); \qquad (6.4)$$

$$P_c(t) = [1-[1-P(t)]^{m+1}]^n\,. \qquad (6.5)$$

У випадку $P_{ij}(t)=P_i(t)$ формула (6.3) прийме вид

$$P_c(t)=\prod_{i=1}^{n}\left\{1-\left[1-P_i(t)\right]^{m_i+1}\right\}. \qquad (6.7)$$

При експоненціальному законі надійності, коли $P_i(t) = e^{-\lambda it}$,

$$P_c(t)=\prod_{i=1}^{n}\left\{1-\left[1-e^{-\lambda_i t}\right]^{m_i+1}\right\}. \qquad (6.8)$$

В цьому випадку формула (6.5) прийме вид

$$P_c(t)=\left\{1-\left[1-e^{-\lambda t}\right]^{m+1}\right\}^n. \qquad (6.9)$$

Середній час безвідмовної роботи системи визначається співвідношенням

$$T_{cp}=\int_0^{\infty}P_c(t)dt. \qquad (6.10)$$

Підставимо (6.9) в (6.10), отримаємо

$$T_{cp}=\frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{\nu_j(\nu_j+1)\ldots(\nu_j+n-1)}, \qquad (6.11)$$

де $\nu_j = (j + 1)/(m + 1)$.

Вирішення типових задач з розрахунку надійності системи з поелементним резервуванням.

Задача 6.1. Для підвищення надійності підсилювача всі його елементи дубльовані. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності для елементів системи. Необхідно знайти імовірність безвідмовної роботи підсилювача протягом t = 5000 год. Склад елементів нерезервованого підсилювача і дані по інтенсивності відмов елементів приведені в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Інтенсивність відмов елементів нерезервованого підсилювача

Елементи	Кількість елементів	Інтенсивність відмов елементів λ, 10^{-5} год$^{-1}$
Транзистори	1	2,16
Резистори	5	0,23
Конденсатори	3	0,32
Діоди	1	0,78
Котушки індуктивності	1	0,09

Розрахунок. У даному випадку має місце роздільне резервування з кратністю m_i = 1, число елементів нерезервованого підсилювача n = 11. Тоді, використовуючи дані табл. 6.1, на основі формули (6.8) отримаємо

$$P_c(5000) = \prod_{i=1}^{11} \left\{1 - \left[e^{-\lambda_i \cdot 5000}\right]^2\right\}.$$

Так як λ_i<<1, то для наближеного обчислення показову функцію можна розкласти в ряд і обмежитися першими двома членами розкладання:

$$1 - \exp(-5000\lambda_i) \approx 5000\lambda_i.$$

Тоді

$$P_c(5000) \approx \prod_{i=1}^{11}\left[1 - (5000\lambda_i)^2\right] \approx 1 - \sum_{i=1}^{11}(5000\lambda_i)^2 = 1 - 5000^2 \cdot \sum_{i=1}^{11}\lambda_i^2 \approx 0{,}985.$$

Задача 6.2. Схема розрахунку надійності резервованого пристрою приведена на рис. 6.2. Інтенсивності відмов елементів мають наступні значення: $\lambda_1 = 0{,}23 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$; $\lambda_2 = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$; $\lambda_3 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$.

Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності для елементів системи. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи пристрою $T_{ср}$, імовірність безвідмовної роботи пристрою $P_с(t)$, інтенсивність відмов пристрою $\lambda_с(t)$.

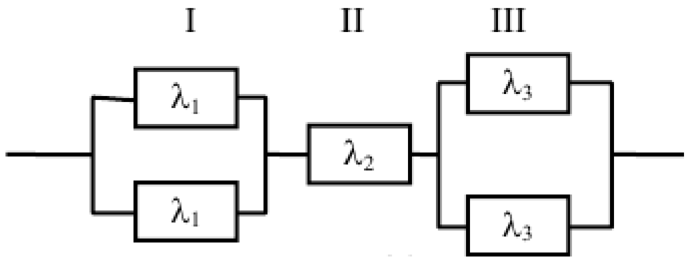

Рис. 6.2. Схема розрахунку надійності системи до задачі 6.2

Розрахунок.

Середній час безвідмовної роботи визначається залежністю (6.10). Для даної системи для трьох груп включень елементів буде виконуватись умова

$$P_с(t) = P_{I}(t) \cdot P_{II}(t) \cdot P_{III}(t), \qquad (6.13)$$

де $P_{I}(t)$, $P_{II}(t)$, $P_{III}(t)$ – імовірність безвідмовної роботи I, II и Ш групи елементів. Маємо

$$P_{I}(t) = 1 - Q_{I}(t);$$

$$Q_{I}(t) = [1 - P_1(t)]^2;$$

$$P_{I}(t) = 1 - [1 - P_1(t)]^2 = 2P_1(t) - P_1^2(t);$$

$$P_{II}(t) = P_2(t);$$

$$P_{III}(t) = 1 - Q_{III}(t);$$

$$Q_{III}(t) = [1 - P_3(t)]^2;$$

$$P_{III}(t) = 1 - [1 - P_3(t)]^2 = 2P_3(t) - P_3^2(t).$$

З виразу (6.13) маємо

$$P_с(t) = [2P_1(t) - P_1^2(t)]\, P_2(t)\, [2P_3(t) - P_3^2(t)] =$$

$$= 4P_1(t)P_2(t)P_3(t) - 2P_1^2(t)P_2(t)P_3(t) - 2P_1(t)P_2(t)P_3^2(t) +$$

$$+ P_1^2(t)P_2(t)P_3^2(t).$$

Так як для елементів системи справедливий експоненціальний закон надійності $P_1(t) = e^{-\lambda_1 t}$; $P_2(t) = e^{-\lambda_2 t}$; $P_3(t) = e^{-\lambda_3 t}$, то імовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(t) = 4e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} - 2e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t} + e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t}.$$

або, підставляючи дані отримаємо

$$P_c(t) = 4e^{-0,68\cdot 0,001\cdot t} - 2e^{-0,91\cdot 0,001\cdot t} - 2e^{-1,08\cdot 0,001\cdot t} + e^{-1,31\cdot 0,001\cdot t}. \qquad (6.14)$$

Підставляючи (6.14) в (6.12), отримаємо

$$T_{\text{ср}} = \frac{4}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} - \frac{2}{2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} - \frac{2}{\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3} + \frac{1}{2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3}$$

або

$$T_{\text{ср}} = \frac{4}{10^{-3}(0,23+0,05+0,4)} - \frac{2}{10^{-3}(0,46+0,05+0,4)} -$$

$$- \frac{2}{10^{-3}(0,23+0,05+0,8)} + \frac{1}{10^{-3}(0,46+0,05+0,8)} \approx 2590 \text{ год.}$$

Відомо, що інтенсивність відмов визначається залежністю

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P(t)}. \qquad (6.15)$$

Визначимо частоту відмов $a_c(t)$

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = 4(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} -$$

$$-2(2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)t} - 2(\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)e^{-(\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t} +$$

$$+(2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)e^{-(2\lambda_1+\lambda_2+2\lambda_3)t}$$

або

$$a_c(t) = 10^{-3}(2,72e^{-0,68\cdot 10^{-3}t} - 1,82e^{-0,91\cdot 10^{-3}t} - 2,16e^{-1,08\cdot 10^{-3}t} + 1,31e^{-1,31\cdot 10^{-3}t}).$$

З (6.15) отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{10^{-3}\left(2,72e^{-0,68\cdot 10^{-3}t} - 1,82e^{-0,91\cdot 10^{-3}t} - 2,16e^{-1,08\cdot 10^{-3}t} + 1,31e^{-1,31\cdot 10^{-3}t}\right)}{4e^{-0,68\cdot 10^{-3}t} - 2e^{-0,91\cdot 10^{-3}t} - 2e^{-1,08\cdot 10^{-3}t} + e^{-1,31\cdot 10^{-3}t}}.$$

Задача 6.3. Схема розрахунку надійності пристрою приведена на рис. 6.3. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності, для елементів пристрою і всі елементи пристрою рівнонадійні. Інтенсивність відмов елементу $\lambda = 1{,}33\cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Потрібно визначити $a_c(t)$, $T_{ср}$, $P_c(t)$, $\lambda_c(t)$ резервованого пристрою.

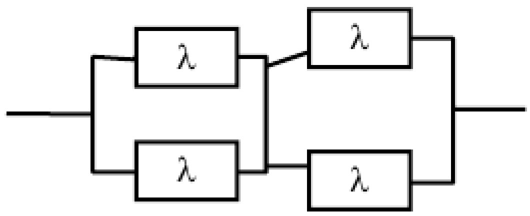

Рис. 6.3. Схема для розрахунку надійності системи до задачі 6.3.

Розрахунок

Для системи, зображеної на рис. 6.3 надійність всієї системи може бути знайдена наступним чином

Для одного елемента

$$P(t) = e^{-\lambda t};$$

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t};$$

.Для групи елементів

$$Q_{\mathrm{I}}(t) = Q^2(t) = (1 - e^{-\lambda t})^2;$$

$$P_{\mathrm{I}}(t) = 1 - Q_{\mathrm{I}}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2.$$

Для системи

$$P_c(t) = P_{\mathrm{I}}(t)P_{\mathrm{II}}(t) = P_{\mathrm{I}}^2(t) = [1 - (1 - e^{-\lambda t})^2]^2.$$

або

$$P_c(t) = (1 - 1 + 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t})^2 = 4e^{-2\lambda t} - 4e^{-3\lambda t} + e^{-4\lambda t}. \qquad (6.18)$$

Підставляючи(6.18) в (6.10), отримаємо середній час безвідмовної роботи

$$T_{ср} = \int_0^{\infty}(4e^{-2\lambda t} - 4e^{-3\lambda t} + e^{-4\lambda t})dt = \frac{2}{\lambda} - \frac{4}{3\lambda} + \frac{1}{4\lambda} = \frac{11}{12\lambda} = 690 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $a_c(t)$

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = 8\lambda e^{-2\lambda t} - 12\lambda e^{-3\lambda t} + 4\lambda e^{-4\lambda t} = 4\lambda e^{-2\lambda t}(2 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}).$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{4\lambda \cdot e^{-2\lambda t}\left(2 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}\right)}{e^{-2\lambda t}\left(4 - 4e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}\right)} =$$

$$= \frac{4\lambda \cdot \left(2 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}\right)}{\left(2 - e^{-\lambda t}\right)^2} = \frac{4\lambda \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right) \cdot \left(2 - e^{-\lambda t}\right)}{\left(2 - e^{-\lambda t}\right)^2} = \frac{4\lambda \cdot \left(1 - e^{-\lambda t}\right)}{2 - e^{-\lambda t}}.$$

Задача 6.4. Нерезервована система керування складається з $n = 5000$ елементів. Для підвищення надійності системи передбачається провести роздільне дублювання елементів. Щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої імовірності безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0{,}9$ при $t = 10$ год, необхідно розрахувати середню інтенсивність відмов одного елементу при припущенні відсутності післядії відмов.

Розрахунок

Імовірність безвідмовної роботи системи при роздільному дублюванні і рівнонадійних елементах рівна:

$$P_c(t) = \left\{1 - \left[1 - p(t)\right]^2\right\}^n,$$

де $p(t)$ – імовірність безвідмовної роботи одного елементу.

Оскільки для системи має виконуватись умова

$$\left\{1 - \left[1 - p(t)\right]^2\right\}^n \geq 0{,}9,$$

то, вирішуючи нерівність, для одного елементу отримаємо

$$p(t) \geq 1 - \sqrt{1 - \sqrt[n]{0{,}9}}.$$

Розклавши $\sqrt[n]{0{,}9} = \left(1 - 0{,}1\right)^{1/n}$ по степеню $1/n$ у ряд і нехтуючи членами ряду вищого порядку малості, отримаємо

$$\left(1 - 0{,}1\right)^{1/5000} \approx 1 - \frac{1}{5000} \cdot 0{,}1 = 1 - 2 \cdot 10^{-5}.$$

Враховуючи, що $P(t) = \exp(-\lambda t) \approx 1 - \lambda t$, інтенсивність відмов елементу має бути

$$\lambda \le \frac{1}{t}\sqrt{1-\sqrt[n]{0,9}} = \frac{1}{10}\sqrt{1-1+2\cdot 10^{-5}} \approx 4,4\cdot 10^{-4}\ \text{год}^{-1}.$$

__**Задачі для самостійного вирішення**__

__Задача 6.5.__ Схема розрахунку надійності пристрою показана на рис. 6.4. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності для елементів пристрою. Інтенсивності відмов елементів має наступні значення $\lambda_1 = 0,3\cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$, $\lambda_2 = 0,7\cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи пристрою протягом часу $t = 100$ год.

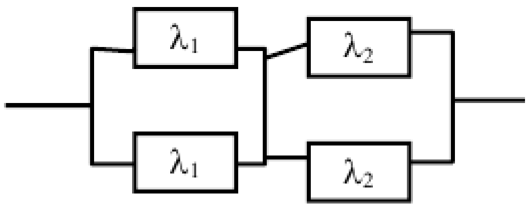

Рис. 6.4. Схема для розрахунку надійності системи до задачі 6.4

__Задача 6.6.__ У каналі зв'язку, що складається з приймача і передавача, застосовано роздільне дублювання передавача і приймача. Передавач і приймач мають інтенсивності відмов $\lambda_п = 2\cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$ та $\lambda_{пр} = 1\cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$ відповідно. Схема каналу представлена на рис. 6.5. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи каналу $P_с(t)$, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$, частоту відмов $a_с(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_с(t)$.

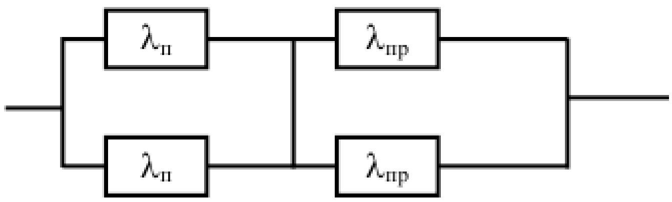

Рис. 6.5. Схема для розрахунку надійності системи до задачі 6.6

Задача 6.8. Схема розрахунку надійності системи приведена на рис.6.7., де також приведені інтенсивності відмов елементів. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи системи $P_с(t)$ і частоту відмов $a_с(t)$.

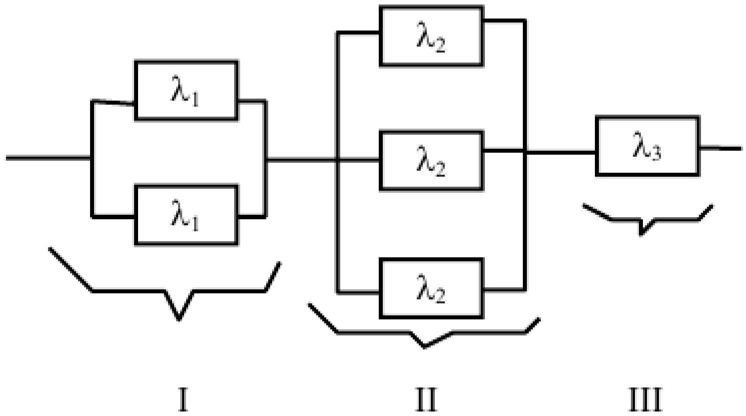

Рис. 6.6. Схема для розрахунку надійності системи до задачі 6.8

Задача 6.9. Радіоелектронна апаратура складається з трьох блоків: I, II і III. Інтенсивності відмов для цих трьох блоків відповідно рівні: λ_1, λ_2, λ_3. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи апаратури Pс(t) для наступних випадків: а) резерв відсутній; б) є дублювання кожного блоку.

Задача 6.10. Нерезервована система керування складається з $n = 4000$ елементів. Відома необхідна імовірність безвідмовної роботи системи $P_с(t) = 0{,}9$ при $t = 100$ год. Необхідно розрахувати допустиму середню інтенсивність відмов одного елементу, вважаючи елементи рівнонадійними, для того, щоб приблизно оцінити досягнення заданої імовірності безвідмовної роботи за відсутності профілактичних оглядів в наступних випадках. а) резервування відсутнє; б) застосовано роздільне (поелементне) дублювання.

Задача 6.11. У радіопередавачі, що складається з трьох равнонадійних каскадів $(n = 3)$ застосовано роздільне дублювання кожного каскаду. Інтенсивність відмов каскадів дорівнює $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$. Розрахувати імовірність безвідмовної роботи $P_с(t)$ протягом $t = 100$ год і середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$ радіопередавача.

Задача 6.12. Обчислювач складається з двох блоків, сполучених послідовно які характеризуються відповідно інтенсивностями відмов $\lambda_1 = 120{,}54 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$ і $\lambda_2 = 185{,}66 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$. Виконано пасивне поелементне резервування з незмінним навантаженням блоку 2. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ обчислювача, середній час безвідмовної роботи T_{cp}, частоту відмов $a_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ обчислювача. Визначити $P_c(t)$ при $t = 20$ год.

Задача 6.13. Обчислювальний пристрій складається з $n = 3$ однакових блоків, до кожного з яких підключений блок в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного блоку рівна $\lambda = 10^{-4}$ год$^{-1}$. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ пристрою і середній час безвідмовної роботи пристрою T_{cp}.

Звіт з лабораторної работи має містити вирішення наступних обов'язкових задач: 6.5, 6.8, 6.10.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 7.
РЕЗЕРВУВАННЯ З ДРОБОВОЮ КРАТНІСТЮ І ПОСТІЙНО ВКЛЮЧЕНИМ РЕЗЕРВОМ

Теоретичні відомості.

Сутність резервування з дробовою кратністю полягає в наступному: резервована система складається з l окремих систем (рис. 7.1). Для її нормальної роботи необхідно, щоб справними були не менше чим h систем.

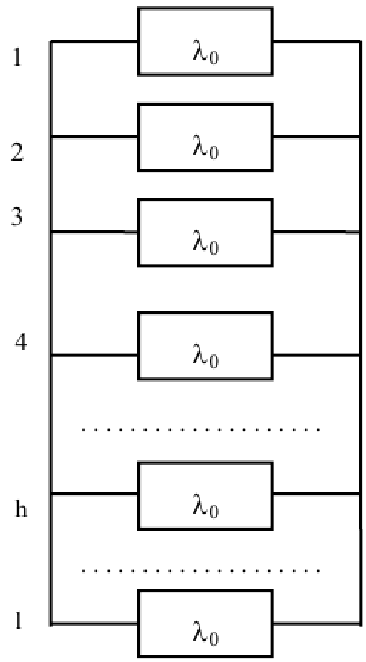

Рис. 7.1. Резервування з дробовою кратністю

Кратність резервування такої системи рівна

$$m = \frac{l-h}{h}. \tag{7.1}$$

Передбачається, що основні і всі резервні системи рівнонадійні. Імовірність безвідмовної роботи такої резервованої системи дорівнює

$$P_C(t) = \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-i}(t) \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_i^j P_0^j(t),$$

де C_l^i – біноміальні коефіцієнти, які можуть бути знайдені по залежностях

$$C_l^i = \frac{l!}{i!(l-i)!};\qquad (7.2)$$

$P_0(t)$ – імовірність безвідмовної роботи основної системи або будь-якої резервної системи; l – загальне число основних і резервних систем; h – число систем, необхідних для нормальної роботи.

На рис. 7.1 λ_0 є інтенсивність відмов будь-якої однієї з систем. Передбачається, що для будь-якої окремо взятої системи справедливий експоненціальний закон надійності, тобто

$$P_0(t) = e^{-\lambda_0 t}.\qquad (7.3)$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи системи

$$T_{\text{ср}} = \int_0^\infty P_c(t)dt = \frac{1}{\lambda_0}\sum_{i=0}^{l-h}\frac{1}{h+i}.\qquad (7.4)$$

<u>Вирішення типових задач з розрахунку показників надійності систем з дробовою кратністю резервування і постійно включеним резервом.</u>

<u>Задача 7.1.</u> Система електропостачання підприємства складається з чотирьох генераторів, номінальна потужність кожного з яких 18 кВт. Безаварійна робота підприємства ще можлива, якщо система електропостачання може забезпечувати споживача потужністю 30 кВт. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи системи енергопостачання протягом часу $t = 600$ год, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи енергопостачання, якщо інтенсивність відмов кожного з генераторів $\lambda = 0{,}5\cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$.

<u>Розрахунок.</u> Потужності двох генераторів вистачає для живлення підприємства, оскільки їх сумарна потужність складає 36 кВт. Це означає, що відмова системи електропостачання ще не настане, якщо відмовлять один або два будь-яких генератора, тобто має місце випадок резервування з дробовою кратністю m = 2/2 при загальному числі пристроїв, рівному 4. За формулою (7.2) маємо

$$P_c(t)=\sum_{i=0}^{2}C_4^iP_0^{4-i}(t)\sum_{j=0}^{i}(-1)^jC_i^jP_0^j(t)=$$

$$=C_4^0P_0^4(t)C_0^0P_0^0(t)+C_4^1P_0^3(t)\cdot\left[C_1^0P_0^0(t)-C_1^1P_0^1(t)\right]+$$

$$+C_4^2P_0^2(t)\cdot\left[C_2^0P_0^0(t)-C_2^1P_0^1(t)+C_2^2P_0^2(t)\right].$$

Так як біноміальні коефіцієнти дорівнюють:

$$C_4^0=1;\ C_0^0=1;\ C_4^1=4;\ C_1^0=1;$$

$$C_1^1=1;\ C_4^2=6;\ C_2^0=1;\ C_2^1=2;\ C_2^2=1,$$

то

$$P_c(t)=6P_0^2(t)-8P_0^3(t)+3P_0^4(t).$$

Так як $P_0(t)=\exp(-\lambda t)$, то

$$P_c(t)=6e^{-2\lambda t}-8e^{-3\lambda t}+3e^{-4\lambda t}.$$

Для вихідних даних задачі

$$P_{\text{c}}(600)=0{,}997.$$

Середній час безвідмовної роботи на підставі формули (7.4) буде

$$T_{\text{ср}}=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{2}\frac{1}{2+i}=\frac{13}{12\lambda}\approx 7220\text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $a_c(t)$. Маємо

$$a_c(t)=-\frac{dP_c(t)}{dt}=12\lambda e^{-2\lambda t}-24\lambda e^{-3\lambda t}+12\lambda e^{-4\lambda t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_{\text{c}}(t)$

$$\lambda_c(t)=\frac{a_c(t)}{P_c(t)}=\frac{12\lambda\left(1-2e^{-\lambda t}+e^{-2\lambda t}\right)}{6-8e^{-\lambda t}+3e^{-2\lambda t}}.$$

Задача 7.2. Для підвищення точності виміру деякої величини застосована схема групування приладів з п'яти по три, тобто результат виміру вважається вірним по показанням середнього (третього) приладу. Потрібно знайти імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи $T_{\text{ср}}$ такої системи, а також частоту відмов $a_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи, якщо інтенсивність відмов кожного приладу $\lambda=0{,}4\cdot10^{-3}$ год$^{-1}$.

Розрахунок. В даному випадку вимірювальна система відмовляє в тому випадку, якщо відмовлять з п'яти приладів три і більше, тобто має місце загальне резервування дробової кратності, коли загальна кількість приладів $l = 5$, кількість приладів, необхідних для нормальної роботи, $h = 3$, а кратність резервування $m = 2/3$.

Використовуючи формулу (7.2),отримаємо

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-i}(t) \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_i^j P_0^j(t) = \sum_{i=0}^{2} C_5^i P_0^{5-i}(t) \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_i^j P_0^j(t) =$$

$$= C_5^0 P_0^5(t) \cdot C_0^0 P_0^0(t) + C_5^1 P_0^4(t) \left[C_1^0 P_0^0(t) - C_1^1 P_0^1(t) \right] +$$
$$+ C_5^2 P_0^3(t) \left[C_2^0 P_0^0(t) - C_2^1 P_0^1(t) + C_2^2 P_0^2(t) \right].$$

Так як біноміальні коефіцієнти дорівнюють

$$C_5^0=1;\ C_0^0=1;\ C_5^1=5;\ C_1^0=1;$$
$$C_1^1=1;\ C_5^2=10;\ C_2^0=1;\ C_2^1=2;\ C_2^2=1,$$

то

$$P_C(t) = P_0^5(t) + 5P_0^4(t)[1 - P_0(t)] +$$
$$+ 10P_0^3(t)[1 - 2P_o(t) + P_0^2(t)] = 6P_0^5(t) - 15P_0^4(t) + 10P_0^3(t).$$

Так як має місце експоненціальний закон надійності для окремих приладів, то $P_0(t) = \exp(-\lambda t)$. Тоді

$$P_c(t) = 6e^{-5\lambda t} - 15e^{-4\lambda t} + 10e^{-3\lambda t}.$$

Середній час безвідмовної роботи за формулою (7.4) буде

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{2} \frac{1}{3+i} = \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \frac{47}{60\lambda} = 1958 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $a_c(t)$

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = -30\lambda e^{-5\lambda t} - 60\lambda e^{-4\lambda t} + 30\lambda e^{-3\lambda t} =$$
$$= 30\lambda e^{-3\lambda t}(e^{-2\lambda t} - 2e^{-\lambda t} + 1) = 30\lambda e^{-3\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^2.$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \frac{30\lambda(1 - e^{-\lambda t})^2}{6e^{-2\lambda t} - 15e^{-\lambda t} + 10}.$$

__**Задачі для самостійного вирішення**__

__Задача 7.3.__ Інтенсивність відмов вимірювального приладу $\lambda = 0{,}83 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Для підвищення точності виміру застосована схема групування з трьох по два ($m = 1/2$). Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи схеми $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи схеми $T_{ср}$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ схеми.

__Задача 7.4.__ Інтенсивність відмов вимірювального приладу $\lambda = 0{,}83 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Для підвищення точності вимірювань застосована схема групування з п'яти по три ($m = 2/3$). Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи схеми $P_c(t)$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ схеми.

__Задача 7.5.__ Автомобільний двигун має $l = 4$ свічки запалення по одній на кожен циліндр. Інтенсивність відмов свічки $\lambda = 10^{-3}$ год$^{-1}$, а тривалість роботи двигуна протягом всієї подорожі $t = 20$ год. Передбачається, що автомобіль може їхати також при одному непрацюючому циліндрі. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи двигуна $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи двигуна $T_{ср}$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ двигуна. Яка імовірність того, що автомобіль доставить туристів в пункт призначення без заміни свічок?

__Задача 7.6.__ У обчислювальному пристрої застосовано резервування з дробовою кратністю “один з трьох”. Інтенсивність відмов одного нерезервованого блоку рівна $\lambda_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Потрібно розрахувати імовірність безвідмовної роботи пристрою $P_c(t)$ і середній час безвідмовної роботи $T_{ср\,c}$ резервованого обчислювального пристрою.

__**Звіт з лабораторної работи**__ має містити вирішення наступних обов’язкових задач: 7.3, 7.5, 7.6.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 8.
КОВЗНЕ РЕЗЕРВУВАННЯ ПРИ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОМУ ЗАКОНІ НАДІЙНОСТІ

Теоретичні відомості

Ковзне резервування – це резервування заміщенням, при якому група основних елементів резервується одним або кількома резервними елементами, кожен з яких може замінити будь-який з відмовлених елементів даної групи

Імовірність безвідмовної роботи резервованої системи визначається співвідношенням

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^{m_0} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}, \qquad (8.1)$$

де $\lambda_0 = \lambda n$ – інтенсивність відмов нерезервованої системи; λ – інтенсивність відмов елементу, n – кількість елементів основної системи; m_0 – кількість резервних елементів, які знаходяться в ненавантаженому резерві.

В цьому випадку кратність резервування

$$m = m_0 / n. \qquad (8.2)$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи визначається формулою

$$T_{\text{ср}} = T_0\,(m_0 + 1), \qquad (8.3)$$

де T_0 – середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

Вирішення типових задач по визначенню показників надійності систем з ковзним резервуванням при експоненціальному законі надійності.

Задача 8.1. Система складається з двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував ковзне резервування при одному резервному елементі, що знаходиться в ненавантаженому стані (рис.

8.1). Інтенсивність відмов елементу дорівнює λ. Потрібно знайти імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ резервованої системи, середній час безвідмовної роботи $T_{\text{ср}}$ системи, а також частоту відмов $a_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ резервованої системи.

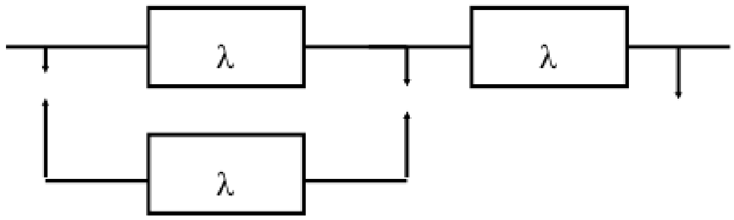

Рис. 8.1. Система з ковзним резервуванням до задачі 8.1

Розрахунок. У даному випадку кількість основних елементів $n = 2$; кількість резервних $m_0 = 1$; інтенсивність відмов системи $\lambda_0 = n\lambda = 2\lambda$.

За формулою (8.1) маємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^{1} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t}(1 + \lambda_0 t).$$

або

$$P_c(t) = e^{-2\lambda t}(1 + 2\lambda t).$$

Визначимо $T_{\text{ср}}$

$$T_{\text{ср}_c} = T_0(m_0 + 1);\ T_0 = \frac{1}{\lambda_0},$$

або

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{2\lambda} 2 = \frac{1}{\lambda}.$$

Визначимо частоту відмов $a_c(t)$

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = -\left[-2\lambda e^{-2\lambda t}(1 + 2\lambda t) + 2\lambda e^{-2\lambda t}\right] = 4\lambda^2 t e^{-2\lambda \cdot t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$

$$\lambda_c(t) = \frac{a_c(t)}{P_c(t)} = \frac{4\lambda^2 t}{1 + 2\lambda t}.$$

Задача 8.2. Цифровий вимірювальний комплекс електростанції має в своєму складі 1024 однотипних датчиків і сконструйований так, що є можливість замінити будь-який з датчиків, що відмовили. У складі ЗІП є 3 датчики, кожен з яких може замінити будь-який, що відмовив. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи вимірювального комплексу $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Також потрібно визначити $P_c(t)$ при $t = 10000$ год. Відомо, що інтенсивність відмов датчика $\lambda = 0{,}12 \cdot 10^{-6}$ год$^{-1}$. Під відмовою розуміється подія, коли система вимірювання не може працювати через відсутність ЗІПа, тобто коли весь ЗІП витрачений і відмовив ще один вимірювальний елемент (датчик).

Розрахунок. Оскільки будь-який датчик із складу ЗІПа може замінити будь-який інший датчик, що відмовив, то має місце "ковзне" резервування. У нашому випадку число елементів основної системи $n = 1024$, інтенсивність відмов нерезервованої системи $\lambda_0 = n\lambda = 1024 \cdot 0{,}12 \cdot 10^{-6} \approx 1{,}23 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$, число резервних елементів $m_0 = 3$. По формулі (8.1) маємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 \cdot t} \sum_{i=0}^{3} \frac{(\lambda_0 \cdot t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 \cdot t} \cdot (1 + \lambda_0 \cdot t + \frac{\lambda_0^2 \cdot t^2}{2} + \frac{\lambda_0^3 \cdot t^3}{6}).$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$

$$T_{ср} = T_0(m_0 + 1),$$

де $T_0 = \dfrac{1}{\lambda_0}$. Тоді

$$T_{ср} = \frac{1}{1{,}23 \cdot 10^{-4}}(3+1) \approx 32500 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $a_c(t)$

$$a_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = \frac{1}{6}\lambda_0^4 t^3 e^{-\lambda_0 \cdot t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$

$$\lambda_c(t)=\frac{f_c(t)}{P_c(t)}=\frac{1}{6}\cdot\frac{\lambda_0^4\cdot t^3}{1+\lambda_0\cdot t+\frac{\lambda_0^2\cdot t^2}{2}+\frac{\lambda_0^3\cdot t^3}{6}}.$$

Визначимо імовірність безвідмовної роботи системи $P_{\text{с}}(t)$ при t = 10000 год

$$P_c(t)=e^{-1{,}23\cdot10^{-4}\cdot10^4}\cdot\left[\begin{array}{l}1+1{,}23\cdot10^{-4}\cdot10^4+\\ \frac{(1{,}23\cdot10^{-4}\cdot10^4)^2}{2}+\frac{(1{,}23\cdot10^{-4}\cdot10^4)^3}{6}\end{array}\right]\approx 0{,}96.$$

Задачі для самостійного вирішення

Задача 8.3. До складу системи входять 1024 стандартних блоків і безліч інших елементів. У ЗІПі є ще два однотипні блоки, які можуть замінити будь-який з тих, що відмовили. Всі елементи, окрім вказаних блоків, ідеальні в сенсі надійності. Відомо, що інтенсивність відмов блоків є величина постійна, а середній час безвідмовної роботи машини з врахуванням двох запасних блоків T_{cp} = 60 год. Передбачається, що машина допускає коротку перерву в роботі на час заміни блоків, що відмовили. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи одного блока T_{cpi}, $i=\overline{1{,}1024}$. Визначити імовірність безвідмовної роботи резервованої системи $P_c(t)$, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ резервованої системи.

Задача 8.4. Система складається з n однотипних елементів, кожен з яких має середній час безвідмовної роботи $T_{cpi}=T_{cpt}=1/\lambda$, $i=\overline{1,n}$. Для підвищення надійності застосовано ковзне резервування, при якому m_0 резервних елементів знаходяться в ненавантаженому режимі. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи резервованої системи $T_{\text{ср}}$. Визначити імовірність безвідмовної роботи резервованої системи $P_c(t)$, якщо T_{cp0} = 2, а також частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_{\text{с}}(t)$ резервованої системи.

Задача 8.5. Бортова апаратура супутника включає апаратуру зв'язку, командну і телеметричну системи, систему живлення і систему орієнтації. Апаратура зв'язку складається з двох працюючих ретрансляторів і одного ретранслятора в ненавантаженому резерві. Перемикальний пристрій передбачається абсолютно надійним. Командна система має постійне резервування. Системи живлення, орієнтації і телеметрії резерву не мають. Задані інтенсивності відмови: кожного комплекту ретранслятора - λ_1, командної системи - λ_2, системи телеметрії - λ_3, системи живлення - λ_4 і системи орієнтації - λ_5. Потрібно визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ бортової апаратури супутника. Логічна схема для розрахунку надійності бортової апаратури супутника представлена на мал. 8.2. Тут I - апаратура ретранслятора, II - командна система, III - останні системи.

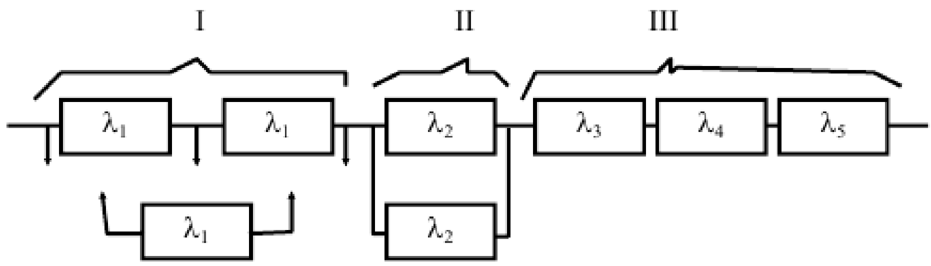

Рис. 8.2. Система з ковзним резервуванням до задачі 8.5

Задача 8.6. Блок підсилювачів промислової частоти включає $n = 4$ послідовно сполучених підсилювача і один підсилювач в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного працюючого підсилювача $\lambda = 6 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$. Визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ резервованої системи, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$ системи, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Визначити також $P_c(t)$ при $t = 100$ год.

Задача 8.7. Блок телеметрії включає два однакові приймачі. Інтенсивність відмов кожного приймача складає $\lambda = 4 \cdot 10^{-4}$ год$^{-1}$. Є один приймач в ненавантаженому ковзному резерві. Визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ резервованої системи, середній час безвідмовної роботи $T_{ср}$ системи, частоту відмов $a_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Визначити $P_c(t)$ при t = 250 год. Визначити $P_c(t)$, коли резерв відсутній.

Звіт з лабораторної работи має містити вирішення наступних обов'язкових задач: 8.3, 8.7.

ЛІТЕРАТУРА

1. Надежность технических систем: Справочник / под ред. И.А. Ушаков — М.: Радио и связь, 1985. — 608 с.

2. Рябинин И.Л. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем / И.Л. Рябинин, Г.П. Черкесов. — М.: Радио и связь, 1981. — 216 с.

3. ГОСТ 27.002-83 Надежность в технике. Термины и определения.

4. Сотсков Б.С. Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники / Б.С. Сотсков. — М.: Высшая школа, 1970. — 270 с.

5. Коллакот Р.А. Диагностирование механического оборудования / Р.А. Коллакот. — Л.: Судостроение, 1980. — 296 с.

6. Нечипоренко В.И. Структурный анализ систем (эффективность и надежность) / В.И. Нечипоренко. — М.: Сов. радио, 1977. — 214 с.

7. Сборник задач по теории надежности / Под ред. А.М. Половко и И.М. Маликова. — М.: Советское радио, 1972.

ЗМІСТ

ДЛЯ НОТАТОК

ДЛЯ НОТАТОК

Навчальне видання

ДІАГНОСТУВАННЯ ЕНЕРГООБЛАДНАННЯ

Методичні рекомендації для виконання практичних роботи

Укладачі**: Кошкін** Дмитро Леонідович

Садовий Олексій Степанович

Тимченко Микола Василович

Формат 60х84 1/16. Ум.друк. арк. ____.

Тираж____прим. Зам. №____

Надруковано у видавничому відділі

Миколаївського національного аграрного університету

54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013р.