

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Інженерно-енергетичний факультет

Кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки

БІОФІЗИКА

Методичні рекомендації

до виконання практичних робіт для здобувачів освітнього ступеня
«Молодший бакалавр» початкового рівня (короткий цикл) спеціальності 204
«Технологія виробництва і переробки продукції тваринництва» денної та
заочної форм навчання

Миколаїв

2021

УДК 577.3

Б63

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від _____ р., протокол № ____.

Укладач:

І. В. Бацуровська – д-р пед. наук, доцент кафедри електроенергетики електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

Н. А. Доценко – канд. тех. наук, д-р пед. наук доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін, Миколаївський національний аграрний університет;

Л. В. Вахоніна – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри електроенергетики електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний
аграрний університет, 2021.

Зміст

Передмова.....	4
§ 1. Механіка. Біомеханіка.....	7
Завдання до самостійного опрацювання.....	16
Контрольні завдання	17
§ 2. Основи гідродинаміки. Основи гемодинаміки. Аеродинаміка.....	20
Завдання до самостійного опрацювання.....	27
Контрольні завдання	28
§ 3. Коливання і хвилі. Акустика. Біологічна акустика. Акустобіологія.....	30
Завдання до самостійного опрацювання.....	33
Контрольні завдання	34
§ 4. Термодинаміка.....	36
Завдання до самостійного опрацювання.....	42
Контрольні завдання	44
§ 5. Електрика та електробіологія. Біомагнетизм. Магнітобіологія.....	46
Завдання до самостійного опрацювання.....	50
Контрольні завдання	51
§ 6. Оптика.....	53
Контрольні завдання	60
Контрольна робота.....	62
Рекомендований список джерел.....	63
Додатки.....	64

Передмова

Методичні рекомендації підготовлено відповідно з програмою курсу «Біофізика» для аграрних вищих закладів освіти.

У процесі занять здобувачі вищої освіти вчаться застосовувати набуті теоретичні знання. Вивчення теорії на прикладах, взятих із життя і досягнень науки та техніки, чітка організація практичних знань, високі вимоги сприяють вихованню якостей, які повинен мати майбутній спеціаліст.

Здобувач вищої освіти має ґрунтовно опрацьовувати відповідний лекційний матеріал, визначати незрозумілі питання для з'ясування під час занять та виконувати домашнє завдання.

Для засвоєння матеріалу, розширення та поглиблення знань, з'ясування функціональної залежності фізичних величин, встановлення зв'язку теорії з практикою, розвитку самостійного мислення і навичок самостійної роботи - розв'язування задач має першорядне значення. Отже, для розв'язування задач недостатньо формального знання фізичних законів. Для цього необхідне вміння міркувати, аналітично мислити, знаходити спеціальні методи розв'язування задач.

Перед тим, як виконувати самостійне завдання, здобувачі повинні вивчити відповідний лекційний матеріал за літературою, рекомендованою викладачем, зрозуміти задачі, розв'язані до теми заняття, відповісти на запитання, поставлені до даної теми.

Задачі рекомендується розв'язувати у такій послідовності:

- а) ознайомлення з умовою задачі та її конкретний запис;
- б) аналіз задачі;
- в) розв'язування задачі;
- г) перевірка найменування одиниць виміру фізичних величин;
- д) обчислення потрібної величини;
- є) аналіз одержаного результату.

У методичних рекомендаціях наведено теоретичний матеріал з розділу "Електростатика. Постійний електричний струм", що читається згідно з навчальним планом. Задачі підібрано так, щоб вони стосувалися основних питань курсу і щоб їх було достатньо для розв'язування під час занять в аудиторії та вдома. Для виконання самостійного завдання використовують окремі задачі.

Для заданого викладачем номера варіанта здобувач використовує таблицю варіантів.

Усі величини в задачах мають бути виражені за Міжнародною системою одиниць.(СІ)

Фізичні величини функціонально зв'язані між собою, а тому нерационально для всіх величин довільно встановлювати одиниці вимірювання. У науці та техніці довільно прийнято одиниці лише для кількох величин, що називаються основними. Для решти величин одиниці виміру встановлені на основі формул, що зв'язують дану величину з величинами, для яких встановлено основні одиниці: ці нові одиниці називаються похідними. Сукупність основних і похідних одиниць виміру фізичних одиниць становлять систему одиниць.

Передбачено ряд задач для самостійного розв'язування , а також питання для самоперевірки теоретичної частини з курсу електростатики.

Загальні методичні рекомендації до розв'язку задач і виконання контрольних робіт

1. Розв'язування задач варто супроводжувати короткими, але вичерпними поясненнями; у разі, коли це можливо, дати рисунок.

2. Розв'язувати задачу потрібно в загальному вигляді, тобто виразити шукану величину в літерних позначеннях величин, заданих в умові задачі. При такому способі розв'язування не виконуються обчислення проміжних величин.

3. Після одержання розрахункової формули для перевірки правильності, її варто підставити в праву частину формули замість символів позначення одиниць цих величин, провести з ними необхідні дії і переконатися в тому, що отримана при цьому одиниця вимірювання відповідає шуканій величині. Якщо такої відповідності немає, то це означає, що задачу розв'язано невірно.

4. Числові значення величин при підстановці їх у розрахункову формулу варто виражати тільки в одиницях СІ. Як виняток допускається виражати в будь-яких, але однакових одиницях, числові значення однорідних величин, що перебувають у чисельнику і знаменнику та мають однаковий ступінь.

5. При підстановці в розрахункову формулу, а також у відповіді числові значення величин варто записувати як добуток десяткового дробу з однією значущою цифрою перед комою на відповідну ступінь десяти.

Наприклад, замість 3520 треба записати $3,52 \cdot 10^3$, замість 0,00129 записати $1,29 \cdot 10^{-3}$ і т.п.

6. Обчислення за розрахунковою формулою слід проводити з дотриманням правил наближених обчислень. Остаточну відповідь варто записувати з трьома значущими цифрами. Це стосується і випадку, коли результат отримано з використанням калькулятора.

§ 1. Механіка.

Біомеханіка

Приклад 1.

Бджола летить уздовж осі X так, що в момент часу $t_1 = 1$ с вона знаходиться в точці $X_1 = 12$ м, а в момент часу $t_2 = 3$ с – у точці $X_2 = 4$ м. Знайти модулі векторів переміщення та середньої швидкості польоту бджоли за даний проміжок часу.

Розв'язання.

Модуль вектора переміщення бджоли знаходимо за виразом: $|\Delta X| = |X_2 - X_1| = |4 \text{ м} - 12 \text{ м}| = 8 \text{ м}$. Модуль середньої швидкості визначаємо за формулою: $|\langle v \rangle| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|x_2 - x_1|}{t_2 - t_1} = |(4 \text{ м} - 12 \text{ м}) / (3 \text{ с} - 1 \text{ с})| = 8 \text{ м} / 2 \text{ с} = 4 \text{ м/с}$.

Приклад 2.

Частинка рухається вздовж осі X згідно з рівнянням $X = At^2$, де $A = 3$ м/с², X вимірюється в м, а t – в с. Знайти миттєву швидкість руху частинки.

Розв'язання.

У початковий момент часу t координата частинки $X_n = 3t^2$. Через проміжок часу Δt , тобто в момент часу $t + \Delta t$ координата частинки становить:

$$X_k = 3(t + \Delta t)^2 = 3[t^2 + 2t\Delta t + (\Delta t)^2] = 3t^2 + 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2.$$

Звідси переміщення частинки за інтервал часу Δt дорівнює:

$$\Delta X = X_k - X_n = 3t^2 + 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2 - 3t^2 = 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2.$$

Середня швидкість бджоли за інтервал часу Δt дорівнює:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 6t + 3\Delta t.$$

Миттєву швидкість бджоли визначимо за виразом (за умови, що $\Delta t \rightarrow 0$):

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = 6 \text{ м/с.}$$

Приклад 3.

Визначити середню густину земної кулі, маса якої становить $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, а радіус $R = 6,4 \cdot 10^6$ м. Припустити, що земна куля має сферичну форму.

Розв'язання

Густина сферичного тіла радіусом R дорівнює:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = (6 \cdot 10^{24} \text{ кг}) / ((4/3)(3,14)(6,4 \cdot 10^6 \text{ м})^3) = 5467 \text{ кг/м}^3.$$

Приклад 4.

Молоко являє собою суміш жирових глобул (1–10 мкм), міцел казеїну (0,1–0,2 мкм) і частинок сироваткового білка (0,01–0,02 мкм). Визначити масу жирової глобули молока діаметром 10 мкм, якщо її густина становить $1028,5 \text{ кг/м}^3$.

Розв'язання.

Використовуючи формулу $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, визначимо масу глобули:

$$m = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D}{2}\right)^3$$

Підставляємо числові дані: $m = \frac{4}{3} * 3,14 * \left(\frac{10 \cdot 10^{-6}}{2}\right)^3 1028,5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 7 \cdot 10^{-13} \text{ кг.}$

Приклад 5.

Залежність густини молока від температури визначається за допомогою рівняння: $\rho = 1 + a + bt + ct^2 + dt^3$, де t – температура в $^{\circ}\text{C}$; a, b, c, d – числові коефіцієнти, наведені в табл.

Продукт	a	b	c	d
Незбиране молоко	$3,50 \cdot 10^{-2}$	$-3,58 \cdot 10^{-4}$	$4,9 \cdot 10^{-6}$	$-1,0 \cdot 10^{-7}$
Збиране молоко	$3,66 \cdot 10^{-2}$	$-1,46 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-6}$	$-1,6 \cdot 10^{-7}$

Знайти густину незбираного молока за температури 20°C .

Розв'язання

Підставляємо числові значення в останнє рівняння:
$$\rho = 1 + 3,50 \cdot 10^{-2} - 3,58 \cdot 20 \cdot 10^{-4} + 4,9 \cdot 400 \cdot 10^{-6} - 1,0 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 10^{-7} =$$
$$= 1 + 350 \cdot 10^{-4} - 71,6 \cdot 10^{-4} + 19,6 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-4} = 1,029 \text{ г/см}^3.$$

Приклад 6.

Розглянемо важіль, що складається із передпліччя, розміщеного горизонтально, і біцепса, який утворює кут 15° з плечовою кісткою (Рисунок 1). Відстань x від точки опори до точки прикладання сили (еквівалентна схема важеля показана нижче (Рисунок 2) становить $1/5$ відстані від ліктя до долоні з вантажем. Визначити зусилля, яке розвиває біцепс під час утримання тіла вагою 5 Н .

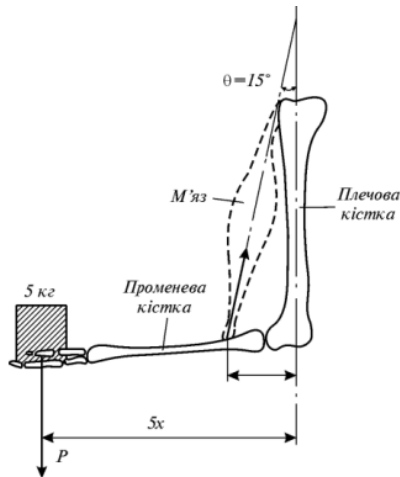


Рисунок 1

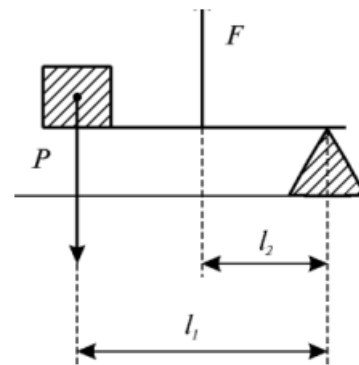


Рисунок 2

Кістка як важіль:

а – важіль, що складається із плечової, променевої кісток і м'яза; б – еквівалентна схема важеля: P – вантаж; F – діюча сила; l_1 і l_2 – плечі важеля

Розв'язання

Умова рівноваги важеля має вигляд:

$$P \cdot l_1 = F \cdot l_2,$$

$$\text{або: } P \cdot 5 \cdot x = F \cdot x \cdot \cos 15^\circ.$$

$$\text{Звідки: } F = \frac{P \cdot 5}{\cos 15^\circ}$$

Підставляємо числові дані:

$$F = \frac{5 \cdot 5}{0,966} = 25,9 \text{ Н}.$$

Приклад 7.

Коефіцієнт жорсткості пружини показує, яку силу треба прикласти для розтягу пружини на одиницю довжини. Визначити коефіцієнт жорсткості k пружини, прикріпленої одним кінцем до горизонтальної площини, якщо інший кінець зв'язаний з вантажем масою $m = 400$ г. Видовження пружини становить $x = 3$ см.

Розв'язання.

Вага тіла дорівнює пружній силі: $mg = kx$.

Звідси: $k = \frac{mg}{x} = (0,4 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2) / 3 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 1,31 \cdot 10^2 \text{ Н/м}$.

Приклад 8.

Смужка тканини завдовжки 5 см із поперечним перерізом 0,1 см² вирізана зі стінки аорти, модуль Юнга якої становить $2 \cdot 10^5$ Н/м². Яку масу варто прикріпити до вертикально підвішеної смужки, щоб викликати видовження 0,5 см (змінюючи поперечного перерізу знехтувати).

Розв'язання

Сила F , прикладена до смужки, визначається як: $F = m \cdot g$, де m – маса прикріпленого вантажу; g – прискорення вільного падіння. Запишемо закон Гука у термінах нормальної механічної напруги $\sigma = F/S$ та відносного видовження тіла $\epsilon = \Delta l/l$:

$$\frac{mg}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$$

звідси:

$$m = \frac{E \Delta l \cdot S}{g \cdot l} = \frac{(2 \cdot 10^5) \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} \cdot 0,1 \cdot 10^{-4}}{10 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

Приклад 9.

Визначити модуль Юнга деревини, з якої виготовлена балка розмірами $a = b = 5$ см, $l = 70$ см, якщо під впливом сили $F = 6860$ Н величина вигину стержня λ дорівнює 0,7 см.

Розв'язання.

Підставляємо числові значення у рівняння:

$$E = \frac{700 \cdot 0,7^3 \cdot 9,8}{4(2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}) \cdot 0,7 \cdot 10^{-2}} = 1,34 \cdot 10^{10} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$$

Приклад 10.

Двохатомна молекула кисню обертається в площині xy навколо осі z , що проходить через точку O перпендикулярно площині. Відстань між атомами дорівнює $1,21 \cdot 10^{-10}$ м, маса атома кисню – $2,66 \cdot 10^{-26}$ кг, кутова швидкість – $2 \cdot 10^{12}$ 1/с. Визначити момент інерції та кінетичну енергію обертання молекули кисню.

Розв'язання.

Використовуючи формулу (2.57), знаходимо момент інерції молекули - кисню:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = m(d/2)^2 + m(d/2)^2 = md^2/2 =$$

$$= (2,66 \cdot 10^{-26} \text{ кг})(1,21 \cdot 10^{-10} \text{ м})^2 = 1,95 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Кінетичну енергію обертання молекули кисню визначимо за формулою:

$$E_{об} = 1/2 (1,95 \cdot 10^{-46} \text{ кг} \cdot \text{м}^2)(2 \cdot 10^{12} \text{ 1/с})^2 = 3,9 \cdot 10^{-22} \text{ Дж}.$$

Приклад 11.

Відношення маси мозку у ссавців до маси тіла описується алометричним рівнянням:

$$M_{\text{мозку}} = 0,01 \cdot M_t^{0,70}$$

Визначити масу мозку тварини з масою тіла 2 кг.

Розв'язання

Підставляємо числові дані у останнє рівняння:

$$M_{\text{мозку}} = 0,01 \cdot M_t^{0,70}$$

Логарифмуємо останній вираз:

$$\lg M_{\text{мозку}} = \lg 0,01 + 0,70 \lg 2 = -2 + 0,70 \cdot 0,301 = -1,7893.$$

Звідки $M_{\text{мозку}} = 0,016$ кг.

Відповідь: $M_{\text{мозку}} = 0,016$ кг

Приклад 12.

Визначити, у скільки разів відрізняється інтенсивність метаболізму в яйці курки порівняно з яйцем нанду (південноамериканського страусоподібного птаха), якщо вважати, що швидкість проходження газів прямо пропорційна загальній площині пор в яйці і обернено пропорційна довжині цих пор. Алометричні співвідношення мають вигляд:

$$L_{пор} = 5,126 \cdot 10^{-2} M_{я}^{0,456};$$

$$S_{пор} = 9,2 \cdot 10^{-3} M_{я}^{1,236}.$$

Маса яйця курки становить 60 г, маса яйця нанду - 600 г.

Розв'язання

Прологарифмуємо алометричні рівняння :

$$\lg L_{пор} = \lg(5,126 \cdot 10^{-2}) + 0,456 \cdot \lg M_{я};$$

$$\lg S_{пор} = \lg(9,2 \cdot 10^{-3}) + 1,236 \cdot \lg M_{я}.$$

Підставляємо числові значення для курячого яйця:

$$\begin{aligned} L_{пор} &= \lg(5,126 \cdot 10^{-2}) + 0,456 \cdot \lg M_{я} = \lg 5,126 - 2 \cdot \lg 10 + 0,456 \cdot \lg 60 = \\ &= 0,7098 - 2 + 0,456 \cdot 1,7781 = 0,7098 - 2 + 0,8108 = -0,4794 \end{aligned}$$

$$L_{пор} = 0,3316 \text{ мм.}$$

$$\begin{aligned} \lg S_{пор} &= \lg(9,2 \cdot 10^{-3}) + 1,236 \cdot \lg 60 = \lg 9,2 - 3 \cdot \lg 10 + 1,236 \cdot \lg 60 = \\ &= 0,9638 - 3 + 1,236 \cdot 1,7781 = 0,9638 - 3 + 2,1977 = 0,1615 \end{aligned}$$

$$S_{пор} = 1,4504 \text{ мм}^2.$$

Для яйця нанду:

$$\begin{aligned} \lg L_{пор} &= \lg(5,126 \cdot 10^{-2}) + 0,456 \cdot \lg 600 = \lg 5,126 - 2 \cdot \lg 10 + 0,456 \cdot \lg 600 = 0,7098 - \\ &= 2 + 0,456 \cdot 2,7781 = 0,7098 - 2 + 1,2668 = -0,0234 \end{aligned}$$

$$L_{пор} = 0,9475 \text{ мм};$$

$$S_{пор} = \lg(9,2 \cdot 10^{-3}) + 1,236 \cdot \lg 600 = \lg 9,2 - 3 \cdot \lg 10 + 1,236 \cdot \lg 600 =$$

$$= 0,9638 - 3 \cdot \lg 10 + 1,236 \lg 600 = 0,9638 - 3 + 1,236 \cdot 2,7781 =$$

$$= 0,9638 - 3 + 1,236 \cdot 2,7781 = 0,9638 - 3 + 3,4337 = 1,3972$$

$$S_{пор} = 24,9557 \text{ мм}^2.$$

Визначаємо відношення $(L_{пор})_{н}/(L_{пор})_{к}$ і $(S_{пор})_{н}/(S_{пор})_{к}$:

$$(L_{пор})_{н}/(L_{пор})_{к} = 0,9475/0,3316 = 2,86;$$

$$(S_{пор})_{н}/(S_{пор})_{к} = 24,9557/1,4504 = 17,21$$

Приклад 13.

Визначити роботу, що виконується під час стискування стегнової кістки собаки на 0,5 мм, яка має довжину 25 см і переріз 3 см². Модуль Юнга дорівнює $2 \cdot 10^{10}$ Н/м².

Розв'язання

Робота стискання кістки витрачається на збільшення її потенціальної енергії:

$$A = W_{\text{пр}} = \frac{ES(\Delta l)^2}{2l}$$

Підставляємо числові дані:

$$A = \frac{2 \cdot 10^{10} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 25 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 0,25} = 3 \text{ Дж}$$

Приклад 14.

Стрибок блохи масою $m = 0,45 \cdot 10^{-6}$ кг характеризується вертикальною компонентою швидкості $v = 1$ м/с, яку вона досягає через $t = 10^{-3}$ с, та висотою стрибка $h = 3,5 \cdot 10^{-2}$ м. Визначити такі параметри:

- а) прискорення, з яким стрибає блоха;
- б) кінетичну енергію блохи;
- в) енергію м'язів блохи, яка становить 20% маси тіла комахи, якщо питома потужність м'язів дорівнює $P/m = 60$ Вт/кг;
- г) енергію, що накопичує блоха в двох задніх кінцівках (об'єм кожної з яких становить $1,4 \cdot 10^{-4}$ мм³) під час стискання резиліну, що знаходиться в цих кінцівках;
- д) на яку відстань змогла стрибнути людина, якщо б вона мала пружні властивості блохи? Нагадуємо, що блоха стрибає на відстань, що перевищує її розміри в 200 разів.

Розв'язання

- а) прискорення, з яким стрибає блоха, визначається за виразом:

$$a = v/t = (1 \text{ м/с})/(10^{-3} \text{ с}) = 10^3 \text{ м/с}^2.$$

Отже, $a \approx 100g$ (де g – прискорення вільного падіння);

б) кінетична енергія блохи розраховується за формулою:

$$E_k = \frac{m}{2} v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot (1 \text{ м/с})^2 = 22,5 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

в) енергія м'язів блохи визначається так:

$$E_m = 20\% \cdot (P/m) \cdot m \cdot t = 0,2 \cdot 60 \text{ Вт/кг} \cdot 0,45 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot 10^{-3} \text{ с} = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Отже, енергії м'язів блохи явно недостатньо для забезпечення стрибка ($E_m < E_k$);

г) використовуючи формулу (2.28) та табл. 2.1, знаходимо потенціальну енергію 1 мм³ пружно-деформованого резиліну:

$$E_{\text{пр}} = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{E \cdot 5(\Delta l)^2}{2e} = \frac{1}{2} \cdot 1,7 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3 = 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Загальна енергія, що нагромаджується двома кінцівками, становить:

$$E_k = 2 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 23,8 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}.$$

Цієї енергії достатньо для забезпечення стрибка ($E_k > E_m$);

д) людина, яка б мала пружні властивості блохи, змогла б стрибнути на довжину стадіону.

Приклад 15.

Двигун, що використовується у підйомнику, забезпечує підймання вантажу масою 100 кг на висоту 10 м за 20 с. Визначити потужність двигуна ($g = 10 \text{ м/с}^2$).

Розв'язання

Використовуючи рівняння $N = F \cdot v$, одержимо з урахуванням того, що напрямки сили та швидкості збігаються:

$$N = F \cdot v = mgv = 100 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (10 \text{ м}/20 \text{ с}) = 500 \text{ Вт}$$

Приклад 16.

Лижник спускається з пагорба висотою 100 м. Визначити його швидкість біля підніжжя пагорба, нехтуючи силою тертя та опором повітря.

Розв'язання

Запишемо закон збереження енергії: $E_{кв} + E_{пв} = E_{ко} + E_{по}$, де $E_{кв}$ та $E_{пв}$ – кінетична і потенціальна енергія лижника на вершині пагорба, а $E_{ко}$ та $E_{по}$ – кінетична та потенціальна енергія лижника біля основи пагорба відповідно.

Останнє рівняння можна переписати так:

$$0 + mgh = 1/2 mv^2 + 0.$$

Звідси:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 100} = 44,27 \text{ м/с}.$$

Приклад 16.

Альпініст масою 90 кг піднявся на вершину гори висотою 1000 м. Якщо припустити, що 20 % хімічної енергії, що одержав альпініст через харчування, витрачається на механічну енергію, визначити кількість енергії, яку він споживає.

Розв'язання.

Робота, яку виконує альпініст під час підймання на гору висотою h , дорівнює: $mgh = 90 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot 1000 \text{ м} = 8,82 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 0,2389 \text{ ккал/кДж} \cdot 8,82 \cdot 10^5 \text{ Дж} = 2,1 \cdot 10^2 \text{ ккал}$. Хімічна енергія, що одержав альпініст через харчування, становить $2,1 \cdot 10^5 \text{ ккал} / 0,2 = 1050 \text{ ккал}$. Оскільки зміна маси тіла на 1 кг еквівалентна енергії 7700 ккал, зменшення маси тіла альпініста внаслідок підймання на гору дорівнюватиме: $\Delta m = 1050 \text{ ккал} / 7700 \text{ ккал/кг} = 0,136 \text{ кг}$.

Приклад 17.

Кожний день раціон корови живою масою 500 кг, необхідний для підтримання життя та одержання надою 10 кг, включає 940 г засвоєваних білків, 290 г жирів, 800 г цукру та 3700 г клітковини. Визначити роботу, що виконала корова під час випасу, та теплоту, виділену у процесі згорання кормів за такого щоденного раціону, якщо корова піднялась на пагорб висотою $h = 500 \text{ м}$. Калоричні еквіваленти поживних речовин:

$$Q_b^0 = 17000 \text{ кДж/кг}; Q_{ж}^0 = 39000 \text{ кДж/кг}; Q_{ц}^0 = 17000 \text{ кДж/кг}; \\ Q_{кл}^0 = 17000 \text{ кДж/кг};$$

Розв'язання

Робота, яку виконала корова під час випасу:

$$A = F \cdot h = mgh = 500 \cdot 10 \cdot 500 = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Теплота, яка була виділена при згоранні кормів, визначається так:

$$Q = m_{\text{б}} \cdot Q_{\text{б}}^{\circ} + m_{\text{жс}} \cdot Q_{\text{жс}}^{\circ} + m_{\text{ц}} \cdot Q_{\text{ц}}^{\circ} + m_{\text{к}} \cdot Q_{\text{к}}^{\circ}.$$

Підставляємо числові дані:

$$\begin{aligned} Q &= 0,94 \cdot 17000 + 0,29 \cdot 39000 + 0,8 \cdot 17000 + 3,7 \cdot 17000 = \\ &= 15980 + 11310 + 13600 + 62900 = 103790 \text{ кДж} = 103,79 \cdot 10^6 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Приклад 18.

Тіло сферичної форми масою 1 кг, до якого прикріплена мотузка довжиною 1,5 м, обертається у горизонтальній площині. Визначити максимальну швидкість руху тіла, якщо сила, що діє на мотузку, дорівнює 50 Н.

Розв'язання

Використовуючи рівняння (2.39), знайдемо швидкість руху тіла:

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot r}{m}} = \sqrt{\frac{50 \cdot 1,5}{2}} = 8,7 \text{ м/с}.$$

Приклад 19.

Визначити момент інерції суцільного диска масою m та радіусом R , який обертається відносно осі, що паралельна осі, яка проходить через центр мас диска та знаходиться на відстані R від цієї осі.

Розв'язання

Використовуємо вираз:

$$I = I_c + md^2 = 1/2 mR^2 + mR^2 = 3/2 mR^2.$$

Завдання до самоостійного опрацювання

1. Клітку з твариною вагою $P = 6\,000\text{ Н}$ піднімають вгору з постійним прискоренням $a = 1,4\text{ м/сек}^2$. Яка робота виконується, якщо клітка піднімається на 10 м ? *Відповідь* $6,86 \cdot 10^4\text{ Дж}$.
 2. Кусок льоду один раз кидають під кутом $\alpha = 45^\circ$ до горизонту, а другий раз пускають з такою ж швидкістю ковзати по льоду. Знайти коефіцієнт тертя, якщо в другому випадку кусок льоду перемістився на відстань, в 10 раз більшу, ніж в першому випадку. *Відповідь* $0,05$.
 3. Визначити кінетичну енергію тіла, кинутого в горизонтальному напрямі з висоти 100 м , в момент приземлення, якщо вага тіла 5 Н і початкова швидкість 10 м/с . *Відповідь* $525,5\text{ Дж}$.
 4. Людина стоїть на нерухомому візку і кидає горизонтально камінь масою $m = 8\text{ кг}$ з швидкістю $v_1 = 5\text{ м/с}$. Визначити, яку при цьому людина виконує роботу, якщо маса візка разом з людиною становить $M = 160\text{ кг}$. Проаналізувати залежність роботи від маси M . *Відповідь* 105 Дж .
 5. Стегнова кістка має довжину 25 см і переріз 3 см^2 . Визначити силу пружності у процесі стискання кістки на $0,5\text{ мм}$, якщо модуль Юнга дорівнює $2 \cdot 10^{10}\text{ Н/м}^2$. *Відповідь*: 12 кН .
 6. Визначити момент інерції суцільної сфери масою m та радіусом R , якщо вісь обертання змістили на відстань $2R$ відносно осі, що паралельна осі, яка проходить через центр мас сфери.
-

Контрольні завдання

1. Швидкість руху частинки вздовж осі X описується рівнянням $v = (A - Bt^2)\text{ м/с}$, де $A = 40\text{ м/с}$, $B = 5\text{ м/с}^3$, t вимірюється в секундах. Знайти проекції на вісь X модулів середнього прискорення, з яким рухається частинка за проміжок часу від $t = 0$ до $t = 2\text{ с}$, та миттєвого прискорення в момент часу $t = 2\text{ с}$. *Відповідь*: $\langle a \rangle = -10\text{ м/с}^2$; $a = -20\text{ м/с}^2$.

2. Визначити масу міцели казеїну молока діаметром 0,1 мкм, якщо її густина становить 1110 кг/м^3 . *Відповідь:* $5,81 \cdot 10^{-19} \text{ кг}$.
3. Знайти густину збираного молока за температури 20°C . *Відповідь:* $\rho = 1,0333 \text{ г/см}^3$.
4. Визначити зусилля, яке розвиває біцепс для ситуації, зображеної на Рисунок 3.

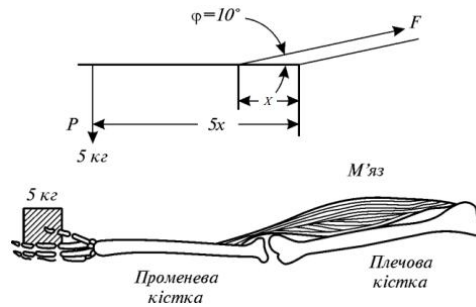


Рисунок 3 Важіль та його еквівалентна схема згідно з умовою попереднього завдання

Відповідь: $F = 143,7 \text{ Н}$.

5. Хлопчик розтягнув пружину на якусь довжину. В цьому положенні пружину перехопив дорослий чоловік і розтягнув її ще на таку ж довжину. В скільки разів робота, виконана дорослим чоловіком, більша?(в три рази).
6. Рівняння проникненості для водяної пари крізь шкаралупу має такий вигляд: $G(\text{H}_2\text{O}) = 0,432 \cdot M_{\text{я}}^{0,780}$. Використовуючи дані попередньої задачі, визначити відношення $G(\text{H}_2\text{O})_{\text{н}}/G(\text{H}_2\text{O})_{\text{к}}$. Проаналізувати, як впливає на інтенсивність випаровування збільшення маси яйця. *Відповідь:* ~ 6
7. Маса кістяка $M_{\text{к}}$ риб пов'язана з масою тіла $M_{\text{т}}$ таким алометричним рівнянням (маса виражена у грамах): $M_{\text{к}} = 0,033 \cdot M_{\text{т}}^{1,03}$. Знайти масу кістяка щуки, якщо маса тіла становить 120 г. *Відповідь:* $M_{\text{к}} = 4,57 \text{ г}$.
8. Акробат стрибає в сітку з висоти $H=8\text{ м}$. На якій граничній висоті h_1 над підлогою потрібно натягти сітку, щоб акробат не вдарився об підлогу при стрибку? Відомо, що сітка прогинається на $h_2=0,5\text{ м}$, якщо акробат стрибає в неї з висоти $H_2=1\text{ м}$. *Відповідь* $1,23\text{ м}$.
9. Визначити кінетичну енергію атомів калію, які вилітають з джерела в горизонтальному напрямі, якщо, пролетівши шлях 2 м, вони під дією сили тяжіння знизилися на 0,5 мм. Атомна маса калію 39. *Відповідь* $1,27 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$
10. Весь шлях гепард пробіг із середньою швидкістю 60 км/год. Середня швидкість на першій чверті шляху дорівнювала 90 км/год. Яка була середня швидкість на решті шляху?

§ 2. Основи гідродинаміки. Основи гемодинаміки. Аеродинаміка

Приклад 1.

Кров в артерії діаметром 0,6 мм тече із швидкістю 0,1 м/с. Артерія переходить у n капілярів діаметром $8 \cdot 10^{-3}$ мм. Швидкість руху крові у капілярі становить 10^{-3} м/с. Чому дорівнює кількість капілярів?

Розв'язання

Середній об'ємний потік Q_a крові в артерії визначається виразом:

$$Q_a = S_a \cdot V_a ,$$

де S_a – переріз артерії; V_a – швидкість руху крові по артерії.

Середній об'ємний потік Q_k співвідношенням : крові у капілярі пов'язаний з Q_a :

$$Q_a = n \cdot Q_k ,$$

де n – кількість капілярів.

Використовуючи закон нерозривності потоку, отримаємо:

$$S_a V_a = n S_k V_k$$

або

$$\frac{\pi D_a^2}{4} \cdot V_a = \frac{\pi D_k^2}{4} \cdot V_k$$

Звідси:

$$n = \frac{D_a^2 \cdot V_a}{D_k^2 \cdot V_k}$$

Підставляємо числові значення:

$$n = \frac{(0,6 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,1}{(8 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10^{-3}} = 5,6 \cdot 10^5$$

Приклад 2.

Визначити надлишковий тиск, що виникає в аорті діаметром 10 мм у процесі її розширення до 15 мм, якщо швидкість руху крові складає $40 \cdot 10^{-2}$ м/с.

Розв'язання

Запишемо рівняння нерозривності потоку в такій формі:
 $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$,

$$\frac{\pi D_1^2}{4} \cdot v_1 = n \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4} \cdot V_2$$

звідки:

$$\frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$$

Використовуючи рівняння Бернуллі для горизонтальної трубки, одержимо:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

звідки:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} \cdot (v_1^2 - v_2^2) = \frac{\rho v_1^2}{2} \left(1 - \frac{v_2^2}{v_1^2} \right)$$

Комбінуючи рівняння нерозривності потоку і рівняння Бернуллі, можна одержати:

$$\Delta p = \frac{\rho v_1^2}{2} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 \right]$$

Підставляємо числові значення:

$$\Delta p = \frac{103.04^2}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{10}{15} \right)^4 \right] = 13 \text{ Н/м}^2 \approx 0,1 \text{ мм. мм. рт. ст.}$$

Приклад 3.

Потік води рухається через ґрунтову пору діаметром $D = 6 \cdot 10^{-5}$ м зі швидкістю $1,2 \cdot 10^{-4}$ м/с. Визначити число Рейнольдса, якщо температура ґрунту становить 20°C .

Розв'язання

Використовуючи дані таблиць 1 та 2, підставляємо числові дані у рівняння Рейнольдса:

$$Re = \frac{v \rho D}{\eta}$$

де η – в'язкість рідини; ρ – густина рідини; D – діаметр трубки

$$Re = (1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с})(998,2 \text{ кг/м}^3)(6 \cdot 10^{-5} \text{ м}) / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}) = 7,17 \cdot 10^{-3}$$

Приклад 4.

Визначити швидкість седиментації частинки мулу густиною 2650 кг/м^3 та діаметром $0,03 \text{ мм}$, яка осідає у воді при 20°C . Використати дані таблиць 1. та 2.

Розв'язання

Підставляємо числові дані у рівняння

$$v_{sed} = (2/9) g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta = (2/9) (9,8 \text{ м/с}^2)(2650 - 998,2)(15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2)^2 / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}) = 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с.}$$

Приклад 5.

Центрифуга забезпечує 60000 об/хв. Визначити, у скільки разів швидкість седиментації частинок під час ультрацентрифугування перевищує швидкість седиментації частинок у гравітаційному полі Землі. Радіус обертання – 10 см .

Розв'язання

Кутова швидкість ω пов'язана із числом обертів ν за одиницю часу співвідношенням: $\omega = 2\pi \cdot \nu$, де $\nu = n/60$, а n – швидкість обертання ротора центрифуги (об/хв).

Звідки:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}$$

Швидкість седиментації під час ультрацентрифугування перевищує швидкість разів. седиментації в гравітаційному полі Землі в $\frac{\omega^2 \cdot r}{g}$ підставляємо числові дані:

$$\frac{\omega^2 \cdot r}{g} = \frac{\left(\frac{2\pi n}{60}\right)^2 \cdot r}{g} = \left(\frac{2\pi \cdot 60000 \frac{1}{\text{с}}}{60}\right)^2 \cdot \frac{0,1 \text{ м}}{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 402841$$

Таким чином: $\frac{V_{\text{в}}}{V_{\text{гр}}} = 402841$

Приклад 6.

Водомірка рухається по водній поверхні. Загальний периметр взаємодії кожної із її кінцівок з водою становить 1 мм. Припустивши, що поверхневий натяг діє вертикально, показати, що сили поверхневого натягу в змозі утримати тіло комахи масою $25 \cdot 10^{-6}$ кг ($\sigma = 72,8 \cdot 10^{-3}$ Н/м).

Розв'язання

Сила поверхневого натягу рідини визначається для шести кінцівок водомірки як:

$$F = 6 \cdot \sigma \cdot l = 6 \cdot 72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м} \cdot 10^{-3} \text{ м} = 436,8 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Вага комахи становить:

$$P = m \cdot g = 25 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2} = 245 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Очевидно, що сила поверхневого натягу перевищує вагу тіла і, таким чином, у змозі утримати тіло комахи.

Приклад 7.

Визначити висоту піднімання води у капілярі ґрунту діаметром 10 мкм, якщо крайовий кут дорівнює нулю, а температура ґрунту становить 20°C .

Розв'язання

Підставляємо числові дані у рівняння для визначення висоти піднімання рідини:

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r} \text{ де } r = R \cos \theta - \text{ радіус капіляра, } \theta - \text{ крайовий кут}$$

$$h = 2(72,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}^2)(\cos 0)/(998,2 \text{ кг/м}^3)(9,8 \text{ м/с}^2)(5 \cdot 10^{-6} \text{ м}) = 2,98 \text{ м.}$$

Приклад 8.

Середній об'ємний потік крові, що рухається в артеріальній системі, становить $8,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$, а площа поперечного перерізу аорти становить 10^{-4} м^2 . Знайти лінійну швидкість руху крові в аорті і середню кінетичну енергію, яка приходить на одиницю об'єму крові. Густина крові 1052 кг/м^3 .

Розв'язання

Лінійну швидкість можна знайти з рівняння.

$$V = \frac{Q}{S}$$

Підставляємо числові дані:

$$V = \frac{8,5 \cdot 10^{-5}}{10^{-4}} = 8,49 \cdot 10^{-1} \text{ м/с}$$

Середню кінетичну енергію можна визначити за виразом:

$$E_k = (1/2) \rho V^2$$

Підставляємо числові дані:

$$E_k = (1/2) 1052 \text{ кг м}^3 (8,49 \cdot 10^{-1} \text{ м с}^{-1})^2 = 379 \text{ Дж.}$$

Приклад 9.

Визначити швидкість осідання еритроцитів діаметром $5,5 \text{ мкм}$, якщо в'язкість плазми за температури 15°C становить $0,00228 \text{ г/см}\cdot\text{с}$. Густина одиничного еритроцита $\rho_{ep} = 1,09 \text{ г/см}^3$, густина плазми $\rho_{пл} = 1,03 \text{ г/см}^3$.

Розв'язання

Використовуючи дані табл. 3, знайдемо, що еритроциту діаметром $5,5 \text{ мкм}$ відповідає сфера діаметром $3,6 \text{ мкм}$. Швидкість осідання еритроцитів під час наближення їх до сферичної форми визначається за формулою: $v_{сед} = \frac{2}{9} \cdot$

$$\frac{r^2 \cdot g}{\eta} (\rho_{ep} - \rho_{пл})$$

Підставляємо числові значення:

$$v_{сед} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1,8 \cdot 10^{-6} \cdot 10(1,09 - 1,03) \cdot 10^3}{0,0228 \cdot 10^{-1}} = 1,895 \cdot 10^{-7} = 0,6822 \text{ мм/год}$$

Приклад 10.

На скільки зменшиться тиск крові в артерії при досягненні нею місця, де артерія звужується за рахунок атеросклеротичних явищ до 1/5 площі нормального перерізу. Нормальний тиск крові в артерії 100 мм рт.ст., швидкість руху крові 0,10 м/с.

Розв'язання

Запишемо рівняння Бернуллі для артерії перерізом S_1 , яка звужується до перерізу S_2 :

$$p_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = (\rho/2) \cdot (v_1^2 - v_2^2)$$

Згідно закону нерозривності потоку

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

або.

$$v_2 = 5 \cdot v_1$$

Комбінуючи останні рівняння, отримаємо:

$$\Delta p = 12 \cdot \rho \cdot v_1^2 = 12 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot (0,10 \text{ м/с})^2 = 120 \text{ Па}.$$

Враховуючи, що нормальний тиск крові в артерії складає $p = 100$ мм рт.ст., визначимо тиск p_1 як:

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h = 136000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,1 \text{ м} = 136000 \text{ Па}.$$

Відносне зменшення тиску дорівнюватиме:

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{120}{136000} \cdot 100 = 0,88\%$$

Приклад 11.

Визначити, у скільки разів зміниться додатковий тиск, зумовлений поверхневим натягом крові на лівій і правій межах поділу повітряної бульбашки, яка виникає під час газової емболії, якщо лівий радіус кривизни збільшився, а правий – зменшився на 25% (рис.4).

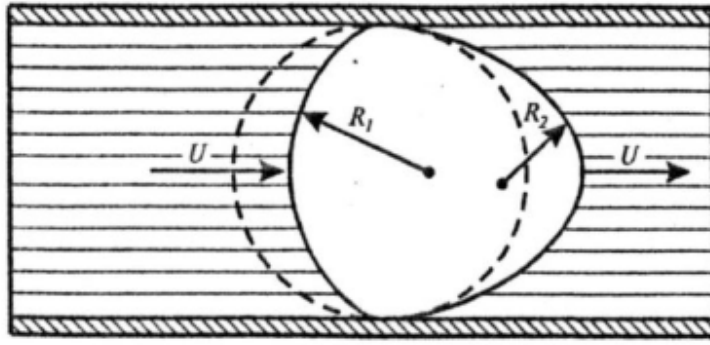


Рисунок 4

Розв'язання

Використовуючи формулу Лапласа, визначимо додатковий тиск, що виникає на лівій і правій межах поділу:

$$\Delta p_{\text{л}} = \pm \frac{2\alpha}{R+\Delta R}; \quad \Delta p_{\text{п}} = \pm \frac{2\alpha}{R-\Delta R}$$

Відношення додаткових тисків становить:

$$\frac{\Delta p_{\text{л}}}{\Delta p_{\text{п}}} = \frac{R + \Delta R}{R - \Delta R} = \frac{R \cdot (1 + \Delta R / R)}{R \cdot (1 - \Delta R / R)} = \frac{1 + \Delta R / R}{1 - \Delta R / R}$$

Підставляємо числові значення:

$$\frac{\Delta p_{\text{л}}}{\Delta p_{\text{п}}} = \frac{1 + 0,25}{1 - 0,25} = 1,67$$

Приклад 12.

Визначити швидкість седиментації частинки мулу густиною 2650 кг/м³ та діаметром 0,03 мм, яка осідає у воді за 20 0С. В'язкість води за цієї температури становить 1,002·10⁻³ Па·с.

Розв'язання

Підставляємо числові дані у формулу для визначення седиментації :

$$v_{\text{сед}} = \frac{2}{9} g(\rho - \rho_0) r^2 / \eta = \frac{2}{9} (9,8 \text{ м/с}^2)(2650 - 998,2)(15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2) / (1,002 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с})$$

$$= 8,1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}.$$

Приклад 13.

Визначити силу опору для спори патогенного гриба *Helminthosporium maydis* циліндричної форми, якщо діаметр циліндра становить $d = 20$ мкм, густина $\rho = 1,2$ кг/м³, коефіцієнт загального опору $c_{\text{он}} = 4$, швидкість вітру $v = 10$ м/с.

Розв'язання

Використовуємо рівняння:

$$F_{on} = 0,5c_{on}\rho v^2 \cdot S = 0,5 \cdot 4 \cdot 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot (10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1})^2 \cdot \pi \cdot (20 \cdot 10^{-6} \text{ м})^2 / 4 = 0,75 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Завдання до самостійного опрацювання

1. Розрахувати, у скільки разів прискорення під час ультрацентрифугування більше прискорення земного тяжіння, якщо центрифугальна кювета розміщена на відстані 8 см від осі обертання ротора, а його швидкість обертання становить 60000 об/хв. *Відповідь: 322273.*
2. Чи здатний додатковий тиск у ксилемі дерева *Sequoia* забезпечити піднімання рідини на висоту 100 м, якщо густина рідини становить 103 кг/м³, а коефіцієнт поверхневого натягу 70·10⁻³ Н/м?
3. Використовуючи дані, що наведені в табл.5.1 і табл.6.4, визначити швидкість осідання еритроцитів діаметром 9,5 мкм при температурі 20°C. *Відповідь: 2,74 мм·г⁻¹.*
4. Визначити швидкість седиментації сферичної частинки густиною 2650 кг/м³ та діаметром 0,1 мм, яка осідає у воді за 20 °C. В'язкість води за цієї температури становить 1,002·10⁻³ Па·с. Чи встигне частинка досягнути дна резервуара за 2 години, якщо глибина танка 3,5 м?
5. Запишіть рівняння рівноваги рідини у випадках: а) коли масових сил немає; б) рідина знаходиться в полі тяжіння. Поясніть, що впливає з записаних рівнянь?

6. Вважаючи рідину ідеальною, визначте, яка швидкість течії рідини з маленького отвору, зробленого в стінці судини, якщо висота рівня рідини над ним становить h ?

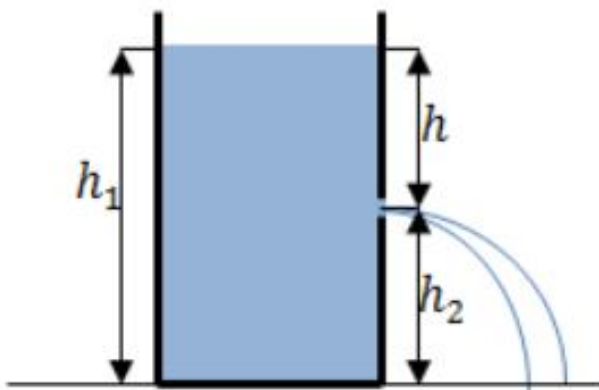


Рисунок 5.

Контрольні завдання

1. Визначити надлишковий тиск, що виникає у вені з площею поперечного перерізу 10^{-4} м^2 під час її розширення до $4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, якщо швидкість руху крові у ній дорівнює $2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$. *Відповідь:* $1,9 \cdot 10^{-1} \text{ Н/м}^2$.
2. Визначити швидкість падіння дощових краплин діаметром 7 мм, якщо температура повітря становить 20°C . *Відповідь:* 7,95 м/с
3. Водомірка бігає по поверхні води. Знайти вагу комахи, якщо відомо, що під кожною із шести лапок водомірки утворюється ямка, що дорівнює півсфері з радіусом 0,1 мм. *Відповідь:* $27,5 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$.
4. Визначити швидкість осідання еритроцитів діаметром 9,5 мкм, якщо в'язкість плазми за температури 27°C становить 1,42 сП. Густина одиничного еритроцита $\rho_{ep} = 1,09 \text{ г/см}^3$, густина плазми – $\rho_{пл} = 1,03 \text{ г/см}^3$. *Відповідь:* 3,34 мм/год.

5. Середній радіус альвеоли в легенях становить близько $5 \cdot 10^{-5}$ м. Визначити додатковий тиск, зумовлений кривизною альвеоли, якщо коефіцієнт поверхневого натягу плазми $50 \cdot 10^{-3}$ Н/м. *Відповідь:* $2 \cdot 10^3$ Н/м².

6. Визначити роботу серця, якщо різниця висот між шлуночком і дугою аорти становить 15 см, швидкість течії крові у цій точці дорівнює $40 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$, густина крові – $1 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Прийняти початкову швидкість перед систолою рівною нулю, артеріальний тиск протягом діастолі – 80 мм рт.ст., протягом систолі – 120 мм рт.ст.

7. Визначити роботу, яку виконує серце коня за добу, якщо артеріальний тиск протягом діастолі становить 70 мм рт. ст., а протягом систолі – 130 мм рт. ст. Середній об'єм крові, що переноситься за один удар, дорівнює 850 мл, а середня швидкість течії крові – 0,5 м/с. Припустити, що порожня вена та аорта знаходяться на одному рівні ($h_1 = h_2 = 0$). *Відповідь:* $5,9 \cdot 10^5$ Дж.

8. Середній радіус альвеоли становить близько $5 \cdot 10^{-5}$ м. Визначити додатковий тиск, викликаний кривизною альвеоли, якщо коефіцієнт поверхневого натягу плазми $50 \cdot 10^{-3}$ Н/м. *Відповідь:* $2 \cdot 10^3$ Н/м².

9. До дна циліндричної посудини діаметром $d_1 = 0,5$ м, приварена труба довжиною 1 м і радіусом $r_2 = 0,5$ см. Знайти залежність швидкості зниження рівня води в посудині від висоти цього рівня. Визначити значення швидкості зниження та характер перебігу води в трубі для висоти рівня 1, 2 м відносно нижнього кінця труби.

10. З крана виливається вода. Починаючи з деякого місця, діаметр струменя зменшується протягом h від a до b (рис. 6). Скільки води витече з крана за час t ?

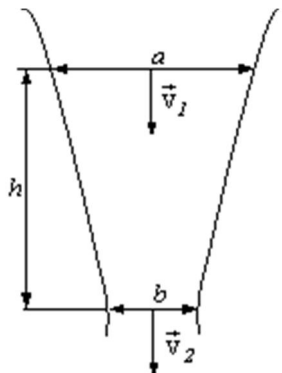


Рисунок 6

§ 3. Коливання і хвилі. Акустика.

Біологічна акустика.

Акустобіологія

Приклад 1.

Визначити повну енергію коливань тіла масою 300 г, що здійснює за допомогою пружини коливання в горизонтальній площині, якщо амплітуда коливань дорівнює 4 см, а жорсткість пружини 15 Н/м.

Розв'язання

Підставляємо числові дані у рівняння,:

$$E = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot (15 \cdot 4 \cdot 10^{-2})^2 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

Приклад 2.

Інтенсивність звукової хвилі, що створена ріжком пастуха на відстані 320 м, дорівнює 10^{-8} Вт/м². Визначити величину звукового тиску.

Розв'язання

Використовуючи співвідношення $I = p_a^2 / 2\rho v$, маємо:

$$p_a = (2\rho v I)^{1/2}.$$

Підставляємо числові значення і дані табл.4:

$$p_a = (2 \cdot 427 \text{ кг/м}^3 \cdot \text{с} \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2)^{1/2} \text{ Н/м}^2 = 2,92 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}^2$$

Приклад 3.

Інтенсивність звукового імпульсу, створеного кажаном в процесі ехолокації на відстані декількох сантиметрів, складає 10^{-2} Вт·м⁻². Оцінити рівень інтенсивності в децибелах.

Розв'язання

Рівень інтенсивності звукового імпульсу визначимо за допомогою виразу:

$$L = 10 \lg \left(\frac{I_0}{10^{-12}} \right)$$

Звідки

$$L = 10 \lg \left(\frac{10^{-2}}{10^{-12}} \right) = 10 \lg 10^{10} = 10 \cdot 10 = 100 \text{ дБ.}$$

Приклад 4.

Визначити частоту ультразвукової хвилі, що сприймається комахою під час наближення до неї кажана зі швидкістю 5 мс⁻¹. Частота ультразвукової хвилі, що генерується кажаном, дорівнює 60 кГц.

Розв'язання

Частота звукової хвилі, що сприймається комахою, може бути знайдена із виразу

$$v_a = \frac{v}{v - v_a} \cdot v = \frac{340}{340 - 5} \cdot 60 \cdot 10^3 = 60.9 \text{ кГц}$$

Приклад 5.

Визначити відстань, яку проходять імпульси кажана, які він посилає з частотою 4 імпульси за секунду

Розв'язок

Звуковий імпульс створений кажаном проходить подвійну відстань d від кажана до об'єкта зі швидкістю v за проміжок часу t . Всі ці параметри пов'язані співвідношенням:

$$v = 2d/t$$

Звідси відстань, яку проходить імпульс, визначиться за виразом:
 $d = tv/2$.

Підставляємо числові дані:

$$d = (340 \text{ м/с} \cdot 0,25 \text{ с}) / 2 = 43 \text{ м}$$

Приклад 6.

Довжина слухового проходу і середнього вуха людини – 2,5 см. Визначити резонансну частоту слухового аналізатора людини.

Розв'язання

Підставляючи числові значення у співвідношення між частотою звуку ν зі швидкістю поширення V та довжиною хвилі Λ , маємо:

$$\nu = \frac{v}{\Lambda} = \frac{340}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}} = 3400 \text{ Гц}$$

Приклад 7.

Площа барабанної перетинки – $S_1 = 55 \text{ мм}^2$, а площа овального віконця – $S_2 = 3,2 \text{ мм}^2$. Виграш у силі важеля, утвореного системою слухових кісточок, становить 1,3. Оцінити рівень підсилення слабких акустичних сигналів у процесі передачі середнім вухом зовнішнього звукового тиску внутрішньому вуху.

Розв'язання

На барабанну перетинку діє сила F_1 , що створює звуковий тиск p_1 : $F_1 = p_1 S_1$. На овальне віконце внутрішнього вуха діє сила F_2 , що спричинює звуковий тиск p_2 : $F_2 = p_2 S_2$. Важіль, створений системою слухових кісточок, дає виграш в силі, що дорівнює:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{P_1 \cdot s_1}{P_2 \cdot s_2}$$

Звідки:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{l_1}{l_2} = \frac{55 \cdot 10^{-6}}{3,2 \cdot 10^{-6}} \cdot 13 = 22$$

Завдання до самоостійного опрацювання

1. Визначити частоту звукової хвилі, відбитої комахою і сприйнятої кажаном, використовуючи дані попередньої задачі. *Відповідь:* 61,8 кГц.
2. Визначити відстань, яку проходять імпульси кажана, які він посиляє їх з частотою 200 імпульсів за секунду. *Відповідь:* 0,85 м.
3. Кудкудакання курки створює додатковий тиск близько 1 Н/м^2 . Використовуючи дані табл.4, розрахувати інтенсивність звуку, що створює курка, в повітрі. *Відповідь:* 10^{-3} Вт/м^2 .
4. Визначити відстань, яку проходять імпульси кажана, які він посиляє їх з частотою 200 імпульсів за секунду. Оцінити інтенсивність звуку, що викликає болісні відчуття.
5. Визначити швидкість v поширення хвилі в пружному середовищі, якщо різниця фаз $\Delta\phi$ коливань двох точок середовища, віддалених один від одного на $\Delta x = 10 \text{ см}$, дорівнює $\pi / 3$. Частота ν коливань дорівнює 25 Гц.
6. Визначити швидкість v звуку в азоті при температурі $T = 300 \text{ К}$.

Контрольні завдання

1. Визначити максимальну швидкість руху тіла за умовою попередньої задачі. *Відповідь:* $v_{\max} = 0,28 \text{ м/с}$.
2. Оцінити інтенсивність звуку, що викликає болісні відчуття, використовуючи дані табл.5.
Відповідь: 10 Вт/м^2 .
3. Інтенсивність звукового імпульсу, створеного кажаном в процесі ехолокації на відстані декількох сантиметрів, складає 10^{-2} Вт/м^2 . Оцінити рівень інтенсивності в децибелах.
4. Визначити відстань, яку проходять імпульси кажана, які він посиляє з частотою 4 імпульси за секунду. Швидкість поширення звуку у повітрі при 20°C становить 343 м/с .
5. Визначити, скільком децибелам відповідає шкала рівнів інтенсивностей звуку ($I_{\min} = 10^{-12} \text{ В/м}^2$; $I_{\max} = 10 \text{ Вт/м}^2$).
6. Визначити резонансну частоту для слухового аналізатора слона, довжина слухового проходу і середнього вуха якого складає 20 см .
Відповідь: 425 Гц .
7. Хвиля поширюється в пружною середовищі зі швидкістю $v = 100 \text{ м/с}$. Найменша відстань Δx між точками середовища, фази коливань яких протилежні, дорівнює 1 м . Визначити частоту ν коливань.
8. Звукові коливання, що мають частоту $\nu = 0,5 \text{ кГц}$ і амплітуду $A = 0,25 \text{ мм}$, поширюються в пружної середовищі. Довжина хвилі $\lambda = 70 \text{ см}$. Знайти:
1) швидкість v поширення хвиль;
2) максимальну швидкість v_{\max} частинок середовища.
9. Знайти швидкість v звуку в повітрі при температурах $T_1 = 290 \text{ К}$ і $T_2 = 350 \text{ К}$.

10. Резонатор і джерело звуку частотою $\nu_0 = 8$ кГц розташовані на одній прямій. Резонатор налаштований на довжину хвилі $\nu = 4,2$ см і встановлений нерухомо. Джерело звуку може переміщатися по напрямних вздовж прямої. З якою швидкістю і в якому напрямку має рухатися джерело звуку, щоб порушені їм звукові хвилі викликали коливання резонатора?

§ 4. Термодинаміка

Приклад 1.

Один грам води займає об'єм 1 см^3 за атмосферного тиску. Під час кипіння цієї кількості води з неї вийшло 1671 см^3 пари. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії в цьому процесі?

Розв'язання

Оскільки питома теплота випаровування води дорівнює $22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ під час атмосферного тиску, теплота, необхідна для перетворення у пару 1 г води, визначиться так:

$$Q = mL_{\text{вип}} = (1 \cdot 10^{-3} \text{ кг})(22,6 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}) = 2260 \text{ Дж}.$$

Робота, що виконується системою, дорівнює:

$$A = p(V_n - V_{\text{с}}) = (1,013 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2})(1671 - 1) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 169 \text{ Дж}.$$

Звідси зміна внутрішньої енергії становить:

$$\Delta U = Q - A = 2260 \text{ Дж} - 169 \text{ Дж} = 2091 \text{ Дж}.$$

Приклад 2.

Знайти зміну ентропії у процесі плавлення 2 кг льоду, що має температуру 0°C .

Розв'язання

Зміна ентропії визначається виразом:

$$\Delta S = S_1 - S_2 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

де S_1 і S_2 – значення ентропії в початковому і кінцевому станах. Плавлення льоду масою m за температури T супроводжується зміною ентропії:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{m\lambda}{T}$$

де λ – питома теплота плавлення ($3,35 \cdot 10^5$ Дж·кг⁻¹).

Звідси:

$$\Delta S = \frac{2 \cdot 3,35 \cdot 10^5}{273} \text{ кг Дж кг}^{-1} = 2454 \text{ Дж К}^{-1}$$

Приклад 3.

Визначити зміну ентропії при нагріванні та плавленні 0,1 кг олова, якщо початкова температура олова становить 20 °С, питома теплоємність 230 Дж·кг⁻¹·°С⁻¹, питома теплота плавлення 60,2 кДж·кг⁻¹, а температура плавлення 231,9 °С.

Розв'язання

Зміна ентропії під час ізобарного нагрівання від температури T_1 до температури T_2 визначається за виразом:

$$\Delta s = cm \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = c \cdot m \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

де $dQ = cmdT$; c – питома теплоємність за сталого тиску.

Зміна ентропії під час плавлення маси m кристалічної речовини дорівнює:

$$\Delta s = cm \ln \frac{T_{\text{пл}}}{T_n} + \frac{m\lambda}{T_{\text{пл}}}$$

де T_n – початкова температура речовини.

Підставляємо числові дані в останнє рівняння:

$$\Delta S = 230 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{°С}^{-1} \cdot 0,1 \text{ кг} \times \ln(505,05 / 293,15) + (0,1 \text{ кг} \times 60,2 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}) / (505,05 \text{ К}) = 24,37 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}.$$

Приклад 4.

Теплопродукція живого організму складає 6670 кДж, в той час як втрата тепла за добу на випаровування дорівнює 2000 кДж. Температура організму 37 °С. Визначити загальну зміну ентропії в системі.

Розв'язання

Зміна ентропії відкритої системи відбувається за рахунок обміну системи з навколишнім середовищем (deS) та за рахунок внутрішніх

необоротних змін в самій системі викликаних, наприклад, хімічними реакціями (diS):

$$dS = d_e S + d_i S = dQ_e / T + dQ_i / T$$

Підставляємо числові дані в останнє рівняння:

$$dS = \frac{2000 \text{ кДж}}{310 \text{ К}} + \frac{6670 \text{ кДж}}{310 \text{ К}} = \frac{2 \cdot 10^6 + 6,67 \cdot 10^6}{310} = \frac{8,67 \cdot 10^6}{310} = 2,8 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

Приклад 5.

У системі відбувається реакція окислення глюкози: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2 = 6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$ зі швидкістю $0,5 \text{ моль} \cdot \text{с}^{-1}$. Визначити дисипативну функцію для такої системи, якщо зміна стандартної вільної енергії ΔG_0 дорівнює $-2870 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$.

Розв'язання

Дисипативну функцію можна визначити за формулою:

$$T \frac{ds}{dt} = A \cdot V$$

де A – хімічна спорідненість реакцій, V – швидкість процесу.

Оскільки в реакції бере участь один компонент, можна записати:

$$A = - G_0 .$$

Звідси

$$T \frac{ds}{dt} = - G_0 V$$

Підставляємо числові значення:

$$T \frac{ds}{dt} = - (-2870 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1}) 0,5 \text{ моль} \cdot \text{с}^{-1} = 1435 \text{ кДж} \cdot \text{с}^{-1}$$

Приклад 5.

Визначити кількість теплоти, що віддається за одиницю часу свинею, яка лежить на бетонній підлозі товщиною 8 см при температурі 0°C . Площа тіла свині – 3000 см^2 ; теплопровідність бетону $-2,43 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, температура тіла 38°C .

Розв'язання.

Підставляємо числові значення в формулу :

$$dQ = -2,43 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}} \cdot 3000 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot (0-38) \text{ К} / 8 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 346,27 \text{ Дж/с}.$$

Відповідь: $138,24 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

Приклад 6.

Розрахувати густину потоку теплоти, яким обмінюється, завдяки конвекції, вівця з навколишнім середовищем, якщо тіло вівці можна апроксимувати циліндром діаметром 60 см. Температура поверхні тіла 38°C , температура навколишнього середовища 20°C , швидкість руху повітря $80 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$.

Розв'язання

Визначимо товщину поверхневого шару, в межах якого має місце конвекція, за допомогою формули:

$$\delta = 5,8 \cdot \sqrt{\frac{D}{V}} = 5,8 \cdot \sqrt{\frac{0,6}{0,8}} = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Підставимо числові дані у формулу (16.7) з урахуванням того, що коефіцієнт теплопровідності повітря при температурі 20°C рівний $0,0257 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$.

$$Q = \frac{K_{\text{пов}} \cdot (T_s - T_a)}{R \cdot \ln\left(\frac{R+\delta}{R}\right)} = \frac{0,0257 \cdot (38-20)}{0,3 \cdot \ln\left(\frac{0,3+0,005}{0,3}\right)} = 93 \text{ Вт/м}^2$$

Приклад 7

Визначити тепловий потік J_Q , зумовлений теплопровідністю, для плоского листка довжиною 10 см, якщо температура листка $t_l = 25^\circ\text{C}$, температура навколишнього повітря $t_n = 20^\circ\text{C}$, а товщина граничного шару дорівнює 1,4 мм.

Розв'язання

Підставимо числові дані у рівняння:

$$J_Q = -2 k_n \frac{\partial T}{\partial x} = 2 k_n \frac{(T_l - T_n)}{\delta_{\text{гр}}}$$

$$J_Q = 2 k_n \frac{(T_l - T_n)}{\delta_{\text{гр}}} = \frac{2 \cdot 0,0259 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot ^\circ\text{C} \cdot (25^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})}{1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 185 \text{ Вт/м}^2$$

Приклад 8.

Терморегуляційні процеси у бджіл проходять в інтервалі температур 0–50 °С. Визначити довжину хвилі λ_{max} , на яку припадає максимум випромінювальної здатності тіла бджоли при температурі 0 °С.

Розв'язок

Використовуючи співвідношення, $\lambda_{max} = b/T$, де $b = 2,897756 \cdot 10^{-3}$ м/К.

Знайдемо:

$$\lambda_{max} = 2,897756 \cdot 10^{-3} \cdot 273,15^{-1} = 10,6 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 10,6 \text{ мкм.}$$

Приклад 9.

Температура поверхні листка становить 280 К. На яку довжину хвилі припадає максимум випромінювання поверхні листка?

Розв'язання

Використовуючи закон Віна, одержуємо:

$$\lambda_{max} = 2,8978 \cdot 10^{-3} / T = 2,8978 \cdot 10^{-3} / 280 = 10 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 10 \text{ мкм}$$

Приклад 10.

Теля чорної масті знаходиться у тваринницькому приміщенні з температурою 22 °С. Визначити втрати теплоти через випромінювання, якщо температура поверхні тіла теля 39,5 °С, а площа поверхні тіла дорівнює 2 м².

Розв'язання Використовуючи табл.6, підставляємо числові дані у рівняння :

$$\begin{aligned} R_n = Q_a - Q_e = R_n = Q_a - Q_e &= S\sigma(aT_{s4}^4 - \varepsilon T_{e4}^4) = \\ &= 2 \text{ м}^2 \cdot 5,67051 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4} \cdot [0,9 \cdot (39,5 + 273,15)^4 - 0,95 \cdot (22 + 273,15)^4] = 15,88 \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1}. \end{aligned}$$

Приклад 11.

Визначити швидкість транспірації E (тобто швидкість, з якою водяна пара залишає листок) для листка розмірами $A = B = 0,05$ м, якщо температура листка $T_l = 27,1$ °С, температура повітря $T_n = 20$ °С, швидкість вітру $v = 0,1$ м/с, відносна вологість $r = 0,8$, внутрішній опір листка $r_l = 500$ с/м, стала $k_2 = 200 \text{ с}^{1/2} \cdot \text{м}^{-1}$.

Розв'язання.

Швидкість транспірації описується рівнянням. Густину насичення водяної пари у внутрішньому середовищі листка d_{sl} та у зовнішньому повітрі d_{sn} знайдемо із співвідношення між густиною d та пружністю водяної пари p , значення якої наведено в табл. 1, 2 (див. додаток) для даної температури T :

$$d = pM / RT_{\text{л}}$$

де M - молекулярна маса (для водяної пари $M = 18,02$ г/моль); $R = 8,3143$ Дж/моль·К - універсальна газова стала.

Отже, густина насичення водяної пари у внутрішньому середовищі листка d_{sl} для температури $27,1$ °С дорівнює:

$$d_{sl} = \frac{pM}{RT_{\text{л}}} = \frac{3586 \cdot 18,02}{8,31 \cdot (237+20)} = \frac{42112,74}{2434,83} = 17,30 \text{ г/м}^3$$

Пружність водяної пари при температурі 20 °С визначаємо з табл. 7 як $p = 2337$ Па. Обчислимо величини:

$$A = 0,05^{0,3} = 0,4071; B^{0,2} = 0,05^{0,2} = 0,549; v = 0,1^{0,5} = 0,316.$$

Знаходимо опір граничного шару повітря:

$$R_{\text{гп}} = k_2 \left(\frac{A^{0,3} \cdot B^{0,2}}{v^{0,5}} \right) = 200 \text{ с}^{1/2} \cdot \text{м}^{-1} \left(\frac{0,4071 \cdot 0,549}{0,316} \right) = 141,45 \text{ с/м}$$

Підставляємо всі дані у рівняння і знаходимо швидкість транспірації:

$$E = \frac{d_{sl} - r d_{sn}}{R_{\text{л}} + R_{\text{гп}}} = \frac{d_{sl} - r d_{sn}}{R_{\text{л}} + R_{\text{гп}} \frac{A^{0,3} B^{0,2}}{v^{0,5}}} = \frac{25,91 - 0,8 \cdot 17,3}{500 + 141,45} = 0,0188 \text{ г/м}^2 \cdot \text{с} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}^2 \cdot \text{с}$$

Приклад 12.

Виразити приховану теплоту пароутворення λ води в $\text{кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$, якщо вона становить: а) $\lambda = 2,430 \cdot 10^6$ Дж·кг⁻¹ при температурі 30 °С; б) $\lambda = 2,501 \cdot 10^6$ Дж·кг⁻¹ при температурі 0 °С.

Розв'язання. Молярна маса води дорівнює сумі атомних мас атомів у молекулі, тобто $M = 2 \cdot 1,00797 + 1 \cdot 15,9994 = 18,0153$. Отже, один моль води (грам·моль, г·моль) дорівнює $18,0153$ г. Приховану теплоту пароутворення в $\text{кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$ можна визначити за виразом: $\lambda (\text{кДж} \cdot \text{моль}^{-1}) = \lambda (\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1}) \cdot M$. Звідси, прихована теплота пароутворення при температурі 30 °С дорівнює $\lambda = 2,430 \cdot 10^6 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot 18,0153 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 43,78 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$, а при температурі 0 °С $\lambda = 2,501 \cdot 10^6 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot 18,0153 \cdot 10^{-3} \text{ кг} = 45,06 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$.

Приклад 13.

Визначити транспіраційний потік через мезофільную тканину листка, якщо прихована теплота пароутворення при температурі 25 °С дорівнює $\lambda = 44,0 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$.

Розв'язання. Використовуємо формулу, в яку підставляємо числові значення:

$$JQ = \lambda E = 44,0 \cdot 10^3 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ моль} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} = 176 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}.$$

Повернемося до рівняння. Опір R_n , який зазнає транспіраційний потік з боку граничного шару, залежить від розмірів листка A (вздовж напрямку повітряного потоку) і B (уперек напрямку повітряного потоку), а також від швидкості v поширення вітру:

$$R_n = k_2 \frac{A^{0,3} \cdot B^{0,2}}{v^{0,5}}$$

$$\text{Де } k_2 = 200 \text{ с}^{1/2} \text{ м}^{-1}$$

Завдання до самоостійного опрацювання

1. Розрахувати густину потоку теплоти, якою обмінюється завдяки конвекції з навколишнім середовищем тварина, що можна апроксимувати циліндром (Рис.5), діаметр якого 0,20 м, якщо температура тіла 40 °С, швидкість руху повітря дорівнює 5 м/с. *Відповідь:* 446,96 Вт/м

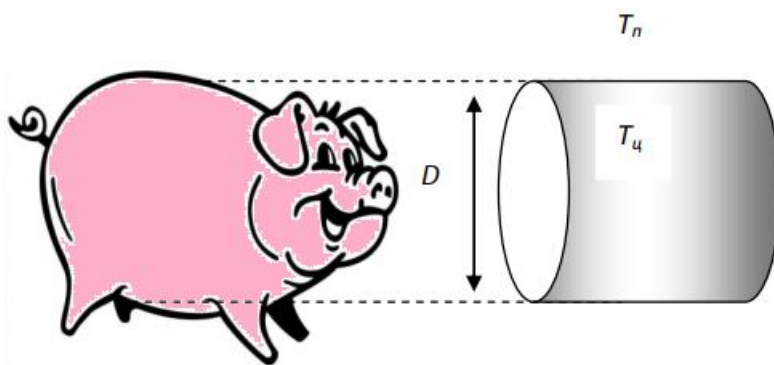


Рисунок 7.

2. Розрахувати λ_{max} бджоли при $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Відповідь: $\lambda_{max} = 8,97\text{ мкм}$.
3. Цегляна стінка тваринницької ферми має розміри $4\text{м} \times 10\text{м} \times 0,15\text{м}$. Визначити кількість теплоти, що пройде протягом 12 год через стінку, якщо зовнішня температура дорівнює $5\text{ }^{\circ}\text{C}$, внутрішня температура $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Коефіцієнт теплопровідності цегли $0,8\text{ Вт/м}\cdot\text{К}$.
4. Дієта людини масою 70 кг містить 400 г білка ($20,1\text{ МДж/кг}$), 22 г жирів ($39,8\text{ МДж/кг}$) і $m_{\text{в}}=80\text{ г}$ вуглеводів ($Q_{\text{в}}=16,7\text{ МДж/кг}$). Щодня вона піднімається на висоту 3 км і здійснює перед цим роботу, включаючи роботу метаболізму, яка в 4 рази перевищує механічну роботу підняття свого тіла на висоту 3 км . Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії внаслідок такого щоденного процесу?
5. Визначте кількість теплоти, яка виділяється у процесі окиснення (за умови $p = \text{const}$) 1 моль/л глюкози: $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{ O}_2 \rightarrow 6\text{ CO}_2 + 6\text{ H}_2\text{O} - \Delta H(Q)$.
6. Визначте витрати енергії людини в стані м'язового спокою, якщо за 10 хв вона видихає 60 л повітря, в якому міститься 15 \% кисню і 5 \% вуглекислого газу.

Контрольні завдання

1. Визначити зміну ентропії під час плавлення 0,3 кг свинцю, якщо питома теплота плавлення $24,7 \text{ кДж} \cdot \text{кг}^{-1}$, а температура плавлення $327,4 \text{ }^\circ\text{C}$.
Відповідь: $\Delta S = 12,34 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$
2. Визначити кількість теплоти, якою обмінюється з навколишнім середовищем відкрита система, якщо в самій системі виділяється теплота 3000 кДж , а загальна зміна ентропії складає $1,8 \cdot 10^4 \text{ кДж/моль}$. Температура системи 300 К .
Відповідь: 2400 кДж .
3. З якою швидкістю накопичується ентропія в системі, якщо хімічна спорідненість реакції дорівнює $1660 \text{ кДж} \cdot \text{моль}^{-1}$, а швидкість реакції при температурі $27 \text{ }^\circ\text{C}$ становить $5 \cdot 10^{-3} \text{ моль} \cdot \text{с}^{-1}$?
Відповідь: $27,7 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$
4. Визначити втрати теплоти через випромінювання коровою бурої масті, якщо температура поверхні тіла $27 \text{ }^\circ\text{C}$, температура повітря $-3 \text{ }^\circ\text{C}$, а площа поверхні тіла дорівнює 4 м^2 .
Відповідь: $325 \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1}$.
5. Визначити швидкість транспірації E для листка розмірами $A = B = 0,01 \text{ м}$, якщо температура листка $T_l = 10,8 \text{ }^\circ\text{C}$, температура повітря $T_n = 10 \text{ }^\circ\text{C}$, швидкість вітру $v = 2,0 \text{ м/с}$, відносна вологість $r = 0,6$, внутрішній опір листка $r_l = 1000 \text{ с/м}$, стала $k_2 = 200 \text{ с}^{1/2} \cdot \text{м}^{-1}$.
Відповідь: $E = 0,5 \cdot 10^{-5} \text{ кг/ м}^2 \cdot \text{с}$.
6. Кролик масою $1,5 \text{ кг}$ поглинув за 1 год $1,5 \text{ л}$ кисню. Скільки енергії на 1 кг маси витрачає кролик за добу, якщо середній калоричний еквівалент кисню $20,52 \text{ кДж}$?
7. Робітник, виконуючи роботу, видихає за 1 год 480 л повітря, у якому міститься 13 \% кисню і 8 \% вуглекислого газу. Визначте енергію, яку при цьому витрачає робітник.
8. Скільки корисної роботи витрачається на згоряння 1 моль глюкози, якщо припустити, що тіло людини працює, як теплова машина ($\eta = 30 \text{ \%}$)?

9. Визначте температуру м'яза, припускаючи, що він працює як теплова машина з $\eta = 30\%$ за температури $25\text{ }^{\circ}\text{C}$.
10. Хвилинна витрата енергії спортсмена в стані м'язового спокою становить 8 кДж . Повітря, яке він видихає, містить 14% кисню і 5% вуглекислого газу. Який об'єм повітря спортсмен видихає за 15 хв ?

§ 5. Електрика та електробіологія.

Біомагнетизм.

Магнітобіологія.

Приклад 1.

Середня відстань між електроном і протоном атома водню становить $5,3 \cdot 10^{-11}$ м. Визначити модуль сили, з якою взаємодіють ці частинки.

Розв'язання

Використовуємо значення фізичних сталих (див. додаток), які разом з даними задачі підставляємо в рівняння:

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot r^2} = (1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})^2 / (4 \cdot 3,14 \cdot 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot \text{Н}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}) \\ (5,3 \cdot 10^{-11} \text{ м})^2 = 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ Н}.$$

Приклад 2.

Протон рухається вздовж силової лінії електричного поля, що утворюється між двома паралельними пластинами. Знайти різницю потенціалів між двома точками A і B на траєкторії руху протона, якщо напруженість електричного поля $8 \cdot 10^4 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$, а відстань між точками A і B дорівнює $0,5 \text{ м}$.

Розв'язання

Використовуємо рівняння, в яке підставляємо числові значення: $\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{x} = -E \cdot x = - (8 \cdot 10^4 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1})(0,5 \text{ м}) = - 4 \cdot 10^4 \text{ В}$.

Знак «мінус» свідчить, що електричний потенціал зменшується від точки A до точки B .

Приклад 3.

Площа обкладки плоского конденсатора дорівнює $S = 3 \text{ см}^2$, а відстань між обкладками $d = 1,5 \text{ мм}$. Визначити електричну ємність C конденсатора, пластини якого знаходяться у повітрі.

Розв'язання

Підставляємо числові значення у формулу:

$$C = (1,00059 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м}^2)(3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2)/(1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}) = 1,77 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 1,77 \text{ пФ}.$$

Приклад 4.

Визначити опір мідного провідника довжиною 20 см , площа поперечного перерізу якого дорівнює 10^{-4} м^2 .

Розв'язання

Користуючись даними табл. 9.2 та формулою (9.38), знаходимо:

$$R = (1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м})(0,2 \text{ м})/(10^{-4} \text{ м}^2) = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}.$$

Приклад 5.

Провідник терморезистора має опір 50 Ом за температури 0°C і $71,5 \text{ Ом}$ за температури $231,97^\circ\text{C}$. Знайти R_0 і α провідника.

Розв'язання

Використовуємо рівняння, в яке підставляємо числові дані, що відповідають температурі 0°C : $50 = R_0 [1 + \alpha(0 - 0)] = R_0$.

Звідси: $R_0 = 50 \text{ Ом}$. Підставляємо числові дані, що відповідають температурі $231,97^\circ\text{C}$:

$$71,5 = R_0[1 + \alpha(231,97 - 0)] = 50(1 + \alpha \cdot 231,97).$$

$$\text{Звідси: } \alpha = (71,5 - 50) / 231,97 \cdot 50 = 1,85 \cdot 10^{-3} (^\circ\text{C})^{-1}$$

Приклад 6.

Використовуючи табл.20.1, визначити рівноважний натрієвий потенціал, що виникає в гігантському аксоні кальмара.

Розв'язання

Рівноважний потенціал визначимо за допомогою рівняння Нернста. Підставляємо в це рівняння числові дані, враховуючи, що $RT/F = 25,3$ мВ (див. Додаток): $\Delta\phi = 23,3 \text{ мВ} \cdot \ln 462\,78 = 45 \text{ мВ}$.

Приклад 7.

Протон рухається зі швидкістю $8 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ вздовж осі X . Він попадає в магнітне поле, магнітна індукція якого $2,5$ Тл. Поле направлено під кутом 600 до осі X і лежить в площині XOY . Визначити силу Ампера.

Розв'язання

Використовуємо табличні дані (див. Додаток) і підставляємо числові значення у формулу (23.5): $dF = IBdl\sin\alpha = (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})(8 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1})(2,5 \text{ Тл})(\sin 600) = 2,77 \cdot 10^{-12} \text{ Н}$.

Приклад 8.

Електромагнітний метод вимірювання швидкості кровотоку ґрунтується на відхиленні зарядів, які рухаються в кровоносних судинах, в магнітному полі. Визначити об'ємну швидкість кровотоку, якщо магнітна індукція $2,5$ Тл, різниця потенціалів, що реєструється, 500 мкВ, зазор між полюсами магніту 10^{-3} м , поперечний переріз судини 10^{-5} м^2 .

Розв'язання

Робота по переміщенню заряду в провіднику визначається як:

$$dA = I[\vec{l} \times \vec{B}] \cdot d\vec{x}$$

Потужність пов'язана з роботою виразом:

$$P = \frac{dA}{dt} = I[\vec{l} \times \vec{B}] \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} = I[\vec{l} \times \vec{B}] \cdot \vec{v}$$

У той же час:

$P = I \cdot U$, де U - різниця потенціалів, що вимірюється на електродах, прикладених до судини.

Таким чином :

$$IU = I[\vec{l} \times \vec{B}] \cdot \vec{v}$$

Або

$$U = [\vec{l} \times \vec{B}] \cdot \vec{v}$$

У скалярній формі:

$$U = lBV.$$

Звідси швидкість руху кровотоку становить:

$$v = \frac{US}{lB}$$

Тоді об'ємна швидкість кровотоку визначається за виразом:

$$Q = V \cdot S, \text{ де } S - \text{поперечний переріз судини.}$$

Комбінуючи два останніх рівняння, отримаємо:

$$Q = \frac{Us}{lB}$$

Підставляючи числові дані в останнє рівняння, маємо:

$$Q = \frac{500 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5}}{10^{-3} \cdot 2,5} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$$

Приклад 9.

Визначити величину магнітної індукції, що створюється серцем на відстані 20 см, припускаючи, що струм, який проходить через серце, становить 1 мА, а розміри серця - 5 см.

Розв'язання

Використовуємо формулу, в яку підставляємо числові дані:

$$B = \frac{ID\mu_1}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = ID = (1 \cdot 10^{-3} \text{ А})(5 \cdot 10^{-3} \text{ М})(1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{А}^{-2}) / (4 \cdot 3,14)(0,2 \text{ М})^2 = 1,25 \text{ пТл.}$$

Приклад 10.

Визначити величину магнітної індукції, що створюється серцем на відстані 20 см, припускаючи, що струм, який проходить через серце, становить 1 мА, а розміри серця - 5 см.

Розв'язання

Використовуємо формулу та підставляємо числові дані:

$$B = \frac{ID\mu_0}{4\pi r^2} = (1 \cdot 10^{-3} \text{ А})(5 \cdot 10^{-3} \text{ М})(1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{А}^{-2}) / (4 \cdot 3,14)(0,2 \text{ М})^2 = 1,25 \text{ пТл.}$$

Завдання до самоостійного опрацювання

1. Знайдіть в електрокардіограмах, поданих на рис.6, приклади таких захворювань: *брадикардія, тахікардія, аритмія, шлуночкова фібріляція.*

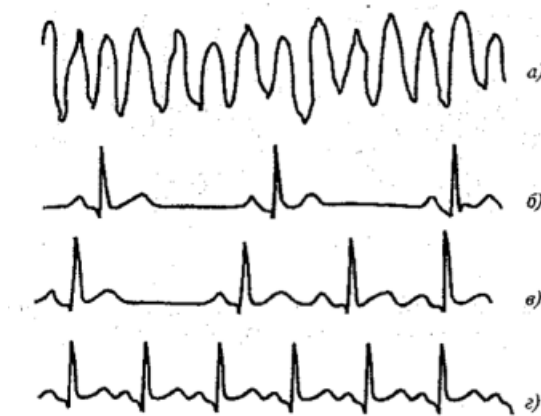


Рисунок 8

2. Визначити різницю потенціалів, що виникає внаслідок ефекту Холла у мідному провіднику товщиною 0,1 см під час проходження струму 5 А, якщо стала Холла становить $7,4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{Кл}^{-1}$, магнітна індукція дорівнює 1,2 Тл.
Відповідь: 0,444 мкВ.

3. На тонкому стержні довжиною $l=20\text{см}$ знаходиться є розподілений електричний заряд. На продовженні осі стержня на відстані $a=10\text{см}$ від найближчого кінця є точковий заряд $Q_1=40\text{нКл}$, що взаємодіє зі стержнем із силою $F=6\text{мкН}$. Визначити лінійну густину λ заряду на стержень.

4. Точковий заряд $Q=25\text{нКл}$ перебуває у полі, створеному прямим нескінченним циліндром радіусом $R=1\text{см}$, рівномірно зарядженим з поверхневою густиною $\sigma=0,2 \text{ нКл/см}^2$. Визначити силу F , що діє на заряд, якщо його відстань від вісі циліндра $r=10 \text{ см}$.

5. На тонкому стержні довжиною l є рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau=10\text{нКл/м}$. Знайти потенціал φ , утворений розподіленим зарядом у точці А, розташованій на осі стержня і віддаленій від його найближчого кінця на відстань l .
6. Електричне поле створене довгим циліндром радіусом $R=1\text{ см}$, рівномірно зарядженим з лінійною густиною $\tau=20\text{нКл/м}$. Визначити різницю потенціалів двох точок цього поля, що перебувають на відстані $a_1=0,5\text{ см}$ і $a_2=2\text{ см}$ від поверхні циліндра, у середній його частині.
7. Нескінченно довгий провід зігнутий так, як це зображено на рис. 10. Радіус R дуги кола дорівнює 10 см . Визначити магнітну індукцію B поля, створену в точці О струм $I=80\text{ А}$, що тече по цьому проводі.
-

Контрольні завдання

1. Використовуючи дані попередньої задачі, визначити зміну потенціальної енергії протона протягом його руху. *Відповідь:* $-6,4 \cdot 10^{-15}\text{ Дж}$
2. Визначити електричну ємність плоского конденсатора, обкладки якого площею 4 см^2 розділені паперовим шаром товщиною 1 мм . *Відповідь:* $13,1\text{ пФ}$.
3. Як зміниться опір провідника за умовами попередньої задачі, якщо мідь замінити ніхромом?
4. За якої температури провідник за умовами попереднього завдання матиме опір 89 Ом ? *Відповідь:* $422\text{ }^\circ\text{C}$
5. Електричне коло характеризується електрорушійною силою джерела струму $\varepsilon = 12\text{ В}$, зовнішнім опором $R = 3\text{ Ом}$, внутрішнім опором $r = 0,05\text{ Ом}$. Визначити: а) силу струму; б) напругу; в) потужність, що розсіюється на зовнішньому опорі. *Відповіді:* а) $3,93\text{ А}$; б) $11,8\text{ В}$; в) $46,3\text{ Вт}$.

6. Визначити потенціал рівноваги, що встановився на мембрані клітини кравецького м'яза жаби для іонів калію. *Відповідь:* - 101,48 мВ.
7. Провідник масою 0,5 г довжиною 1 см розташований з півночі на південь. Визначити величину та напрям дії сили Ампера, якщо сила струму в провіднику дорівнює 2 А. *Відповідь:* 0,245 Тл, на схід.
8. Заряд тіла бджоли змінюється від -1,8 пКл в момент вильоту з вулика до +2,9 пКл в момент повернення зі збору. Швидкість польоту бджоли складає $0 \div 60 \text{ км} \cdot \text{г}^{-1}$ без корму і $20 \div 30 \text{ км} \cdot \text{г}^{-1}$ з кормом. Визначити максимальні значення сили Лоренца, що діє на бджолу в момент вильоту і повернення, якщо індукція магнітного поля Землі 45000 нТл. *Відповідь:* $1,35 \cdot 10^{-15} \text{ Н}$ і $1,09 \cdot 10^{-15} \text{ Н}$
9. Визначити різницю потенціалів, що виникає внаслідок ефекту Холла у мідному провіднику товщиною 0,1 см при проходженні струму 5 А, якщо стала Холла становить $7,4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{Кл}^{-1}$, магнітна індукція дорівнює 1,2 Тл. *Відповідь:* 0,444 мкВ.
10. Електрон рухається в однорідному магнітному полі ($B=10 \text{ мТл}$) по гвинтовій лінії, радіус R якої дорівнює 1 см і крок $h=6 \text{ см}$. Визначити період T обертання електрона і його швидкість v .

§ 6. Оптика

Приклад 1.

Визначити граничний кут для променя, що проходить границю —вода—повітря, якщо показник заломлення дорівнює 1,33.

Розв'язання

Використовуючи рівняння $\sin i_{\text{гр}} = \frac{1}{n}$, знаходимо граничний кут:

$$\sin i_{\text{гр}} = \frac{1}{n} = \frac{1}{1,33} = 0,752$$

Звідси

$$i_{\text{гр}} = 48,8^\circ$$

Поле зору риби залежить від граничного кута. Так, під кутом $i < i_{\text{гр}}$ (наприклад 40°) вона бачить предмети, розташовані на березі водойми та на поверхні води, тоді як під кутом $i > i_{\text{гр}}$ (наприклад, 60°) вона здатна спостерігати дно водойми.

Приклад 2.

Визначити концентрацію цукру в розчині, якщо в трубці поляриметра довжиною 20 см кут обертання площини поляризації становить 40° . Питома оптична активність цукру дорівнює $66,5 \text{ град} \cdot \text{см}^3/(\text{г} \cdot \text{дм})$.

Розв'язання

Визначаємо концентрацію цукру з рівняння: $C = \frac{\varphi}{\alpha l}$

$$\text{Підставляємо числові значення: } C = \frac{40}{66,5 \cdot 2} = 0,3 \text{ г} \cdot \text{см}^3$$

Приклад 3.

Натрієва поверхня опромінюється світлом, довжина якого становить 300 нм. Визначити кінетичну енергію електрона, що виривається з поверхні внаслідок фотоефекту, якщо робота виходу дорівнює 2,46 еВ.

Розв'язання

Енергія електрона визначається за допомогою рівняння

$$E = \frac{mv^2}{2} = h\nu - A = (6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с})(3 \cdot 10^8 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}) / (300 \cdot 10^{-9} \text{ м}) - 2,46 \text{ еВ} \\ = 6,63 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж/еВ}) - 2,46 \text{ еВ} = 4,14 \text{ еВ} - 2,46 \text{ еВ} = 1,68 \text{ еВ}$$

Приклад 4.

Розрахувати діаметр неколімованого лазерного променя діаметром 1 мм на поверхні перистих хмар, висота яких становить 10 км, якщо розбіжність лазерного променя дорівнює 10^{-3} радіан.

Розв'язання

Підставляємо у рівняння числові дані:

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (\lambda z / \pi \omega_0^2)^2} \\ = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} [(1 + (633 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot 10^4 \text{ м}) / (3,14 \cdot 25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2))]^{1/2} = \\ = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} [1 + 6,33 \cdot 10^{-3} / 78,5 \cdot 10^{-8}]^{1/2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} \cdot 90 = 450 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,45 \text{ м}$$

Приклад 5.

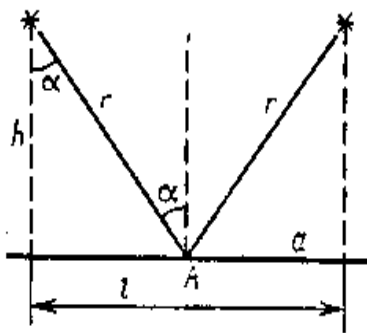
Оцінити інтенсивність випромінювання гелій-неонового лазера ($\lambda = 632,8 \text{ нм}$; $P = 1 \text{ мВт}$), яка утворюється на сітківці (фокусна відстань $f = 22,4 \text{ мм}$) під час фокусування цього випромінювання кришталиком ока. Порівняти одержану інтенсивність з інтенсивністю сонячного випромінювання, яка дорівнює $7 \cdot 10^3 \text{ Вт}\cdot\text{м}^{-2}$.

Розв'язання

Якщо допустити для ока типові значення $D = 1 \text{ мм}$, $f = 1,5 \text{ см}$, то на основі виразу можна отримати:

$$I = \left(\frac{10^{-3}}{632,8 \cdot 10^{-9} \cdot 1,5 \cdot 632,8 \cdot 10^{-2}} \right)^2 \cdot 10^{-3} = 10^{-7} \text{ Вт/м}^2$$

Приклад 6.



На якій відстані один від одного необхідно підвісити лампи в теплицях, щоб освітленість E на поверхні Землі в точці, що лежить посередині між двома лампами, була не менше 200 лк? Висота теплиці $h = 2$ м. Сила світла кожної лампи $I = 800$ кд.

Розв'язування.

Відстань l між лампами можна визначити з формули прямокутного трикутника:

$$l = 2a = 2\sqrt{r^2 - h^2}$$

Лампу можна прийняти за точкове джерело світла, оскільки її розміри малі в порівнянні з відстанню до точки, в якій визначається освітленість. Тому знайти відстань r від лампи до точки А можна з формули освітленості:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha,$$

де α — кут, під яким падають промені. Підставивши в (2) $\cos \alpha = h/r$, виразимо r :

$$r = \sqrt[3]{Ih/E}$$

$$l = 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{Ih/E}\right)^2 - h^2}.$$

$$l = 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{800 \cdot 2/100}\right)^2 - 2^2} \text{ м} = 2\sqrt{\left(\sqrt[3]{16}\right)^2 - 4} \text{ м} = 2,32 \text{ м}.$$

Приклад 7.

Фокусна відстань об'єктиву мікроскопа $f_1 = 5$ мм, окуляра $f_2 = 25$ мм. Предмет знаходиться на відстані $s = 5,1$ мм від об'єктиву. Обчислити довжину тубуса мікроскопа і збільшення, що дається мікроскопом β .

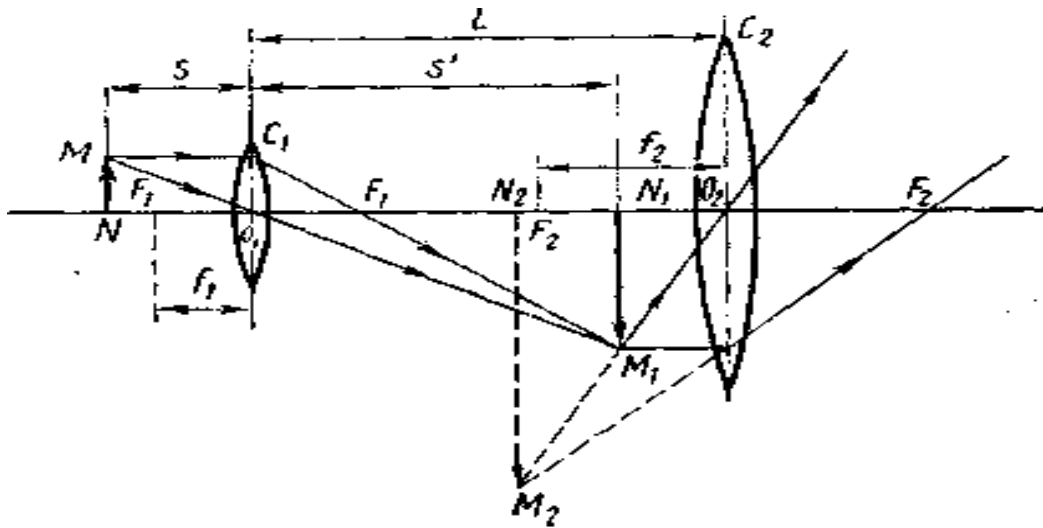


Рисунок 9

Розв'язування.

Збільшення мікроскопа

$$\beta = \beta_1 \beta_2,$$

де β_1 — збільшення об'єктиву; β_2 — збільшення окуляра, визначувані по формулах

$$\begin{aligned}\beta_1 &= s' / f_1; \\ \beta_2 &= 0,25 / f_2\end{aligned}$$

де s' — відстань від об'єктиву до дійсного зображення, що дається їм; 0,25 м — відстань якнайкращого бачення для нормального ока.

Так,

$$\beta = \frac{0,25 s'}{f_1 f_2}$$

Відстань s' від об'єктиву до зображення можна знайти з формули лінзи:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

(s — відстань від предмету до лінзи), звідки
$$s' = \frac{f_1 s}{s - f_1}$$

Підставивши вираз для s' , одержимо

$$\beta = \frac{0,25s}{f_2(s - f_1)}$$

Випишемо величини, що входять у формулу, в СІ: $s = 5,1 \cdot 10^{-3}$ м $f_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $f_2 = 25 \cdot 10^{-3}$ м.

Довжину тубуса визначимо, виходячи з таких міркувань, Дійсне зображення, що дається об'єктивом, повинне лежати у фокусі окуляра, оскільки окуляр діє як лупа. Тому довжина тубуса

$$L = s' + f_2 = \frac{f_1 s}{s - f_2} + f_2$$

Підставимо числові значення величин і обчислимо:

$$\beta = \frac{0,25 \cdot 5,1 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3} (5,1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3})} = 510$$

$$L = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 5,1 \cdot 10^{-3}}{5,1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3}} \text{ м} + 25 \cdot 10^{-3} = 0,28 \text{ м}$$

Приклад 8.

У певний момент ранку на екваторі Землі довжина тіні стовпа дорівнювала l_1 , а через інтервал часу t вона стала l_2 . Обчисліть висоту стовпа.

Розв'язування.

Позначимо через φ_1 кут падіння сонячних променів у початковий момент, $\varphi_2 = \varphi_1 + \alpha$ — кут падіння через час t Враховуючи рівномірність руху Сонця по небу, можна обчислити кут повороту Сонця $\alpha = 2\pi t / T_0$, де T_0 — доба.

Запишемо довжини тіні через вказані кути і висоту стовпа $h = l_1 = h \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$; $l_2 = \operatorname{tg}(\varphi + \alpha)$ або $l_2 = h(\operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \alpha)(1 - \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \alpha)^{-1}$. З першого рівняння знаходимо $\operatorname{tg} \varphi_1 = l_1 / h$, підставляємо у друге і дістаємо квадратне рівняння для обчислення висоти стовпа $h^2 - h(l_1 - l_2)(\operatorname{tg} \alpha)^{-1} + l_1 l_2 = 0$, розв'язок якого має вигляд $h = 0,5(l_1 - l_2) \cdot \operatorname{tg}^{-1} \alpha \pm [0,25(l_1 - l_2) \operatorname{tg}^{-2} \alpha - l_1 l_2]^{1/2}$.

Радимо пам'ятати, що у випадку, коли два дзеркала утворюють двогранний кут $\varphi = 2\pi / n$, де n — ціле число, то повне число зображень предмета на бісектрисі цього кута дорівнює $(n - 1)$. Разом з предметом $(n -$

1) зображень лежать у вершинах правильного n -кутника, вписаного у коло радіусом R , де R — відстань від предмета до вершини сходження дзеркал.

Приклад 9.

Яка може бути найменша відстань L між предметом і його зображенням у збірній лінзі з фокусною відстанню F ?

Розв'язування.

Може бути два випадки:

необхідно знайти відстань між предметом і дійсним зображенням (предмет і зображення знаходяться по різні боки від лінзи, рис.21);

необхідно знайти відстань між предметом і уявним зображенням (предмет і зображення знаходяться по один бік від лінзи, рис.21).

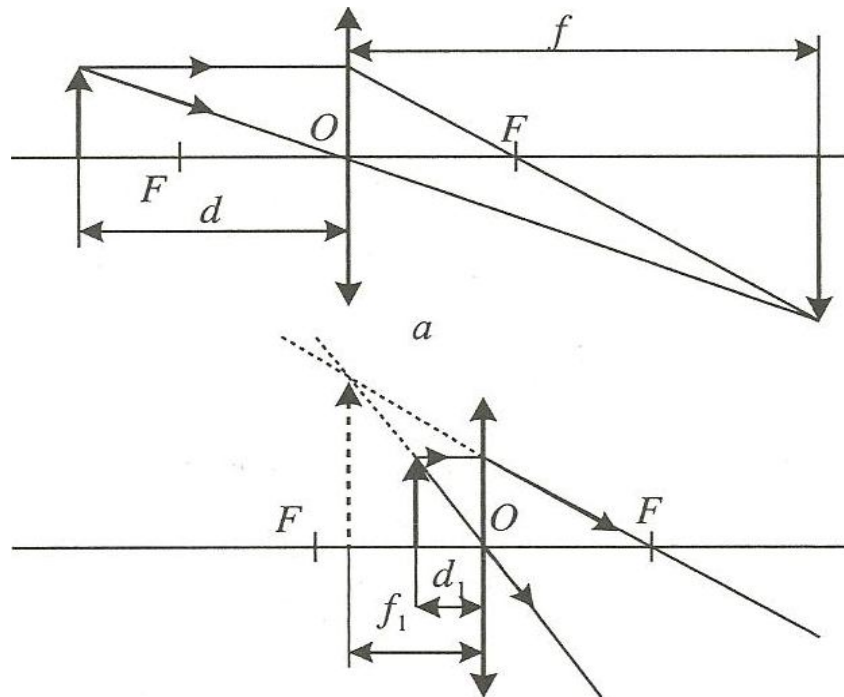


Рисунок 10

Нехай величини d і f (відстань від предмета до лінзи і від лінзи до зображення), які входять у формулу лінзи, є координатами предмета і зображення на числовій осі, яка збігається з оптичною віссю лінзи. При цьому за початок відліку оберемо оптичний центр лінзи, а додатний напрямок відліку нехай збігається з напрямком поширення світла. Тому відстань між предметом і зображенням, що буде відраховуватись вздовж цієї осі, є величина додатна.

Розглянемо перший випадок, коли предмет знаходиться на відстані $d > F$ від лінзи.

Запишемо формулу тонкої лінзи:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \quad (1)$$

Оскільки, згідно з умовою задачі, $L = f + d \Rightarrow d = L - f$, то, підставивши вираз для визначення d в рівняння (16.15) і розв'язавши його відносно L отримаємо

$$L = \pm \frac{f^2}{f - F}. \quad (2)$$

Тут L – функції двох змінних d і f .

Тепер можна застосувати звичайний метод дослідження функції на екстремум. Необхідно взяти першу похідну від L по змінній f і прирівняти її до нуля:

$$\frac{dL}{df} = \pm \left(\frac{f^2}{f - F} \right)' = \pm \frac{2f(f - F) - f^2}{(f - F)^2} = \pm \frac{f(f - 2F)}{(f - F)^2},$$
$$\frac{f(f - 2F)}{(f - F)^2} = 0. \quad (3)$$

Рівняння (3) має два корені: $f=0$ і $f=2F$.

Для першого випадку, коли зображення дійсне, має виконуватись нерівність $f > F$, тому перший корінь не підходить. Отже, $f=2F$.

Підставивши вираз для f у формулу (2), знайдемо мінімальну відстань L :

$$L_{\min} = \frac{4F^2}{2F - F} = 4F.$$

Якщо ж зображення уявне (другий випадок), то $f \leq 0$; тоді використаємо перший корінь, коли $f = 0$. Отже, $L_{\min} = 0$.

Це відповідає випадку, коли предмет знаходиться біля лінзи і зображення збігається з ним.

Для того щоб впевнитись, що значення f відповідає мінімальному, а не максимальному значенню L , візьмемо другу похідну і визначимо її знак:

$$\frac{d^2 L}{df^2} = L'' = \pm \frac{2F^2}{(f-F)^3}.$$

Знаки «+» і «-», які стоять перед дробом, відповідають нерівностям $f > F$ і $f < F$, тому в будь-якому випадку $L'' > 0$ і відповідно виконується умова мінімуму функції $L = L(f)$.

Контрольні завдання

1. Випромінювання гелій-неонового лазера з довжиною хвилі 632,8 нм падає нормально на поверхню дифракційної решітки, кількість штрихів на поверхні якої становить 6000 см^{-1} . Знайти кут, під яким спостерігається дифракційний максимум першого порядку.
Відповідь: 22,310.

2. Користуючись умовою попередньої задачі, визначити червону границю фотоефекту. *Відповідь: 505 нм.*

3. Розбіжність лазерного випромінювання може бути значно зменшена за допомогою *коліматора*, який являє собою дві послідовно розміщені лінзи з фокусними відстанями f_1 і f_2 , причому фокуси обох лінз знаходяться в одній точці. Діаметр колімованого променя визначається за виразом: $D_q = (f_2 / f_1) D_i$, де D_0 – діаметр неколімованого променя. Основним наслідком колімування лазерного променя є зменшення розбіжності до рівня $\theta_0 = (f_1 / f_2) \theta_i = (D_1 / D_2) \theta_i$. Розрахувати діаметр неколімованого лазерного променя діаметром 1 мм на поверхні Місяця (відстань до якого від Землі становить $L = 384400 \text{ км}$). Розбіжність лазерного променя дорівнює 10^{-3} радіан.

4. Радіолокатор працює на довжині хвилі $\lambda = 15 \text{ см}$ і випромінює імпульси з частотою $\nu = 4 \text{ кГц}$. Тривалість кожного імпульсу $\tau = 2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$. Яка найбільша дальність виявлення цілі? Скільки коливань в одному імпульсі?

5. Потужність точкового джерела когерентного світла $P_0 = 10 \text{ Вт}$ на довжині хвилі $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$. На якій максимальній відстані дане джерело світла буде спостерігатись людиною, якщо людське око реагує на світловий потік $n=60$ фотонів/с? Діаметр зіниці ока $d=0,5 \text{ см}$.
6. Предмет розглядають в лупу, розташувавши його у фокальній площині лупи. При цьому предмет виглядає збільшеним в k раз. Яке максимальне збільшення k' може дати ця лупа?
7. Фотографуючи кратер Місяця, фотопластину розташовують у фокальній площині об'єктиву телескопа з фокусною відстанню $F = 4,5 \text{ м}$. Визначите діаметр D кратера, якщо діаметр його зображення $D_0 = 0,72 \text{ мм}$. Відстань до поверхні Місяця $L = 3,8 \cdot 10^5 \text{ км}$.
8. Фокусні відстані об'єктиву і окуляра в трубі Галілея $F_1 = 45 \text{ см}$ і $F_2 = -5 \text{ см}$. При заміні лінз в трубі на дві що збирають вийшла труба Кеплера з тим же збільшенням, що і труба Галілея. Знайдіть фокусні відстані F_3 і F_4 цих лінз.
9. Збільшення мікроскопа $k = 600$. Визначите оптичну силу $D_{\text{об}}$ об'єктиву, якщо фокусна відстань окуляра $F_{\text{ок}} = 4 \text{ см}$, а довжина тубуса $L = 24 \text{ див}$.
10. Лінзу з оптичною силою $D = 8 \text{ дптр}$ переміщують з постійною швидкістю від джерела світла до екрану, що знаходиться на відстані $L = 2,4 \text{ м}$ від джерела. В процесі переміщення на екрані двічі з інтервалом часу $\tau = 5 \text{ с}$ виникли різкі зображення джерела. З якою швидкістю v переміщується лінза?

Контрольна робота

Для виконання контрольної роботи за розділом, потрібно обрати відповідний розділ та набір завдань (парні/непарні) відповідно парного чи непарного числа останньої цифри номера залікової книжки.

Для виконання контрольної роботи за повним курсом, потрібно обрати відповідний номер за останньою цифрою номера залікової книжки від 0-9.

Завдання потрібно обирати з блоків «Контрольні завдання», що відносяться до параграфів.

Тематичні розділи	Парні					Непарні				
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
§ 1. Механіка. Біомеханіка	1	3	5	7	9	2	4	6	8	10
§ 2. Основи гідродинаміки. Основи гемодинаміки. Аеродинаміка	1	3	5	7	9	2	4	6	8	10
§ 3. Коливання і хвилі. Акустика. Біологічна акустика. Акустобіологія	1	3	5	7	9	2	4	6	8	10
§ 4. Термодинаміка	1	3	5	7	9	2	4	6	8	10
§ 5. Електрика та електробіологія. Біомагнетизм. Магнітобіологія	1	3	5	7	9	2	4	6	8	10
§ 6. Оптика	1	3	5	7	9	2	4	6	8	10

Рекомендований список джерел

1. Огурцов А. Н. Физика и биофизика : в 2 ч. Харьков : НТУ «ХПИ», 2016. Ч. 2 : Основы биофизики. 560 с.
2. Огурцов А. Н. Физика и биофизика : в 2 ч. Харьков : НТУ «ХПИ», 2016. Ч. 1 : Основы общей физики. 528 с.
3. Огурцов А. Н. Введение в биофизику. Физические основы биотехнологии. Харьков : НТУ «ХПИ», 2008. 320 с. URL : <https://core.ac.uk/reader/50570020> (дата звернення: 28.04.2021).
4. Біофізика і фізичні методи аналізу : навч. посіб. для студ. фар мац. ф-ту / Е. І. Сливко та ін. Запоріжжя, 2018. 235 с.
5. Терещенко М. Ф., Тимчик Г. С., Яковенко І. О. Біофізика : підруч. Київ : КПІ ім. І. Сікорського ; Політехніка, 2019. 444 с.
6. Посудін Ю. І. Біофізика : підруч. для студ. ВНЗ. Київ : Ліра- К, 2017. 472 с.

Додатки

Таблиця 1.

Коефіцієнт в'язкості речовин

Речовина	Коефіцієнт в'язкості, Па·с	Температура, °С
Повітря	$18 \cdot 10^{-6}$	20
Повітря	$21 \cdot 10^{-6}$	100
Вода	$1,781 \cdot 10^{-3}$	0
Вода	$1,306 \cdot 10^{-3}$	10
Вода	$1,002 \cdot 10^{-3}$	20
Вода	$0,798 \cdot 10^{-3}$	30
Вода	$0,653 \cdot 10^{-3}$	40
Суцільна кров	$(4-5) \cdot 10^{-3}$	20
Плазма крові	$1,7 \cdot 10^{-3}$	20
Суцільне молоко	1,45	27
Збиране молоко	1,42	25
Молочна сироватка	1,16	24
Рицинова олія	0,9	20
Гліцерин	1,5	20

Таблиця 2

Густина води

Густина, кг/м ³	Температура, °С
999.8	0
1000.0	4
999.7	10
998.2	20
995.6	30
992.2	40
983.2	60
971.8	80

Таблиця 3

Результати приведення еритроцитів до сферичної форми

Діаметр еритроцита, мкм	Діаметр приведенного до сфери еритроцита, мкм
5,5	3,60
7,5	4,94
9,5	6,24

Таблиця 4

Основні акустичні параметри різних речовин

Речовина	Густина ρ , кг/м ³	Швидкість звуку v , м/с	Питомий хвильовий опір ρv , кг/м ² ·с
Повітря	1,29	$0,331 \cdot 10^3$	427
Вода	$1 \cdot 10^3$	$1,497 \cdot 10^3$	$1,497 \cdot 10^6$
Кров	$1,05 \cdot 10^3$	$1,56 \cdot 10^3$	$1,638 \cdot 10^6$
М'язи	$1,058 \cdot 10^3$	$1,568 \cdot 10^3$	$1,659 \cdot 10^6$
Жирова тканина	$0,928 \cdot 10^3$	$1,47 \cdot 10^3$	$1,364 \cdot 10^6$
Кістки черепа	$1,85 \cdot 10^3$	$3,36 \cdot 10^3$	$6,216 \cdot 10^6$

Таблиця 5

Типові значення рівнів інтенсивності звуку

Джерело звуку	Рівень інтенсивності звуку, дБ
Шелестіння листя	10
Шепіт	20–30
Шум, при якому можна спати	35
Дзижчання комара	40
Читальна зала	40
Спокійна бесіда	55–60
Пральна машина	50–75
Пилосос	60–85
Міська вулиця	75
Голосна розмова	80
Автомобільний сигнал на відстані 6 км	90
Електрична дріль	95
Постріл із рушниці	100
Дискотека	110
Рок-концерт	110–120
Поріг болісних відчуттів	130
Реактивний літак	140–150
Пошкодження барабанної перетинки	160
Запуск космічної ракети	180

Таблиця 6

**Поглиналина та випромінювальна здатність
сільськогосподарських тварин та людини**

Об'єкт	Поглиналина здатність α	Випромінюваль на здатність ϵ
Корова	0,50	0,95
Біла	0,80	0,95
Бура	0,90	0,95
Чорна		
Свиня	0,50	0,95
Біла	0,90	0,95
Чорна		
Вівця	0,60	0,95
без вовни	0,75	0,95
з вовною		
Людина	0,65-0,80	0,95

Таблиця 7

Значення питомого опору деяких речовин за $t = 20^{\circ}\text{C}$

Речовина	Питомий опір ρ , Ом·м
Срібло	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Мідь	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Вольфрам	$5,6 \cdot 10^{-8}$
Ніхром	$1,5 \cdot 10^{-6}$
Графіт	$3,5 \cdot 10^{-5}$
Скло	$10^{10} - 10^{14}$
Гума	10^{13}
Фарфор	10^{13}
Тефлон	10^{16}
Кварц	$75 \cdot 10^{16}$

Пружність водяної пари

Температура повітря, °С	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	4,58	4,61	4,65	4,68	4,71	4,75	4,79	4,82	4,85	4,89
1	4,92	4,96	5,00	5,03	5,07	5,10	5,15	5,18	5,21	5,25
2	5,29	5,33	5,37	5,41	5,45	5,48	5,52	5,57	5,60	5,64
3	5,69	5,72	5,76	5,84	5,89	5,93	5,93	5,97	6,02	6,05
4	6,10	6,14	6,18	6,23	6,27	6,32	6,36	6,41	6,45	6,50
5	6,54	6,59	6,63	6,68	6,73	6,77	6,82	6,87	6,92	6,96
6	7,01	7,06	7,11	7,16	7,21	7,26	7,31	7,36	7,41	7,46
7	7,52	7,54	7,61	7,67	7,72	7,77	7,83	7,88	7,94	7,99
8	8,04	8,10	8,15	8,21	8,27	8,33	8,38	8,44	8,49	8,55
9	8,61	8,67	8,72	8,78	8,84	8,90	8,96	9,02	9,08	9,15
10	9,21	9,27	9,33	9,40	9,46	9,53	9,59	9,65	9,71	9,78
11	9,85	9,91	9,98	10,04	10,11	10,18	10,25	10,32	10,38	10,45
12	10,52	10,59	10,66	10,74	10,80	10,88	10,95	11,02	11,09	11,16
13	11,24	11,31	11,39	11,46	11,54	11,61	11,69	11,76	11,84	11,91
14	11,99	12,07	12,15	12,23	12,31	12,39	12,47	12,55	12,63	12,72
15	12,78	12,87	12,95	13,03	13,12	13,20	13,29	13,38	13,46	13,55
16	13,64	13,72	13,80	13,89	13,98	14,07	14,16	14,25	14,34	14,43
17	14,53	14,62	14,71	14,81	14,90	15,00	15,09	15,18	15,27	15,38
18	15,48	15,57	15,67	15,77	15,87	15,97	16,07	16,17	16,27	16,38
19	16,47	16,58	16,68	16,79	16,89	17,00	17,10	17,21	17,31	17,43
20	17,53	17,64	17,75	17,86	17,97	18,08	18,19	18,30	18,42	18,54
21	18,65	18,76	18,88	18,99	19,11	19,23	19,35	19,47	19,59	19,71
22	19,83	19,95	20,07	20,20	20,32	20,44	20,56	20,69	20,82	20,94
23	21,07	21,19	21,33	21,46	21,58	21,71	21,83	21,98	22,11	22,24
24	22,38	22,51	22,65	22,78	22,92	23,06	23,20	23,33	23,47	23,62
25	23,76	23,90	24,04	24,19	24,33	24,47	24,62	24,76	24,91	25,06
26	25,21	25,36	25,51	25,66	25,81	25,96	26,12	26,27	26,43	26,59
27	26,74	26,90	27,06	27,21	27,37	27,54	27,70	27,86	28,18	28,18
28	28,34	28,51	28,69	28,85	29,02	29,19	29,36	29,53	29,70	29,87
29	30,04	30,22	30,40	30,57	30,75	30,92	31,10	31,28	31,46	31,64
30	31,83	32,01	32,20	32,38	32,57	32,75	32,94	33,13	33,32	33,51
31	33,70	33,89	34,09	34,28	34,49	34,67	34,87	35,07	35,27	35,47
32	35,67	35,87	36,07	36,28	36,48	36,69	36,89	37,10	37,31	37,52
33	37,73	37,95	38,16	38,38	38,59	38,81	39,02	39,24	39,47	39,68
34	39,91	40,13	40,35	40,58	40,80	41,03	41,26	41,49	41,72	41,95
35	42,18	42,42	42,66	42,89	43,13	43,37	43,61	43,85	44,09	44,33
36	44,58	44,82	45,06	45,31	45,57	45,81	46,06	46,32	46,57	46,83
37	47,08	47,34	47,60	47,85	48,12	48,38	48,64	48,90	49,17	49,44
38	49,71	49,98	50,25	50,52	50,80	51,07	51,34	51,62	51,90	52,18
39	52,46	52,61	53,02	53,31	53,60	53,89	54,17	54,46	54,76	55,05

Навчальне видання

БІОФІЗИКА

Методичні рекомендації

Укладачі: **Бацуровська** Ілона Вікторівна

Формат 60x84 1/16. Ум.друк. арк. 4,3.

Тираж 50 прим. Зам №_____

Надруковано у видавничому відділі

Миколаївського національного аграрного університету

54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013 р.