УДК 631.334:006.015.7

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТАНІВ І ПЕРЕХОДІВ РІЖУЧИХ ЕЛЕМЕНТІВ СОШНИКІВ ПРЯМОГО ПОСІВУ ПІД ДІЄЮ ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ СЕРЕДОВИЩА

А.І. Бойко, доктор технічних наук, І.С. Павлюченко, асистент
(Миколаївський національний аграрний університет)

Анотація. *Наведено проблему забезпечення підвищення надійності агрегатів прямого посіву. Проаналізовано графи станів і переходів ріжучих елементів сошника. Складено стохастичні диференційні рівняння та визначено ймовірності знаходження системи в працездатному, проміжному і непрацездатному станах для можливості подальшого розрахунку функцій її готовності і відновлення.*

Постановка проблеми. В останні роки тенденцією ведення посівних робіт є все більш широке застосування технологій прямого посіву. Крім переваг стосовно зберігання властивостей ґрунту, як багатофазного середовища, прямий посів суттєво знижує енерговитрати на проведення польових робіт. Однак ефективне застосування даної технології вимагає вирішення ряду проблем як агрономічного, так і технічного характеру. Однією з таких технічних проблем є необхідність забезпечення заданого рівня надійності робочих органів.

Аналіз останніх досліджень. Встановлені характеристики потоків подій, що відбуваються з ріжучими елементами в експлуатації відкривають можливість побудови розміченого графу станів і переходів, як графічної інтерпретації поведінки даної технічної системи при втраті і відновлені її працездатності під дією зовнішніх факторів впливу (рис. 1).

Даний граф є транзитивним [1-3]. Тобто технічна система не має поглинаючих станів. Вона в процесі роботи переходить з певними інтенсивностями із станів в стани і знаходиться в тому чи іншому стані з деякою ймовірністю $P_i(t)$. Транзитивність графу вказує на те, що технічна система з будь якого стану за певну кількість кроків може перейти в інший заданий стан. Вказана властивість представленого графу лежить в основі визначення показників надійності, що досліджуються і аналізуються. Так, відсутність поглинаючих станів і можливість блукання технічної системи по станах вказує на те, що ймовірність безвідмовної роботи $P_0(t)$ як функція часу, фактично характеризує функцію готовності $K_Г(t)$ системи до виконання поставленої роботи.

Особливістю цього графу також є штучне введення додаткового фіктивного стану системи ***«0'»***. Ця операція необхідна для подальшого спрощення процедур визначення ймовірностей знаходження системи в тому чи іншому станах, через які і встановлюються основні показники надійності.

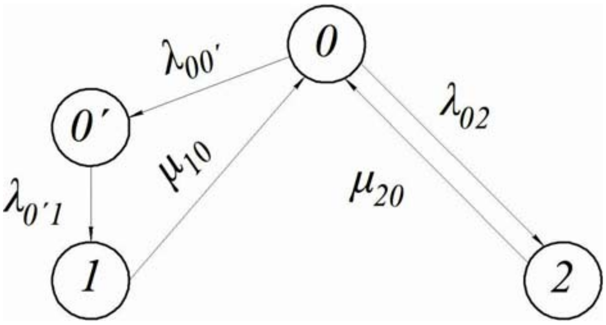

Рисунок 1 - Розмічений граф станів і переходів прорізаючого робочого органу сошника при зношені і аварійних пошкодженнях лез:
«0»– працездатний стан; «0'» – проміжний (фіктивний) стан;
«1»– непрацездатний стан по причині зношення і затуплення лез;
«2»– непрацездатний стан по причині аварійних пошкоджень лез.

Постановка завдання. Завданням даного дослідження є визначення ймовірностей знаходження системи в працездатному стані, проміжному (фіктивному) стані, непрацездатний стан по причині зношення і затуплення лез, непрацездатний стан по причині аварійних пошкоджень лез для подальшого розрахунку функцій її готовності і відновлення, а також для встановлення середніх термінів знаходження системи в тому чи іншому стані.

Виклад основного матеріалу. Проведення такого дослідження можливо шляхом аналітичного опису блукання системи по можливим станам на основі складання відповідних стохастичних диференціальних рівнянь [4-5].

Система диференціальних рівнянь динамічного балансу ймовірностей (рівнянь Колмогорова) представляється для даного графу наступним чином:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}P_0(t) = -\lambda_{00'}P_0(t) + \mu_{10}P_1(t) + \mu_{20}P_2(t) - \lambda_{02}P_0(t); \\ \frac{d}{dt}P_{0'}(t) = \lambda_{00'}P_0(t) - \lambda_{0'1}P_{0'}(t); \\ \frac{d}{dt}P_1(t) = \lambda_{0'1}P_{0'}(t) - \mu_{10}P_1(t); \\ \frac{d}{dt}P_2(t) = -\mu_{20}P_2(t) + \lambda_{02}P_0(t). \end{cases} \quad (1)$$

Нормуючою умовою для даних рівнянь є сума ймовірностей

$$P_0(t) + P_{0'}(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1. \quad (2)$$

Правомірно прийняти, що прорізаючий робочий орган починає експлуатуватися із справного стану. Тоді початковою умовою для нього є:

$$P_0(t=0) = 1;\ P_{0'}(t=0) = 0;\ P_1(t=0) = 0;\ \text{і}\ P_2(t=0) = 0. \quad (3)$$

Для спрощення подальшого вирішення системи рівнянь (1) доцільно перше рівняння, як саме велике і громіздке замінити на нормуючу умову (2). Тоді можна записати:

$$\begin{cases} 1 = P_0(t) + P_{0'}(t) + P_1(t) + P_2(t); \\ \dfrac{d}{dt} P_{0'}(t) = \lambda_{00'} P_0(t) - \lambda_{0'1} P_{0'}(t); \\ \dfrac{d}{dt} P_1(t) = \lambda_{0'1} P_{0'}(t) - \mu_{10} P_1(t); \\ \dfrac{d}{dt} P_2(t) = -\mu_{20} P_2(t) + \lambda_{02} P_0(t). \end{cases} \qquad (4)$$

Звертає на себе увагу той факт, що $\lambda,\ \mu$ – характеристики (коефіцієнти), що входять як співмножники до ймовірностей станів $P_i(t)$, мають різну залежність від часу. Так, якщо при опису зношування і затуплення лез, а також їх відновлення - інтенсивності цих процесів змінюються з часом, хоча б тому що для монометалевих лез після кожного заточування спостерігається відпуск загартованого матеріалу, або при зміцнені кожен матеріал має свої зносостійкі властивості. В результаті λ – характеристики при зношуванні є функціями наробітку лез і фактично їх потрібно представляти наступним чином:

$$\lambda_{00'}(t);\ \lambda_{0'1}(t).$$

Але для того, щоб описувати і проводити дослідження технічної системи в рамках марківської моделі, додатково вводиться фіктивний стан ***«0'»***. Тоді час переходу системи представляється сумою двох випадкових величин з експоненціальним розподілом і параметрами $\lambda_{00'}$ і $\lambda_{0'1}$.

Цього не можна сказати про аварійні пошкодження лез. Практично всі матеріали, що використовуються для ґрунтообробних робочих органів є загартованими, або представляють собою зносостійкі наплавки, які мають високу твердість, що забезпечує їм зносостійкість. Однак, ці ж матеріали, при високій твердості мають збільшену крихкість і недостатньо протидіють ударним навантаженням. Таким чином, можна стверджувати, що аварійні пошкодження лез відбуваються в рівній мірі як для нових, так і для робочих органів, що вже пропрацювали деякий термін, тобто $\lambda,\ \mu$ – характеристики, при аварійних пошкодженнях, практично не залежать від наробітку. Тоді маємо $\lambda_{02} - const;\ \mu_{21} - const.$

Це дає підстави розглядати процес утворення аварійних пошкоджень як усталений потік подій, ймовірність появи яких P_2 не залежить від часу експлуатації. В такому випадку останнє рівняння системи (4) представляється як алгебраїчне.

$$0 = -\mu_{20} P_2 + \lambda_{02} P_0.$$

Звідкіля

$$P_2 = P_0 \frac{\lambda_{02}}{\mu_{20}} \qquad (5)$$

Підставляючи значення ймовірності аварійних пошкоджень в інші рівняння системи (4) в загальному вигляді запишемо:

$$\begin{cases} 1 = \left(1 + \dfrac{\lambda_{02}}{\mu_{20}}\right) P_0(t) + P_{0'}(t) + P_1(t); \\ \dfrac{d}{dt} P_{0'}(t) = \lambda_{00'} P_0(t) - \lambda_{0'1} P_{0'}(t); \\ \dfrac{d}{dt} P_1(t) = \lambda_{0'1} P_{0'}(t) - \mu_{10} P_1(t). \end{cases} \qquad (7)$$

Отримана система з трьох рівнянь має три невідомих ймовірності станів $P_0(t)$, $P_{0'}(t)$, і $P_1(t)$, що відшуковуємо. Вона може вирішуватися різними методами, однак доцільним слід вважати метод з використанням перетворень Лапласа. Згідно цих перетворень маємо:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{S} = \left(1 + \dfrac{\lambda_{02}}{\mu_{20}}\right) \varphi_0(S) + \varphi_{0'}(S) + \varphi_1(S); \\ -P_{0'}(0) + S\varphi_{0'}(S) = \lambda_{00'} \varphi_0(S) - \lambda_{0'1} \varphi_{0'}(S); \\ -P_1(0) + S\varphi_1(S) = \lambda_{0'1} \varphi_{0'}(S) - \mu_{10} \varphi_1(S). \end{cases} \qquad (8)$$

Так як, $P_{0'}(0) = 0$; $P_1(0) = 0$, то після перетворень і групування членів рівнянь по невідомим запишемо:

$$\begin{cases} S\left(1 + \dfrac{\lambda_{02}}{\mu_{20}}\right) \varphi_0(S) + S\varphi_{0'}(S) + S\varphi_1(S) = 1; \\ -\lambda_{00'} \varphi_0(S) + \left(S + \lambda_{0'1}\right) \varphi_{0'}(S) = 0; \\ -\lambda_{0'1} \varphi_{0'}(S) + \left(S + \mu_{10}\right) \varphi_1(S) = 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Визначник (детермінант) системи рівнянь і стовбець вільних членів представляються наступним чином:

$$\begin{vmatrix} S\left(1 + \dfrac{\lambda_{02}}{\mu_{20}}\right) & S & S \\ -\lambda_{00'} & S + \lambda_{0'1} & 0 \\ 0 & -\lambda_{0'1} & S + \mu_{10} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad (10)$$

Висновки. Таким чином, отримана квадратна матриця третього рангу допускає пряме вирішення відносно невідомих, якими є, в перетвореннях Лапласа, образи ймовірностей $\varphi_0(S)$, $\varphi_{0'}(S)$, і $\varphi_1(S)$.

Список літератури

1. Ушаков И. А. Курс теории надежности систем / И. А. Ушаков - М. : Дрофа, 2008. - С. 240.
2. Половко А. М. Основы теории надежности / А. М. Половко, С. В. Гуров - С-П. : БХВ-Петербург, 2006. - С. 702.
3. Проников А.С. Надежность машин / А. С. Проников - Л. : Машиностроение, 1978. - С. 592.
4. Козлов Б. Справочник по расчету надежности / Б. Козлов, И. Ушаков - М. : Советское радио, 1975. - С. 472.
5. Сандлер Д. Техника надежности систем / Д. Сандлер - М. : Наука, 1956. - С. 300.
6. Брауде В.И. Надежность подемно-транспортных машин / В. И. Брауде, Л. Н. Семенов - Л. : Машиностроение, 1986. - С. 183.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ И ПЕРЕХОДОВ РЕЖУЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ СОШНИКОВ ПРЯМОГО ПОСЕВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ СРЕДЫ

А.И. Бойко, доктор технических наук , И.С. Павлюченко, ассистент

Аннотация. *Приведена проблема повышения надежности агрегатов прямого посева. Составлены соответствующие стохастические дифференциальные уравнения и определены вероятности нахождения системы в работоспособном состоянии, промежуточном и неработоспособном состояниях для возможности последующего расчета функций ее готовности и возобновления.*

MATHEMATICAL MODELING OF STATE AND THE TRANSITION BLADES OF DIRECT SOWING COULTERS UNDER EXTERNAL ENVIRONMENTAL FACTORS

A. Boyko
I. Pavlyuchenko

Abstract. The problem of providing of increase of reliability of aggregates of the direct sowing is resulted. The graphic arts of the states and transitions of cuttings elements of seeders. Worked out proper stochastic differential equations and probabilities of finding of the system are certain in the capable of working, intermediate and disabled states for possibility of subsequent calculation of functions of its readiness and renewal.