

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-енергетичний факультет

Кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки

Фізика.

Модуль 1 «Механіка матеріальної точки».

Модуль 2 «Механіка твердого тіла»

методичні рекомендації

для виконання практичних робіт здобувачами початкового рівня
(короткий цикл) вищої освіти ОПП «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141
«Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної
форми здобуття вищої освіти

Миколаїв
2022

Рекомендовано до друку методичною радою Інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 23.05.2022, протокол № 9

Укладачі:

- Вахоніна Л. В. – канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Мартиненко В. О. – канд. тех. наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Руденко А. Ю. – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Мардзявко В. А. – канд. тех. наук, старший викладач кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Власенко Л. В. – майстер робітничого навчання кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

- Гавриш В. І. – канд. тех. наук, д.е.н., професор кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації та технічного сервісу, Миколаївський національний аграрний університет.
- Рябенський В. М. – д-р. тех. наук професор кафедри програмована електроніка, електротехніка і телекомунікації.

Загальні методичні вказівки

У процесі занять студенти навчаються застосовувати набуті теоретичні знання. Вивчення теорії на прикладах, взятих із життя і досягнень науки та техніки, чітка організація практичних знань, високі вимоги до студентів сприяють вихованню якостей, які повинен мати майбутній спеціаліст.

Студент –повинен ґрунтовно опрацювати відповідний лекційний матеріал, визначати незрозумілі питання для з'ясування під час занять та виконувати домашнє завдання.

Для засвоєння матеріалу, розширення та поглиблення знань, з'ясування функціональної залежності фізичних величин, встановлення зв'язку теорії з практикою, розвитку самостійного мислення та навичок самостійної роботи - розв'язування задач має першорядне значення. Отже, для розв'язування задач недостатньо формального знання фізичних законів. Для цього необхідно вміння міркувати, аналітично мислити, знайти спеціальні методи розв'язування задач.

Перед тим, як виконувати домашнє завдання, студент повинен вивчити відповідний лекційний матеріал за літературою, рекомендованою викладачем, розібрати задачі, розв'язані до теми заняття, відповісти на запитання, поставлені до даної теми.

Задачі рекомендується розв'язувати у такій послідовності:

- а) ознайомлення з умовою задачі та її коректний запис;
- б) аналіз задачі;
- в) розв'язування задачі;
- г) перевірка найменування одиниць виміру фізичних величин;
- д) обчислення шуканої величини;
- є) аналіз одержаного результату.

Посібник охоплює розділи "Механіка матеріальної точки та твердого тіла". Зміст відповідає матеріалу, що читається у даному семестрі. Задачі підібрані так, щоб вони стосувалися основних питань курсу і щоб їх цілком вистачило для розв'язування під час занять в аудиторії та вдома. Для виконання домашнього

завдання використовують окремі задачі.

Для заданого викладачем номера варіанта студент використовує табл. 1.

Усі величини в задачах повинні бути виражені в одиницях Міжнародної системи одиниць.

Фізичні величини функціонально зв'язані між собою, а тому не раціонально для всіх величин довільно встановлювати одиниці вимірювання. У науці та техніці довільно прийняті одиниці лише для кількох величин, які умовилися назвати основними. Для решти величин одиниці виміру встановлені на основі формул, які зв'язують дану величину з величинами, для яких встановлено основні одиниці: ці нові одиниці зветься похідними. Сукупність основних і похідних одиниць виміру фізичних одиниць становлять систему одиниць.

Міжнародна система одиниць в Україні запроваджена з 1 січня 1963 року. Вона позначається символом 81, в російській СИ, в українській СІ. Основні одиниці виміру цієї системи такі:

одиниця довжини - метр (м, m);

одиниця маси - кілограм (кг, kg);

одиниця часу - секунда (с, s);

Додатковими одиницями цієї системи є:

плоский кут - радіан (українське та російське скорочення позначення - рад, латинське - rad);

тілесний кут - стерадіан (ср, sr).

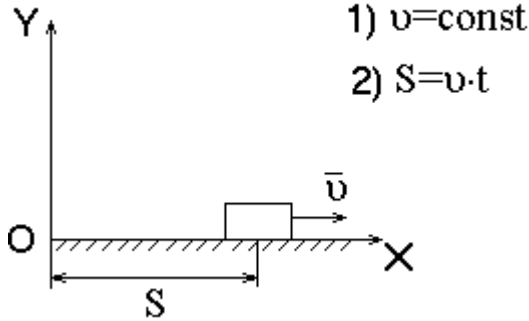
Контрольні домашні роботи для студентів стаціонарного навчання включають теоретичні питання та Розв'язування задач. Контрольні роботи для самостійного розв'язування включають сім задач з усіх розділів. Використовуючи табл.1, студент визначає за номером варіанта номера задач.

Таблиця № 1

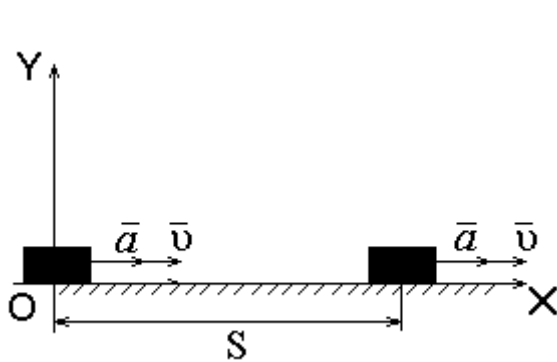
Номер варіанту	Завдання до самостійної роботи					
1	1	32	63	94	125	156
2	2	33	64	95	126	157
3	3	34	65	96	127	158
4	4	35	66	97	128	159
5	5	36	67	98	129	160
6	6	37	68	99	130	161
7	7	38	69	100	131	162
8	8	39	70	101	132	163
9	9	40	71	102	133	164
10	10	41	72	103	134	165
11	11	42	73	104	135	166
12	12	43	74	105	136	167
13	13	44	75	106	137	168
14	14	45	76	107	138	169
15	15	46	77	108	139	170
16	16	47	78	109	140	171
17	17	48	79	110	141	172
18	18	49	80	111	142	173
19	19	50	81	112	143	174
20	20	51	82	113	144	175
21	21	52	83	114	145	176
22	22	53	84	115	146	177
23	23	54	85	116	147	178
24	24	55	86	117	148	179
25	25	56	87	118	149	180
26	26	57	88	119	150	181
27	27	58	89	120	151	182
28	28	59	90	121	152	183
29	29	60	91	122	153	184
30	30	61	92	123	154	185
31	31	62	93	124	155	186

КІНЕМАТИКА

1. Прямолінійний рівномірний рух



2. Прямолінійне рівноприскорений рух (сповільнення)



$$a = \text{const}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (3)$$

$$v = v_0 + a \cdot t \quad (4)$$

$$S = v_0 \cdot t \pm \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (5)$$

$$v^2 = v_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot S \quad (6)$$

Якщо $v_0 = 0$ то

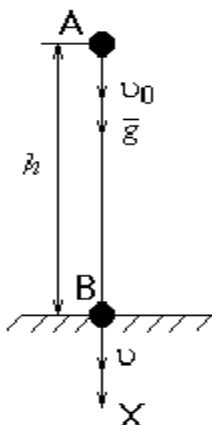
$$v = a \cdot t \quad (7)$$

$$S = \frac{a \cdot t^2}{2} \quad (8)$$

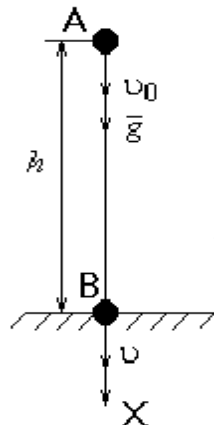
$$v^2 = 2 \cdot a \cdot S \quad (9)$$

3. Вільне падіння тіла.

v_0 - спрямоване вниз



v_0 - спрямоване вниз



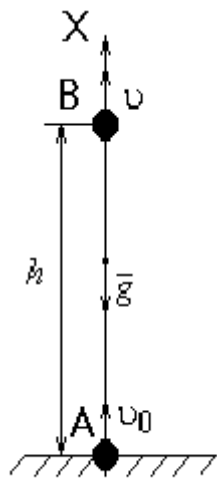
$$v = -v_0 + g \cdot t \quad (10)$$

$$v = -v_0 + g \cdot t \quad (13)$$

$$h = v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \quad (11) \quad h = -v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \quad (14)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad (12) \quad v^2 = -v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad (15)$$

4. Рух тіла кинутого вертикально вгору



$$v = v_0 - g \cdot t \quad (16)$$

$$h = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \quad (17)$$

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \quad (18)$$

Максимальна висота підйому знайдемо з рівняння (17)

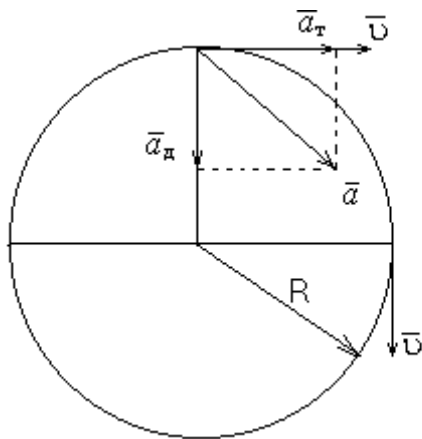
$$h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (19)$$

Щоб знайти час підйому, необхідно використати умову, що швидкість в точці B $v_B = 0$.

Тоді з виразу (16) отримаємо

$$t_1 = \frac{v_0}{g} \quad (20)$$

5. Рух тіла по колу.



Повне прискорення a складається з двох прискорень:

- 1) дотичного прискорення a_T спрямованого по дотичній до кола;
- 2) доцентрованого прискорення яке чисельно рівне

$$a_d = \frac{v^2}{R} \quad (21)$$

та спрямоване до центру кола.

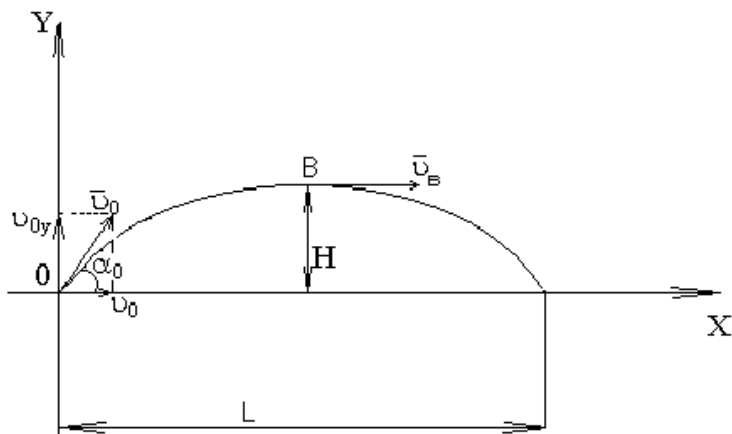
Загальне прискорення рівне

$$a = \sqrt{a_d^2 + a_T^2} \quad (22)$$

Дотичне прискорення a_T характеризує зміну швидкості по величині. Якщо

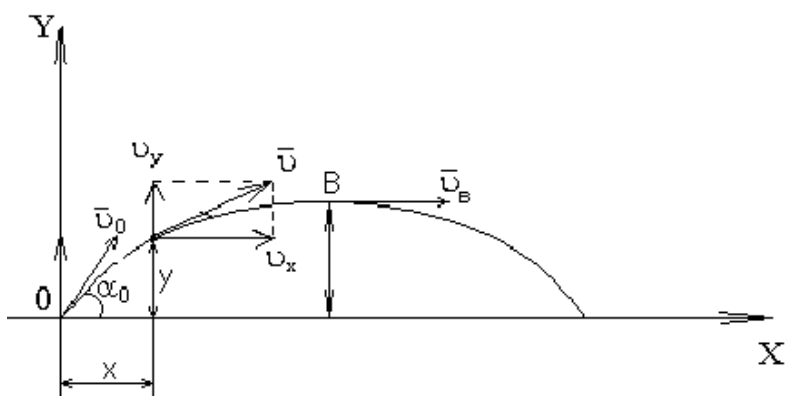
рух тіла рівномірний, то $a_T = 0$, пройдений шлях, тобто дуга, знаходиться за формулою (2). Якщо рух прискорений або сповільнений, то використовуються формули (3)-(6), де замість прискорення a потрібно писати a_T . Доцентрове прискорення характеризує зміну швидкості по напрямку.

6. Рух тіла кинутого під кутом до горизонту



$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0 \quad (23)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0 \quad (24)$$



$$x = v_{0x} \cdot t \quad (25)$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha; \quad (26)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt. \quad (27)$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad (28)$$

$$\text{В точці B} \begin{cases} v_{Bx} = v_0 \cos \alpha_0 & (29) \\ v_{By} = 0 & (30) \end{cases}$$

Використовуючи рівність (23), з (26) знайдемо час підйому

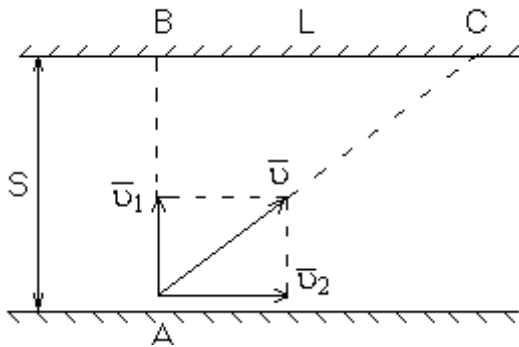
$$0 = v_0 \sin \alpha - gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_{0y}}{g} \quad (31)$$

$$\text{Час польоту } T = 2 \cdot t_1 \quad (32)$$

$$\text{Дальність польоту } L = v_{0x} \cdot T \quad (33)$$

$$\text{Висота підйому } y = v_{0y} \cdot t - \frac{gt^2}{2} \quad (34)$$

7. Складний рух точки



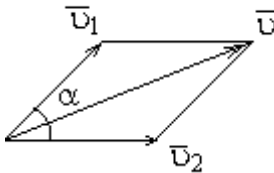
$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad (35)$$

$$S = v_1 \cdot T \quad (36)$$

$$L = v_2 \cdot T \quad (37)$$

Якщо $v_1 \perp v_2$ тоді $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ (38)

Якщо v_1 не $\perp v_2$ тоді $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_1 \cdot v_2 \cdot \cos \alpha}$ (39)



Якщо $v_1 \parallel v_2$

$\vec{v}_2 \leftarrow \vec{v}_1$ тоді $v = v_1 - v_2$

(40)

$\bullet \rightarrow \vec{v}_2 \rightarrow \vec{v}_1$ $v = v_1 + v_2$

Приклади розв'язування задач

Задача 1. З якою швидкістю v повинен летіти та якого курсу повинен триматися літак відносно меридіана, щоб за час 0,5 год він пролетів у північному напрямі шлях 248,4 км, якщо дує північно-східний вітер під кутом 60° до меридіана зі швидкістю 36 км/год?

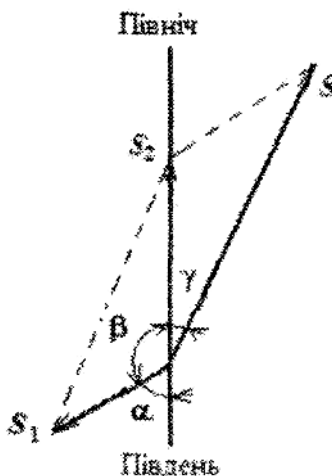


Рис.1

Розв'язування: Коли б літак летів у тиху погоду, то його швидкість вздовж меридіана дорівнювала б:

Але оскільки літак під час польоту зноситься вітром у південно-західному напрямі зі швидкістю v_1 , то його швидкість вздовж меридіана v_2 відрізняється від шуканої швидкості літака, яка дорівнює $v = v_2 - v_1$ (див. рис.1)

$$v_2 = \frac{S}{t} = \frac{248.4 \cdot 10^3}{1800} = 138 \text{ м/с}$$

Абсолютне значення швидкості літака знаходимо за

теоремою косинусів

$$v = \sqrt{v_2^2 + v_1^2 - 2v_1v_2 \cos \beta}$$

Підставивши числові значення величин в одиницях СІ, дістанемо:

$$v = \sqrt{138^2 + 10^2 - 2138 \cdot 10 \cdot \cos 120^\circ} = 143.26 \text{ м/с}$$

Для визначення курсу літака відносно меридіана, тобто для визначення кута γ , скористаємось теоремою синусів

$$\frac{\sin \beta}{v} = \frac{\sin \gamma}{v_1}, \text{ звідки } \sin \gamma = \frac{v_1 \sin \beta}{v};$$

$$\sin \gamma = \frac{10 \cdot \sin 120^\circ}{143.26} = \frac{10 \cdot \cos 30^\circ}{143.26} = 0.060; \gamma = 3^\circ 26'$$

Відповідь: $v = 143,26 \text{ м/с}; \gamma = 3^\circ 26'$

Задача 2. Кінематичне рівняння руху матеріальної точки по прямій (вісь x) має вигляд $x = A + Bt + Ct^3$, де $A = 4 \text{ м}$, $B = 2 \text{ м/с}$, $C = 0,5 \text{ м/с}^3$. Для моменту часу $t_1 = 2 \text{ с}$ визначити: 1) координату точки x_1 ; 2) миттєву швидкість v_1 ; миттєве прискорення α_1 .

Розв'язування. 1. Визначимо координату точки, якщо в рівняння руху підставимо значення часу:

$$x_1 = A + Bt_1 + Ct_1^3 \quad (1)$$

Підставляючи числові значення A, B, C, t_1 в рівність (1) знаходимо: що $x_1 = 4 \text{ м}$.

2. Знаходимо миттєву швидкість у довільний момент часу:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2 \quad (2)$$

Тоді в момент часу t_1 миттєва швидкість

$$v_1 = B + 3Ct_1^2$$

Підставляючи числові значення B, C, t_1 в рівність (2) одиницях СІ і, виконуючи обчислення, знаходимо:

$$v_1 = -4 \text{ м/с}$$

Від'ємне значення v_1 показує, що в момент часу $t_1 = 2 \text{ с}$ точка рухається в протилежному напрямі відносно координатної осі.

3. Миттєве прискорення в довільний момент часу знайдемо, взявши другу похідну від координати x :

$$\alpha = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = 6Ct$$

Миттєве прискорення в момент часу t_1 :

$$\alpha_1 = 6Ct_1 \quad (3)$$

Підставивши у формулу (3) числові значення величин C , t_1 , знайдемо, що миттєве прискорення буде:

$$\alpha = -6 \text{ м/с}$$

Від'ємне значення a показує, що напрямок вектора прискорення протилежний напрямку координатної осі.

Відповідь: $x_1 = 4 \text{ м}$; $v_1 = -4 \text{ м/с}$; $\alpha = -6 \text{ м/с}$

Задача 3 Тіло кинуте під кутом α_0 до горизонту з початковою швидкістю v_0 . Визначити: 1) швидкість та координати тіла через t_c після кидку; 2) час польоту; 3) максимальну висоту підйому; 4) дальність польоту в горизонтальному напрямі; 5) швидкість тіла в момент падіння; 6) рівняння траєкторії. Опором повітря знехтувати.

Розв'язування. Виберемо систему координат з початком в точці кидання тіла, вісь OY спрямуємо вертикально в гору, OX – горизонтально, в ту сторону, куди кинуте тіло (рис.2)

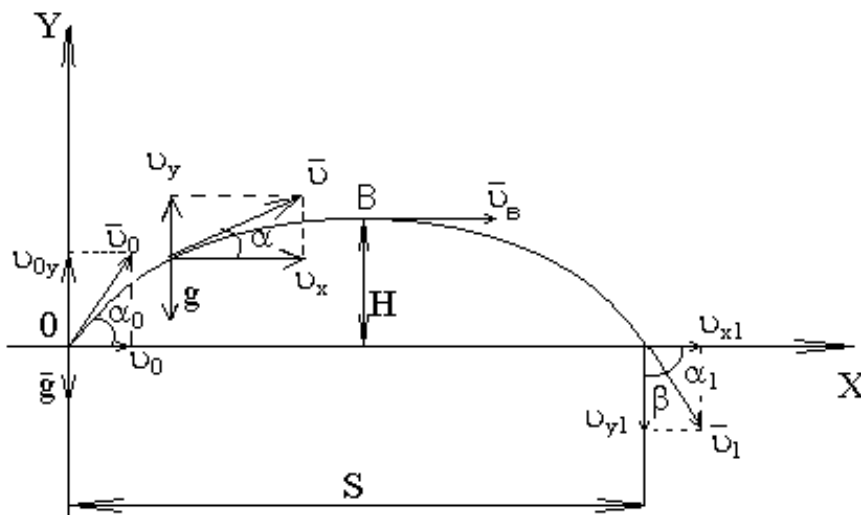


Рис.2.

вдovж осі OY .

Запишемо початкові умови:

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0$$

Значення проєкцій прискорення на осі координат рівні: $a_x = 0$, $a_y = -g$.

За початок відліку часу візьмемо момент кидання тіла. В цій системі координат рух тіла можна розглянути, як результат складання двох прямолінійних рухів: рівномірного руху вздовж осі OX зі швидкістю v_{0x} , та кинутого вертикально вгору з початковою швидкістю v_{0y} ,

Залежність проекцій швидкостей від часу запишемо в такому вигляді:

$$v_x = v_0 \cos \alpha;$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt.$$

З трикутника швидкостей знайдемо модуль та напрямок вектора швидкості в будь – який момент часу.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha_0 + v_0^2 \sin^2 \alpha_0 - 2gtv_0 \sin \alpha_0 + g^2 t^2} = \quad (1)$$

$$= \sqrt{v_0^2 - 2gtv_0 \sin \alpha_0 + g^2 t^2}$$

Напрямок вектора швидкості:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha_0 - gt}{v_0 \cos \alpha_0} \quad (2)$$

Координати тіла в момент часу t рівні:

$$x = (v_0 \cos \alpha_0)t \quad (3)$$

$$y = (v_0 \sin \alpha_0)t - \frac{gt^2}{2} \quad (4)$$

Час польоту t_{Π} та максимальну висоту підйому легко знайти, якщо звернути увагу на те, що вздовж вісі OY тіло рухається вертикально вгору з початковою швидкістю v_{0y} , модуль якої рівний $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$.

Час польоту, це час до падіння тіла на Землю, в момент падіння координата тіла „ y ” буде рівна нулю. Тоді з рівняння (4) можна знайти час польоту тіла.

$$0 = (v_0 \sin \alpha_0)t_{\Pi} - \frac{gt_{\Pi}^2}{2}$$

$$t_{\Pi} = \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g} \quad (5)$$

Час t_1 підйому тіла на максимальну висоту можна знайти слідуючим чином. Проекція швидкості на вісі Y змінюється за законом $v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \alpha_0 - gt$. В точці „В” (найвищій точці польоту) проекція швидкості буде рівна $v_{By} = 0$.

Тоді

$$0 = v_0 \sin \alpha_0 - gt_1;$$

З цього виразу знайдемо час підйому тіла на максимальну висоту t_1 :

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g}. \quad (5a)$$

Порівнявши формули (5) і (5a) встановлюємо, що час підйому в

половину менший за час польоту тіла, а це означає, що час підйому тіла і час падіння тіла однакові.

Якщо в вираз (4) підставити вираз (5а), то знайдемо максимальну висоту підйому:

$$y_{\max} = H = (v_0 \sin \alpha_0) \cdot \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_0 \sin \alpha_0}{g} \right)^2;$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha_0}{2g}. \quad (6)$$

Якщо у вираз (3) підставити час польоту тіла t_n (вираз (5)), то цим самим знайдемо дальність польоту тіла:

Враховуючи, що в момент падіння $t = t_n$, то з рівняння переміщення, можа знайти дальність польоту S в горизонтальному напрямку.

$$S = (v_0 \cos \alpha_0) t_n = v_0 \cos \alpha_0 \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g}; \quad S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_0}{g} \quad (7)$$

З отриманого результату можна зробити висновок, що при заданій швидкості v_0 , найбільша дальність буде тоді, коли $\sin 2\alpha_0 = 1$, тобто при куті кидання 45° . При цьому

$$S_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$$

Модуль і напрям вектора швидкості v_1 в момент падіння найдемо, підставивши значення t_n із формули (5) в формулу (1) і в формулу (2).

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gt_n v_0 \sin \alpha_0 + g^2 t_n^2} =$$

$$= \sqrt{v_0^2 - 2v_0 g \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g} \sin \alpha_0 + g^2 \left(\frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g} \right)^2} = v_0; \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{v_0 \sin \alpha - gt_n}{v_0 \cos \alpha} = \frac{v_0 \sin \alpha_0 - g \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g}}{v_0 \cos \alpha_0} = -\operatorname{tg} \alpha_0.$$

Таким чином, модуль швидкості тіла в момент падіння рівний модулю початкової швидкості і $\alpha_1 = -\alpha_0$. Кут падіння $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha_0$.

Для того, щоб отримати рівняння траєкторії руху тіла, потрібно виключити час t з рівнянь (3) та (4). Знайдемо час t з рівняння (3)

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \lambda_0},$$

Отримане рівняння підставимо в рівняння (4).

Маємо

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \lambda} \cdot x^2$$

З математики відомо, що функція $y = ax^2 + bx$ при $a < 0$ є парабола, яка проходить через початок координат, та орієнтована випуклістю вгору.

Таким чином тіло, кинуте під кутом до горизонту, рухається по параболі.

Задача № 4

Два тіла рухаються рівномірно назустріч одне одному і відстан між ними зменшується на $S = 16$ м за кожний $t = 10$ с. Якщо ці тіла, з такими ж за величиною швидкостями, будуть рухатися в одному напрямі, то відстан між ними збільшується на $S_1 = 3$ м за кожні $t_1 = 5$ с. З якою швидкістю рухається кожне з цих тіл?

Розв'язування:

В першому випадку при русі тіл назустріч одне одному відстань S становить шлях, пройдений обома тілами разом за час t , тобто

$$S = v \cdot t + v_1 \cdot t = t \cdot (v + v_1) \quad (1)$$

в другому випадку оскільки одне з тіл має більшу швидкість, відстань між ними збільшується за час t_1 , на величину S_1 . Отже можна записати:

$$S_1 = v \cdot t_1 - v_1 \cdot t_1 = t_1 \cdot (v - v_1) \quad (2)$$

Перепишемо рівняння (1) та (2) в систему:

$$\begin{cases} v + v_1 = \frac{S}{t}; \\ v - v_1 = \frac{S_1}{t_1}. \end{cases}$$

Додаючи праві і ліві частини рівнянь, одержимо:

$$2v = \frac{S}{t} + \frac{S_1}{t_1}$$

Підставивши числові значення, одержимо: $v = 1,1$ м/с.

Так само знаходимо значення v_1

$$2v_1 = \frac{S}{t} - \frac{S_1}{t_1}$$

Після підстановки числових даних маємо : $v_1 = 0,5$ м/с

Відповідь: $v = 1,1$ м/с; $v_1 = 0,5$ м/с

Задача № 5.

Два автобуси одночасно виїхали з пункту А в пункт В. Один з них першу половину шляху проїхав з постійною швидкістю v_1 , а другу половину шляху з постійною швидкістю v_2 . Другий автобус їхав з швидкістю v_1 половину всього часу свого руху від А до В, а другу половину часу – з швидкістю v_2 . Визначити середню швидкість руху кожного автобуса, якщо $v_1 = 30$ км/год. і $v_2 = 50$ км/год.

Розв'язування: Середня швидкість визначається відношенням всього пройденого шляху до всього затраченого часу. Зробимо схематичний малюнок на якому зображемо рух тіла (див. рис.3).

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t}, \quad (1)$$

де S – повний шлях; t – повний час.

Для першого автобуса весь пройдений шлях буде:

$S = S_1 + S_2$; оскільки за умов задачі $S_1 = S_2$, тоді

$$S = 2S_1. \quad (2)$$

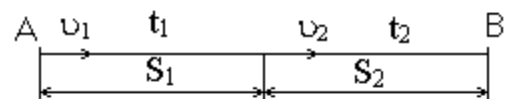


Рис. 3

Весь час буде рівний $t = t_1 + t_2$, де

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1}, \quad t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{S_1}{v_2}, \quad \text{тоді}$$

$$t = S_1 \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = S_1 \cdot \left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 \cdot v_2} \right); \quad (3)$$

Підставивши (2), (3) в (1) отримаємо:

$$v_{\text{cp1}} = \frac{2S_1}{S_1 \cdot \left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 \cdot v_2} \right)} = \frac{2v_1 v_2}{v_2 + v_1}.$$

Після підстановки отримаємо, що $v_{\text{cp1}} = 37,5$ км/год.

Для другого автобуса запишемо:

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t} \quad (4)$$

Весь час рівний:

$$t=t_1+t_2, \text{ але за умов задачі отримаємо що } t_1=t_2 \text{ тобто} \quad t=2t_1 \quad (5)$$

Весь пройдений шлях рівний :

$$S=S_1+S_2 \text{ де.}$$

$$S_1 = v_1 \cdot t_1, \quad S_2 = v_2 \cdot t_2 = v_2 \cdot t_1$$

$$\text{Тоді } S=t_1(v_1+v_2) \quad (6)$$

Підставивши в (4) рівняння (5) та (6) отримаємо:

$$v_{cp2} = \frac{(v_1 + v_2)t_1}{2t_1} :$$

$$v_{cp} = \frac{v_1 + v_2}{2} .$$

$$v_{cp2} = 40 \text{ км / год .}$$

Відповідь: $v_{cp1}=37,5$ км/год, $v_{cp2}=40$ км/год

Задача №6. Весь шлях автомобіль проїхав із середньою швидкістю 80км/год. Середня швидкість на першій чверті шляху дорівнювала 120 км/год. Яка була середня швидкість на решті шляху ?

Розв'язування:

Середня швидкість визначається відношенням всього пройденого шляху до всього затраченого часу. Зробимо схематичний малюнок на якому зображемо рух тіла (див. рис.4).

$$v_{cp} = \frac{S}{t} \quad (1)$$

де $v_{cp}=80$ км/год.

Весь шлях рівний $S=S_1+S_2$ де

$$S_1=1/4S, \quad S_2=3/4S.$$

Весь час $t=t_1+t_2$, де

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{S}{4v_1}; \quad t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{3S_2}{4v_2} :$$

Підставивши значення t_1, t_2 в t маємо:

$$t = \frac{S}{4} \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{3}{v_2} \right). \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1) отримаємо;

$$v_{cp} = \frac{1}{4 \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{3}{v_2} \right)},$$

З останнього виразу знайдемо v_2 :

$$v_2 = \frac{3v_{cp} \cdot v_1}{4v_1 - v_{cp}}$$

Підставивши дані отримаємо, що $v_{cp2} = 72$ км/год

Задача №7. Ескалатор метрополітену піднімає пасажирів, що стоять на ньому нерухомо, за 1 хв. По нерухомому ескалатору пасажир піднімається за 3хв. За який час пасажир піднімається по рухомому ескалатору?

Розв'язування: Запишемо рівняння руху для кожного з випадків вказаних в умові задачі.

$$S = v_1 t_1; \tag{1}$$

$$S = v_2 t_2; \tag{2}$$

$$S = (v_1 + v_2) \cdot t_3. \tag{3}$$

де

S – довжина ескалатора, v_1 – його швидкість, v_2 – швидкість руху пасажирів по нерухомому ескалаторі, t_1 – час підйому нерухомого пасажирів ескалатором, t_2 – час підйому пасажирів по нерухомому ескалаторі, t_3 – шуканий час підйому рухомого пасажирів по рухомому ескалаторі.

Знайшовши швидкості з першого та другого рівнянь

$$v_1 = \frac{S}{t_1}, \quad v_2 = \frac{S}{t_2},$$

та підставивши їх в третє, отримаємо:

$$S = \left(\frac{S}{t_1} + \frac{S}{t_2} \right) \cdot t_3,$$

звідси

$$t_3 = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_2 + t_1}$$

$$t_3 = \frac{60 \cdot 180}{60 + 180} = 45(\text{с.})$$

Відповідь: $t_3=45$ с.

Задача №8. Визначити середню лінійну і кутову швидкість третього радянського штучного супутника Землі, якщо період його обертання по орбіті становив 105 хв, а середня висота польоту 1200 км? Радіус Землі $R=6400$ км. на рис. 5 зображено рух супутника на орбіті..

Розв'язування: Середня лінійна швидкість супутника визначається формулою:

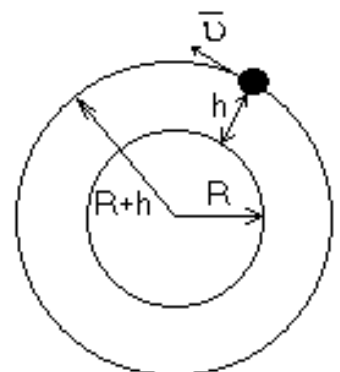


Рис. 5

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{T},$$

де S – шлях який пройшов супутник, зробивши повний оберт, T - час одного повного оберту супутника.

Шлях супутника, це довжина кругової орбіти з радіусом обертання $(R+h)$. Тобто $S=2\pi \cdot (R+h)$.

T -період обертання який становить, $T=6300\text{с}$.

Підставивши значення шляху та часу в формулу середньої швидкості будемо мати:

$$v_{\text{cp}} = \frac{2\pi(R+h)}{T},$$

$$v_{\text{cp}} = \frac{6.28 \cdot 7600 \text{ км}}{6300 \text{ с}} \approx 7,57 \text{ км / с}.$$

Кутова швидкість прирівномірному русі;

$$\omega = \frac{\varphi}{t},$$

Якщо супутник зробив один оберт то кут повороту рівний $\varphi=2\pi$ рад, а час буде рівний періоду обертання $t=T$.

Тоді

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

$$\omega = \frac{6,28 \text{ рад}}{6300 \text{ сек}} \approx 9,96 \cdot 10^{-4} \text{ рад / с}$$

Відповідь: $v \approx 7.57 \text{ км/сек}$, $\omega \approx 9.96 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$.

Задача №9. На горизонтальній вісі обертаються зі швидкістю 3000 об/хв два тонких диски, закріплених на відстані $S=100 \text{ см}$ один від одного. Пущена паралельно вісі куля пробиває обидва диски, причому друга пробоїна виявилась зміщеною відносно першої на кут 45° .

Пробивши диски, куля заглиблюється в мішень на $d=60 \text{ см}$. Знайти:

1.) швидкість кулі під час руху її між дисками, вважаючи швидкість постійною;

2.) час руху в мішені;

3.) прискорення в мішені.

На рис 6. зображено рух кулі між дисками, а також показано зміщення кулі в другому диску.

Розв'язування:

Швидкість буде рівна

$$v = \frac{S}{t}, \quad (1)$$

де S шлях між дисками, t – час руху між дисками. Під час руху кулі між

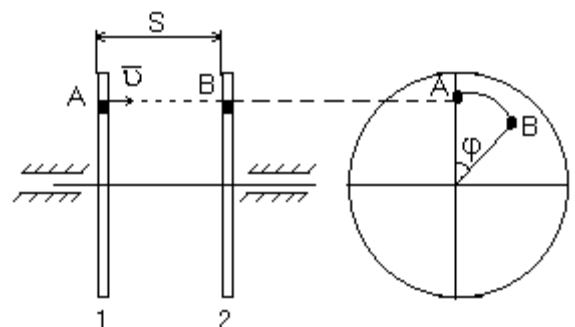


Рис.6

дисками вони повертаються на 45^0 або на $\frac{1}{8}$ оберта. Тоді час руху між дисками буде рівний $t = \frac{1}{8} \cdot T$.

де T період обертання дисків який визначається

$$T = \frac{1}{\nu},$$

де ν - частота обертання.

$\nu = 3000 \text{ об/хв} = 50 \text{ об/сек}$.

Підставивши всі перетворення в формулу (1) маємо;

$$v = \frac{s}{t} = 8 \cdot \nu \cdot S$$

$$v = 8 \cdot 50 \text{ об/с} \cdot 1 \text{ м} = 400 \text{ м/с}$$

Прискорення руху кулі в мішені можна визначити за формулою

$v^2 - v_0^2 = -2ad$, $v_0^2 = 0$, d - шлях який куля пройшла в другому диску. Знак мінус показує, що рух сповільнений. Тоді маємо

$$v^2 = -2ad$$

$$\text{звідки } a = -\frac{v^2}{2d} \approx -133000 \text{ м/сек}^2.$$

Тоді час руху в мішені можна знайти з рівняння закону зміни швидості при прискореному русі:

$$v = v_0 - at,$$

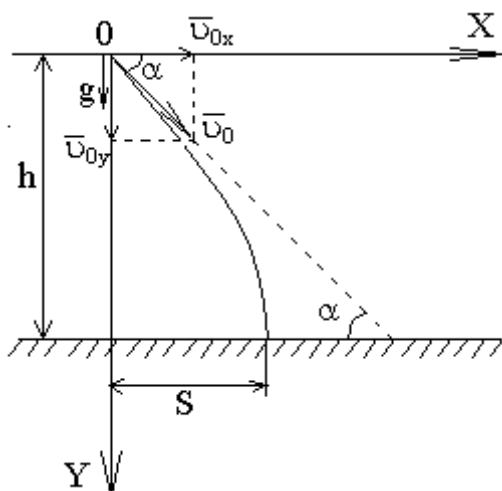
З цього рівняння знайдемо час руху кулі в диску.

Маємо

$$t_1 = -\frac{v}{a} \approx 0,003 \text{ сек}$$

$$v = 400 \text{ м/сек}; a \approx 133000 \text{ м/сек}; t \approx 0.003 \text{ сек}.$$

Задача № 10. Літак знижується на ціль під кутом 60 до горизонту зі швидкістю 540 км/год і кидає бомбу на висоті 600 м . На якій відстані від цілі в горизонтальному напрямі потрібно звільнитися від бомби, щоб вона вразила ціль? Опором повітря знехтувати.



Розв'язування. Виберемо систему координат так як показано на рис.7.

Випишемо початкові умови: $x_0=0$, $y_0=0$, $v_{0x}=v_0 \cos \alpha$, $v_{0y}=v_0 \sin \alpha$. Залежність координати бомби від часу запишемо рівнянням:

$$x = (v_0 \cos \alpha)t \quad (1)$$

$$y = (v_0 \sin \alpha)t + \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Бомба потрапляє в ціль в момент часу $t=t_1$ при цьому $y=h$, $S=x$. Враховуючи це, на основі рівняння (2) отримаємо висоту;

$$h = (v_0 \sin \alpha) + \frac{gt^2}{2}.$$

З рівняння висоти знайдемо час падіння бомби:

$$t_1 = \frac{-v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}}{g}.$$

При вирішенні квадратного рівняння другий корінь одержується від'ємний тому фізичного змісту немає. Підставивши t_1 в рівняння (1) знайдемо відстань від цілі в горизонтальному напрямі:

$$S = \frac{v_0 \cos \alpha \left(-v_0 \sin \alpha + \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh} \right)}{g}.$$

Підставивши числові значення, отримаємо

$$S = \frac{120 \cos 60 \left(-120 \sin 60 + \sqrt{120^2 \sin^2 60 + 2 \cdot 9.8 \cdot 600} \right)}{9.8} \text{ м} \approx 490 \text{ м}.$$

Задача №.11 Тіло кинуто з початковою швидкістю v_0 під кутом α_0 до похилої поверхні, яка утворює з горизонтом кут β . Визначити час польоту та максимальне віддалення тіла від похилої поверхні.

Розв'язування:

За початок відліку приймемо точку кидання тіла, вісь OX спрямуємо вздовж похилої поверхні, вісь OY перпендикулярно OX (див.рис.8). Випишемо початкові умови: $x_0=0$, $y_0=0$, $v_{0x}=v_0 \cdot \cos \alpha_0$, $v_{0y}=v_0 \sin \alpha_0$, також знайдемо проекції прискорення на осі координат; $a_x=g_x=g \cdot \sin \beta$, $a_y=g_y=g \cdot \cos \beta$.

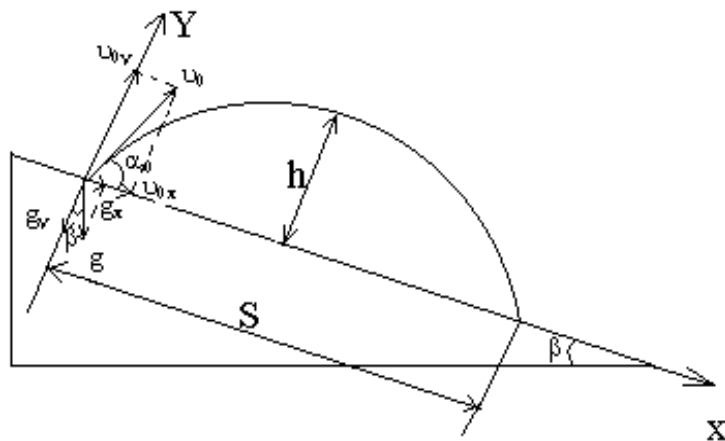


Рис.8

Рух тіла можна розглянути як результат складання двох прямолінійних рухів: рівноприскорений рух вздовж осі OX з прискоренням g_x , та рівнозмінний рух вздовж осі OY з прискоренням g_y .

Значення проекцій швидкостей в момент часу t :

$$v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$$

$$v_y = v_{0y} + a_y \cdot t.$$

Координати тіла в момент часу t :

$$x = v_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}, \quad y = v_{0y} \cdot t + \frac{a_y t^2}{2}.$$

Підставимо отримані рівняння v_{0x} , v_{0y} , a_x , a_y в рівняння швидкостей та координат держимо:

$$v_x = v_0 \cos \alpha_0 + (g \cdot \sin \beta) \cdot t, \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha_0 - (g \cdot \cos \beta) \cdot t, \quad (2)$$

$$x = (v_0 \cos \alpha_0) \cdot t + \frac{g \sin \beta}{2} \cdot t^2, \quad (3)$$

$$y = (v_0 \sin \alpha_0) \cdot t - \frac{g \cos \beta}{2} \cdot t^2. \quad (4)$$

Час польоту знайдемо з рівняння тієї координати яка в момент падіння буде рівна нулю. Такою координатою виступатиме координата „y”. Запишемо умову:

$$(v_0 \sin \alpha_0) \cdot t_1 - \frac{g \cos \beta}{2} \cdot t_1^2 = 0. \quad (5)$$

Після вирішення рівняння отримаємо:

$$t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g \cos \beta}.$$

Враховуючи, що в момент падіння координата $x=S$, тоді дальність польоту знайдемо з рівності (3), враховуючи час польоту :

$$S = x = v_0 \cos \alpha_0 \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g \cos \beta} + \frac{g \sin \beta}{2} \cdot \left(\frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g \cos \beta} \right)^2.$$

Після перетворення одержимо:

$$S = \frac{2v_0^2 \sin \alpha_0 \cos(\alpha_0 - \beta)}{g \cos^2 \beta}.$$

Для знаходження максимального віддалення тіла від похилої поверхні в рівняння (4) підставимо значення часу підйому t_2 , який знайдемо з рівності (2) де врахуємо, що в найвищій точці траєкторії проекція швидкості на вісь OY буде рівна нулю.

$$v_0 \sin \alpha_0 - (g \cdot \cos \beta) \cdot t_2 = 0.$$

Звідси маємо

$$t_2 = \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g \cdot \cos \beta}.$$

Тоді, враховуючи, що в цій точці $y=h$, отримаємо

$$h = y = v_0 \sin \alpha_0 \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g \cdot \cos \beta} - \frac{g \cos \beta}{2} \left(\frac{v_0 \sin \alpha_0}{g \cos \beta} \right)^2.$$

Після перетворень отримаємо,

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha_0}{2g \cos \beta}$$

Задача № 12. Два потяги їдуть на зустріч один одному зі швидкостями $v_1=12\text{м/с}$ і $v_2=18\text{м/с}$. Пасажир в першому потязі помічає, що другий потяг проїжджає повз нього за час 8с. Яка довжина другого потягу.

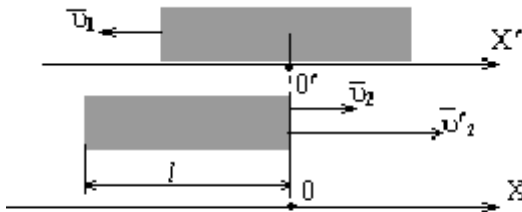


Рис. 9

Розв'язування: Зробимо схематичний малюнок на якому зображено рух потягів один відносно іншого.

Зв'яжемо рухому систему відліку з першим потязом, за початок координат O' візьмемо місцезнаходження пасажир. За додатній напрям осі $O'X'$ візьмемо напрям руху другого потягу. Нерухома система відліку пов'язана з землею (рис.9).

Згідно закону складання швидкостей запишемо;

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_2' + \vec{v}_1;$$

де v_2' - швидкість другого потягу відносно першого. З першої рівності,

$$\vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{v}_1.$$

Знайдемо проекцію вектора \vec{v}_2' на вісь $O'X'$:

$$v_2' = v_2 - (-v_1) = v_2 + v_1.$$

Координата другого потягу в момент часу буде

$$x' = -l + (v_2 + v_1) \cdot t$$

В момент часу $t=t_1$, коли останій вагон другого потягу проходить повз пасажир, то $x'=0$, тобто з рівняння координати можна знайти довжину потягу,

$$0 = -l + (v_2 + v_1) \cdot t$$

З цієї рівності маємо,

$$l = (v_2 + v_1) \cdot t$$

Підставивши числові значення отримаємо, що довжина другого потягу дорівнює $l=240\text{м}$.

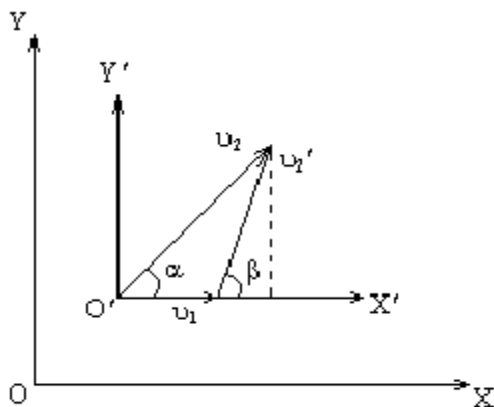


Рис. 10

Задача №14. В морі два кораблі рухаються зі швидкостями \vec{v}_1 та \vec{v}_2 під кутом α один до одного. Знайти швидкість другого корабля відносно першого.

Розв'язування: Зробимо схематичний малюнок в якому, рухому систему $X'O'Y'$ пов'яжемо з першим кораблем прийнявши за додатній напрямок вісь $O'X'$, тобто напрямком швидкості першого корабля (рис.10). нерухому систему координат XOY пов'яжемо

з водою. В системі $X'O'Y'$ другий корабель рухається зі швидкістю v_2' . Згідно закону складання швидкостей запишемо:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_2' + \vec{v}_1, \text{ звідси } \vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

В проекціях на вісі координат $O'X'$ і $O'Y'$ отримаємо:

$$v_{2x}' = v_2 \cos \alpha - v_1, \quad v_{2y}' = v_2 \sin \alpha.$$

Знаючи проекції векторів \vec{v}_2' , знайдемо модуль швидкості

$$v_2' = \sqrt{(v_2 \cos \alpha - v_1)^2 + (v_2 \sin \alpha)^2} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha}.$$

Напрям вектора v_2' визначається кутом β , який рівний

$$\cos \beta = \frac{v_{2x}'}{v_2'} = \frac{v_2 \cos \alpha - v_1}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2 \cos \alpha}}.$$

Динаміка

Другий закон Ньютона

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (1)$$

m - маса точки в (кг);

\vec{a} -вектор прискорення точки (м/с^2);

$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ - сили, які діють на точку(Н);

Сила – це міра взаємодії між двома тілами.

Сила тяжіння Землі $m\vec{g} = \vec{F}$ (2)

спрямована вертикально вниз;

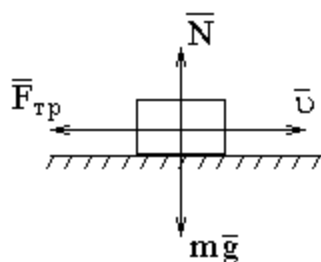
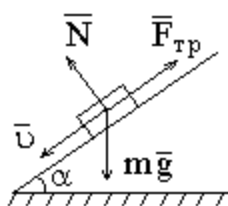
Вага $m\vec{g} = \vec{P}$ (3)

сила яка прикладена до опори;

Сила тертя $\mu\vec{N} = \vec{F}_{\text{тр}}$ (4)

де μ - коефіцієнт тертя, а N реакція опори площини, спрямована вертикально догори.

Сила тертя спрямована в протилежну сторону швидкості.



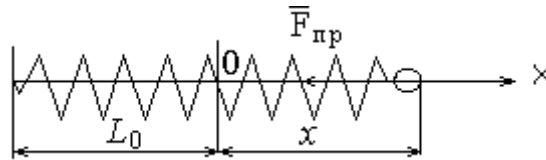
$$N = m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad (5)$$

$$N = mg \quad (7)$$

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot mg \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

$$\mu \cdot mg = F_{\text{тр}} \quad (8)$$

Сила пружності.



$$F_{\text{пр}} = kx \quad (9)$$

$F_{\text{пр}}$ – сила пружності, в протилежну сторону зміщенню.

k - коефіцієнт жорсткості пружини(Н/м);

L_0 - довжина недеформованої пружини;

x - зміщення пружини(м).

Імпульс тіла(кількість руху).

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad (10)$$

Імпульс тіла направлений по напрямку швидкості.

Теорема: Зміна кількості руху за деякий проміжок часу рівний імпульсу сили.

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t \quad (11)$$

Закон збереження імпульсу системи двох тіл:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \quad (12)$$

де v_1, v_2 - швидкості тіл 1 та 2 до взаємодії, відповідно u_1, u_2 - швидкості тіл 1 та 2 після взаємодії.

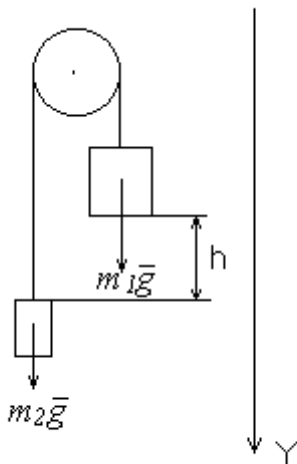


Рис.11

Приклади розв'язування задач.

Задача№1. Дві гири масою 5 і 3 кг підвішені на кінцях нитки, перекинutoї через блок, причому менша гиря знаходиться на 1 м нижче від більшої. Якщо надати гирям можливості рухатися під дією сил тяжіння, то через який час гири будуть на однаковій висоті?

Розв'язування. Система буде рухатися з одним і тим же прискоренням a в бік більшої гири. На кожену гирю діють сила тяжіння і сила натягу ниткице показано на рис.11. Сили і прискорення, направлені вниз, умовимося вважати

додатними, вгору — від'ємними. Тоді записати другим законом динаміки для кожного з тіл окремо:

$$\begin{aligned} m_1 a &= m_1 g - F_1 \\ -m_2 a &= m_2 g - F_2 \end{aligned}$$

Оскільки нитка і блок невагомі, то $F_1 = F_2$. Віднявши від першого рівняння друге, дістанемо $(m_1 + m_2) a = (m_1 - m_2) g$, звідки

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \quad \text{або} \quad a = 2,45 \text{ м/сек}^2.$$

Гирі будуть на одній висоті, коли кожна з них пройде відстань 0,5 м. З рівняння $s = \frac{at^2}{2}$ визначимо

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}, \quad \text{або} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5}{2,45}} \approx 0,64 \text{ сек.}$$

Відповідь: 0,64с.

Задача №2. Дано систему (рис.12), що складається з мас $m_1 = 50\text{г}$ і $m_2 = 30\text{г}$, легкої пружинки та нерозтяжної і невагомі нитки. Система розглядається після загасання коливань пружини. Яким є рух цієї системи? Яка довжина пружини під час руху, якщо не навантажена пружина має довжину 10 см, а під дією сили 0,1Н видовжується на 2 см? При розв'язуванні цієї задачі не брати до уваги масу пружини, блока і його тертя.

Розв'язування: При розв'язуванні деяких задач прискорення системи можна визначити зразу, знаючи результуючу діючих сил і (рис.12) масу системи. Так, за умовою цієї задачі дана система знаходиться під дією постійної сили $F = (m_1 - m_2)g$, а тому рухається рівноприскорено. За другим законом динаміки $F = ma$, де $m = m_1 + m_2$ — маса системи. Звідси

$$a = \frac{F}{m} = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}.$$

Після підстановки числових даних

$$a = \frac{1}{4} g.$$

Коли б дана пружина була підвішена нерухомо, то вона розтягалася б силою $P_2 = m_2 \cdot g$. Якщо пружина разом з підвішеним до неї тягарем почне рухатися з прискоренням $a = \frac{1}{4} g$, то пружину розтягатиме ще додаткова сила F , що надає масі m_2 прискорення a . Отже,

$$F' = m_2 \cdot \frac{1}{4} g$$

Результуюча сила розтягу

$$F = P + F' = m_2 g + \frac{1}{4} m_2 g = \frac{5}{4} m_2 \cdot g.$$

Після підстановки значень одержимо

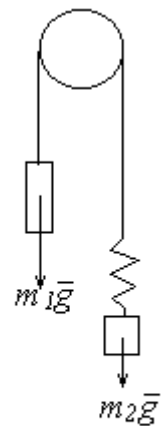


Рис.12

$$F = \frac{5}{4} \cdot 0,03 \text{ кг} \cdot 9,8 \text{ м/сек}^2 \approx 0,37 \text{ Н.}$$

Видовження пружини, обумовлене цією силою,

$$\Delta l = \frac{0,37 \text{ Н}}{0,1 \text{ Н}} \cdot 2 \text{ см} = 7,4 \text{ см}$$

Довжина пружини під час руху $10 + 7,4 = 17,4$ (см).

Задача №3. Кошеня, що йде по підлозі, підстрибує і хапається за вертикальну жердину, підвішену за допомогою нитки до стелі. В цей момент нитка рветься. З яким прискоренням падає жердина, якщо кошеня піднімається по жердині так, що весь час знаходиться на одній і тій же висоті від підлоги? Маса кошеняти m , маса жердини M . (див. рис. 13)

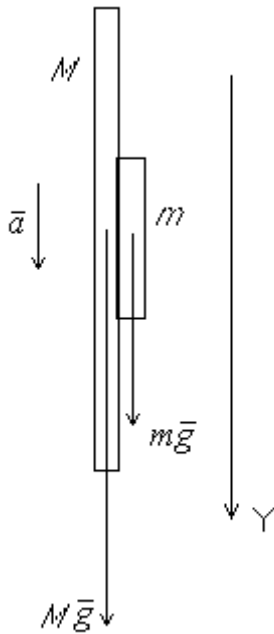


Рис.13

Розв'язування. Оскільки відносно підлоги кошеня нерухоме, то діючі на нього сили взаємно зрівноважуються: з боку жердини на кошеня діє направлена вгору сила F , яка дорівнює вазі кошеняти mg .

У відповідності з третім законом Ньютона на жердину діє сила F' , яка дорівнює F , але напрямлена вниз. Тому другий закон Ньютона для руху жердини запишеться так:

$$M \cdot g + m \cdot g = M \cdot a,$$

де a — прискорення жердини.

Звідси

$$a = \frac{m + M}{M} g.$$

Задача №4. Ядро атома полонію Po^{210} викинуло α -частинку з швидкістю 1600 км/сек . Визначити швидкість віддачі ядра, що утворилося внаслідок α -розпаду ядра полонію.

Розв'язування. За законом збереження кількості руху $m\vec{v} = \text{const}$. Вважаючи ядро атома полонію до розпаду нерухомим і позначивши масу нового ядра M , а масу α -частинки m , можна записати

$$Mv_1 + mv_2 = 0; \quad \text{звідси} \quad v_1 = -\frac{mv_2}{M} \approx -3 \text{ км/сек.}$$

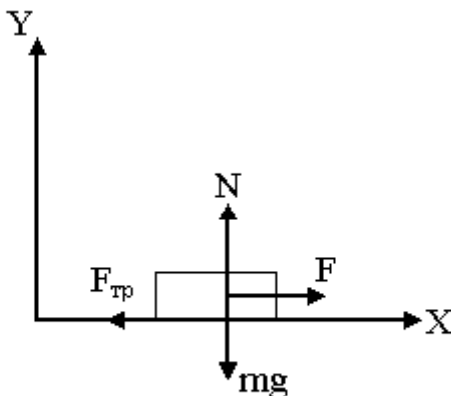


Рис.14

Задача №5. Під дією сили F , спрямованої вздовж горизонтальної площини, по її поверхні починає ковзати тіло без початкової швидкості масою 4 кг через 3 с після початку руху набуває швидкості $0,6 \text{ м/с}$. Знайти силу F , якщо коефіцієнт тертя між тілом та площиною $0,2$.

Розв'язування. На тіло діє чотири

сили (рис.14). Оскільки рух в нашому випадку здійснюється тільки вздовж вісі ОХ. Запишемо II закон Ньютона.

$m \cdot a = F \pm F_{\text{тр}}$. Зробивши проекції на вісь ОХ і запишемо другий закон в скалярній формі:

$$m \cdot a = F - F_{\text{тр}} \quad (1)$$

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N.$$

За III законом Ньютона: $N = m \cdot g$,

$$\text{тоді } F_{\text{тр}} = \mu \cdot m \cdot g \quad (2)$$

З рівняння (2) знайдемо силу:

$$F = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g = m \cdot (a + \mu \cdot g) \quad (3)$$

Так як тіло рухається рівноприскорено без початкової швидкості то прискорення рівне:

$$a = \frac{v}{t} \quad (4).$$

Підставивши (4) в (3) отримаємо кінцеву формулу для визначення сили:

$$F = m \cdot \left(\frac{v}{t} + \mu \cdot g \right)$$

$$F = 4 \cdot \left(\frac{0.6}{3} + 0.2 \cdot \mu \cdot g \right) \text{Н} = 8.6 \text{Н}$$

Задача №6 На похилій площині з кутом нахилу α ковзає вниз брусок масою m . Знайти його прискорення, якщо коефіцієнт тертя бруска з поверхнею μ .

Розв'язування. Направимо вісь ОХ вздовж похилої площини вниз, а вісь ОУ перпендикулярно площині в гору (рис.15).. Запишемо II закон Ньютона в проекціях на осі координат,

$$\text{ОХ: } mg_x + F_{\text{тр}x} + N_x = ma_x \quad (1)$$

$$mg_x = mg \sin \alpha ;$$

$$N_x = 0; \quad F_{\text{тр}x} = -F_{\text{тр}} = -\mu mg$$

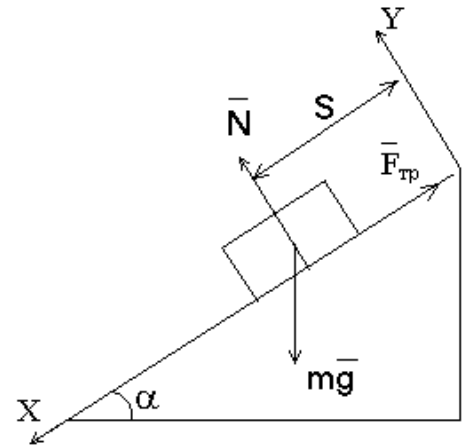


Рис.15

Підставивши всі проекції а рівняння (1) отримаємо:

$$m \cdot g \sin \alpha - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a_x \quad (2)$$

З рівняння (2) знайдемо прискорення:

$$a_x = \frac{mg \sin \alpha - \mu mg}{m} \quad (3)$$

Модуль сили N буде рівний:

$$N = mg_y = mg \cos \alpha$$

Підставивши значення N в рівняння (3) отримаємо:

$$a_x = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

А якщо тертя відсутнє то прискорення буде рівне:

$$a_x = g \sin \alpha$$

Задача №7. На горизонтальній гладкій поверхні розміщені три зв'язані друг з другом ниткою бруски масами m_1 , m_2 і m_3 . На нитку, прикріплену до бруска масою m_1 і перекинутій через нерухомий блок, прикріплено груз масою m_4 . Знайти прискорення цієї системи та силу натягу всіх ниток. Тертям в блоку знехтувати, масою блоку та нитками теж, а також врахувати, що нитки нерозтяжні. (рис.16). F

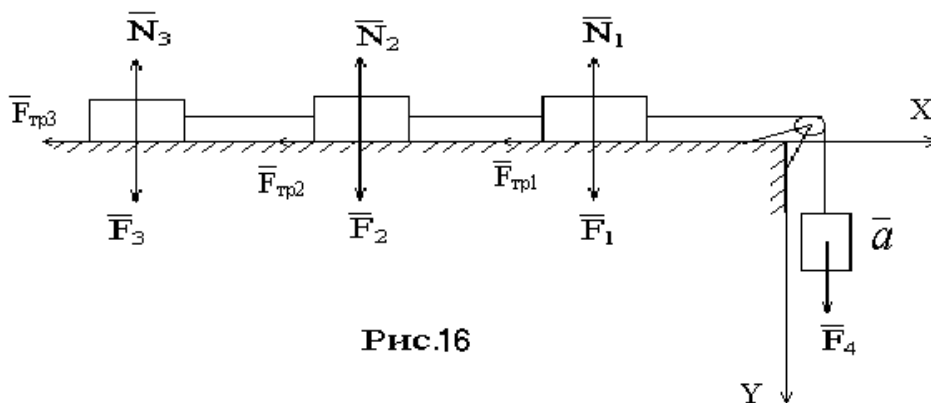


Рис.16

Розв'язування: Сили які діють на тіла, показані на рис.16. Якщо тіла зв'язати між собою невагомою та нерозтяжною ниткою, то модуля сил натягу для кожної нитки рівні між собою і всі тіла рухаються з однаковим по модулю прискоренням. Виберемо осі координат. Напрямок осі ОХ співпадає з напрямком руху тіл, ОУ співпадає з напрямком прискорення a .

Розглянемо сили, які діють на кожне тіло окремо. Покажемо це на (рис.16а). Тоді $T_1^1 = T_1$, $T_2^1 = T_2$, $T_3^1 = T_3$, $a_{1x} = a_{2x} = a_{3x} = a_{4x} = a$. (1)

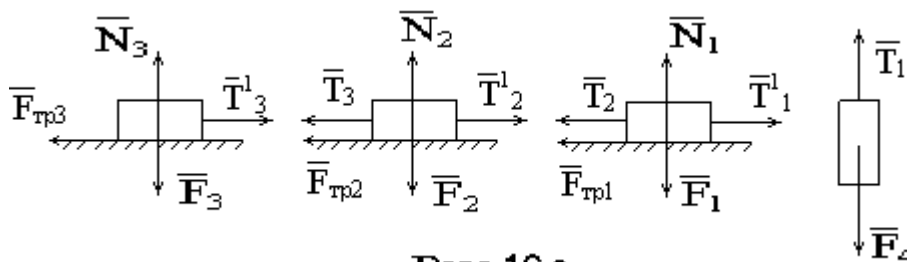


Рис.16 а

Враховуючи рівність (1) запишемо II закон Ньютона для кожного тіла окремо.

$$\begin{cases} T_1 - T_2 - F_{тр1} = m_1 \cdot a, & T_2 - T_3 - F_{тр2} = m_2 \cdot a \\ T_3 - F_{тр3} = m_3 \cdot a, & m_4 \cdot g - T_1 = m_4 \cdot a \end{cases} \quad (2)$$

$$F_{тр} = \mu \cdot m \cdot g$$

Враховуючи те, що тіла рухаються по гладкій поверхні коефіцієнт тертя буде рівний нулю. Це означає, що сила тертя кожного із брусків буде теж рівна нулю оскільки сила тертя прямопропорційна коефіцієнту тертя. Тоді система рівнянь переписеться без урахування сили тертя.

$$\begin{cases} T_1 - T_2 = m_1 a \\ T_2 - T_3 = m_2 a \\ T_3 = m_3 a \\ m_4 g - T_1 = m_4 a \end{cases} \quad (2)$$

Додавши ці рівняння отримаємо:

$$m_4 g = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \cdot a \quad (3)$$

З (3) рівняння знайдемо прискорення:

$$a = \frac{m_4 g}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \quad (4)$$

Підставляючи рівняння (3) в систему рівнянь (1) починаючи з останнього знайдемо силу натягу ниток:

$$T_1 = m_4 g \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}; \quad T_2 = \frac{m_2 + m_3}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \cdot m_4 g$$

$$T_3 = m_4 g \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

Задача №8. Через блок перекинута нитка, до кінців якої підвішені тягарці масою 2 кг та 2,1 кг. Початкова швидкість тягарців дорівнює нулю. Яке переміщення тягарців за час $t = 3$ с? Яка сила натягу нитки?

Розв'язування: Сили які діють на тіла показано на рис.17. На рис 17а зображено рух кожного тягарця окремо. Враховуючи умову, що $T_1 = T_2 = T$. Запишемо рівняння руху тягарців в проекціях на вісь ОУ яку спрямуємо за напрямком руху тягарця меншої маси.

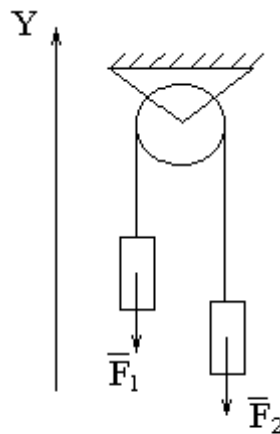


Рис.17

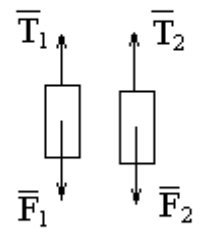


Рис.17а

$$T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a, \quad T - m_2 \cdot g = -m_2 \cdot a$$

Віднявши з першого рівняння друге отримаємо що:

$$g \cdot (m_2 - m_1) = a \cdot (m_1 + m_2)$$

Звідси;

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$$

Враховуючи, що тіла рухаються рівноприскорено без початкової

швидкості запишемо рівняння для переміщення;

$$S = \frac{at^2}{2},$$

Підставивши замість прискорення його значення знайдемо кінцеву формулу для переміщення

$$S = \frac{g(m_2 - m_1)}{2(m_1 + m_2)} \cdot t^2,$$

$$S = \frac{9.8(2.1 - 2) \cdot 3^2}{2(2 + 2.1)} \text{ м} \approx 1,1 \text{ м}.$$

Силу натягу нитки знайдемо з рівняння руху лівого тягарця

$$T = m_1(g + a) = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2},$$

$$T = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2.1 \cdot 9.8}{2 + 2.1} \text{ Н} = 20.1 \text{ Н}.$$

Задача №9. Два тягарця масою 4 кг та 1 кг зв'язані ниткою, яка перекинута через блок, який закріплено на вершині призми. Початкові швидкості тягарців рівні нулю. Знайти прискорення тягарців, якщо $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$, коефіцієнт тертя 0,2. (рис.18)

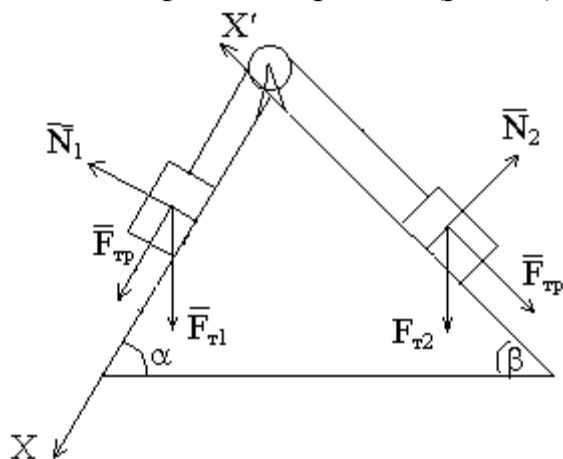


Рис.18

Розв'язування. На малюнку показані сили, а також вибрані системи координат для кожного тіла відповідно. Також з малюнку видно що перше тіло рухається вздовж вісі OX , а друге тіло вздовж вісі $O'X'$, також врахуємо, що $T = T'$

$$a_{1x} = a_{2x'} = a; F_{Tp1} = \mu \cdot N_1;$$

$$F_{Tp2} = \mu \cdot N_2.$$

Запишемо II закон Ньютона для кожного тіла окремо:

$$m_1 g \sin \alpha - T - \mu N_1 = m_1 a \quad (1)$$

$$T - m_2 g \sin \beta - \mu N_2 = m_2 a \quad (2)$$

Віднявши від першого рівняння друге отримаємо вираз для прискорення:

$$a = \frac{g(m_1 \sin \alpha - m_2 \sin \beta) - \mu(N_1 + N_2)}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Оскільки руху вздовж вісі OY не відбувається то можна записати рівняння II закону Ньютона для двох тіл окремо:

$$N_1 - m_1 g \cos \alpha = 0, \quad N_2 - m_2 g \cos \beta = 0$$

$$N_1 = m_1 g \cos \alpha \quad N_2 = m_2 g \cos \beta \quad (4)$$

Підставивши вирази сил реакції опори в рівняння (3) отримаємо:

$$a = g \frac{(m_1 \sin \alpha - m_2 \sin \beta) - \mu g (m_1 \cos \alpha + m_2 \cos \beta)}{m_1 + m_2}$$

$$a = 4,5 \text{ м/с}^2$$

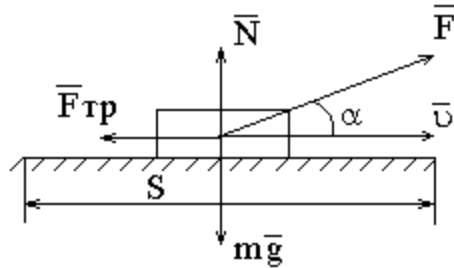
Робота. Потужність. Енергія. Закон збереження енергії.

Робота сили.

$$A = F \cdot S \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

$$A = -F_{\text{тр}} \cdot S \quad (2)$$

[A]-Дж/



Потужність.

$$[N]-\text{Вт} \quad N = \frac{A}{t} \quad (3)$$

t-час , за який здійснюється робота.

$$N = \frac{FS}{t} \cos \alpha \Rightarrow N = Fv \cos \alpha \quad (4)$$

Формула (4) справедлива якщо $v = \text{const}$.

$$\text{Якщо } \alpha = 0 \text{ тоді } N = F \cdot v \quad (5)$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД).

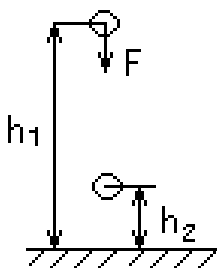
$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{затр}}} \quad (6)$$

$$\eta = \frac{N_{\text{кор}}}{N_{\text{затр}}} \quad (7)$$

$A_{\text{кор}}$ ($N_{\text{кор}}$) – корисна робота(потужність)

$A_{\text{затр}}$ ($N_{\text{затр}}$) – затрачена робота(потужність)

Потенційна енергія.

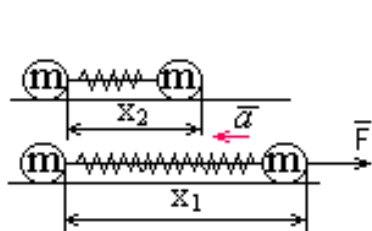


$$E_p = mgh \quad (8)$$

енергія піднятого тіла над поверхнею Землі, де h- висота тіла над поверхнею Землі.

$A = mgh_1 - mgh_2$ - робота сили тяжіння не залежить від траєкторії руху.

Потенційна енергія деформованої пружини.



$$E_{\text{п}} = \frac{\kappa \Delta x^2}{2} \quad (9)$$

потенційна енергія деформованого тіла.

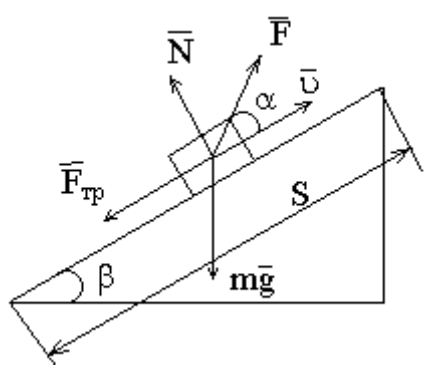
$\Delta x = x_2 - x_1$ – абсолютна деформація.

Рух тіла, яке має кінетичну енергію.

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} \quad (10)$$

m-маса тіла(кг), v- швидкість тіла(м/с), [E_к]-Дж.

Зміна кінетичної енергії тіла на деякій ділянці рівна роботі сил, діючому на цій ділянці.



$$\sum A = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} \quad (11)$$

В цього прикладу:

$$\sum A = (F \cdot \cos \alpha - mg \cdot \sin \alpha - F_{\text{тр}}) \cdot S \quad (12)$$

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot mg \cdot \cos \beta \quad (13)$$

Закон збереження механічної енергії.

Для замкнутої системи.

$$E_{\text{к1}} + E_{\text{п1}} = E_{\text{к2}} + E_{\text{п2}} \quad (14)$$

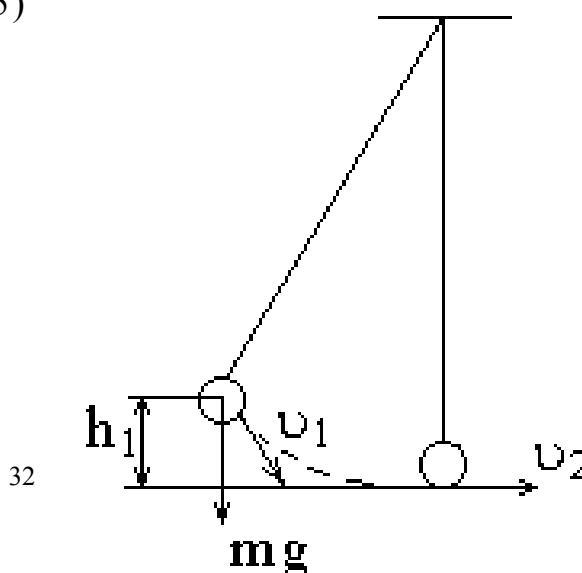
Для тіла яке рухається зі швидкістю.

$$mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2} \quad (15)$$

В положенні 1: $mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = E_1$

В положенні 2:

$$E_2 = mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2}$$



$$h_2=0, \text{ тоді } E_2 = \frac{mv_2^2}{2}$$

тоді

$$mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2}$$

Приклади розв'язування задач.

Задача №1. Під час маневрування на станції паровоз надав вагонові масою 40000 кг швидкості 5 м/сек. Вагон, пройшовши певний шлях, ударився буферами об буфери загальмованого вагона. Пружини кожного буфера стиснулися на 10 см. Який шлях пройшов вагон від моменту надання йому швидкості до зіткнення з нерухомим вагоном, якщо відомо, що пружини стискаються на 1 см на кожні 49000 н, а коефіцієнт опору при русі вагона по рейках становить 0,01?

Розв'язування. Виходимо з закону збереження і перетворення енергії, за яким набута вагоном кінетична енергія витрачається на виконання роботи проти сил опору на шляху s , а також на стискання буферних пружин. Отже, можемо записати

$$\frac{1}{2}mv^2 = kmgs + 2k'l^2$$

Робота стискання однієї пружини

$$A_1 = \frac{1}{2}k'l \cdot l,$$

де $\frac{1}{2}k'l$ — середнє значення сили стискання. Звідси

$$s = \frac{mv^2 - 4k'l^2}{2kmg}.$$

Підставивши числові дані, одержимо $s=100$ м.

Задача № 2. Камінь кидають під кутом 30° до горизонту. Кінетична енергія каменя в початковий момент становить 60 Дж. Нехтуючи опором повітря, треба знайти кінетичну і потенціальну енергії каменя у найвищій точці траєкторії.

Розв'язування. Для визначення потенціальної енергії каменя у найвищій точці траєкторії знайдемо максимальну висоту підйому каменя

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Тоді

$$E_n = mgh = mg \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2}.$$

Враховуючи, що $\frac{mv^2}{2} = 60 \text{ Дж}$, дістанемо $E_n = 15 \text{ Дж}$.

За законом збереження і перетворення енергії

$$E_k = 60 \text{ Дж} - 15 \text{ Дж} = 45 \text{ Дж}$$

Задача № 3. До нижнього кінця пружини, підвішеної вертикально, приєднана друга пружина, до кінця якої прикріплений тягар. Коефіцієнти пружності пружин становлять відповідно k_1 і k_2 . Нехтуючи вагою пружин порівняно з вагою тягара, знайти відношення потенціальних енергій цих пружин.

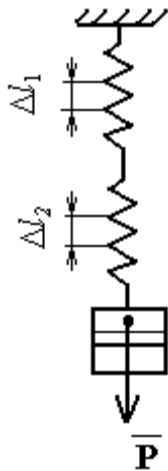


Рис. 1

Розв'язування. Під дією тягара P (рис. 1) обидві пружини розтягнуться відповідно на Δl_1 і Δl_2 . Виконана тягарем робота по розтягуванню пружин за рахунок своєї потенціальної енергії йде на збільшення потенціальної енергії пружин. Робота, виконана тягарем по розтягуванню першої пружини,

$$A_1 = \frac{1}{2} P \Delta l_1 = E_{n1}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} P \Delta l_2 = E_{n2}$$

Величину розтягу можна визначити так:

$$\Delta l_1 = \frac{P}{k_1} \text{ і } \Delta l_2 = \frac{P}{k_2}, \text{ тоді } \frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{k_2}{k_1}$$

Задача №4 Невеликий за розмірами тягар масою m_2 прикріплений до вірвочки довжиною l і масою m , яка лежить на гладенькому горизонтальному столі. Під дією ваги тягара вірвочка починає сповзати через отвір у столі без початкової швидкості. Якою буде швидкість вірвочки в момент, коли її кінець сповзе з стола?

Розв'язування. Коли кінець вірвочки сповзе зі стола, кінетична енергія центра ваги системи дорівнюватиме зміні потенціальної енергії системи. Обчислимо різницю потенціальних енергій для двох положень вірвочки з тягарем: вірвочка повністю лежить на столі і вірвочка повністю сповзла з стола. Спочатку визначимо положення центра ваги системи. Позначивши через x відстань центра ваги від тягара m_1 , можемо записати

$$m_1 x = m_2 \left(\frac{l}{2} - x \right), \text{ звідки } x = \frac{m_2}{2(m_1 + m_2)} l.$$

Коли вірвочка повністю сповзе з стола, центр ваги системи буде

знаходиться на відстані

$$l - x = l \frac{2m_1 + m_2}{2(m_1 + m_2)}$$

від поверхні стола і зміна потенціальної енергії буде дорівнювати

На основі закону збереження енергії маємо

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = \frac{2m_1 + m_2}{2} gl, \text{ звідки } v = \sqrt{\frac{2m_1 + m_2}{m_1 + m_2} gl}$$

Задача №5. Кран піднімає вантаж масою 2т на висоту 24 м за 2хв. Знайти потужність крана. Силою тертя знехтувати.

Розв'язування: Потужність рівна відношенню механічної роботи до часу, який затрачено на виконання цієї роботи.

$$N = \frac{A}{t},$$

Механічна робота зовнішніх сил при піднятті вантажу буде рівна зміні його потенційної енергії,

$$A = mgh_2 - mgh_1,$$

За нульовий рівень прийемо точку коли вантаж знаходиться на землі. В цій точці початкова висота буде рівна нулю.

Тоді

$$A = mgh_2 - mgh_1 = mgh_2 - 0 = mgh_2,$$

Підставивши значення механічної роботи в формулу потужності маємо:

$$N = \frac{mgh_2}{t},$$

Перевівши всі величини в систему СІ та підставивши в кінцеву формулу маємо:

$$N = \frac{2000\text{кг} \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 24\text{м}}{120\text{с}} = 4000\text{Вт} = 4\text{кВт}.$$

Задача №6. Літак має чотири двигуна, сила тяги кожного становить 103кН. Яка корисна потужність двигунів при польоті літака зі швидкістю 864м/с?

Розв'язування: Корисна потужність двигунів рівна відношенню механічної роботи до часу.

$$N = \frac{A}{t}, \quad (1)$$

Механічна робота яку здійснює літак при польоті рівна добутку сили на переміщення яке здійснив літак.

$$A = F \cdot S, \quad (2)$$

Підставивши значення механічної роботи в формулу потужності маємо:

$$N = \frac{F \cdot S}{t}, \quad (3)$$

З формули видно, що відношення переміщення на час є швидкість

літака.

$$v = \frac{S}{t}, \quad (4)$$

Підставивши вираз (4) в (3) маємо

$$N = F \cdot v, \quad (5)$$

Підставивши дані в формулу (5) знайдемо потужність літака

$$N = 240 \text{ м/с} \cdot 1,03 \cdot 10^5 \text{ Н} \approx 2,5 \cdot 10^7 \text{ Вт} = 25000 \text{ кВт}.$$

Задачі для самостійної домашньої роботи

1. Ліфт вагою $P = 6\,000 \text{ Н}$ піднімають вгору з постійним прискоренням $a = 1,4 \text{ м/сек}^2$. Яка робота виконується, якщо ліфт піднімається на 10 м ? ($6,86 \cdot 10^4 \text{ Дж}$)

2. Для тягових двигунів електропоїзда при русі з швидкістю $v = 54 \text{ км/год}$ потрібна потужність $N = 900 \text{ кВт}$. Коефіцієнт корисної дії електричних двигунів і передавальних механізмів $\eta = 0,8$. Визначити силу тяги, яку розвиває електропоїзд. (48000 Н)

3. Водій автомобіля, що рухається з швидкістю v раптом побачив перед собою на відстані s широку стіну. Що йому вигідніше: загальмувати, чи звернути вбік? (Вигідніше гальмувати ніж повертати.)

4. Поїзд вагою $P = 6 \cdot 10^6 \text{ Н}$ нерівномірно піднімається на гору. Підйом гори $h = 5 \text{ м}$ на кілометр шляху. Сила тертя $F_T = 10^4 \text{ Н}$. Швидкість поїзда $v = 72 \text{ км/год}$. Визначити потужність тепловоза. (800 кВт)

5. Тепловоз потужністю $N = 1800 \text{ кВт}$ тягне поїзд масою $m = 2000 \text{ т}$. Коефіцієнт опору $k = 0,005$. Яка буде максимальна швидкість поїзда? З яким прискоренням рухається поїзд в моменти часу, коли його швидкість становить $v_1 = 4 \text{ м/с}$ і $v_2 = 12 \text{ м/с}$? ($v = 18,3 \text{ м/с}$, $a_1 = 0,176 \text{ м/с}^2$, $a_2 = 0,026 \text{ м/с}^2$).

6. Ліфт вагою $P = 2 \cdot 10^4 \text{ Н}$ піднімають тросом, кожний метр якого важить 20 Н , з шахти глибиною 200 м . Яка при цьому виконується робота? Знайти коефіцієнт корисної дії установки. ($44 \cdot 10^5 \text{ Дж}$, $0,91$)

7. n однорідних плит лежать горизонтально на поверхні землі одна біля одної. Кожна з плит важить P і має товщину h . Яку найменшу (теоретично) роботу треба виконати, щоб скласти плити одна на одну у вигляді колони? ($A = \frac{n}{2}(n-1)Ph$)

8. Кусок льоду один раз кидають під кутом $\alpha=45^\circ$ до горизонту, а другий раз пускають з такою ж швидкістю ковзати по льоду. Знайти коефіцієнт тертя, якщо в другому випадку кусок льоду перемістився на відстань, в 10 раз більшу, ніж в першому випадку. (0,05)

9. Ковзаняр, розігнавшись до швидкості $v=27\text{км/год}$, хоче виїхати на крижану гору. На яку висоту від початкового рівня виїде ковзаняр з розгону, якщо підйом гори становить $h=0,5\text{м}$ на кожні $s=10\text{м}$ по горизонталі і коефіцієнт тертя ковзанів по льоду $k=0,02$? (2м)

10. Ковзаняр, стоячи на ковзанах, кидає вперед в горизонтальному напрямі тягар вагою 100Н з швидкістю 3 м/сек . Визначити коефіцієнт тертя ковзанів по льоду і виконану ковзанярем роботу, якщо його вага 600Н і він відкотився після кидання на $0,5\text{ м}$. ($\mu=0,025$, $53,6\text{Дж}$)

11. Тіло масою $m=500\text{г}$, кинуте під кутом $\alpha=45^\circ$ до горизонту, упало на горизонтальну поверхню на відстані $s=16\text{м}$. Знайти роботу, затрачену на кидання тіла. ($39,2\text{Дж}$)

12. Тіло кинуте в горизонтальному напрямі з початковою швидкістю $v=15\text{м/с}$. Через скільки секунд кінетична енергія тіла збільшиться вдвоє? Прийняти $g=10\text{м/с}^2$; опір повітря не враховувати. (1,5с)

13. Побудувати графіки залежності від часу кінетичної, потенціальної і повної енергії каменя масою 1 кг , кинутого вертикально вгору з швидкістю $9,8\text{м/с}$.

14. Гвинтівка масою 3 кг підвішена горизонтально на двох

паралельних нитках. При пострілі, в результаті віддачі, вона відхилилась вгору на 19,6 см. Маса кулі 10 г. Визначити швидкість, з якою вилетіла куля. (-588м/с)

15. Літак масою 1т летить горизонтально на висоті 1200 м з швидкістю 50м/с. При виключеному двигуні літак робить планеруючий політ і досягає Землі з швидкістю 25м/с. Визначити силу опору повітря при спуску, приймаючи довжину спуску 8 км. (1587Н)

16. З артилерійської гармати масою 1000 кг вилітає в горизонтальному напрямі снаряд масою 10 кг. Яка частина роботи, виконаної пороховими газами, витрачається на віддачу? (1%)

17. Автомобілі з встановленими на них двигунами потужністю N_1 і N_2 розвивають швидкості v_1 і v_2 відповідно. З якою швидкістю їхатимуть автомобілі, якщо їх з'єднати тросом? ($v = \frac{N_1 + N_2}{N_1 \cdot v_2 + N_2 \cdot v_1} \cdot v_1 \cdot v_2$)

18. Визначити кінетичну енергію тіла, кинутого в горизонтальному напрямі з висоти 100м, в момент приземлення, якщо вага тіла 5Н і початкова швидкість 10 м/с. (525,5Дж)

19. Поїзд масою $m=800$ т виїжджає з швидкістю $v=30$ м/с на прямолінійний відрізок шляху, нахилений до горизонту під кутом $\alpha=1^\circ$, причому двигун локомотива виключений. Який відрізок шляху пройде поїзд по похилому шляху до моменту зупинки, якщо коефіцієнт тертя $k= 0,004$ (інші опори не враховувати)? Яку мінімальну потужність повинен розвивати двигун локомотива, щоб при в'їзді на уклон рух поїзда залишився рівномірним? (2135м, 5057кВт)

20. Нехай тіло масою m знаходиться в поїзді, що рухається з швидкістю v . В такому разі воно має відносно землі кінетичну енергію $\frac{mv^2}{2}$. Потім тіло кидають в напрямі руху поїзда з швидкістю u відносно поїзда,

надаючи йому таким чином енергії $\frac{mu^2}{2}$. Отже, тіло буде мати енергію

$\frac{mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2}$. Можна міркувати і так: тіло рухається відносно землі з швидкістю

$v + u$, отже, має енергію $\frac{m(v + u)^2}{2}$. Цей вираз більший за попередній на $m \cdot v \cdot u$.

Яке з цих міркувань неправильне? $\left(\frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{m \cdot u^2}{2} + m \cdot u \cdot v = \frac{m \cdot (v + u)^2}{2} \right)$

21. За допомогою копра забивають у ґрунт палю вагою $P=3 \cdot 10^3$ Н. При одному ударі молотом копра паля заглиблюється на 5 см. Визначити середню силу опору ґрунту, якщо молот вагою $P_1=10^2$ Н падає на палю з висоти $H=2$ м. Яка частина енергії падаючого молота використовується на роботу по подоланню сили опору ґрунту? Яка частина енергії йде на нагрівання і деформацію тіл? Вважати, що при падінні молота на нього діє середня сила опору повітря $F=0,1P_1$. (13200 Н, $E_2/E_1=2,5$)

22. Куля масою $m=20$ г ударяє з швидкістю $v_0=400$ м/с в дерев'яний брусок масою $M=5$ кг, підвішений на нитці довжиною $l=4$ м (балістичний маятник), і застряє в ньому. Визначити кут, на який відхилиться маятник. ($\alpha=15^\circ$)

23. Визначити коефіцієнт корисної дії транспортера, якщо за добу він переносить $2 \cdot 10^7$ Н вантажу з рівня землі на висоту 5 м. Потужність двигуна 1,84 кВт. (0,63)

24. Тягар вагою $P=10^3$ Н прив'язаний до кінця вірьовки, намотаної на лебідку. Вантаж і лебідка знаходяться на деякій висоті. Тягар починає падати, причому вірьовка натягується, коли тягар пролетів $h=12$ м. Після цього починає з тертям розкручуватися лебідка. Яку мінімальну довжину вірьовки довелося витратити до повної зупинки тягара, якщо міцність вірьовки (15 м)?

25. Автомобіль масою $m=10^3$ кг рухається з гори з уклоном 4 м на

кожні 100м шляху при виключеному двигуні з постійною швидкістю $v=50\text{км/год}$. Яку потужність повинен розвивати двигун цього автомобіля, щоб на гору з тим же уклоном автомобіль рухався з тією ж швидкістю?(11,8кВт)

26. Яку механічну роботу виконує маховик з радіусом $R=2\text{м}$ і вагою $6 \cdot 10^4\text{Н}$ при переході від 10 до 4 об/хв?(11200Дж)

27. Вірвочка довжиною 20м перекинута через блок. В початковий момент вірвочка висить симетрично відносно вертикальної прямої, що перетинає вісь блока і перебуває в спокої; потім, внаслідок незначного поштовху, починає рухатися по блоку. Чи буде рух вірвочки рівноприскореним? Яка буде швидкість вірвочки, коли вона зійде з блока? Масу і розміри блока не враховувати. (10м/с)

28. Розглянути аналогічну задачу для вірвочки, яка лежить на гладенькому горизонтальному столі і в початковий момент знаходиться в спокої, а потім під дією незначного поштовху починає сповзати з стола.(14м/с)

29. На кінцях і посередині невагомого стержня довжиною l розміщені однакові кульки. Стержень ставлять вертикально на гладеньку горизонтальну поверхню і відпускають. Визначити швидкість верхньої кульки в момент її удару об горизонтальну площину. Якою буде ця швидкість, якщо нижній кінець

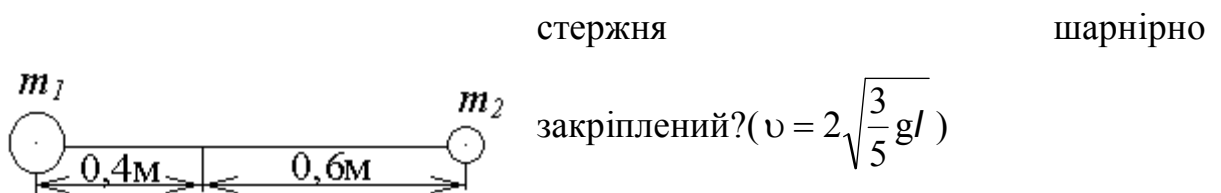


Рис.1

30. Невагомий стержень,

довжина якого дорівнює 1м, може обертатися навколо нерухомої точки O (рис.1). На кінцях стержня закріплені два тягари масами $m_1 = 6\text{кг}$ і $m_2 = 3\text{кг}$. В початковий момент часу (рис 1) стержень розміщений горизонтально. Потім кінець стержня, на якому закріплено тягар m_2 , починає опускатися. Яку швидкість матиме тягар в найнижчому положенні? (0,96м/с)

31. Людина стоїть на нерухомому візку і кидає горизонтально камінь масою $m=8\text{кг}$ з швидкістю $v_1=5\text{м/с}$. Визначити, яку при цьому людина виконує роботу, якщо маса візка разом з людиною становить $M=160\text{кг}$. Проаналізувати залежність роботи від маси M .(105Дж)

32. Хлопчик розтягнув пружину на якусь довжину. В цьому положенні пружину перехопив дорослий чоловік і розтягнув її ще на таку ж довжину. В скільки разів робота, виконана дорослим чоловіком, більша?(в три рази)

33. Акробат стрибає в сітку з висоти $H=8\text{м}$. На якій граничній висоті h_1 над підлогою потрібно натягти сітку, щоб акробат не вдарився об підлогу при стрибку? Відомо, що сітка прогинається на $h_2=0,5\text{м}$, якщо акробат стрибає в неї з висоти $H_2 =1\text{м}$.(1,23м)

34. Спиральна пружина розтягується силою 50Н. Коли пружину розтягує додатково сила в 80Н, то вона видовжується на 20см. Яка робота виконується при цьому видовженні?(18Дж)

35. В нерухоме сферичне тіло масою M , підвішене на нерозтяжному стержні, закріпленому в підвісі на шарнірі, потрапляє куля масою m . Кут між напрямом польоту кулі і лінією стержня становить $\alpha=45^\circ$. Удар центральний. Після удару куля застряє в тілі і тіло разом з кулею, відхилившись, піднімається на висоту h відносно початкового положення. Знайти швидкість кулі ($M=1\text{ кг}$, $m=10\text{ г}$, $h=0,2\text{м}$). (283м/с)

36. На гладенькому столі лежить більярдна куля вагою $P=8\text{Н}$. Горизонтальним поштовхом кия кулю скидають з столу і вона падає на підлогу на відстані $l =1\text{м}$ від краю стола по горизонталі. Висота стола $h =0,8\text{м}$. Визначити енергію поштовху. Тертя і опору повітря не враховувати.(2,5Дж)

37. З гвинтівки зроблено в горизонтальному напрямі два постріли в щит, що знаходиться на відстані $S=50\text{м}$. Після першого пострілу перед дулом гвинтівки поставили дошку. Друга куля, пробивши дошку, потрапила в щит на

$d = 0,5 \text{ м}$ нижче першої. Яка робота виконана кулею при пробиванні дошки, якщо початкова швидкість кулі $v_1 = 300 \text{ м/с}$? Маса кулі 6 г . (163,75 Дж)

38. Визначити кінетичну енергію атомів калію, які вилітають з джерела в горизонтальному напрямі, якщо, пролетівши шлях 2 м , вони під дією сили тяжіння знизилися на $0,5 \text{ мм}$. Атомна маса калію 39. ($1,27 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$)

39. Нейтрон з кінетичною енергією 10^{-15} Дж поглинається нерухомим ядром кадмію. Визначити швидкість новоутвореного ядра. Атомна маса кадмію 112. ($1,06 \cdot 10^4 \text{ м/с}$)

40. При розпаді одного атома радіоактивного елемента радону (Rn^{222}) з атома вилітає одна α -частинка (атомна маса 4). В результаті атом Rn перетворюється в атом нового елемента RnA. Визначити швидкість віддачі атома RnA, якщо кінетична енергія α -частинки дорівнює $0,8 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$.

($v = -10^5 \text{ м/с}$)

41. Атом ізотопу урану U_{92}^{235} ділиться за схемою $\text{U}_{92}^{235} \rightarrow \text{Zr}_{40}^{95} + \text{Te}_{52}^{140}$. При розпаді звільняється енергія $5 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$. Чому дорівнює швидкість утвореного в результаті поділу ядра Zr_{40}^{95} ? ($1,92 \cdot 10^7 \text{ м/с}$)

42. При бомбардуванні атомів літію протонами утворюються дві α -частинки. Обчислити їх швидкість, якщо виділення енергії при такій реакції становить $27,2 \cdot 10^{-12} \text{ Дж}$. Енергію налітаючого протона не враховувати. ($6,3 \cdot 10^7 \text{ м/с}$)

43. Насос заповнює басейн водою за $t = 20 \text{ сек}$. Обчислити потужність двигуна насоса, якщо місткість басейна $V = 100 \text{ м}^3$, його центр знаходиться на висоті $h = 18 \text{ м}$ над поверхнею води в озері, а коефіцієнт корисної дії насоса 90%. (980 кВт)

44. Яку потужність розвиває горизонтальний потік води перерізом S і густиною ρ , якщо при гальмуванні він змінює свою швидкість від v_0 до v

рівносповільнено? ($N = \frac{v_0^2 - v^2}{2} \cdot \rho S \frac{v + v_0}{2}$)

45. Колесо водяного млина з плоскими радіальними лопатнями приводиться в обертальний рух ударом струменя води (рис. 2). При якій кутовій швидкості обертання колеса ККД його буде максимальний, якщо швидкість води в струміні становить v і струмина потрапляє в лопать на відстані R від осі обертання колеса? ($\omega = v/3R$)

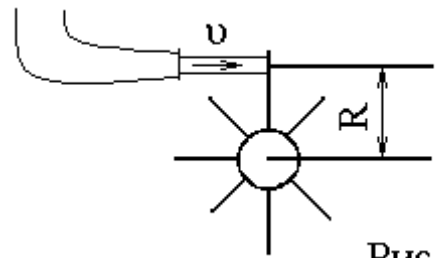


Рис. 2

46. Весь шлях автомобіль проїхав із середньою швидкістю 80 км/год. Середня швидкість на першій чверті шляху дорівнювала 120 км/год. Яка була середня швидкість на решті шляху? (72 км/год).

47. Рух двох матеріальних точок визначається рівняннями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$ де $A_1 = 20$ м; $A_2 = 2$ м; $B_2 = B_1 = 2$ м/с; $C_1 = -4$ м/с²; $C_2 = 0,5$ м/с². В який момент часу швидкості цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості v_1 та v_2 і прискорення a_1 та a_2 точок в цей момент (0,2 м/с; 2 м/с; -8 м/с²; 1 м/с²).

48. Тіло кинуте вертикально вгору з початковою швидкістю 20 м/с. Через 1 с після цього кинуте вертикально вгору друге тіло з такою ж швидкістю. На якій висоті вони зустрінуться? (19,2 м).

49. Матеріальна точка рухається по колу радіусом 4 м. Рівняння її руху $S = A + Bt + Ct^2$, де $A = 10$ м; $B = -2$ м/с; $C = 1$ м/с². Знайти тангенціальне, нормальне та повне прискорення точки в момент часу $t = 4$ с (2 м/с²; 1 м/с²; 2,24 м/с²).

50. Тіло кинуте з вежі зі швидкістю 30 м/с. Знайти швидкість, тангенціальне та нормальне прискорення тіла в кінці другої секунди після початку руху (35,8 м/с; 5,37 м/с²; 8,22 м/с²).

51. Шків радіусом 20 см обертається з прискоренням. Рівняння його

руху $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 3$ рад, $B = -1$ рад/с, $C = 0,1$ рад/с. Знайти тангенціальне, нормальне та повне прискорення для точок кола шків для моменту часу $t = 10$ с ($1,2$ м/с²; 168 м/с²; 168 м/с²).

52. Шків обертається з кутовим прискоренням -2 рад/с². Яку кількість обертів зробить шків, якщо частота обертів зміниться від 240 хв⁻¹ до 90 хв⁻¹? Знайти час, за який це відбудеться ($21,6$; $7,85$ с)

53. Першу половину шляху автомобіль рухався зі швидкістю 72 км/год, а другу половину шляху - зі швидкістю 36 км/год. Визначити середню швидкість руху автомобіля (48 км/год).

54. Першу половину часу свого руху автомобіль рухався зі швидкістю 72 км/год, а другу половину шляху - зі швидкістю 36 км/год. Визначити середню швидкість руху автомобіля (54 км/год).

55. Першу половину шляху тіло пройшло за 2 с, а другу - за 8 с. Визначити середню швидкість тіла, якщо довжина шляху $-0,2$ км (2 м/с).

56. Три чверті свого шляху автомобіль рухався зі швидкістю 60 км/год, а останню - зі швидкістю 80 км/год. Визначити середню швидкість автомобіля (64 км/год).

57. Одну третину шляху автомобіль рухався зі швидкістю 80 км/год, а останню частину шляху - зі швидкістю 40 км/год. Визначити середню швидкість автомобіля (48 км/год),

58. Першу чверть шляху потяг пройшов зі швидкістю 60 км/год. Середня швидкість на всьому шляху становила 40 км/год. Визначити, з якою швидкістю потяг пройшов решту шляху ($v = 14,8$ м/с).

59. Тіло рухалось 15 с зі швидкістю 18 км/год, 10 с зі швидкістю $28,8$ км/год і 6 с зі швидкістю 72 км/с. Визначити середню швидкість тіла ($v = 8,87$ м/с).

60. Першу третину шляху автомобіль, проїхав із швидкістю 28,8 км/год, а останню - з швидкістю 72 км/год. Визначити середню швидкість автомобіля на всьому шляху ($v = 8$ м/с).

61. Першу третину шляху автомобіль, проїхав із швидкістю 18 км/год, а останню - з швидкістю 28,8 км/год. Визначити середню швидкість автомобіля на всьому шляху ($v = 6,7$ м/с).

62. Першу третину шляху автомобіль рухався зі швидкістю 10 км/год, а другу - з швидкістю 20 км/год. Визначити середню швидкість автомобіля на всьому шляху ($v = 5$ м/с).

63. Яка допустима максимальна швидкість приземлення парашутиста, якщо людина здатна безпечно стрибати з висоти до 2 м? (6,2 м/с).

64. З якої висоти впало тіло, якщо останні 1 м свого шляху воно пройшло за 1с? ($h = \frac{(2S + gt^2)^2}{8gt^2} = 11.25$ м, де $S = 10$ м).

65. Камінь кинули з висоти 1200 м. Який шлях пролетів камінь за останню секунду свого падіння? (150 м).

66. З якої висоти впало тіло, якщо останні 20м свого шляху воно пройшло за 2 с? (20 м,).

67. З одного й того самого місця почали рухатись рівноприскорено в одному напрямі два тіла, при чому друге тіло почало свій рух через 2 с після першого. Перше тіло рухалось з початковою швидкістю 1 м/с і прискоренням 2 м/с², друге - з початковою швидкістю 10 м/с і прискоренням 1 м/с². Через який проміжок часу і на якій відстані від початкового положення друге тіло наздожене перше? (Зустрінуться два рази: через 3,4 с на відстані 15 м та через 10,6 с на відстані 123м).

68. Літак летить із пункту А до пункту В, який розташований на сході за

150 км, і в зворотному напрямі. Визначити час, за який пролетить літак цю відстань, якщо: а) вітру немає; б) вітер дме з півдня на північ; в) вітер дме з заходу на схід. Швидкість вітру 20 м/с, швидкість літака відносно вітру - 360км/год. (а) 0,83год; б) 0,85год; в) 0,87год).

69. З аеростата, який розташований на висоті 300 м, впав камінь. Через який час камінь долетить до Землі, якщо: 1) аеростат піднімається зі швидкістю 5 м/с; 2) аеростат спускається зі швидкістю 5 м/с; 3) аеростат нерухомий. Опір повітря не враховувати. (1) 8,3 с; 2) 7,3 с; 3) 7,8 с.)

70. Матеріальна точка, переміщуючись з постійним прискоренням, проходить послідовно два відрізки шляху 10 м кожний. Перший відрізок шляху був пройдений за $t_1 = 1.05$ с, а другий - за $t_2 = 2,2$ с. Знайти прискорення матеріальної точки та її швидкість v на початку першого відрізка шляху ($3,04\text{м/с}^2$; $11,2\text{м/с}$).

71. З балкону, розташованого на висоті 25 м над поверхнею Землі, кинули вертикально вгору м'ячик із швидкістю 20 м/с. Написати формулу залежності координати від часу, вибравши за початок відліку: а) точку кидання; б) поверхню Землі. Визначити, через який час м'ячик упаде на Землю (5 с).

72. З вежі кинули камінь у горизонтальному напрямку. Через 2 с камінь впав на Землю на відстані 40 м від основи вежі. З якою швидкістю він впаде на Землю? (28 м/с).

73. З балкону кинули м'яч вертикально вгору з початковою швидкістю 5 м/с. Через 2 с м'яч впав на Землю. Визначити висоту балкона над Землею і швидкість м'яча в момент удару об Землю (9,62 м; 14,6 м/с).

74. Залежність шляху, пройденого тілом, від часу дається рівнянням $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ де $C = 0,14$ м/с² і $D = 0,01$ м/с³. Через який час після початку руху тіло буде мати прискорення 1 м/с²? Знайти середнє прискорення тіла за цей проміжок часу. (3м/с^2).

75. Тіло рухається згідно рівняння $S = 4t^2 + 2t^3 + 7$, м. Визначити швидкість і прискорення тіла в момент часу $t = 2$ с і середню швидкість за перші 2 с руху (40 м/с; 32 м/с; 19,5 м/с).

76. Тіло рухається згідно рівнянь $x = 7 + 4t$, $y = 2 + 3 \cdot t$. Визначити швидкість руху тіла. (5 м/с).

77. Тіло рухається прямолінійно згідно рівняння $x = At + Bt^2$, де $A = 2$ м/с; $B = -0,5$ м/с². Визначити середню швидкість руху тіла в інтервалі часу від $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с. (0,5 м/с).

78. Тіло рухається по колу радіусом 4 м згідно рівняння $S = A + Bt + Ct^2$ де $A = 10$ м; $B = -2$ м/с; $C = 1$ м/с². Визначиш тангенціальне, нормальне та повне прискорення в момент часу $t = 2$ с (2 м/с²; 1 м/с²; 2,24 м/с²).

79. Матеріальна точка рухається по колу так, що залежність шляху, пройденого тілом, від часу задається рівнянням $S = A - Bt + Ct^2$, де $B = 2$ м/с і $C = 1$ м/с². Знайти лінійну швидкість точки, її тангенціальне, нормальне та повне прискорення через 3 с після початку руху, якщо через 2 с після початку руху нормальне прискорення точки становило 0,5 м/с. (4 м/с; 2 м/с; 2 м/с; 2,83 м/с²).

80. Визначити кутове прискорення колеса, якщо відомо, що через 2 с після початку рівноприскореного руху вектор повного прискорення точки, яка лежить на ободі, утворює кут 60° з напрямом лінійної швидкості цієї точки. (0,43 м/с²).

81. Матеріальна точка рухається по колу радіусом 2 см. Залежність шляху, пройденого тілом, від часу задається рівнянням $S = Ct$, де $C = 0,1$ см/с. Знайти нормальне і тангенціальне прискорення точки в той момент, коли лінійна швидкість точки 0,3 м/с. (0,005 см/с²; 0).

82. Колесо радіусом 10 см обертається з постійним кутовим прискоренням 3,14 рад/с². Знайти для точок обода колеса на кінець першої секунди після початку руху: кутову швидкість; лінійну швидкість;

тангенціальне прискорення $(3,14\text{c}^1; 31,4\cdot 10^{-2}\text{ м/с}; 31,4\cdot 10^{-2}\text{ м/с}^2)$.

83. Маховик, який знаходиться в стані спокою, почав обертатись рівноприскорено. Зробивши 200 обертів, він мав кутову швидкість $62,8\text{ с}^{-1}$. Визначити кутове прискорення маховика під час його рівноприскореного обертання $(1,67\text{ с}^{-2})$.

83. Місяць обертається навколо Землі з періодом 27 діб. Середній радіус орбіти Місяця - $4\cdot 10^5\text{ км}$. Визначити лінійну швидкість руху Місяця навколо Землі і його нормальне прискорення $(3880\text{ км/год}; 40\text{ км/год}^2)$.

84. Гвинт літака робить 1500 об/хв, при гальмуванні він став обертатись рівносповільнено і зупинився через 30 с. Визначити кутове прискорення і кількість обертів, яку робить гвинт з початку гальмування до остаточної його зупинки $(5,42\text{ с}^{-2}; 375\text{ обертів})$.

85. Колесо обертається з кутовим прискоренням $0,5\text{ с}^{-2}$. Визначити повне прискорення точки, яка розташована на відстані 40 см від осі, через 2 с після початку обертання $(0,448\text{ м/с}^2)$.

86. Знайти кутові швидкості: а) добового обертання Землі; б) годинникової стрілки годинника; в) хвилинної стрілки годинника; г) обертання Місяця навколо Землі, якщо період обертання Місяця навколо Землі - 27 діб. (а) $7,26\cdot 10^5\text{ с}^{-1}$; б) $1,74\cdot 10^{-5}\text{ с}^{-1}$; в) $0,1\text{ с}^{-1}$; г) $2,61\cdot 10^{-6}\text{ с}^{-1}$).

87. Тіло кинуте під кутом до горизонту. Визначити кут, якщо віддаль тіла по горизонталі більша в 4 рази від максимальної висоти траєкторії. Опір повітря не враховувати (14°) .

88. Колесо радіусом 5 см обертається так, що залежність кута оберту радіуса колеса від часу задається рівнянням $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, де $B=1\text{ рад/с}^3$. Знайти, на скільки зміниться тангенціальне прискорення за одиницю часу $(0,3\text{ м/с}^2)$.

89. Колесо, яке обертається рівноприскорено, через час 1 хв після початку обертання набуло частоти 720 об/хв. Знайти кутове прискорення колеса і число обертів колеса за цей час ($1,26 \text{ с}^{-2}$; 360 об.)

90. Колесо обертається так, що залежність кута оберту радіуса колеса від часу задається рівнянням $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ де $B = 1 \text{ рад/с}$; $C = 1 \text{ рад/с}^2$; $D = 1 \text{ рад/с}^3$. Знайти радіус колеса, якщо відомо, що в кінці другої секунди точки, що лежать на ободі колеса мають нормальне прискорення $a_n = 346 \text{ м/с}^2$. (1,2 м).

91. Матеріальна точка рухається по криволінійній траєкторії. Тангенціальне прискорення стало і дорівнює $0,5 \text{ м/с}^2$. Знайти повне прискорення точки на відрізку траєкторії з радіусом 3 м, якщо точка рухається по цьому відрізку з швидкістю 2 м/с . ($1,42 \text{ м/с}^2$).

92. Колесо, яке обертається рівноприскорено, після початку обертання набуло кутової швидкості 20 м/с^2 через 10 обертів. Знайти кутове прискорення колеса, якщо $\omega_0 = 0$. ($3,2 \text{ с}^{-2}$).

93. Точки розташовані на відстані 10 см від осі диска і мають лінійну швидкість 3 м/с. Яку кількість обертів в секунду робить диск? (4,8 об/с).

94. Маховик обертається з частотою 10 об/с. При гальмуванні він почав обертатися рівносповільнено і через 12 с зупинився. Яку кількість обертів зробив маховик від початку гальмування до зупинки? (120 обертів).

95. Маховик із стану спокою почав рівноприскорено обертатися і після 40 обертів почав обертатися зі сталою кутовою швидкістю з частотою 8 об/с. Визначити кутове прискорення маховика. ($0,1 \text{ с}^{-2}$),

96. Диск радіусом 20 см обертається згідно рівнянню $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 3 \text{ рад}$;

$B = -1 \text{ рад/с}$; $C = 0,1 \text{ рад/с}^2$. Визначити тангенціальне, нормальне і повне прискорення точок по колу диска для моменту часу 10с. ($1,2 \text{ м/с}^2$; 168 м/с^2 ;

$\approx 168 \text{ м/с}^2$).

97. Диск радіусом 1 см, який знаходився в стані спокою, почав обертатися з постійним кутовим прискоренням $0,5 \text{ с}^{-2}$. Визначити нормальне, тангенціальне і повне прискорення точок на колі диска в кінці другої секунди після початку обертання. ($5 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$; $0,1 \text{ м/с}^2$; $11 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$).

98. Маховик почав обертатися рівноприскорено і за проміжок часу 10 с досяг частоти обертання 300 об/хв. Визначити кутове прискорення маховика та число обертів, які маховик зробив за цей час. ($\varepsilon = 2\pi n / \Delta t = 3.14 \text{ с}^{-2}$, $N = \frac{1}{2} n \Delta t = 25$).

99. Камінь кинули з вежі в горизонтальному напрямку зі швидкістю 30 м/с. Визначити нормальне прискорення каменя в кінці другої секунди після початку руху. ($8,3 \text{ м/с}^2$).

100. Тіло обертається рівноприскорено з початковою кутовою швидкістю 5 с^{-1} і кутовим прискоренням 1 с^{-2} . Яку кількість обертів робить тіло за 10 с? (16 об).

101. Тіло рухається по колу радіусом 2 см. Залежність шляху від часу дається рівнянням $S = Ct^3$, де $C = 0,1 \text{ см/с}^2$. Визначити прискорення тіла в момент, коли лінійна швидкість тіла 0,3 м/с. ($a_n = 4,50 \text{ м/с}^2$; $a_\tau = 0,06 \text{ м/с}^2$).

102. Колесо, обертаючись рівносповільнено, змінило свою частоту $n_1 = 300 \text{ об/хв}$ до $n_2 = 180 \text{ об/хв}$ за 1 хв. Визначити кутове прискорення колеса та число обертів колеса за цей час. ($\varepsilon = -0,2 \text{ м/с}^2$; $N = 240 \text{ об}$).

103. Колесо обертається із сталим кутовим прискоренням 2 с^{-2} . Через 0,5 с після початку руху повне прискорення колеса стало дорівнювати $a = 13,6 \text{ см/с}^2$. Знайти радіус колеса. (6,1 м).

104. Матеріальна точка рухається по колу радіусом 2 м згідно рівнянню $S = At + Bt^3$, де $A = 8 \text{ м/с}$; $B = -0,2 \text{ м/с}^2$. Знайти швидкість, тангенціальне, нормальне і повне прискорення в момент часу $t = 3 \text{ с}$. ($13,4 \text{ м/с}$; $3,6 \text{ м/с}^2$; 90 м/с^2 ; 90 м/с^2).

105. Матеріальна точка рухається по колу радіусом 80 см відповідно до рівняння $s=10t-0.1t^3$ (відстань в метрах, час - в секундах). Знайти швидкість, тангенціальне, нормальне і повне прискорення в момент часу $t=2$ с. ($8,8\text{м/с}$; $a_\tau=-1,2\text{ м/с}$; $a_n=96,8\text{м/с}$; $a=96,8\text{ м/с}^2$).

106. На гладенькій горизонтальній площині знаходиться тіло масою M (рис.3). Друге тіло масою m підвішене на нитці, перекинутій через блок і прив'язаній до тіла маси M . Визначити прискорення системи і натяг нитки. Тертям тіла маси M по площині і тертям в блоці, а також масами блока і нитки нехтувати. ($a = m \cdot g \cdot (m+M)$, $F_H = m \cdot M \cdot g / (m+M)$.)

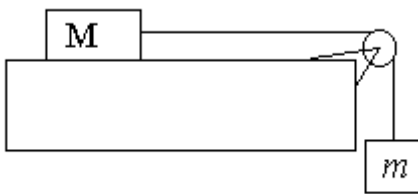


Рис. 3

107. Два однакових тіла масою M зв'язані між собою ниткою, перекинутою через блок з нерухомою віссю. На однієї з тіл кладуть тягарець масою m . Визначити: 1) з яким прискоренням рухатимуться тіла? 2) Який буде натяг нитки при русі тіл? 3) Який тиск на вісь блока створюватиме нитка? 4) з якою силою тиснутиме тягарець m на тягар M ? Маса блока, вагу нитки і опір повітря не враховувати. ($a = m \cdot g \cdot (m+2 \cdot M)$, $f = 2 \cdot m \cdot M \cdot g / (m+2M)$.)

108. До кінців нитки, перекинутої через нерухомий блок, підвішені два тіла вагою $P_1=10\text{Н}$ і $P_2=20\text{Н}$. з яким прискоренням рухатимуться тіла і з якою силою при цьому натягнутиметься нитка? ($F_H=4/3 \cdot P_1$.)

109. з яким прискоренням рухатиметься тіло вагою $P_1=10\text{Н}$, якщо до другого кінця нитки замість тіла вагою $P_2 = 20\text{Н}$ прикласти силу в $F = 20\text{Н}$? Маса блока і тертя в розрахунки не приймати. ($a=g/3$.)

110. На нитці, що витримує натяг 10 Н, піднімають тягар вагою в 5 Н з стану спокою вертикально вгору. Вважаючи рух рівноприскореним і силу опору рівною в середньому 1Н, знайти максимальну висоту, на яку можна підняти тягар за 1с так, щоб нитка не порвалася. (3.92м)

111. Два тіла з масами $m_1 = 50\text{г}$ і $m_2 = 100\text{г}$ зв'язані ниткою і лежать на гладенькій горизонтальній поверхні. З якою силою можна тягнути перше тіло, щоб нитка не порвалася, якщо вона витримує навантаження $F_n = 5\text{Н}$? Чи зміниться результат, якщо силу прикласти до другого тіла?(7,5Н; 15Н)

112. Автодрезина веде дві платформи з вантажем, розвиваючи при цьому силу тяги 800Н. Маса першої платформи 12 т, другої - 8 т. З якою силою натягується зчеплення між платформами?(320Н).

113. Краплина дощу, падаючи з великої висоти, випаровується. Як впливає це випаровування на рух краплини? (швидкість стає меншою).

114. Через блок, вісь якого горизонтальна, перекинута вірвовка довжиною l . За кінці вірвовки тримаються два хлопці, що знаходяться на однакових відстанях $\frac{1}{2}l$ від блока. Хлопчики починають одночасно підніматися вгору, причому один з них рухається відносно вірвовки з швидкістю v , а другий — з швидкістю $2v$. Через який час кожний з хлопчиків досягне блока? Масою блока і вірвовки нехтувати. Маси хлопчиків однакові.($t=l/3v$).

115. До кінця нитки, перекинutoї через нерухомий блок, прикріплено тягар $Q = 20\text{Н}$, на другому кінці нитки знаходиться рухомий блок, до якого прикріплено тягар $P = 60\text{Н}$. Визначити прискорення кожного тіла і розтяг нитки. Тертя і масу блоків не враховувати.?($2,8\text{м/с}^2$, $-1,4\text{м/с}^2$, $25,7\text{Н}$)

116. Вірвовка довжиною 12 м і вагою 60Н перекинута через блок і ковзає по ньому без тертя. Чому дорівнює натяг в середині вірвовки в той момент, коли довжина вірвовки по одну сторону блока дорівнює 8 м? (20Н)

117. Через легкий блок, що може рухатися без тертя, перекинута нитка. На одному кінці нитки прив'язано тягар масою M . По другому кінцю нитки з постійним відносно нитки прискоренням a_2 ковзає кільце масою m . Визначити прискорення a_1 тягара масою M і силу тертя F_T кільця по нитці. Масою нитки

нехтувати. $(a = \frac{(M-m)g + ma_2}{m+M}; F_T = \frac{mM}{m+M} \cdot (2g - a_2))$

118. Вірвовка витримує тягар в 900 Н при вертикальному підніманні його з деяким прискоренням і тягар в 1100 Н при опусканні з таким же прискоренням. Який тягар можна піднімати за допомогою цієї вірвовки рівномірно? (990Н)

119. Парашутист, пролетівши відстань в 20 м як вільно падаюче тіло, розкрив парашут і за 3 с зменшив швидкість в 10 раз. Визначити натяг тросів при сповільненому русі парашутиста, якщо вага його 600 Н.(960Н)

120. На тіло масою m , що знаходиться на горизонтальній площині, діє сила під кутом α до горизонту. Визначити величину цієї сили, якщо тіло рухається горизонтально з прискоренням a . Коефіцієнт тертя k . $(F = \frac{m(a + kg)}{k \sin \alpha + \cos \alpha}.)$

121. Два зв'язані один з одним ниткою тягарі рухаються вниз з прискоренням, вдвоє більшим за прискорення вільного падіння. У скільки разів натяг F_n нитки, за яку тягнуть обидва тягарі, більший від натягу F'_n нитки, яка зв'язує тягарі? Маса нижнього тягаря в три рази більша від маси верхнього тягаря.(в 4 рази)

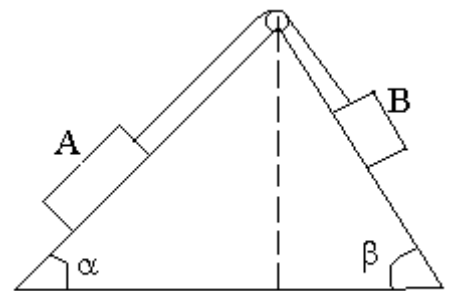


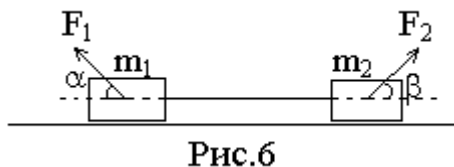
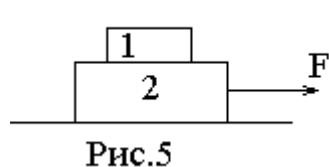
Рис.4

122. Два однакових тіла A і B масою m зв'язані ниткою і знаходяться на різних схилах похилої площини, як це показано на (рис.4). Коефіцієнти тертя становлять відповідно k_1 і k_2 , кути нахилу α і β . Тіло B починає ковзати вниз. З яким, прискоренням будуть рухатися тіла A і B ? $(a = \frac{1}{2} g(\sin \beta - \sin \alpha - k_2 \cos \beta - k_1 \cos \alpha).)$

123. На верхньому кінці похилої площини закріплено блок, через який перекинута нитка. До одного кінця нитки прив'язано тягар масою $m_1 = 2$ кг, що

лежить на похилій площині. На другому кінці нитки висить тягар масою $m_2=1\text{кг}$. Похила площина утворює з горизонтом кут $\alpha=20^\circ$; коефіцієнт тертя між тягарем m_1 і похилою площиною $k=0,1$. З яким прискоренням рухаються тягарі і з якою силою натягується нитка? ($0,418\text{м/с}^2$, $9,39\text{Н}$)

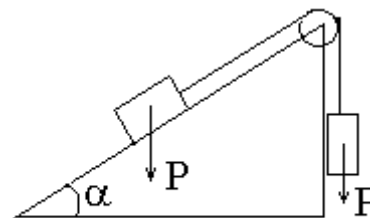
124. Яку найбільшу силу тяги можна прикласти до нижнього бруска (рис.5), щоб верхній брусок утримувався на поверхні бруска P_2 в рівноприскореному русі? Коефіцієнт тертя для верхнього бруска $k_1=0,1$ і для нижнього бруска $k_2=0,2$. Вага верхнього бруска $P_1=10\text{Н}$ і нижнього $P_2=20\text{Н}$. (9Н)



125. На два бруски масами m_1 і m_2 , зв'язані нерозтяжною ниткою, діють сили F_1 і F_2 під кутами α і β до горизонту (рис.6). Знайти прискорення системи, якщо коефіцієнт тертя між брусками і горизонтальною площиною дорівнює k .

$$a = \frac{F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 - k[(m_1 + m_2)g - F_1 \sin \alpha_1 - F_2 \sin \alpha_2]}{m_1 + m_2}$$

126. Тягар вагою P за допомогою нитки, перекинutoї через невагомий блок, тягне по похилій площині тягар такої ж ваги (рис. 7). Визначити прискорення, з яким рухаються тягарі, якщо похила площина утворює з горизонтом кут $\alpha=30^\circ$, а коефіцієнт тертя $k=0,05$. ($2,2\text{м/с}^2$)



127. При умовах руху тягарів, описаних в попередній задачі, знайти силу, що діє на блок, якщо $m=1\text{ кг}$. (13Н)

128. До тягаря A масою 7 кг підвішені на вірвовці тягар B масою 5 кг . Маса вірвовки 4 кг . До тягаря A прикладена напрямлена вгору сила 240 Н .

Знайти натяг у верхньому кінці вірвочки і в її середині.(135Н, 105Н)

129. Тіло вільно ковзає з вершини нерухомої похилої площини під кутом $\alpha=30^\circ$ до горизонту. Визначити його швидкість в кінці похилої площини і час руху, якщо висота похилої площини $h=10\text{м}$, а коефіцієнт тертя $k=0,05$.(14м/с, 3с)

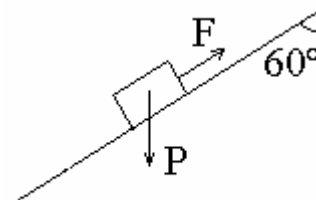


Рис. 8

130. Для рівномірного піднімання вантажу вагою $P= 1000\text{ Н}$ по похилій площині, яка утворює кут 60° з вертикаллю (рис. 8), треба прикладати силу $F=600\text{Н}$. З яким прискоренням рухатиметься вантаж вниз, якщо його відпустити? (3,92м/с²)

131. Стовп масою 200 кг тягнуть з постійною швидкістю силою 50 Н за допомогою вірвочки довжиною $l=4\text{м}$. Відстань вільного кінця вірвочки від землі $h=0,75\text{м}$. Вірвочка прикріплена до центра ваги стовпа (рис.9). Визначити коефіцієнт тертя стовпа по поверхні землі. Чи зміниться величина сили тертя, якщо вірвочка буде прикріплена до кінця стовпа?(0,025, ні.)

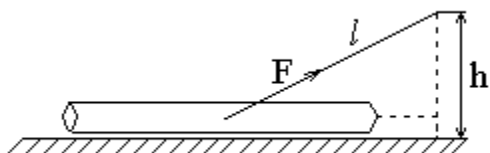


Рис. 9

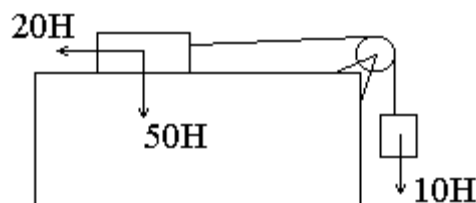


Рис.10

132. Тіло з густиною 800 кг/м^3 занурили на 1 м під поверхню води і відпустили. На яку максимальну висоту над поверхнею води воно підніметься? Тертя тіла об повітря і воду не враховувати, а також нехтувати густиною повітря.(0,25м)

133. До стелі ліфта, що піднімається з прискоренням $\alpha_0=1,2\text{м/сек}^2$, прикріплено динамометр, до якого підвішений блок, що вільно обертається навколо горизонтальної осі. Через блок перекинута нитка, до кінців якої прикріплені тягарі масою $m_1 =200\text{г}$ і $m_2=300\text{г}$. Нехтуючи масою блока,

визначити показання динамометра.(5,28Н)

134. Тепловоз вагою $P = 5 \cdot 10^5 \text{Н}$ тягне состав з $n=20$ навантажених вагонів. Вага кожного вагона дорівнює вазі тепловоза. Визначити час, протягом якого состав, рушивши з місця, набуде швидкості $v=36 \text{км/год}$. Сила тяги тепловоза $F=6 \cdot 10^4 \text{ м}$; коефіцієнт тертя $k=0,005$.(18хв.)

135. На столі лежить брусок вагою 50Н. До бруска за допомогою нитки, перекинутої через блок (рис. 10), прив'язаний тягар вагою 10Н. Коефіцієнт тертя між поверхнями бруска і стола дорівнює 0,4. Тоді сила тертя, прикладена до бруска і напрямлена вліво, дорівнює $0,4 \cdot 50 \text{Н} = 20 \text{Н}$. Звідси виходить, що брусок повинен почати рухатися вліво, тому що сила тертя на 10Н більша за вагу тягара. Відшукати помилку в міркуваннях.

136. В певний момент часу t поїзд має швидкість 36км/год . Сила тяги електровоза дорівнює $21 \cdot 10^4 \text{Н}$; вага поїзда $5 \cdot 10^6 \text{ Н}$. Коефіцієнт тертя 0,002 вважати постійним. Визначити швидкість, яку поїзд матиме через 10с після моменту t , і шлях, який він пройде за ці 10с(13,92м/с, 119,6м).

137. Великий балон, заповнений газом під тиском, повернутий горлом вниз (рис. 11). Якщо звільнити поршень від сил, що його утримують, то поршень виштовхується стисненим газом, щоб прискорити виліт поршня з балона, пропонуються два способи: а) покласти на поршень зверху гирю; б) припаяти до пробки тягар такої ж маси, що й у гирі. Який спосіб кращий? Тертя не враховувати.

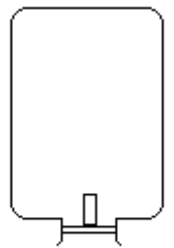


Рис.11

138. На горизонтальній дошці лежить тягар. Коефіцієнт тертя між дошкою і тягарем 0,1. Яке прискорення в горизонтальному напрямі слід надати дошці, щоб тягар міг ковзати з дошки?($a > 0,98 \text{м/с}^2$)

139. Два однакових тіла зв'язані ниткою і лежать на ідеально гладенькому горизонтальному столі так, що нитка утворює пряму лінію. Нитка

може витримати навантаження не більше 20Н. При прикладанні до одного з тіл горизонтальної сили, напрямленої вздовж нитки, система починає рухатись рівноприскорено. Обчислити, яку силу треба прикласти, щоб нитка обірвалася. Як зміниться ця сила, якщо врахувати наявність тертя? Коефіцієнти тертя для обох тіл однакові.(40Н)

140. Розглянемо два бруски масами m_1 і m_2 , що рухаються під дією сили F по горизонтальній площині без тертя (рис. 12). Сила F прикладена до бруска A і через нього передається брускові B . За третім законом механіки брусок B повинен з такою ж за величиною і протилежно напрямленою силою ($-F$) діяти на брусок A . Якщо нехтувати тертям, то результуюча сила, що діє на брусок A , дорівнюватиме сумі прикладеної сили F і сили реакції ($-F$) бруска B . Таким

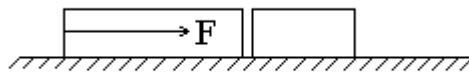


Рис.12

чином, $F_{рез} = F + (-F) = 0$ і $a = \frac{F_{рез}}{m} = 0$. Звідси випливає, що яку б велику силу ми не прикладали до бруска A , ми ніколи не зрушимо його з місця. Знайти помилку в міркуваннях.

141. Яке зусилля F розвиває механізм стругального верстата при розгоні стола, якщо вага стола з оброблюваною деталлю $P=3920\text{Н}$ і стіл набирає необхідної швидкості різання $v=1,5\text{м/сек}$ протягом 1 с? Коефіцієнт тертя ковзання стола по напрямних верстата $k=0,15$.(1188Н)

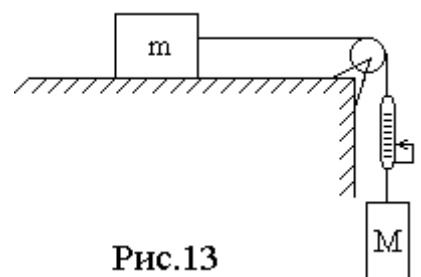


Рис.13

142. Тягарі масою m і M ($M > m$) зв'язані між собою з допомогою динамометра і нитки, перекинutoї через нерухомий блок (рис. 13). Визначити покази динамометра при умові, що коефіцієнт тертя тягаря m об стіл дорівнює

k . Вагу динамометра і нитки не враховувати. ($F_H = \frac{mM}{m + M} (k + 1)g$.)

143. Маємо тверде тіло циліндричної форми довжиною l і площею основи S . На одну з основ циліндра. Діє постійна сила F , перпендикулярна до основи (рис. 14). Яка сила діє на протилежну основу циліндра? Яка сила діє на переріз C , паралельний до основи? Тіло рухається під дією сили F в середовищі без опору. ($F_C=0.5F$; $F_B=0$).

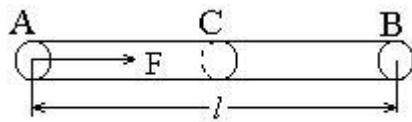


Рис.14

144. Яка середня сила тиску на плече при стрільбі з автоматичної рушниці, якщо маса кулі $m=10\text{г}$, швидкість при вильоті $v=300\text{ м/с}$ і рушниця робить $n=300$ пострілів за хвилину? (15Н)

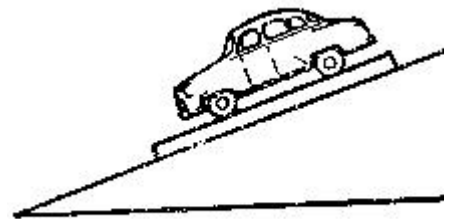


Рис.15

145. З яким прискоренням повинен їхати автомобіль масою m вниз по дошці масою M , яка лежить на нерухомому клину з кутом нахилу α , щоб дошка ковзала по клину рівномірно вгору (рис. 15)? Коефіцієнт тертя коліс автомобіля по дошці k_1 дошки по клину — k_2 ($a = g\left(1 + \frac{M}{m}\right)(\sin \alpha + k_2 \cos \alpha)$.)

146. По тілу вагою 98Н , що знаходиться на висоті $h = 4,9\text{ м}$ над горизонтальною поверхнею, наносять горизонтальний удар з силою $F= 980\text{Н}$, що діє дуже малий проміжок часу $t=0,01\text{с}$. На якій відстані S тіло упаде на поверхню? Тертя не враховувати.(0,98м)

147. Олов'яну кулю масою $M = 3\text{кг}$, підвішену на нитці довжиною $l = 1,6\text{м}$, відхиляють від вертикалі на кут $\varphi= 60^\circ$ і відпускають. В момент проходження кулі через положення рівноваги в неї стріляють в горизонтальному напрямі проти її руху кулькою маси $m = 30\text{г}$. Вважаючи, що удар кульки центральний і олов'яна куля зупинилася зразу ж після зіткнення, обчислити швидкість кульки в момент зіткнення.($v=-395\text{м/с}$)

148. Горизонтальна струмина води з поперечним перерізом 4 см^2 б'є з швидкістю 5 м/с у вертикальну стіну і вільно стікає по ній вниз. Визначити горизонтальну силу, з якою струмина діє на стіну. (10Н)

149. Човен вагою $P_1 = 1400 \text{ Н}$ стоїть нерухомо в стоячій воді. Людина вагою $P_2 = 600 \text{ Н}$, що знаходиться в човні, переходить з носа на корму. Яка довжина човна, якщо він при цьому змістився на $1,2 \text{ м}$? Опір води дуже малий. (4м)

150. Два човни рухаються по інерції в стоячій воді один назустріч одному з однаковою швидкістю $v_1 = 0,6 \text{ м/с}$. Коли човни порівнялися, то з першого на другий перекинули тягар масою $m = 60 \text{ кг}$. Після цього другий човен продовжував рухатися в тому ж напрямі, але з швидкістю $v_2 = 0,4 \text{ м/сек}$. Визначити масу другого човна. Опором води нехтувати. (300кг)

150. Три човни, кожний вагою P , йдуть один за одним з однаковою швидкістю v . З середнього човна одночасно в передній і задній човни кидають з швидкістю u відносно човна тягарі вагою P_1 . Які будуть швидкості човнів після перекидання тягарів? ($v_1 = \frac{P_1(v + u) + Pv}{P + P_1}$; $v_2 = v$; $v_3 = \frac{P_1(v - u) + Pv}{P + P_1}$.)

151. Легкоатлет розбігається протягом часу t і стрибає в довжину. Визначити максимально можливу дальність стрибка, якщо коефіцієнт тертя k , а

максимальна висота стрибка h . ($S = 2k \sqrt{\frac{2h}{g}} (gt + \sqrt{2gh})$.)

152. Гімнаст масою 50 кг , тримаючи в руках тягар масою 5 кг , стрибає під кутом 60° до горизонту з швидкістю 6 м/с . Досягнувши найбільшої висоти, він кидає тягар горизонтально назад з швидкістю 2 м/с відносно землі. Визначити довжину стрибка. (3,34м)

153. Два однакових візки, на яких сидять два однакові двірники, рухаються за інерцією з однаковими швидкостями. В певний момент часу на

візки починає падати сніг рівномірним потоком. Двірник, який сидить на одному з візків, скидає весь час сніг вбік, а на другому візку двірник спить. Який з візків швидше проїде певну відстань?

154. Людина вискочила на рухомий візок. Яка буде після цього швидкість візка, якщо маса людини 70 кг, маса візка 30 кг і початкова швидкість візка 1,5 м/с? Розв'язати цю ж задачу, прийнявши, що людина рухається назустріч візку з швидкістю 1 м/с, збігає на візок і зупиняється на ньому. (0,45 м/с, -0,325 м/с)

155. Від двоступінчастої ракети загальною масою $M=1000$ кг в момент досягнення швидкості 171 м/с відокремився її другий ступінь масою $m=400$ кг, швидкість якого при цьому збільшилась до 185 м/с. Визначити, з якою швидкістю почав рухатися перший ступінь ракети. Швидкості вказано відносно спостерігача, що знаходиться на Землі. (162 м/с)

156. Продукти згорання викидаються з сопла ракетного двигуна порціями по $m=200$ г кожна з початковою швидкістю $v=1000$ м/с. Яку швидкість матиме ракета після викидання третьої порції, якщо в початковий момент її маса була $M=300$ кг, а швидкість $v_0=0$? Дію сили тяжіння не враховувати. (-2 м/с)

157. Ракета летить з швидкістю v . Після відокремлення головної частини швидкість ракети-носія зменшилась вдвоє, а напрям руху ракети-носія і головної частини залишився попередній. В скільки разів зросла швидкість головної частини ракети, якщо її маса менша маси ракети-носія в 6 разів? ($v_1=4v$)

158. Снаряд, що летів в горизонтальному напрямі з швидкістю $v_1=700$ м/с, розірвався на дві частини масою $m_1=3$ кг і $m_2=5$ кг. Рух більшого куска залишився після вибуху горизонтальним і швидкість зросла до $v_2=1200$ м/с. Визначити величину швидкості і напрям руху

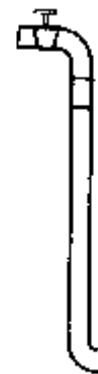


Рис.16

меншого куска. ($v=133\text{ м/с}$)

159. На водопровідному крані за допомогою гумової труб закріплена скляна трубка довжиною 1 м і внутрішнім перерізом $0,3\text{ см}^2$, загнута вниз, як показано на рис.16. Обчислити, на який кут відхилиться трубка, якщо вода витікає з неї з швидкістю 2 м/с , а вага трубки $P=0,8\text{ Н}$. ($12^\circ 38'$)

160. Вогнегасник викидає щосекунди $m = 0,2\text{ кг}$ піни з швидкістю $v=20\text{ м/с}$. Вага повного вогнегасника $P = 20\text{ Н}$. Яку силу повинна розвивати людина, щоб утримати вогнегасник нерухомо в руках у вертикальному положенні в початковий момент його роботи? ($20,4\text{ Н}$)

161. В автомобілі прикріплена герметично закрита банка з бензином, що має форму прямокутного паралелепіпеда, дві грані якого перпендикулярні до осі автомобіля і знаходяться на відстані 30 см одна від одної. Яка різниця тиску бензину на ці грані під час розгону автомобіля, якщо він набирає швидкість 65 км/год за 1 хв ? Густина бензину 700 кг/м^3 . (64 Н/м^2)

162. Циліндричний бак діаметром $d = 20\text{ см}$ і висотою $h = 1\text{ м}$ наповнений водою і за допомогою стержня довжиною $L = 3\text{ м}$, нерухомо з'єднаного з баком, підвішений до шарніра A . Вода витікає з бокового отвору площею $S = 2\text{ см}^2$, просвердленого в баці біля його дна, з швидкістю $v = 4,4\text{ м/с}$. На який кут від вертикалі відхилиться бак? Зниженням рівня води в баці внаслідок витікання нехтувати. Кут відхилення вважати малим. ($49'$)

163. Горизонтальний гвинт вертольота може приводитися в обертання з допомогою двигуна, встановленого всередині фюзеляжу, або реактивною силою газів, що витікають із спеціальних насадок на кінцях лопатей гвинта. Чому гвинтомоторний вертоліт повинен мати обов'язково хвостовий гвинт, а реактивному вертольоту хвостовий гвинт не потрібен?

164. Точка рухається по колу радіусом $R=4\text{ м}$. Закон її руху виражається рівнянням $S=A+Bt^2$ де $A=8\text{ м}$, $B=-2\text{ м/с}^2$. Визначити момент часу t , коли нормальне прискорення a_n точки дорівнює 9 м/с^2 . Знайти швидкість v , тангенціальне a_τ та повне a прискорення точки в той же момент часу t . [$1,5\text{ с}$; -6 м/с ; -4 м/с^2 ; $9,84\text{ м/с}^2$]

165. Дві матеріальні точки рухаються згідно рівнянню $x_1=A_1t+B_1t^2+C_1t^3$ та $x_2=A_2t+B_2t^2+C_2t^3$, де $A_1=4\text{ м/с}$, $B_1=8\text{ м/с}^2$, $C_1=-16\text{ м/с}^3$, $A_2=2\text{ м/с}$, $B_2=-4\text{ м/с}^2$, $C_2=1\text{ м/с}^3$. В який момент часу t прискорення цих точок будуть однакові? Знайти швидкості v_1 та v_2 точок в цей момент. [$0,235\text{ с}$; $5,1\text{ м/с}$; $0,286\text{ м/с}$]

166. Куля масою $m_1=10\text{ кг}$ зіштовхується з кулею масою $m_2=4\text{ кг}$. Швидкість першої кулі $v_1=4\text{ м/с}$, другої $v_2=12\text{ м/с}$. Знайти загальну швидкість u куль після удару в двох випадках: 1) мала куля наганяє більшу кулю, що рухається в тому ж напрямку; 2) кулі рухаються назустріч одна одній. Удар вважати прямим центральним, не пружним. [$6,28\text{ м/с}$; $-0,572\text{ м/с}$]

167. У човні масою $M=240\text{ кг}$ стоїть людина масою $m_2=60\text{ кг}$. Човен пливе зі швидкістю $v=2\text{ м/с}$. Людина стрибає з човна в горизонтальному напрямку зі швидкістю $u=4\text{ м/с}$ (відносно човна). Знайти швидкість човна після стрибка людини: 1) уперед по руху човна; 2) в бік, протилежний руху човна. [1 м/с ; 3 м/с].

168. Людина, що стоїть в човні, зробила шість кроків вздовж неї і зупинилась. На скільки кроків пересунувся човен, якщо маса човна в два рази більше (менше) маси людини? [2 кроки; 4 кроки].

169. З пружинного пістолета вистрілили кулю, маса якої $m=5\text{ г}$. Твердість пружини $k=1,25\text{ кН/м}$. Пружина була стиснута на $\Delta l=8\text{ см}$. Визначити швидкість кульки при вилеті її з пістолета. [40 м/с]

170. Куля масою $m_1=200\text{ г}$, що рухається зі швидкістю $v=10\text{ м/с}$, зіштовхується з нерухомою кулею масою $m_2=800\text{ г}$. Удар прямий,

центрального, абсолютно пружного. Визначити швидкості куль після зіткнення.
[-6 м/с; 4 м/с]

171. Куля, що рухалася горизонтально, зіштовхнулася з нерухомою кулею і передала їй 64% своєї кінетичної енергії. Кулі абсолютно пружні, удар прямий, центральний. В скільки разів маса другої кулі більше маси першої? [В 4 рази]

172. Циліндр, розташований горизонтально, може обертатися навколо осі, що співпадає з віссю циліндра. Маса циліндра $m_1 = 12$ кг. На циліндр намотали шнур, до якого прив'язали гирю масою $m_2 = 1$ кг. З яким прискоренням буде спускатися гиря? Яка сила натягу шнура під час руху гирі? [1,4 м/с²; 8,4 Н].

173. Через блок, зроблений у вигляді колеса, перекинута нитка, до кінців якої прив'язані грузи масами $m_1 = 100$ г та $m_2 = 300$ г. Маса колеса $M = 200$ г вважати рівномірно розподіленою по ободу, масою спиць знехтувати. Визначити прискорення, з яким будуть рухатись вантажі, і сили натягу нитки по обидві сторони блоку. [3,27 м/с²; 1,31 Н; 1,96 Н]

174. Двом однаковим маховикам, що знаходяться в спокої, приклали однакову кутову швидкість $\omega = 63$ рад/с і надали їх самим собі. Під дією сил тертя маховик зупинився через одну хвилину, а другий зробив до повної зупинки $N = 360$ обертів. У якого маховика гальмуючий момент був більше і в скільки разів? [У першого більше в 1,2 рази]

175. Куля скачується з похилої площини висотою $h = 90$ см. Яку лінійну швидкість буде мати центр кулі в той момент, коли куля скотиться з похилої площини? [3,55 м/с]

176. На верхній поверхні горизонтального диска, що може обертатися навколо вертикальної осі, прокладені по колу радіусом $r = 50$ см рейки іграшкової залізниці. Маса диска $M = 10$ кг, його радіус $R = 60$ см. На рельси

нерухомого диска був поставлений заведений паровозик масою $m = 1$ кг і випущений з рук. Він почав рухатися відносно рейок зі швидкістю $v = 0,8$ м/с. З якою кутовою швидкістю буде обертатися диск? [0,195 рад/с]

177. Платформа у вигляді диска обертається по інерції біля вертикальної осі з частотою $n_1 = 14 \text{ хв}^{-1}$. На краю платформи стоїть людина. Коли людина перейшла в центр платформи, частота зросла до $n_2 = 25 \text{ хв}^{-1}$. Маса людини $m = 70$ кг. Визначити масу платформи. Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки. [210 кг]

178. Штучний супутник обертається навколо Землі по круговій орбіті на висоті $H = 3200$ км над поверхнею Землі. Визначити лінійну швидкість супутника. [6,45 км/с]

179. Дві автомашини рухаються по дорогах, кут між якими $\alpha = 60^\circ$. Швидкість автомашин $v_1 = 54$ км/год і $v_2 = 72$ км/год. З якою швидкістю v віддаляються машини одна від одної?

180. Точка рухається по колу радіусом $R = 30$ см з постійним кутовим прискоренням ε . Визначити тангенціальне прискорення a_τ точки, якщо відомо, що за час $t = 4$ с вона зробила три оберти і наприкінці третього оберту її нормальне прискорення $a_n = 2,7$ м/с²

181. Човен довжиною $l = 3$ м і масою $m = 120$ кг стоїть на спокійній воді. На носі і кормі знаходяться два рибалки масами $m_1 = 60$ кг і $m_2 = 90$ кг. На скільки зрушиться човен відносно води, якщо рибалки поміняються місцями

182. Визначити роботу по розтягуванню двох з'єднаних послідовно пружин жорсткостями $k_1 = 400$ Н/м та $k_2 = 250$ Н/м, якщо перша пружина при цьому розтяглася на $\Delta l = 2$ см.

183. Яка робота A повинна бути зроблена при піднятті з землі матеріалів для будівлі циліндричної димохідної труби висотою $h = 40$ м, зовнішнім діаметром $D = 3,0$ м і внутрішнім діаметром $d = 2,0$ м? Густина матеріалу ρ

прийняти рівною $2,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

184. Супутник обертається навколо Землі по круговій орбіті на висоті $h=520\text{км}$. Визначити період обертання супутника. Прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі і її радіус R вважати відомими. (6400км)

185. В скільки разів середня густина земної речовини відрізняється від середньої густини місячної? Прийняти, що радіус R_z Землі в 390 разів більше радіуса R_m Місяця і вага тіла на Місяці в 6 разів менше ваги тіла на Землі.

186. Найбільше віддалення першого супутника від Землі становить 974км. Яку швидкість повинен мати супутник на цій висоті, щоб утриматися на коловій орбіті? Радіус Землі прийняти 6370км. [7300м/с]

187. Обчислити прискорення сили тяжіння на астероїді діаметром 30км, вважаючи, що середня густина речовини астероїда така ж, як і Землі. Діаметр Землі прийняти рівним 12800км. [2.3м/с].

188. Обчислити гравітаційну сталу, прийнявши радіус Землі рівним 6370км і середню густину Землі $5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. [$6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$].

189. Визначити період обертання навколо Землі Місяця, знаючи прискорення сили земного тяжіння на полюсах рівним $9,83 \text{ м/с}^2$, радіус Землі прийняти 6370км і віддаль від Землі до Місяця $3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$. [27.4доби].

190. Визначити лінійну і кутову швидкості супутника Землі, що обертається по круговій орбіті на висоті $h=1000 \text{ км}$. Прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі та її радіус R вважати відомими.

Додатки

1. Деякі астрономічні величини

Найменування	Значення
Радіус Землі	$6,37 \cdot 10^6$ м
Маса Землі	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радіус Сонця	$6,95 \cdot 10^8$ м
Маса Сонця	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радіус місяця	$1,74 \cdot 10^6$ м
Маса Місяця	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Відстань від центру Землі до центру Сонця	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Відстань від центру Землі до центру Місяця	$3,84 \cdot 10^8$ м

Література

1. Джанколи Дуглас. Физика: теория и практика. 7-е вид. Б/м. : Вильямс, 2019. Т. 1 : Механика и термодинамика. 1008 с.
2. Павло В. Характеристики Фізика. Основи і механічний рух : підручник. Одеса, 2020. 384 с.
3. Янг Г., Фрідмон Р. Фізика для університетів з розділами сучасної фізики : підруч. для студентів ВНЗ. Львів : Наутілус, 2019. 1516 с.
4. Idema Timon. Mechanics and Relativity. TU Delft, 2018. DOI <https://doi.org/10.5074/t.2018.002>. URL: <https://textbooks.open.tudelft.nl/textbooks/catalog/book/14>
5. Smyth W. D. All Things Flow: Fluid Mechanics for the Natural Sciences. Oregon : Oregon State University, 2019. 184 p.

Навчальне видання

ФІЗИКА.

Модуль 1 «Механіка матеріальної точки».

Модуль 2 «Механіка твердого тіла»

Методичні рекомендації

Укладачі: **Вахоніна** Лариса Володимирівна
Мартиненко Володимир Олександрович
Руденко Андрій Юрійович
Мардзявка Віталій Анатолійович
Власенко Лариса Сергіївна

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 3,37.

Тираж 20 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.10.2013р.