МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка:
Модуль № 3 «Метричні задачі»:

методичні рекомендації

для виконання самостійної роботи

здобувачами початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти

ОПП «Агроінженерія»

спеціальності 208 «Агроінженерія»

денної форми здобуття вищої освіти

Миколаїв – 2022

УДК 514.18:004.92
Н28

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету, протокол №2 від 31.10.2022 р.

Укладачі:

Полянський П. М. – кандидат економічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін МНАУ.

Доценко Н.А. – доктор педагогічних наук, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін МНАУ.

Іванов Г. О. – кандидат технічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін МНАУ.

Степанов С. М. – старший викладач кафедри загальнотехнічних дисциплін МНАУ.

Баранова О. В. – асистент кафедри загальнотехнічних дисциплін МНАУ.

Рецензент:

Гавриш В.І. – д-р. екон. наук, професор, зав. кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу МНАУ.

Шептилевський О. В. – канд. фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої та прикладної математики МНАУ.

ВСТУП

В інженерній графіці розглядаються два види задач: *позиційні і метричні.* В основі рішення позиційних і метричних задач лежать позиційні і метричні властивості пар їх проекцій.

Задачі, пов'язані з рішенням питань взаємного розташування геометричних фігур на комплексному кресленні, називаються ***позиційними.***

До *метричних* відносяться задачі, пов'язані з визначенням істинних (натуральних) величин відстаней, кутів і плоских фігур на комплексному кресленні. Можна виділити три групи метричних задач.

При рішенні позиційних задач з'ясовують взаємне розташування (позицію) двох і більшого числа геометричних фігур. Поняття *взаємне розташування* включає також приналежність однієї фігури іншій. При цьому можливі випадки:

1) повної належності, наприклад, точка належить прямій, пряма належить площині (пряма є підмножина площини);

2) перетини, наприклад, пряма перетинається з площиною (пряма не є підмножиною площини), одна площина перетинається з іншою,

3) відсутність належності, наприклад, у двох прямих, що схрещуються.

До метричних задач відносять такі, в умові або рішенні яких присутні геометричні поняття, пов'язані з чисельною характеристикою. Рішенням метричних задач визначаються перпендикулярність геометричних фігур і чисельні характеристики фігур: відстань, площа, кут і т.п.

Нижче розглянуті метричні і позиційні властивості проекцій найпростіших геометричних фігур в поєднанні їх по дві, сформульовані відповідні властивості і слідства, що витікають з них.

1. ТОЧКА І ПРЯМА

Точка може належати прямій або не належати їй. Для вирішення питання про належність достатньо досліджувати їх проекції, взявши до уваги наступну властивість: *точка належить прямій, якщо її проекції належать тим же проекціям прямої, і не належить прямій, якщо хоча б одна її проекція не належить тій же проекції прямій.*

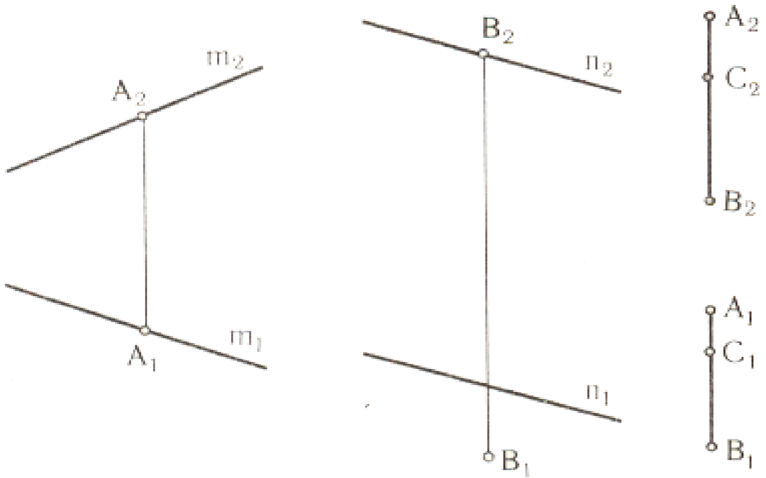


Рис.1

На рис. 1 показані прямі *m* і *n* . Точка *A,* проекції якої інцидентні відповідним проекціям прямої *m,* належить цій прямій. Точка *B* не належить прямій *n,* оскільки її горизонтальна проекція не інцидентна горизонтальній проекції прямій. Для двох проекцій (фронтальній і горизонтальній) профільної прямої умови інцидентності недостатньо, оскільки якщо пряма і точка належать одній профільній площині, то проекції точок завжди інцидентні проекціям прямих. В цьому випадку необхідно внести визначеність, що полягає в тому, що на профільній прямій фіксується двома точками її відрізок, а точка, що належить прямій, повинна ділити проекції цього відрізка в одному і тому ж відношенні на фронтальній і горизонтальній проекціях.

Метричні характеристики двох геометричних фігур виражаються, як правило, у визначенні відстаней і кутів між ними. Розглянемо такі положення геометричних фігур, при яких ці відстані і кути проектуються у натуральну величину.

Почнемо з взаємного розташування точки і прямої.

При загальному розташуванні прямої відстань від точки до прямої проектується у натуральну величину, якщо ця пряма є лінією нахилу площини, яка задається точкою і прямою. В цьому випадку відрізок, що виміряє відстань від точки до прямої, паралельний одній з площин проекцій, а значить проектується на неї без спотворення. На рис. 2 показана пряма *m* і точка *A*. Пряма є лінією нахилу (лінією ската) щодо площини Π_1. Відстань від точки до прямої вимірюється відрізком горизонтальної прямої.

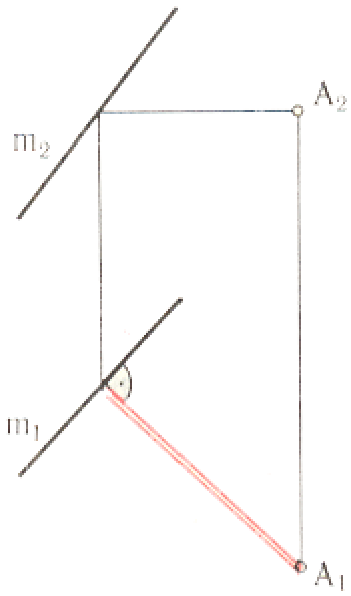


Рис.2

Сформулюємо властивість: *відстань від точки до прямої проектується в натуральну величину, якщо пряма є лінією нахилу площини, заданою точкою і прямою, до однієї з площин проекцій.*

З цієї властивості можна вивести два слідства:

Слідство 1. *Відстань від точки до прямої проектується у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо пряма вертикальна, і на фронтальній, якщо пряма фронтально-проектуюча.*

На рис. 3, *а* показана вертикальна пряма m і точка *A,* відстань між прямою і точкою зобразиться без спотворення на горизонтальній проекції.

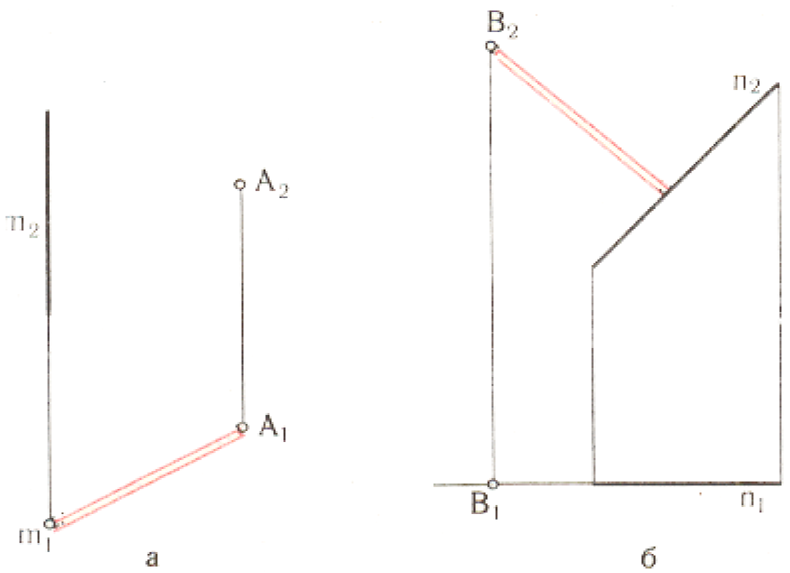


Рис.3

Слідство 2. *Відстань від точки до прямої проектується у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо площина, задана точкою і прямою, горизонтальна, і на фронтальній проекції, якщо ця площина фронтальна.*

На рис. 3, б показана пряма *n* і точка В, що дають фронтальну площину. Відстань від точки до прямої зобразиться без спотворення на фронтальній проекції.

2. ДВІ ПРЯМІ

Прямі перетинаються, якщо мають одну загальну власну або невласну точку; прямі схрещуються, якщо не мають загальну точку. Дві прямі в просторі в загальному положенні схрещуються. В цьому випадку, як відомо з середньої школи, через них можна провести єдину пару площин, паралельних площині паралелізму (це площина, паралельна двом прямим, що схрещуються). Її можна задати, якщо через довільну точку простору провести дві прямі, паралельні прямим, що схрещуються. Відстань між прямими дорівнює відстані між цими площинами. При зменшенні цієї відстані до нуля дві площини зливаються в одну і прямі стають пересічними. Якщо точка їх перетину віддаляється в нескінченність — прямі паралельні. По проекціях прямих на комплексному кресленні можна судити про те, яке вони займають положення.

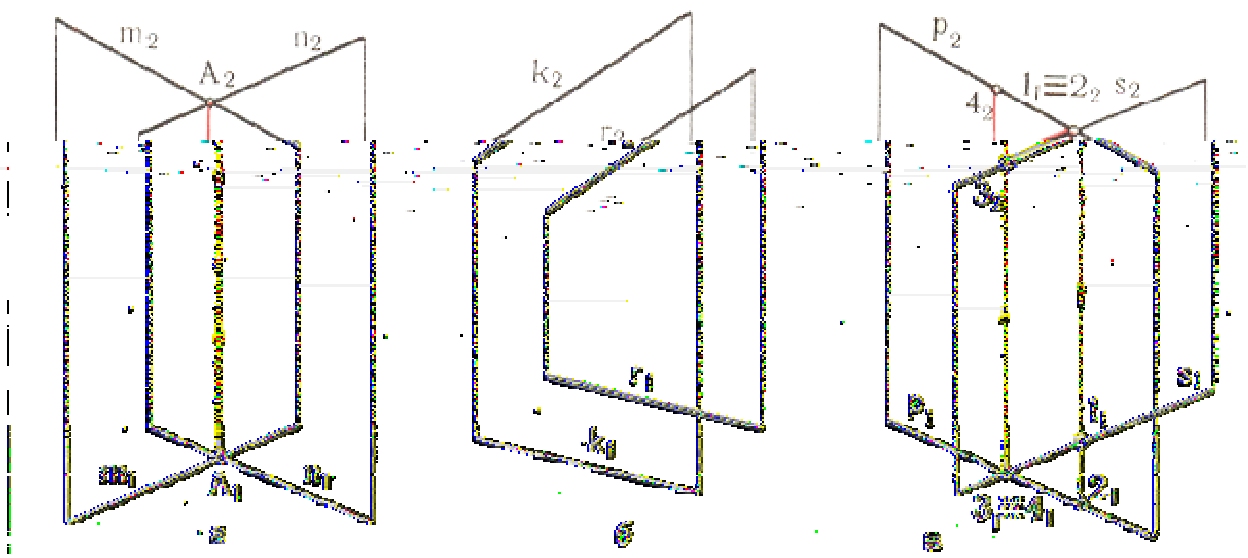
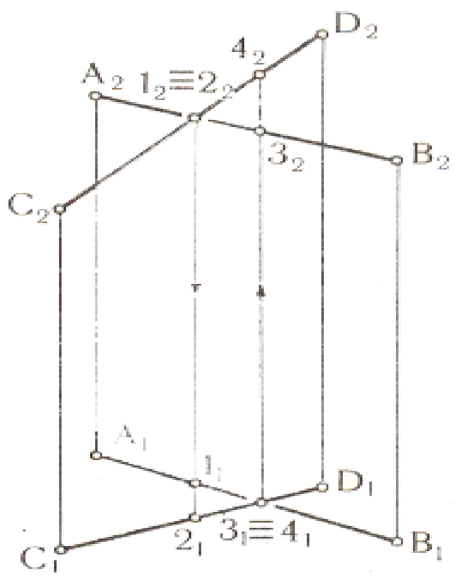


Рис.4

Сформулюємо властивості: *якщо точки перетину однойменних проекцій прямих загального положення належать одній вертикальній лінії* *зв'язку, прямі перетинаються (рис. 4, а); якщо однойменні проекції прямих паралельні між собою, прямі паралельні (рис 4, б); якщо точки перетину однойменних проекцій прямих не належать одній вертикальній або горизонтальній лінії зв'язку, прямі схрещуються (рис. 4, в).*

Звернемося до рис. 4*в,* де зображено дві прямі, що схрещуються. Фронтальні проекції перетинаються в точці $1_2 \equiv 2_2$, а горизонтальні — в точці $3_1 \equiv 4_1$. Конкуруючі точки (точки, що належать одній проектуючій прямій) використовують при визначенні видимості геометричних елементів.



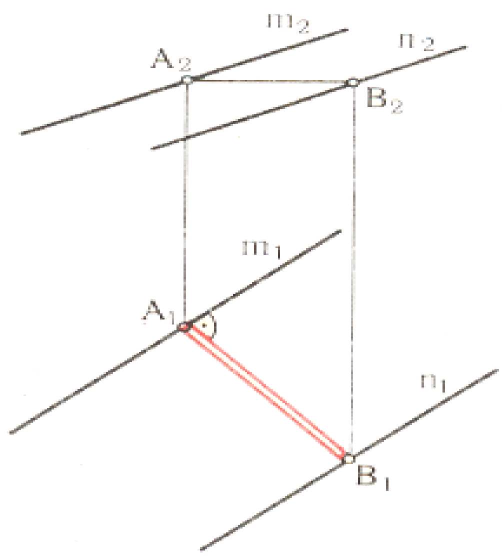


Рис.5 Рис.6

На рис. 5 приведено два відрізки прямих *AB* і *CD, що* схрещуються. Для визначення «перекриття» їх на проекціях відзначені конкуруючі точки *1* і *2* щодо площини $П_2$ і точки *3, 4* щодо площини $П_1$. При цьому точки *1* і *3* належать відрізку *AB,* а точки *2* і *4* — відрізку *CD.* Оскільки точка *4* розташована вище за точку *3,* на площині $П_1$ відрізок *CD* «перекриває» відрізок *A B. Точка 2* розташована ближче за точку *1*, тому на площині $П_2$ відрізок *CD* «перекриває» відрізок *AB.*

Розглянемо метричні властивості двох паралельних прямих. На підставі властивості відстані від точки до прямої сформулюємо властивість, що стосується відстані між паралельними прямими

Відстань між двома паралельними прямими загального положення зображається у натуральну величину, якщо прямі є лініями нахилу площини, яку вони задають, до однієї з площин проекцій. Так, якщо на одній з паралельних прямих узяти точку, то ця задача може бути зведена до попередньої задачи на відстань від точки до прямої, що є лінією нахилу.

На рис. 6 показана відстань між двома лініями нахилу m і n, що вимірюється відрізком горизонтальної прямої AB.

З приведеної вище властивості можна вивести два слідства:

1. Відстань між паралельними прямими проектується у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо прямі вертикальні, і на фронтальній, якщо прямі фронтально-проектуючі (рис. 7, а).

2. Відстань між паралельними прямими зображається у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо задана ними площина горизонтальна, і на фронтальній, якщо ця площина фронтальна (рис. 7, б).

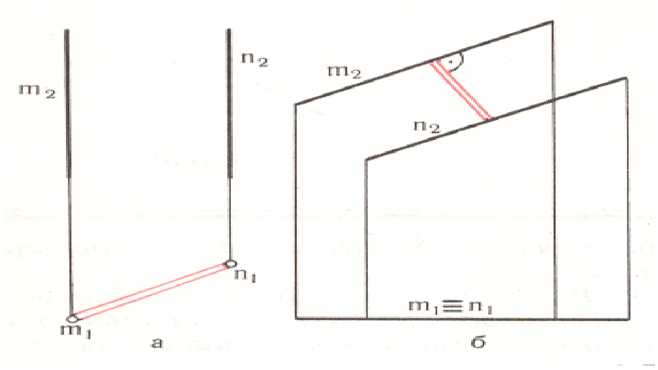


Рис.7

Кут між прямими, що схрещуються або являються пересічними, проектується у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо прямі горизонтальні, і на фронтальній, якщо прямі фронтальні (рис.8).

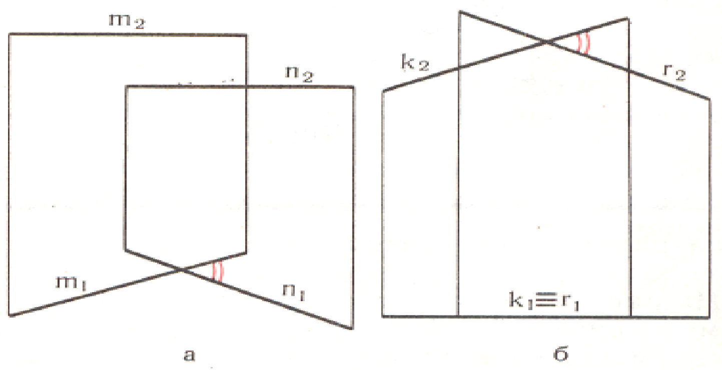


Рис.8

Оскільки взаємно перпендикулярними можуть бути дві прямі, пряма і площина і дві площини, розглянемо послідовно всі ці випадки на прикладах. На рис.9 показані дві взаємно перпендикулярні площини — горизонтальна $П_1$ і вертикальна $П_4$. Окрім цього, задана горизонтальна пряма *m*, що належить $П_4$, і вертикальна площина $П_5$, перпендикулярна до прямої *m* в точці *А,* а значить і до площини $П_4$.

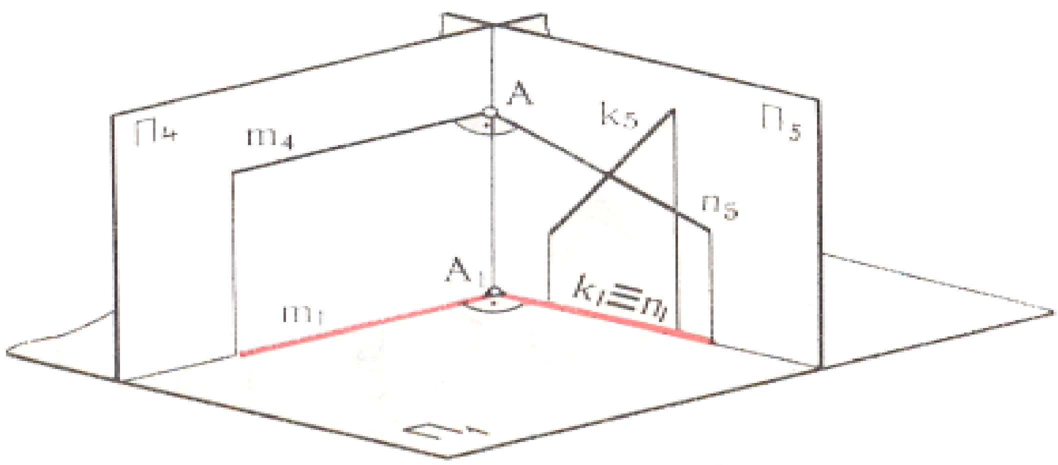


Рис.9

Через точку *А* проходить пряма *n, що* належить площині $П_5$ і яка створює, як відомо, з прямою m прямий кут. Цей кут проектується без спотворення на горизонтальну площину проекцій $П_1$, оскільки його сторони лежать на гранях горизонтально-проектуючого прямого двогранного кута, утвореного площинами $П_4$ і $П_5$. Неважко помітити, що якщо в площині $П_5$ узяти довільну пряму *k* (яка завжди буде перпендикулярна до *m*), що схрещується з прямою *m*, то цей прямий кут схрещення також зпроектується без спотворення на горизонтальну площину проекцій. На підставі приведених міркувань можна сформулювати наступну властивість.

Прямий кут перетину або схрещення проектується у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо хоча б одна його сторона горизонтальна, і на фронтальній, якщо хоча б одна сторона його фронтальна. При цьому друга сторона прямого кута не повинна бути проектуючою, оскільки в цьому випадку проекція прямого кута перетину перетворюється в лінію. На рис. 10, *а є* показаний прямий кут перетину, одна сторона якого горизонтальна, і прямий кут схрещення, одна сторона якого фронтальна (рис. 10, б*),* ці кути проектуються в першому випадку на $П_1$, а в другому — на $П_2$ у натуральну величину.

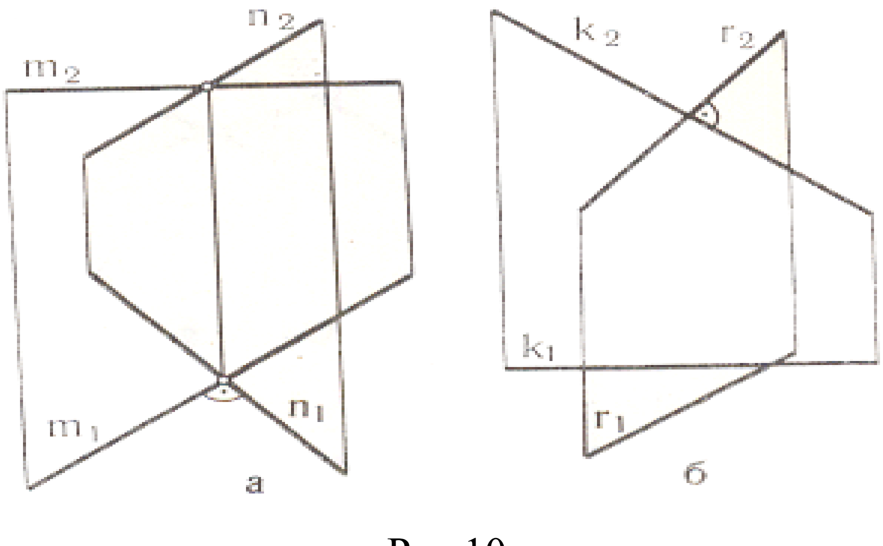


Рис.10

3. ПРЯМА І ПЛОЩИНА

Щоб з'ясувати взаємне положення прямої і площини, скористаємося *способом перетину*

Алгоритм рішення складається з трьох операцій:

1)пряма заключається в допоміжну площину;

2)визначається лінія перетину заданої площини з допоміжною;

3)з'ясовується взаємне положення двох прямих: заданої і лінії перетину.

При цьому можливі три випадки:

дві прямі перетинаються в одній точці, значить, пряма перетинається з площиною в цій точці;

дві прямі паралельні, значить, пряма паралельна площині;

дві прямі співпадають, значить, пряма є підмножина площини.

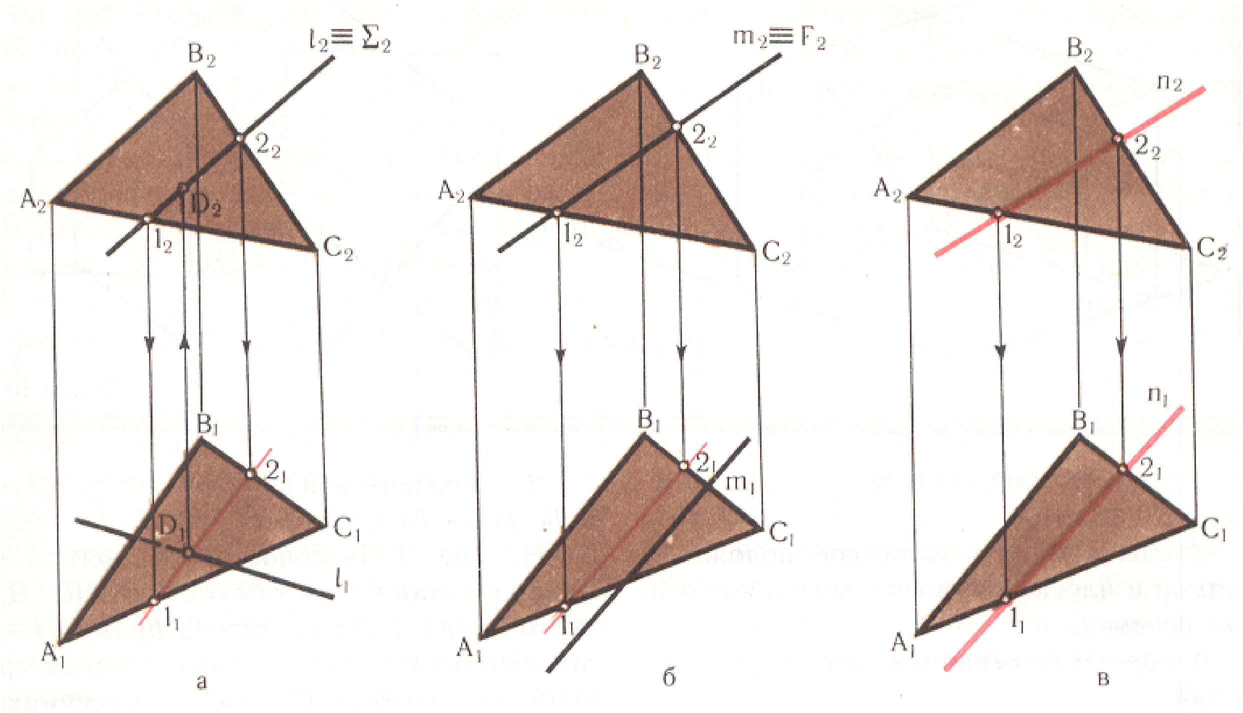


Рис.11

На рис. 11, *а є* зображений трикутний відсік *ABC* і пряма загального положення *l*. Для визначення їх взаємного положення використана фронтально-проектуюча площина Σ, проведена через пряму l. Знайдена лінія перетину двох площин — пряма l —2.

З розгляду горизонтальних проекцій прямих l_1 і $1_1 2_1$ видно, що пряма l перетинається з площиною в точці *D,* фронтальна проекція якої визначається по вертикальній відповідності.

В символічному записі $\Sigma_2 \supset l_2, 1_2 2_2 \equiv l_2, 1_1 2_1 \times l_1 = D_1$

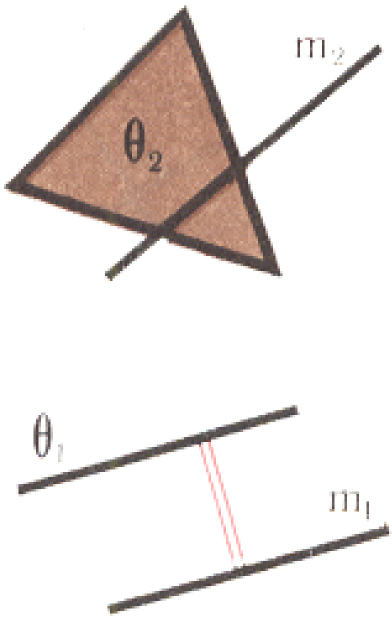
На рис. 11, *и* побудована пряма *m,* паралельна площині відсіку *ABC*. Для цього також була побудована пряма *1—2,* отримана в результаті перетину трикутного відсіку з фронтально-проектуючою площиною *Г*. Горизонтальна проекція прямої m_1 повинна бути паралельна горизонтальній проекції прямої *1—2*

$$(\Gamma_2 \supset m_2, 1_2 2_2 \equiv m_2, m_1 \| 1_1 2_1).$$

На рис. 11, в показана пряма *n,* проекції якої співпадають з проекціями прямої *1—2,* , що належить площині. Значить, пряма належить площині $(1_2 2_2 \equiv n_2, 1_1 2_1 \equiv n_1)$.

Визначення точки перетину прямої з площиною — *перша основна позиційна задача* курсу інженерної графіки. До неї можна звести більшість позиційних задач.

Метричні характеристики поєднання — пряма і площина — торкаються визначення відстані між прямою і паралельною їй площиною, а також кута між прямою і площиною, якщо пряма і площина не паралельні. *Відстань від прямої до паралельної їй площини проектується у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо площина вертикальна, і на фронтальній, якщо вона фронтально-проектуюча..* На рис. 12 показана відстань між вертикальною площиною Θ і прямою *m.*



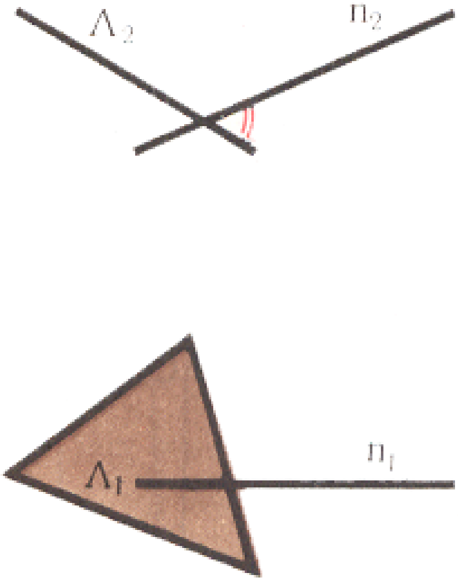


Рис.12 Рис.13

Кут між прямою і площиною визначається такою властивістю: *кут між прямою і площиною проектується у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо площина вертикальна, а пряма горизонтальна, і на фронтальній проекції, якщо площина фронтально-проектуюча, а пряма фронтальна.*

На рис.13 показаний кут між фронтально-проектуючою площиною Λ і фронтальною прямою *n*.

Як відомо, пряма перпендикулярна площині, якщо вона перпендикулярна до двох прямих, що належать площині. Беручи до уваги властивості проекцій прямого кута, зі всієї безлічі прямих площини доцільно в якості цих ліній вибрати лінії рівня, тобто горизонталь і фронталь.

На рис. 14 показаний трикутний відсік, сторона якого АС є горизонталлю, а АВ — фронталлю. Щоб з точки D опустити перпендикуляр на площину цього відсіку, достатньо провести фронтальну проекцію його перпендикулярно до фронтальної проекції фронталі A_2B_2, а горизонтальну — перпендикулярно до горизонтальної проекції горизонталі A_1C_1.

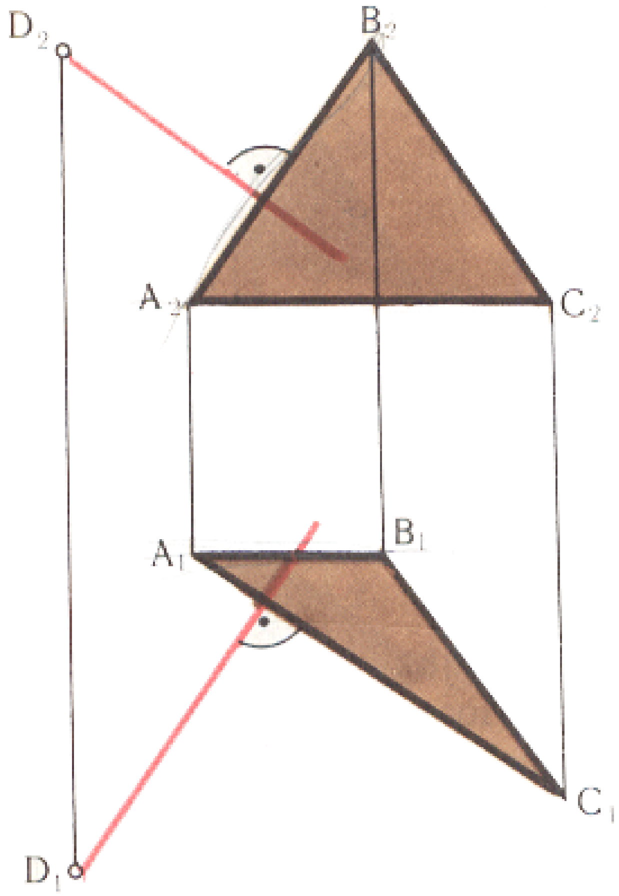


Рис.14

Сформулюємо властивість: *проекція прямої, що перпендикулярна до площини, на горизонтальній проекції площини перпендикулярна до проекції горизонталі, на фронтальній — перпендикулярна до проекції фронталі площини.*

На рис. 14 точка перетину перпендикуляра з площиною, тобто його основа, відсутня. Щоб її знайти, достатньо вирішити першу основну позиційну задачу, тобто визначити точку перетину прямої з площиною.

Якщо на кресленні площини горизонталь і фронталь не показані, для проведення перпендикуляра до площини їх необхідно провести.

4. ТОЧКА І ПЛОЩИНА

Точка може належати площині або не належати їй. Це визначається за допомогою прямої, що належить площини.

На рис. 15 показаний трикутний відсік *ABC* і задані точки *1* і *2.* Точка *1* належить площині, оскільки вона належить прямій *BD,* яка являється підмножиною площини, точка *2* не належить площині, оскільки тільки фронтальна проекція її належить фронтальній проекції прямої D_2B_2, а горизонтальна проекція не належить D_1B_1.

Можна сформулювати наступну властивість: *точка належить площині, якщо обидві її проекції співпадають з тими ж проекціями прямої, що належить площині..*

Метрична характеристика визначається такою властивістю: *відстань від точки до площини проектується у натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо площина вертикальна, і на фронтальній, якщо площина фронтально-проектуюча.* На рис. 16 показані точка *A* і вертикальна площина *Ф*, відстань між ними проектується без спотворення на горизонтальній площині проекцій.

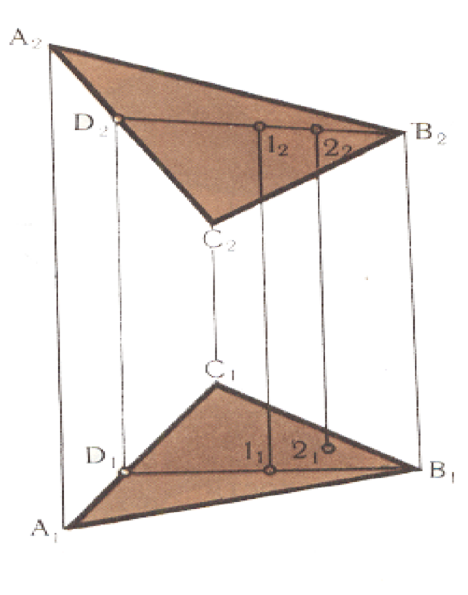


Рис. 15

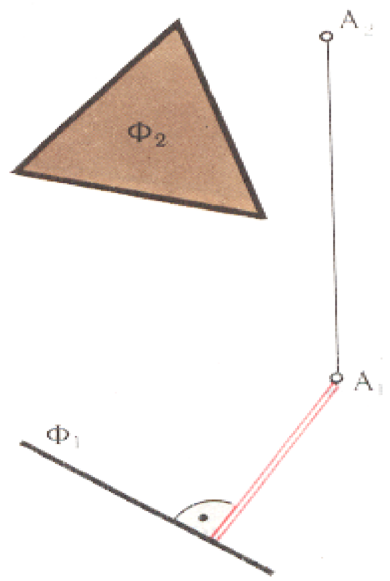


Рис. 16

5. ДВІ ПЛОЩИНИ

Дві площини завжди між собою перетинаються. Якщо лінія їх перетину — невласна пряма, площини паралельні. Тому щоб з'ясувати взаємне положення двох площин, знаходять лінію їх перетину — ***друга основна позиційна задача***. Для цього достатньо визначити дві точки, що належить цій лінії. Рішення такої задачі можна звести до попередньої, тобто до перетину прямої з площиною, повторивши його двічі. На рис. 17 показано дві площини: одна задана трикутним відсіком, а інша — двома паралельними прямими. Знаходимо точку перетину кожній з паралельних прямих з трикутним відсіком. Для цього скористаємося фронтально-проектуючими допоміжними площинами Σ і Ω, які перетнуть трикутний відсік по прямих *1—2* і *3—4*. *Точки D і E* визначають лінію перетину двох площин:

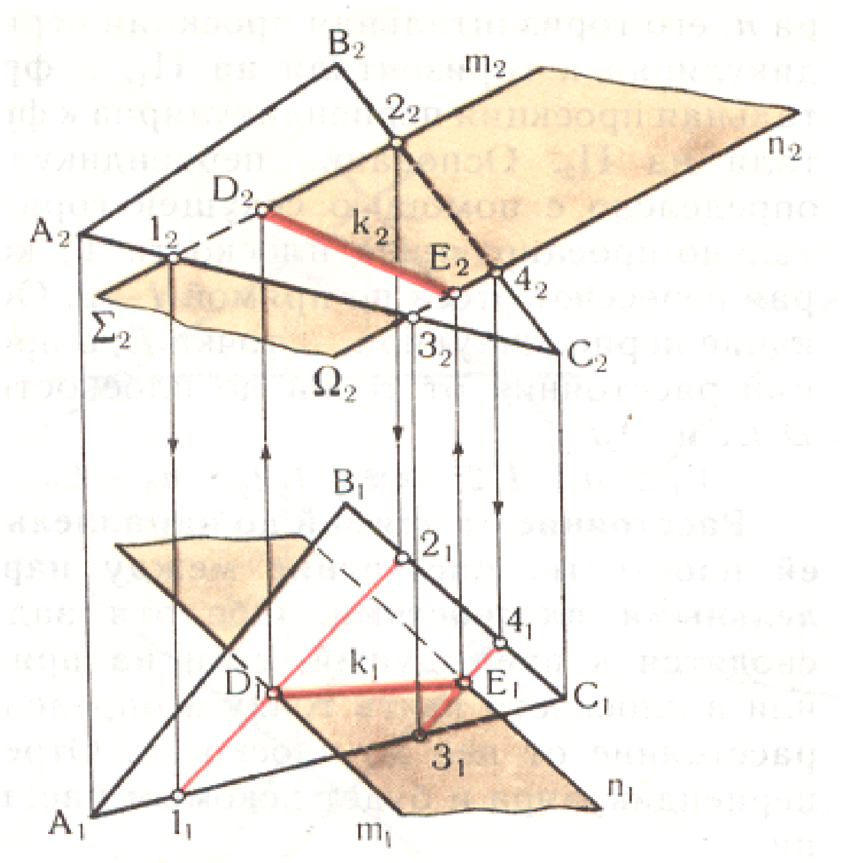


Рис. 17

$\Sigma_2 \supset m_2;\ \Omega_2 \supset n_2;\ 1_2 2_2 \equiv m_2;\ 3_2 4_2 \equiv n_2;$

$1_1 2_1 \times m_1 = D_1;\ 3_1 4_1 \times n_1 = E_1;\ \kappa \supset DE.$

Таким чином, для визначення лінії перетину двох площин способом перетинів знаходять дві точки перетину прямих однієї з площин з іншою площиною.

На рис. 18 зображено дві площини: одна задана трикутним відсіком, друга — двома паралельними прямими *m* і *n*. Ці площини паралельні, оскільки прямі *m* і *n* паралельні прямим *1—2* і *3—4,* отриманим в результаті перетину відсіку фронтально-проектуючими площинами *Λ* і *Г*.

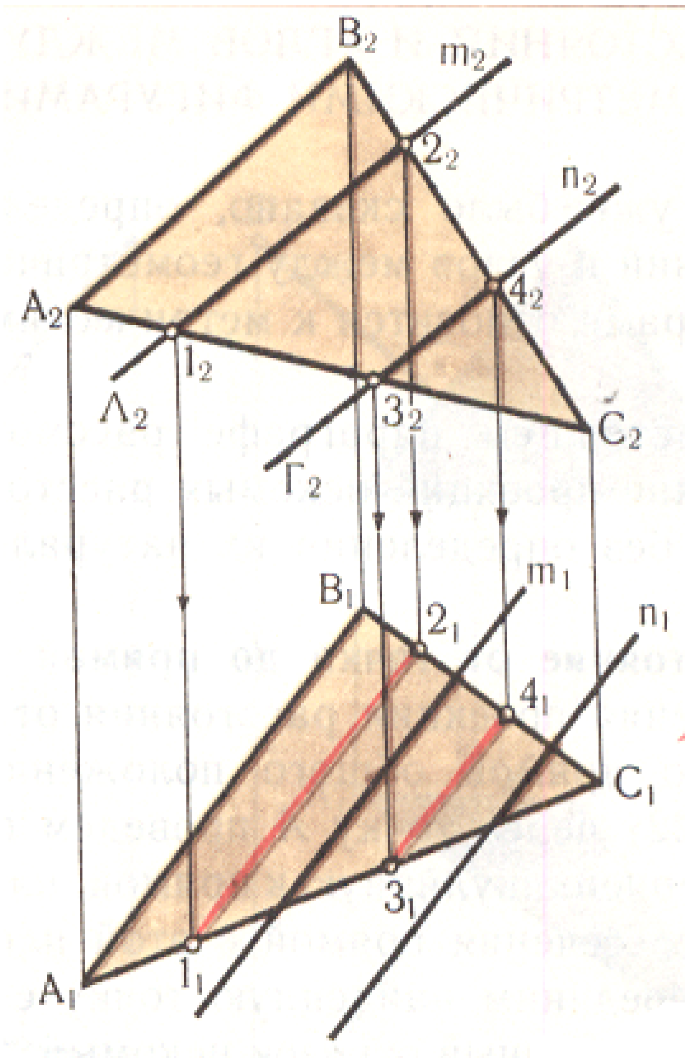


Рис.18

Із елементарної геометрії відомо: *якщо дві пересічні прямі однієї з площин відповідно паралельні двом пересічним прямим іншої площини, то площини паралельні:*

$$\Lambda_2 \supset m_2;\ \Gamma_2 \supset n_2;\ m_2 \equiv 1_2 2_2;\ n_2 \equiv 3_2 4_2;$$
$$m_1 \| n_1 \| 1_1 2_1.$$

Розглянемо метричні характеристики — відстані і кути між двома площинами.

Відстань між паралельними площинами проектується у натуральну величину на горизонтальну площину проекцій, якщо площини вертикальні, і на фронтальну, якщо площини фронтально проектуючи.

На рис. 19 показана відстань між двома паралельними вертикальними площинами Θ і Φ, що проектується без спотворення на горизонтальну площину проекцій.

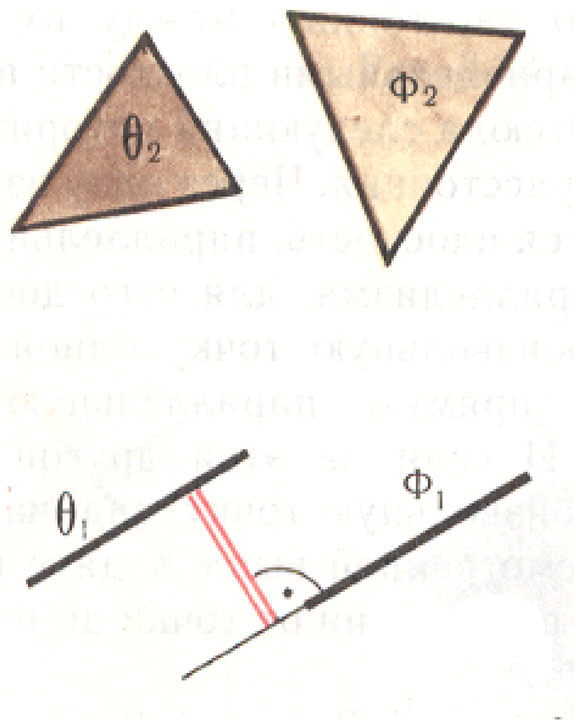
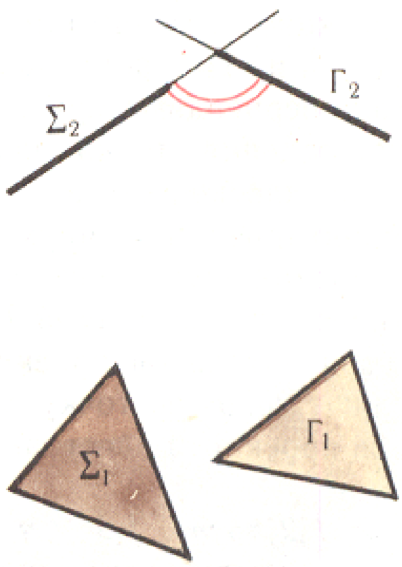


Рис.19

Кут між двома площинами (двогранний кут) проектується в натуральну величину на горизонтальній проекції, якщо площини вертикальні, і на фронтальній, якщо площини фронтально- проектуючі.

На рис. 20 показано дві фронтально-проектуючі площини, кут між якими проектується без спотворення на фронтальну проекцію.



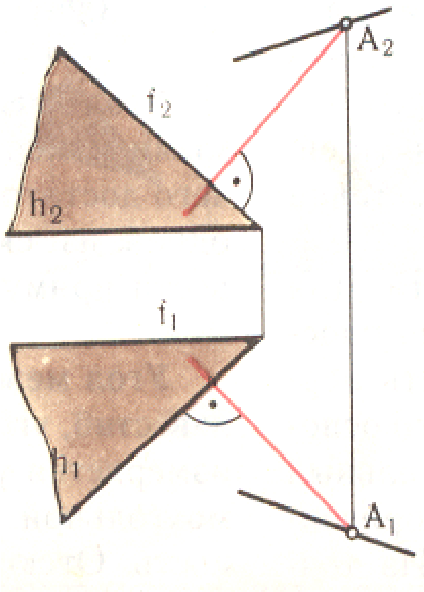


Рис.20 Рис.21

Проведемо площину, перпендикулярну до заданої, використовуючи властивість, розглянуту в п.3 і що стосується проведення перпендикуляра до площини. На рис. 21 площину задано горизонталлю h і фронталлю f . Через точку A до цієї площини проведений перпендикуляр. Якщо через точку A провести довільну пряму, то вона разом з перпендикуляром задасть площину, перпендикулярну до заданої. Оскільки пряма проводиться довільно, таких площин — незліченна множина.

Сформулюємо властивість: *площина перпендикулярна до іншої площини, якщо вона містить перпендикуляр до неї*

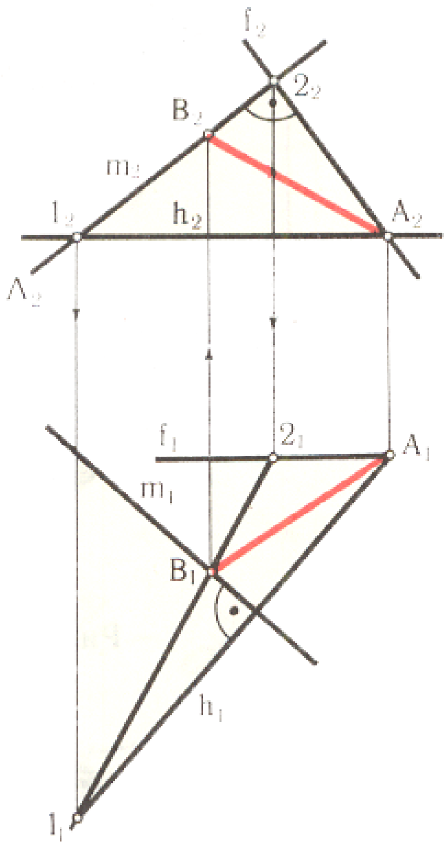
6. ПОБУДОВА ПРОЕКЦІЙ ВІДСТАНЕЙ І КУТІВ МІЖ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ФІГУРАМИ

Як вже було сказано, визначення відстаней і кутів між геометричними фігурами відноситься до метричних задач.

В даному параграфі розглянемо побудову проекцій шуканих відстаней і кутів без визначення їх натуральних величин.

6.1. Відстань від точки до прямої.

Для визначення проекції відстані від точки *A* до прямої загального положення *m* (рис. 22) через точку *A* проведемо площину, перпендикулярну до прямої, знайдемо точку перетину прямої з цією площиною і з'єднаємо знайдену точку з точкою *A*. Отриманий відрізок шуканий.



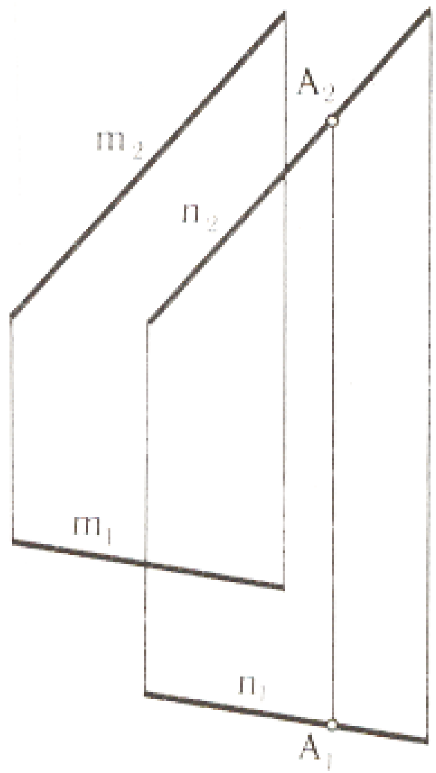


Рис.22 Рис.23

Площину задамо горизонталлю *h* і фронталлю *f,* при цьому на полі Π_1 горизонтальна проекція горизонталі перпендикулярна до m_1, а на Π_2 фронтальна проекція фронталі перпендикулярна до m_2.

Для знаходження точки перетину прямої m_2 з площиною скористаємося січною фронтально-проектуючою площиною Λ, що проходить через *m,* яка перетне площину по прямій $1_2 2_2$. Перетином горизонтальної проекції $2_1 1_1$ з m_1 визначають шукану точку *B.* Відрізок *AB* є проекцією відстані від точки до прямої:

$$\Lambda_2 \supset m_2;\ 1_2 2_2 \equiv m_2;\ 1_1 2_1 \times m_1 = B_1.$$

6.2. Відстань між паралельними прямими.

Якщо на одній з прямих узяти довільну точку, наприклад *A,* то ця задача може бути зведена до попередньої, тобто до визначення відстані від точки до прямої (рис. 23).

6.3. Відстань від точки до площини.

Для визначення відстані від точки до площини необхідно з точки опустити перпендикуляр на площину і знайти його основу. На рис.24 показаний трикутний відсік, сторона *AC* якого — горизонталь, а сторона *AB* — фронталь. З точки *D* проведені проекції перпендикуляра *n,* його горизонтальна проекція перпендикулярна до горизонталі на Π_1, а фронтальна проекція перпендикулярна до фронталі на Π_2. Основа перпендикуляра визначена за допомогою січної горизонтально-проектуючої площини *Г,* яка перетне відсік по прямій *1—2.* Основа перпендикуляра — точка *E, а* проекції відстані від точки до площини — D_1E_1 і D_2E_2:

$$\Gamma_1 \supset n_1;\ 1_1 2_1 \equiv n_1;\ 1_2 2_2 \times n_2 = E_2.$$

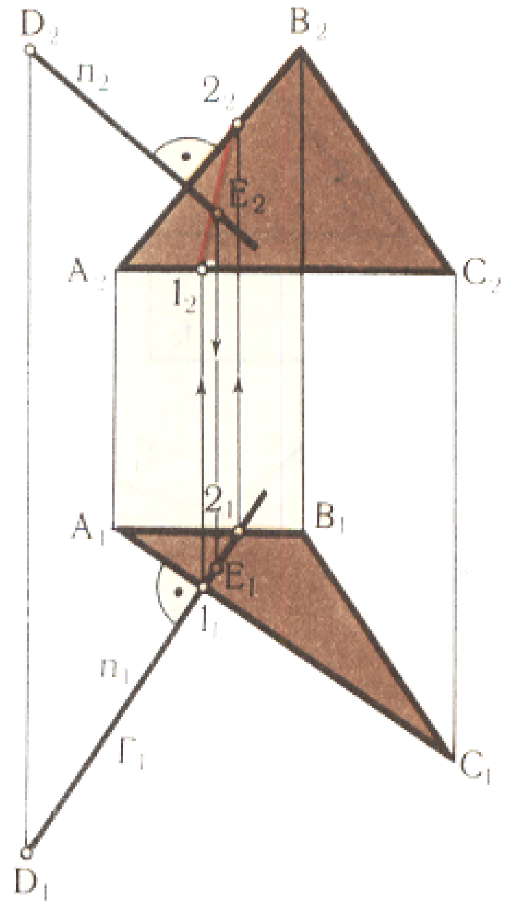


Рис. 24

6.4. Відстань від прямої до паралельної їй площини, відстань між паралельними площинами.

Обидві ці задачі зводяться до попередньої, якщо на прямій або в площині узяти точку і визначити відстань від неї до площини. Відрізок перпендикуляра і буде шуканою відстанню.

6.5. Відстань між прямими, що схрещуються.

Відомо (див. п.2), що відстань між прямими, що схрещуються, дорівнює відстані між їх площинами, паралельними площині паралелізму.

Звідси наступний алгоритм визначення відстані. Через одну з прямих проводиться площина, паралельна площині паралелізму, для чого достатньо через довільну точку однієї прямої провести пряму, паралельну іншій прямій. І якщо на цій іншій прямій узяти довільну точку, задача зводиться до розглянутої вище задачі по визначенню відстані від точки до площини (рис. 25):

$$A \in m;\ \ A_1B_1 \parallel n_1;\ \ A_2B_2 \parallel n_2.$$

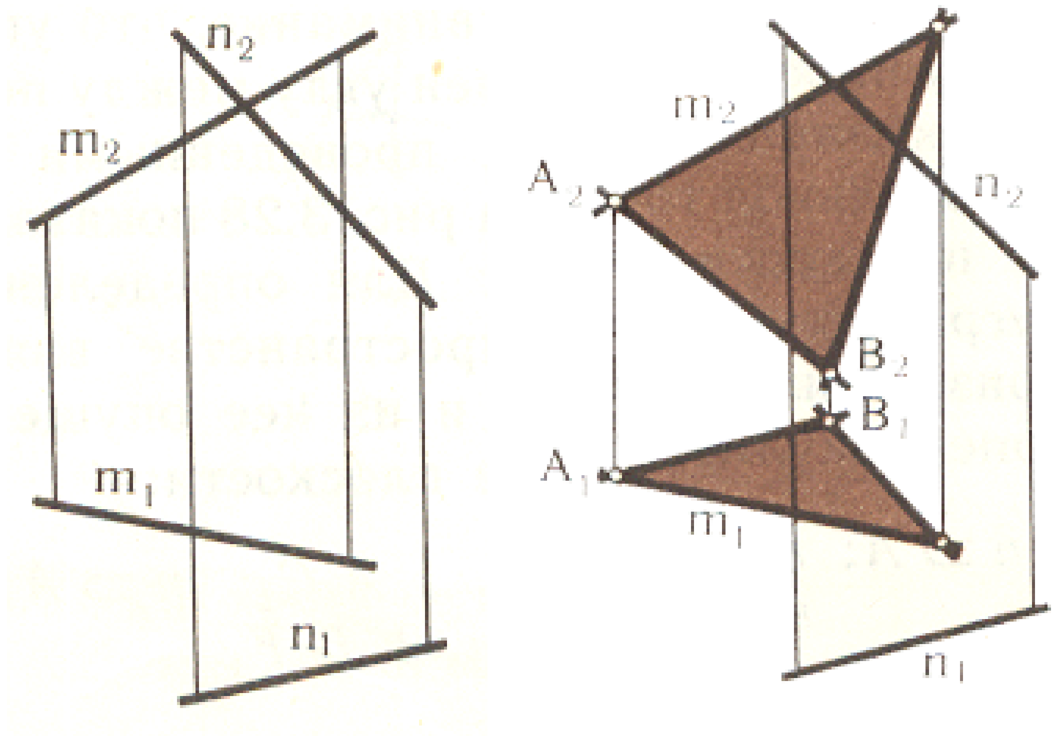


Рис.25

6.6. Кут між прямими, що схрещуються,

Кут між прямими, що схрещуються, вимірюється кутом перетину, для чого достатньо через довільну точку однієї з прямих, що схрещуються, провести пряму, паралельну другій прямій.

6.7. Кут між прямою і площиною.

Як відомо, кут між прямою і площиною вимірюється кутом між прямою і її прямокутною проекцією на дану площину. Звідси можливий прямий шлях побудови цього кута, для чого необхідно через пряму провести площину, перпендикулярну до даної площини. Лінія їх перетину і є проекція прямої на цю площину.

Оскільки отриманий при цьому трикутник *ABC* (рис. 26) прямокутний, сума кутів при вершинах *A* і *B* завжди рівна 90°.

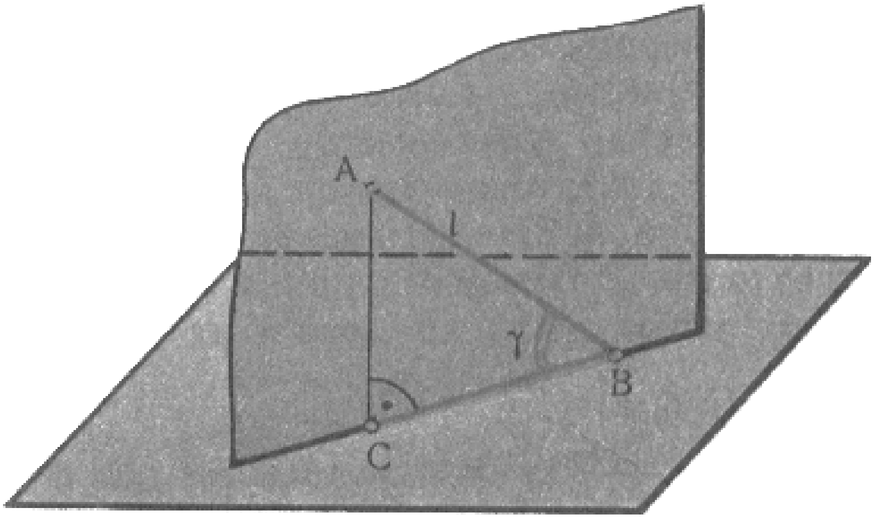


Рис.26

Звідси можливий більш простий спосіб визначення кута між прямою і площиною: достатньо з точки, що належить прямої, опустити перпендикуляр на площину. Отриманий при цьому кут доповнить шуканий до прямого кута (рис. 27):

$A \in l; n \supset A; n_2 \perp f_2; n_1 \perp h_1.$

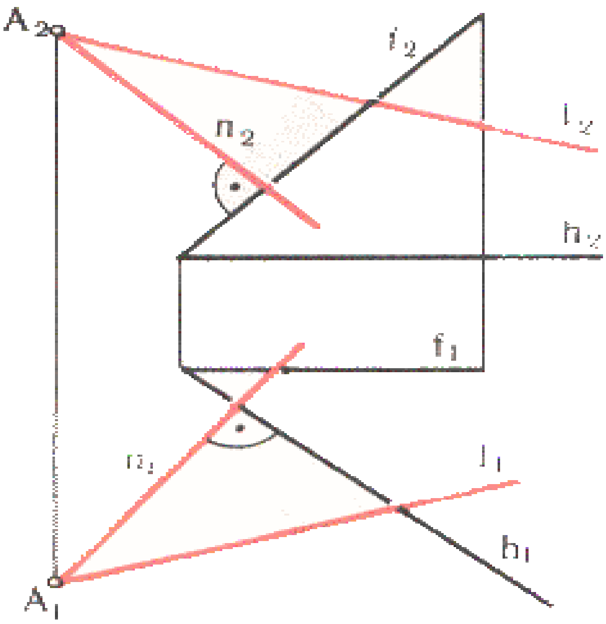


Рис.27

6.8. Кут між двома площинами.

Для визначення двогранного кута знаходять лінію перетину двох площин (ребро двогранного кута). Перпендикулярно до цього ребра проводять площину, яка перетне двогранний кут по шуканому лінійному куту.

Можливий іншій, більш простий шлях: достатньо взяти до уваги, що кут між площинами рівний куту між перпендикулярами до них, проведеними з довільної точки. На рис. 28 показано дві площини Φ і Ω. Для визначення двогранного кута в просторі узята довільна точка A і з неї опущені перпендикуляри на обидві площини:

$n \supset A;\ n_2 \perp B_2C_2;\ n_1 \perp A_1C_1;\ m \supset A;$
$m_2 \perp D_2E_2;\ m_1 \perp D_1F_1.$

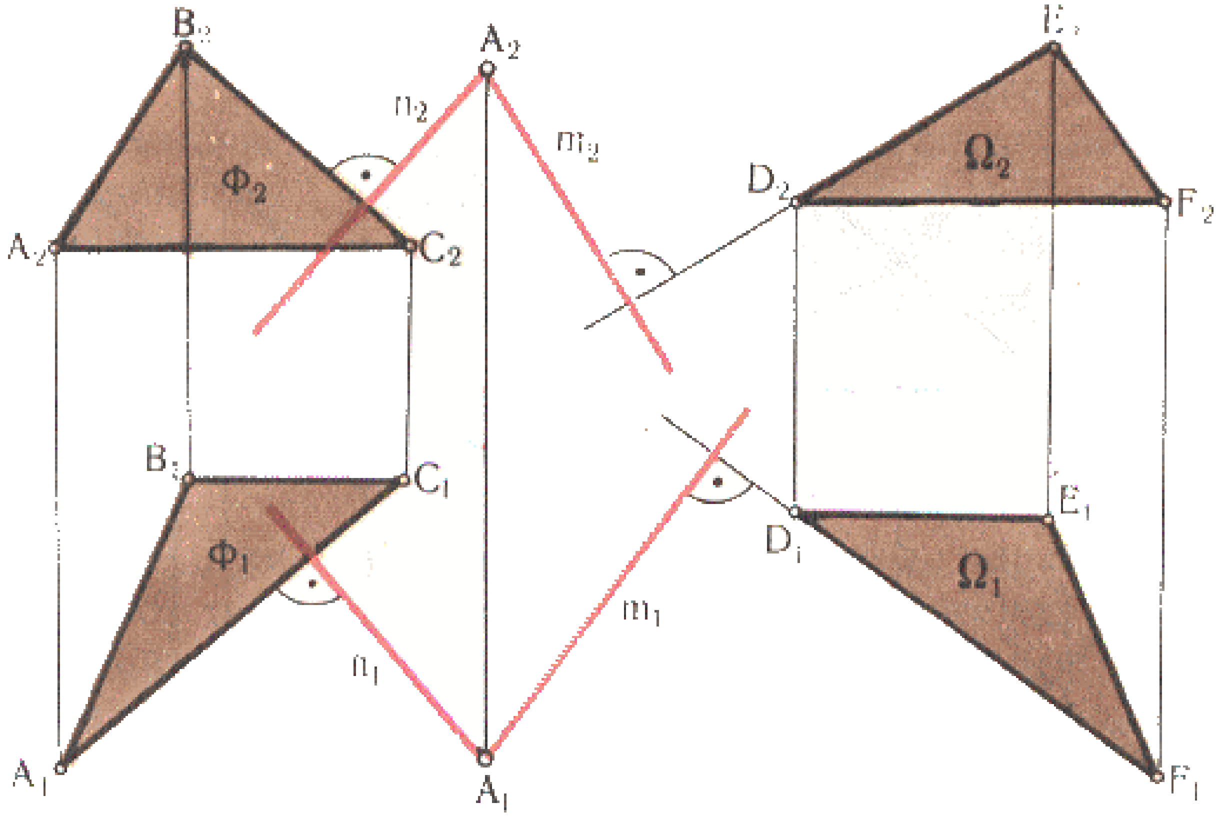


Рис.28

Завдання до модулю №2

Другий модуль з нарисної геометрії включає три задачі. Координати точок для побудови умов задач беруться з таблиці 1.

Задача1. Знайти відстань від точки *D* до площини, яку задано трикутником *ABC*.

Відстань від точки до площини вимірюється перпендикуляром, опущеним з цієї точки на площину.

Звідси порядок виконання задачі наступний:

1.Будують горизонтальну та фронтальну проекції трикутника АВС та точку *D* .

2. Проводять проекції фронталі та горизонталі.

3. З точки *D* опускають перпендикуляр на площину трикутника *ABC* . Щоб з точки *D* опустить перпендикуляр на площину цього відсіку, достатньо провести фронтальну проекцію перпендикуляра під прямим кутом до фронталі, а горизонтальну його проекцію - перпендикулярно до горизонталі.

4. Знаходимо точку перетину перпендикуляра з площиною трикутника *ABC* (перша позиційна задача) .

Задача2. Побудувати площину паралельну площині , яку задано трикутником *ABC* на відстані 50 *мм* від неї.

Порядок виконання задачі наступний:

1.Знаходимо натуральну величину перпендикуляра, опущеного з точки *D* на площину трикутника *ABC* (методом прямокутного трикутника).

2. По натуральній величині перпендикуляра від площини трикутника відкладаємо відрізок 50 *мм* та знаходимо проекції цього відрізка.

3. Через отриману точку проводимо площину паралельну площині трикутника *ABC*.

Задача 3. **Побудувати площину *DEL* , що проходить через відрізок *DE* і являється перпендикулярною до площини заданої трикутником *ABC*.**

Порядок виконання задачі наступний:

1.Будуємо проекції трикутника *DEL* та відрізку *DE.*

2.В трикутнику *DEL* проводимо проекції фронталі та горизонталі.

3.З одно кінця відрізку *DE* проводимо перпендикуляр на площину трикутника *ABC* і довільно вибираємо точку *L* на цьому перпендикулярі.

4.Знаходимо лінію перетину двох площин: трикутника *DEL* та трикутника *ABC.*

Знаходження лінії перетину двох площин зводиться до знаходження двох точок, що визначають цю лінію. Кожна така точка є результатом перетину прямої однієї площини з іншою площиною. Видимість площин визначають за уявою і перевіряють за «конкуруючими» точками.

Питання для самоконтролю

1. Які задачі нарисної геометрії відносяться до позиційних?
2. Які задачі нарисної геометрії відносяться до метричних?
3. Побудувати проекції площини, яка проходить через точку *A* і паралельна:

а) прямої (рис.29); б) двом заданим прямим (рис.30).

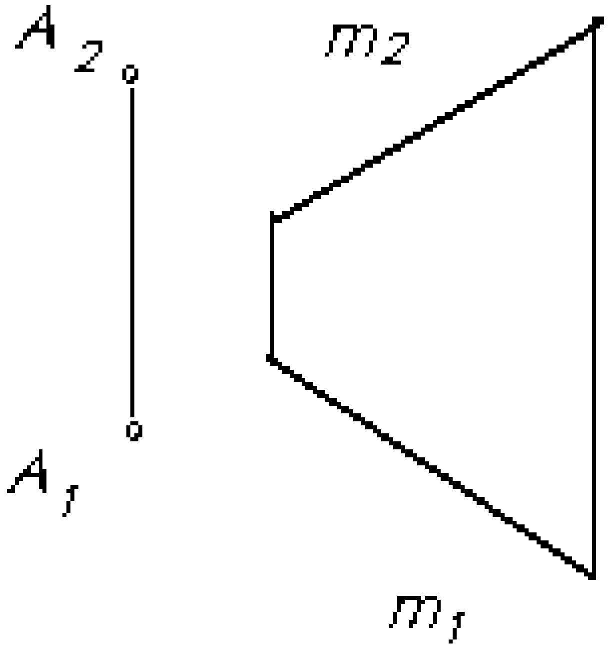


Рис.29

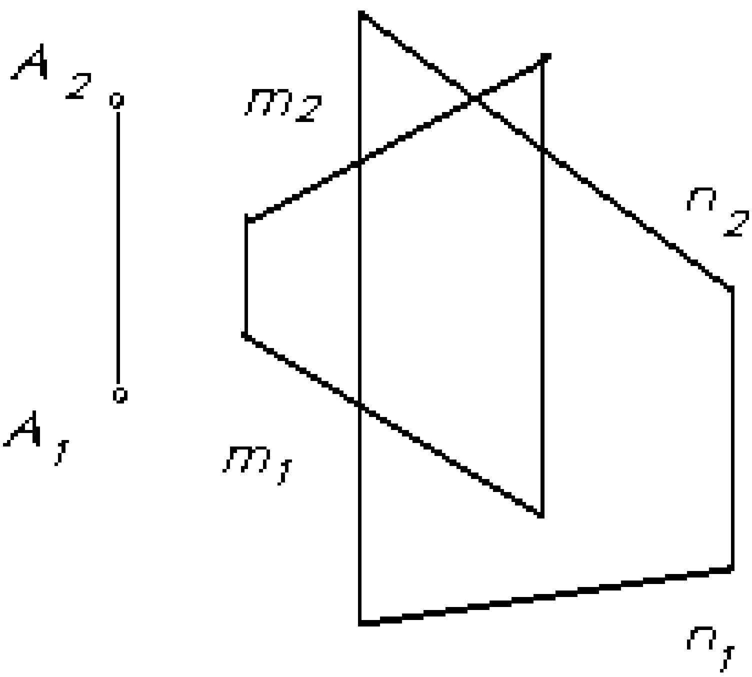


Рис.30

4. Накреслить проекції площини, заданої горизонталлю та фронталлю, що проходить через точку *D* і паралельна заданій площині (рис.31).

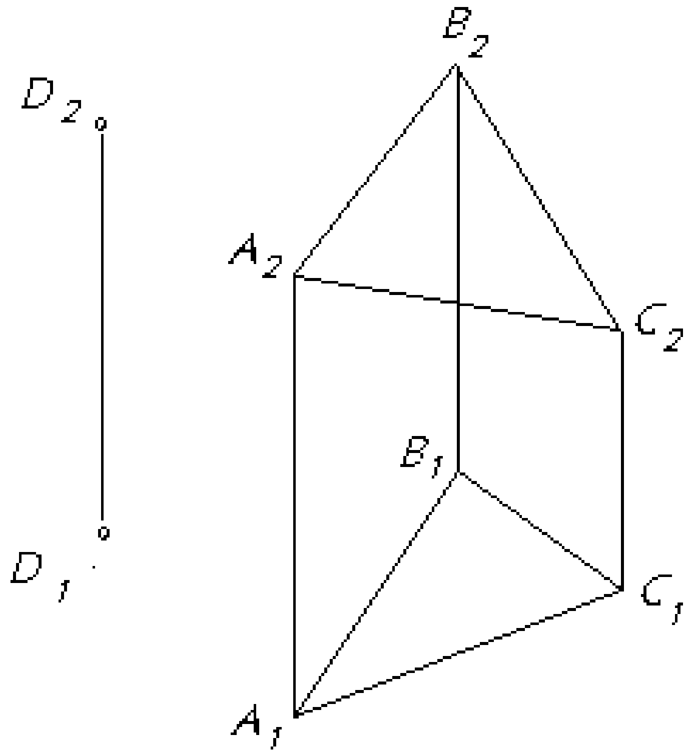


Рис.31

5. Як будується пряма перпендикулярна до площини?
6. В якому випадку прямий кут проектується в натуральну величину на площини проекцій?
7. З яких операцій складається алгоритм визначення точки перетину прямої з площиною?
8. В якому випадку відстань між двома паралельними прямими загального положення зображається в натуральну величину?
9. В якому випадку кут між двома площинами (двогранний кут) проектується в натуральну величину на площини проекцій?
10. Яким чином визначається відстань від точки до площини?
11. Алгоритм визначення відстані між мимобіжними прямими.
12. Яким чином знаходиться лінія перетину двох площин?
13. Через точку *A* провести пряму, що перетинає задану під прямим кутом, якщо: а) задана пряма фронтальна; б) задана пряма загального положення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бажміна Е. А., Шаломєєв В. А. Практичні роботи з нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки. Частина 1 : навч. посіб. Запоріжжя : ЗНТУ, 2016. 66 с..
2. Ванін В. В., Білицька Н. В., Гетьман О. Г., Міхлевська Н. В. Інженерна графіка. Навчальні завдання : навч. посіб. Київ : Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського, 2018. 64 с.
3. Ванін В. В., Ковальов С. М., Михайленко В. Є. Інженерна і комп’ютерна графіка. Київ : Каравела, 2018. 360 с.
4. Ванін В. В., Перевертун В. В., Надкернична Т. М., Власик Г. Г. Інженерна графіка. Київ : Видавнича група BHV, 2018. 400 с.
5. Василюк А. С., Мельникова Н. І. Комп'ютерна графіка : навч. посіб. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2016. 308 с.
6. Власій О. О., Дудка О. М. Комп'ютерна графіка. Обробка растрових зображень: навчально-методичний посібник. Івано-Франківськ : ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», 2015. 72 с.
7. Волошкевич П. П., Бойко О. О., Базишин П. А., Мацура Н. О. Технічне креслення та комп'ютерна графіка : навч. посіб. Київ : Кондор-Видавництво, 2017. 234 с.
8. Головчук А. Ф., Кепко О. І. Інженерна і комп’ютерна графіка: навч. посіб. Київ: Центр учбової літератури, 2017. 60 с.
9. ДСТУ 2939-15. Система оброблення інформації. Комп’ютерна графіка. Терміни та визначення [Чинний від 1.01.2016]. Вид. офіц. Київ, 2015. 35 с.
10. Заїка В. Ф., Тарбаєв С. І., Чумак Н. С. Основи інженерної та комп’ютерної графіки. Частина II. : навч. посіб. Київ : ННІТІДУТ, 2017. 75 с.
11. Інженерна графіка : довідник / В. М. Богданов та ін. ; за ред. А. П. Верхоли. Київ : Техніка, 2017. 268 с.
12. Інженерна графіка : навч. посіб. / А. В. Шевченко та ін.; Вінниця : ВНТУ, 2016. 174 с.
13. Інженерна і комп’ютерна графіка : конспект лекцій / уклад. О. П. Скиба, В. І. Ковбашин, А. І. Пік. Тернопіль : Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2019. 60 с.
14. Кепко О. І., Накльока Ю. І., Пушка О. С., Чумак Н. М. Інженерна і комп’ютерна графіка : навч. посіб. Умань : Редакційновидавничий відділ Уманського НУС, 2015. 196 с.
15. Кузнецова Ю. А. Компас 3 D: практичне руководство по лабораторному практикуму : методичний посібник. Харків : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2015.
16. Маценко В. Г. Комп’ютерна графіка : навч. посіб. Чернівці : Рута, 2009. 343 с.

ЗМІСТ

Навчально-методичне видання

НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА: МОДУЛЬ № 3 «МЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ»

Методичні рекомендації

Укладачі: Полянський Павло Миколайович,

Доценко Наталія Андріївна

Іванов Геннадій Олександрович,

Степанов Сергій Миколайович,

Баранова Олена Володимирівна

Формат 60х84/1/16. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 2,0. Наклад 30 прим. Зам. № 45.

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету.
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9.
Тел./факс: (0512)341082.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013 р.