

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА: курс лекцій
для здобувачів першого «бакалаврського» рівня вищої освіти
ОПП «Біотехнології та біоінженерія»
спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія»
денної форми здобуття вищої освіти

Миколаїв
2023

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету, протокол № 7 від 27.02.2023 р.

Укладачі:

- Іванов Г. О. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін.
Полянський П. М. – канд. екон. наук, доцент, в.о. зав. кафедри загальнотехнічних дисциплін.

Рецензенти:

- Бацуровська І. В. – д-р пед. наук, професор кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки.
Марченко Д. Д. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу.

ЗМІСТ

ВСТУП. INTRODUCTION	8
МОДУЛЬ 1. ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА.....	12
MODULE 1. THEORETICAL MECHANICS.....	12
ОСНОВНІ ІСТОРИЧНІ ЕТАПИ РОЗВИТКУ МЕХАНІКИ	
THE MAIN HISTORICAL STAGES OF THE DEVELOPMENT OF MECHANICS	12
1.СТАТИКА. STATICS	17
Лекція 1. Статика абсолютно твердого тіла.....	17
Lecture 1. Statics of an absolutely solid body	
1.1. Основні визначення, поняття і аксіоми статички. Предмет статички.....	17
Basic definitions, concepts and axioms of statics. The subject of statics	
2. КІНЕМАТИКА. KINEMATIC.....	27
Лекція 2. Кінематика точки.....	27
Lecture 2. Point kinematics	
2.1. Основні відомості з кінематики точки.....	27
Basic information on the point kinematics	
2.2. Знаходження швидкості та прискорення точки при векторному способі визначення її руху.....	31
Finding the velocity and accelerating the point at the vector method of determining its motion	
3. ДИНАМІКА. DYNAMICS.....	34
ВСТУП ДО ДИНАМІКИ. INTRODUCTION TO DYNAMICS.....	34
Лекція 3. Динаміка абсолютного руху матеріальної точки.....	35
Lecture 3. Dynamics of the absolute motion of the material point	
3.1. Основні поняття. Basic concepts.....	35
3.2. Закони динаміки. The laws of dynamics.....	36
3.3. Диференціальні рівняння руху матеріальної точки.....	38
Differential equations of motion of a material point	
3.4. Дві основні задачі динаміки матеріальної точки.....	40
Two main tasks of the dynamics of the material point	
МОДУЛЬ 2. МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ.....	42
MODULE 2. MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES	
Лекція 1. Вступна лекція.....	42
Lecture 1. Introductory lecture	
1.1.Завдання дисципліни «Механіка матеріалів і конструкцій» та її значення для інженерної освіти. Коротка історична довідка.....	42
Tasks of the discipline "Mechanics of materials and structures" and its significance for engineering education. Brief historical reference	
1.2.Види навантажень. Поняття про розрахункову схему.....	43
Types of loads. Concept of calculation scheme	
1.3. Об'єкти, що вивчаються в курсі.....	44

Objects studied in the course	
1.4. Основні властивості твердого деформованого тіла.....	45
Basic properties of a solid deformed body	
1.5. Гіпотези, принципи та основні припущення в курсі.....	46
Hypotheses, principles and basic assumptions in the course	
Лекція 2. Геометричні характеристики плоских перерізів.....	48
Lecture 2. Geometric characteristics of flat sections	
2.1. Загальні поняття. General concepts.....	48
2.2. Моменти інерції простих фігур.....	50
Moments of inertia of simple figures	
2.3. Моменти інерції відносно паралельних осей.....	51
Moments of inertia relative to parallel axes	
2.4. Залежність між моментами інерції при повороті координат осей..	52
Dependence between the moments of inertia when rotating the	
coordinates of the axes	
2.5. Головні вісі та головні моменти інерції.....	53
Principal axes and principal moments of inertia	
2.6. Радіус інерції. Еліпс інерції та його властивості.....	54
Radius of inertia. Ellipse of inertia and its properties	
Лекція 3. Центральний розтяг і стиск стрижнів.....	55
Lecture 3. Central tension and compression of rods between load and	
longitudinal force	
3.1. Поздовжні сили та їх епюри. Диференційні залежності між	55
навантаженням та поздовжньою силою.....	
Longitudinal forces and their diagrams. Differential dependences	
3.2. Напруження та деформації при розтязі та стисканні. Закон Гука	57
при розтязі-стисканні.....	
Stresses and deformations during stretching and compression.	
Hooke's law in stretching-compression	
Лекція 4. Кручення.....	60
Lecture 4. Torsion	
4.1. Визначення крутних моментів та побудова їх епюр.....	60
Determination of torques and construction of their graphs	
4.2. Напруження та деформації при крученні круглого вала.....	62
Stresses and deformations during rotation of a round shaft	
4.3. Кручення стрижня прямокутного поперечного перерізу.....	65
Torsion of a rod of rectangular cross-section	
МОДУЛЬ 3. ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	66
MODULE 3. THEORY OF MECHANISMS AND MACHINES	
Лекція 1. Структура і класифікація механізмів.....	66
Lecture 1. Structure and classification of mechanisms	
1.1. Мета й задачі курсу ТММ. Коротка історична довідка.....	66
Purpose and objectives of the TMM course. Brief historical	
reference	

1.2. Структура і класифікація механізмів.....	67
Structure and classification of mechanisms	
1.3. Кінематичні пари й їхня класифікація.....	70
Kinematic couples and their classification	
1.4. Структурні та кінематичні схеми механізмів.....	74
Structural and kinematic schemes of mechanisms	
Лекція 2. Структурний аналіз механізмів.....	80
Lecture 2. Structural analysis of mechanisms	
2.1. Ступінь рухливості кінематичного ланцюга.....	80
The degree of mobility of the kinematic chain	
2.2. Пасивні в'язі та зайві ступені рухомості.....	81
Passive ties and extra degrees of mobility	
2.3. Принципи побудови і структурна класифікація механізмів.....	82
Construction principles and structural classification of mechanisms	
Лекція 3. Вступ у динамічний аналіз механізмів та машин. силовий розрахунок механізмів.....	85
Lecture 3. Introduction to dynamic analysis of mechanisms and machines. force calculation of mechanisms	
3.1. Сили, що діють на ланки механізмів та машин.....	85
Forces acting on links of mechanisms and machines	
3.2. Загальна методика силового розрахунку.....	88
General method of force calculation	
МОДУЛЬ 4. ДЕТАЛІ МАШИН.....	92
MODULE 4. DETAILS OF MACHINES	
Частина 1. Деталі машин.....	92
Part 1. Details of machines	
Лекція 1. Основи розрахунку деталей машин. Механічні передачі. Кінематичний розрахунок.....	92
Lecture 1. Basics of calculating machine parts. Mechanical transmissions. Kinematic calculation	
1.1. Класифікація деталей машин. Загальні положення.....	92
Classification of machine parts. Terms	
1.2. Види розрахунку деталей машин. Машинобудівні матеріали.....	95
Types of calculation of machine parts. Machine-building materials	
1.3. Критерії працездатності і розрахунку деталей машин.....	96
Criteria for performance and calculation of machine parts	
1.4. Механічні передачі. Кінематичний розрахунок.....	97
Mechanical transmissions. Kinematic calculation	
Лекція 2. Зубчасті передачі.....	99
Lecture 2. Gears	
2.1. Загальні відомості та класифікація.....	99
General information and classification	
2.2. Геометричні та кінематичні параметри.....	100
Geometric and kinematic parameters	
2.3. Точність виготовлення коліс та її вплив на якість передачі.....	102
Accuracy of wheel manufacturing and its influence on transmission	

quality	
2.4. Розрахунок прямозубих циліндричних передач на міцність.....	104
Calculation of spur gears for strength	
Лекція 3. Конічні і черв'ячні передачі. Розрахунок на міцність.....	113
Lecture 3. Bevel and worm gears. Strength calculation	
3.1. Конічні передачі та їх розрахунок на міцність.....	113
Bevel gears and their strength calculation	
3.2. Черв'ячні передачі та їх розрахунок на міцність	116
Worm gears and their strength calculation.....	
Лекція 4. Вали та осі механічних передач.....	122
Lecture 4. Shafts and axes of mechanical transmissions	
4.1. Загальні відомості та класифікація.....	122
General information and classification	
4.2. Проектний розрахунок валів.....	124
Project calculation of shafts	
4.3. Перевірочний розрахунок валів.....	124
Verification calculation of shafts	
Частина 2. Основи взаємозамінності деталей та складальних одиниць машин.....	127
Part 2. Fundamentals of interchangeability of parts and component units of machines	
ВСТУП.....	127
INTRODUCTION	
Лекція 1. Основні поняття про допуски і посадки.....	129
Lecture 1. Basic concepts of tolerance and landing	
1.1. Основні поняття: деталь, поверхня, вал, отвір.....	129
Basic concepts: part, surface, shaft, hole	
1.2. Розміри, нульова лінія, відхили, допуск, поле допуску.....	130
Dimensions, zero line, deviations, tolerance, tolerance field	
1.3. Графічне зображення граничних розмірів і відхилів.....	132
Graphic representation of limit sizes and deviations	
1.4. Посадка, зазор, натяг.....	132
Fit, gap, tension	
1.5. Посадка із зазором, посадка з натягом, перехідна посадка.....	133
Landing with a gap, land with tension, transitional land	
1.6. Єдина система допусків і посадок.....	135
The unified system of tolerances and landings	
Лекція 3. Основи вибору посадок.....	140
Lecture 3. Basics of choice of landings	
3.1. Посадки з натягом.....	141
Landing with a tensio	
3.2. Посадки з зазором. Landing with a gap.....	143
3.3. Перехідні посадки. Transitional landings.....	145
Лекція 4. Розрахунок і вибір посадок вальниць кочення.....	146

Lecture 4. Calculation and choice of baskets of knittings	
4.1. Класи точності вальниць та допуски на них.....	146
Classes of the accuracy of the bearings and tolerances on them	
4.2. Види навантаження кілець вальниць та особливості вибору їх посадок і класів точності.....	147
Types of load of rings of bearings and features of choice of their landings and classes of accuracy	
4.3. Методика розрахунку і вибору посадок для кілець різних видів навантаження.....	149
Method of calculation and choice of landings for rings of different types of load	
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	151
LIST OF USED LITERATURE	

ВСТУП. INTRODUCTION

1. Призначення навчальної дисципліни «Прикладна механіка»

Навчальна дисципліна спрямована на вивчення принципів функціонування та області застосування механізмів і машин, тенденцій їх розвитку та особливостей роботи; критеріїв вибору матеріалів та технологічних процесів, що забезпечують одержання необхідних функціональних параметрів механізмів (кінематичної точності, надійності, економічної ефективності).

2. Мета навчальної дисципліни «Прикладна механіка»

Мета освоєння дисципліни – ознайомлення здобувачів вищої освіти з основними фундаментальними положеннями дисциплін «Теоретична механіка», «Механіка матеріалів і конструкцій», «Теорія механізмів і машин» і «Деталі машин», а також формування у майбутніх фахівців знань: сучасних методів синтезу та аналізу механізмів; методів розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість деталей машин.

Предмет навчальної дисципліни: навчити студентів застосовувати отримані знання для діагностики та моделювання машин і механізмів; навчити студентів основам інженерного розрахунку елементів конструкцій та деталей машин, що використовуються за даною спеціальністю, на міцність і надійність, виконувати розрахунки і проектування механічних систем; розвивати у студентів логічне мислення, вміння робити узагальнені висновки.

Навчальна дисципліна «Прикладна механіка» відіграє важливу роль в інженерній освіті, вона базується на засвоєнні студентами наступних дисциплін: «Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка», «Теоретична механіка», «Механіка матеріалів і конструкцій», «Теорія механізмів і машин» з загально інженерними і спеціальними дисциплінами.

3. Компетентності. Компетентності здобувачів обумовлені освітньою програмою «Біотехнології та біоінженерія» й передбачають отримання відповідних результатів навчання, використання методів й форм оцінювання. Програмні компетентності включають інтегральні компетентності, загальні компетентності, фахові компетентності. Здобувачі вищої освіти повинні отримати здатність розв'язувати складні завдання й проблеми у сфері професійної діяльності – вміння розв'язувати задачі з модулів: «Теоретична механіка», «Механіка матеріалів і конструкцій», «Теорія механізмів і машин», «Деталі машин».

Основні фахові компетентності здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти у контексті навчальної дисципліни «Прикладна механіка» наведені в нижче.

Інтегральні компетентності. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми в прикладній механіці або у процесі навчання, що передбачає застосування певних теорій та методів механічної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні компетентності:

ЗК04. Навички використання інформаційних і комунікаційних технологій.

ЗК05. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК10. Здатність використовувати знання з математики та фізики в обсязі, необхідному для досягнення інших результатів освітньої програми.

ЗК14. Здатність реалізувати свої права і обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини громадянина в Україні.

ЗК15. Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.

ЗК18. Здатність обирати і використовувати відповідне обладнання, інструменти та методи для реалізації та контролю виробництв біотехнологічних продуктів різного призначення.

Фахові компетентності:

ФК1. Здатність аналізу матеріалів, конструкцій та процесів на основі законів, теорій та методів математики, природничих наук і прикладної механіки.

ФК4. Здатність здійснювати оптимальний вибір технолог-гічного обладнання, комплектацію технічних комплексів, мати базові уявлення про правила їх експлуатації.

ФК5. Здатність використовувати аналітичні та чисельні математичні методи для вирішення задач прикладної механіки, зокрема здійснювати розрахунки на міцність, витривалість, стійкість, довговічність, жорсткість, зносостійкість в процесі статичного та динамічного навантаження з метою оцінки надійності деталей і конструкцій машин.

ФК6. Здатність виконувати технічні вимірювання, одержувати, аналізувати та критично оцінювати результати вимірювань.

ФК9. Здатність представлення результатів своєї інженерної діяльності з дотриманням загальноприйнятих норм і стандартів.

4. Заплановані результати.

Основні завдання вивчення навчальної дисципліни полягають: класифікація і основні параметри машин і механізмів; класифікація навантажень, діючих на робочі органи машин; матеріали, конструкція та розрахунок на міцність.

Методи навчання поділяються на три складові:

-за джерелом знань: виконання індивідуальних завдань, самостійна робота, практичні заняття.

-за характером навчально-пізнавальної діяльності: дискусії, тематичні «круглі столи», наукова діяльність;

-за дидактичними завданнями: методи організації навчально-пізнавальної діяльності, методи оцінки та перевірки результатів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

знати: -основні закони і поняття механіки; одиниці вимірювання основних та похідних величин у міжнародній системі одиниць СІ;

- умови рівноваги сил, які діють на тіло;
- способи завдання руху тіл і визначення параметрів тіла, що рухається;
- визначення роботи, потужності і енергії тіла, що рухається під дією прикладених до нього сил;
- основні механічні властивості матеріалів; основні види деформацій і розрахунки на міцність і жорсткість;
- застосування деталей машин і механізмів у сільськогосподарській техніці; основні критерії роботоздатності деталей машин;
- основні параметри механічних передач і способи їх визначення.

вмити: -визначати роботу і потужність при обертальному і поступальному рухах тіла;

- визначати за допомогою методу перерізів внутрішні силові фактори і види навантаження в довільному поперечному перерізі прямого бруса;
- будувати епюри поздовжніх сил, крутних моментів, поперечних сил та згинаючих моментів для прямих брусків;
- виконувати перевірні та проектні розрахунки статично визначених систем за умови міцності при розтягу (стиску), крученні, прямому поперечному згині, одночасному згині і крученні; виконувати перевірні розрахунки на стійкість стиснених стержнів простого поперечного перерізу;
- визначати кутові швидкості, обертові моменти для багатоступеневої передачі, а також передаточні відношення окремих ступенів передачі;
- здійснювати геометричний розрахунок основних розмірів передач різних видів;

Перелік практичних умінь, необхідних для розробки й прийняття рішень у пізнавальній й професійній діяльності здобувачів:

- фундаментальні цілі – уміння, які реалізуються у сфері у сфері механічної інженерії, в тому числі сільськогосподарського виробництва;
- предметні цілі – уміння, які реалізуються у сфері техніки агропромислового комплексу; призначення точності деталей і з'єднань машин і механізмів;
- функціональні цілі – уміння, характерні для галузей й сфер діяльності: участь у наукових студентських, підготовка наукових робіт;
- виховні цілі – прийняття управлінських рішень, самоорганізація здобувача, уміння поставити інженерну задачу та обґрунтовано її розв'язати.

Програмні результати навчання здобувачів вищої освіти наведені нижче.

ПРН 1. Вибирати та застосовувати для розв'язання задач прикладної механіки придатні математичні методи.

ПРН 3. Виконувати розрахунки на міцність, витривалість, стійкість, довговічність, жорсткість, зносостійкість деталей машин.

ПРН 6. Створювати і теоретично обґрунтовувати конструкції машин, механізмів та їх елементів на основі методів прикладної механіки, загальних принципів конструювання, теорії взаємозамінності, стандартних методик розрахунку деталей машин.

ПРН 13. Оцінювати техніко-економічну ефективність виробництва.

ПРН 15. Враховувати при прийнятті рішень основні фактори техногенного

впливу на навколишнє середовище і основні методи захисту довкілля, охорони праці та безпеки життєдіяльності.

ПРН 16. Вільно спілкуватися з професійних питань усно і письмово державною та іноземною мовою, включаючи знання спеціальної термінології та навички міжособистісного спілкування.

5. Опис. Здатність застосовувати основні положення теоретичної механіки, механіки матеріалів і конструкцій, теорії механізмів і машин, деталей машин в розрахунках і при проектуванні сільськогосподарських машин та інших технічних об'єктів; правильно обирати і розробляти алгоритми аналізу структурних і кінематичних схем при їх дослідженні; проектувати і конструювати типові схеми машин.

Вивчаючи дану дисципліну здобувач має розвиток світосприймання в розумінні законів механічного руху, взаємодії та рівноваги матеріальних об'єктів, загально інженерний розвиток та отримання навичок розв'язку задач, а також підготовка студентів до вивчення загальнотехнічних і спеціальних дисциплін.

Згідно з розподілом навчального часу дисципліни «Прикладка механіка» у робочому навчальному плані галузі знань 16 «Хімічна та біоінженерія» спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія» предмет вивчається на протязі шостого семестру в обсязі 114 годин (3,8 кредитів).

Семестр	Денна форма навчання					
	Всього	у тому числі:				
		лекції	лаб.	прак.	інд	с.р.
6	114	34	34	34	-	12
Форма контролю		Екзамен				

МОДУЛЬ 1. ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА **MODULE 1. THEORETICAL MECHANICS**

ОСНОВНІ ІСТОРИЧНІ ЕТАПИ РОЗВИТКУ МЕХАНІКИ **MAIN HISTORICAL STAGES OF THE DEVELOPMENT** **OF MECHANICS**

Механікою (mechanics) називається наука про механічний рух або рівновагу матеріальних тіл і виникаючу при цьому взаємодію між ними. Відноситься механіка до природничих наук.

Термін «механіка» є словом грецького походження, який в буквальному перекладі означає «хитромудрість». Цей термін вперше був вжитий в III в. до н.е. учнем великого давньогрецького філософа Арістотеля в момент спостереження роботи важеля, коли «мале долає велике». В праці Арістотеля (384-322 рр. до н.е.) «Механічні проблеми» міститься багато цінного для механіки. Але, поряд з тим, зустрічається так багато невірних, що праці Арістотеля відіграли в історії негативну роль, тому, що майже дві тисячі років він вважався церквою непогрішним.

Історики науки вважають, що початок механіки, як науки, пов'язаний з ім'ям великого механіка усіх часів Архімедом (287-212 рр. до н.е.). Він заклав основи механіки як точної науки, зробив відкриття в математиці, гідростатиці, створив теорію рівноваги важеля і вчення про центр ваги тіл.

В наступні півтори тисячі років розвиток механіки був зупинений. Дешевий людський труд і низький рівень техніки не створювали умов для розквіту цієї науки. Приватне господарство було розраховано лише на персональні потреби.

Тільки з XII ст. відкрились перші університети Європи, але готували вони переважно служителів духовництва та правників. Навіть у Парижі викладати геометрію було дозволено лише по святах, в 1355 р. Основою наук вважались праці Арістотеля, із яких було вилучено живий зміст.

Але поступово, у середині другого тисячоліття н.е., починають набирати темпи торгівельні відносини, а з ними і розвиток промисловості. Перед механікою постали проблеми в галузі техніки, пароплавства, у військовій справі. Для ефективної експлуатації шахт і копалин необхідно піднімати руду з великої глибини, будувати вентиляційні пристрої, відкачувати воду. Артилерія потребувала від механіки розв'язати такі питання, як міцність гармати при найменшій вазі, залежність опору повітря від швидкості снаряду, визначення траєкторії руху снаряду в повітрі і в пустоті.

З розвитком механіки, як науки, в ній з'явився цілий ряд самостійних галузей, пов'язаних з вивченням механіки твердих деформованих тіл, рідин і газів: теорія пружності, теорія пластичності, гідромеханіка, аеромеханіка, газова динаміка, опір матеріалів, будівельна механіка, теорія механізмів і машин, гідравліка, динаміка споруд та інші спеціальні інженерні дисципліни. Однак в усіх цих галузях поряд зі специфічними для кожної з них закономірностями і методами дослідження, використовуються поняття, закони і методи механіки, які є загальними для них.

Теоретична механіка (theoretical mechanics) – це частина механіки, в якій вивчаються найзагальніші закони механічного руху або рівноваги матеріальних тіл і механічної взаємодії між ними.

Механічний рух (mechanical movement) – найпростіша форма руху матерії, яка зводиться до простого переміщення за часом фізичних тіл з одного положення в просторі в інше.

В основі теоретичної механіки лежать закони Ісаака Ньютона, тому вона називається ньютонівською або класичною. Класична механіка, яка є граничним випадком релятивістської механіки А. Ейнштейна, з великою точністю задовольняє багатьом галузям сучасної техніки при швидкостях руху тіл, досить малих у порівнянні зі швидкістю світла.

Роль і значення теоретичної механіки в інженерній освіті визначається, по перше, тим, що вона є фундаментальною загальнонауковою дисципліною, оскільки методи теоретичної механіки дозволяють з єдиних позицій описувати динаміку і процеси не тільки в механічних системах, а і в інших частинах фізичних (наприклад, утворення комірок Бенара при тепловій конвекції; явище резонансу в електричних та оптичних ланцюгах), хімічних (хімічна термодинаміка, коливання атомів і молекул, міжмолекулярна взаємодія, динамічні явища при протіканні хімічної реакції Білоусова-Жаботинського), біологічних (динамічна поведінка системи хижак-жертва, життєвий цикл амеби), кліматичних (нерівноваженість клімату Земної кулі), космічних (теорія розвитку Всесвіту) та інших системах.

По друге, теоретична механіка є *основою інженерних розрахунків (the basis of engineering calculations)*, оскільки на її законах засновані статичні й динамічні розрахунки інженерних споруд (будівель, фундаментів, башт, мостів, гребель, трубопроводів, сховищ, технологічних споруд), транспортних засобів (вагонів, автомобілів, літаків, суден), виробничого устаткування (двигунів, насосів, компресорів), технологічних процесів (будівництва, транспортування, центрифугування, седиментації), параметрів польоту й керування літальними апаратами та ін.

Відвертаючись при вивченні руху матеріальних тіл від усього часткового, теоретична механіка розглядає тільки ті властивості, які в даній задачі є визначальними. Це приводить до розгляду різних моделей матеріальних тіл, які являють собою ту чи іншу ступень абстракції. До основних абстракцій теоретичної механіки відносять поняття матеріальної точки і абсолютно твердого тіла.

Матеріальною точкою (material point) називається тіло, розмірами якого можна знехтувати при розв'язанні певних задач. Наприклад, при наближеному дослідженні рухів планет їх можна розглядати як матеріальні точки.

Абсолютно твердим (absolutely solid body) називається тіло, відстань між будь-якими точками якого не змінюється під час рівноваги або руху.

Теоретична механіка широко користується не тільки методом абстракцій, а й узагальненням, математичними методами і методами формальної логіки. Застосування цих методів і узагальнень результатів безпосередніх спостережень, виробничої практики і досліду дозволили встановити певні загальні закони, що відіграють роль аксіом. Усі подальші висновки теоретичної

механіки можуть бути отримані з цих аксіом за допомогою логічних міркувань і математичних викладок. При цьому достовірність положень теоретичної механіки перевіряється дослідом і практикою.

За характером задач, що вивчаються, теоретична механіка складається з трьох розділів:

-*статики* (*statics*), в якій вивчаються методи еквівалентних перство-рень систем сил, а також умови рівноваги матеріальних тіл;

-*кінематики* (*kinematics*), в якій вивчається механічний рух матеріальних тіл з геометричної точки зору, тобто незалежно від мас та діючих на них сил;

-*динаміки* (*dynamics*), в якій вивчається рух матеріальних тіл у зв'язку з діючими на них силами.

Окрім цих трьох розділів, у теоретичній механіці вивчаються також *елементи аналітичної механіки* (*elements of analytical mechanics*), яка являє собою сукупність найбільш узагальнених аналітичних методів розв'язання задач механіки, котрі дозволяють не тільки однаково розв'язувати задачі динаміки, а й розповсюджувати їх на такі галузі, як класична теорія поля і квантова механіка.

Закони теоретичної механіки сформульовані завдяки плідній праці багатьох поколінь вчених. Перші викладення загальних понять механіки містяться у творах старогрецького філософа Арістотеля (384-322 рр. до н.е.), який розглядав розв'язання практичних задач за допомогою важеля.

Вперше наукове обґрунтування механіки з'являється в роботі сиракузького геометра і механіка Архімеда (287-212 рр. до н.е.). Він здійснив спробу аксіоматизації механіки (статики), дав низку наукових узагальнень, що відносяться до вчення про рівновагу, центр ваги і гідростатики (закон Архімеда).

Швидкий розвиток механіки починається з епохи Відродження. Видатні вчені цієї епохи розвинули методи статики і заклали основи динаміки. Найбільш значний внесок в механіку внесли: Леонардо да Вінчі (1452-1519)-вивчав траєкторію тіла, що було кинуте під кутом до горизонту, рух тіла по площині і явище тертя, а також запровадив поняття моменту сили відносно точки.

Сімон Стевін (1548-1620)-дав аксіоматичну побудову статики на основі постулатів Архімеда, запровадив поняття силового трикутника і довів теорему про три сили.

Микола Копернік (1473-1543)-відкрив геліоцентричну систему світу.

Галілео Галілей (1564-1642)-встановив основні закони вільного падіння тіл, увів поняття про нерівномірний рух і прискорення точки, вперше сформулював закон інерції, принцип відносності класичної механіки і дослідив дію сил на тіла, що рухаються.

Іоганн Кеплер (1571-1630)-відкрив закони руху планет.

Рене Декарт (1596-1650)-ближче до своїх сучасників підійшов до правильного формулювання закону інерції, вперше увів поняття кількості руху матеріальної точки і дослідив питання про складання довільного числа рухів точки.

Христіан Гюйгенс (1629-1695)-розробив теорію коливань фізичного маятника і визначив центр його коливання, довів теореми про відцентрову силу, експериментально визначив прискорення сили тяжіння, дослідив проблему удару двох тіл.

Роберт Гук (1635-1703)-відкрив закон пропорційності між силою, прикладеною до пружного тіла, і його деформацією (закон Гука), що є основним співвідношенням при сучасних розрахунках динаміки та міцності конструкцій і споруд, а також передбачив закон всесвітнього тяжіння Ньютона.

П. Варіньон (1654-1722)-встановив в остаточному вигляді поняття моменту сили, умови рівноваги системи збіжних і паралельних сил, довів теорему про момент рівнодійної.

Одне з перших місць у розвитку механіки займає Готфрід Лейбніц (1646-1716), який розробив і застосував до задач механіки диференціальне і інтегральне числення, увів поняття кінетичної енергії і впритул наблизився до утворення варіаційного обчислення.

Завершив встановлення основних законів динаміки великий англійський математик і механік Ісаак Ньютон (1643-1727). У своєму знаменитому творі «Математичні основи натуральної філософії» (1687) він сформулював основні поняття класичної механіки, її аксіоматику, а також низку фундаментальних теорем небесної механіки і закон всесвітнього тяжіння.

Період розвитку механіки після Ньютона значною мірою пов'язаний з ім'ям Леонарда Ейлера (1707-1783), який більшу частину життя працював у Петербурзькій академії наук. Л. Ейлер повністю завершив процес математизації механіки точки, був засновником механіки твердого тіла і сформулював закони динаміки для безперервного середовища.

Подальший розвиток механіки проходив у зв'язку з вивченням руху системи матеріальних точок. Розвиток цього напрямку був покладений працями Ж.Л. Даламбера (1717-1783), який сформулював принцип, за допомогою якого формально задачі динаміки зводились до задач статички (принцип Даламбера) і Ж.Л. Лагранжа (1736-1813). У своєму видатному творі «Аналітична механіка» він сформулював найбільш загальний принцип статички-принцип можливих переміщень, знайшов загальну закономірність механіки-загальне рівняння динаміки, і вивів в узагальненому вигляді диференціальні рівняння руху механічної системи (рівняння Лагранжа першого і другого роду).

У подальшому працями видатних математиків і механіків П.Л. Мопертюї (1698-1759), П.С. Лапласа (1749-1827), К.Ф. Гаусса (1777-1855), С. Пуассона (1781-1840), У. Гамільтона (1805-1865), К. Якобі (1804-1851), М.В. Остроградського (1801-1861) завершилась математизація механіки системи матеріальних точок і абсолютно твердого тіла, були вироблені специфічні для аналітичної механіки поняття (узагальнені координати, узагальнені швидкості, узагальнені сили) і розроблені математичні методи розв'язання багатьох задач.

Одночасно з розвитком аналітичних методів механіки в цей період удосконалюються геометричні методи, зокрема в задачах статички. Так, у книзі французького механіка Л. Пуансо (1777-1859) «Елементи статички» вперше була введена нова абстракція-пара сил і викладена теорія приведення довільної системи сил до заданого центру.

Слід відзначити роботи С.М. Ковалевської (1850-1891) з теорії обертання важкого твердого тіла навколо нерухомої точки, які стали початковою точкою для прикладної теорії гіроскопів.

Значний внесок у розвиток механіки неголономних систем, що має чисельні застосування в кібернетиці, теорії автоматичного керування, динаміці машин, зробили Д. Гіббс (1839-1903), С.А. Чаплигін (1863-1945) та інші вчені.

Теорія стійкості рівноваги та руху, яка була тісно пов'язана з проблемою точного приладобудування, створена і розвинута працями Е. Рауса (1831-1907), М.Є. Жуковського (1847-1921), О.М. Ляпунова (1857-1918), А. Пуанкаре (1854-1912).

Найбільш суттєві результати в теорії гіроскопів, які є основою навігаційних приладів, були отримані Л. Фуко (1819-1868), О.М. Криловим (1863-1945), В.В. Булгаковим (1901-1952) та іншими механіками.

Проблема боротьби з небезпечними вібраціями машин і споруд призвела до розробки теорії малих коливань, де значні результати отримали Релей (1842-1919), А. Пуанкаре, О.М. Крилов.

На початку ХХ сторіччя інтенсивного розвитку набула теорія нелінійних коливань, що описує процеси не тільки в механічних, а і в радіо-технічних, хімічних, біологічних та інших системах, основоположниками якої були Ван-дер-Поль, О.О. Андронов (1901-1952), М.М. Крилов (1879-1955), М.М. Боголюбов та ін.

Основи механіки тіла змінної маси, що є фундаментом вивчення реактивного польоту, були закладені в роботах І.В. Мещерського (1859-1935), К.Е. Ціолковського (1857-1935) і розвинуті С.П. Корольовим (1907-1966). Подальший розвиток цього розділу механіки працями А. Лоренца (1853-1928), А. Пуанкаре і А. Ейнштейна (1879-1955) привів до встановлення положень теорії відносності, яка створила нову, після І.Ньютона, систему просторово-часових відношень.

Наприкінці ХІХ ст. під впливом розвитку кораблебудування і авіації почалась розробка проблем гідро-та аеродинаміки, де найбільш значні результати пов'язані з іменами М.Є. Жуковського, С.А. Чаплигіна, Л. Прандтля (1875-1953), Т. Кармана (1881-1963).

Теоретична механіка стала основою теорії автоматичного регулювання, значний внесок у розвиток якої зробив І.А. Вишнеградський (1831-1895).

Працями Л. Ейлера, Нав'є (1785-1836), Коші (1789-1857), Сен-Венана (1797-1886) у ХІХ ст. була створена теорія пружності-наука про закони статичного і динамічного деформування пружних тіл.

У другій половині ХХ ст. з'явився новий напрям науки і технологій-робототехніка, основою якого стала теоретична механіка та теорія механізмів і машин. Особливістю робототехніки є те, що вона об'єднує такі науки, як механіка, кібернетика і комп'ютерні технології. Великий внесок у розвиток цього напрямку мають: К.В. Фролов, Е.І. Воробйов, А.Г. Овакімов, Р. Уікер, М. Вулкобратович, М.З. Згуровський та ін.

Бурхливо розвинулась у минулому столітті механіка нелінійних коливань. Великий внесок у розвиток теорії нелінійних коливань належить українським вченим: М.М. Боголюбову, Ю.О. Митропольському, В.О. Кононенку та ін.

На початку ХХ сторіччя, у зв'язку з розвитком будівництва і машинобудування, виникла потреба розробки теорії пластин та оболонок, розвиток якої пов'язаний іменами Лява, Рейсснера, Доннелла, С.П. Тимошенко, В.З. Власова, В.В. Новожилова, Х.М. Муштарі, А.С. Вольміра, А.Л. Гольденвейзера та ін.

В Україні сформувалось три школи прикладної теорії гіроскопів: О.Ю. Ішлінського-В.М. Кошлякова (Інститут математики НАНУ), А.О. Одінцева і М.А. Павловського (обидві Національний технічний університет Україна «Київський політехнічний інститут»).

На базі досягнень теоретичної механіки плідно працювали і працюють в галузі механіки суцільного середовища, теорії пружності, і пластичності відомі вчені: Г.М. Савін, О.М. Кільчевський, О.М. Гузь, А.Ф. Улітка, О.О. Горошко, В.Т. Грінченко та ін.

1. СТАТИКА. STATICS

Лекція 1. Статика абсолютно твердого тіла Lecture 1. Statics of an absolutely solid body

1.1. Основні визначення, поняття і аксіоми статички. Предмет статички

Basic definitions, concepts and axioms of statics. The subject of statics

Статикою називається розділ теоретичної механіки, в якому вивчаються загальні положення про сили, їх приведення до найпростішого вигляду та умови рівноваги матеріальних тіл, на які діють ці сили.

Під *рівновагою* (*under equilibrium*) розуміють стан спокою тіла по відношенню до інших тіл.

Умови рівноваги істотно залежать від того, чи є тіло твердим, пружним, рідким, газоподібним. У загальному курсі теоретичної механіки розглядаються тільки задачі про рівновагу абсолютно твердих тіл.

У статистиці розв'язуються такі основні задачі:

1) приведення системи сил, що діють на абсолютно тверде тіло, до найпростішого вигляду;

2) визначення умов рівноваги сил, які діють на абсолютно тверде тіло.

Ці задачі статички можна розв'язувати шляхом відповідних геометричних побудов або за допомогою числових розрахунків.

Абсолютно тверде тіло (*an absolutely solid body*) – це тіло, відстань між частками якого залишається постійною. Тобто абсолютно тверде тіло зберігає свою геометричну форму незалежно від дії інших сил.

Сила (*force*) – фізична величина, яка є кількісною мірою механічної взаємодії між матеріальними тілами.

Сила–величина векторна, її дія на абсолютно тверде тіло визначається: значенням або модулем сили; напрямом дії сили; точкою, в якій вона прикладена. Пряма *aa* (рис. 1.1), уздовж якої спрямована сила, називається *лінією дії сили*. Основною одиницею сили є 1 Ньютон (Н). Це сила, яка масі в 1 кг надає прискорення в 1 м/с^2 ($1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}^2 = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2$).

Графічно сила зображується спрямованим відрізком-вектором (рис. 1.1), довжина якого виражає у вибраному масштабі величину сили, а напрям відрізка відповідає напрямку сили. Силу позначатиму буквою \vec{F} , а її величину (модуль) як F чи $|\vec{F}|$.

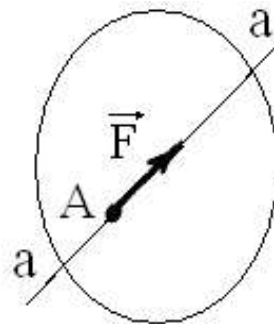


Рис. 1.1

Системою сил (*the system of forces*) $(\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n)$ називатимемо сукупність сил, що діють на абсолютно тверде тіло.

Наведемо ще такі визначення:

1. Тіло, яке не взаємодіє з іншими тілами і якому з даного положення можна надати будь-яке переміщення у просторі, називається *вільним*.

2. Якщо одну систему сил $(\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n)$, що діють на вільне тверде тіло, можна замінити іншою системою $(\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_m)$, не порушуючи при цьому стану спокою чи руху, в якому знаходиться тіло, то такі дві системи сил називаються *еквівалентними*: $(\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_m)$.

3. Система сил $(\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n)$, під дією якої вільне тверде тіло знаходиться у стані спокою, називається *зрівноваженою*, або еквівалентною нулю: $(\vec{F}_1, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$.

4. Якщо задана система сил $(\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_n)$ еквівалентна одній силі, то ця сила називається *рівнодійною* \vec{R} заданої системи сил: $(\vec{P}_1, \dots, \vec{P}_n) \sim \vec{R}$.

5. Сила, яка прикладена до тіла в точці, називається *зосередженою*. *Точкою прикладання* сили називається та матеріальна частка тіла, до якої ця сила безпосередньо прикладена.

6. Сили, що діють на всі точки довжини, поверхні чи об'єму, називаються *розподіленими*.

Величину сили, яка припадає на одиницю довжини, площі або об'єму, називають *інтенсивністю*. Звичайно розподілену силу позначають буквою q , яка має розмірність Н/м, Н/м², Н/м³ відповідно. Прикладами розподілених сил є: тиск циліндричного котка на поверхню дороги; тиск колеса трамваю на рейку; тиск снігового шару на покрівлю; тиск рідини на стінки трубопроводу, посудини, греблі; сили ваги тіла та ін. Позначають характер дії розподілених сил графіком (епюрою). Епюри рівномірної, трикуткової і довільної інтенсивностей діючих сил наведено на рис.1.2, а, б, в відповідно.

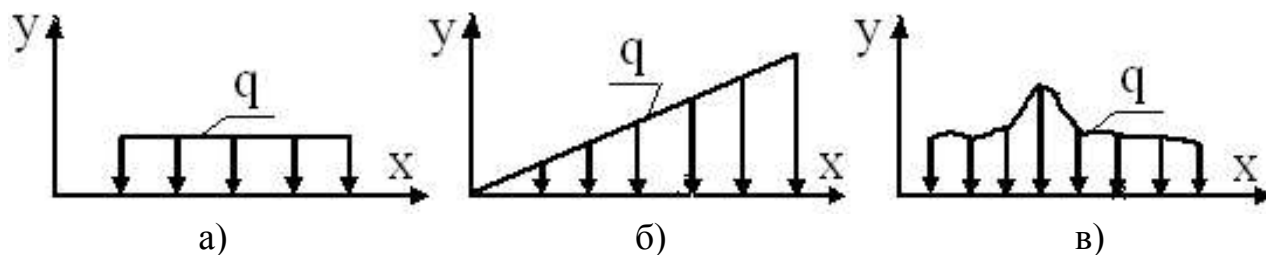


Рис.1.2. Епюри інтенсивностей діючих сил

7. *Зовнішні сили* (*external forces*) – це сили, що діють на тіло або механічну систему з боку матеріальних точок або інших тіл, які не входять в цю систему.

8. *Внутрішні сили (internal forces)* – це сили взаємодії між точками однієї механічної системи.

1.1.1. Класифікація систем сил. Classification of systems of forces

При вивченні статички будемо послідовно переходити від розгляду простих систем сил до більш складних.

Системи сил можна класифікувати так:

- система збіжних сил, плоска й просторова (*system of convergent forces, flat and spatial*);
- плоска система паралельних сил (*flat system of parallel forces*);
- довільна плоска система сил (*arbitrary flat force system*);
- просторова система паралельних сил (*spatial system of parallel forces*);
- довільна просторова система сил (*arbitrary spatial system of forces*).

1.1.2. Аксиоми статички. Axioms of static

В основі статички лежить ряд аксіом, що являють собою результат узагальнень численних дослідів і спостережень за рівновагою і рухом тіл, неодноразово підтверджених практикою. Аксиоми статички є вихідними положеннями дослідного характеру, що приймаються без доведення. Вони формулюються так.

Аксиома 1. Вільне абсолютно тверде тіло може знаходитися під дією двох сил \vec{F}_1 і \vec{F}_2 у рівновазі тоді й тільки тоді, коли ці сили рівні за модулем $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ і діють уздовж однієї прямої aa у протилежних напрямках (рис. 1.3): $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

У механіці така система сил має назву “двійка сил”. Ця аксіома визначає найпростішу зрівноважену систему двох сил, оскільки досліди свідчать, що вільне тіло, на яке діє тільки одна сила, знаходиться в рівновазі не може.

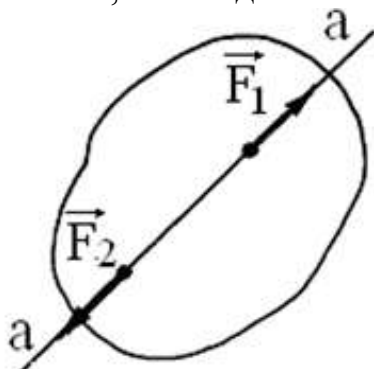


Рис. 1.3. До аксіоми 1

Аксиома 2. Дія заданої системи сил на абсолютно тверде тіло не порушується, якщо до неї додати або відняти зрівноважену систему сил (наприклад, двійку сил, рис. 1.4).

Наслідок з аксіоми 2. Не порушуючи стану абсолютно твердого тіла, точку прикладання сили можна переносити вздовж її лінії дії.

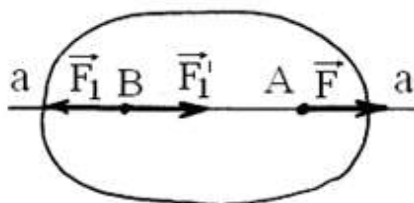


Рис. 1.4. До аксіоми 2

Доведення. Нехай на абсолютно тверде тіло діє сила \vec{F} , прикладена в точці А (рис. 1.4). Візьмемо на лінії дії aa цієї сили довільну точку В і прикладемо в ній дві сили \vec{F}_1, \vec{F}_1' (двійку сил), що дорівнюють за величиною силі \vec{F} , тобто ($F = F_1 = F_1'$). Таку двійку сил можемо прикласти на підставі аксіоми 2. Сила \vec{F} , яка прикладена в точці А, і сила \vec{F}_1 , прикладена в точці В, складають, за побудовою, зрівноважену систему сил.

Тому її можна відкинути, не порушуючи стану рівноваги тіла. Отже, залишається сила \vec{F}_1' , яка прикладена в точці В і дорівнює за величиною початковій силі \vec{F} .

За інженерними розрахунками цим наслідком можна користуватися лише тоді, коли визначаються умови рівноваги конструкції і не розглядаються внутрішні зусилля, що виникають в її окремих частинах. Цей наслідок визначає силу як вектор, що ковзає по власній лінії дії, не залишаючи тіло (сила є ковзним вектором).

Аксиома 3 (аксіома про паралелограм сил). Система двох сил, прикладених в одній точці до абсолютно твердого тіла, має рівнодійну, яка зображується діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах, і прикладена в тій самій точці (рис. 1.5).

Вектор \vec{R} , який дорівнює діагоналі паралелограма, побудованого на векторах \vec{F}_1 і \vec{F}_2 , як на сторонах, називається *геометричною сумою* цих векторів:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \quad (1.1)$$

У цій аксіомі сформульовано правило векторного додавання сил. Тому її можна сформулювати ще так: дві сили, які прикладені до абсолютно твердого тіла в одній точці, мають рівнодійну, що дорівнює геометричній (векторній) сумі цих сил і прикладена в тій самій точці.

Модуль рівнодійної

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}, \quad (1.2)$$

де α – кут між векторами \vec{F}_1 і \vec{F}_2 .

При однаковому напрямі сил ($\cos \alpha = 1$) $R = F_1 + F_2$, а при протилежному ($\cos \alpha = -1$) $R = F_1 - F_2$.

Будь-яку силу \vec{R} також можна єдиним способом розкласти на дві складові сили \vec{F}_1 і \vec{F}_2 за двома заданими напрямками, які утворюють кути β і γ з напрямком цієї сили:

$$F_1 = R \frac{\sin \gamma}{\sin(\beta + \gamma)}; \quad F_2 = R \frac{\sin \beta}{\sin(\beta + \gamma)}. \quad (1.3)$$

Аксиома 4. Сили взаємодії двох матеріальних тіл \vec{F}_{12} (сила дії тіла 1 на тіло 2) і \vec{F}_{21} завжди рівні за величиною ($F_{12} = F_{21}$) і діють по одній прямій aa у протилежних напрямках (рис. 1.6). Ця аксіома є третім законом Ньютона. Сили взаємодії двох тіл не створюють систему зрівноважених сил (двійку сил), бо вони прикладені до різних тіл.

Аксиома 5. Якщо деформоване тіло знаходиться в рівновазі під дією сил, то рівновага не порушиться і в тому випадку, коли це тіло затвердіє (стане абсолютно твердим). Ця аксіома дозволяє

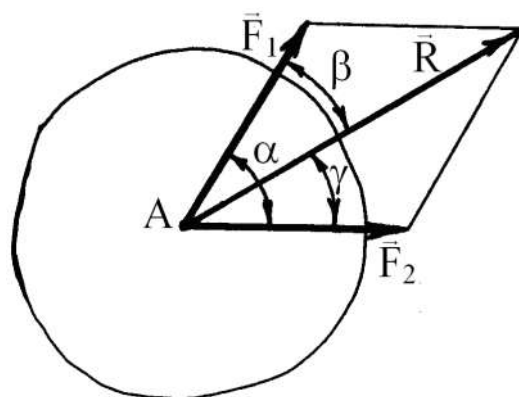


Рис.1.5. До аксіоми 3

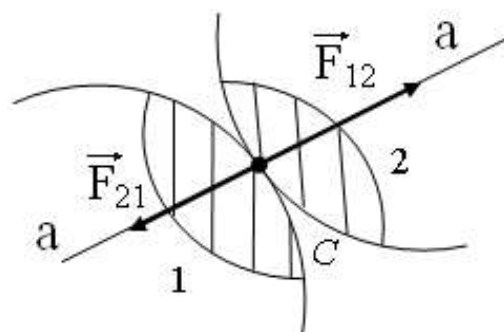


Рис. 1.6. До аксіоми 4

результати, що отримані в статиці абсолютно твердого тіла, переносити на тіла, які можуть деформуватися.

Аксиома б. Невільне матеріальне тіло можна розглядати як вільне, якщо відкинути в'язі і замінити їх дію реакціями.

Ця аксіома має також назву принцип звільнення від в'язей, який використовують при складанні рівнянь рівноваги будь-якої конструкції.

Задані (активні) сили намагаються рухати тіло, а реакції протидіють цьому переміщенню. Величина реакцій в'язей завжди залежить від діючих на тіло активних сил.

У статиці також зустрічаються задачі про рівновагу тіла, що складається з декількох твердих тіл, зв'язаних між собою. Таке тіло знаходиться в рівновазі, якщо в рівновазі перебувають всі складові тіла.

У деяких випадках таке тіло розглядають як одне абсолютно тверде тіло. Принцип затвердіння широко використовується в інженерних розрахунках.

1.1.3. Проекція сили на вісь і площину

The projection of force on the axis from and on the plane

Проекція сили на вісь (the projection of force on the axis from) – алгебраїчна величина, яка дорівнює довжині відрізка між проекціями початку і кінця сили на цю вісь. Проекція має знак «+», якщо вектор сили нахилений у бік додатного напрямку осі, і знак «-» – якщо в бік від'ємного напрямку. Тому (рис.1.7, а) буде $F_x = F \cdot \cos \alpha$, $F_y = F \cdot \sin \alpha$, $T_x = 0$,

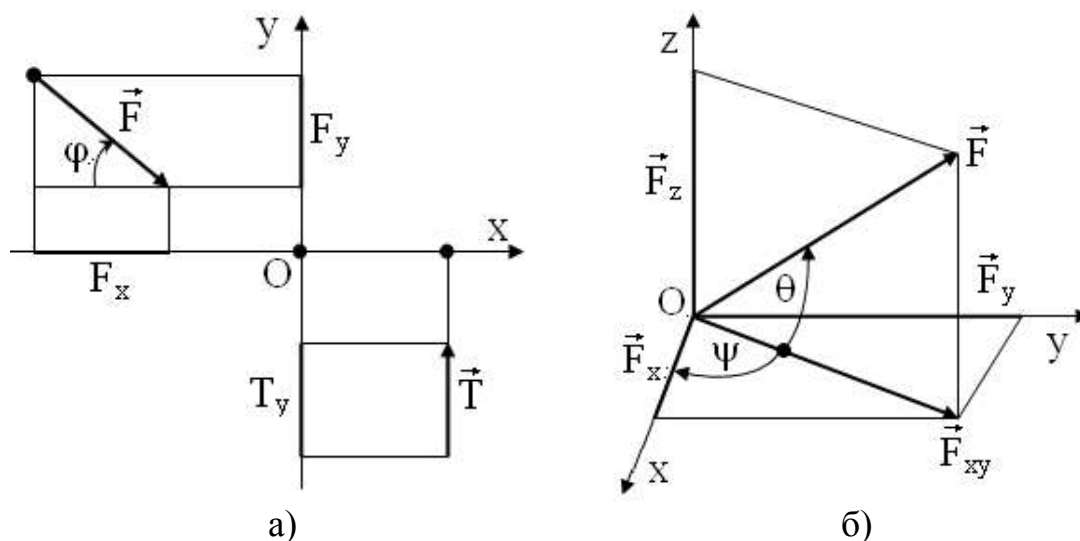


Рис. 1.7. Проекція сили на вісь (а) і площину (б)

Якщо сила перпендикулярна до осі, то її проекція на цю вісь дорівнює нулю.

Проекцією сили на площину (The projection of force on the plane) називається вектор, який міститься між проекціями початку і кінця даної сили на площину (рис. 1.7, б). Таким чином, проекція сили на площину, на різницю від проекції сили на вісь, є величиною *векторною*.

На рис. 1.7, б вектором \vec{F}_{xy} позначена проекція сили \vec{F} на площину xOy , а її проекції на осі Ox , Oy , Oz визначаються так:
 $F_x = F_{xy} \cos \psi = F \cos \theta \cdot \cos \psi$; $F_z = F \sin \theta$; $F_y = F_{xy} \sin \psi = F \cos \theta \cdot \sin \psi$.

Тут величини F_x і F_y визначено методом подвійного проектування: спочатку знаходиться проекція сили на площину xOy , а потім отриманий вектор \vec{F}_{xy} проектують на осі Ox і Oy .

1.1.4. Розклад сили на координатні складові

Schedule of force into coordinate components

Відповідно до аксіоми 3 про паралелограм сил кожену силу можна розкласти на складові.

Якщо їх лінії дії паралельні осям системи координат, то вони називаються *координатними складовими сили (coordinate components of force)* у площині (сили \vec{P}_{1x} , \vec{P}_{1y} , \vec{P}_{2x} , \vec{P}_{2y} на рис. 1.8, а) або у просторі (сили \vec{F}_x , \vec{F}_y , \vec{F}_z на рис. 1.8, б). При побудові координатних складових в першому випадку використовують метод прямокутника, а у другому – метод паралелепіпеда, відповідно до якого вектор \vec{F} сили уявляють діагоналлю паралелепіпеда (рис. 1.8, б), ребра якого приймають за її складові \vec{F}_x , \vec{F}_y , \vec{F}_z .

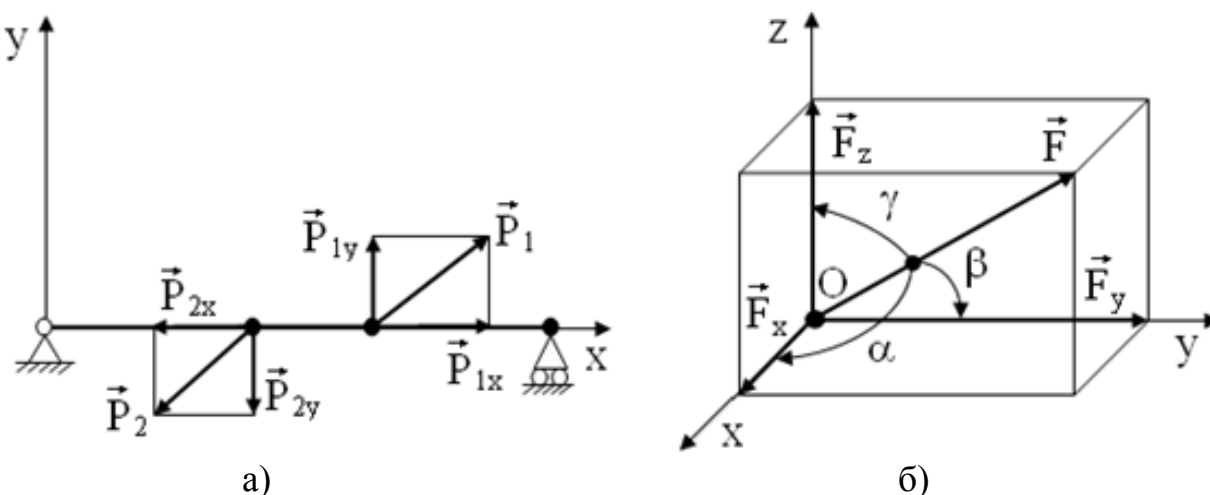


Рис. 1.8. Координатні складові сили у площині (а) і у просторі (б)

У техніці процедуру розкладу сили на координатні складові використовують при розв'язанні задач рівноваги твердого тіла, наприклад, при складанні рівнянь моментів сил. Тут для координатних складових просто визначаються плечі сил, а деякі моменти складових виявляються рівними нулю за побудовою. Величини координатних складових розраховують за допомогою розглянутих в підрозділі (1.4) формул. Але якщо у просторі задано кути α , β , γ між вектором сили \vec{F} (рис. 1.8, б) і осями системи координат, то краще користуватися наступними виразами: $F_x = F \cos \alpha$; $F_y = F \cos \beta$; $F_z = F \cos \gamma$.

1.2. В'язі та їх реакції. Visias and their reactions

В'язями (connections) називають тіла або сукупність тіл, які обмежують рух даного тіла чи даної матеріальної системи.

За аксіомою 6 невільне матеріальне тіло можна розглядати як вільне, якщо в'язі замінити їх реакціями. Звільнення від в'язей дає можливість звести рівновагу невільного твердого тіла до відповідного питання про рівновагу вільного твердого тіла, яке знаходиться під дією одночасно зовнішніх сил і реакцій в'язей.

Сила, з якою в'язь діє на тіло, щоб перешкодити будь-яким його переміщенням, називається *реакцією в'язі* (*reactions of the elm*). Визначення реакцій в'язей має велике практичне значення: знаючи їх, будемо знати і сили тиску тіла на в'язі, які необхідні для розрахунку міцності відповідних частин конструкції.

Надалі сили, які не є реакціями в'язей (наприклад, сила тяжіння), будемо називати *активними силами* (*active forces*). Особливість активної сили полягає в тому, що її модуль і напрям безпосередньо не залежать від інших сил, які діють на тіло. Реакції в'язей відрізняються від діючих на тіло активних сил тим, що їх напрям і величина завжди залежать від цих сил і наперед невідомі. Якщо ніякі активні сили на тіло не діють, то реакції в'язей дорівнюють нулю. Для визначення реакції в'язі потрібно розв'язати відповідну задачу статички. Правильне визначення напрямів реакцій в'язей відіграє при розв'язуванні задач статички дуже важливу роль. Розглянемо докладніше, як спрямовані реакції деяких основних типів в'язей.

1.2.1. Гладка опорна поверхня. Smooth bearing surface

Гладкою називається поверхня, тертям тіла по якій можна знехтувати. Гладка опорна поверхня не перешкоджає руху тіла по поверхні, але перешкоджає переміщенню тіла вздовж нормалі до поверхні зв'язку. Реакція такої поверхні спрямована перпендикулярно до дотичної площини, проведеної до поверхні цієї опори у точці стикання з даним тілом (рис. 1.9, а).

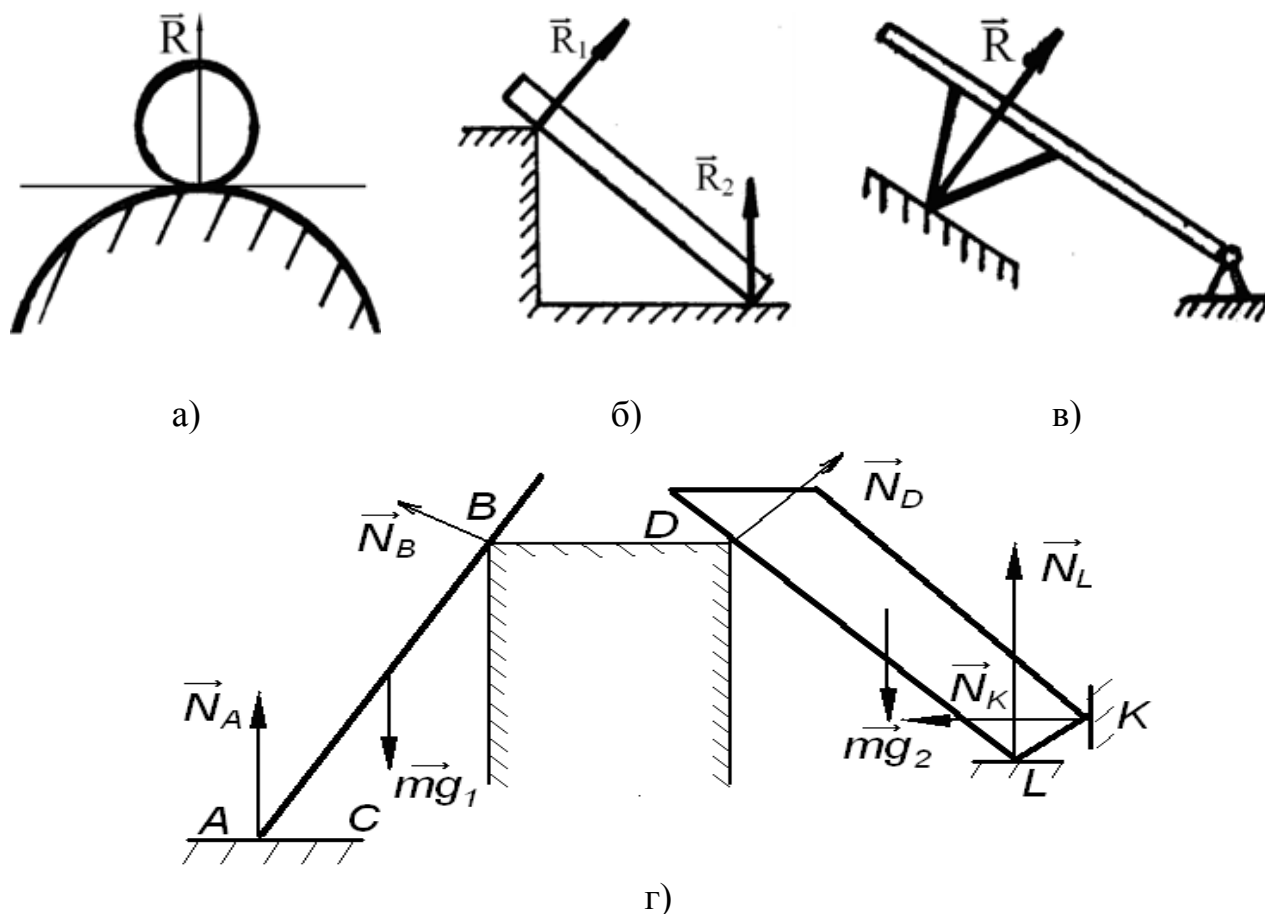


Рис. 1.9. Реакції гладких опорних поверхонь

У випадках, коли спільна нормаль до поверхонь в'язі й тіла виявляється неозначеною, наприклад, вироджується в точку, то реакція в'язі спрямована по нормалі до тієї поверхні, до якої можна провести нормаль.

Прикладом може бути опора ребром або вершиною кута (рис. 1.9, б, в, г). В точці А (рис. 1.9, г) нормальна реакція \vec{N}_A спрямована перпендикулярно АС, в точці В реакція \vec{N}_B - перпендикулярна АВ.

В точці D реакція \vec{N}_D - перпендикулярна поверхні DL. Напрямок реакцій опор К і L видно з рис. 1.9, г.

1.2.2. Негладка опорна поверхня. Опора з тертям

Not a smooth bearing surface. Friction support

Негладка опорна поверхня це жорстка поверхня і в цьому випадку необхідно враховувати сили тертя ковзання. У цьому випадку реакцію опори \vec{R} розкладають на дві складові (рис. 1.10, а): силу \vec{R}_n , нормальну до поверхні опори, і силу \vec{R}_τ дотичну до поверхні опори (силу тертя):

$$\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{R}_\tau;$$

$$R = \sqrt{R_n^2 + R_\tau^2}. \quad (1.4)$$

На рис. 1.10, б

\vec{N}_A , \vec{N}_B , \vec{N}_D -це нормальні реакції опор. \vec{F}_A ,

\vec{F}_B , \vec{F}_D -це сили тертя ковзання. $R = \sqrt{N_A^2 + F_A^2}$.

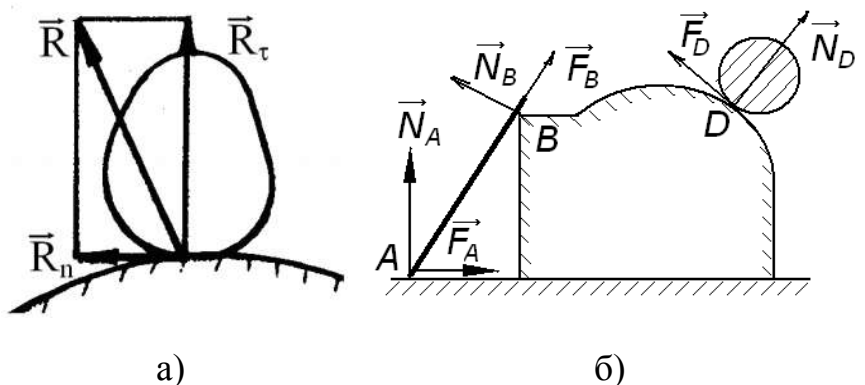


Рис. 1.10. Реакції негладких опорних поверхонь

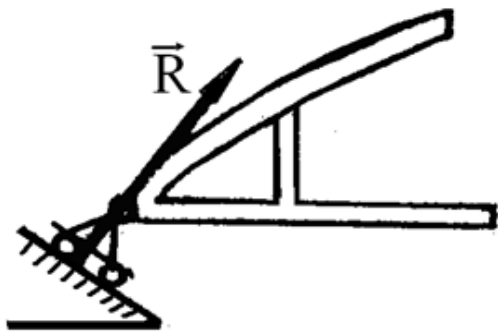
1.2.3. Шарнірне з'єднання тіл. Articulate connection of bodies

З'єднання двох тіл, яке дає змогу одному тілу повертатися відносно іншого, не відділяючись, називається *шарніром (hinge)*.

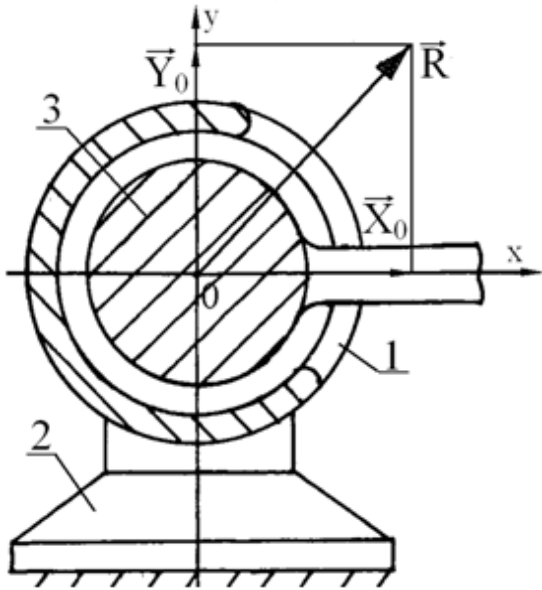
1.2.3.1. Рухомий циліндричний шарнір (коток). Movable cylindrical hinge (cat). Цей вид в'язі не дає змогу тілу переміщатися в напрямі, перпендикулярному до опорної поверхні котка. Його реакція \vec{R} (рис. 1.11, а) спрямована завжди по нормалі до опорної площини. Опора на котках застосовується звичайно в мос-тових конструкціях (рис. 1.11, а).

1.2.3.2. Нерухомий циліндричний шарнір. Fixed cylindrical joint. Він звичайно складається з обойми 1, яка закріплена на нерухомій опорі 2, і циліндричного вала 3 (рис. 1.11, б). Тут з'єднане з валом 3 тіло може обертатися тільки навколо осі О шарніра. Реакція \vec{R} циліндричного шарніра перпендикулярна до його осі і має напрям, який залежить від сил, прикладених до тіла. Тому її виражають у вигляді взаємно перпендикулярних координатних складових \vec{X}_0 , \vec{Y}_0 , тобто $\vec{R} = \vec{X}_0 + \vec{Y}_0$ і $R = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2}$.

1.2.3.3. Сферичний шарнір. Spherical hinge. Сферичний шарнір представляє собою кулю, яка може обертатись як завгодно в середині сферичної порожнини (рис. 1.12, а).



а)



б)

Рис. 1.11. Рухомий і нерухомий циліндричні шарніри

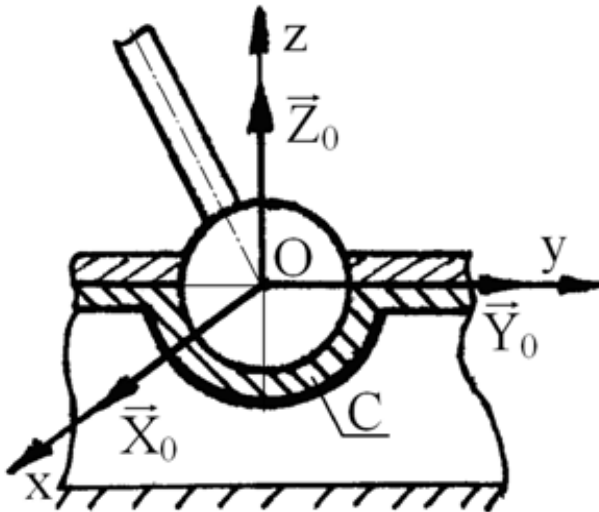
У випадку сферичного шарніра тіло, яке з'єднане з обіймою С, має змогу обертатися навколо центру шарніра в будь-якому напрямі (рис. 1.12, а). Реакцію сферичного шарніра виражають трьома координатними складовими $\bar{X}_0, \bar{Y}_0, \bar{Z}_0$ у трьох взаємно перпендикулярних напрямках: $\bar{R} = \bar{X}_0 + \bar{Y}_0 + \bar{Z}_0$;

$$R = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2}. \quad (1.5)$$

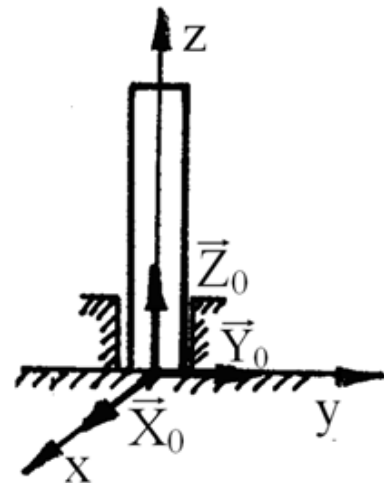
1.2.3.4. Підп'ятник (daddy)

Підп'ятник представляє собою з'єднання циліндричного шарніра з опорною площиною (рис. 1.12, б). Якщо циліндричний шарнір перешкоджає переміщенню вала вздовж осі z вниз, то такий циліндричний шарнір називають підп'ятником. Опорна реакція підп'ятника має три координатні складові $\bar{X}_0, \bar{Y}_0, \bar{Z}_0$ (рис. 1.12, б). Такий зв'язок дозволяє обертатися валу навколо його осі і переміщатися вздовж неї тільки в одному напрямку.

Реакція підп'ятника складається з реакції циліндричного підшипника X_A і Y_A і нормальної реакції Z_A опорної



а)



б)

Рис. 1.12. Реакції сферичного шарніра і підп'ятника

площини.

$$\bar{R} = \bar{X}_0 + \bar{Y}_0 + \bar{Z}_0; R = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2}. \quad (1.6)$$

1.2.4. Реакція невагомого стрижня. The reaction of a weightless rod

Якщо невагомий стрижень має на кінцях шарнірні з'єднання, то реакція цього стрижня спрямована по стрижню. Для тіла С (рис. 1.13, а) стрижні 1 і 2 є зв'язками. Такі стрижні працює тільки на розтяг або стиск. Реакції цих зв'язків спрямовані по стрижням 1 і 2.

Ідеальними стрижнями (*ideal rods*) називаються невагомі стрижні 1 і 2, закріплені двома ідеальними шарнірами на їх кінцях (рис. 1.13, б). Реакції стрижнів 1 і 2 тіла показані (рис. 1.13, б). Реакції \vec{R}_1 і \vec{R}_2 ідеальних стрижнів спрямовані по осям стрижнів. Якщо стрижні розтягнуті, то реакції спрямовані від тіла до стрижнів; якщо стрижні стиснуті – то по стрижням від них до тіла

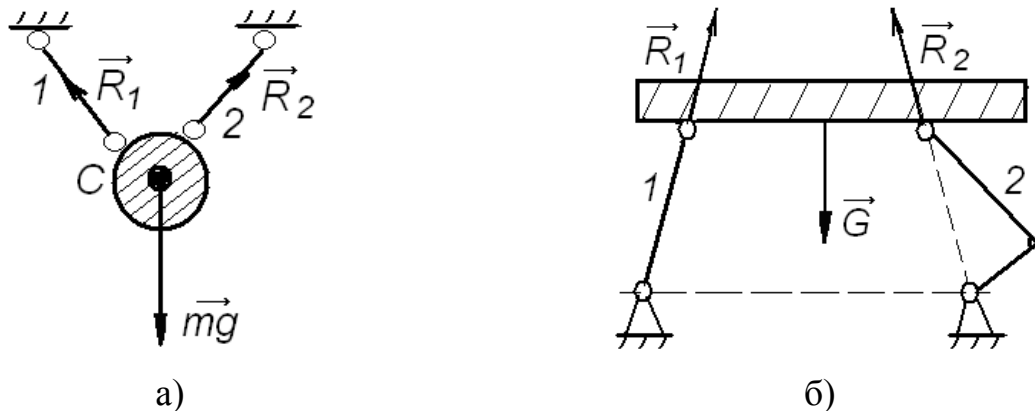


Рис. 1.13. Реакції невагомого стрижня

1.2.5. В'язь, що здійснюється гнучким тілом, ниткою або канатом, тросом, ланцюгом Eln made of flexible body, thread or rope, rope, chain

Такі в'язі (рис. 1.14) працюють тільки на розтяг, їх реакції напрямлені по нитці. В'язь, реалізована в даному вигляді, не дає змоги тілу віддалятися від точки підвісу за напрямом АМ. Тому реакція \vec{T} нитки АМ спрямована завжди вздовж нитки до точки підвісу А. У задачах теоретичної механіки припускають, що нитка є невагомою, гнучкою і нерозтяжною.

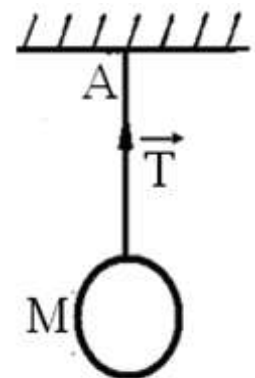


Рис. 1.14. Реакція нитки

1.2.6. Жорстке защемлення. Hard stiffening

Балка АВ кінцем А жорстко закріплена в стіні, а другий її кінець вільний (рис. 1.15). Якщо на балку діє задана сила \vec{F} , то в защемленні виникають реакції \vec{X}_A, \vec{Y}_A і пара сил з моментом M_A . Так як напрям реакції \vec{R}_a невідомий, то ця реакція розкладається на дві невідомі складові X_A і Y_A . Таким чином, в точці А жорсткого защемлення маємо три невідомі складові реакції X_A, Y_A і M_A .

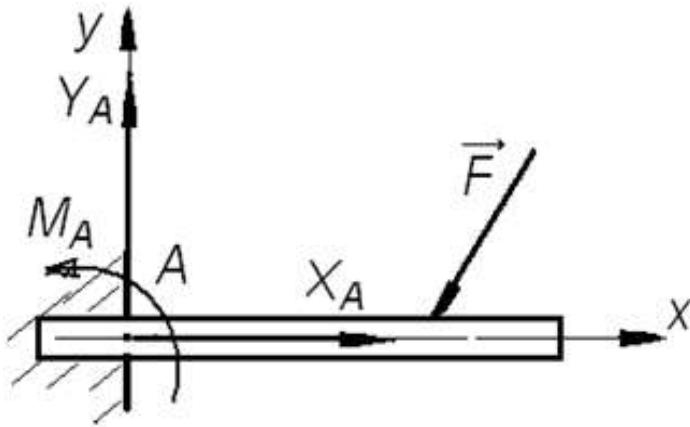


Рис. 1.15. Жорстке защемлення

2. КІНЕМАТИКА.

KINEMATICS

Лекція 2. Кінематика точки

Lecture 2. Point kinematics

Кінематикою називають розділ теоретичної механіки, в якому вивчаються загальні властивості і якості різних механічних рухів з геометричної точки зору без урахування причин, що викликають і змінюють ці рухи.

Кінематику можна розглядати як перехідну ступінь від геометрії до механіки – вона є геометрією чотирьох вимірів, бо крім трьох вимірів, прийнятих в геометрії, запроваджується четвертий – час. Кінематика для свого викладання не потребує ніяких нових аксіом і спирається на аксіоми евклідової геометрії.

Під рухом в механіці розуміють зміну з часом положення даного об'єкта по відношенню до іншого. Характер руху суттєво залежить від вибору тіла, з яким зв'язаний спостерігач.

Реальне (real body) або умовне тверде тіло (conditioned solid body), по відношенню до якого визначають положення чи рух інших об'єктів, називають *системою відліку (reference frame)*.

Простір в механіці розглядається як тривимірний і евклідовий. *Час (time)* вважається універсальним, тобто таким, що плине абсолютно однаково в будь-якій системі відліку.

В задачах кінематики час приймається за незалежну змінну (аргумент). Відлік часу ведеться від певного початкового моменту, котрий обирають відповідно до конкретних умов задачі.

Кінематично задати рух матеріального об'єкту (тіла, точки) – означає задати положення цього об'єкту відносно обраної системи відліку в будь-який момент часу.

Якщо положення об'єкта визначається певними параметрами, то необхідно задати залежність параметрів від часу. Така залежність називається *кінематичними рівняннями руху (kinematic equations of motion) або законом руху (law of motion)*.

Основними питаннями кінематики є виявлення математичних способів задання руху і методів визначення всіх кінематичних величин, що характеризують даний рух.

2.1. Основні відомості з кінематики точки

Basic information on the point kinematics

2.1.1. Предмет кінематики. The subject of kinematics

Кінематикою називається розділ механіки, в якому визначається рух тіл без врахування їх маси і діючих на них сил.

Коли кажуть про рух тіла, то розуміють під цим зміну його положення з

бігом часу по відношенню до якого-небудь другого тіла. Це означає, що при вивченні руху тіла ми завжди повинні вказувати, відносно якого другого тіла розглядається цей рух і на цьому другому тілі потрібно вибрати початок відліку (тобто вибрати систему координат). У кінематиці рух вважається заданим, якщо задані як функції часу параметри, які визначають положення тіла по відношенню до вибраної системи відліку.

При вивченні руху завжди встановлюється початок відліку часу (*start time delay*) $t = t_0 = 0$.

Під проміжком часу (*time space*) Δt (розуміють різницю між значеннями часу в який-небудь момент t_2 і момент t_1 ($\Delta t = t_2 - t_1$)).

Якщо розміри тіла малі по відношенню до тих відстаней, які воно проходить, то це тіло називають точкою. Наприклад, планету Земля можна розглядати як точку, якщо вивчати її рух навколо Сонця. Неперервну криву, яку описує точка при своєму русі, називають *траєкторією* точки.

Якщо траєкторією *точки* (*point*) є пряма лінія, то рух точки називають *прямолінійним* (*rectilinear movement*), якщо траєкторією є крива лінія, то рух точки називають *криволінійним* (*curvilinear movement*).

Основна задача кінематики полягає в тому, щоб, знаючи закон руху даного тіла (точки), визначити всі кінематичні величини (траєкторію, швидкість, прискорення).

Для розв'язання цієї задачі необхідно, щоб був заданий закон руху даного тіла (точки). Існує і обернена задача: по відомим швидкостям і прискоренням знайти закон руху точки.

2.1.2. Способи визначення руху точки

Ways to determine the movement of a point

Щоб описати *рух точки* (*point movement*) потрібно для кожного моменту часу задати її положення по відношенню до вибраної системи відліку. Для визначення криволінійного руху точки можна використати один із слідуєчих трьох способів:

- 1) векторний (*vector way*);
- 2) координатний (*coordinate way*);
- 3) натуральний (*natural way*).

2.1.2.1. Векторний спосіб визначення руху точки

Vector way to determine the motion of a point

Нехай точка M рухається в просторі по деякій траєкторії. Виберемо в просторі довільну точку O (рис. 2.1). Положення точки M в довільний момент часу можна визначити, якщо задати вектор \vec{r} , проведений з точки O в точку M . Вектор \vec{r} називається *радіусом-вектором* точки M , а крива, яку описує кінець вектора \vec{r} називається *годографом радіуса-вектора*.

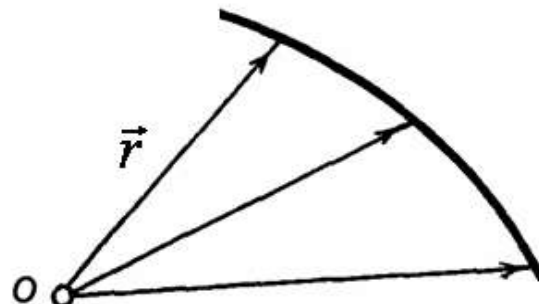


Рис. 2.1.

При русі точки M її радіус \vec{r} неперервно змінюється (в загальному випадку і по модулю і по напрямку), тобто є функцією часу.

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (2.1)$$

Рівняння (2.1) називається *векторним рівнянням руху точки*.

2.1.2.2. Координатний спосіб визначення руху точки. Coordinate method for determining the movement of a point

а) декартова система координат

Нехай точка M рухається в просторі по деякій траєкторії. Виберемо в просторі довільну точку O і прийнемо її за початок декартової системи координат $OXYZ$ (рис. 1.2). Положення точки M по відношенню до даної системи відліку $OXYZ$ можна визначити її декартовими координатами x, y, z . При русі точки M її координати змінюються з бігом часу, тобто є функціями часу t .

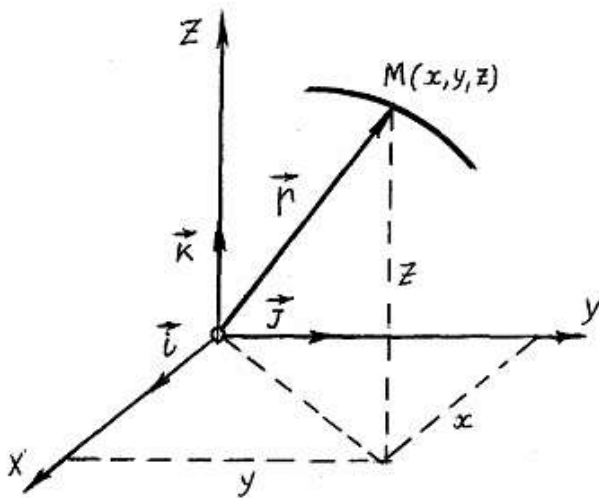


Рис. 2.2.

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_{31}(t). \quad (2.2)$$

Рівняння (2.2) називається *рівняннями руху точки в декартових координатах*.

Якщо під час руху точка M залишається в одній площині, то доцільно систему координат OXY розмістити в цій площині. Тоді плоский рух точки визначається двома рівняннями руху в прямокутних координатах

$$x = f_1(t); y = f_2(t). \quad (2.3)$$

Якщо точка M здійснює прямолінійний рух, то зручно

прийняти пряму, по якій рухається точка, за одну із координатних осей, наприклад, за вісь x . Положення точки M на цій осі визначається однією координатою $OM = x = f_1(t)$.

$$(2.4)$$

Між координатним і векторним способами існує зв'язок (див. рис. 2.2).

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}, \quad (2.5)$$

де \vec{r} – радіус-вектор точки M ; x, y, z – координати точки M ;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні орти, тобто вектори, які чисельно дорівнюють одиниці і напрямлені відповідно вздовж осей x, y, z .

Рівняння (2.2) і (2.3) одночасно представляють і рівняння траєкторії точки в параметричній формі, де роль параметра відіграє час t . Щоб знайти рівняння траєкторії точки в координатній формі, необхідно з рівнянь руху виключити час t .

б) полярна система координат

Коли точка M весь час рухається в одній і тій же площині, то її положення можна визначити полярними координатами r і φ (рис. 2.3). Тут r – відстань від полюса O до точки M , φ – кут, який утворюється радіусом-вектором \vec{OM} точки M з горизонтальною прямою Ox – осью полярних координат. Під час руху точки M полярні координати r і φ будуть змінюватись. Закон руху

точки в полярних координатах буде визначатись рівняннями:

$$r = f_1(t); \varphi = f_2(t). \quad (2.6)$$

Між полярними координатами r і φ та декартовими координатами x і y існує зв'язок:

$$x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi. \quad (2.7)$$

2.1.2.3. Натуральна форма рівнянь руху. The natural form of the equations of motion. Цей спосіб

можна використовувати тоді, коли наперед відома траєкторія руху точки (рис. 2.4). Нехай траєкторія руху точки M відома (це може бути дуга кола, параболи, еліпса та ін.) (рис. 2.4). Виберемо на цій лінії довільну точку відліку O . Положення точки M на траєкторії будемо визначати дуговою координатою (тобто довжиною дуги OM). Знак дугової координати визначаємо самостійно.

Нехай зліва від точки O дугова координати буде від'ємна, праворуч від точки O – додатня. При русі точки M в положення M_1, M_2 дугова координата буде змінюватись, тобто буде залежати від часу. Щоб знайти положення точки M на траєкторії в будь-який момент часу необхідно знати залежність:

$$S = f(t). \quad (2.8)$$

Рівняння (1.8) виражає закон руху точки M вздовж траєкторії.

Примітка 1. У рівнянні (1.8) величина S визначає положення точки M на дуговій координаті, а не пройдений нею шлях. Наприклад, точка, рухаючись із точки відліку O , попадає в положення M_1 (рис. 2.4), а потім переміщуючись у зворотному напрямі попадає в положення M , то в цей момент її дугова координата $S = \overset{\frown}{OM}$, а пройдений шлях буде $\overset{\frown}{OM} = 2 \overset{\frown}{M_1M}$, тобто не дорівнює S .

У випадку прямолінійного руху, якщо вісь Ox напрямити вздовж траєкторії точки, будемо мати $S = x$ і закон прямолінійного руху точки буде:

$$x = f(t) \quad (2.9)$$

Примітка 2. Традиційно прийнято пройдений точкою шлях позначити буквою S . Від цього і ми не будемо відступати. А щоб відрізнити дугову координату точки і шлях, пройдений нею, то зробимо такі позначення: S – дугова координата, s – шлях, пройдений точкою.

Вектором переміщення $\overset{\frown}{l}$ називають відрізок прямої, який проведений з початкового положення в кінцеве положення переміщеної точки (рис. 2.7).

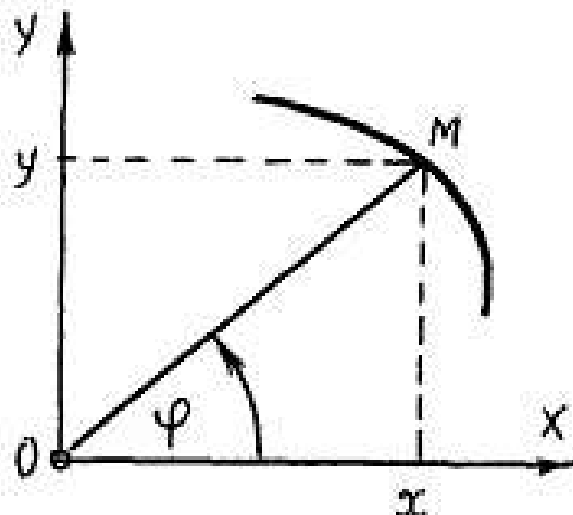


Рис. 2.3. Полярна система координат

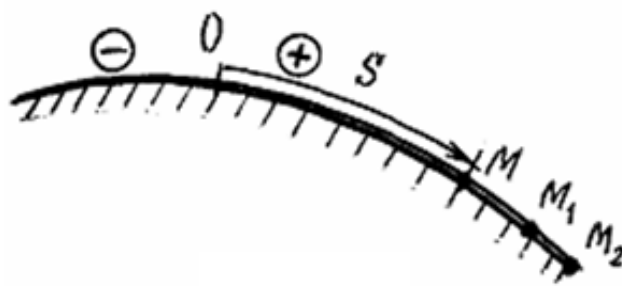


Рис. 2.4. Натуральна система координат

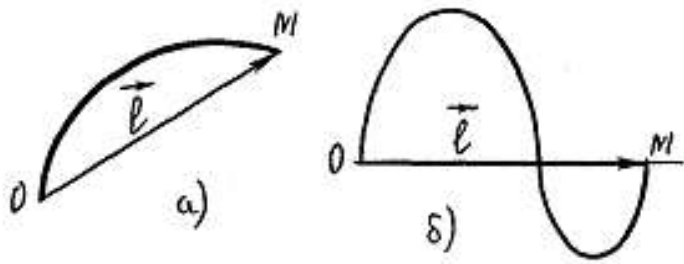


Рис. 2.7

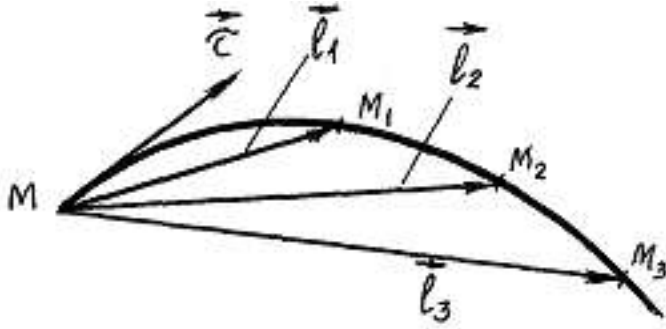


Рис. 2.8

При прямолинійному русі точки вектор переміщення \vec{l} являється відрізком траєкторії, при криволінійному русі – він замикає розглядувану частину траєкторії. Для різних проміжків часу вектори переміщень $\vec{l}_1, \vec{l}_2, \vec{l}_3$ мають різну величину і напрям (рис. 2.8).

Для нескінченно малого проміжку часу вектор переміщення при криволінійному русі співпадає по напрямку з напрямком дотичної \vec{v} до траєкторії руху (мова йде про дотичну до траєкторії), де в даний момент часу знаходиться рухома точка M.

2.2. Знаходження швидкості та прискорення точки при векторному способі визначення її руху

Finding the velocity and accelerating the point at the vector method of determining its motion

2.2.1. Знаходження швидкості точки. Finding the velocity of a point

Нехай точка M рухається по деякій траєкторії. Скористаємось векторним способом визначення руху точки M (див. стор. 28), тобто нам відомо $r = f(t)$.

Нехай рухома точка M в момент часу t знаходилась у положенні M, радіус-вектор якої \vec{r} , а в момент часу t_1 точка попала в положення M_1 , радіус-вектор якої \vec{r}_1 (рис. 2.9). Тоді за проміжок часу $\Delta t = t_1 - t$ точка M отримала

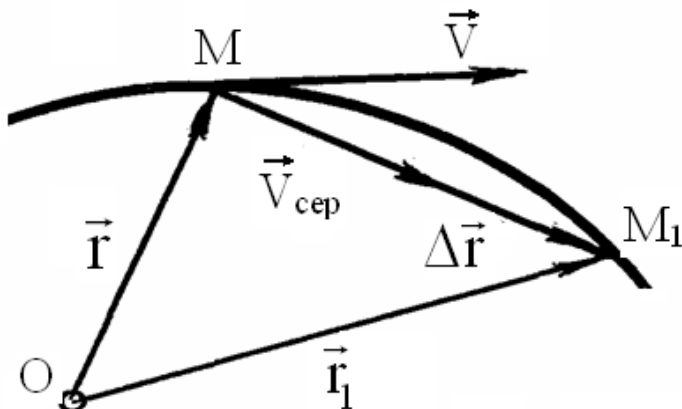


Рис. 2.9

переміщення $\Delta \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}$. Візьмемо

відношення $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}_{\text{сер}}$ і назовемо його *середньою швидкістю*.

Середня швидкість характеризує зміну вектора переміщення точки за деякий проміжок часу Δt . Вектор середньої швидкості спрямований по вектору $\Delta \vec{r}$. При криволінійному русі точки вектор середньої швидкості спрямований

по хорді MM_1 в сторону руху точки, а при прямолинійному русі – вздовж самої траєкторії.

Якщо зменшувати проміжок часу Δt , то точка M_1 буде наближатись до точки M, а хорда MM_1 прямує до положення дотичної в точці M (див. рис. 2.8), а середня швидкість буде характеризувати швидкість точки в положенні M. Така швидкість називається *миттєвою швидкістю (instant speed)* або

швидкістю точки (*point speed*) в даний момент часу.

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \quad (2.10)$$

Вектор швидкості точки в даний момент часу дорівнює першій похідній по часу від радіуса-вектора точки.

Вектор швидкості напрямлений по дотичній до траєкторії руху в сторону руху точки. Позначення $\dot{\vec{r}}$ говорить про те, що похідна береться тільки по часу t .

2.2.3. Знаходження прискорення точки

Finding the acceleration point Finding point speed

Нехай в деякий момент часу t точка знаходиться в положенні M і має швидкість \vec{V} , а в момент часу t_1 знаходиться в положенні M_1 і має швидкість \vec{V}_1 (рис. 2.10). Тоді за проміжок часу $\Delta t = t_1 - t$ сталася зміна швидкості $\Delta \vec{V} = \vec{V}_1 - \vec{V}$. (а). Візьмемо відношення $\frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \vec{a}_{\text{сеп}}$ і назвемо його *середнім прискоренням*. Середнє прискорення точки характеризує зміну вектора швидкості точки за деякий проміжок часу.

Побудуємо вектор $\Delta \vec{V}$. Для цього умовно перенесемо вектор швидкості \vec{V}_1 в точку M . Із виразу (а) маємо $\vec{V}_1 = \vec{V} + \Delta \vec{V}$. Вектор \vec{V}_1 повинен бути діагоналю паралелограма, а вектори \vec{V} і $\Delta \vec{V}$ його сторонами.

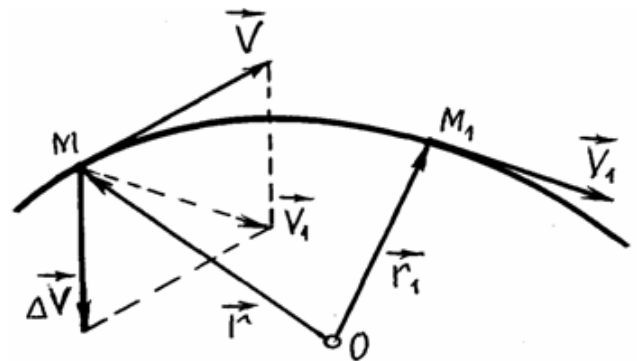


Рис. 2.10

Вектор середнього прискорення $\vec{a}_{\text{сеп}}$ спрямований по вектору

$\Delta \vec{V}$, а вектор $\Delta \vec{V}$ завжди напрямлений в сторону увігнутості кривої лінії.

Вектор прискорення \vec{a} в даний момент часу дорівнює граничному значенню середнього прискорення точки коли проміжок часу Δt наближається до нуля.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_{\text{сеп}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}; \quad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (2.11)$$

Прискорення руху точки дорівнює першій похідній по часу від вектора швидкості.

Якщо підставити вираз (2.10) в (2.11), то отримаємо ще одну формулу для обчислення прискорення точки:

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \quad (2.12)$$

Прискорення дорівнює другій похідній по часу від радіуса-вектора рухомої точки.

2.2.3. Швидкість та прискорення точки в прямокутній декартовій системі координат

Speed and acceleration of a point in a rectangular Cartesian coordinate system

2.2.3.1. Знаходження швидкості точки

Finding the velocity of a point

Нехай точка M рухається відносно деякої системи координат $OXYZ$ згідно рівнянь $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, $z = f_3(t)$ (рис. 2.11). Приймаючи за початок радіуса-вектора \vec{r}^p рухомої точки M початок даної декартової системи координат, можна записати, згідно (2.5), $\vec{r}^p = x\vec{i}^p + y\vec{j}^p + z\vec{k}^p$. (a)

де одиничні орти \vec{i}^p , \vec{j}^p , \vec{k}^p постійні як по модулю так і за напрямом. Використаємо формулу (2.10). Підставимо вираз (a) в (2.10):

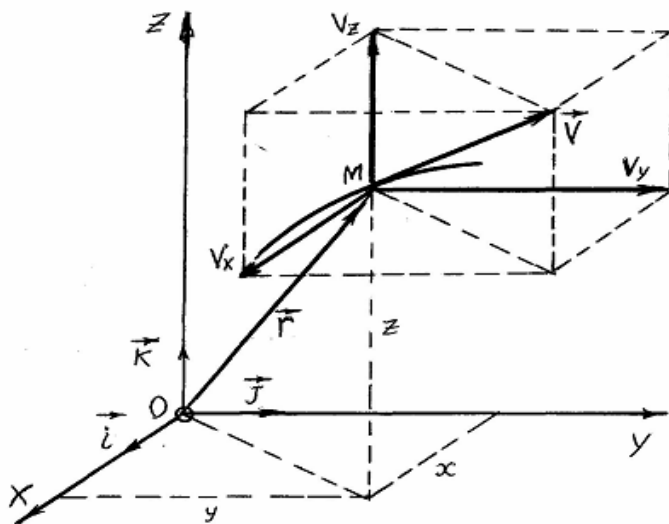


Рис. 2.11

$$\vec{V}^p = \frac{d\vec{r}^p}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i}^p + y\vec{j}^p + z\vec{k}^p)$$

Враховуючи те, що вектори $\vec{i}^p, \vec{j}^p, \vec{k}^p$ незмінні, то похідні від них дорівнюють нулю, тому для швидкості \vec{V}^p отримаємо

$$\vec{V}^p = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i}^p + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j}^p + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k}^p. \quad (2.13)$$

Оскільки швидкість \vec{V}^p є вектор, то його можна розкласти на три складові вектори, які паралельні координатним осям.

$$\vec{V} = V_x \vec{i}^p + V_y \vec{j}^p + V_z \vec{k}^p. \quad (2.14)$$

Порівнюючи (1.13) і (1.14), маємо:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \& \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \& \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \& \quad (2.15)$$

Проекція швидкості точки на яку-небудь координатну вісь дорівнює похідній по часу відповідної координати точки.

Маючи проекцію швидкості точки на осі координат, можна знайти модуль і напрям вектора швидкості:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (2.16)$$

$$\cos\left(\vec{V}, \vec{i}^p\right) = \frac{V_x}{V}; \quad \cos\left(\vec{V}, \vec{j}^p\right) = \frac{V_y}{V}; \quad \cos\left(\vec{V}, \vec{k}^p\right) = \frac{V_z}{V}. \quad (2.17)$$

2.2.3.2. Знаходження прискорення точки

Finding the acceleration point

Підставимо вираз (a) для радіуса-вектора \vec{r}^p в (1.12). Маємо

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \cdot \vec{i}^p + \frac{d^2y}{dt^2} \cdot \vec{j}^p + \frac{d^2z}{dt^2} \cdot \vec{k}^p = \& + \& + \&. \quad (1.18)$$

З другого боку вектор прискорення \vec{a} можна розкласти на три складові

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad (2.19)$$

де a_x, a_y, a_z – проєкції прискорення \vec{a} на координатні осі.

Порівнюючи (1.18) і (1.19), маємо

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2z}{dt^2} = a \quad (2.20)$$

Маючи проєкції прискорення точки на координатні осі, можна знайти модуль і напрям вектора прискорення:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (2.21)$$

$$\cos\left(\hat{a}, \vec{i}\right) = \frac{a_x}{a}; \quad \cos\left(\hat{a}, \vec{j}\right) = \frac{a_y}{a}; \quad \cos\left(\hat{a}, \vec{k}\right) = \frac{a_z}{a}. \quad (2.22)$$

3. ДИНАМІКА. DYNAMICS

ВСТУП ДО ДИНАМІКИ. INTRODUCTION TO DYNAMICS

Пізнання законів руху тіл людством було дуже повільним і не завжди вдалим. Навіть великий Аристотель (IV в. до н.е.) вважав, що тіло раптово припинить рух, якщо перестане діяти сила. Правильно сформульовані закони рухів, що відбуваються в природі, були відкриті внаслідок тривалих постережень.

Основи динаміки були розроблені у XVI-XVII ст., коли практика суспільного виробництва поставила перед людиною низку важливих проблем у військовій справі, судноплавстві, виробництві товарів.

Відкриття М. Коперніком (XVI ст.) геліоцентричної системи світу, а Й. Кеплером (XVII ст.) – законів руху планет, відіграло важливу роль у розвитку динаміки.

Леонардо да Вінчі, Г. Галілей, Р. Декарт, Х.Гюйгенс (XVI-XVII ст.) – з цими іменами пов'язаний підготовчий період становлення динаміки.

Леонардо да Вінчі досліджував рух тіла по похилій площині, тертя, питання теорії механізмів, ввів поняття моменту сили.

Г. Галілей експериментально довів закон падіння тіл у пустоті, досліджував рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, встановив закон пропорційності між вагою і масою тіла, сформулював принцип відносності класичної механіки.

Р. Декарт ввів поняття про кількість руху, як міру механічного руху, відкрив закон збереження кількості руху, його ідеї виявилися плідними для розвитку динаміки.

Й. Гюйгенс досліджував фізичний маятник, уперше використав вирази осьового моменту інерції тіла і кінетичної енергії.

Засновником динаміки є І. Ньютон (XVII ст.). Він систематизував і узагальнив дослідження, що пов'язані з динамікою, і показав шляхи її подальшого розвитку. Ньютон вперше сформулював основні закони динаміки, ввів поняття маси і узагальнив поняття сили. Він відкрив закон всесвітнього

тяжіння, як основу сучасної механіки і фізики. Систематичне викладення класичної механіки подано Ньютоном у творі "Математичні начала натуральної філософії" (1687 р.).

Вперше аналітично виклав динаміку Л. Ейлер (XVIII ст.), академік Петербургської Академії наук. Він довів важливу теорему динаміки – теорему про зміну кінетичного моменту, створив теорію моментів інерції, механіку суцільних середовищ, теорію стійкості, ввів поняття потенціального силового поля.

У цей же час М.В. Ломоносов відкрив загальний закон природи – закон збереження матерії та руху. На базі цього закону всі закони збереження механіки та фізики є конкретними окремими випадками закону Ломоносова, який є природничо-науковою основою матеріалізму.

Подальший розвиток динаміки пов'язаний з працями Ж. Лагранжа, Л. Пуансо, С. В. Ковалевської, О.М. Ляпунова, М. Є. Жуковського, С. О. Чаплигіна, О. М. Крилова та ін.

Механіка тіл змінної маси заснована І.В. Мещерським. Цей розділ механіки став основою теорії реактивного руху і міжпланетних польотів, яку створив К.Е. Ціолковський, подальший розвиток її і практичне втілення – у працях творця ракетної і космічної техніки С.П. Корольова.

У другій половині ХХ ст. з'явився новий напрям науки – робототехніка. Особливістю її є те, що вона синтезує й об'єднує такі науки як механіка суцільного середовища (теорія пружності, теорія пластичності, гідроаеродинаміка). Дослідження вітчизняних учених Г.М. Савіна, О.М. Кільчевського, О.М. Гузя, В.Т. Грінченка є провідним провідними у світовій науці.

ЛЕКЦІЯ 3. ДИНАМІКА АБСОЛЮТНОГО РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

LECTURE 3. DYNAMICS OF THE ABSOLUTE MOTION OF THE MATERIAL POINT

3.1. Основні поняття. Basic concepts

Динаміка (dynamics) – це розділ теоретичної механіки, в якому вивчається рух матеріальної точки, або механічної системи під дією сил, прикладених до цих рухомих об'єктів.

Матеріальна точка (material point) – це тіло, яке має масу, але розмірами якого можна знехтувати при вивченні його руху.

Сукупність матеріальних точок складає *механічну систему*.

Сила (power) є характеристикою взаємодії двох тіл. Властивості сил, які прикладені до твердого тіла і однієї точки, розглядались в статиці. В динаміці сили оцінюють по їх динамічній дії, тобто по тому, як вони змінюють рух тіл.

В статиці розглядались задачі, в яких, по суті, діяли тільки постійні сили. В динаміці на рухоме тіло можуть діяти не тільки постійні сили, а і змінні сили, модулі і напрями дії яких при русі тіла змінюються. Змінні сили можуть залежати від часу, від положення тіла, від його швидкості. Сили, які явно залежать від часу, зустрічаються при дослідженні роботи різного роду машин і механізмів. До сил, які залежать від положення тіла, відносяться сили

пружності, які виникають в пружних тілах при їх деформації (наприклад, сили пружності пружин), а також сили притягання або відштовхування, що виникають при взаємодії електричних (магнітних) зарядів. Сили, які залежать від швидкості, зустрічаються при русі тіл у в'язкому середовищі і в основному ці сили є силами опору.

Рух тіл завжди розглядається відносно деякої системи відліку в залежності від часу. В класичній механіці, в основі яких є аксіоми Ньютона, простір вважається трьохмірним, властивості якого не залежать від тіл, що в ньому рухаються.

Час в класичній механіці універсальний, не зв'язаний з простором і рухом тіл.

3.2. Закони динаміки. The laws of dynamics

В основі класичної динаміки лежать закони, які вперше точно сформульовані і системно викладені англійським вченим Ісааком Ньютоном (*Isaac Newton*) (1642–1727) в його фундаментальній праці “Математичні начала натуральної філософії” (1687).

Перший закон динаміки (закон інерції) (the first law of dynamics (the law of inertia)) .Ізольована матеріальна точка зберігає свій стан спокою або рівномірного прямолінійного руху до тих пір, поки інші тіла не виведуть її з цього стану.

Ізольована матеріальна точка (*isolated material point*) – це вільне тіло, на яке не діють інші тіла.

Рівномірний і прямолінійний рух точки називають *рухом по інерції*. Стан спокою (швидкість дорівнює нулю) є окремим випадком руху по інерції.

Вперше закон інерції сформулював італійський вчений Галілей (1564-1642). Крім цього Галілей відкрив механічний принцип відносності, закон незалежності дії сил, закони падіння тіл на землю, закони коливання математичного маятника.

Система відліку (reference frame), по відношенню до якої виконується закон інерції, називається *інерціальною системою відліку (inertial reference system)*.

В сучасній науці введена *геліоцентрична система* координат з початком в центрі Сонця, координатні осі якої напрямлені на одні і ті ж зірки.

Використання такої системи координат в якості інерціальної системи відліку, як показують досліди, не приводить до помітних похибок.

Властивість ізольованої матеріальної точки зберігати стан рівномірного і прямолінійного руху називають властивістю інертності.

Згідно першого закону Ньютона, всі матеріальні тіла мають властивість протидіяти зміні свого руху по інерції. Ця внутрішня властивість всіх матеріальних тіл залежить від самих тіл і не залежить від присутності в просторі других тіл. При русі матеріальної точки по інерції її прискорення дорівнює нулю. Прискорення точки, таким чином, є мірою відхилення її руху від руху по інерції.

Другий закон динаміки (основний закон динаміки)

The second law of dynamics (the basic law of dynamics)

Сила, яка діє на матеріальну точку, надає цій точці прискорення, яке пропорційне силі і напрямлене по лінії дії сили.

Аналітично цей закон записується в такому вигляді

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}, \quad (3.1)$$

де \vec{F} – сила, яка діє на матеріальну точку, \vec{a} – її прискорення, яке має напрям сили (рис. 3.1). Коефіцієнт пропорційності (coefficient of proportionality) m ,

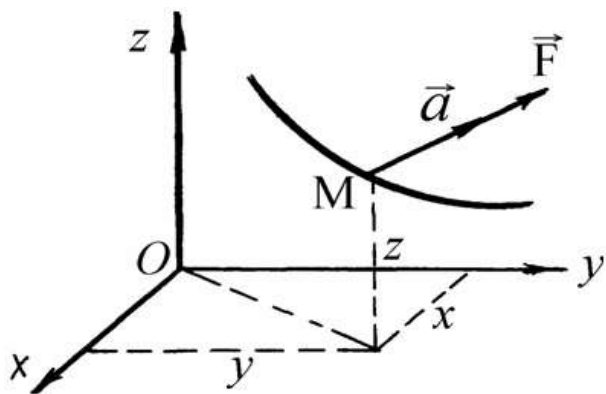


Рис. 3.1

який характеризує інертні властивості матеріальної точки, називається інертною масою точки. Інертна маса в класичній механіці вважається величиною постійною, залежною тільки від самої матеріальної точки і не залежною від характеристик її руху (швидкості і прискорення). Маса також не залежить від природи сили, прикладеній до точки. Поняття маси вперше ввів Ньютон.

В загальноприйнятій системі одиниць СІ в якості одиниці часу прийнята секунда (с), довжини - метр (м), маси - кілограм (кг). Для цих одиниць існують еталони. Одиниця сили – Ньютон (Н) – є похідною від вказаних незалежних одиниць. 1 Н – це сила, яка тілу масою 1 кг надає прискорення 1 м/с^2 ($1 \text{ Н} = 1 \frac{\text{кгм}}{\text{с}^2}$).

Рівняння (3.1) називають основним рівнянням динаміки матеріальної точки або *другим законом Ньютона*.

З дослідів відомо, що при падінні тіла на нього діє сила тяжіння.

Якщо позначити силу тяжіння матеріальної точки через P , а прискорення сили тяжіння через g , то на основі закону (3.1):

$$P = mg. \quad (3.2)$$

Сила тяжіння матеріальної точки дорівнює добутку її маси на прискорення сили тяжіння в даному місці земної поверхні.

Так як прискорення g різне в різних місцях земної поверхні, то і сила тяжіння даного тіла не є постійною величиною, тоді як його маса залишається завжди постійною.

Третій закон динаміки (закон рівності дії і протидії). The third law of dynamics (the law of equality of action and counteraction):

Якщо перший закон динаміки вважає матеріальну точку ізольованою, а другий закон вважає її такою, на яку діють які завгодно тіла, то *третій закон* стосується випадку, коли взаємодіють тільки дві матеріальні точки.

Третій закон доповнює перші два настільки, що всі закони в своїй сукупності вже достатні для вивчення руху як завгодно складних систем матеріальних точок.

Сили, з якими взаємодіють дві матеріальні точки, завжди рівні по модулю і спрямовані по одній прямій в протилежні сторони.

Цей закон ми використовували при вивченні розділу „Статика”.

Четвертий закон динаміки (закон незалежності дії сил). Fourth law of dynamics (the law of independence of the force)

Прискорення матеріальної точки, яке виникає при одночасній дії на неї декількох сил, дорівнює векторній сумі прискорень, які надаються точці окремими силами.

$$m \cdot \overset{\rho}{a} = \sum_{k=1}^n \overset{\rho}{F}_k. \quad (3.3)$$

Це означає, що при дії на матеріальну точку сил $\overset{\rho}{F}_1, \overset{\rho}{F}_2, \dots, \overset{\rho}{F}_n$ кожна з яких надає точці відповідно прискорення, $\overset{\rho}{a}_1, \overset{\rho}{a}_2, \dots, \overset{\rho}{a}_n$, загальне прискорення

матеріальної точки буде $\overset{\rho}{a} = \overset{\rho}{a}_1 + \overset{\rho}{a}_2 + \dots + \overset{\rho}{a}_n$.

Використовуючи вираз (1.1), можна записати

$$m \overset{\rho}{a}_1 = \overset{\rho}{F}_1, \quad m \overset{\rho}{a}_2 = \overset{\rho}{F}_2, \dots, \quad m \overset{\rho}{a}_n = \overset{\rho}{F}_n.$$

Склавши між собою ці рівності, одержимо

$$m(\overset{\rho}{a}_1 + \overset{\rho}{a}_2 + \dots + \overset{\rho}{a}_n) = \overset{\rho}{F}_1 + \overset{\rho}{F}_2 + \dots + \overset{\rho}{F}_n.$$

Звідси одержимо вираз (1.3).

3.3. Диференціальні рівняння руху матеріальної точки Differential equations of motion of a material point

При вивченні кінематики точки розглядалось три способи визначення руху точки:

1) векторний спосіб (vector way); 2) координатний спосіб (coordinate method); 3) натуральний спосіб (natural way).

Для цих способів визначення руху точки запишемо диференціальні рівняння руху матеріальної точки.

Підкреслимо, що в законах динаміки (3.1) і (3.3) розглядається вільна матеріальна точка (*free material point*).

Якщо матеріальна точка не вільна, то, використовуючи аксіому про в'язі, звільняємось від в'язей і заміняємо їх дію на матеріальну точку реакціями в'язей.

В подальшому не будемо відрізняти між собою вільну і невільну матеріальну точку.

Під силою $\overset{\rho}{F}$ будемо розуміти рівнодійну всіх заданих сил і реакцій в'язей.

3.3.1. Диференціальні рівняння руху матеріальної точки в векторній формі

The differential equations of motion of a material point in the vector form

З кінематики точки відомо, що прискорення $\overset{\rho}{a}$ виражається через радіус-вектор

$$\overset{\rho}{a} \text{ (рис. 3.2): } \overset{\rho}{a} = \frac{d^2 \overset{\rho}{r}}{dt^2} = \overset{\rho}{r} \quad (a)$$

Підставивши вираз (а) в закон динаміки (3.1), одержимо диференціальне рівняння руху матеріальної точки в векторній формі

$$m \cdot \ddot{\vec{r}} = \vec{F}. \quad (3.4)$$

Диференціальні рівняння руху матеріальної точки в декартовій системі координат
Differential equations of motion of a material point in a Cartesian coordinate system

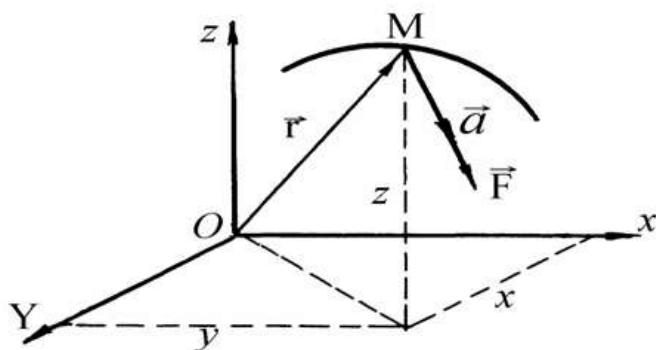


Рис. 3.2. До поняття прискорення

Нехай матеріальна точка М під дію рівнодійної сили \vec{F} рухається по деякій криволінійній траєкторії. Проведемо декартову систему координат з початком в точці О (рис.3.2).

Спроекуємо основний закон динаміки на координатні осі:

$$ma_x = F_x, \quad ma_y = F_y, \quad ma_z = F_z, \quad (б)$$

де a_x, a_y, a_z – проекції вектора прискорення точки на відповідні осі декартової системи координат;

F_x, F_y, F_z – проекції вектора сили на відповідні координатні осі.

Проекції прискорення на координатні осі можна виразити через другі похідні по часу від координат x, y, z рухомої точки М

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}, \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}, \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \quad (в)$$

Підставивши вираз (в) в вираз (б), одержимо диференціальні рівняння руху матеріальної точки в декартовій системі координат:

$$m\ddot{x} = F_x; \quad m\ddot{y} = F_y; \quad m\ddot{z} = F_z. \quad (3.5)$$

3.3.3. Диференціальні рівняння руху матеріальної точки в натуральній системі ординат

The differential equations of motion of a material point in the natural system of ordinates

Нехай матеріальна точка М під дією рівнодійної сили \vec{F} рухається по криволінійній траєкторії. Введемо натуральну систему координат $\vec{e}_t, \vec{e}_n, \vec{e}_b$ з початком в точці М. Так як точка М рухається, то рухається і система координат (рис. 3.3).

Спроекуємо основний закон динаміки (3.1) на осі натурального трьохгранника:

$$ma_\tau = F_\tau, \quad ma_n = F_n, \quad ma_b = F_b, \quad (г)$$

де a_τ, a_n, a_b і F_τ, F_n, F_b – відповідно проекції прискорення і рівнодійної сили на дотичну, головну нормаль і бінормаль до траєкторії в даний момент часу.

Відомо, що



Рис. 3.3

$$a_{\tau} = \frac{dV}{dt}; a_n = \frac{V^2}{\rho}; a_b = 0. \quad (д)$$

Тут ρ – радіус кривини траєкторії в даній точці.

$$m \frac{dV}{dt} = F_{\tau}, \quad m \frac{V^2}{\rho} = F_n, \quad 0 = F_b. \quad (3.6)$$

Рівняння (3.6) є диференціальними рівняннями руху матеріальної точки в натуральній системі координат.

3.4. Дві основні задачі динаміки матеріальної точки Two main tasks of the dynamics of the material point

Всі задачі динаміки в основному можна розбити на дві категорії, які мають наступні назви: *перша задача динаміки* і *друга задача динаміки*, яка є оберненою до першої.

3.4.1. Перша задача динаміки. The first task of the dynamics

За відомим законом руху матеріальної точки треба визначити рівнодійну сил, що зумовили заданий рух точки.

Розв'яжемо цю задачу в загальному вигляді, використовуючи координатний спосіб визначення руху точки.

Нехай відомі маса m точки і рівняння її руху $x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_{31}(t)$.

Треба знайти рівнодійну силу \vec{F} , яка здійснює даний рух точки (рис. 3.4).

Для розв'язання цієї задачі використаємо диференціальні рівняння руху матеріальної точки у вигляді (3.5).

Диференціальні рівняння (1.5) дозволяють знайти проєкції F_x, F_y, F_z рівнодійної на декартові координатні осі.

Для цього потрібно знати проєкції a_x, a_y, a_z прискорення точки на ці ж осі.

Якщо рівняння руху двічі продиференціювати по часу, то одержимо проєкції прискорення на відповідні координатні осі

$$a_x = \dots; a_y = \dots; a_z = \dots$$

$$\text{Тоді } F_x = m a_x; F_y = m a_y; F_z = m a_z \quad (3.7)$$

Модуль рівнодійної і її напрям знайдемо з формул

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}, \quad (3.8)$$

$$\cos(\vec{F}, \vec{i}) = \frac{F_x}{F}; \cos(\vec{F}, \vec{j}) = \frac{F_y}{F}; \cos(\vec{F}, \vec{k}) = \frac{F_z}{F}. \quad (3.9)$$

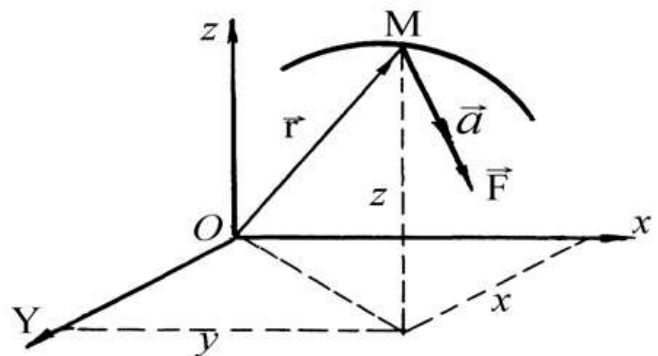


Рис. 3.4. Перша задача динаміки

3.4.2. Друга задача динаміки

The second task of the dynamics

Друга задача динаміки полягає в тому, що по заданій масі m точки і відомими силами, діючими на цю точку, треба знайти рівняння руху точки.

Розв'язування цієї задачі зводиться до інтегрування системи диференціальних рівнянь руху точки (3.5) або (3.6).

Як зазначалось раніше, сили можуть бути функціями часу t , положення точки \vec{r} , швидкості \vec{v} . Тому проекції сил, наприклад, на декартові координатні осі записують у формі

$$F_x = f_1(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}), \quad F_y = f_2(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}), \quad F_z = f_3(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}). \quad (3.10)$$

При інтегруванні системи диференціальних рівнянь (1.5) з'являються шість довільних постійних C_1, C_2, \dots, C_6 , які визначаються з початкових умов задачі. В механіці початковими умовами є сукупність параметрів, які визначають положення точки і її швидкість в початковий момент часу $t=0$. Наприклад, при розв'язуванні задачі в декартовій системі координат початкові умови (п. у.) мають вигляд:

$$t = 0 \quad \begin{cases} x = x_0, \\ y = y_0, \\ z = z_0, \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x} = \dot{x}_0, \\ \dot{y} = \dot{y}_0, \\ \dot{z} = \dot{z}_0. \end{cases} \quad (3.11)$$

Підставляючи знайдені значення довільних постійних C_1, C_2, \dots, C_6 в загальні інтеграли системи (1.5) і розв'язуючи їх відносно шуканих величин, одержимо *рівняння руху матеріальної точки*:

$$x = \varphi_1(t, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0), \quad y = \varphi_2(t, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0), \quad z = \varphi_3(t, x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0).$$

Система диференціальних рівнянь (1.5) інтегрується лише в деяких окремих випадках, коли, наприклад, права частина є постійною, простою функцією часу і т.п.

В загальному випадку інтегрування системи (3.5) може бути проведено лише наближеними методами. Ефективність цих методів значно виросла в зв'язку з розвитком електронних обчислювальних машин.

Достатньо просто розв'язується друга *основна задача динаміки* точки у випадку її прямолінійного руху, який має місце, коли діюча сила зберігає постійний напрям, а початкова швидкість спрямована по силі, або дорівнює нулю.

Диференціальне рівняння прямолінійного руху точки має вигляд

$$m \ddot{x} = \sum_{k=1}^n F_{K_x}, \quad (3.12)$$

а початкові умови $t = 0, x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0$.

Якщо сила є функцією тільки однієї змінної, то диференціальне рівняння прямолінійного руху інтегрується методом відокремлення змінних.

МОДУЛЬ 2. МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ **MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES**

Лекція 1. Вступна лекція

Lecture 1. Introductory lecture

1.1. Завдання дисципліни «Механіка матеріалів і конструкцій» та її значення для інженерної освіти. Коротка історична довідка **Tasks of the discipline "Mechanics of materials and structures" and its significance for engineering education. Brief historical reference**

Дисципліну «Механіка матеріалів і конструкцій» (ММіК) називають «абеткою» інженера, необхідною для формування інженерної думки майбутнього фахівця технічних спеціальностей.

Під час проектування інженерних об'єктів до них висувається вимога надійності, що передбачає виконання умов міцності, жорсткості та стійкості.

«Механіка матеріалів і конструкцій» – це наука про інженерні методи розрахунку деталей машин та елементів конструкцій на міцність, жорсткість та стійкість.

Міцність (strength) – це здатність конструкції, її частин та деталей витримувати зовнішні навантаження не руйнуючись.

Жорсткість (rigidity) – це здатність конструкції, її частин та деталей протидіяти зовнішнім навантаженням відносно деформацій.

Стійкість (stability) – це здатність конструкцій витримувати зовнішні навантаження, зберігаючи при цьому початкову форму пружної рівноваги.

Завдання інженера: для того, щоб конструкція у цілому відповідала вимогам надійності, необхідно надати її елементам *найбільш раціональну форму (the most rational form)*, і, знаючи властивості матеріалу, з якого вона буде виготовлятися, *визначити відповідні розміри залежно від величини і характеру сил (determine the appropriate dimensions depending on the magnitude and nature of the forces)*, що діють на неї.

На перший погляд може здаватися, що для надійності конструкції достатньо збільшити розміри.

Дійсно, інколи це призводить до бажаного результату. Але у тих випадках, коли власна вага складає суттєву частину діючих на конструкцію навантажень, збільшення розмірів її елементів, а значить і ваги, не призведе до *підвищення міцності to increase strength*.

Збільшення розмірів деталей механізмів, які рухаються, призводить до збільшення *сил інерції, підвищує навантаження*, що є небажаним.

З іншого боку, збільшення розмірів конструкції – це збільшення її *вартості (this is an increase in its value)*.

Тому завдання інженерних розрахунків полягає в тому, щоб *при менших витратах матеріалу забезпечити більшу надійність конструкції*.

Взагалі наука базується на теоретично–експериментальних засадах. У теоретичній частині наука базується на теоретичній механіці і математиці, а в експериментальній – на фізиці й матеріалознавстві.

Виникнення науки ММіК пов'язують з ім'ям видатного італійського вченого Галілео Галілея (1564-1642), який проводив досліди щодо вивчення міцності, хоча джерела цієї науки ми бачимо вже в творіннях великого Леонардо да Вінчі.

У 1678 р. англійський вчений Роберт Гук (1635-1703) установив закон деформування пружних тіл, за яким деформація пружного тіла пропорційна діючому на нього зусиллю. Цей закон є основним у теорії ММіК.

Швидкий розвиток науки механіки твердих тіл почався наприкінці XVIII століття у зв'язку з бурхливим розвитком промисловості й транспорту. Проблемами міцності займалися академік Петербурзької академії наук Леонард Ейлер, видатні вчені М. О. Белелюбський, М. Г Бубнов, А. М. Воропаєв, А. В. Гадолін, Х. С. Головін, Д. І. Журавський, Ф. С. Ясинський та ін.

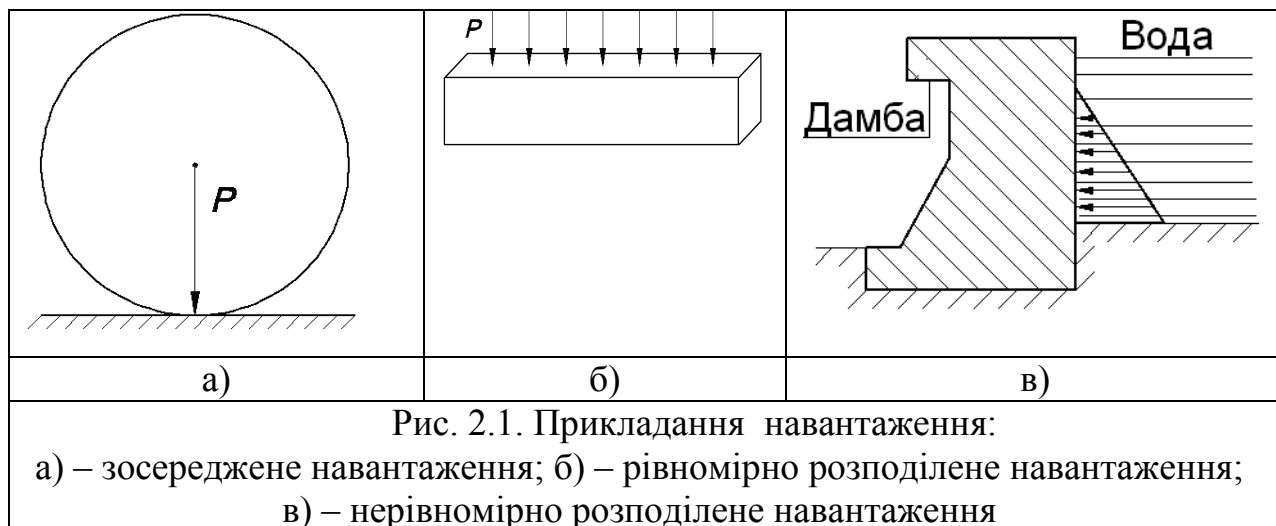
Розвитку ММіК сприяли роботи іноземних вчених: Д. Бернуллі, Т. Кармана, А. Кастільяно, О. Коши, Ш. Кулона, Г. Ламе, А. Лява, Д. Максвелла, К. Мора, Л. Нав'є, Л. Прандтля, С. Пуасона та інших.

У XX ст. значну роль у розвитку механіки й поширенні наукових знань у галузі ММіК відіграли підручники видатних учених В. Л. Кирпичова, С. П. Тимошенка, М. М. Беляєва, О. О. Уманського, В. І. Феодосьєва, О. А. Ільюшина, І. А. Біргера, Г.С. Писаренка та інших.

1.2. Види навантажень. Поняття про розрахункову схему Types of loads. Concept of calculation scheme

Усі зовнішні навантаження поділяються за:

Характером прикладання – зосереджена сила, це якщо площа її прикладання досить мала і вважають, що вона прикладена в точці (рис. 2.1, а), має розмірність – (Н, кН).



Розподілене навантаження (рівномірно (рис. 2.1, б) та нерівномірно розподілене (рис. 2.1. в), яке може бути розподілене по поверхні, довжині і по об'єму.

Навантаження розподілене по об'єму – це і є власна вага тіла, сила магнітних полів і т.д.

Характером зміни – статичне навантаження (*static load*), коли швидкість прикладання незначна і не призводять до появи інших побічних навантажень.

Динамічні навантаження (dynamic loads) – швидкість прикладання яких значна і вони приводять до появи інерційних сил:

Тривалістю дії – постійної дії (permanent action) (сталі); *тимчасової дії (temporary action)* – можуть бути тривалої дії і короткотривалі.

Перш ніж почати розрахунок будь-якої конструкції (рис. 2.2, а, б) складають так звану розрахункову схему (рис. 2.3, а, б), де конструкцію відображають у вигляді осьової лінії з ідеалізованими опорами.

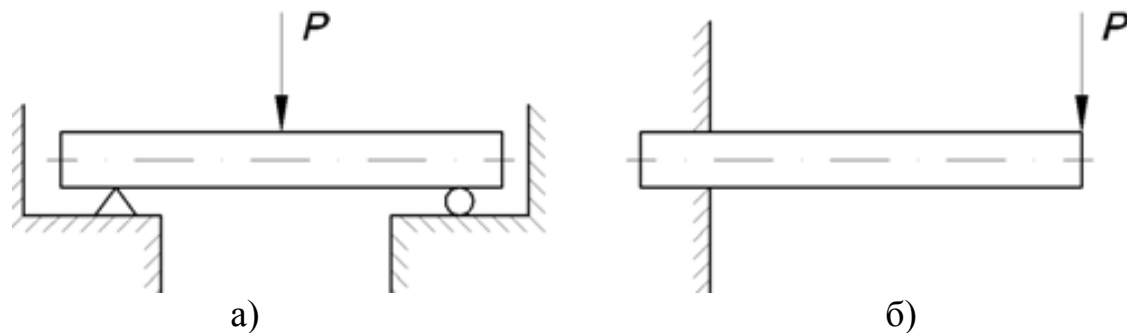


Рис. 2.2. Завантаження конструкцій.

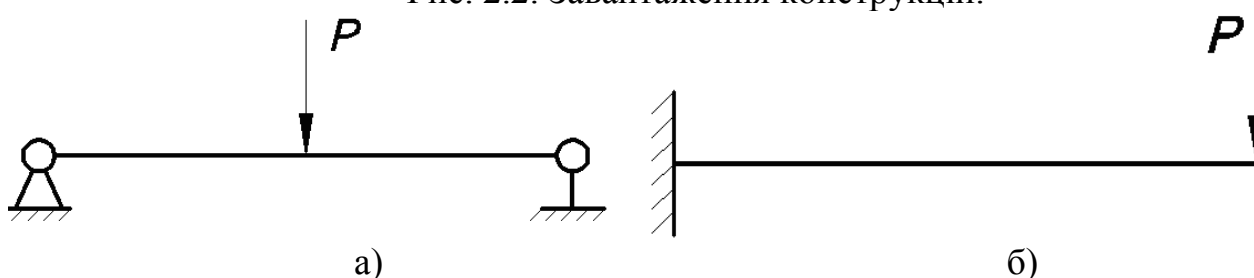


Рис. 2.3. Відповідні розрахункові схеми конструкцій.

При складанні розрахункової схеми можливі відхилення від реальних умов: сила прикладається до осі, а не до верхньої площини балки, тому не враховуємо тертя в опорах.

1.3. Об'єкти, що вивчаються в курсі

Objects studied in the course

Незважаючи на велику різноманітність інженерних рішень, інженерні об'єкти складаються з окремих деталей, складаних одиниць, які мають відповідну (подібну) форму. Її можна узагальнити чотирьох видах, вони є об'єктами розрахунку ММіК. До них належать:

а) *стрижень (rod)* (брус) – це геометричне тіло, два розміри якого малі порівняно з третім – довжиною. Розрізняють такі види стрижнів: прямолінійні, криволінійні, призматичні, (постійного і змінного поперечного перерізу, рис.2.4).

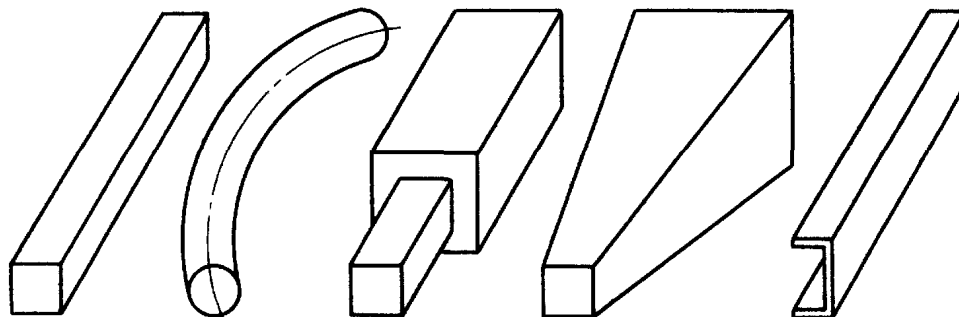


Рис. 2.4. Види стрижнів.

б) *пластина (plate)* – це геометричне тіло, два розміри якого досить великі порівняно із третім – товщиною (рис. 2.5). Пластинами можна вважати плоскі днища й кришки резервуарів, перекриття інженерних споруд та інше.

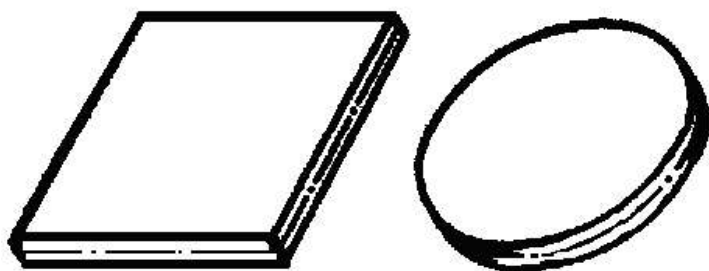


Рис. 2.5. Види пластин.

в) *оболонка (shell)* – це тіло, що обмежене криволінійними поверхнями, які розташовані на близькій поверхні одна від одної. За формою середньої поверхні розрізняють оболонки циліндричні, конічні, сферичні та ін. (рис.2.6).

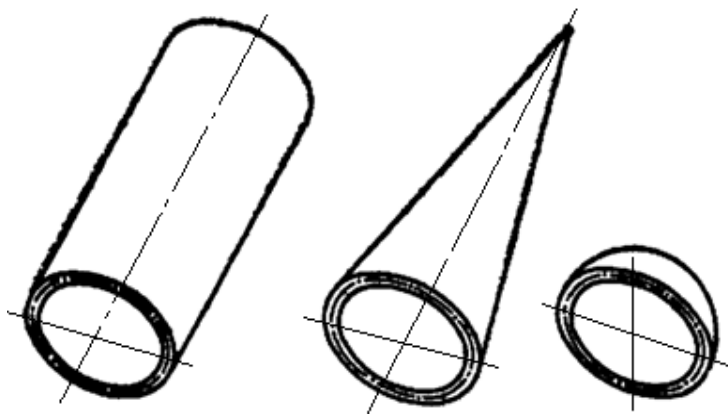


Рис. 2.6. Види оболонок

До оболонок належать неплоскі стінки резервуарів, котлів, куполи будинків, обшивки фюзеляжу літаків та інше.

г) *масивне тіло (massive body)* – якщо всі три розміри тіла (об'єкта) одного порядку.

До них належать фундаменти споруд, підпірні стіни тощо (рис. 2.7).

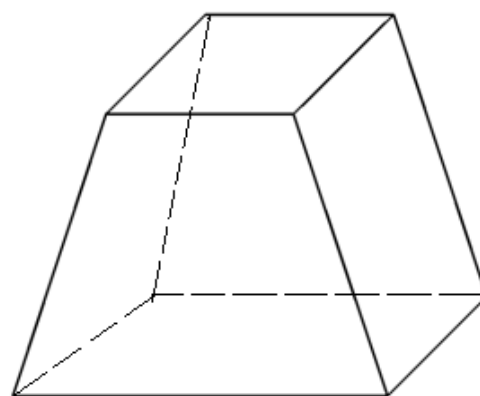


Рис. 2.7. Масивне тіло

1.4. Основні властивості твердого деформованого тіла

Basic properties of a solid deformed body

Під дією зовнішнього навантаження в результаті зміни взаємного розташування внутрішніх частин тіла, відбувається зміна *форми (the shape)*, *розмірів (size)* і *об'єму (volume)* деталі, тобто відбувається його *деформація (deformation)*. Але маса тіла при цьому не змінюється.

Таким чином, під *деформацією* розуміють зміну взаємного розташування внутрішніх частин, що призводить, як правило, до зміни його *розмірів, форми та об'єму*.

Основними властивостями твердого деформованого тіла є:

Пружність (elasticity) – здатність матеріалу деформуватись під дією зовнішнього навантаження і поновлювати свою форму і розміри після його зняття;

Пластичність (plasticity) – здатність тіла деформуватися і залишатися в деформованому стані після зняття навантаження.

Крихкість (fragility) – здатність матеріалу до руйнування при малих деформаціях (прикладом такого матеріалу є скло).

Однорідність (homogeneity) – якщо механічні властивості матеріалу однакові у всіх його точках.

Ізотропність (isotropic) – якщо властивості матеріалу не залежать від напрямку дії навантаження (прикладом такого матеріалу є сталь, чавун, крейда).

Анізотропність (anisotropy) – якщо властивості матеріалу залежать від напрямку дії стислого навантаження (прикладом такого матеріалу є дерево).

Повзучість (creep) – це здатність матеріалу до деформування за умови тривалої дії навантаження (рис. 2.8).

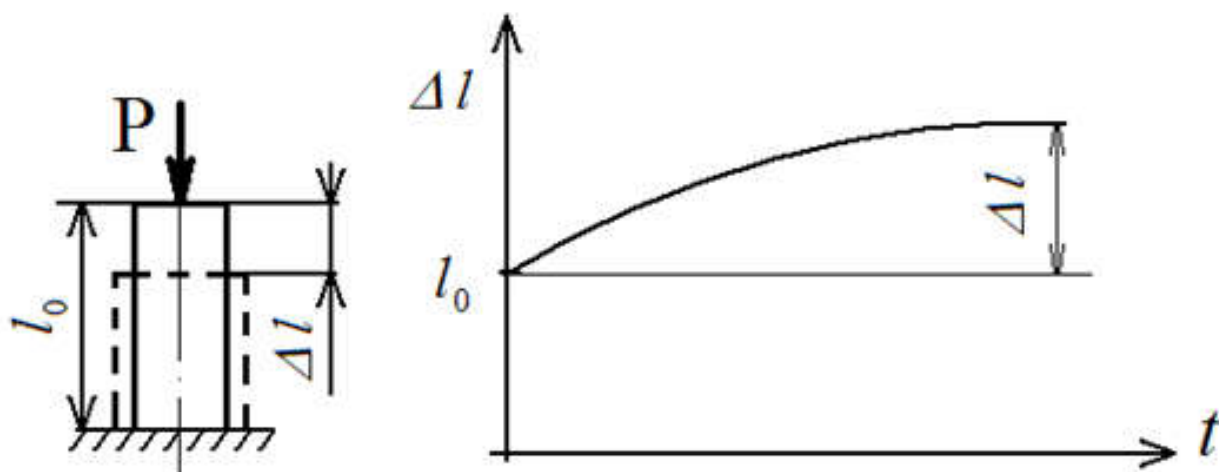


Рис. 2.8. Графічне зображення повзучості.

Релаксація (relaxation) напружень – це зменшення напружень у матеріалі з часом за умови обмеження деформації (рис. 2.9).

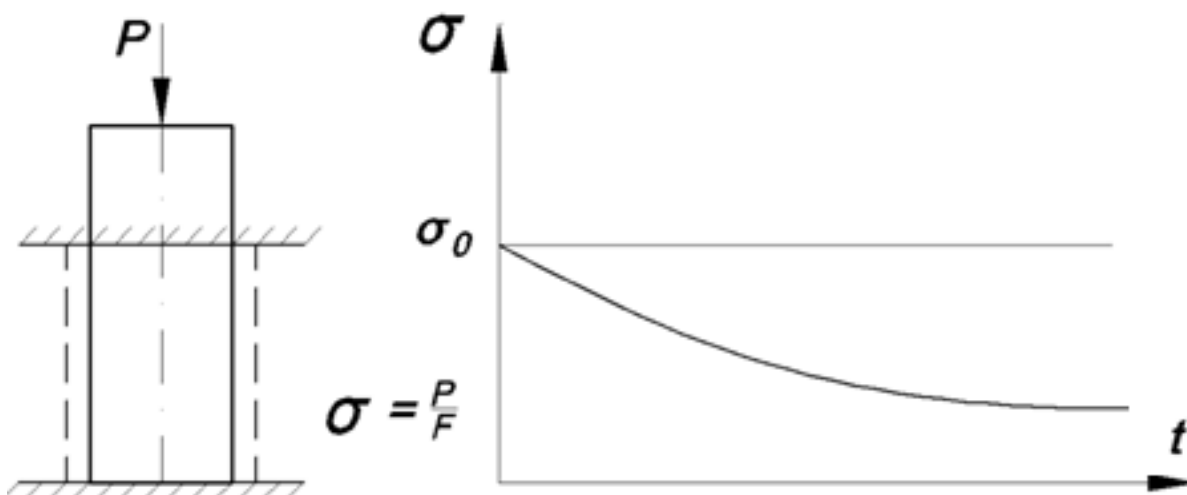


Рис. 2.9. Графічне зображення релаксації.

1.5. Гіпотези, принципи та основні припущення в курсі

Hypotheses, principles and basic assumptions in the course

Для спрощення методики розрахунків приймають низку гіпотез і принципів щодо властивостей матеріалів і характеру деформування, які вкінцевому результаті не призводять до значних похибок.

Існує низка гіпотез:

1. *Гіпотеза про однорідність матеріалу (Hypothesis about the homogeneity of the material)*. Вважають, що у всіх точках тіла властивості однакові.

2. Гіпотеза про ізотропність матеріалу (*Hypothesis about isotropic material*). Вважають, що для деяких матеріалів їх властивості не залежать від напрямку дії сили.

3. Гіпотеза про абсолютну пружність матеріалу (*Hypothesis about the absolute elasticity of the material*). Вважають, що після зняття навантаження деталь повністю відновлює свою форму.

4. Гіпотеза про суцільність матеріалу (*Hypothesis about the integrity of the material*). Вважають, що матеріал повністю заповнює форму без порожот та тріщин.

5. Гіпотеза про незначність деформацій щодо до розмірів тіла. (*Hypothesis about insignificance of deformations in relation to body size*). Вважають, що деякі деформації надто малі щодо розмірів тіла, значить ними можна нехтувати. Ця гіпотеза дає можливість застосування умов рівноваги для деформованих систем (рис. 2.10.).

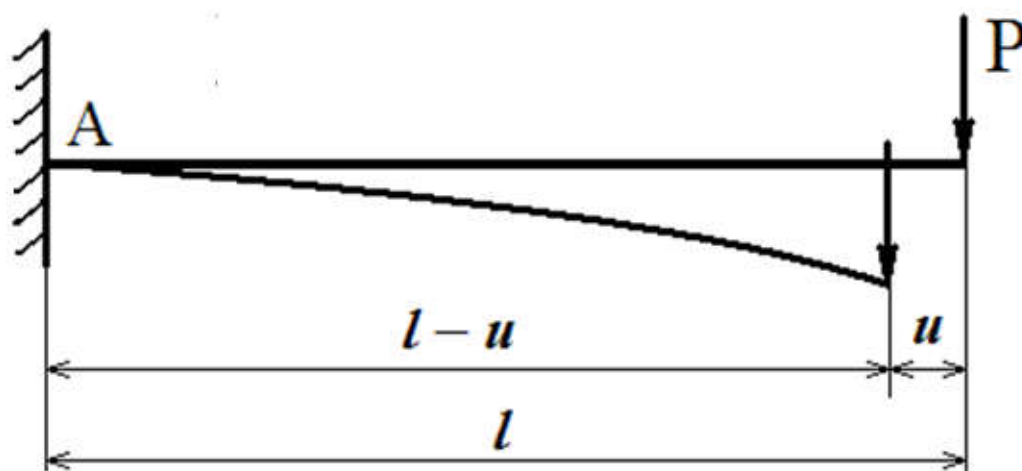


Рис. 2.10. Графічне зображення гіпотези незначності деформацій

Згинальний момент в точці А: $M_A = P(l - u)$;
в якому два невідомих (M_A і u).

Прийнявши $u = 0$, отримаємо $M_A = P \cdot l$.

6. Гіпотеза про лінійну залежність між деформацією і зусиллям (закон Гука) (*The hypothesis of a linear relationship between deformation and force (Hooke's law)*). $\Delta l = k \cdot P$.

7. Принцип незалежності дії сил (принцип суперпозиції) (*The principle of independence of action of forces*). З яким величина будь-якого зусилля чи деформації від дії кількох зовнішніх сил може бути знайдена як алгебрична сума цих величин від дії кожної сили окремо (рис. 2.11). Тобто прогин в точці А від дії двох сил P_1 і P_2 знайдемо:

$$V_A = V_{A \text{ в } P_1} + V_{A \text{ в } P_2} ,$$

де $V_{A \text{ в } P_1}$ – прогин від дії сили P_1 ; $V_{A \text{ в } P_2}$ – прогин від дії сили P_2 .

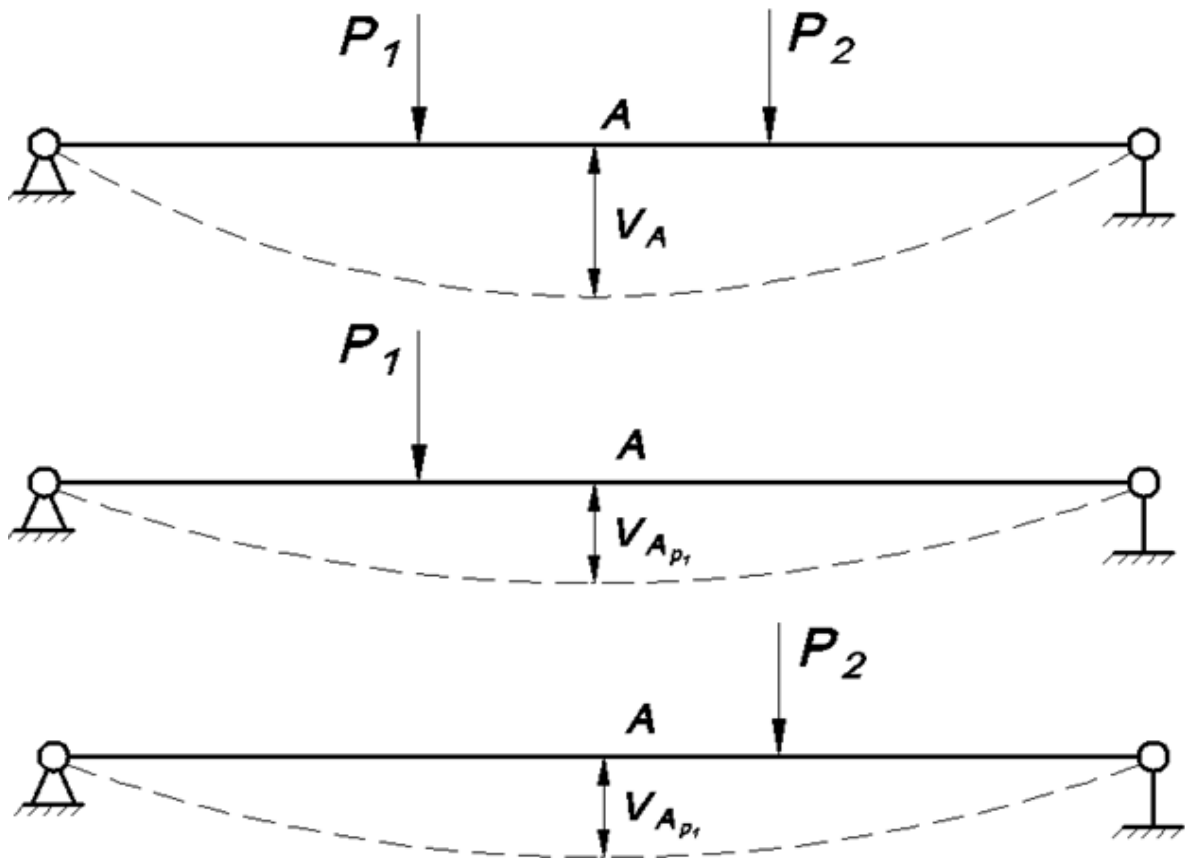


Рис. 2.11. Графічне зображення принципу суперпозиції.

8. *Гіпотеза плоских перерізів* (гіпотеза Бернуллі) *Hypothesis of plane sections (Bernoulli's hypothesis)*. Згідно з якою поперечний переріз, плоский і нормальний до осі перед деформацією і залишається таким же і після деформації (рис. 1.12).

Лекція 2. Геометричні характеристики плоских перерізів

Lecture 2. Geometric characteristics of flat sections

2.1. Загальні поняття

2.1. General concepts

На відміну від центрального розтягу-стиску, площа поперечного перерізу не може характеризувати опір стрижня при згині або крученні. Тому вводять інші характеристики, що називаються *геометричними характеристиками плоских перерізів (ГХПП)*.

До них належать:

а) статичний момент площі: (*static moment of area*) (рис. 2.13), який визначається за формулою (2.1):

$$S_x = \int_F y \cdot dF; S_y = \int_F x \cdot dF \quad (2.1)$$

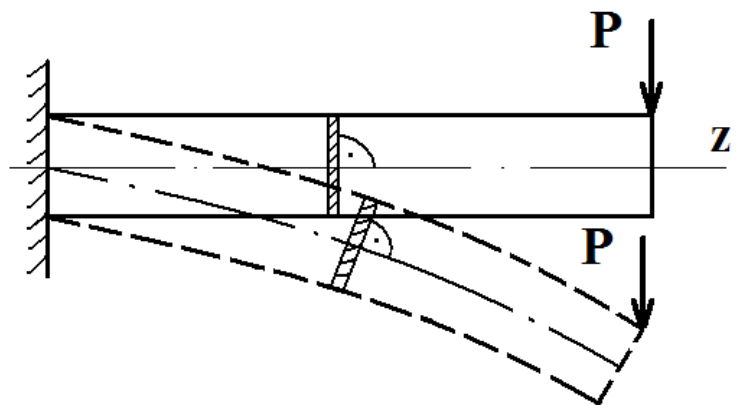


Рис. 2.12. Графічне зображення гіпотези плоских перерізів.

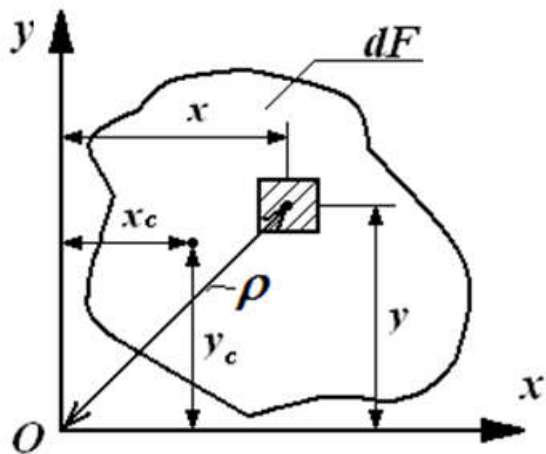


Рис. 2.13. Поняття про геометричні характеристики плоских перерізів.

Із курсу теоретичної механіки відомо, що координати центру ваги можна визначити за формулами, що виходять з виразу (2.1):

$$X_C = \frac{S_y}{F}; \quad O_N = \frac{S_x}{F}. \quad (2.2)$$

Перетворивши, маємо:

$$S_x = y_c \cdot F; \quad S_y = x_c \cdot F. \quad (2.3)$$

Одиниці виміру (довжина)³.

б) осьові моменти інерції (*axial moments of inertia*) (рис. 2.13.), визначаються за формулою

$$I_x = \int_F y^2 \cdot dF; \quad I_y = \int_F x^2 \cdot dF. \quad (2.4)$$

$I_x > 0$. Одиниці виміру (довжина)⁴.

в) відцентровий момент інерції (*centrifugal moment of inertia*) (рис. 2.13):

$$I_{xy} = \int_F x \cdot y \cdot dF. \quad (2.5)$$

У разі, коли $I_{xy} = 0$, то осі називаються головними осями інерції. I_{xy} може приймати як додатне, так і від'ємне значення.

Одиниці виміру (довжина)⁴.

г) полярний момент інерції (*polar moment of inertia*) (рис. 2.13):

$$I_p = \int_F \rho^2 \cdot dF = \int_F (x^2 + y^2) \cdot dF = I_x + I_y. \quad (2.6)$$

$I_p > 0$. Одиниці виміру (довжина)⁴.

Теорема: Якщо через точку K провести дві пари координатних осей (рис. 2.14.), то в результаті матимемо відповідну рівність:

$$I_{x_2} + I_{y_2} = I_{x_1} + I_{y_1}. \quad (2.7)$$

д) момент опору перерізу (*moment of section resistance*):

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}; \quad W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}. \quad (2.8)$$

Одиниці виміру (довжина)³.

2.2. Моменти інерції простих фігур Moments of inertia of simple figures

Для деяких простих поперечних перерізів обчислимо значення осевих моментів інерції за загальними виразами. *Прямокутник (rectangle)* (рис. 2.15):

$$I_x = \int_F y^2 \cdot dF; dF = b \cdot dy. \quad (2.9)$$

$$I_x = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 \cdot dy = \frac{bh^3}{12},$$

відповідно $I_y = \frac{hb^3}{12}. \quad (2.10)$

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{bh^3}{12} : \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{6},$$

відповідно $W_y = \frac{hb^2}{6}. \quad (2.11)$

$$I_{x_1} = \int_0^h y_1^2 \cdot dy = \frac{bh^3}{3},$$

відповідно $I_{y_1} = \frac{hb^3}{3}. \quad (2.12)$

$$I_{x_1 y_1} = \int_F x_1 \cdot y_1 \cdot dF = \frac{b^2 h^2}{4}. \quad (2.13)$$

$$I_{xy} = 0. \quad (2.14)$$

Трикутник (triangle) (рис. 2.16).

$$I_y = \frac{hb^3}{48}. \quad (2.15) \quad I_{x_1} = \frac{bh^3}{12}. \quad (2.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{bh^3}{36} : \frac{2}{3}h = \frac{bh^2}{24}; \\ W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} = \frac{hb^3}{48} : \frac{b}{2} = \frac{hb^2}{24}. \end{array} \right\} \quad (2.17)$$

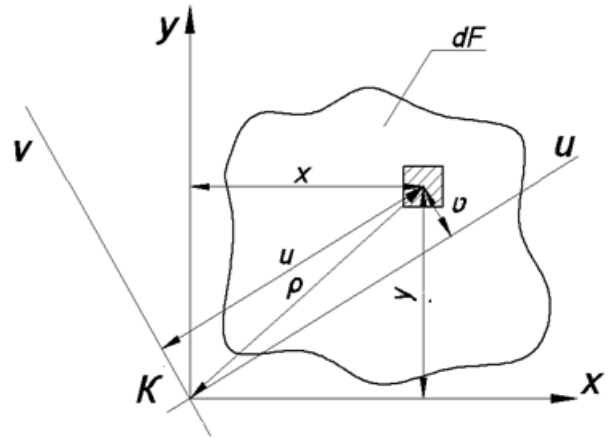


Рис. 2.14. Рисунок до теореми

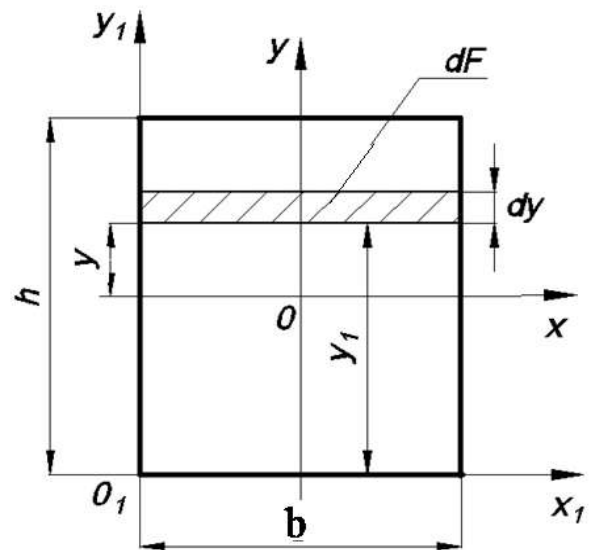


Рис. 2.15. Прямокутний поперечний переріз.

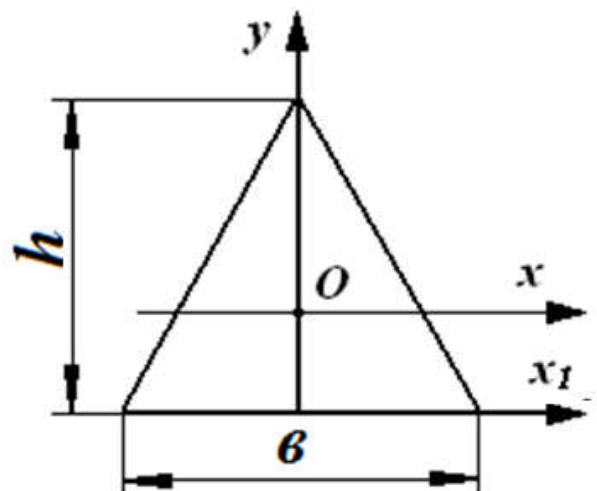


Рис. 2.16. Поперечний переріз трикутної форми

Коло (circle) (рис. 2.17).

$$I_x = I_y = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi \cdot R^4}{4} = \frac{\pi \cdot d^4}{64}. \quad (2.19)$$

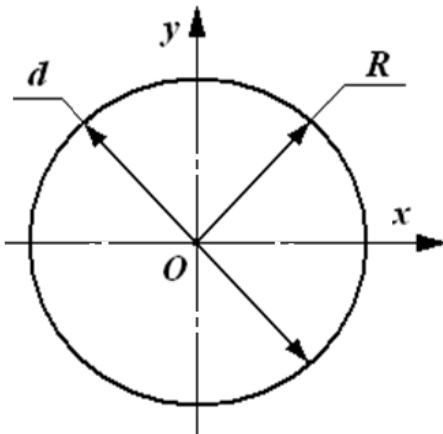


Рис. 2.17. Поперечний переріз форми кола

$$W_x = W_y = \frac{I_x}{R} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} : \frac{d}{2} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}. \quad (2.20)$$

Кільце (ring) (рис. 2.18).

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi \cdot D^4}{64}(1 - \alpha^4) = \frac{\pi}{4} \cdot (R^4 - r^4). \quad (2.21)$$

де $\alpha = d/D$.

$$I_p = \frac{\pi}{2}(R^4 - r^4). \quad (2.22)$$

$$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot D^3}{32}(1 - \alpha^4). \quad (2.23)$$

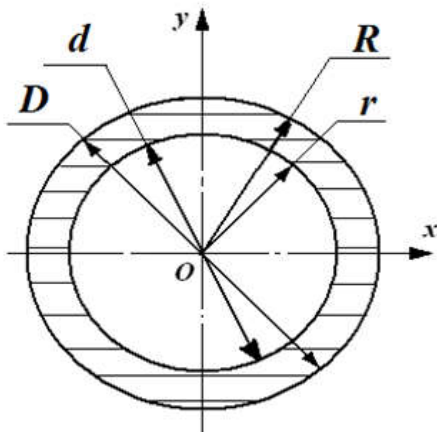


Рис. 2.18. Поперечний переріз форми кільця

2.3. Моменти інерції відносно паралельних осей

Moments of inertia relative to parallel axes

Припустимо, що нам відома площа поперечного перерізу та значення осьових моментів інерції відносно осей x і y . Знайдемо значення осьових моментів інерції відносно осей, паралельних заданим (рис. 2.19). $y_1 = y + a$; $x_1 = x + b$.

$$I_{x_1} = \int_F y_1^2 \cdot dF = \int_F (y+a)^2 dF = \int_F y^2 \cdot dF + 2a \int_F y \cdot dF + a^2 \int_F dF. \quad (2.24)$$

отримаємо вираз:

$$I_{x_1} = I_x + 2aS_x + a^2F, \text{ відповідно}$$

$$I_{y_1} = I_y + 2bS_y + b^2F. \quad (2.25)$$

$$I_{x_1y_1} = \int_F x_1y_1 dF = \int_F (x+b)(y+a)dF = \dots = I_{xy} + aS_y + bS_x + ab. \quad (2.26)$$

Припустимо, що осі x і y – центральні, тоді $S_x = 0$, $S_y = 0$. Відповідно до цього вирази (2.25) і (2.26) матимуть вигляд:

$$I_{x_1} = I_x + a^2F; I_{y_1} = I_y + b^2F; I_{x_1y_1} = I_{xy} + abF. \quad (2.27)$$

Склавши два перших рядки виразу (2.27), отримаємо:

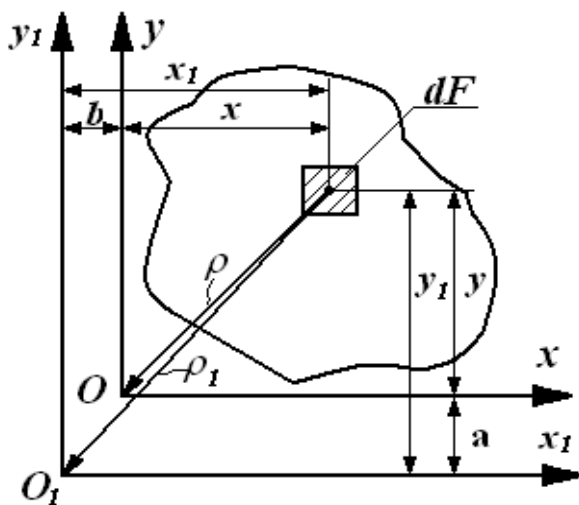


Рис. 2.19. Залежність між осьовими моментами інерції відносно паралельних осей

$$I_{x_1} + I_{y_1} = I_x + I_y + (a^2 + b^2)F \quad (2.28)$$

або ж, враховуючи (2.6) отримуємо:

$$I_{\rho_1} = I_{\rho} + (a^2 + b^2)F. \quad (2.29)$$

Якщо припустити, що відомі осьові моменти інерції відносно довільних осей, то можемо знайти їх значення відносно центральних осей, паралельних даним.

$$I_x = I_{x_1} - a^2F; I_y = I_{y_1} - b^2F. \quad (2.30)$$

Як видно із виразу (2.30): із всіх паралельних осей, момент інерції буде найменшим відносно центральної осі (рис. 2.20).

$$I_x = \min < I_{x_1} < I_{x_2} < I_{x_3}$$

2.4. Залежність між моментами інерції при повороті координат осей

Dependence between the moments of inertia when rotating the coordinates of the axes

Припустимо, що відома площа поперечного перерізу, значення осьового моменту інерції відносно осей x і y . Знайдемо значення осьових моментів інерції відносно осей u та v (рис. 2.21), повернутих на кут α . Із рис. 2.21 видно, що:

$$v = y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha;$$

$$u = y \cdot \sin \alpha + x \cdot \cos \alpha.$$

(2.31)

Звідки матимемо:

$$\begin{aligned} I_u &= \int_F v^2 dF = \int_F (y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha)^2 dF = \\ &= \cos^2 \alpha \cdot \int_F y^2 dF + \sin^2 \alpha \cdot \int_F x^2 dF - \\ &\quad - 2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha \cdot \int_F xy dF. \end{aligned} \quad (2.32)$$

За аналогією знайдемо I_v .

$$\text{Враховуючи, що } \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha,$$

маємо

$$\begin{aligned} I_u &= I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha \\ I_v &= I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Знайдемо відцентровий момент інерції:

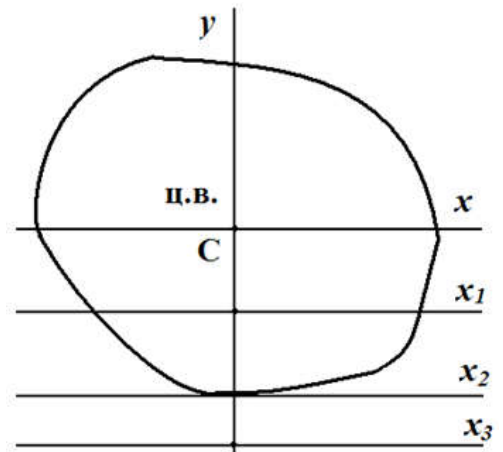


Рис. 2.20. Порівняльні осі

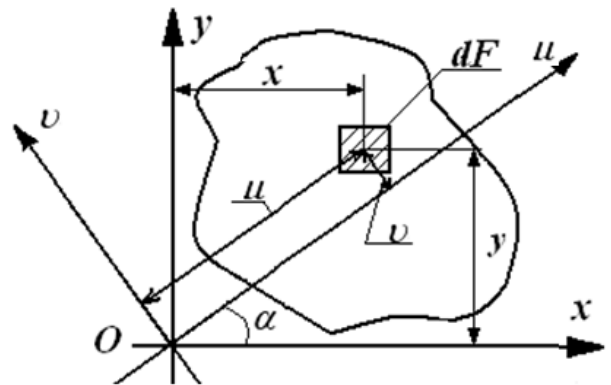


Рис. 2.21. Поворот координатних осей на кут α .

$$I_{uv} = \int_F v u dF = \int_F (y \cos \alpha - x \sin \alpha) \cdot (y \sin \alpha + x \cos \alpha) dF = \dots$$

$$\dots = -\frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \quad (2.34)$$

Склавши два рядки виразу (3.33), отримаємо, що

$$I_u = I_v = I_x + I_y = \text{const}. \quad (2.35)$$

Вираз (2.35) – це властивість інваріантності осьових моментів інерції.

2.5. Головні осі та головні моменти інерції

Principal axes and principal moments of inertia

Із виразу (2.33) очевидно, що осьові моменти інерції змінюються відносно кута α , тобто є функцією цього кута.

Очевидно, що існує таке значення кута α_0 , при якому згідно з виразом (2.35) моменти інерції набувають екстремальних значень (максимального та мінімального). При цьому візьмемо похідну виразу (2.33) і прирівняємо її до нуля:

$$\frac{dI_u}{d\alpha_0} = -2I_x \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 + 2I_y \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - 2I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0, \quad (2.36)$$

Враховуючи, що $\sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0 = \frac{1}{2} \sin 2\alpha_0$ отримаємо:

$$I_x \sin 2\alpha_0 - I_y \sin 2\alpha_0 + 2I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0$$

або $(I_x - I_y) \sin 2\alpha_0 + 2I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0. \quad (2.37)$

Поділимо вираз 3.37 на $\cos 2\alpha_0$, отримаємо:

$$(I_x - I_y) \operatorname{tg} 2\alpha_0 + 2I_{xy} = 0. \quad (2.38)$$

Звідси кут, що визначається положенням головних осей:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}. \quad (2.39)$$

Існує дві перпендикулярні осі, відносно яких осьові моменти інерції набувають екстремального значення. Ці осі називаються головними, а моменти інерції відносно них – головними моментами інерції перерізу.

Значення головних осьових моментів інерції визначається:

$$I_{\max}^{\min} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}. \quad (2.40)$$

Формула для визначення положення осей \max та \min :

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\frac{2I_{xy}}{I_y - I_{\max}}; \operatorname{tg} 2\alpha_2 = -\frac{2I_{xy}}{I_y - I_{\min}}. \quad (2.41)$$

2.6. Радіус інерції. Еліпс інерції та його властивості

Radius of inertia. Ellipse of inertia and its properties

Введемо нову геометричну характеристику – радіус інерції, а також припустимо, що осі x і y – головні осі. Знайдемо значення осьових моментів інерції відносно осі u , повернутої на кут α , що виразимо на осі x (рис. 2.22).

$$\text{Радіус інерції: } i_x = \sqrt{\frac{I_x}{F}}. \quad (2.42)$$

Звідси: $I_x = i_x^2 \cdot F$. Для осей x, y маємо: $I_{xy} = 0$ – головні осі.

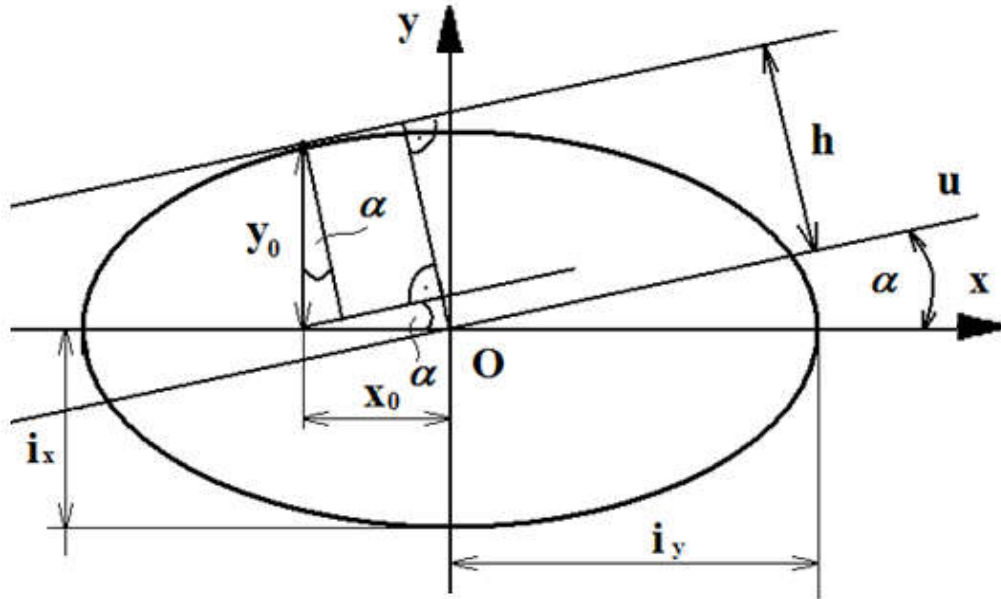


Рис. 2.22. Еліпс інерції

$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha. \quad (2.43)$$

Розділимо вираз (2.43) на F , отримаємо:

$$i_u^2 = i_x^2 \cos^2 \alpha + i_y^2 \sin^2 \alpha. \quad (2.44)$$

Побудуємо еліпс, напівосі якого є радіусами інерції (рис.2.22).

$$\text{Рівняння еліпса: } \frac{y^2}{i_x^2} + \frac{x^2}{i_y^2} = 1. \quad (2.45)$$

Проведемо дотичну до еліпса, паралельну осі u , і знайдемо відстань від центру еліпса до цієї дотичної.

Рівняння дотичної до еліпса:

$$\frac{yy_0}{i_x^2} + \frac{xx_0}{i_y^2} = 1. \quad (2.46)$$

Відстань h знайдемо за формулою:

$$h = y_0 \cos \alpha + x_0 \sin \alpha. \quad (2.47)$$

Розділимо на h обидві частини рівності (2.47):

$$\frac{y_0 \cos \alpha}{h} + \frac{x_0 \sin \alpha}{h} = 1. \quad (2.48)$$

Прирівняємо вирази (2.46) і (2.48) і отримаємо:

$$\frac{y}{i_x^2} = \frac{\cos \alpha}{h}; \quad \frac{x}{i_y^2} = \frac{\sin \alpha}{h}. \quad (2.49)$$

Піднесемо до квадрату вираз (2.49):

$$\frac{y^2}{i_x^2} = \frac{i_x^2 \cos^2 \alpha}{h^2}; \quad \frac{x^2}{i_y^2} = \frac{i_y^2 \sin^2 \alpha}{h^2}. \quad (2.50)$$

Підставивши вираз (2.50) в (2.45), отримаємо:

$$\frac{i_x^2 \cos^2 \alpha}{h^2} + \frac{i_y^2 \sin^2 \alpha}{h^2} = 1. \quad (2.51)$$

Перетворивши вираз (2.51):

$$i_x^2 \cos^2 \alpha + i_y^2 \sin^2 \alpha = h^2. \quad (2.52)$$

Порівнявши (3.52) і (3.44), можемо отримати такі рівності:

$$i_u = h; \quad I_u = h^2 F. \quad (2.53)$$

Це дає нам можливість графічним шляхом знаходити значення осьових моментів інерції відносно будь-якої осі, паралельної головній осі.

Лекція 3. Центральний розтяг і стиск стрижнів

Lecture 3. Central tension and compression of rods between load and longitudinal force

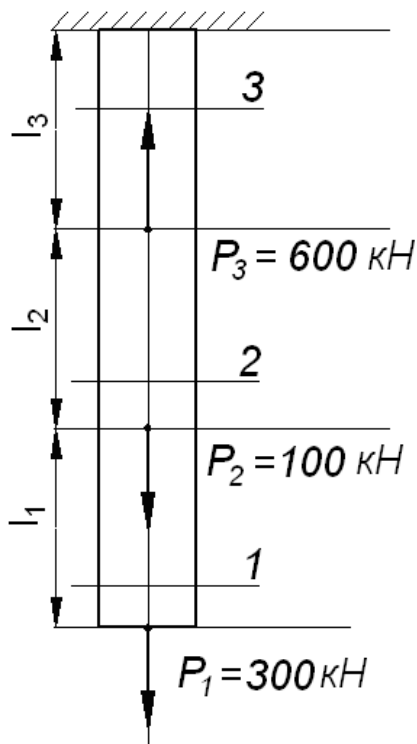


Рис. 2.23. Ескіз стрижня

3.1. Поздовжні сили та їх епюри. Диференційні залежності між навантаженням та поздовжньою силою

Stresses and deformations during stretching and compression. Hooke's law in stretching-compression

В інженерній практиці досить часто зустрічається такий вид деформацій стрижня, як розтяг або стиск. Найбільш простий випадок – центральний розтяг-стиск, коли в поперечному перерізі із шести внутрішніх зусиль лише поздовжня сила N_z не дорівнює нулю. Воно виникає тоді, коли точка прикладання зовнішньої сили або рівнодіючої збігається з центром ваги перерізу і лінія її дії збігається з осью. Ескіз стрижня наведено на рис.2.23.

Правило знаків: $N_z > 0$ – коли вона спрямована від перерізу і викликає розтяг стрижня, і навпаки – «від'ємна», викликаючи стиск.

Для наочного представлення характеру зміни N_z по довжині стрижня будують епюру N_z – це графік, кожна ордината якого показує значення N_z в поперечному перерізі (графічний закон зміни N_z).

Для визначення поздовжньої сили N_z використовують метод перерізі. (рис. 2.24).

$$N_I = P_1 = 300 \text{ кН}; N_{II} = P_1 + P_2 = 400 \text{ кН}; N_{II} = P_1 + P_2 = 400 \text{ кН};$$

$$N_{III} = P_1 + P_2 - P_3 = -200 \text{ кН}.$$

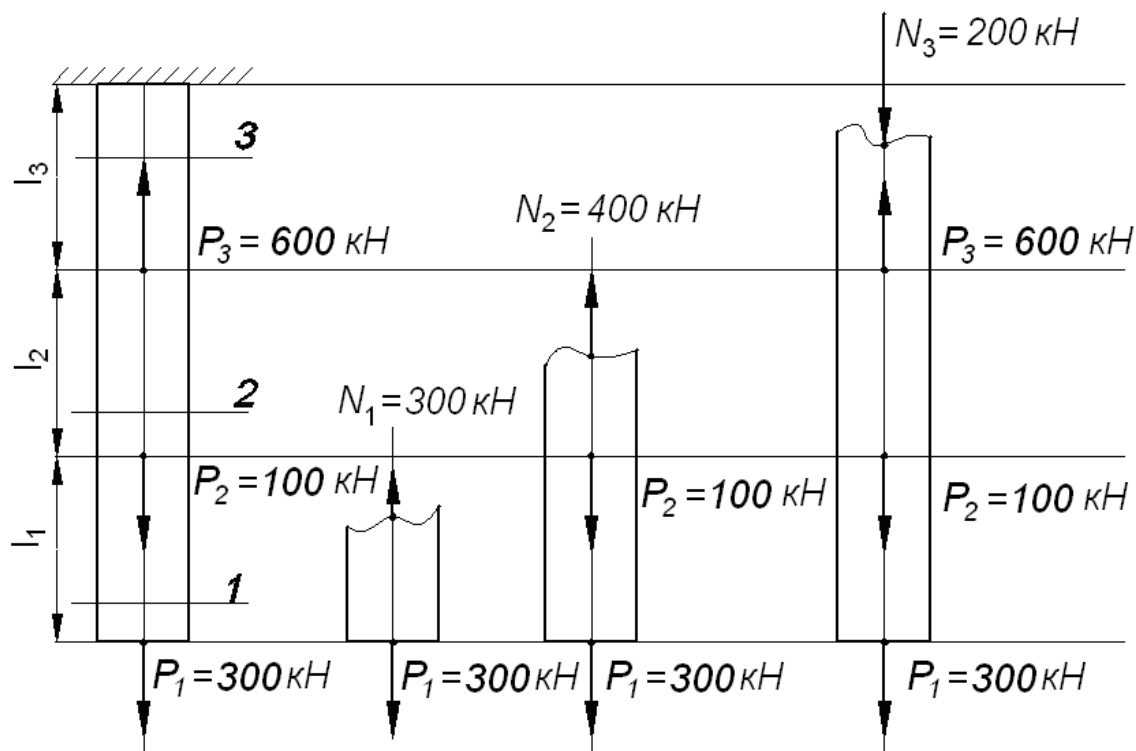


Рис. 2.24. Ескіз до визначення поздовжньої сили N_z .

Будуємо епюру поздовжніх сил N_z , (рис. 2.25).

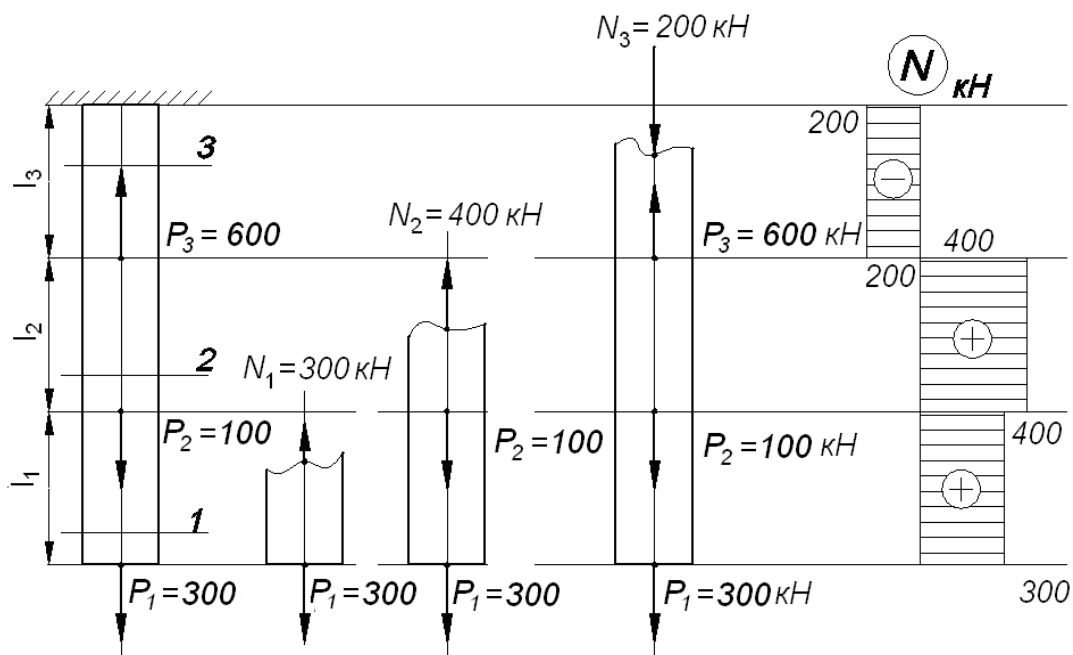


Рис. 2.25. Епюра поздовжніх сил N_z .

У тому разі, коли характер зміни зовнішнього навантаження по довжині стрижня досить складний, вказаний метод унеможливує швидке розв'язання задачі.

Розглянемо ділянку стрижня довжиною dz (рис. 2.26).

$$\sum z = 0; N_z + dN_z - N_z - P \cdot dz = 0.$$

$$P = \frac{dN_z}{dz}. \quad (2.54)$$

Звідси:
$$N_z = \int_0^l P \cdot dz. \quad (2.55)$$

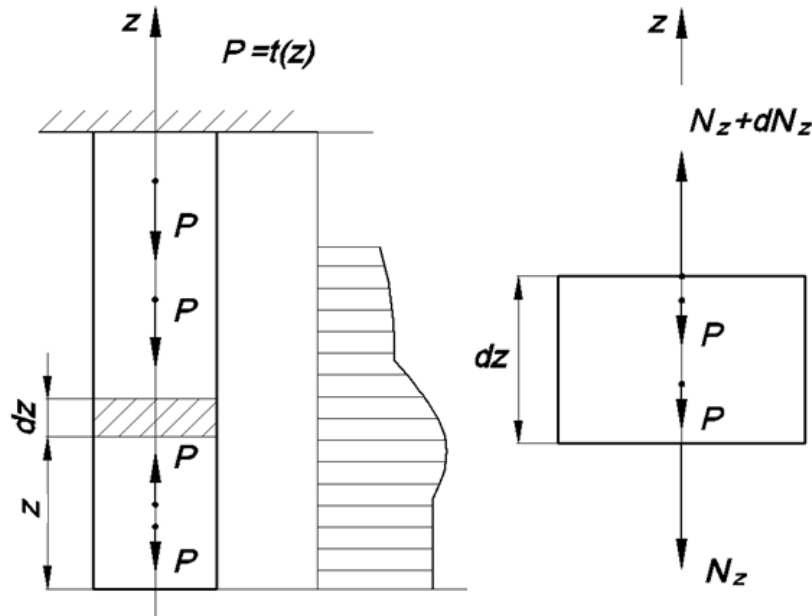


Рис. 2.26. Диференційна залежність між зовнішнім навантаженням і поздовжньою силою.

Вираз (2.55) дає можливість не будувати відсічені частини стрижня, а одразу записувати аналітичні вирази для визначення N_z в характерних перерізах, границями яких є: початок та кінець стрижня; точки прикладання зовнішніх навантажень; точки, в яких змінюється поперечний переріз стрижня.

Запишемо значення N_z в характерних перерізах:

$$N_{1-1} = P_1 = 300 \text{ кН} = N_{2-2}; \quad N_{3-3} = P_1 + P_2 = 400 \text{ кН} = N_{4-4};$$

$$N_{5-5} = P_1 + P_2 - P_3 = -200 \text{ кН} = N_{6-6}.$$

3.2. Напруження та деформації при розтязі та стисканні. Закон Гука при розтязі-стисканні

Stresses and deformations during stretching and compression.

Hooke's law in stretching-compression

Завантажимо призматичний стрижень рівномірно розподіленим навантаженням на кінцях (рис. 2.27).

Із умов рівноваги маємо: $N_z = P$.

Зрозуміло, що в перерізі m-n:
$$N_z = \int_F \sigma \cdot dF. \quad (2.56)$$

Із виразу (2.56) неможливо знайти характер зміни σ в поперечному перерізі. Тому розглядають характер деформації стрижня, наносячи на бокові поверхні сітку (рис. 2.27). Після завантаження стрижня отримуємо, що

поперечні риси не викривлені і однаково віддалені одна від одної. Це дає можливість стверджувати, що як зовнішні, так і внутрішні волокна подовжуються однаково, тобто справедливою є гіпотеза плоских перерізів (гіпотеза Бернуллі). $\varepsilon = \text{const}$, $\sigma = \text{const}$.

$$N_z = \int_F \sigma \, dF = \sigma \cdot \int_F dF = \sigma \cdot F. \quad (2.57)$$

Звідки: $\sigma = \frac{N_z}{F}. \quad (2.58)$

Тобто σ по поперечному перерізу розподіляється рівномірно.

Для розв'язання задач міцності будують епюру σ . При цьому в характерних перерізах визначають її величину.

Для прикладу побудуємо епюру σ при $F = 1000 \text{ см}^2$ (рис. 2.28):

$$\sigma_{1-1} = \frac{N_{1-1}}{F} = \frac{300}{1000 \cdot 10^{-4}} = 30 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{2-2} = \frac{N_{2-2}}{F} = \frac{400}{1000 \cdot 10^{-4}} = 40 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{3-3} = \frac{N_{3-3}}{F} = -\frac{200}{1000 \cdot 10^{-4}} = -20 \text{ МПа}.$$

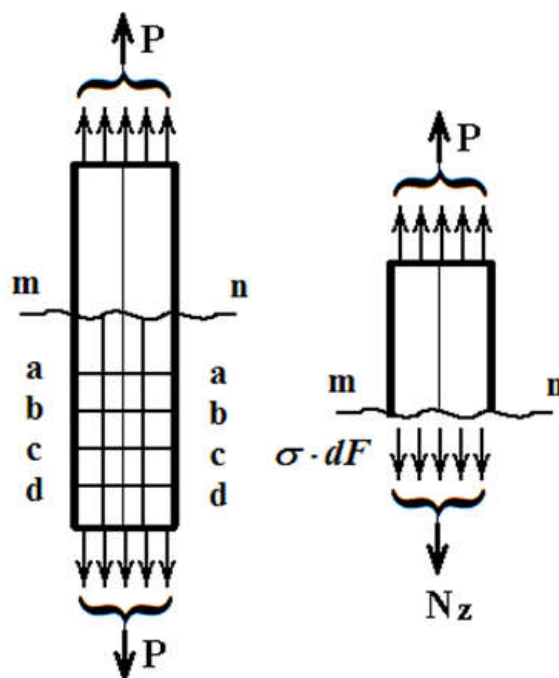


Рис. 2.27. До гіпотези плоских перерізів.

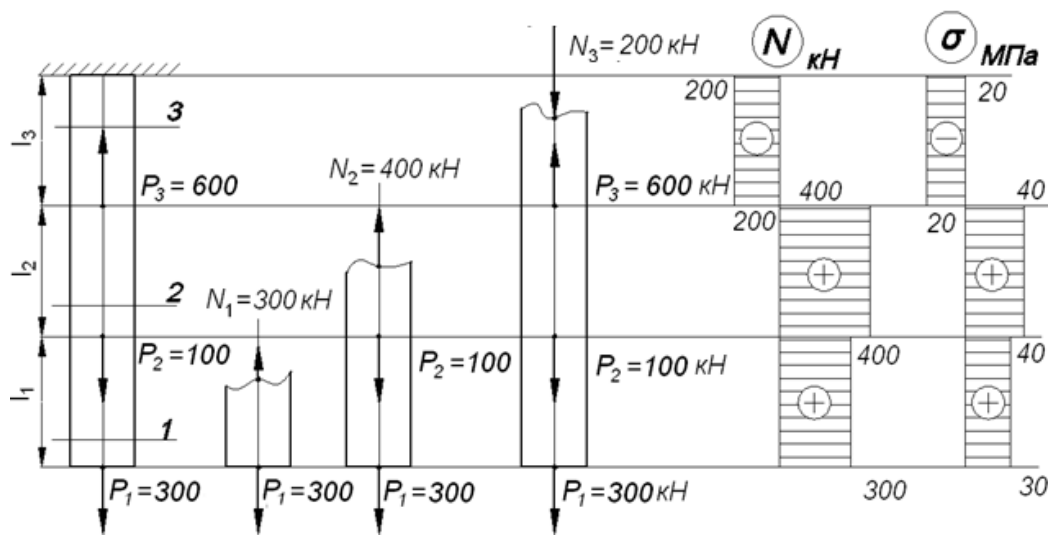


Рис. 2.28. Побудова епюри σ

Очевидно, що $\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz}$; $\Delta dz = \varepsilon \cdot dz$; $\Delta l = l_\varepsilon - l_0$.

Враховуючи гіпотезу плоских перерізів, маємо:

$$\Delta l = \int_1 \varepsilon \cdot dz = \varepsilon \int_1 dz = \varepsilon \cdot l. \quad (2.59)$$

Розглянемо деформацію стрижня (рис. 2.29).

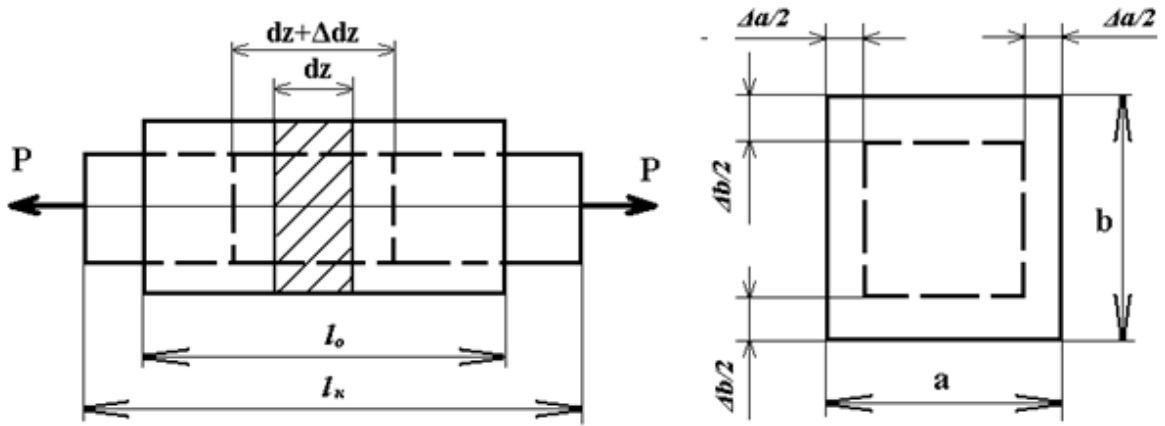


Рис. 2.29. Деформація стрижня.

Тобто відносне подовження стрижня (деформація) визначається так:

$$\varepsilon = \Delta l / l_0. \quad (2.60)$$

При цьому поперечна деформація:

$$\varepsilon'_a = -\frac{\Delta a}{a}; \varepsilon'_b = -\frac{\Delta b}{b}; \varepsilon'_a = \varepsilon'_b = \varepsilon'. \quad (2.61)$$

Експериментально встановлено, що відношення відносних поперечних деформацій до поздовжніх (в межах пружних деформацій) є величиною сталою і називають її коефіцієнтом Пуассона (коефіцієнт поперечної деформації): $\mu = \varepsilon' / \varepsilon$.

$$(2.62)$$

3.2.1. Закон Гука. Hooke's Law

Відомо з курсу фізики, що:

$$\Delta l = k \cdot P. \quad (2.63)$$

Зробимо деякі перетворення виразу (2.63):

$$\frac{\Delta l \cdot l}{l \cdot F} = \frac{k \cdot P}{F}. \quad (2.64)$$

$$\text{Маючи такі рівності: } \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon; \frac{P}{F} = \sigma. \quad (2.65)$$

Підставимо рівності (2.65) у вираз (2.64), отримаємо:

$$\frac{\varepsilon \cdot l}{F} = k \cdot \sigma \Rightarrow \sigma = \frac{l}{k \cdot F} \cdot \varepsilon. \quad (2.66)$$

Позначимо $\frac{l}{kF} = E$ – модуль пружності першого роду (або модуль Юнга) при розтязі, Па, МПа.

$$\text{Тоді } \sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.67)$$

закон Гука при розтягу-стиску. Із виразом (2.67) зробимо перетворення:

$$\frac{N}{F} = \frac{E \cdot \Delta l}{l}, \text{ тоді } \Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}, \quad (2.68)$$

де добуток: $E \cdot F$ – жорсткість при розтягу-стиску.

Прийняв значення довжин ділянок стрижня, см: $l_1 = 50, l_2 = 60, l_3 = 70$

модуль пружності першого роду (або модуль Юнга) при розтязі $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па і площу поперечного перерізу $F = 1000$ см², за формулою (2.68) визначаємо подовження ділянок стрижня:

$$\Delta l_1 = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 0,50}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,1} = 7,143 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \quad \Delta l_2 = \frac{400 \cdot 10^3 \cdot 0,60}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,1} = 11,43 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_3 = \frac{-200 \cdot 10^3 \cdot 0,70}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,1} = -6,66 \cdot 10^{-6} \text{ м.} - 6,66 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Епюра деформацій стрижня наведено на рис. (2.30).

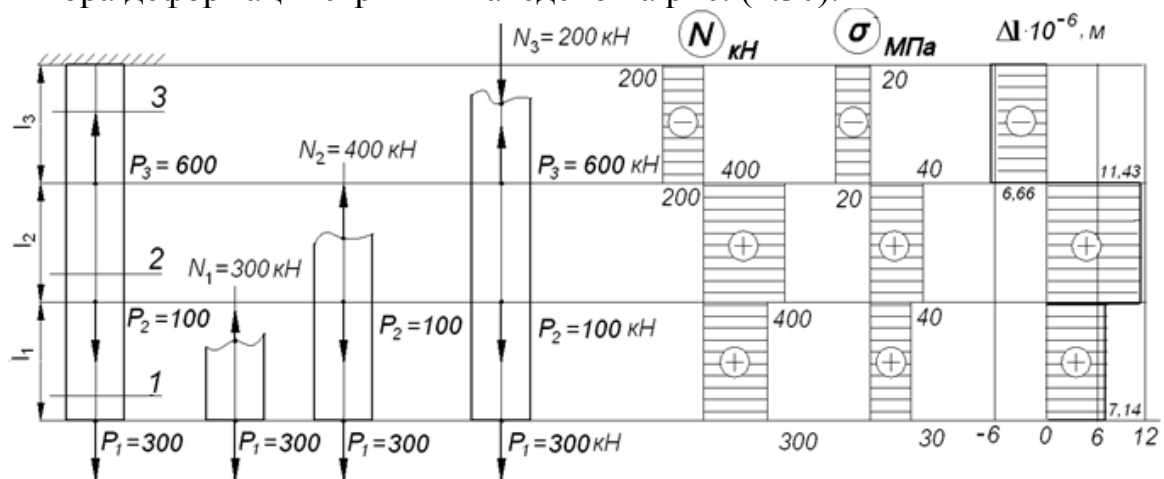


Рис. 2.30. Епюра деформацій стрижня

Лекція 4. Кручення

Lecture 4. Torsion

4.1. Визначення крутних моментів та побудова їх епюр

Determination of torques and construction of their graphs

Якщо в поперечному перерізі стрижня виникає тільки один внутрішній фактор – крутний момент, а решта внутрішніх зусиль дорівнює нулю, то він знаходиться в умовах кручення. Стрижні, які «працюють» на кручення, «виготовляють», як правило, круглого поперечного перерізу і називаються *валами*. Для визначення крутного моменту в поперечному перерізі вала застосовують метод перерізів, згідно з яким він дорівнює сумі зовнішніх моментів, прикладених до будь-якої із відсічених частин вала (рис. 2.31).

Правило знаків: крутний момент T вважається додатним, якщо при погляді на поперечний переріз вала з боку зовнішньої нормалі він направлений за годинниковою стрілкою.

$$\sum T_z = 0; \quad -T_1 + T_2 - T_3 - T_4 = 0; \quad (2.69)$$

$$\sum T_z^{\text{лів}} - T_1 + T_2; \quad \sum T_z^{\text{прав}} = T_3 + T_4.$$

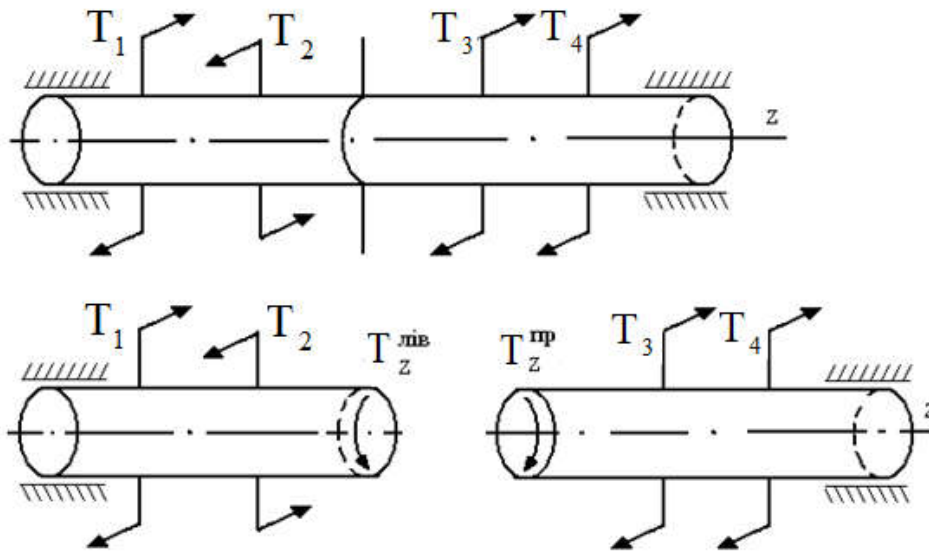


Рис. 2.31. Схема завантаження вала

Якщо знайти значення крутних моментів в цілій низці поперечних перерізів, то можна побудувати епюру крутних моментів, яка показує зміну крутного моменту по довжині вала. Епюра T будується від базисної лінії. Покажемо на конкретному прикладі побудову епюри крутних моментів.

Визначаємо значення T_z в характерних перерізах вала (рис. 2.32), якими є початок і кінець вала, а також точки прикладання зовнішніх зосереджених крутних моментів.

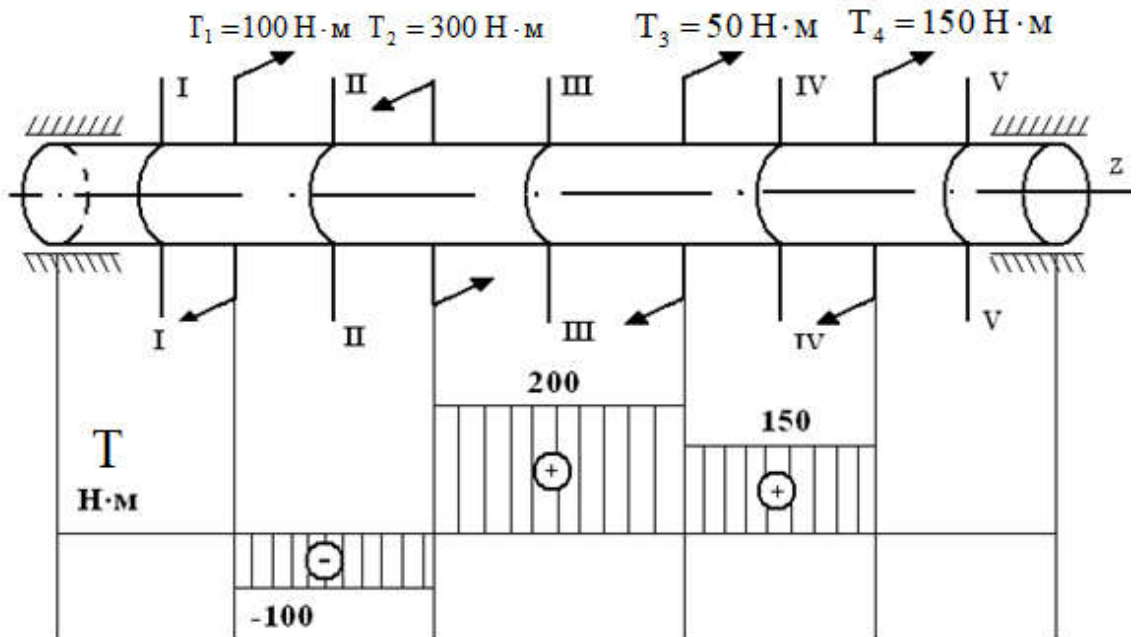


Рис. 2.32. Схема завантаження вала та епюра T

$$\sum T_z^I = 0; \sum T_z^{II} = -T_1 = -100 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\sum T_z^{III} = -T_1 + T_2 = -100 + 300 = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad (2.70)$$

$$\sum T_z^{IV} = -T_1 + T_2 - T_3 = -100 + 300 - 50 = 150 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$\sum T_z^V = 0.$$

4.2. Напруження та деформації при крученні круглого вала

Stresses and deformations during rotation of a round shaft

За допомогою рівнянь статки неможливо знайти характер розподілу напружень по поперечному перерізу вала. Тому нанесемо на бокову поверхню круглого вала сітку з поперечних та поздовжніх рисок (рис. 2.33). У результаті прикладання крутного моменту нанесені прямокутники трансформуються, при цьому поперечні риси залишаються прямими і відстань між ними не змінюється. Це свідчить про те, що подовження волокон відсутнє. На підставі цього сформовано робочі гіпотези, які покладені в основу подальших висновків.

При крученні круглого стрижня справедливою є гіпотеза плоских перерізів (гіпотеза Бернуллі). Радіус, уявно проведений, після деформації залишається прямим. Це дає можливість представити кручення як результат зсуву поперечних перерізів одних відносно інших.

Розглянемо деформацію вала (рис. 2.34).

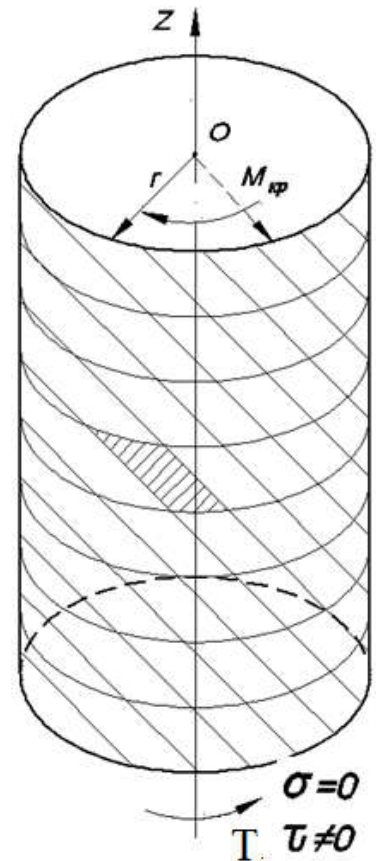


Рис. 2.33. Вал з нанесеними рисками

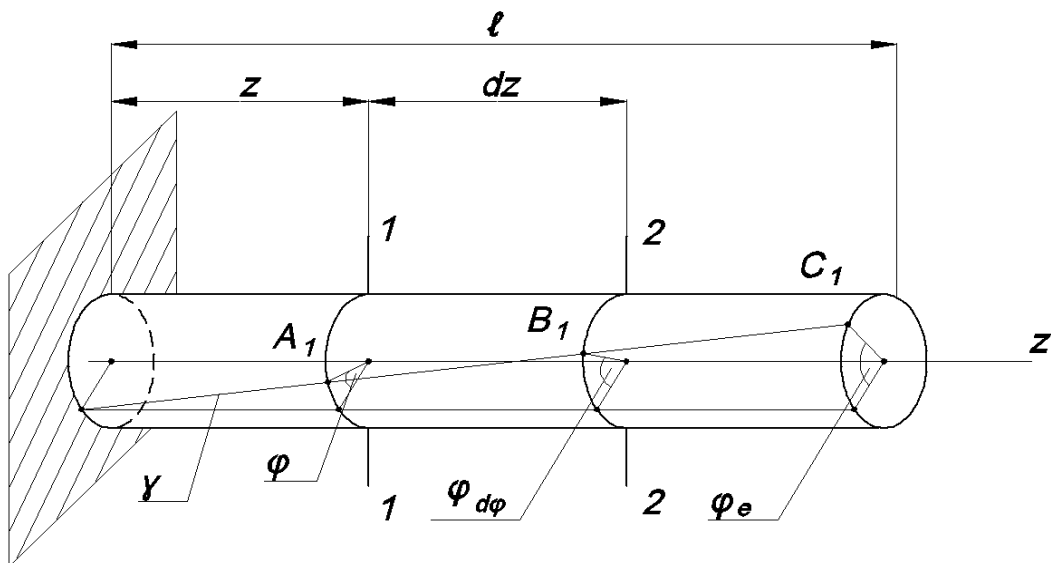


Рис. 2.34. Деформація вала.

Деформація характеризується: γ – кут зсуву; φ – кут закручування.

Розглянемо ділянку вала довжиною dz (рис. 2.35).

Кут зсуву на поверхні вала дорівнює:

$$\gamma = \frac{BB_1}{AB} = \frac{r \cdot d\varphi}{dz}.$$

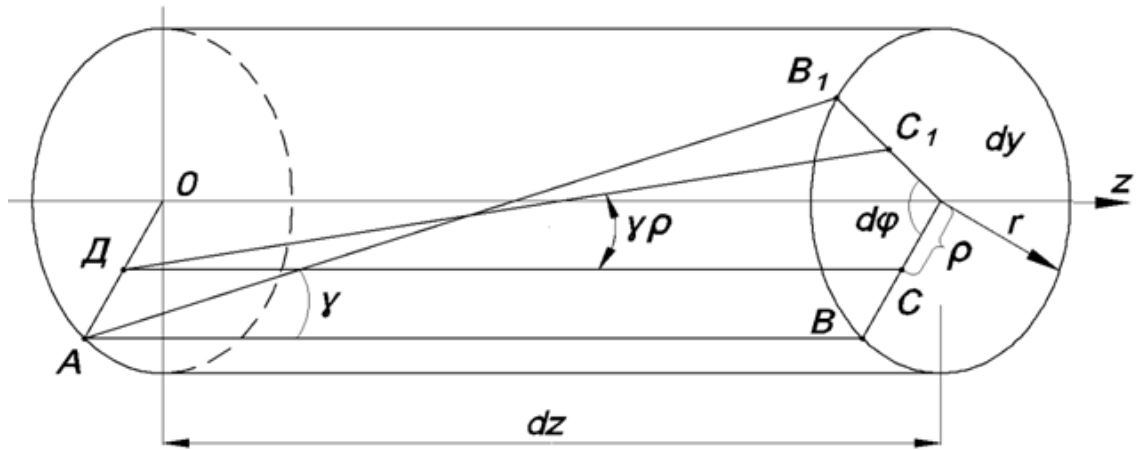


Рис. 2.35. Деформація відрізка вала довжиною dz .

Для довільного волокна на відстані ρ від центру ваги:

$$\gamma_{\rho} = \frac{CC_1}{DC} = \frac{\rho \cdot d\varphi}{dz}.$$

Використовуючи закон Гука при чистому зсуві, маємо:

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \frac{d\varphi}{dz} \cdot \rho. \quad (2.70)$$

$$\tau_{\rho} = G \cdot \gamma_{\rho} = G \cdot \frac{d\varphi}{dz} \cdot \rho. \quad (2.71)$$

Вирази (2.70) та (2.71) свідчать про те, що дотичні напруження по поперечному перерізу вала розподілені за лінійним законом і епюра τ має вигляд, наведений на рис.2.36.

Для виключення з виразів (2.70) та (2.71) частини $d\varphi/dz$ знайдемо внутрішній крутний момент.

$$dT = \tau_{\rho} \cdot dF \cdot \rho; \quad T = \int_F \tau_{\rho} \cdot dF \cdot \rho = \int_F G \frac{d\varphi}{dz} \cdot \rho \cdot dF \cdot \rho = G \frac{d\varphi}{dz} \int_F \rho^2 \cdot dF. \quad (2.72)$$

Враховуючи, що $\int_F \rho^2 \cdot dF = I_{\rho}$ – полярний момент інерції, отримаємо:

$$T = G \frac{d\varphi}{dz} \cdot I_{\rho}. \quad (2.73)$$

Звідси матимемо:
$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{T}{G \cdot I_{\rho}}. \quad (2.74)$$

Підставивши (2.74) в (2.71), отримаємо, що:

$$\tau_{\rho} = \frac{T}{I_{\rho} \cdot G} \cdot G \cdot \rho = \frac{T}{I_{\rho}} \cdot \rho. \quad (2.75)$$

Очевидно, що $\tau_{\max} = \frac{T_z}{I_p} \cdot r = \frac{T_z}{I_p / r}$,

де $\frac{I_p}{r} = W_\rho$ – полярний момент опору.

$$\tau_{\max} = \frac{T_z}{W_\rho}. \quad (2.76)$$

Умова міцності вала при крученні:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{z \max}}{W_\rho} \leq [\tau]. \quad (2.77)$$

Тут $[\tau]$ – допустиме дотичне напруження, що приводиться у нормах.

Із виразу (2.77) можливе розв'язання задачі за знаходження діаметра вала при заданому навантаженні та матеріалі:

$$W_\rho = \frac{T_{z \max}}{[\tau]}; \quad (2.78)$$

$$W_\rho = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2 \cdot d^3. \quad (2.79)$$

Порівнявши вирази (2.78) та (2.79), знайдемо діаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{T_{z \max}}{0,2 \cdot [\tau]}}. \quad (2.80)$$

Із виразу (2.74) маємо, що на ділянці вала dz – кут закручування $d\varphi$ дорівнює:

$$d\varphi = \frac{T_z}{G} \cdot \frac{dz}{I_p}. \quad (2.81)$$

$$\text{Для всього вала: } \varphi = \int_0^l \frac{T_z}{G} \cdot \frac{dz}{I_p}. \quad (2.82)$$

Для вала із сталим поперечним перерізом і однаковим значенням T_z

$$\varphi = \frac{T_z}{G} \cdot \frac{l}{I_p}. \quad (2.83)$$

Для визначення характеристики жорсткості вала, вводиться поняття відносного кута закручування (θ):

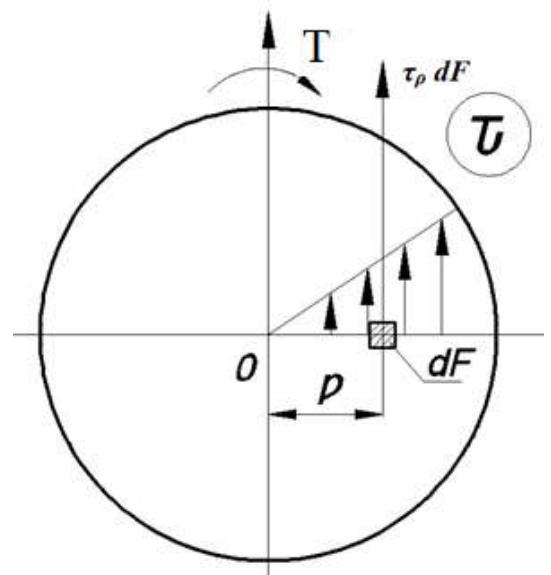


Рис. 2.36. Розподілення дотичних напружень по поперечному перерізу вала

$$\theta = \frac{\varphi}{l}. \quad (2.84)$$

Одиниця виміру (рад/м).

4.3. Кручення стрижня прямокутного поперечного перерізу Torsion of a rod of rectangular cross-section

Очевидно, що деформація вала прямокутного поперечного перерізу принципово відрізняється від деформації круглого вала, оскільки має місце переміщення точок вздовж осі вала і порушення гіпотези плоских перерізів. Тобто поперечні перерізи викривляються (депланують) (рис. 2.37).

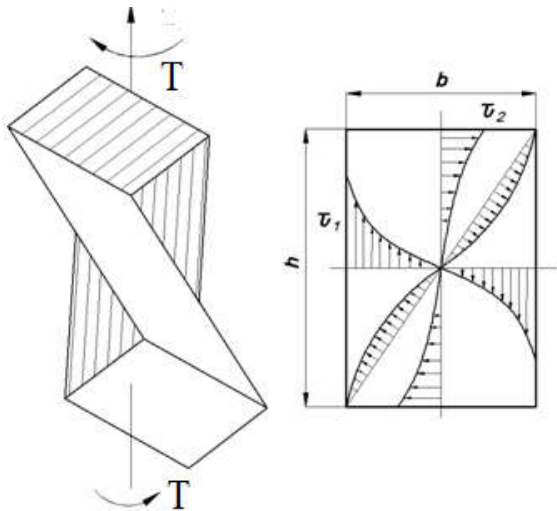


Рис. 2.37. Деформація вала прямокутного поперечного перерізу

Наведемо кінцеві результати, які базуються лише на емпіричних даних і за яких епюри τ мають вигляд (рис. 2.37). Очевидно, що τ_{\max} виникають посередині довшої сторони прямо кутника і визначаються:

$$\tau_1 = \frac{T}{W_{\text{прям}}}. \quad (2.85)$$

Напруження в точці 2:

$$\tau_2 = \varphi \cdot \tau_1. \quad (2.86)$$

Кут закручування:

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_{\alpha}}, \quad (2.87)$$

де $W_{\text{прям}}$ – момент опору перерізу, $W_{\text{прям}} = \alpha \cdot h \cdot b^2$;

I_{α} – полярний момент інерції; перерізу вала, $I_{\alpha} = \beta \cdot h \cdot b^3$.

Коефіцієнти α , β , γ , залежать від геометричного співвідношення сторін вала h і b і приводяться в нормах.

Умова міцності та жорсткості для вала прямокутного поперечного перерізу має вигляд:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\text{кр}}}{\alpha \cdot h \cdot b^2} \leq [\tau]; \quad (2.88)$$

$$\theta_{\max} = \frac{M_{\text{кр}}}{G \cdot \beta \cdot h \cdot b^3} \leq [\theta]. \quad (2.89)$$

МОДУЛЬ 3. ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН MODULE 3. THEORY OF MECHANISMS AND MACHINES

Лекція 1. Структура і класифікація механізмів Lecture 1. Structure and classification of mechanisms

1.1. Мета й задачі курсу ТММ. Коротка історична довідка

Purpose and objectives of the TMM course. Brief historical reference

Теорія механізмів і машин (ТММ) є наукою, що поєднує методи дослідження і конструювання машин. Загальна властивість усіх машин те, що вони є простими механізмами, чи складаються з ряду механізмів. Звідси випливають головні задачі курсу теорії механізмів і машин:

1) *аналіз механізмів*, тобто дослідження структури, кінематики і динаміки відомих чи проєктованих механізмів з метою їхнього удосконалення і поліпшення їхніх експлуатаційних якостей;

2) *синтез механізмів*, тобто розробка нових, відповідних заданим вимогам механізмів.

Теорію механізмів і машин іноді називають алгеброю машинобудування. Це сама загальна наука, що дає теоретичні основи дослідження і конструювання машин.

Зв'язок курсу ТММ з іншими дисциплінами. Лекційний курс ТММ базується на знаннях, отриманих при вивченні фізики, вищої і прикладної математики, інженерної графіки, обчислювальної техніки й особливо тісно зв'язаний з теоретичною механікою. Знання, навички й уміння, придбані при вивченні ТММ, служать базою для курсів деталей машин, системи проєктування, проєктування спеціальних машин і основи наукових досліджень.

Коротка історична довідка. Історію розвитку теорії механізмів і машин можна розділити на чотири періоди, кінцеві рубежі яких наступні:

для I періоду - початок XIX століття;

для II періоду - середина XIX століття;

для III періоду - II половина XIX століття і початок XX століття;

для IV періоду – теперішній час.

I період - період передісторії механіки машин, протягом якого винаходиться велика кількість простих машин і механізмів: підйомники, млини, каменедробарки, ткацькі і токарські верстати, парові машини (Леонардо да Вінчі, Вайет, Ползунов, Уатт).

Одночасно закладаються й основи теорії: теорема про зміну кінетичної енергії і механічної роботи (Карно), закони тертя, поняття про передатне відношення, основи геометричної теорії евольвентного зачеплення (Кулон, Амонтон, Ейлер і ін.)

II період - період початку розвитку ТММ. У цей час розробляються такі розділи як:

кінематична геометрія механізмів (Саварі, Шаль, Олів'є);

кінетостатика (Коріоліс), розрахунок маховика (Понселе),

класифікація механізмів по функції перетворення руху (Монж, Лану).

Пишуться перші наукові монографії по механіці машин (Вілліс, Борин'ї), читаються перші курси лекцій по ТММ і видаються перші підручники (Бетанкур, Вейсбах, Остроградський).

III період. Друга половина XIX ст. є періодом фундаментальних досягнень теорії механізмів і машин, у яких самими результативними були російські і німецькі вчені.

Основи структурної теорії (Чебишев, Грюблер, Сомов, Малишев);
основи теорії регулювання машин (Вишнеградський);
основи аналітичної теорії зачеплення (Олів'є, Гофман);
основи графоаналітичної динаміки (Віттенбауер, Мерцалов);
структурна класифікація і структурний аналіз (Ассур);
метод планів швидкостей і прискорень (Мор, Манке);
правило прокручування механізму (Грасгоф).

IV період - від початку XX століття до теперішнього часу - період інтенсивного розвитку всіх напрямків ТММ як у Росії, так і за рубежем.

Серед російських вчених необхідно відзначити узагальнюючі роботи Артоболовського І.І., Левитського Н.І., Фролова К.В.;

в області структури механізмів - роботи Малишева, Решетова, Озола;
по кінематиці механізмів - роботи Колчіна, Смирнова, Зинов'єва;
по геометрії зубчастих передач - роботи Литвина, Кетова, Новікова;
по динаміці машин і механізмів - Горячкін, Кожевников і багато інших радянських учених.

Дане перерахування не охоплює і малої частки робіт видатних учених, які внесли істотний внесок у розвиток ТММ у цей період.

1.2. Структура і класифікація механізмів

Structure and classification of mechanisms

Машина і її класифікація. Машина (machine) – технічний пристрій, що виконує перетворення енергії, матеріалів і інформації з метою полегшення фізичної і розумової праці людини, підвищення її якості і продуктивності.

Існують наступні види машин:

1. Енергетичні машини (energy machines) – машини, які перетворюють енергію одного виду в енергію іншого виду. Ці машини бувають двох різновидів:

двигуни (engines), що перетворюють будь-який вид енергії в механічну (наприклад, електродвигуни перетворюють електричну енергію, двигуни внутрішнього згорання перетворюють енергію розширення газів при згоранні в циліндрі).

генератори (generators), що перетворюють механічну енергію в енергію іншого виду (наприклад, електрогенератор перетворює механічну енергію парової чи гідравлічної турбіни в електричну).

2. Робочі машини (working machines) – машини, які використовують механічну енергію для здійснення роботи по переміщенню і перетворенню матеріалів. Ці машини теж мають два різновиди:

транспортні машини (transport vehicles), що використовують механічну енергію для зміни положення об'єкта (його координат).

технологічні машини (technological machines), що використовують механічну енергію для перетворення форми, властивостей, розмірів і стану об'єкта.

3. *Інформаційні машини (information machines)* машини, призначені для обробки і перетворення інформації.

Вони підрозділяються на: *математичні машини (mathematical machines)*, що перетворюють вхідну інформацію в математичну модель досліджуваного об'єкта;

контрольно-керуючі машини (control and control machines), що перетворюють вхідну інформацію (програму) у сигнали керування робочою чи енергетичною машиною.

4. *Кібернетичні машини (cybernetic machines)* – машини, які керують робочими чи енергетичними машинами, що здатні змінювати програму своїх дій залежно від стану навколишнього середовища (тобто машини, що володіють елементами штучного інтелекту).

1.2.1. Механізм і його елементи

The mechanism and its elements

У навчальній літературі використовується декілька визначень механізму.

1. *Механізмом* є система твердих тіл, що деформуються, що призначена для реалізації необхідних рухів і передачі сил.

2. *Механізм* – кінематичний ланцюг, до складу якого входить нерухома ланка (стояк) і число ступенів вільності якої дорівнює числу узагальнених координат, що характеризують положення ланцюга відносно стояка.

3. *Механізмом* називається пристрій для передачі і перетворення рухів і енергій будь-якого роду.

4. *Механізмом* називається система, яка складається з ланок і кінематичних пар, що утворюють замкнуті чи розімкнуті ланцюги, що призначена для передачі і перетворення переміщень вхідних ланок і прикладених до них сил у необхідні переміщення і сили на вихідних ланках.

У цих визначеннях використані раніше не визначені поняття:

Ланка (link) – тверде тіло чи система жорстко зв'язаних тіл, що входять до складу механізму. Ланки є головними елементами механізму, без яких механізм неможливий.

Кінематичний ланцюг (kinematic chain) – система ланок, що утворюють між собою кінематичні пари.

Кінематична пара (kinematic couple) – рухливе з'єднання двох ланок, що допускає їх визначений відносний рух (скорочено КП).

Стояк (riser) – ланка, що при дослідженні механізму приймається за нерухому.

Вхідні ланки (input links) – ланки, яким надається заданий рух і відповідні силові фактори (сили чи моменти). Вхідні ланки називаються ще *ведучими*.

Вихідні ланки (output links) – ті, на яких одержують необхідний рух і сили. Вихідні ланки називаються ще *веденими (conducted)*.

Початкова ланка (initial link) – ланка, координата якої прийнята за узагальнену.

Початкова кінематична пара (*the initial kinematic pair*) – пара, відносно положення ланок у якій прийнято за узагальнену координату.

По різниці у розміщенні траєкторій ланок розрізняють два види механізмів.

а) *плоскі (flat)* – точки ланок яких описують траєкторії, що лежать у паралельних площинах (приклад, кривошипно-шатунний механізм двигуна внутрішнього згорання (ДВЗ)).

б) *просторові (spatial)* – траєкторії точок ланок яких є просторовими кривими чи плоскими, але розташованими в не паралельних площинах (приклад, конічні зубчасті колеса, механізм «шарнір Гука», який використовується для передачі обертання заднім колесам автомобіля).

Для більш зручного зображення плоских кінематичних пар і ланок, що утворюють ці пари, прийняті умовні позначки:

Обертальна (*rotating*) і поступальна (*progressive*) кінематичні пари зображується таким чином (рис. 3.1 і 3.2).

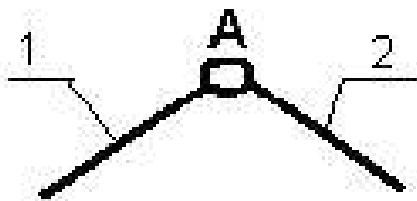


Рис. 3.1. Обертальна кінематична пара

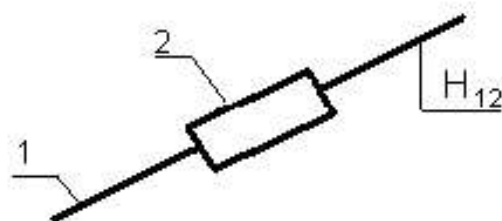


Рис. 3.2. Поступальна кінематична пара (H_{12} направляюча поступальної пари)

Центри обертальних пар позначаються великими літерами латин-ського алфавіту: А, В, С і т. д. Ланки позначаються арабськими цифрами: 1, 2, 3 і т.д. Ланку, що входить одночасно до складу двох обертальних пар, (рис. 3.3) зображують умовно в вигляді прямої лінії з двома кружечками на кінцях, незалежно від того, як вона виконана фактично. Основним розміром такої ланки вважається відстань l між точками А та В (приклад: ланка, рис. (3.4), що входить в три КП).

Ланка, що входить до складу трьох і більше обертальних пар зображається на схемі у вигляді трикутника чи багатокутника.

Базисна ланка, рис. 3.5, вона входить у три КП.

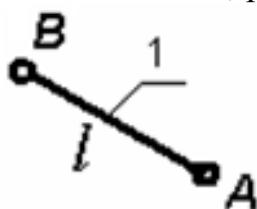


Рис. 3.3



Рис. 3.4

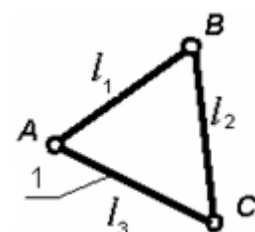


Рис. 3.5

Структура механізму (*mechanism structure*) – це його будова. Будовою механізму визначаються такі його важливі характеристики, як види виконуваних рухів, способи їх перетворення, число ступенів вільності.

Основними структурними елементами механізму є ланки (*тверді тіла*) та кінематичні пари (*рухомі з'єднання твердих тіл*).

Тобто, з точки зору ТММ, будь-який механізм чи машина складаються лише з ланок, які з'єднані між собою кінематичними парами.

1.3. Кінематичні пари й їхня класифікація Kinematic couples and their classification

Усі механізми та машини складаються з окремих деталей. Нагадаємо, деталь – це виріб, виготовлений без застосування складальних операцій, як правило, з цілого шматка матеріалу (або з окремих частин зварюванням), тому не може бути розібрана на простіші без руйнування. Під час роботи машини існують деталі, які рухаються як одне ціле відносно інших деталей. Тому в ТММ має місце таке поняття як ланка.

Одна деталь або сукупність декількох деталей, які утворюють одну жорстку систему тіл і не мають рухів одне відносно іншого, представляють собою ланку. Отже, кожна ланка може складатись з однієї або декількох деталей, що утворюють нерухомі з'єднання.

Найчастіше зустрічається таке визначення ланки: *тверді тіла, з яких складається механізм, називаються ланками*. При цьому маються на увазі як абсолютно тверді, так і деформовані та гнучкі тіла. Рідини та гази в ТММ ланками не вважаються. Для прикладу розглянемо шатун двигуна внутрішнього згорання (рис. 3.6, а, б, ланка 2). Це одна ланка, яка представляє собою сукупність декількох деталей (рис. 3.6, в: тіло шатуна 1, втулка 2, вкладиши 3, 4, рознімна головка 5, болти 6, гайки, контргайки, шайби, шплінти-7, що з'єднані в одну геометричну незмінну конструкцію).

Оскільки всі ці деталі не мають між собою відносних рухів, утворюють одну жорстку систему тіл, і рухаються як одне ціле, то всі вони представляють собою одну ланку. Рухоме з'єднання двох ланок називається кінематичною парою. Точки, лінії, поверхні ланки, якими вона стикається (з'єднується) з іншою ланкою, утворюючи кінематичну пару, називають *елементами кінематичної пари (elements of a kinematic pair)*.

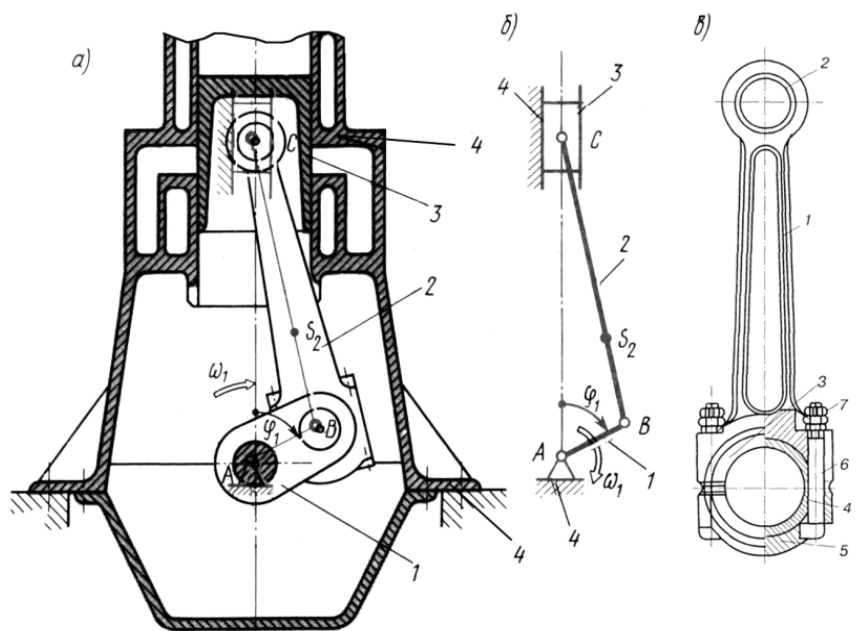


Рис. 3.6. Двигун внутрішнього згорання

Кінематична пара при взаємодії елементів допускає відносний рух ланок. Для того, щоб елементи кінематичної пари перебували у постійному дотyku (ланки в механізмі повинні бути постійно з'єднані між собою), пара повинна бути *замкнена*.

За характером замикання кінематичні пари поділяють на пари з *силовим*

(за рахунок сил ваги, пружності, тиску рідини, газу і т. ін.) та *геометричним* (за рахунок конструктивних форм ланки) замиканням.

За характером з'єднання ланок кінематичні пари поділяють на дві групи: *нижчі (lower)* та *вищі (higher)*.

До *нижчих* відносяться пари, у яких ланки стикаються по поверхні, а до *вищих* – якщо елементами кінематичної пари є тільки лінії або точки.

При цьому лінійний або точковий контакт розуміють як початковий – при дотиканні ланок без зусиль, а під навантаженням ланки, які утворюють вищу пару, будуть дотикатись по деякій дійсній поверхні, яка називається *плямою контакту (contact spot)*.

Кінематичні пари класифікують за *числом умов зв'язку (S)* (обмежень), які накладає пара на рух однієї ланки відносно іншої, рідше – за *числом ступенів вільності (H)* у відносному русі ланок.

Число ступенів вільності у відносному русі ланок визначає вид пари за рухомістю. Розрізняють кінематичні пари *одно-, дво-, три-, чотири-, і п'ятирухомі*.

Числом ступенів вільності механічної системи (the number of degrees of freedom of the mechanical system) називають число незалежних її можливих переміщень.

В загальному випадку для абсолютно твердого тіла, що вільно рухається в просторі, *число ступенів вільності дорівнює шести*.

Рух такого тіла можна уявити як обертання навколо та ковзання вздовж трьох довільно взятих взаємно перпендикулярних координатних осей (незалежно і одночасно). При плоскому русі тіло матиме *три ступені вільності*.

Отже, вільне в просторі тіло має шість ступенів вільності, тобто $H=6$. Це означає, що на рух вільного тіла не накладено ніяких обмежень.

Як вже було сказано, в механізмі вільних (не зв'язаних між собою) ланок немає. Кінематичні пари накладають обмеження на рух ланок, "змушують" їх рухатись певним чином, виконувати потрібні, задані рухи.

Або, інакше, для того, щоб ланка механізму рухалась певним чином, її рух необхідно обмежити *кінематичною парою*.

Входження ланки в кінематичну пару з іншою ланкою накладає на їх відносний рух певні обмеження – *умови зв'язку (в'язі) S*.

Очевидно, що число цих умов зв'язку не може бути *більшим п'яти*, інакше кінематична пара стане жорстким з'єднанням двох ланок, тобто вони утворять одну ланку.

Так само не може бути кінематичної пари, яка *не накладає жодного зв'язку*, бо при цьому матимемо дві вільні ланки.

Отже, число S умов зв'язку, що накладають кінематичні пари на відносний рух ланок, може змінюватися в межах від 1 до 5, тобто $1 \leq S \leq 5$.

Число ступенів вільності ланки, що входить до кінематичної пари, дорівнює $H=6-S$.

Клас кінематичної пари (class of kinematic couple) визначається числом умов зв'язку; його можна знайти з рівності $S = 6 - H$. Номер класу пари збігається з числом S умов зв'язку. Оскільки число умов зв'язку може змінюватися в межах від 1 до 5, то число класів кінематичних пар дорівнює п'яти.

На рис. 3.7 наведено основні види кінематичних пар, їх схеми та умовне позначення згідно рекомендацій міжнародних стандартів, стосовно структурних та кінематичних схем. Відзначимо, що тут наведено принципове зображення кінематичних пар, а конструктивні виконання можуть бути різними. Найбільше застосування в механізмах машин, приладах та інших пристроях отримали *обертові кінематичні пари V класу*.

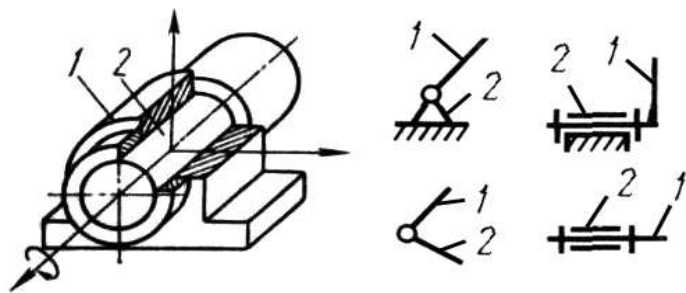


Рис. 3.7. *Обертова пара*

Обертова пара (рис. 3.7) – однорухома, допускає лише один відносний обертовий рух однієї ланки навколо іншої, тобто число ступенів вільності $H=1$; на відносний рух ланки накладено $S=6-H=5$ умов зв'язку (в'язей). Отже, це кінематична пара V класу. Елементи обертової пари – це циліндричні поверхні (ланки 1 та 2 дотикаються по циліндричній поверхні); нижча пара замкнена геометрично.

Поступальна пара (рис. 3.8) – однорухома, допускає лише прямолінійний поступальний відносний рух ланок, тобто $H=1$ $S=5$; отже, це кінематична пара V класу, нижча, з геометричним замиканням.

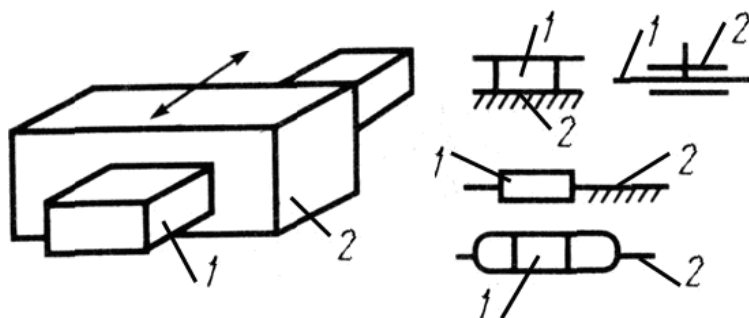


Рис. 3.8. *Поступальна пара*

Відомим прикладом конструктивного виконання такої кінематичної пари є пара поршень–циліндр двигуна внутрішнього згоряння, поршневої помпи, компресора і т. ін. Відзначимо, що кінематичні пари V класу зустрічаються в трьох варіантах. Крім названих, обертової та поступальної, до V класу відносять також кінематичну пару гвинт–гайка (рис. 3.9), оскільки одна ланка відносно іншої має тільки один незалежний рух (обертання навколо і поступальний рух вздовж осі гвинта взаємопов'язані між собою).

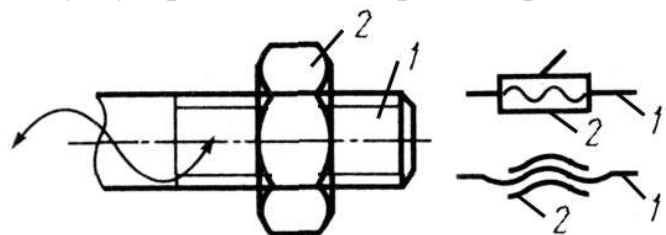


Рис. 3.9. *Кінематична пара гвинт–гайка*

IV клас. *Циліндрична пара* (рис. 3.10)–дворухома Кінематична пара, допускає незалежні обертовий та поступальний відносні рухи ланок, тобто $H=2$, а $S=4$, отже, це IV клас пари. Пара нижча (ланки дотикаються по циліндричній поверхні) з геометричним замиканням.

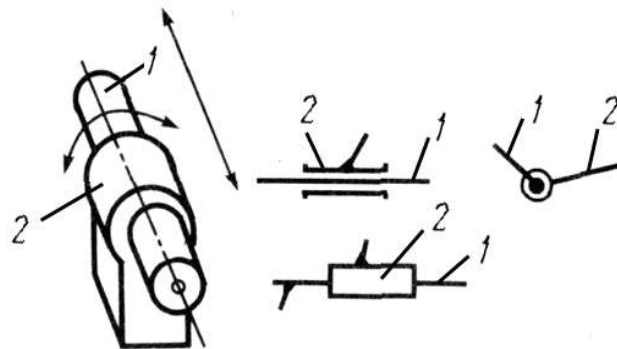
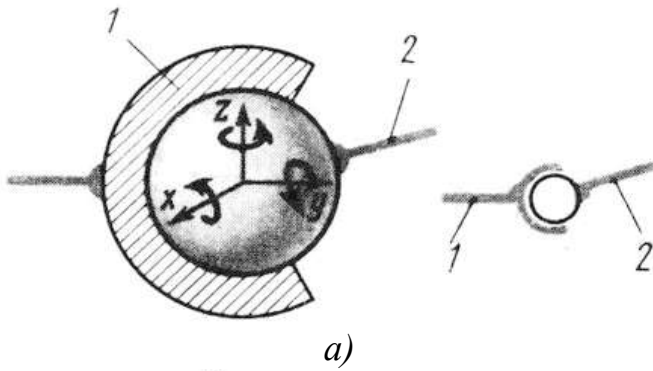
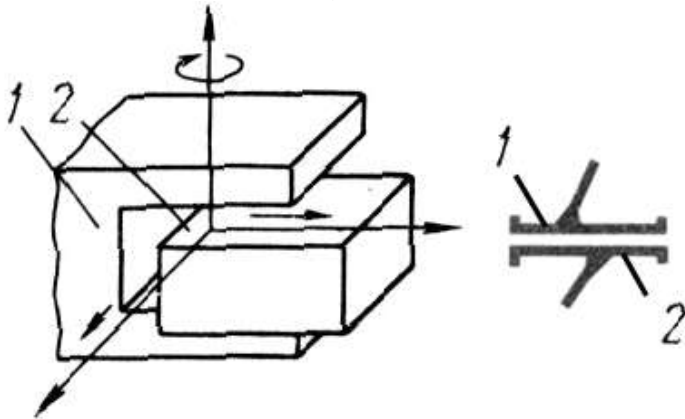


Рис. 3.10. *Циліндрична пара*



a)



б)

Рис. 3.11

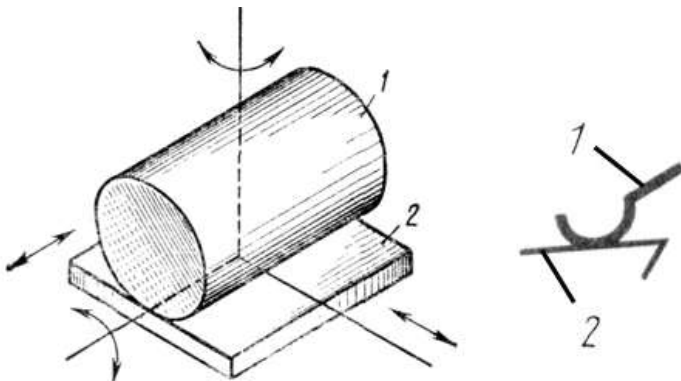


Рис. 3.12. Лінійна пара

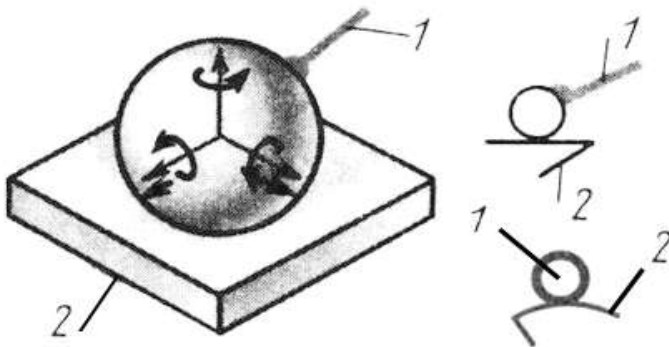


Рис. 3. 13. Точкова пара

III клас. *Сферична пара* (кульковий шарнір, рис. 3.11, а), площинна пара (рис. 11, б) – трирухомі кінематичні пари. Рух однієї ланки відносно іншої зводиться до трьох незалежних відносних рухів (показано стрілками); $H=3$, $S=3$, тобто пари III класу; пари нижчі, з геометричним замиканням.

II клас. *Лінійна пара.*

Наведена варіантом “циліндр-площина” (рис. 3.12). Чотирирухорохома кінематична пара; можливі незалежні відносні рухи ланок (обертові та поступальні) показані стрілками; тобто $H = 4$, $S = 2$.

II клас. Це вища пара, тому що контакт елементів ланок лінійний.

I клас. *Точкова пара* (рис. 3.13).

П’ятирухома кінематична пара, що являє собою кулю 1, яка перекочується з ковзанням по площині 2. Куля може здійснювати п’ять простих незалежних рухів; $H=5$, а $S = 1$. Рух кулі відносно площини може бути розкладений на три обертові рухи навколо осей x , y , z та ковзання вздовж двох осей x , y . Рух кулі вздовж вертикальної осі неможливий, тому, що до низу він обмежений площиною, а при русі в протилежному напрямку порушується дотик ланок і кінематична пара перестане існувати. В даній кінематичній парі має бути передбачене силове замикання. Пара-вища, оскільки ланки дотикаються у точці.

Зазначимо, в загальному випадку

пари II класу одержують при лінійному дотику двох повер-хонь, а I класу – при точковому.

Як бачимо, щоб визначити клас кінематичної пари, треба одну з ланок умовно прийняти за нерухому, зв’язати з нею просторову систему координат та порахувати можливі незалежні рухи іншої ланки H (або порахувати накладені

умови зв'язку, тобто обмеження на можливі прості рухи ланки, S). Клас Кінематичної пари знаходимо з рівності $S = 6 - H$.

Відмітимо, що в плоских механізмах можуть бути лише кінематичні пари IV та V класів.

Відзначимо, що *перевагою нижчих кінематичних пар*, у порівнянні з вищими, є *можливість передачі великих зусиль*.

Дія сил у нижчих парах розподіляється на більшу площу, у зв'язку з чим питомий тиск і стирання суттєво менші. Такі кінематичні пари є технологічнішими.

Перевагою вищих пар є можливість відтворення самих найрізноманітніших законів руху вихідної ланки та зменшення тертя при застосуванні кінематичних з'єднань.

Кінематичні з'єднання (kinematic connections). Необхідно відмітити, що відносна рухомість ланок, що з'єднуються, може бути забезпечена також кінематичними з'єднаннями. Кінематичні з'єднання є аналогами кінематичних пар. Кінематичний ланцюг, що конструктивно замінює у механізмі кінематичну пару, називається *кінематичним з'єднанням*. Кінематичне з'єднання може складатися з декількох ланок та кінематичних пар, але тільки дві ланки з'єднання можуть бути з'єдані з іншими ланками механізму.

Прикладами *кінематичних з'єднань* можуть бути кулькова вальниця, кульково-гвинтові передачі, роликові напрямні та інші (замінюють, відповідно, обертові, гвинтові та поступальні кінематичні пари). Застосування кінематичних з'єднань замість кінематичних пар дозволяє зменшити втрати на тертя, підвищити тримкість, спростити технологію виготовлення.

1.4. Структурні та кінематичні схеми механізмів

Structural and kinematic schemes of mechanisms

При зображенні механізму на кресленні, розрізняють його *структурну схему (structural diagram)* із застосуванням умовних позначень ланок і кінематичних пар (без дотримання масштабу) і *кінематичну схему (kinematic diagram)*, яка є його кінематичною моделлю.

Структурна схема містить загальну інформацію про механізм: про кількість ланок та кінематичних пар, послідовність, способи з'єднання ланок та види можливих рухів.

Кінематична схема механізму будується у вибраному масштабі з точним дотриманням всіх розмірів і форм, від яких залежить рух тієї чи іншої ланки. На кінематичній схемі повинно бути вказане все, що є необхідним для вивчення руху. Все зайве, що не впливає на рух, має бути вилучене, щоб не ускладнювати креслення.

На схемах ланки позначають арабськими цифрами 0, 1, 2, 3, ..., а кінематичні пари і різні точки ланок (наприклад, центри ваг) – латинськими літерами A, B, C, S₂ ... (рис. 3.6, б).

Ланки розрізняють за конструктивними ознаками (корпус двигуна, колінчастий вал, шатун, поршень, зубчасте колесо і т.п.), але в ТММ найчастіше – залежно від характеру їхнього відносного руху.

Наприклад: *кривошип (crank)*-ланка механізму, яка здійснює повний оберт навколо нерухомої осі (рис. 3.6, ланка 1); *коромисло (yoke)*-ланка, яка

здійснює коливальний рух; *повзун (slider)*-ланка, що здійснює поступальний прямолінійний рух (3); *шатун (connecting rod)*-ланка важільного механізму, що здійснює плоскопаралельний рух (2); *куліса (link)* - рухома ланка, яка є напрямною повзуна.

В кожному механізмі є одна нерухома ланка (або ланка, що приймається за нерухому) та одна чи декілька рухомих ланок. Нерухому ланку механізму називають *стояком*. Наприклад, у механізмі двигуна внутрішнього згоряння – блок двигуна, картер, головка циліндрів, циліндри, вальниці колінчастого вала і т.ін. утворюють в сукупності одну нерухому ланку – стояк (рис. 6, ланка 4). Стояк на схемі механізму позначають штриховкою. Поняття нерухомої ланки для транспортних машин умовне. *Стояк* – це ланка, відносно якої визначають рух усіх інших ланок механізму.

Згідно визначення, у будь-якому механізмі є ланка (або декілька), рух якої є заданим. Ланка, якій задається рух, що перетворюється у потрібні рухи інших ланок називається *вхідною*. На схемах її позначають дугою зі стрілкою (рис. 6, ланка 1). В деяких випадках застосовують терміни – *ведуча* ланка, *початкова* ланка. Якщо ланці приписується одна чи декілька узагальнених координат, то вона називається початковою. Ведуча ланка–ланка для якої елементарна робота зовнішніх сил, прикладених до неї, є додатна; якщо робота від’ємна або дорівнює нулю – ведена. Ланка механізму, яка здійснює потрібний рух, для виконання якого призначено механізм, називається *вихідною*. Переважно у механізмі одна вхідна і одна вихідна ланки (механізм з одним ступенем вільності). Інші рухомі ланки – з’єднувальні або проміжні. Вхідній ланці механізму з одним ступенем вільності переважно присвоюють номер 1, а вихідній номер n , проміжним ланкам порядкові номери: 2, 3, ..., $n-1$. Вхідна ланка отримує рух від двигуна, а вихідна з’єднується з робочим органом машини.

Кінематичним ланцюгом (kinematic chain) називають сукупність ланок, з’єднаних між собою кінематичними парами. Отже, в основі кожного механізму лежить кінематичний ланцюг. Але при цьому не всякий кінематичний ланцюг є механізмом. Кінематичний ланцюг-це будь-яке з’єднання ланок кінематичними парами. Механізм, призначений для отримання певних, наперед заданих рухів. Тільки той кінематичний ланцюг буде механізмом, ланки якого здійснюють доцільні рухи, що слідує з інженерних, виробничих задач, для виконання яких сконструйовано механізм. Тобто, ланки в механізмі з’єднуються не будь-яким чином, а за певними правилами.

Кінематичні ланцюги бувають: простими і складними, замкненими і незамкненими, плоскими і просторовими.

В *простому* ланцюзі кожна ланка входить в одну або дві кінематичні пари. Якщо хоча б одна ланка входить більше як до двох кінематичних пар, то такий ланцюг називається *складним*.

Прості та складні кінематичні ланцюги, в свою чергу, поділяються на замкнені і незамкнені. *Незамкненим* називається ланцюг, у якого є ланка, що входить лише в одну кінематичну пару. *Замкненим* називається ланцюг, кожна ланка якого входить не менш як у дві кінематичні пари.

В замкненому ланцюзі ланки утворюють один або декілька контурів.

Плоским називають ланцюг, всі точки якого описують плоскі траєкторії або траєкторії, що лежать в одній чи паралельних площинах.

Просторовим називають ланцюг, у якого точки ланок описують просторові траєкторії, або траєкторії, розташовані в пересічних площинах.

1.4.1. Основні види механізмів та їх структурні схеми

The main types of mechanisms and their structural schemes

Механізми поділяють, в першу чергу, на механізми з *нижчими* парами та механізми з *вищими* парами. Крім того, всі механізми можна поділити на плоскі та просторові (визначення плоских та просторових механізмів аналогічне до визначення плоских та просторових кінематичних ланцюгів). Найрозповсюдженіші механізми з нижчими парами - важільні, клинові та гвинтові; з вищими парами - кулачкові, зубчасті, фрикційні, мальтійські та храпові (заскочкові). Нижче наведено приклади основних механізмів (їх схем), що застосовують у різних машинах.

Важільні механізми (lever mechanisms) – це механізми, в яких ланки утворюють лише обертові, поступальні, циліндричні або сферичні кінематичні пари.

Плоскі важільні механізми (flat lever mechanisms) (механізми, які мають тільки обертові та поступальні пари). Ці механізми знайшли широке застосування в машино- та приладобудуванні завдяки можливості забезпечення потрібного перетворення руху при простоті геометричної форми ланок та елементів кінематичних пар. Перевагами таких механізмів є висока технологічність виготовлення, можливість виконання шарнірних з'єднань на вальницях кочення, здатність передавати відносно великі зусилля, довговічність та надійність у роботі.

Кривошипно-повзунний механізм (crank-slider mechanism) (рис. 3.6) - один із найпоширеніших, застосовується в поршневих машинах (двигунах внутрішнього згорання, компресорах, помпах), у кувальних машинах та пресах, лісопильних рамах, приладах і т.ін. Цей механізм служить для перетворення обертового руху кривошипа 1 в поступальний рух повзуна 3, чи навпаки (ланка 2 – шатун, ланка 4 – стояк).

Зазначимо, що в назвах низки механізмів відображені їх конструктивні ознаки та назви (характер руху) входної та вихідної ланок. Механізми, які мають тільки обертові пари, називають *шарнірними*.

Шарнірний чотириланковик (hinged four-link) (ланки з'єднані лише обертовими парами) служить для перетворення одного виду обертового руху в інший. Залежно від розмірів ланок може бути кривошипно-коромисловим, двокривошипним або двокоромисловим механізмом; застосовується у пресах та кувальних машинах, конвеєрах, прокатних станах, порталних кранах, у приводі коліс тепловозів, електровозів, вагових механізмів і т.ін. На рис. 3.14, а ланка 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромисло, 4 – стояк (випадок кривошипно-коромислового механізму).

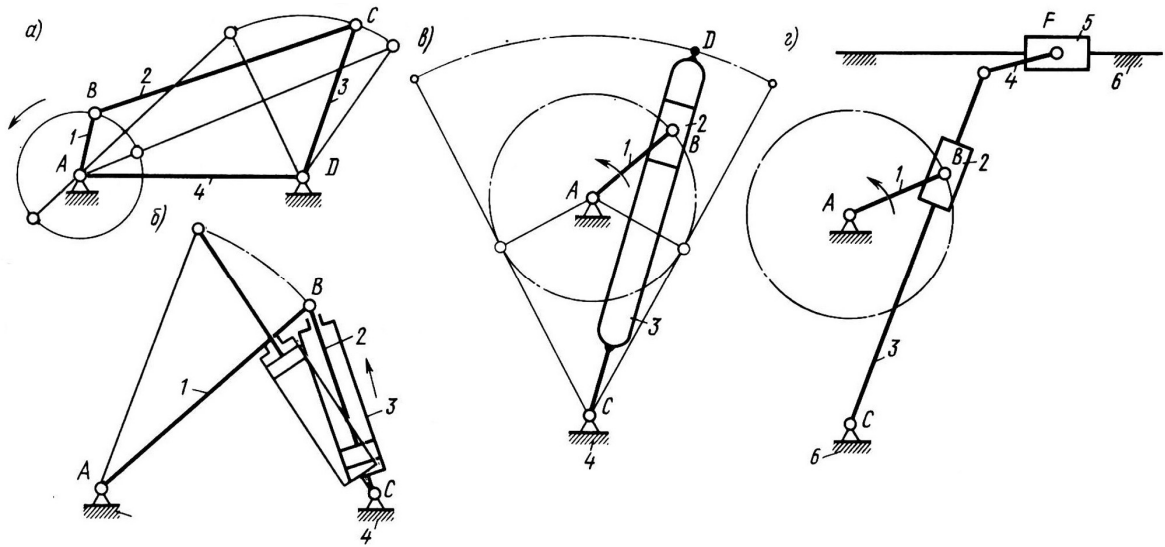


Рис. 3.14. Шарнірні чотири- та шестиланкові шарнірні механізми

Кулісний механізм (*rocker mechanism*) призначений для перетворення одного виду неперервного обертового руху ланки 1 – кривошипа в інший, ланки 3 – куліси (рис. 3.14, в) або обертового руху в поступальний – ланки 5 – повзуна (рис. 3.14, г). Ланка 2 – повзун, який в кулісних механізмах називається кулісним каменем. Особливістю кулісних механізмів є прискорений зворотній хід куліси. Такі чотири-та шестиланкові кулісні механізми застосовують у строгальних і довбальних верстатах, поршневих помпах та компресорах, гідроприводах (куліса з каменем являє собою циліндр 3 з поршнем зі штоком 2, рис. 3.14, б) і т.ін. В кулісному механізмі, залежно від розмірів ланок, куліса може виконувати коливальний, обертовий рух або рухатись поступально.

Відмітимо, що в сучасному машинобудуванні найширше застосовують плоскі механізми. Механізми зі складними структурно-кінематичними схемами в більшості випадків, за основну перетворювальну рух частину мають один з розглянутих вище типів.

Просторові механізми з нижчими парами (spatial mechanisms with lower pairs). Просторові важільні механізми в багатьох випадках забезпечують виконання потрібного виду руху точніше та меншим числом ланок у порівнянні з плоскими механізмами, тобто дозволяють уникнути застосування складних структурних схем: забезпечують передачу руху між осями довільно розміщеними в просторі.

Просторовий шарнірний чотириланковик (рис. 3.15, а – модель, б- схема):
1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромисло, 4 – стояк;

просторовий кривошипно-повзунний механізм (рис. 3.15, в, г) 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – повзун, 4 – стояк;

механізм універсального шарніра (шарніра Гука або карданної передачі рис. 3.15, д, е). Цей механізм призначений для передачі обертового руху між валами, осі яких перетинаються, при цьому кут між ними може змінюватися під час руху. Особливістю механізму є те, що при обертанні вхідного вала (вилки) 1 з сталою кутовою швидкістю вихідний вал (вилка) 3 буде обертатися нерівномірно, при чому, чим більший кут між осями, тим більша нерівномірність обертання (ланка 2 – хрестовина).

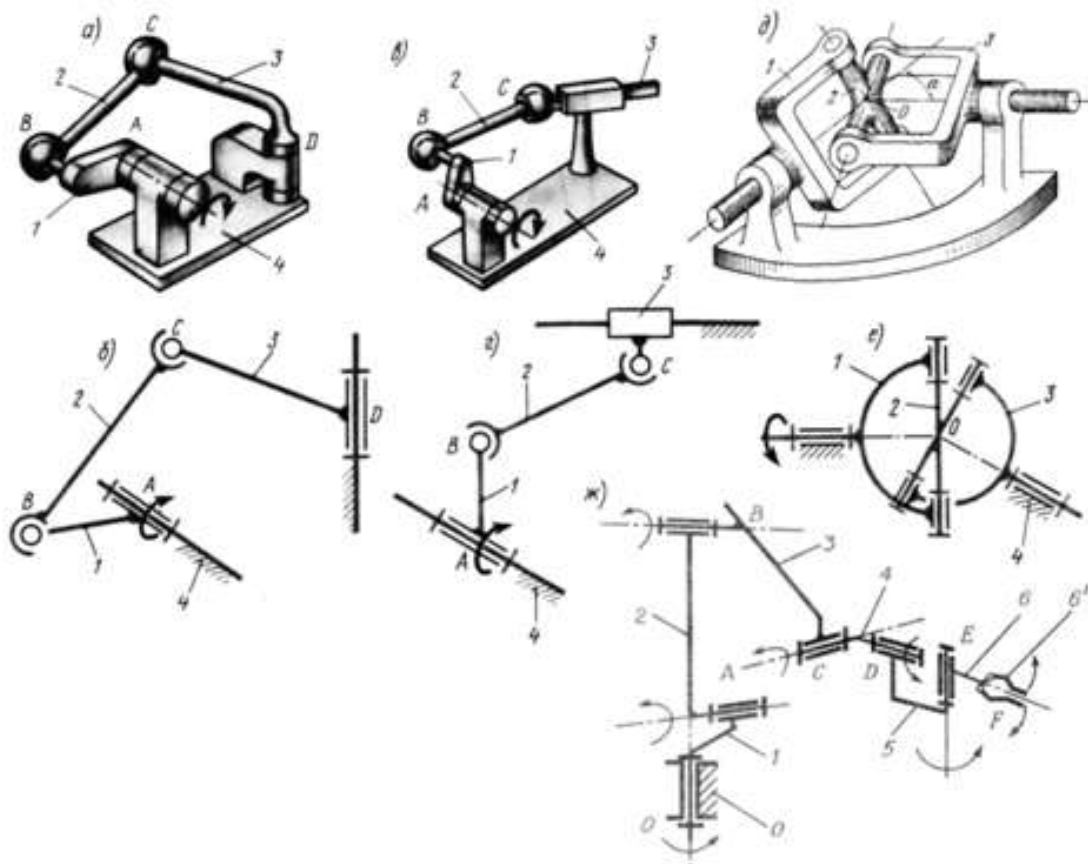


Рис. 3.15. Просторові механізми з нижчими парами

На рис. 3.15, ж наведена структурна схема механізму маніпулятора промислового робота (ланки 1-6 – рухомі, 0 – стояк, F – захват).

Приклади механізмів (плоских і просторових) з вищими парами наведені на рис. 3.16.

Найширше застосування в машинах та приладах знаходять *зубчасті механізми (gear mechanisms)*. Найпростіша зубчаста передача складається зі стояка та двох рухомих коліс, на ободі яких розміщені зуби. Зуби коліс входять по чергово у зачеплення між собою та завдяки взаємодії забезпечують передачу обертового руху. В зубчастій передачі розрізняють зовнішнє, внутрішнє та рейкове зачеплення (рис. 3.16, а, б, в). Менше з двох сполучених коліс називають шестірнею 1, більше - колесом 2 (або частковий випадок - рейка). За взаємним розміщенням осей коліс зубчасті передачі бувають:

- з паралельними осями (рис. 3.16, а, б, циліндричні передачі);
- з осями які перетинаються (рис. 3.16, г, конічні передачі);
- з мимобіжними осями (рис. 3.16, д, е, є, відповідно гвинтові, черв'ячні та гіпоїдні передачі).

В *кулачкових механізмах (cam mechanisms)* (плоских та просторових), вища пара утворена ланками, що називаються кулачок (шайба змінної кривини профілю) 1 і штовхач 2 (рис. 3.17, а), або кулачок та коромисло 2 (рис. 3.17, б). Потрібний закон руху забезпечується відповідним профілем кулачка. Найважливішою позитивною якістю кулачкових механізмів є можливість отримувати різнома-нітніші закони руху вихідної ланки, у тому числі із зупинка-ми; простота методів синтезу.

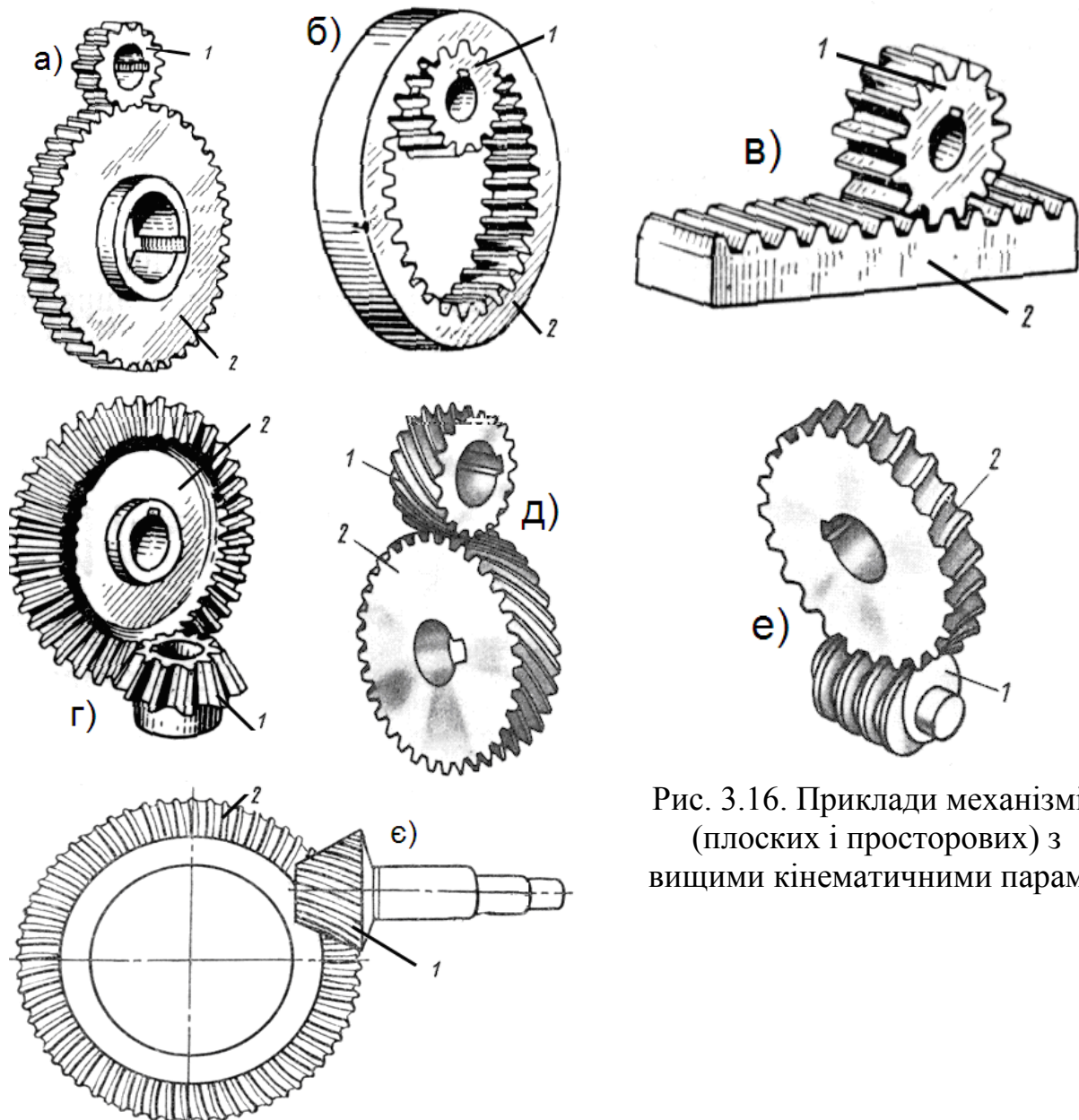


Рис. 3.16. Приклади механізмів (плоских і просторових) з вищими кінематичними парами

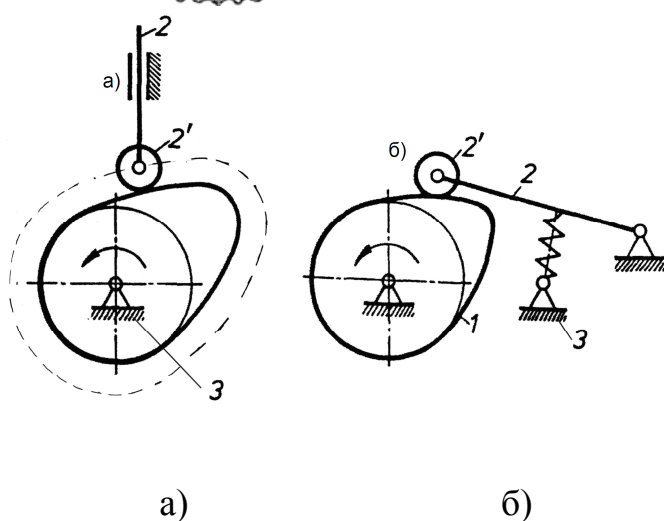


Рис. 3.17. Кулачкові механізми

ного відношення. Лобова фрикційна передача (рис. 3.18, б), в якій ролик 1 може встановлюватися на різних відстанях від осі обертання ланки 2 забезпечує плавну зміну кутової швидкості і напрямку

У фрикційному механізмі (*friction mechanism*) передача обертального руху здійснюється за допомогою сил тертя. Найпростіша циліндрична фрикційна передача складається зі стояка та двох циліндричних коліс 1, 2, які робочими поверхнями притиснуті настільки, що сила тертя, яка виникає між ними, дає змогу їм передавати рух (рис. 3.18, а). Однією із важливіших переваг фрикційних передач є можливість плавного безступінчастого регулювання передат-

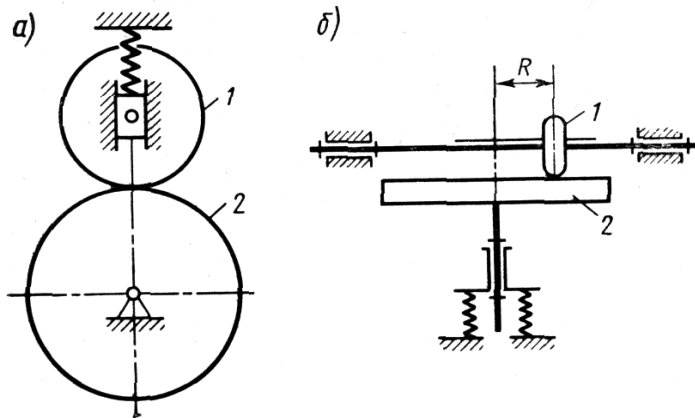


Рис. 3.18. Фрикційні механізми

її рухливості .

Для визначення ступеня рухливості кінематичного ланцюга W необхідно із загального числа ступенів вільності всіх її рухомих ланок відняти число зв'язків, що накладаються на відносний рух ланок кінематичними парами, які пов'язують ланки.

Нехай n число рухомих ланок просторової кінематичного ланцюга; P_i – число кінематичних пар i -го класу ($i=1,2,3\dots$). Тоді $6n$ –загальне число ступенів вільності n ланок ланцюга, якщо вважати їх не пов'язаними між собою, а P_i – загальне число зв'язків, накладених на ланки механізму кінематичними парами i -го класу.

За допомогою введених позначень ступінь рухливості кінематичного ланцюга можна визначити виразом

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 iP_i \quad (3.1)$$

Розгорнувши суму в виразу (3.1), отримаємо структурну формулу просторового кінематичного ланцюга загального вигляду (формулу Сомова- Малишева):

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 \quad (3.2)$$

Формула (3.2) показує, якій кількості ланок кінематичної цепи має бути задано рух (тобто скільки повинно бути провідних ланок), щоб рух інших ланок було однозначно певним. Формулою можна користуватися, якщо прибрати додаткові загальні умови зв'язку, які накладають обмеження на рух усіх ланок кінематичного ланцюга.

Наприклад, для плоского кінематичного ланцюга, у якого ланки рухаються паралельно однією нерухомою площині, перпендикулярній осям обертальних пар, на них накладено три загальні зв'язки (див. рис. 3.19-3.1). Ланки такого ланцюга не можуть переміщатися уздовж осі, перпендикулярної до нерухомої площини, і обертатися щодо двох осей, що лежать в цій площині. Число ступенів вільності кожної ланки зменшується тут на 3 – число загальних зв'язків.

Загальна кількість ступенів свободи n ланок цінуй дорівнюватиме $(6 - 3)n$. Кожна кінематична пара в цьому випадку накладає на рух ланок ланцюга на три обмеження менше класу пари. Так, пари 5-го і 4-го класів накладають на

обертання вихідної ланки.

Лекція 2. Структурний аналіз механізмів

Lecture 2. Structural analysis of mechanisms

2.1. Ступінь рухливості кінематичного ланцюга

The degree of mobility of the kinematic chain

Число ступенів вільності кінематичного ланцюга щодо однієї з ланок називають ступенем

рух ланок ланцюга відповідно два та один зв'язки, а кінематичні пари 1, 2 і 3-го класів у розглянутій ланцюга не можуть мати місця.

Для плоскої кінематичного ланцюга структурну формулу (3.2) перепишемо у вигляді.

$$W = 3n - 2P_5 - P_4 \quad (3.3)$$

Це формула Чебишева.

Кінематичні пари 5-го класу в плоскому механізмі можуть існувати у вигляді обертальної і поступальної пар. Оскільки механізм являє собою кінематичну ланцюг, то ступінь його рухливості визначається за формулами (3.2), (3.3) з урахуванням загальних зв'язків, накладених на всі ланки механізму. Ступінь рухливості механізму відповідає тій кількості незалежних між собою

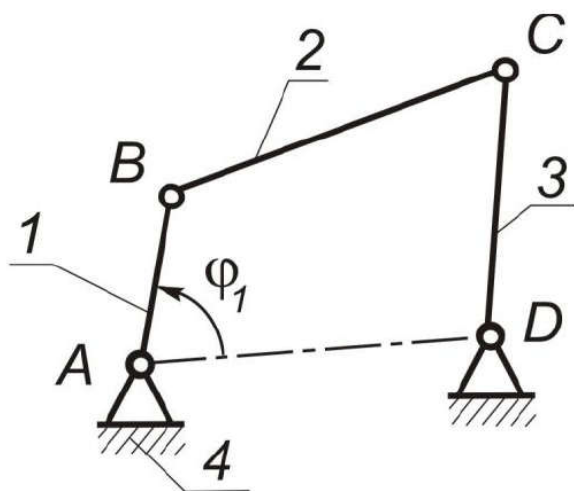


Рис. 3.19. Плоский кінематичний ланцюг

ведучою ланки φ .

Для кривошипно-ползунного механізму (рис. 3.20) параметри формули (3.3) такі ж, як і для механізму шарнірного чотирьохлановика.

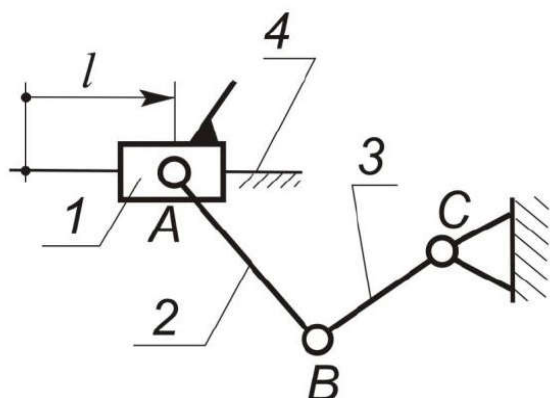


Рис. 3.20. Кривошипно-ползунний механізм

координат (узагальнених координат), яке необхідно задати для однозначної визначеності положень всіх ланок механізму. Так, для механізму шарнірного чотирьохлановика маємо (див. рис. 3.19)

$$n = 3; P_5 = 4; P_4 = 0.$$

Ступінь рухливості підраховуємо по формулі (3.3):

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Отже, даний механізм повинен мати одну провідну ланку і одну узагальнену координату. В якості узагальненої координати зазвичай вибирають куту координату

Провідна ланка (повзун 1) рухається прямолінійно і за узагальнену координату приймається лінійна координата 1 повзуна.

У механізмах з двома ступенями рухливості за узагальнені координати вибираються координати двох провідних ланок або однієї ведучої ланки, якщо ця ланка утворює зі стійкою кінематичну пару з двома ступенями свободи.

2.2. Пасивні в'язі та зайві ступені рухомості

Passive ties and extra degrees of mobility

Формула (3.2) несправедлива для механізмів з надлишковими (пасивними зв'язками).

Надлишковими зв'язками (*redundant connections*) в механізмі називають повторювані зв'язки, які дублюють обмеження, накладені іншими зв'язками.

Надлишкові зв'язки можна видалити з механізму, зберігши при цьому задане число ступенів вільності механізму.

Якщо число надлишкових зв'язків позначити q , то ступінь рухливості механізму з надлишковими зв'язками можна виразити співвідношенням

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 + q \quad (3.4)$$

У плоскому шарнірному чотирьохлановику (див. рис. 3.1)

$$W=1, n=3, P_5=4 \text{ число надлишкових зв'язків знаходимо за формулою } q = W - 6n + 5P_5 = 1 - 18 + 20 = 3. \quad (3.5):$$

Усунення надлишкових зв'язків досягається зміною рухомостей деяких кінематичних пар.

Наприклад, якщо в плоскому шарнірному чотирьохлановику (рис. 3.20) обертальну пару В замінити на сферичну пару 3-го класу, а обертальну пару С - на сферичну з пальцем пару 4-го класу, то отриманий таким чином механізм просторового чотирьохлановика (див. рис. 3.20) буде мати $W=1, n=3, P_5=2, P_3=P_4=1$. Тоді

$$q = W - 6n + 5P_5 + 4P_4 + 3P_3 = 1 - 18 + 10 + 4 + 3 = 0$$

Таким чином, в механізмі просторового чотирьохлановика надлишкові зв'язки відсутні. Наявність надлишкових зв'язків в механізмах вимагає підвищеної точності виготовлення елементів кінематичних пар, щоб уникнути додаткових навантажень на ланки механізму через їх деформацій. У деяких випадках надмірні зв'язки вводять навмисно для підвищення жорсткості механізму. Наприклад, в механізмі зведеного паралелограма (рис. 3.21) необхідно суворе дотримання геометричних співвідношень: $OA=BC, AB=OC$, якщо $OF=CG$, то $FG=OC$. Крім того, потрібна висока точність виготовлення механізму. Введення додаткової ланки FG не вносить нових геометричних зв'язків. І хоча при формальному підрахунку ступеня рухливості за формулою (3.3) отримуємо $W = 0$, фактична ступінь рухливості механізму залишається рівною одиниці. Ланка FG введена в механізм для збільшення його жорсткості, під час роботи забезпечує збереження контуру OABC форми паралелограма.

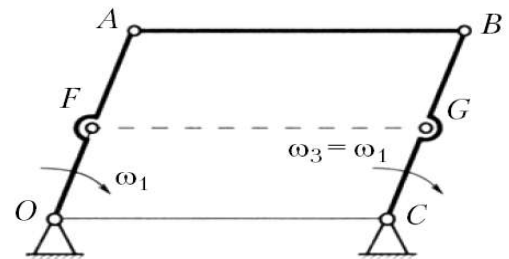


Рис. 3.21. Механізм зведеного паралелограма

2.3. Принципи побудови і структурна класифікація механізмів

Construction principles and structural classification of mechanisms

Розглянемо принцип побудови механізмів методом нашарування груп Ассура на прикладі плоского механізму з одним ступенем вільності, у якого положення всіх ланок визначається завданням однієї узагальненої координати (φ або s). Побудова механізму починається з об'єднання провідної ланки і стійки. Відповідно до класифікації Ассура-Артоболевського, отриманий таким чином механізм називається *початковим механізмом 1-го класу* (*the initial mechanism of the 1st class*) (рис. 3.22, а, б). Початковий механізм має одну сту-

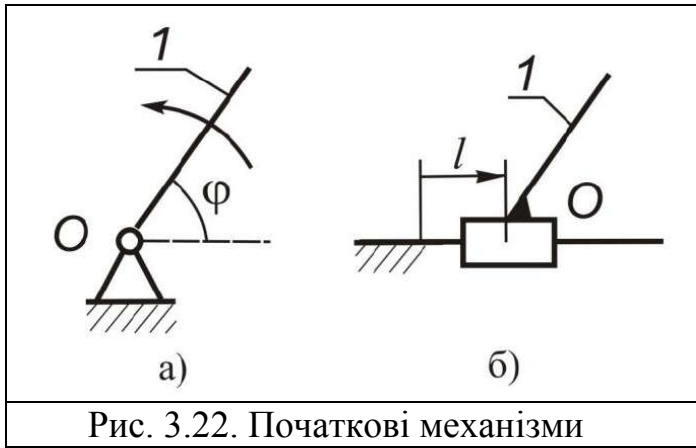


Рис. 3.22. Початкові механізми

пінь рухливості. Більш складні механізми утворюються приєднанням (нашаруванням) до початкового механізму груп Ассура.

Групи Ассура мають лише кінематичні пари 5-го класу, тому, використовуючи формулу (3.3), при $W=0$ знаходимо $3n-2P_5=0$. Звідси $P_5=3n/2$. Таким чином, число ланок в групі n має бути парним, а кількість кінематичних пар P_5 -

числом, кратним трьом. Можливі поєднання кількості ланок і кінематичних пар ($n=2, 4, 6, \dots$; $P_5=3, 6, 9, \dots$) дають можливість отримувати різні за складністю будови структурні групи. Найпростіша з них має i ($n=2, P_5=3$) називається *двохповодковою групою* (по числу ланок-повідків) (рис. 3.23).

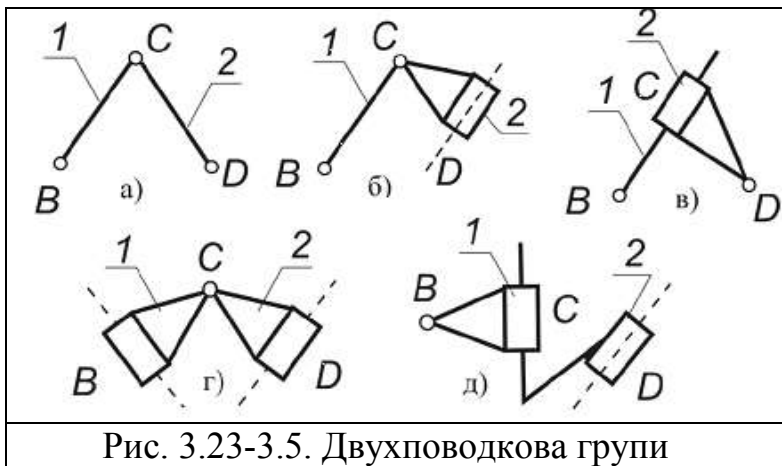


Рис. 3.23-3.5. Двохповодкова групи

Якщо один крайній елемент такої групи (елемент В на рис. 3.23, а) приєднати до ведучого ланці 1, а інший, крайній елемент D - до стійки 2, то утворюється механізм, званий *плоским шарнірним чотириохлановиком* (див. рис. 3.1).

Групи Ассура мають внутрішні і зовнішні кінематичні пари. Внутрішні пари з'єд-

нують між собою ланки групи, а зовнішні парами група приєднується до решти частині кінематичного ланцюга. Число зовнішніх кінематичних пар визначає порядок групи Ассура. Наприклад, згадувана вище *двохповодкова група* називається *групою Ассура другого порядку*.

Структурні групи, у яких ($n=2, P_5=3$), залежно від кількості обертальних і поступальних кінематичних пар і послідовності їх розташування можуть бути п'яти різних видів (рис. 3.23, а - д). Чотириланкові структурні групи, що мають

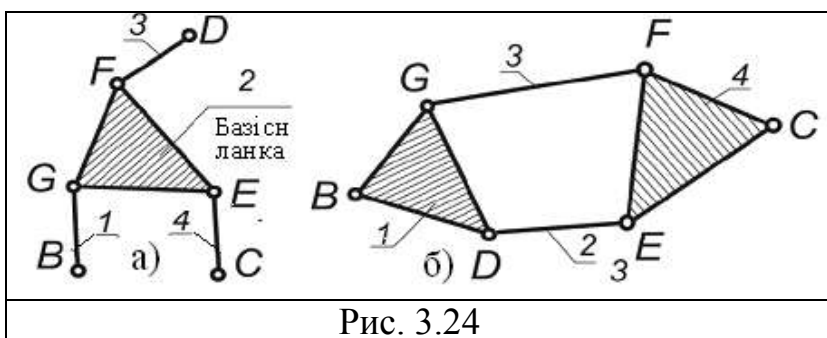


Рис. 3.24

($n=4, P_5=6$), можуть бути *трьохповодковими* третього порядку (рис. 3.24, а) і *чотириланковими* другого порядку з рухомих чотиристороннім контуром (рис. 3.24, б).

Відмітна особливість *трьохповодкової групи* - наявність

внутрішньої базисної ланки, що входить в три кінематичні пари. Різні види двох останніх груп Ассура можна також отримати шляхом заміни обертальних

кінематичних пар поступальними. Структурні групи з числом ланок більше чотирьох зустрічаються в механізмах вкрай рідко.

І.І. Артоболевський розширив і модифікував класифікацію Л.В. Ассура. За класифікацією І.І. Артоболевського двухповодкова структурна група умовно відноситься до груп 2-го класу і має другий порядок. Клас групи вище другого визначається числом кінематичних пар, що входять в замкнутий контур, який утворений внутрішніми кінематичними парами. Тому трьохповодкова група, що має три внутрішні кінематичні пари і базисну ланку (див. рис. 3.24, а), відноситься до 3-го класу і має третій порядок (по числу зовнішніх кінематичних пар).

Чотирьохланкова група, що має чотири внутрішні кінематичні пари (див. рис. 3.24, б), відноситься до 4-го класу і має другий порядок.

Структурний аналіз механізмів (дослідження структури механізмів) передбачає:

- визначення кількості ланок механізму, числа і класу його кінематичних пар;

- визначення ступеня рухливості механізму;

- поділ механізму на початкові механізми і структурні групи;

- визначення класу і порядку структурних груп.

Результатом структурного аналізу є визначення класу всього механізму, який відповідає найвищим класом групи Ассура, що входить до складу механізму.

Визначення класу механізму, згідно з класифікацією Ассура-Артоболевського, можливо, якщо в результаті попереднього структурного аналізу встановлено виконання наступних умов:

- ступінь рухливості механізму відповідає кількості провідних ланок;

- провідні ланки входять в кінематичні пари зі стійкою;

- в механізмі є тільки кінематичні пари 5-го класу.

При наявності в плоскому механізмі кінематичних пар 4-го класу структурний аналіз проводиться на замінюючому механізмі.

Рекомендується наступна послідовність відділення структурних груп з кінематичного ланцюга механізму.

Відділення груп починається з ланок, найбільш віддалених від провідної ланки. В першу чергу відокремлюються групи Ассура найбільш низького класу. Слід мати на увазі, що після відділення кожної групи ступінь рухливості механізму повинна залишатися незмінною, а кожна ланка і кінематична пара можуть входити тільки в одну структурну групу. Поділ кінематичного ланцюга механізму на групи Ассура ведеться до тих пір, поки не залишаться тільки початкові механізми (провідні ланки і стійка).

Пояснимо структурний аналіз і класифікацію механізмів по Ассура-Артоболевська на прикладі механізму, показаного на рис. 3.25. Механізм має п'ять рухливих ланок ($n=5$) і сім кінематичних пар 5-го класу ($P_5=7$). За формулою (3.3) визначаємо ступінь рухливості механізму $W=3n-2P_5=3\cdot 5-2\cdot 7=1$.

Провідна ланка 1 зі стійкою 6 утворюють механізм 1-го класу. Провідної кінематичний ланцюг можна розділити на дві групи Ассура 2-го класу (виділені

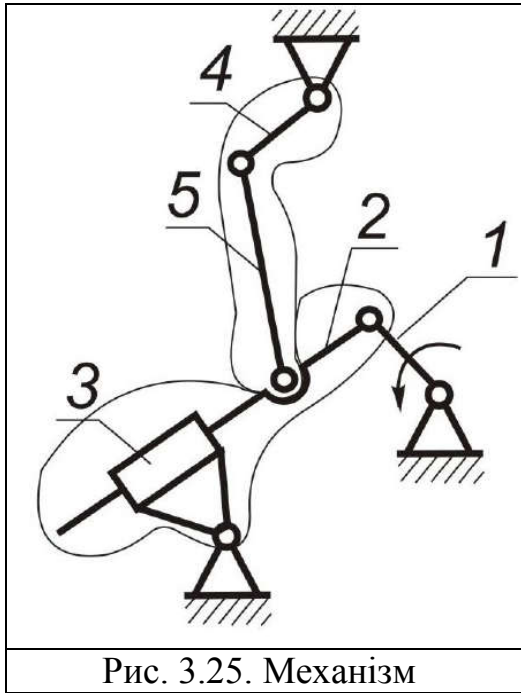


Рис. 3.25. Механізм

на рис. 3.25 контурними лініями), починаючи з групи, яка складається з ланок 4 і 5. Так як механізм має в своєму складі тільки групи Ассура II-го класу, то його слід віднести до механізмів II-го класу.

Принципи побудови механізмів за Ассуом-Артоболовським зручно використовувати як при структурному аналізі, так і при структурному синтезі механізмів. Уже на етапі проектування машин закладається їх працездатність і надійність багато в чому залежать від того, наскільки правильно і раціонально обрані схема побудови механізму і його структура.

Лекція 3. Вступ у динамічний аналіз механізмів та машин. силовий розрахунок механізмів

Lecture 3. Introduction to dynamic analysis of mechanisms and machines. force calculation of mechanisms

3.1. Сили, що діють на ланки механізмів та машин

Forces acting on links of mechanisms and machines

У кінематиці дослідження руху ведеться тільки з врахуванням будови механізмів та геометричних співвідношень між розмірами ланок. Передбачається, що рух вхідних ланок відомий. Рух вихідних ланок вивчається залежно від заданого руху вхідних ланок. За цих умов сили, які діють на ланки механізму, не враховуються.

Динаміка вивчає дійсний рух механізмів з урахуванням усіх факторів, що на нього впливають. Динамікою називається розділ механіки, у якому вивчається рух матеріальних тіл під дією сил.

Розрізняють дві основні задачі динаміки:

-визначення сил, які діють на ланки механізмів за заданим законом руху, та встановлення способів зменшення динамічних навантажень, що виникають при русі механізмів;

-визначення дійсного закону руху механізмів під дією прикладених до нього сил та встановлення способів забезпечення заданих режимів руху механізму.

Перша задача має назву *силового аналізу механізмів (force analysis of mechanisms)*, а друга – *динаміки механізмів (dynamics of mechanisms)*.

У динаміку входять і ряд інших задач, що мають важливе технічне значення: тертя у кінематичних парах; механічний коефіцієнт корисної дії механізмів; теорія коливань в механізмах та віброзахист машин і т. ін. Крім цього у динаміці можна виділити два класи задач – аналіз механізмів і машин та синтез механізмів і машин за заданими динамічними умовами.

3.1.1. Сили, що діють на ланки механізмів та машин Forces acting on links of mechanisms and machines

Сили (моменти), що прикладені до ланок, можна поділити на групи.

1. *Рушійні сили (driving forces)*. Створюються двигунами, які здійснюють перетворення якогось виду енергії (теплової, електричної, гідравлічної) у механічну роботу. Вони здійснюють позитивну роботу за час своєї дії або за один цикл. Рушійні сили збільшують кінетичну енергію машини і прикладені до ланок механізму, що називаються ведучими; з напрямом швидкості точок прикладання утворюють гострі кути, зокрема ці кути можуть дорівнювати і нулю.

2. *Сили опору (resistance forces)*. Здійснюють від'ємну роботу за час своєї дії або за один цикл. Вони діляться на сили корисного (виробничого, технологічного) опору та сили шкідливого опору-опір середовища (повітря, чи якогось іншого газу, рідини), в якому рухаються ланки механізму. Сили опору середовища переважно малі у порівнянні з іншими силами і в задачах курсу ТММ не враховуються. Особливе місце посідає шкідливий опір у кінематичних парах-тертя. Тертя в механізмах розглядатимемо окремо.

Сили корисного опору-це сили, для подолання яких створено машину. Ці сили напрямлені проти переміщення точок їх прикладання – з напрямом швидкості точок прикладання утворюють тупі кути або зокрема, кути, що дорівнюють 180° ; сили опору зменшують кінетичну енергію машини.

3. *Сили тяжіння (gravitational forces)* (ваги) окремих ланок та сили пружності пружин. На деяких ділянках руху механізму ці сили можуть здійснювати як додатну, так і від'ємну роботу (у випадку сил тяжіння залежно від того, чи піднімається, або опускається центр ваги ланки). Але за повний кінематичний цикл робота даних сил дорівнює нулю, оскільки точки їх прикладання рухаються циклічно. Сили тяжіння ланок завжди напрямлені вертикально вниз (до центра тяжіння землі); модуль цих сил обчислюється за відомою формулою $G = mg$, де g – прискорення вільного падіння. Врахування цих сил не викликає труднощів. Сили пружності пружин визначаються за їх характеристиками чи за коефіцієнтами жорсткості.

4. *Сили взаємодії між ланками механізму (forces of interaction between links of the mechanism)*, тобто сили, що діють у кінематичних парах. Ці сили являють собою реакції на дію активних сил. Згідно третього закону Ньютона реакції завжди взаємообернені. Їх нормальні складові роботи не виконують, в той час як дотичні складові тобто сили тертя здійснюють від'ємну роботу.

Сили перших трьох груп відносяться до категорії активних, вони переважно відомі. Ці сили прикладені до механізму ззовні, а тому є зовнішніми. Сили четвертої групи – реакції, якщо розглядати механізм в цілому, є внутрішніми силами. Реакції наперед невідомі. Вони залежать від активних сил та від прискорень ланок механізму.

Найбільший вплив на закон руху механізму чинять рушійні сили та сили корисного опору. Їх величина та характер дії визначається робочим процесом машини чи приладу, в яких використаний даний механізм. Ці сили можуть бути постійними, але в більшості випадків вони є функціями кінематичних параметрів – переміщення, швидкості або часу. Рушійні сили та сили опору

звичайно визначають експериментальним шляхом за допомогою відповідних приладів (індикаторів, динамометрів, різних здавачів і т.п.) для ряду положень механізму за цикл його роботи. Вивчення робочих процесів та їх характеристик є задачею відповідних спеціальних наукових дисциплін та виходить за рамки курсу ТММ, а тому при розв'язуванні задач дані сили вважають відомими і заданими у вигляді так званих механічних характеристик.

Механічною характеристикою машини називають функціональну залежність силового параметру від часу чи його кінематичного параметру, представлену графічно, масивом чисел або аналітично.

Розглянемо механічні характеристики деяких машин, двигунів та технологічних машин.

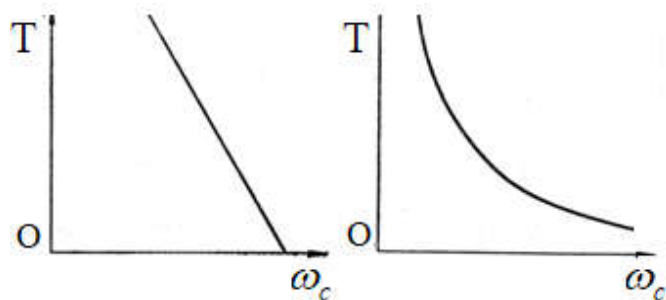


Рис. 3.26. Механічні характеристики електродвигунів

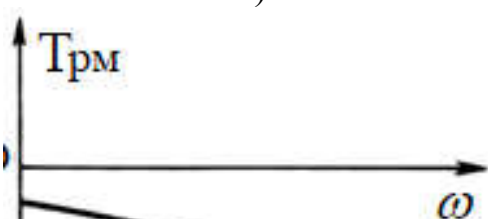
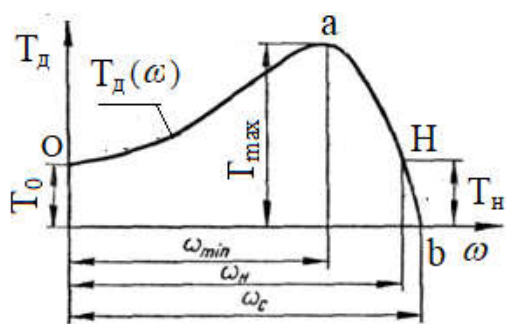


Рис. 3.27. Механічні характеристики електродвигунів

Характеристики сил, що залежать від швидкості. На рис. 3.26, а, б, показані механічні характеристики для електродвигунів постійного струму з паралельним і послідовним збудженнями; на рис. 3.27, а зображена механічна характеристика асинхронного електродвигуна трифазного струму-залежність крутного моменту від кутової швидкості ротора. Робочою час тиною характеритики є ділянка *ab*. При деякому значенні кутової швидкості ω , що відповідає номінальному моменту T_n двигуна і номінальній швидкості ω_n , двигун розвиває максимальну потужність. Кутова швидкість ω_c , при якій $T_d = 0$, називається синхронною; з цією швидкістю ротор обертається при марноході. Наприклад, точка *O* діаграми визначає початковий пусковий момент T_0 двигуна при нульовій кутовій швидкості ротора.

Від швидкості залежать сили та моменти, що діють у таких робочих машинах як електродвигуни, вентилятори, відцентрові помпи і т. ін. (рис. 3.27, б). Відмітимо, що при зображенні механічних характеристик додержуються наступного правила знаків: силу і момент враховують додатними, якщо на розглядуваній ділянці шляху (лінійній чи кутовій) вони виконують додатну роботу.

Характеристики сил, що залежать від переміщення (characteristics of forces depending on displacement). На рис. 3.28 показана схема механізму двотактного двигуна внутрішнього згорання (ДВЗ) та його механічна характер-

ристика-залежність сили тиску газів F_D на поршень від його переміщення. Зазначимо, що для ДВЗ механічна характеристика частіше представляє собою залежність тиску газів у циліндрі від переміщення поршня і називається індикаторною діаграмою. Якщо подача палива в ДВЗ не змінюється, то при наступних обертах початкової ланки 1 механічна характеристика повторює свою форму.

Робота сили F_D графічно зображується площею, що обмежена кривою $F_D(S_c)$. У розглядуваному випадку додатна площа більша, ніж від'ємна. Таким чином робота сили F_D за повний цикл буде додатною. Отже, сила F_D є рушійною, хоча вона міняє знак.

Сили, що залежать тільки від переміщення, діють у багатьох інших машинах та приладах: поршневих помпах та компресорах, стругальних, фрезерних, довбальних верстатах і т.п. На рис. 3.29, а подається механічна характеристика стругального верстата у вигляді прямої, що виражає залежність сили різання P , прикладеної до різця, від переміщення різця S .

У ряді машин дія активних сил робочого процесу на робочі органи машини є короткочасна і здійснюється лише на малій ділянці траєкторії робочого органу. Це має місце, наприклад, у ковальських пресах, відбійних молотках, машинах для забивання паль і т. ін. Робочі процеси такого роду називають ударними або імпульсними. Типова характеристика ударного процесу показана на рис. 3.29, б.

Отже, маючи механічну характеристику машини, можна без посе-редньо отримати величину сили чи моменту в конкретних положеннях механізму або при різних швидкостях чи в заданий момент часу.

3.2. Загальна методика силового розрахунку

General method of force calculation

Силовий аналіз механізмів ґрунтується на розв'язанні першої задачі динаміки – за заданим законом руху визначити діючі сили. Визначення реакцій, а також – у низці задач – сил та моментів, що прикладені до механізму ззовні, складає зміст його силового розрахунку.

Під час руху механізму в кінематичних парах діють сили, що є силами взаємодії між ланками. Сили взаємодії ланок, що виникають в місцях їх дотику, називають *реакціями (reactions)* в кінематичних парах. Навантаженість кінематичних пар реакціями є важливою динамічною характеристикою механізму. Знання сил в кінематичних парах має велике практичне значення

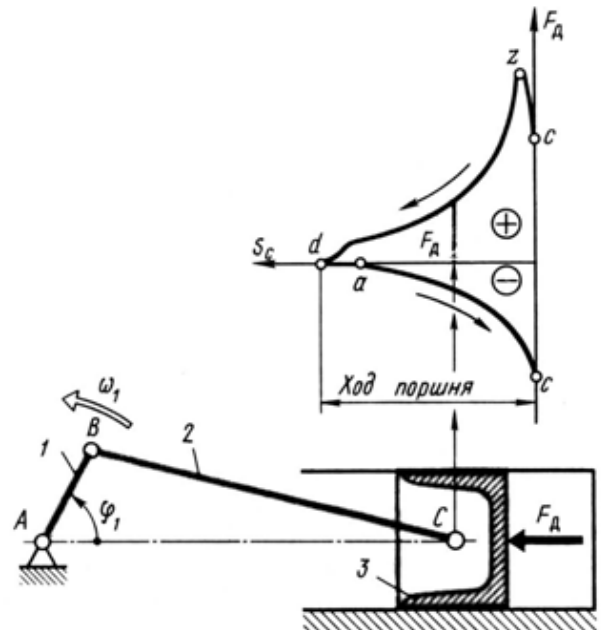


Рис. 3.28. Схема механізму двотактного двигуна внутрішнього згорання

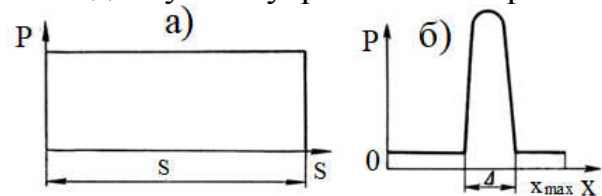


Рис. 3.29. Механічна характеристика стругального верстата

для розрахунків ланок механізму на міцність, жорсткість, вібростійкість, стійкість проти спрацьовування, для розрахунку вальниць на довговічність та для проведення інших подібних розрахунків, що виконуються при проектуванні механізмів.

Таким чином силовий розрахунок включає, перш за все, визначення реакцій у кінематичних парах. Зовнішні сили, що прикладені до ланок механізму, як правило, задані. Визначенню підлягає лише зовнішня зрівноважувальна сила (зрівноважувальний момент), що прикладена до вхідної ланки, при якій забезпечується прийнятий закон її руху.

Силовий розрахунок механізмів може бути виконаний різними методами. В ТММ досить широке застосування отримав *метод силового розрахунку механізмів на основі звичайних рівнянь рівноваги твердих тіл*. Суть методу зводиться до застосування рівнянь рівноваги у формі Д'Аламбера. Для цього силу інерції, яка є протидією тіла, що прискорюється, та яка прикладена до тіла, що надає це прискорення, умовно переносять на тіло, що прискорюється. Перенесена сила зрівноважується з усіма зовнішніми силами, в тому числі і з реакціями, що діють на це тіло.

Стосовно механізмів суть методу може бути сформульована так: *якщо до всіх зовнішніх сил, що діють на ланку (групу Ассура, механізм) додати сили інерції (моменти), то під дією усіх цих сил ланку (групу Ассура, механізм) можна розглядати як таку, що умовно знаходиться в рівновазі*. Цей метод дозволяє записати рівняння руху в формі рівнянь рівноваги, тим самим задачу динаміки розв'язати методами статички.

Таким чином, при застосуванні принципу Д'Аламбера до розрахунку механізмів, крім зовнішніх сил, вводяться в розрахунок сили інерції, які виникають при русі ланок і діють як додаткові (фіктивні) сили. Нагадаємо, під силою інерції розуміють кінетичну реакцію тіла на прискорення, яке надається йому ззовні. Сили інерції – це сили, обумовлені масою та рухом тіла з прискоренням. Сили інерції тіла (ланки) являють собою результат сумарної дії елементарних сил інерції кожної точкової маси тіла. Для зручності розрахунків незлічену систему елементарних сил інерції, що відповідають точковим масам, замінюють рівнодійними силами та парами. В загальному випадку, якщо тіло (ланка) здійснює плоско паралельний рух, частіше за все елементарні сили інерції зводяться до одного головного вектора сил інерції (скорочено сили інерції) $\bar{\Phi} = -m\bar{a}_s$, прикладеного в центрі мас тіла, та головного моменту сил інерції (скорочено моменту сил інерції) $\bar{M}_\phi = -I_s\bar{\varepsilon}$, де m – маса тіла; a_s – прискорення центра мас тіла; ε – кутове прискорення тіла; I_s – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас, перпендикулярно площині його руху.

Головний вектор сил інерції Φ спрямований протилежно вектору прискорення центра мас \bar{a}_s . Головний момент сил інерції \bar{M}_ϕ спрямований протилежно кутовому прискоренню $\bar{\varepsilon}$.

Метод силового розрахунку механізму з врахуванням сил інерції та застосуванням рівнянь динамічної рівноваги часто називають

кінестатичним розрахунком механізмів (*kinetostatic calculation of mechanisms*), на відміну від статичного розрахунку, при якому не враховуються сили інерції. У сучасних швидкохідних машинах слід обов'язково враховувати сили інерції ланок механізму, бо значення цих сил можуть значно перевищувати за величиною прикладене зовнішнє навантаження.

Таким чином, силовий розрахунок механізмів будемо виконувати методом кінестатики, умовно приклавши до кожної рухомої ланки механізму, крім зовнішніх сил \bar{F} (моментів \bar{M}), головний вектор $\bar{\Phi}$ та головний момент \bar{M}_ϕ сил інерції. Тоді для кожної ланки можна записати три рівняння кінестатики. Нагадаємо, для рівноваги довільної плоскої системи тіл необхідно і достатньо, щоб сума проєкцій усіх сил на кожну з двох координатних осей і сума їх моментів відносно будь-якого центра, що лежить у площині дії сил, були рівні нулю.

$$\sum F_x + \Phi_x = 0; \quad (3.6)$$

$$\sum F_y + \Phi_y = 0; \quad (3.7)$$

$$\sum M_0(\bar{F}) + \sum M + M_0(\bar{\Phi}) + M_\phi = 0. \quad (3.8)$$

Часто в розрахунках рівняння (3.6) та (3.7) замінюють одним еквівалентним векторним рівнянням

$$\sum \bar{F} + \bar{\Phi} = 0. \quad (3.9)$$

Головний вектор $\bar{\Phi}$ та головний момент \bar{M}_ϕ сил інерції визначаються з відомих формул:

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a}_s, \bar{M}_\phi = -I_s \bar{\varepsilon}.$$

Невідомі реакції визначаються з рівнянь (3.6 – (3.9), в які вони входять у складі сум $\sum F_x, \sum F_y, \sum M_0(\bar{F})$, з відомими зовнішніми силами.

Зазначимо, що викладена методика – для силового розрахунку плоских механізмів. При цьому прийнято, що механізм має площину симетрії, яка паралельна площині руху і в якій діють усі прикладені сили. Вказаній умові відповідає дуже велика кількість механізмів енергетичних, технологічних, транспортних машин та різних приладів.

При русі механізму в його кінематичній парі виникають сили тертя, що гальмують рух, знижують коефіцієнт корисної дії механізму. Силовий розрахунок може бути виконаний як з урахуванням, так і без урахування тертя.

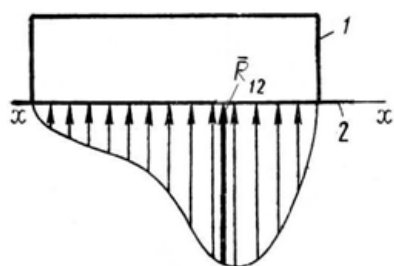


Рис. 3.10

В першому наближенні проводять розрахунок без урахування сил тертя в кінематичних парах, розглядаючи механізм як систему з ідеальними в'язями. Відзначимо, у більшості випадків сили тертя малі, порівняно з іншими силами, що діють на механізм, тому уточнений розрахунок часто не робиться.

Розглянемо дію сил в кінематичних парах. Реакція, тобто сила взаємодії ланок, що утворюють нижчу кінематичну пару, представляє собою рівнодіючу елементарних сил

(елементарних тисків однієї ланки на іншу), розподілених по поверхні дотику ланок. Відомо, сила взаємодії між двома тілами, що дотикаються (якщо нехтувати силами тертя), напрямлена по спільній нормалі до поверхні стикування. Таким чином, у поступальній Кінематичній парі всі елементарні сили, а отже і їх рівнодійна – реакція R_{12} (рис. 3.10), будуть напрямлені по нормалі до напрямної кінематичної пари $x-x$. Реакція, як і будь-яка сила, характеризується трьома параметрами: величиною (модулем), напрямком і точкою прикладання. Величина і точка прикладання реакції невідомі і повинні бути визначені в процесі силового розрахунку. Таким чином, поступальна пара вносить в рівняння (3.6)–(3.9) два невідомих параметри.

Сказане повністю стосується і реакції R_{21} , яка прикладена до ланки 2 з боку ланки 1, оскільки сили взаємодії ланок R_{12} , R_{21} зв'язані третім законом Ньютона: $\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21}$. Відзначимо, що реакції в кінематичних парах будемо позначати двома нижніми індексами: перший вказує номер ланки, на яку діє сила, другий – номер ланки, зі сторони якої діє сила.

Розглянемо обертальну кінематичну пару V класу (рис. 3.11). Якщо знехтувати силами тертя, то рівнодійна R_{12} елементарних тисків однієї ланки на іншу, напрямлена по нормалі до циліндричних поверхонь дотику обох ланок, пройде через центр шарніра O . Положення центра шарніра завжди відоме, але невідомі ні величина цієї реакції, ні її напрям. Таким чином, від кожної реакції, що діє в нижчій кінематичній парі, в розрахункових рівняннях (3.6)–(3.9) з'являться два невідомі параметри.

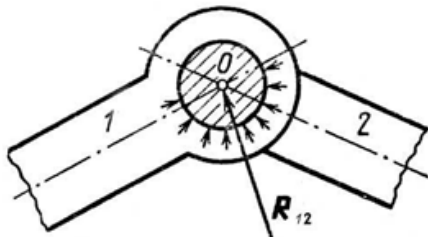


Рис. 3.11

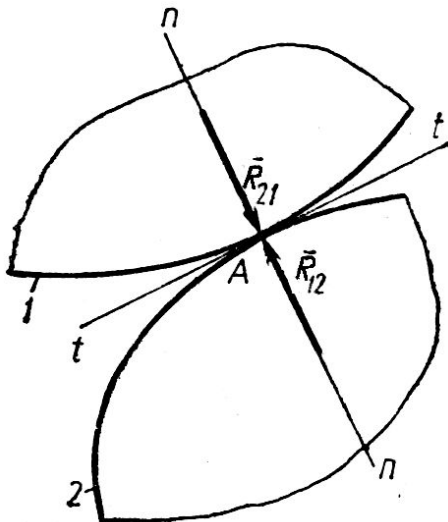


Рис. 3.12

У вищій парі IV класу (рис. 3.12) реакція R_{12} прикладена в точці A дотику ланок 1 та 2 і напрямлена вздовж спільної нормалі $n-n$ (тертя не враховується). Таким чином, для реакції R_{12} відомі як точка прикладання, так і лінія дії; невідомим є тільки її модуль.

Умови статичної визначеності плоских механізмів, кінематичних ланцюгів. Розглянемо плоский механізм, що складається з n рухомих ланок та p_5 нижчих (V класу) і у p_4 вищих (IV класу) кінематичних пар. Для цього механізму можна скласти $3n$ рівнянь рівноваги; число невідомих параметрів під час визначення реакцій у кінематичних парах цього ланцюга становитиме $2p_5 + p_4$. Щоб задача була статично визначеною, кількість рівнянь рівноваги повинна дорівнювати числу невідомих, що входить до них, тобто $3n = 2p_5 + p_4$.

Запишемо для плоского кінематичного ланцюга формулу Чебишева у вигляді $3n = 2p_5 + p_4 + W$. Порівнюючи вирази, роблять висновок: механізм без залишкових в'язей є статично визначеним. W рівнянь, що залишилися, використовуються для визначення тих зовнішніх силових факторів, які не задані в силовому розрахунку і є шуканими. В

багатьох підручниках невідомий зовнішній силовий фактор називається зрівноважувальною силою (моментом).

В той же час, для будь-якої структурної групи Ассура справедливе співвідношення $3n=2p_5+p_4$. Отже, будь-яка структурна група є статично визначеною, а тому при силовому розрахунку доцільно розглядати рівновагу окремих структурних груп.

Послідовність силового розрахунку механізмів. При силовому розрахунку невідомими будуть *внутрішні сили в кінематичних парах*, тобто реакції, та часто *зрівноважувальна сила* (момент).

Щоб визначити їх, механізм треба розкласти на групи Ассура. Оскільки групи Ассура є статично визначеними, механізм розкладається на групи Ассура та механізм I класу.

При цьому необхідно, щоб *зрівноважувальна сила* була прикладена до рухомої ланки механізму I класу. Підкреслимо, що при такому розкладанні механізму, в кожній групі Ассура невідомими будуть *тільки реакції*. Після того, як силовий розрахунок усіх груп Ассура виконано, механізм I класу також буде статично визначеним.

Підсумуємо: силовий розрахунок механізму потрібно проводити за структурними групами Ассура, починаючи з групи, яка приєднана останньою в процесі утворення механізму, і завершувати розрахунком механізму I класу. Таким чином, послідовність силового розрахунку є зворотною до послідовності кінематичного дослідження.

МОДУЛЬ 4. ДЕТАЛІ МАШИН **MODULE 4. DETAILS OF MACHINES**

ЧАСТИНА 1. ДЕТАЛІ МАШИН **PART 1. DETAILS OF MACHINES.**

Лекція 1. Основи розрахунку деталей машин. Механічні передачі.

Кінематичний розрахунок

Lecture 1. Basics of calculating machine parts. Mechanical transmissions. **Kinematic calculation**

1.1. Класифікація деталей машин. Загальні положення **Classification of machine parts. Terms**

Дисципліна *деталі машин* вивчає теорію роботи, методи розрахунку та конструювання типових деталей, методика конструювання.

Мета дисципліни – надання майбутнім фахівцям знань та практичних навичок вирішувати питання щодо конструювання та розрахунків деталей машин та їх з'єднань, механічних передач, складаних одиниць і механізмів сільськогосподарської техніки.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен:

Знати: основи теорії та розрахунку деталей і складаних одиниць машин;

типів конструкцій деталей і складаних одиниць машин, їх властивості та галузь застосування;

основи автоматизації розрахунків та конструювання деталей і складанних одиниць машин, елементів машинної графіки й оптимізації проектування.

Вміти: самостійно конструювати складанні одиниці машин загального призначення по заданим вихідним параметрам;

самостійно підбирати довідникову літературу, стандарти, а також прототипи конструкцій при проектуванні;

враховувати при конструюванні вимоги технологічності, економічності, ремонтоздатності, стандартизації, промислової естетики, уніфікації машин, охорони праці, екології;

вибирати найбільш відповідні матеріали для деталей машин і раціонально їх використовувати;

виконувати розрахунки деталей і складанних одиниць машин, користуючись довідковою літературою і стандартами;

оформлювати графічну і текстову конструкторську документацію згідно вимог систем стандартів ЕСКД і ЕСДП.

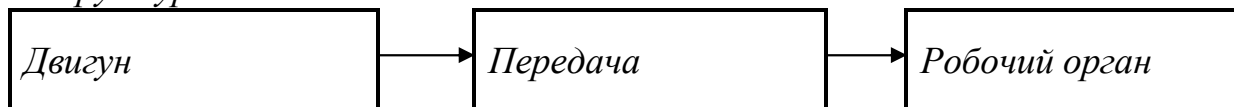
1.1.1. Класифікація деталей машин

Classification of machine parts

Деталі машин складова частина загальної науки машинознавства.

Машинобудування основна технічного прогресу. Конструктор вносить основний творчий вклад у створення матеріальних цінностей.

Структурна схема машини



Машина – пристрій для перетворення енергії, матеріалів, інформації.

Двигун – пристрій для перетворення будь-якого виду енергії в механічний рух (двигуни внутрішнього згорання, турбіни, парові машини, електродвигуни, гідروпневматичні двигуни).

Передача – призначена для передачі механічного руху від одної частини машини до іншої з перетворенням законів руху, швидкостей, крутних моментів.

Робочий орган – здійснює корисну роботу для якої призначена машина.

Різновидність машин: *транспортні, технологічні, обчислювальні, контрольно-обчислювальні.*

Транспортні машини призначені для транспортування вантажів, сільськогосподарської продукції та інше.

Технологічні машини призначені для перетворення матеріалів (верстати, преси, сільськогосподарські машини та інше).

Обчислювальні машини – ПЕОМ.

Контрольно-обчислювальні машини – ракети.

Відмінності машини – наявність механічного руху, виконання корисної роботи.

Прилади мають аналогічну структуру, призначені для реєстрації фізичних процесів і технічних вимірів.

Механічні пристрої – призначені для перетворення сил (домкрат).

Кожна машина складається з деталей, які поділяються на:

-деталі загального призначення (типові);

-деталі спеціального призначення.

Деталі загального призначення:

1. З'єднання:

а) нероз'ємні: заклепкові, зварні, пайові, клейові.

б) роз'ємні: різьбові, шпонкові, клинові, профільні, з натягом.

2. Передачі:

а) тертям: фрикційні, пасові.

б) зачепленням: зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, гвинт – гайка.

3. Деталі для забезпечення руху (поступального і обертального):

вали і осі, підшипники кочення, підшипники ковзання, муфти.

4. Деталі для підтримки всіх частин: корпусні деталі, пружини.

1.1.2. Загальні положення. Terms

Механічними передачами називаються механізми, які передають енергію від двигуна до робочих органів машини, як правило, з перетворенням руху (зміни швидкості, напрямку або закону зміни руху), зміни сил і моментів.

За допомогою механічних передач можна вирішити три основні задачі:

– отримання великих передаточних чисел (зменшення частоти обертання);

– регулювання частоти обертання веденого вала;

– забезпечення потрібної компоновки машини.

Механізми, призначені для збільшення крутного моменту за рахунок зменшення частоти обертання, називаються *силовими передачами* або *трансмисією*.

1.1.2.1. Класифікація і основні характеристики передач

В самому загальному вигляді передачі можна класифікувати за способом передачі руху:

– передачі зачепленням (вони, в свою чергу, поділяються на передачі з безпосереднім контактом ланок – зубчасті, черв'ячні, гвинт – гайка і передачі гнучким зв'язком – ланцюгові);

– передачі тертям (з безпосереднім контактом – фрикційні і передачі гнучким зв'язком – пасові).

Якщо передача має постійне передаточне число і розташована в закритому корпусі, вона називається *редуктором* (при зменшенні кутової швидкості обертання) або *мультиплікатором* (при збільшенні кутової швидкості).

Передачі із змінним передаточним числом поділяються на *коробки зміни швидкостей* (коробки передач), якщо частота обертання веденого вала змінюється ступінчасто, і *варіатори* – при плавній зміні передаточного числа.

Основними характеристиками передач є: передаточне число, потужність, яка передається; коефіцієнт корисної дії.

Передаточним числом передачі U називається відношення більшої кутової швидкості до меншої. Передаточне число не може бути менше одиниці.

Механічні передачі можуть бути одноступінчастими і багатоступінчастими. Передаточне число послідовно з'єднаних передач дорівнює добутку передаточних чисел цих передач:

$$U_{ЗАГ} = U_1 U_2 \dots U_n$$

Як відомо з курсу теоретичної механіки, потужність, яка передається обертальним рухом, дорівнює:

$$P = T\omega,$$

де T – крутний момент; ω – кутова швидкість.

Відношення потужності P_2 на веденому валу передачі до потужності P_1 на ведучому валу називається коефіцієнтом корисної дії (ККД):

$$\eta = P_2 / P_1.$$

Загальний ККД багатоступінчастої передачі визначається як добуток

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_i \dots \eta_n.$$

1.2. Види розрахунку деталей машин. Машинобудівні матеріали

Types of calculation of machine parts. Machine-building materials

1.2.1. Види розрахунку деталей машин

Types of calculation of machine parts

Машина або її складові елементи (двигун, передача, робочий орган, корпус, система керування) як такі не розраховуються на міцність, а розглядаються як складання з окремих деталей, які можуть розраховуватися на міцність, жорсткість, зносостійкість та за іншими критеріями.

В машинобудуванні існує два методи розрахунку: *проектний* і *перевірочний*. Основу складає *проектний розрахунок*, оскільки конструктору в першу чергу необхідно знати розміри деталей, які витримали б діючі навантаження і забезпечили необхідну жорсткість.

Послідовність проектного розрахунку наступна:

-визначаються навантаження, які діють в конструйованому елементі машини;

-вибирається матеріал для виготовлення деталі з урахуванням основного критерію працездатності і, якщо необхідно, зміцнюючі технології;

-визначаються допустимі напруження або запаси міцності;

-призначається основний конструктивний розмір, на підставі якого будуть, визначені всі розміри деталі;

-іноді в розрахунковий вираз може входити декілька конструктивних параметрів, тоді вони можуть бути виражені через безрозмірні коефіцієнти і основний параметр;

-розраховується основний розмір, і визначаються інші конструктивні розміри деталі або складанної одиниці, і приводяться до стандартних розмірів.

Після розробки конструкції повинен бути проведений *перевірочний розрахунок*, оскільки при конструюванні можуть відбутися зміни розмірів, форми деталі та ін.

Порядок *перевірочного розрахунку* приблизно наступний:

-реальна конструкція замінюється розрахунковою схемою;

-визначаються місця навантажень, якщо необхідно, розподілені навантаження замінюються зосередженими, які приводяться до певних точок;

-намічаються небезпечні перетини, тобто перетини, в яких може відбутися поломка;

-визначається розрахункове значення напружень або коефіцієнта запасу втомної міцності та їх значення порівнюються з допустимими.

1.2.2. Машинобудівні матеріали. Machine-building materials

Конструювання будь-якого елемента машини починається з вибору матеріалу оскільки він багато в чому визначає надійність, термін служби і економічні показники машини.

Слід мати на увазі, що вартість матеріалів складає значну частину вартості машини (у верстатах вартість матеріалів складає (65...70)%, у вантажопідйомних машинах – (70...75)%).

Металоємність вітчизняних машин і устаткування вище зарубіжного на (30...200)%. На одиницю продукції машинобудування в середньому витрачається матеріальних ресурсів в 1,5 разів більше, ніж в провідних капіталістичних країнах. В деяких випадках на підприємствах до 40% металу йде в стружку. При виготовленні деталей необхідно прагнути малої металоємності, для чого застосовувати профільний прокат, штамповані або зварні заготовки, щоб до мінімуму звести операції різанням.

Зменшення маси машин означає зниження витрат металу і вартості виготовлення. Це особливо важливо при масовому виробництві.

Але зменшення маси конструкції не повинне стати самоціллю – не повинні знижуватися міцність, жорсткість і надійність машини. Порівняльні вагові якості машин однакового призначення прийнято оцінювати показником *питомої ваги*, що є відношенням маси машини до основного параметра. Цей показник враховує ступінь конструктивної досконалості машини, ступінь застосування легких сплавів і неметалічних матеріалів.

Основними машинобудівними матеріалами є *сталі, чавуни, сплави кольорових металів, пластмаси, композитні матеріали*.

За змістом вуглецю сталі діляться на:

низьковуглецеві, що містять вуглеця до 0,25%;

середньовуглецеві – (0,25...0,6)%, високовуглецеві – (0,6...2)%.

Леговані сталі розрізняють за змістом легуючих присадок на низьколеговані до (2...2,5)%, середньолеговані із змістом присадок (2,5...10)% і високолеговані із змістом присадок більше 10%.

Присадки додають особливі властивості: жароміцність, корозійну стійкість та ін.

1.3. Критерії працездатності і розрахунку деталей машин

Criteria for performance and calculation of machine parts

Працездатність деталей машин оцінюють за одним або декількома критеріями, вибір яких обумовлений умовами роботи і характером можливого руйнування. Такими критеріями є: міцність, жорсткість, зносостійкість, тепло-стійкість, вібростійкість.

Міцність. Найважливішим критерієм працездатності всіх деталей є міцність, тобто здатність деталі чинити опір руйнуванню або виникненню пластичних деформацій під дією навантажень, прикладених до неї.

Методи розрахунків на міцність Ви вивчали в курсі механіка матеріалів і конструкцій.

У розрахунках на міцність велике значення має правильне визначення розрахункових навантажень і напружень, що допускаються. Підвищити

міцність можна шляхом вибору раціональної форми поперечного перетину деталі, усунення концентраторів напружень, введення поверхневого зміцнення.

Жорсткість. Жорсткістю називають здатність деталі чинити опір зміні форми і розмірів під навантаженням.

Зносостійкість. Зносостійкістю називають властивості матеріалу чинити опір зношуванню. Під зношуванням розуміють процес руйнування і відокремлення матеріалу з поверхні твердого тіла при терті, що виявляється в поступовій зміні розмірів або форми.

Знос (результат зношування) знижує міцність деталей, змінює характер сполучення, збільшує зазори в рухомих з'єднаннях, викликає шум.

Теплостійкість. Теплостійкістю називають здатність конструкції працювати в межах заданих температур протягом встановленого терміну служби. Перегрів деталей під час роботи – явище шкідливе і небезпечне, так як при цьому знижується їх міцність, погіршуються властивості змащувального матеріалу, а зменшення зазорів в рухливих з'єднаннях приводить до заклинювання і поломки.

Для забезпечення нормального теплового режиму роботи проводять теплові розрахунки (розрахунки черв'ячних і хвильових передач, підшипників ковзання).

Вібростійкість. Вібрації знижують якість роботи машин, збільшують шум, викликають додаткові напруження в деталях. Особливо небезпечні резонансні коливання.

1.4. Механічні передачі. Кінематичний розрахунок

Mechanical transmissions. Kinematic calculation

Механічною передачею називають механізм, що передає енергію від двигуна до робочого органу машини з перетворюванням параметрів руху.

В більшості випадків механічні передачі перетворюють параметри обертового руху, змінюючи модуль або напрям швидкості, а інколи і характер руху (обертвий рух перетворюють у поступальний).

Параметрами руху при обертальному русі є крутний момент T і кутова швидкість ω або частота обертання n , при поступальному русі – сила F і лінійна швидкість v .

Основне призначення механічних передач – це узгодження параметрів руху робочих органів машини з параметрами руху вала двигуна.

Усі механічні передачі поділяються на дві основні групи:

-передачі, що базуються на використанні сил тертя (пасові, фрикційні);

-передачі, що базуються на зачепленні (зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, гвинтові).

У свою чергу, передачі тертям та передачі зачепленням можуть здійснювати безпосереднім дотиканням ведучого та веденого елементів передачі (фрикційні, зубчасті, черв'ячні) і за допомогою проміжної гнучкої ланки – так звані передачі гнучким зв'язком (пасові, ланцюгові).

Більш детальна класифікація механічних передач буде розглянута нижче щодо вивчення конкретних видів передач.

Основні характеристики передач: потужність P_1 на вході і P_2 на виході, Вт; швидкохідність, яка виражається частотою обертання n_1 на вході і n_2 на виході, об/хв. або кутовими швидкостями ω_1 і ω_2 , рад/с.

Коефіцієнт корисної дії (ККД)

$$\eta = P_2 / P_1 \quad \text{або} \quad \eta = 1 - P_r / P_1, \quad (4.1)$$

де P_r – втрати потужності в передачі.

Передаточне відношення

$$i = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2. \quad (4.2)$$

При $i > 1$, тобто, $n_1 > n_2$ – передача знижуюча і називається *редуктор*. При $i < 1$, тобто, $n_1 < n_2$ – передача підвищуюча або *мультиплікатор*.

Передачі виконують з постійним або змінним передаточним відношенням. Регулювання, тобто зміна передаточного відношення може бути ступінчасте і безступінчасте. Ступінчасте регулювання виконують за допомогою коробок швидкостей із зубчастими колесами, пасових передач з ступінчастими шківками та ін.; безступінчасте регулювання – за допомогою фрикційних або ланцюгових варіаторів.

Механічні передачі ступінчастого регулювання мають високу працездатність і тому знаходять широке застосування.

Механічні передачі безступінчастого регулювання мають менше навантаження та мають менше розповсюдження. Їх застосовують в основному для малих потужностей (до 10...15) кВт.

У розрахунках механічних передач зустрічають такі параметри, як *колова швидкість* та *колова сила*.

Колова швидкість v – це лінійна швидкість точок оберткової ланки передачі, розміщених на відстані $d_1 / 2$ або $d_2 / 2$ від осі обертання:

$$v = v_1 = \omega_1 d_1 / 2; \quad v = v_2 = \omega_2 d_2 / 2. \quad (4.3)$$

Колова сила F_t – це сила, що діє на ланку передачі, спричинюючи її обертання або створюючи опір обертанню, і спрямована по дотичній до траєкторії (кола) руху точки її прикладання:

$$F_t = F_{t1} = 2T_1 / d_1; \quad F_t = F_{t2} = 2T_2 / d_2. \quad (4.4)$$

При розрахунку передач часто використовують наступні залежності між параметрами:

потужність через колову силу і колову швидкість колеса, шківки, барабана та ін.:

$$P = F_t v / 10^3, \quad (4.5)$$

де P – потужність, Вт; F_t – колова сила, Н; v – швидкість, м/с; обертаючого моменту через потужність і кутову швидкість:

$$T = P / \omega. \quad (4.6)$$

Тут T – обертаючий момент, Нм; P – потужність, Вт; ω – кутова швидкість, рад/с, $\omega = \pi i / 30$.

Зв'язок між обертаючими моментами на ведучому T_1 і веденому T_2 валах через передаточне відношення i і ККД η в лінії передачі між цими валами у напрямі потоку потужності:

$$T_2 = T_1 \cdot i \cdot \eta. \quad (4.7)$$

У приводах машин можуть застосовуватись кілька послідовно розміщених механічних передач 1 – 4 (див. рис.). У цьому разі загальне передаточне відношення привода та його ККД визначаються за наведеними нижче формулами:

$$\omega_2 = \omega_1 / i_1; \quad \omega_3 = \omega_2 / i_2 = \omega_1 / (i_1 \cdot i_2);$$

$$\omega_4 = \omega_3 / i_3 = \omega_1 / (i_1 \cdot i_2 \cdot i_3).$$

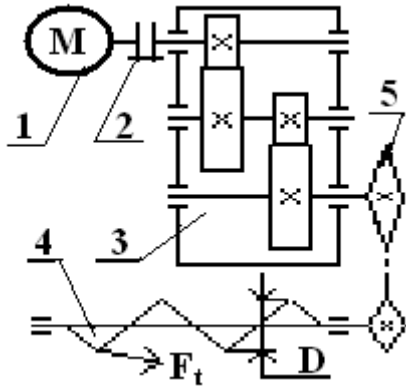


Рис.

Загальне передаточне відношення привода

$$i = \omega_1 / \omega_4 = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3. \quad (4.8)$$

Отже, загальне передаточне число привода, що складається з кількох механічних передач, дорівнює добутку передаточних чисел його складових передач.

Зв'язок між потужностями на окремих валах привода (рис. 3.1) запишемо у вигляді

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1; \quad P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = P_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2; \quad P_4 = P_3 \cdot \eta_3 = P_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3.$$

Відповідно ККД всього приводного механізму

$$\eta = P_4 / P_1 = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3. \quad (4.9)$$

ККД привода, що складається з кількох механічних передач, дорівнює добутку ККД всіх його складових передач.

Лекція 2. Зубчасті передачі

Lecture 2. Gears

2.1. Загальні відомості та класифікація

General information and classification

Принцип дії зубчастої передачі заснований на зачепленні пари зубчастих коліс (рис. 4.1).

За розташуванням осей валів розрізняють: передачі із паралельними осями, які виконують із циліндричними колесами зовнішнього або внутрішнього зачеплення (рис. 4.1, а, б), передачі із валами, осі яких перетинаються, – конічні (рис. 4.1, в), передачі із валами, осі яких перехрещуються: черв'ячні (рис. 4.1, г), циліндричні гвинтові (рис. 4.1, д). Крім того, застосовують передачі між зубчастим колесом і рейкою (рис. 4.1, е).

По розташуванню зубів на колесах розрізняють передачі: *прямозубі та косозубі*.

За формою профілю зуба розрізняють: *евольвентні та із круговими зубами*. Найбільш поширений евольвентний профіль зуба, запропонований Ейлером в 1760 році. Він має ряд технологічних та експлуатаційних переваг.

Круговий профіль запропонований М.Л. Новиковим в 1954 році. Цей профіль має підвищену здатність навантаження, проте дуже вимогливий до мастила.

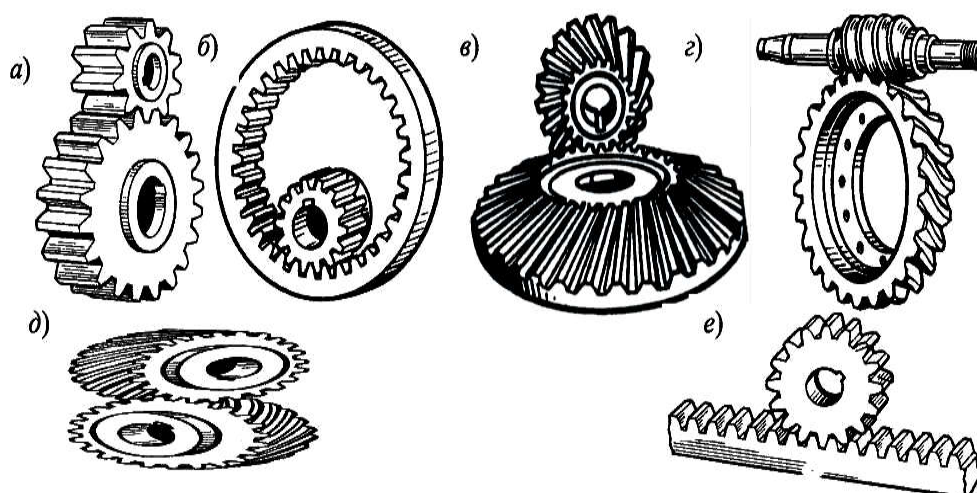


Рис. 4.1. Зубчасті передачі

Оцінка та застосування. Основні переваги зубчастих передач: висока здатність навантаження і, як наслідок, малі габарити; велика довговічність та надійність роботи (до 30000 годин); високий ККД – до 0,97...0,98 в одному ступені; постійність передаточного відношення (відсутність проковзування); можливість застосування в широкому діапазоні швидкостей (до 150 м/с), потужностей (до десятків тисяч кВт) і передаточних відношень (до декількох сотень і навіть тисяч).

До недоліків зубчастих передач можна віднести: підвищені вимоги до точності виготовлення; шум при великих швидкостях; високу жорсткість, що не дозволяє компенсувати динамічні навантаження.

Проте наведені недоліки не знижують істотної переваги зубчастих передач перед іншими. Внаслідок цього зубчасті передачі знайшли найширше розповсюдження у всіх галузях техніки.

Зі всіх перерахованих різновидів зубчастих передач найбільш розповсюджені передачі із циліндричними колесами, як найпростіші у виготовленні та експлуатації, надійні і малогабаритні. Конічні, гвинтові та черв'ячні передачі застосовують лише в тих випадках, коли це необхідно за умов компоновки машини.

2.2. Геометричні та кінематичні параметри

2.2. Geometric and kinematic parameters

Менше із пари зубчастих коліс називають *шестернею*, а більше – *колесом*. Термін «зубчасте колесо» є загальним. Параметрам шестерні приписують індекс 1, а параметрам колеса–2 (рис. 4.2) Крім того, розрізняють індекси, що відносяться: w –до початкової поверхні або кола;

b – до основної поверхні або кола; a –до поверхні або кола вершин і головок зубів; f –до поверхні або кола западин і ніжок зубів. Параметрам, що відносяться до ділильної поверхні або кола, додаткового індексу не приписують.

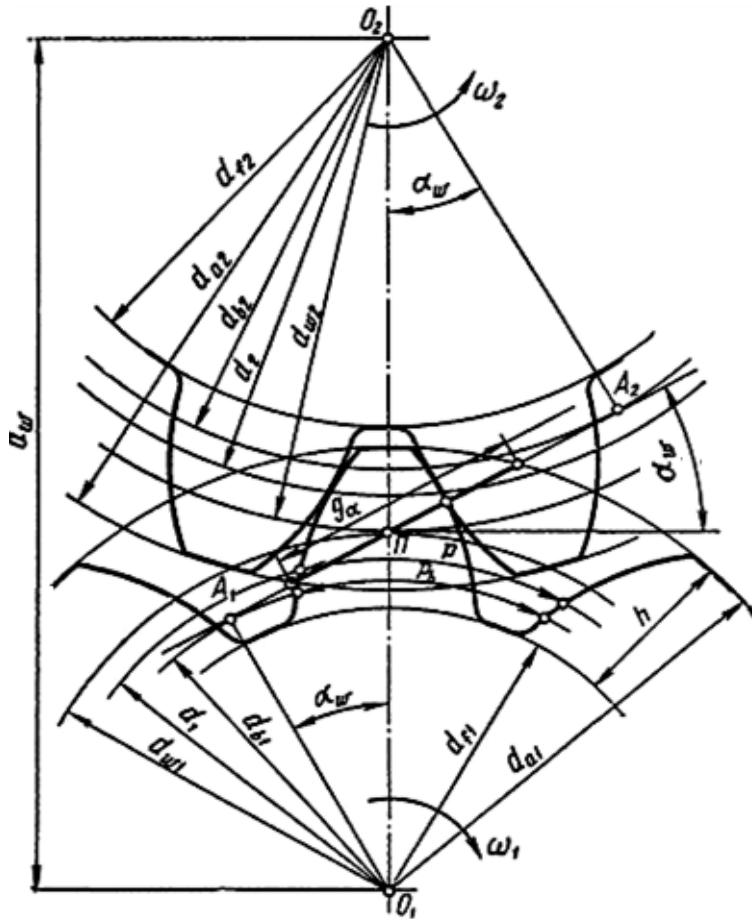


Рис. 4.2. Основними геометричними параметрами зубчастих коліс

контуру, стандартне значення $\alpha = 20^\circ$; α_w – кут зачеплення або кут профілю початковий, визначається виразом $\cos \alpha_w = (a \cdot \cos \alpha) / a_w$. Основна характеристика розмірів зубів, коловий модуль зубів, визначається як $m = p / \pi$. Значення модулів стандартизовані в діапазоні 0,05...100 мм.

Основними геометричними параметрами зубчастих коліс є (рис. 4.2):
 – ділительний діаметр (діаметр кола, по якому обкачується інструмент при нарізуванні) $d = pz / \pi = mz$;

– основний діаметр (діаметр кола, розгорткою якої є евольвенти зубів)
 $d_b = d \cdot \cos \alpha$;

– початкові діаметри d_{w1} і d_{w2} (діаметри кіл, по яких пари зубчастих коліс обкачуються в процесі обертання):

$$d_{w1} = 2a_w / (i + 1); d_{w2} = 2a_w - d_{w1}.$$

У передач без зсуву і при сумарному зсуві $\chi_\Sigma = 0$ початкові і ділительні кола співпадають, тобто:

$$d_{w1} = d_1 = mz; d_{w2} = d_2 = mz$$

Для коліс без зсуву: $h = 2,25m$; $d_a = d + 2m$; $d_f = d - 2,5m$.

A_1A_2 – лінія зачеплення (загальна дотична до основних кіл);

g_a – довжина активної лінії зачеплення (що відсікається колами вершин зубів);

Загальні поняття про параметри пари зубчастих коліс та їх взаємозв'язок простіше всього з'ясувати, розглядаючи прямозубі колеса. При цьому особливості косо-зубих коліс розглядають окремо. Число зубів шестерні і колеса відповідно: z_1 і z_2 . Передаточне число $u = z_2 / z_1$ – відношення більшого числа зубів до меншого, тобто u завжди більше 1, цей параметр зручний при розрахунках зубчастих пар по контактним напруженням (не плутати з передаточним відношенням i). Ділительний коловий крок зубів – p (рівний кроку початкової зубчастої рейки); p_b – основний коловий крок зубів, $p_b = p \cdot \cos \alpha$; α – кут профілю ділительний, рівний куту профілю початкового

П – полюс зачеплення (точки дотику початкових кіл і одночасно точки перетину лінії центрів коліс O_1O_2 із лінією зачеплення).

Коефіцієнта торцевого перекриття $\varepsilon_a = g_a / p_b$.

За умов безперервності зачеплення і плавності ходу передачі повинно бути $\varepsilon_a > 1$.

2.3. Точність виготовлення коліс та її вплив на якість передачі

Accuracy of wheel manufacturing and its influence on transmission quality

Основними помилками виготовлення зубчастих коліс є: помилка кроку і форми профілю зубів, помилка у напрямі зубів щодо утворюючої ділильного циліндра.

Помилка кроку і профілю порушує кінематичну точність і плавність роботи передачі. В передачі зберігається постійним тільки середнє значення передаточного відношення i . Миттєві значення i в процесі обертання змінюються. Коливання передаточного відношення особливо небажані в кінематичних ланцюгах, що виконують стежачі, ділильні і вимірювальні функції. В силових швидкохідних передачах з помилками кроку і профілю пов'язані додаткові динамічні навантаження, удари і шум в зачепленні.

Помилки у напрямі зубів в поєднанні з перекосом валів викликають нерівномірний розподіл навантаження по довжині зуба.

Точність виготовлення зубчастих передач регламентується стандартом (ГОСТ 1643-81), який передбачає 12 ступенів точності. Кожний ступінь точності характеризується трьома показниками:

1) *нормою кінематичної точності*, що регламентує найбільшу погрішність передаточного відношення або повну погрішність кута повороту зубчастого колеса в межах одного обороту (в зачепленні із еталонним колесом); 2) *нормою плавності роботи*, що *регламентує* циклічні помилки передаточного відношення або кута повороту, що *багато разів* повторюються, в межах одного обороту; 3) *нормою контакту зубів*, *регламентуючої помилки* виготовлення зубів і збірки передачі, впливаючи на розміри плями контакту в зачепленні (розподіл навантаження по довжині зуба).

Ступінь точності вибирають залежно від призначення і умов роботи передачі, в першу чергу залежно від коллої швидкості. Найбільше розповсюдження мають 6, 7, 8 і 9 ступені точності.

Щоб уникнути заклинювання зубів в зачепленні повинен бути боковий зазор. Розмір зазору регламентується видом сполучення зубчастих коліс. Згідно ГОСТ 1643-81 встановлюється шість видів сполучень, що позначаються А, В, С, D, Е, Н, при яких реалізуються по величині гарантовані зазори, і вісім допусків на боковий зазор: x , y , z , a , b , c , d , h . Позначення дані в порядку убудання величини гарантованого зазору і допуску на зазор. Тут x , y , z – додаткові допуски.

Оскільки величина бокового зазору залежить від зміни міжосьової відстані, ГОСТ 1643-81 встановлює шість класів відхилень міжосьової відстані,

що позначаються в порядку убудування точності цифрами від I до VI. Наприклад, для сполучень H і E відповідає II клас точності міжосьової відстані.

Умовне позначення точності зубчастого колеса включає групу цифр – ступені точності і групу букв – види сполучень і допуски на них. Наприклад: 7-6-7-Bx ГОСТ 1643-81, означає: 7–ступінь точності за нормами кінематичної точності; 6 – за нормами плавності; 7–за нормами контакту; B – вид сполучення, x- вид допуску на сполученні.

Види руйнування зубів. При передачі крутного моменту в зачепленні окрім нормальної сили F_n виникає сила тертя $F_{тр} = F_n f$, дія якої виявляється при ковзанні профілів. Під дією цих сил матеріал зуба знаходиться в складному напруженому стані. На робочих поверхнях виникають періодичні контактні напруження σ_H , в перетинах зуба – періодичні нормальні напруження згину σ_F . Для кожного зуба ці напруження не є постійно діючими. Вони змінюються в часі по деякому перевчистому віднульовому циклу.

Час дії σ_F за один оборот колеса t_1 дорівнює тривалості зачеплення одного зуба t_2 . Напруження σ_H діє ще менше часу. Цей час дорівнює тривалості перебування в зачепленні даної точки поверхні зуба з урахуванням зони розповсюдження контактних напружень.

Змінність напружень є причиною втомного руйнування зубів: поломки зубів від напруження згину та викришування поверхні від контактних напружень.

Розрізняють два види поломки зубів: *поломка від великих перевантажень* ударної або статичної дії; втомна поломка, що походить від дії змінних напружень протягом порівняно тривалого терміну служби. Для попередження втомних поломок особливе значення мають заходи по усуненню концентраторів напружень (рисок від обробки, раковин, тріщин та ін.).

Загальні заходи попередження поломки зубів – збільшення модуля, позитивний зсув при нарізуванні зубів, термообробка, наклеп, зменшення концентрації навантаження по краях (жорсткі вали, зуби із зрізуючими кутами).

Пошкодження поверхні зубів. Всі види пошкодження поверхні зубів (рис. 4.3) пов'язані з контактними напруженнями і тертям.

Втомне викришування від контактних напружень (рис. 4.3,а) є основним видом руйнування поверхонь зубів закритих передач, із доброю змазкою.

Викришування (спочатку утворюються оспини, потім раковини) починається поблизу полюсної лінії на ніжках зубів, там, де навантаження передається однією парою зубів, а ковзання і перекочування зубів направлено так, що масло запресовується в тріщини і сприяє викришуванню матеріалу.

Основні заходи попередження викришування: підвищення твердості матеріалу шляхом термообробки; підвищення ступеня точності, особливо по нормі контакту зубів.

Абразивний знос (рис. 4.3, б) є основною причиною виходу з ладу передач при поганій змазці. Це, як правило, відкриті передачі або погано захищені від пилу закриті передачі. Основні заходи попередження зносу – підвищення

твердості поверхні зубів, захист від забруднення, застосування спеціальних мастил.

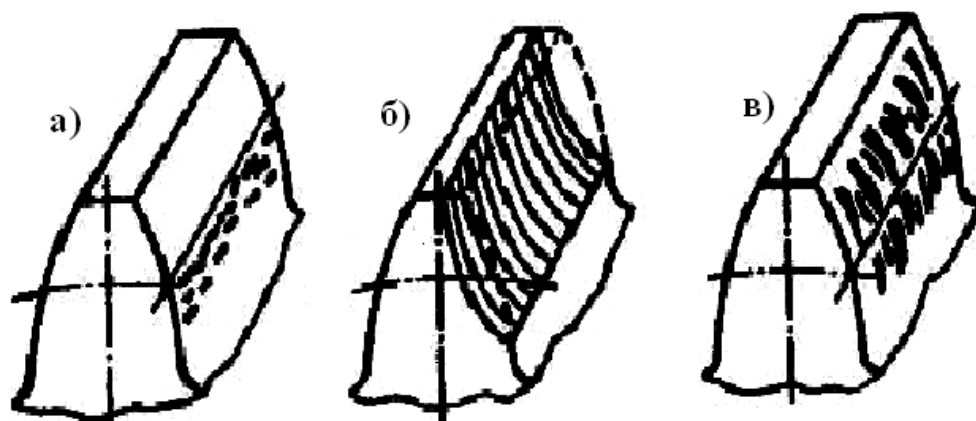


Рис. 4.3. Види пошкодження поверхні зубів

Заїдання (рис. 4.3, в) спостерігається переважно у високонавантажених і високошвидкісних передачах. В місцях стикання зубів цих передач розвивається висока температура, сприяюча розриву масляної плівки і утворенню металевих контактів. Тут відбувається як би зварювання частинок металу з подальшим відривом їх від менш міцної поверхні. Нарости, що утворилися, задирають робочі поверхні зубів у напрямі ковзання. Заходи попередження заїдання – ті ж, що і проти зносу. Бажано фланкування зубів (зріз верхніх кромки зуба) та інтенсивне охолодження мастила.

Із всіх видів руйнування поверхні зубів найбільш поширено і вивчено викришування. Це дозволило виробити норми допустимих контактних напружень, що знімають викришування протягом заданого терміну служби. Розрахунки по контактних напруженнях, що застерігають викришування, отримали застосування в практиці конструювання.

В сучасній методиці розрахунків з двох напружень σ_H і σ_F в якості основних в більшості випадків прийняті контактні напруження, оскільки в межах заданих габаритів коліс σ_H залишаються постійними, а σ_F можна зменшити шляхом збільшення модуля.

2.4. Розрахунок прямозубих циліндричних передач на міцність Calculation of spur gears for strength

2.4.1. Сили в зачепленні прямозубої циліндричної передачі Forces in the gears of spur gears

Знання сил в зачепленні необхідне для розрахунку на міцність зубів коліс, валів та їх опор. Сили в зачепленні визначають в полюсі П в зоні однопарного зачеплення (рис. 4.4), тобто в зоні найбільшого навантаження зубів. Розподілену уздовж лінії контакту зубів навантаження замінимо результуючим вектором F_n в нормальній площині до лінії контакту. Даний вектор розкладається по осях координат в прямозубій передачі в коловому F_t і в радіальному F_r напрямках (рис. 4.4).

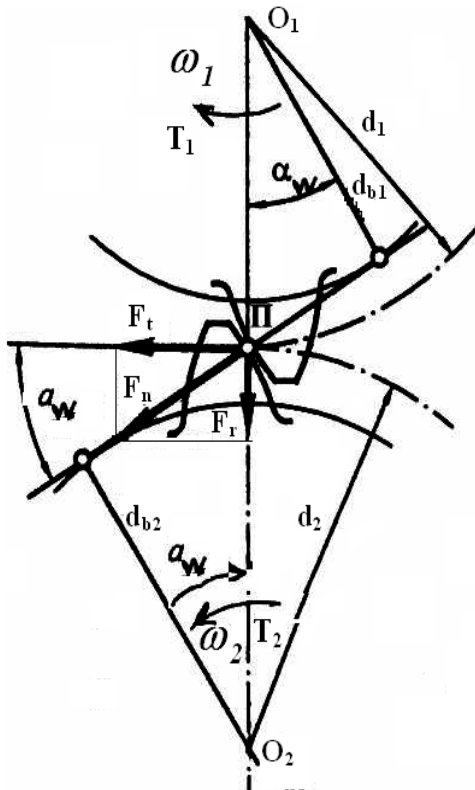


Рис. 4.4. Сили в зачепленні прямозубої циліндричної передачі

При виводі формул приймають такі спрощення і допущення: зуб розглядають як консольну балку прямокутного перерізу, що працює на згин і стискання; все навантаження, що діє в зачепленні, передається однією парою зубів і прикладена до їх вершин; навантаження рівномірно розподілено по довжині зуба b_w .

При заданому крутному моменті T_1 на шестірні і T_2 на колесі і без урахування сили тертя в зачепленні, матимемо: колова сила шестірні і колеса відповідно

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{w1}}; F_{t2} = \frac{2T_2}{d_{w2}}; \text{радіальні сила } F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_w.$$

Нормальна сила F_n може бути виражена через колову силу, тобто

$$F_n = \frac{F_{t1}}{\cos \alpha_w}. \quad (4.10)$$

2.4.2. Розрахункове навантаження.

Design load

При роботі передачі в зубчастому зачепленні виникають додаткові

навантаження через помилки виготовлення деталей та їх деформацій або особливих умов експлуатації.

Розрахункове навантаження при визначенні міцності зубів рівне добутку номінального навантаження і коефіцієнта навантаження $K > 1$. Коефіцієнт навантаження визначається окремо для контактних напружень K_H і для напружень згину K_F , таким чином:

$$\left. \begin{aligned} K_H &= K_{H\beta} K_{HV} K_{H\alpha} \\ K_F &= K_{F\beta} K_{FV} K_{F\alpha} \end{aligned} \right\}, \quad (4.11)$$

де $K_\beta (K_{H\beta}, K_{F\beta})$ – коефіцієнти, що враховують нерівномірність розподілу навантаження по довжині контактних ліній (їх значення лежать в межах 1,05... 1,2);

$K_V (K_{HV}, K_{FV})$ – коефіцієнти, що враховують додаткове динамічне навантаження, що виникає внаслідок неточності виготовлення коліс (залежно від ступеня точності приймають значення в діапазоні від 1,05 до 1,5);

$K_\alpha (K_{H\alpha}, K_{F\alpha})$ – коефіцієнти, що враховують розподіл навантаження між зубами (залежності від ступеня точності та колової швидкості, діапазон зміни від 1,02 до 1,1).

Розкриємо зміст вказаних коефіцієнтів.

Коефіцієнти нерівномірності розподілу навантаження по довжині контактних ліній ($K_{H\beta}, K_{F\beta}$). Концентрація виникає внаслідок помилок наряду зубів, пружних деформацій зубів, валів та їх опор. Внаслідок

вказаних причин профілі зубів випробовуватимуть різне навантаження по довжині лінії зіткнення. При навантаженні крутними моментами зуби деформуються і контактують по всій довжині. Навантаження розподілиться по довжині контактної лінії нерівномірно, так переміщення перетинів зуба однакові.

Коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження K_β визначається відношенням $q_{\max} / q_{\text{сер}}$ і залежить від кута перекосу, ширини колеса b_w (або $\psi_{b_w,d} = b_w / d_1$) і розташування коліс щодо опор.

При проектувальному розрахунку передачі ГОСТ 21354-87 рекомендує визначати коефіцієнти концентрації навантаження $K_{H\beta}$, $K_{F\beta}$ по графіках залежно від відносної ширини колеса, твердості матеріалу і розташування коліс щодо опор.

Динамічне навантаження в зачепленні (K_{HV} , K_{FV}). На величину додаткового динамічного навантаження роблять вплив помилки основного кроку зубів, регламентовані кінематичною точністю, деформації від згину зубів під навантаженням, змінна жорсткість зубів і опор валу на підшипниках кочення, колова швидкість.

Істотну роль у формуванні додаткового динамічного навантаження грають помилки основного кроку зубів і деформація зубів при згині, які викликають ударні навантаження на вході зубів в зачеплення (рис. 4.5).

Ці навантаження відсутні, якщо контакт зубів відбувається по лінії зачеплення A_1A_2 , а їх основні кроки рівні $p_{b1} = p_{b2}$. Якщо крок зубів шестірні менше кроку зубів колеса, то контакт виникне в точці b' . Для контакту по лінії зачеплення кроки вирівнюються в результаті деформації, виникає удар і зміна миттєвого передаточного відношення. Сила удару залежить від величини помилки кроку, жорсткості зубів, колової швидкості та ін.

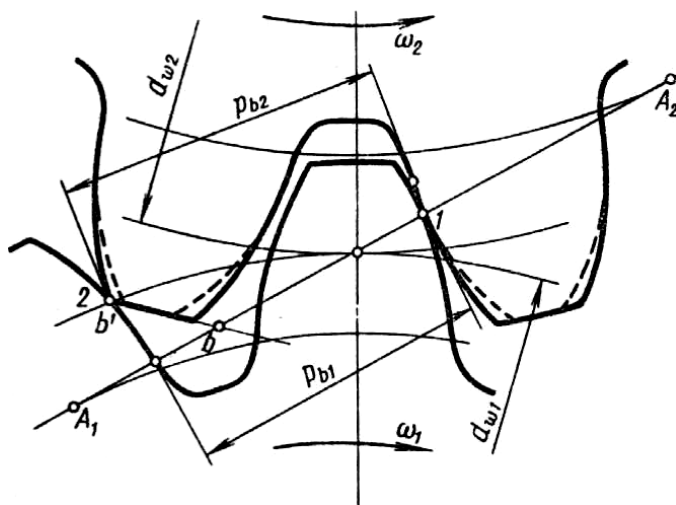


Рис 4.5. До питання додаткового динамічного навантаження

2.4.3. Розрахунок прямозубих коліс на міцність

Calculation of spur gears for strength

Зубчасті колеса розраховують на контактну і згинальну міцність.

2.4.3.1. Розрахунок на контактну міцність

За розрахункове положення зубів зчепленої пари приймається торкання зубів в полюсі зачеплення Π (рис. 4.6, *a*), оскільки викришування поверхонь починається у початковій лінії. Довжина l_k контактної лінії для прямозубої

передачі із коефіцієнтом перекриття $2 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1$ змінюється в процесі зачеплення, приймаючи два значення: $2 b_w$ – в зоні двопарного зачеплення і b_w –

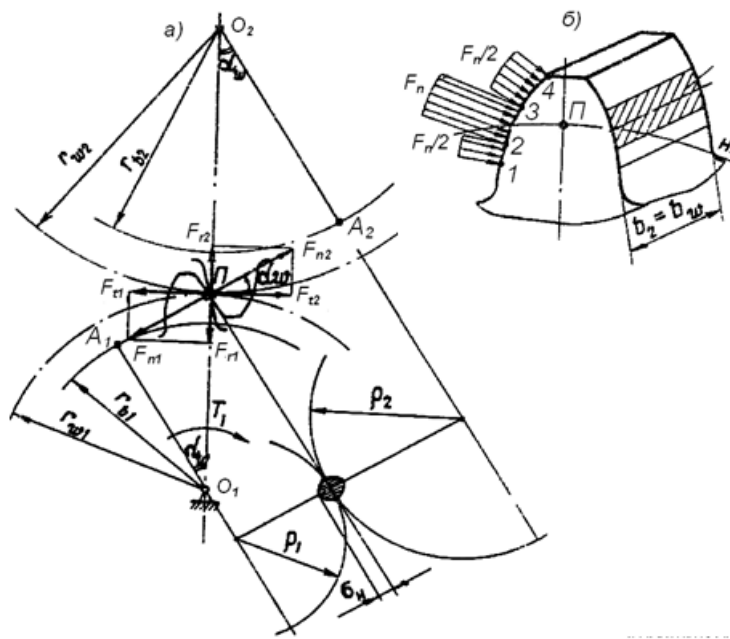


Рис 4.6. До розрахунків на контактну міцність

в зоні однопарного зачеплення (рис. 4.6, б). Торкання двох евольвентних зубів в процесі розрахунку апроксимуємо торканням двох кругових циліндрів, радіуси яких рівні радіусам кривини евольвентних профілів в точці їх контакту ρ_1 і ρ_2 .

Далі використовується формула Герца для випадку контакту 2-х циліндрів, що мають погонне навантаження в зоні контакту q_H . За величиною цього навантаження визначаються максимальні контактні напруження і порівнюються з допустимими.

ми.

В якості вихідної прийемо формулу Герца:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q_H}{\rho_{np}} \cdot \frac{E_{np}}{2\pi(1-\mu^2)}} \leq [\sigma_H] \quad (4.12)$$

Тут q_H погонне навантаження в зоні контакту, що визначається за виразом:

$$q_H = \frac{F_n}{l_K} K_{H\beta} \cdot K_{H\nu}, \quad (4.13)$$

де F_n – нормальна сила в зачепленні (за виразом 4.1); $K_{H\beta}$ – коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по лінії контакту; $K_{H\nu}$ – коефіцієнт, що враховує додаткові динамічні навантаження, які є слідством неточності зубчастих коліс; l_K – довжина контактної лінії в розрахунковому положенні.

Вираз (4.12) після перетворень матиме вид:

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_M \sqrt{\frac{w_{Ht}(i \pm 1)}{d_{w1} \cdot i}} \leq [\sigma_H] \quad (4.14)$$

Тут Z_H – враховує геометрію зачеплення; Z_ε – враховує ефект двопарної зони зачеплення; Z_M – враховує властивості матеріалу зубчастих коліс.

Формула (4.14) при підстановці параметрів матеріалів (наприклад, для сталевих зубчастих коліс при $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа і $\mu = 0,3$, величина $Z_M = 275$ МПа), придбає наступний вигляд:

$$\sigma_H = K \sqrt{F_t(i+1) / (d_2 \cdot b_2 \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\nu} \cdot K_{H\beta})} \leq [\sigma_H] \quad (4.15)$$

Тут допоміжний коефіцієнт K : для прямозубих передач $K = 436$, для косозубих передач $K = 376$.

2.4.3.2. Розрахунок на згинальну міцність Calculation for bending strength

У формулі розрахунку σ_H не враховується число зубів коліс z . Проте, цей параметр вельми важливий і його вплив на міцність розглядається при розрахунку на згинальну міцності.

За розрахункове положення зуба приймають торкання його вершиною (початок або кінець зачеплення), при цьому вважають, що все навантаження сприймається однією парою зубів (рис. 4.6), а зачепленням другої пари нехтують. До вершини зуба прикладена нормальна сила F_n (рис. 4.7): профіль балки рівного опору (S – товщина зуба в небезпечному перерізі; l – плече згинальної сили; b_w – довжина зуба; F_n – нормальна сила, що діє на зуб).

Введемо поняття *розрахункова нормальна сила* $F_{n\text{ розр}}$, яка рівна

$$F_{n\text{ діє}} = F_t \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{F_t}{\cos \alpha} K_{F\beta} \cdot K_{FV}. \quad (4.16)$$

Перенесемо цю силу по лінії її дії на ось симетрії зуба і розкладемо на складові F_{t1} і F_{r1} (рис. 4.8). Одна складова (F_t) згинає зуб, друга (F_r) – стискає. Вважаємо, що зуб є балкою змінного перетину, при цьому максимальні згинальні напруження виникають у підставі зуба. Крім того, у підставі існує концентрація напружень, яка може бути врахована теоретичним коефіцієнтом концентрації α_σ . Експериментально встановлено, що розвиток втомних тріщин розпочинається на стороні розтягу, хоча тут сумарні напруження від згину і стиску менше ніж на стороні стискання. Тому розрахункова залежність виводиться для напружень розтягу.

Номинальне сумарне напруження складає

$$\sigma_\Sigma = \sigma_{зг} - \sigma_{ст} = \frac{M_{зг}}{W_{зг}} - \frac{F'_r}{A} = \frac{F'_t \cdot 1.6}{b_w \cdot s^2} - \frac{F'_r}{b_w \cdot s}. \quad (4.17)$$

Після ряду перетворень і підстановок можна отримати формулу для визначення максимальних місцевих напружень і записати умову

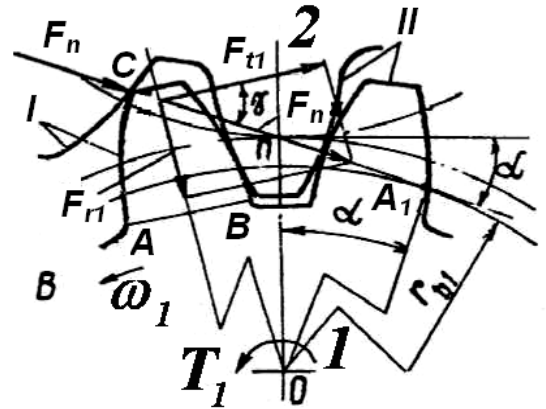


Рис 4.7. Зачеплення зубів

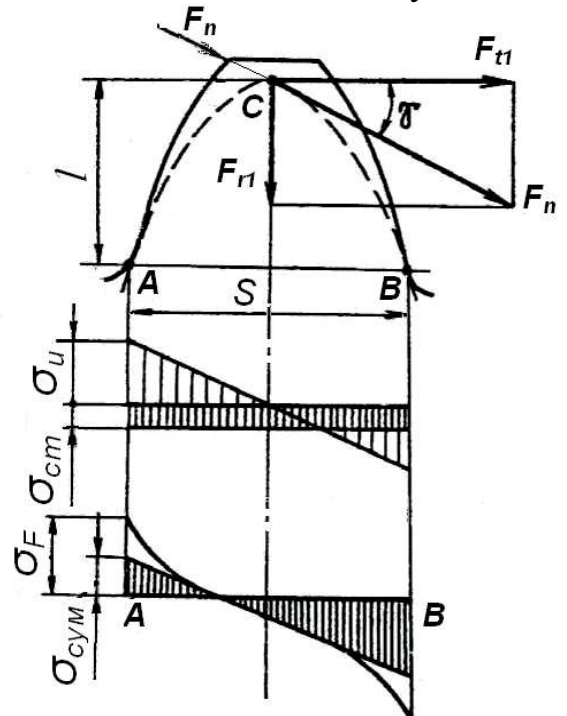


Рис 4.8. Розрахунок на згинальну міцність

міцності

$$\sigma_F = \sigma_\Sigma = \frac{\omega_{Ft} \cdot Y_F}{m} \leq [\sigma_F]. \quad (4.18)$$

де m – модуль зачеплення; ω_{Ft} – питома колова розрахункова сила, віднесена до діаметру ділительного кола; Y_F – коефіцієнт форми зуба.

Коефіцієнт Y_F залежить від числа зубів z (або для косозубих коліс від еквівалентного числа зубів z_v), коефіцієнта зсуву їх початкового контуру і від радіуса викружки у підставі зуба, який визначається формою ріжучої кромки інструменту.

Оскільки числа зубів у шес-тірні і колеса, як правило, різні, тому значення Y_{F1} і Y_{F2} також розрізнятимуться і, відповідно, матимуть різні значення напружень σ_{F1} і σ_{F2} . Допустимі напруження, також можуть виявитися різними для шестірні і колеса. Тому розрахунок по згинальним напруженням проводять і для шестірні і для колеса за наступними формулами

$$\text{для шестірні } \sigma_{F1} = \frac{\omega_{Ft} \cdot Y_{F1}}{m} \leq [\sigma_{F1}]; \quad (4.19)$$

$$\text{для колеса } \sigma_{F2} = \sigma_{F1} \frac{Y_{F2}}{Y_{F1}} \leq [\sigma_{F2}].$$

2.4.4. Розрахунок косозубих циліндричних передач Calculation of spur gears

В основі розрахунку косозубих передач на контактну міцність і згин закладені ті ж самі передумови, що і для прямозубих, але є особливості, які враховуються при визначенні нормальної сили в зачепленні, приведенного радіуса кривизни, довжини контактної лінії і коефіцієнтів форми зубів. Крім того, доводиться враховувати нерівномірність розподілу навантаження між зубами, оскільки сумарний коефіцієнт перекриття в косозубій передачі приймається більше двох ($\varepsilon_\gamma > 2$).

Косозубі колеса виконуються, як правило, без зсуву початкового контуру ($x_1=x_2=0$), тому вся розрахункова залежність відноситься до випадку, коли початкові кола співпадають з ділительними.

2.4.4.1. Сили в зачепленні косозубих коліс Forces in the engaged helical gears

Рівнодіюча нормальних сил в контактні зубів косозубих коліс вважається прикладеною по середині зубчастого вінця в полюсі зачеплення (рис. 4.9). Силу F_n розкладають на складові: колову F_t , радіальну F_r і осьову F_a . В нормальній площині перетину зуба (n-n) силу F_n розкладають на дві складові: дотичну до ділительних циліндрів силу $F_c = F_n \cos a_n$ і радіальну силу $F_r = F_c \operatorname{tg} a_n$, де a_n – кут профілю зуба в нормальному перетині (при $x_\Sigma = 0$), $a_n = a$, тобто кут профілю зуба рівний профільному куту початкового контуру).

Далі силу F_c розкладають на колову F_t і осьову F_a :

$$F_t = F_c \cdot \cos \beta = F_n \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta; F_a = F_t \operatorname{tg} \beta. \quad (4.20)$$

Тут β – кут нахилу зуба на ділительному циліндрі.

При заданому моменті на шестірні отримаємо

$$F_t = 2T_1 / d_1; F_a = F_t \cdot \operatorname{tg}\beta; F_r = F_t \cdot \operatorname{tg}\alpha / \cos\beta. \quad (4.21)$$

$$\text{Маємо } F_n = \frac{F_t}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}. \quad (4.22)$$

Отримані значення складових нормальної сили використовуються при визначенні реакцій в опорах валів. На рис. 4.10 показаний паралелепіпед сил, діючих в зачепленні косозубої передачі. Вектор F_w , рівний геометричній сумі колової і радіальної складових і розташований в торцевій площині. Вектори сил F_n і F_w розташовані в площині зачеплення. Кут між ними рівний β_b ($\beta_b < \beta$), тобто куту нахилу зубів на основних циліндрах. В деяких випадках зручніше виразити нормальну силу F_n через кут β_b , замість β . Із прямокутних трикутників, утворюваних векторами сил F_a, F_w, F_n і F_t, F_r, F_w, F_n , отримуємо наступне

$$F_n = \frac{F_w}{\cos\beta_b} = \frac{F_t}{\cos\beta_b \cdot \cos\alpha_t}, \quad (4.23)$$

де α_t – кут зачеплення в торцевій площині.

З формули (4.23) виходить, що за інших рівних умов результуюча сила F_n , діюча на зуб в косозубій передачі, буде більше, ніж в прямозубій.

Довжина контактної лінії. Параметри косозубої передачі вибираються такими, щоб сумарний коефіцієнт був більше двох, тобто в зачепленні знаходилося не менше двох пар зубів. В косозубих передачах це забезпечується за рахунок того, що сумарний коефіцієнт перекриття ϵ_γ

$$\text{включає додаток } \epsilon_\beta, \text{ що враховує нахил зубів: } \epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta. \quad (4.24)$$

Тут $\epsilon_\beta = \frac{b_w}{p_x}$; p_x – осьовий крок.

Питоме розрахункове навантаження q_H . Оскільки в косозубій передачі одночасно знаходяться в зачепленні не менше двох пар зубів, то неминуче порушення пропорційності розподілу зусиль між зубами, визначуваних довжинами ділянок лінії контакту. Тому для обліку нерівномірності розподілу навантаження між зубами вводять коефіцієнт K_{Ha} . Значення

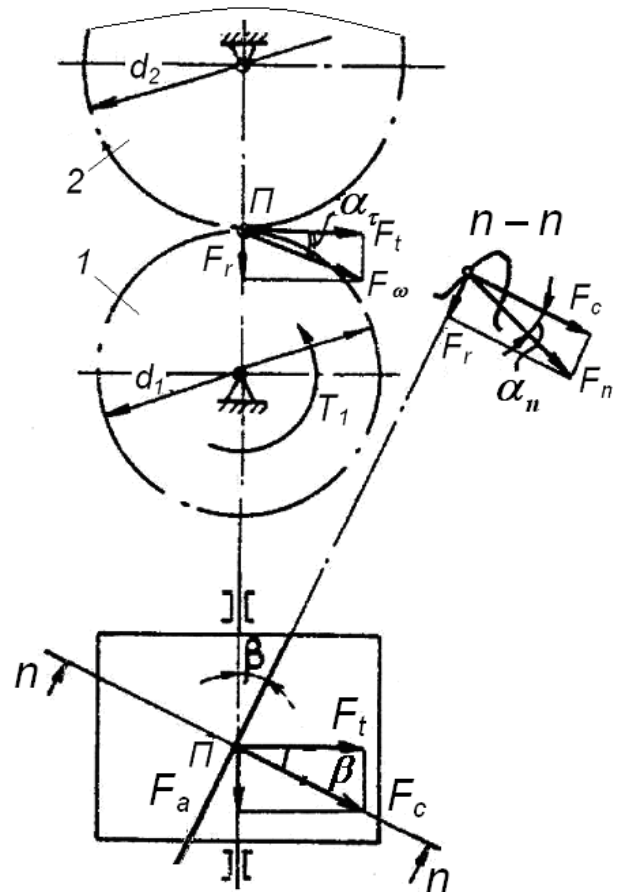


Рис. 4.9. Сили в зачепленні косозубих коліс

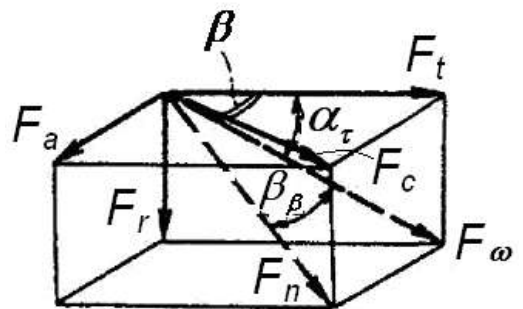


Рис. 4.10. Паралелепіпед сил

коефіцієнта залежать від точності виготовлення коліс і колової швидкості та визначається по графіках.

З урахуванням вищезгаданого маємо

$$q_H = \frac{F_n}{l_k} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{w_{Ht}}{\varepsilon_\alpha \cdot \cos \alpha_t} \quad (4.25)$$

Тут w_{Ht} – розрахункове колове питоме навантаження для косозубої передачі,

$$w_{Ht} = \frac{F_{t1}}{b_w} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV}$$

Розрахунок косозубої передачі на контактну міцність. Підставивши у формулу Герца отримані вирази для q_H і p_{np} , а також виконавши ряд перетворень, отримаємо формулу

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_M \sqrt{\frac{w_{Ht} (i \pm 1)}{d_{w1} \cdot i}} \leq [\sigma_H] \quad (4.26)$$

Суть коефіцієнтів Z_H , Z_ε і Z_M вказана вище. Для косозубих коліс коефіцієнт $Z_M = 275$ МПа.

2.4.4.2. Розрахунок косозубої передачі на згинальну міцність Calculation of helical gear for bending strength

В розрахунку косозубих передач на згинальну міцність в порівнянні із розрахунком прямозубих передач можна відзначити наступні особливості:

- в розрахункові формули підставляється модуль в нормальному перетині ($m_n = m$);
- коефіцієнти форми зубів визначаються за еквівалентними числами зубів

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} \quad \text{і} \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta};$$

- коефіцієнт $K_{F\alpha}$, який враховує нерівномірність розподілу навантаження між зубами, визначається за формулою

$$K_{F\alpha} = \frac{4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n - 5)}{4\varepsilon_\alpha},$$

де n – ступінь точності за нормами контакту; якщо $\varepsilon_\alpha < 1$, то приймають $K_{F\alpha} = 1$; якщо $n < 5$, то приймають $n=5$; якщо $n > 9$, то приймають $n=9$;

Y_β – введений коефіцієнт, який враховує вплив кута нахилу зубів на згинальну міцність і визначається за формулою $Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{140}$. Тут β – в градусах.

При заданому крутному моменті T_1 на шестерні отримаємо

$$\sigma_{F1} = \frac{2T_1 \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} \cdot Y_{F1} \cdot Y_\beta}{d_1 \cdot b_w \cdot m} \leq [\sigma_{F1}] \quad (4.27)$$

2.4.4.3. Допустимі контактні і згинальні напруження Allowable contact and bending stresses

Контактні напруження визначаються залежністю

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{H0}}{S_H} K_{HL}, \quad (4.28)$$

де σ_{H0} – межа контактної витривалості, відповідна базовому числу циклів N_{H0} (рис. 4.11); S_H – коефіцієнт безпеки (коефіцієнт запасу міцності); K_{HL} – коефіцієнт довговічності.

Межа контактної витривалості і базове число циклів в основному залежать від твердості активних поверхонь зубів.

Коефіцієнт довговічності K_{HL} враховує вплив терміну служби та режиму навантаження передачі.

Розрахунок K_{HL} ґрунтується на відомій залежності, що виражає криву витривалості $\sigma_{H0}^m \cdot N = C$. Тут C – деяка постійна величина. Для контактних напружень прийнято значення $m = 6$, тому можна записати

$$\sigma_{H0} = \sigma_{Hlimb} \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N_H}} = \sigma_{Hlimb} \cdot K_{HL}, \quad (4.29)$$

де N_{H0} – базове число циклів; базове число циклів N_{H0} ;

N_H – реальне (фактичне) число циклів зміни контактних напружень.

Тоді коефіцієнт K_{HL} визначається за формулою:

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{H0}}{N_H}}. \quad (4.30)$$

При $N_H > N_{H0}$ межа контактної витривалості залишається приблизно постійною, тому приймається $K_{HL} = 1$. Верхнє значення K_{HL} , щоб уникнути пластичної деформації та заїдання в зоні контакту, обмежують величиною 2,4 (для однорідної структури матеріалу зубів).

При поверхневому зміцненні зубів K_{HL} обмежують величиною 1,8. Облік терміну служби дозволяє підвищувати навантаження короткочасно працюючих передач. Розрахунок числа циклів N_H виконується з урахуванням режиму роботи передачі.

Розрізняють *режим постійного* і *змінного навантаження*. На практиці режими із строго постійним навантаженням зустрічаються достатньо рідко. Проте при розрахунках приймають саме постійний режим навіть для невизначених режимів навантаження. В якості розрахункової звичайно розглядають навантаження, відповідне номінальній потужності двигуна.

При постійному режимі навантаження розрахункове число циклів визначається для шестірні і колеса:

$$\begin{aligned} N_H &= 60ncL_h - \text{для нереверсивного навантаження;} \\ N_H &= 30ncL_h - \text{для реверсивного навантаження,} \end{aligned} \quad (4.31)$$

де n – частота обертання шестерні або колеса, об/хв.; c – число полюсів зачеплення, рівне числу коліс, що знаходяться в зачепленні із розрахунковим;

L_h – число годин роботи передачі за розрахунковий термін служби, год.

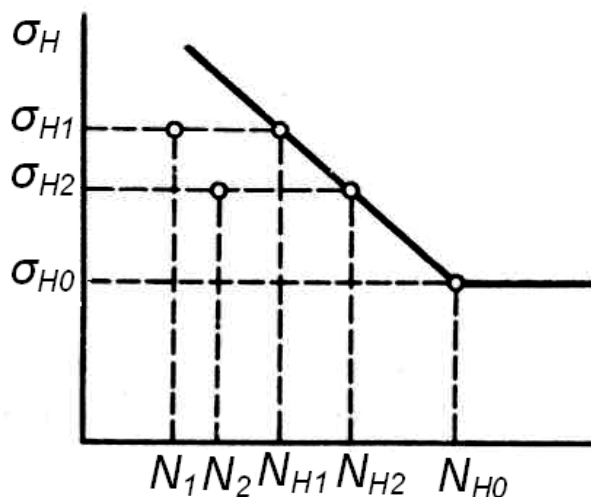


Рис. 4.11. Межа контактної витривалості

Допустиме напруження визначається окремо для шестірні і колеса. Для прямозубої передачі за розрахункове значення допустимого напруження приймається менше із отриманих.

Для косозубої передачі розрахункове допустиме напруження в першому наближенні рекомендується приймати для $HV \leq 350$ рівним напівсумі допустимих напружень для шестерні і колеса, тобто

$$[\sigma_H] = \frac{[\sigma_{H1}] + [\sigma_{H2}]}{2}. \quad (4.32)$$

В косозубих передачах доцільно застосовувати високий перепад твердості, тобто виконувати зуби шестірні із твердістю, значно перевищуючій твердість зубів колеса.

Для випадку $HV_1 > 350$ і $HV_2 > 350$ за розрахункове значення для косозубої передачі рекомендується приймати якнайменше із отриманих $[\sigma_{H1}]$ і $[\sigma_{H2}]$, як і для прямозубої передачі.

Допустимі напруження згину визначаються за формулою

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{Flimb}}{S_F} K_{FC} \cdot K_{FL}. \quad (4.33)$$

Тут σ_{Flimb} – межа витривалості зубів за напруженням згину при базовому числі циклів; K_{FC} – коефіцієнт, що враховує характер навантаження зубів, при односторонньому навантаженні (нереверсивній передачі) $K_{FC} = 1$; при двосторонньому навантаженні $K_{FC} = 0,7 \dots 0,8$ (великі значення K_{FC} – при $HV > 350$); K_{FL} – коефіцієнт довговічності, що враховує число циклів зміни напружень згину:

$$\text{для } HV \leq 350 \quad K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{FO}}{N_F}} \leq 2,0 \quad \text{при } N_F > N_{FO} \quad K_{FL} = 1;$$

$$\text{для } HV > 350 \quad K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{FO}}{N_F}} \leq 1,6 \quad \text{при } N_F > N_{FO} \quad K_{FL} = 1.$$

В обох випадках приймається базове число циклів $N_{FO} = 4 \cdot 10^6$ для всіх сталей.

Лекція 3. Конічні і черв'ячні передачі. Розрахунок на міцність Lecture 3. Bevel and worm gears. Strength calculation

3.1. Конічні передачі та їх розрахунок на міцність Bevel gears and their strength calculation

В передачах, в яких осі валів перетинаються під деяким кутом Σ , застосовують конічні зубчасті колеса. Найбільш поширені передачі із кутом $\Sigma = 90^\circ$.

Конічні передачі складніше циліндричних у виготовленні і монтажі. Для нарізування конічних коліс потрібні спеціальні верстати та інструмент. Виконати конічне зачеплення із тим же ступенем точності, що і циліндричне, значно важче. Одне із конічних коліс, як правило, розташовують консольно. При цьому збільшується нерівномірність розподілу навантаження по довжині зуба.

В конічному зачепленні діють осьові сили, наявність яких ускладнює конструкцію опор. Все це призводить до того, що, за досвідченими даними,

здатність навантаження конічної прямозубої передачі складає лише близько 85% циліндричної.

Проте, не дивлячись на очевидні недоліки, конічні передачі мають широке застосування в тих випадках, коли за умов компоновки машин і механізмів необхідно розташовувати вали під кутом.

3.1.1. Геометричні та кінематичні параметри конічної передачі

Geometric and kinematic parameters of the conic transfers

Аналогами початкових і ділительних циліндрів циліндричних передач в конічних передачах є початкові і ділительні конуси із кутами δ_1 і δ_2 . Конуси, твірні яких перпендикулярні твірним ділительних конусів, називають *додатковими конусами*.

Перетин зубів додатковим конусом називають *перетином торця*. Розміри, що відносяться до зовнішнього перетину торця, супроводжують індексом *e*, наприклад, d_e , R_e та ін. Розміри в середньому перетині супроводжують індексом *m*: d_m , R_m . Ці та інші параметри показані на рис. (4.12).

В основу розрахунку конічних передач встановлені формули для визначення контактних σ_H та згинальних σ_{F1} і σ_{F2} напружень циліндричних коліс, в яких деякі параметри замінені на еквівалентні, що відображають особливості конічних передач.

Для еквівалентних циліндричних коліс числа їх зубів визначаються за формулами

$$z_{vt1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; \quad z_{vt2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}, \quad (4.34)$$

де z_1 і z_2 – числа зубів конічних коліс; δ_1 і δ_2 – кути ділительних конусів конічних коліс (як правило виконується умова $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$).

Передаточне число при $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ можна визначити як $i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1}$.

Крім того, передаточне відношення можна представити у вигляді

$$i = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}. \quad \text{При } \Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ \quad i = \operatorname{tg} \delta_2 = \operatorname{ctg} \delta_1. \quad (4.25)$$

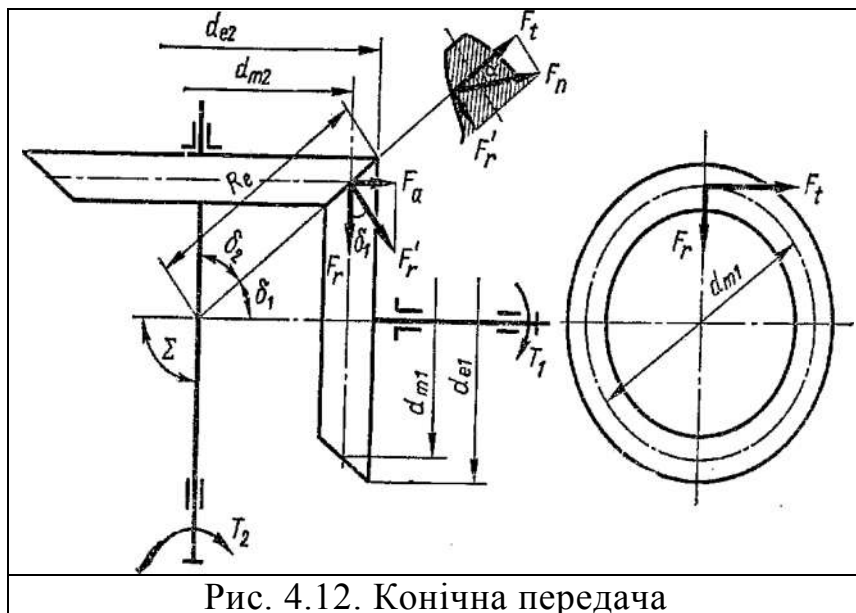


Рис. 4.12. Конічна передача

3.1.2. Сили в зачепленні прямозубої конічної передачі і розрахунок на міцність

Forces in the engagement of spur gears and calculation of strength

В зачепленні конічної передачі діють сили колова F_t , радіальна F_r і осьова F_a . Залежність між цими силами можна встановити за допомогою рис. 4.12, де сили зображені прикладеними до шестірні.

По нормалі до зуба діє сила F_n , яку розкладають на F_t і F'_r .

У свою чергу, F'_r розкладають на F_a і F_r .

Тоді сили рівні

$$F_t = \frac{2T_1}{d_{m1}}; F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}; F'_r = F_t \operatorname{tg} \alpha.$$

$$F_r = F'_r \cos \delta_1 = F_t \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1.$$

$$F_a = F'_r \sin \delta_1 = F_t \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1. \quad (4.36)$$

Приведення прямозубого конічного колеса до еквівалентного прямозубого циліндричного. Параметри еквівалентних коліс використовують при розрахунку на міцність.

Діаметри еквівалентних коліс

$$d_{ve1} = \frac{d_{e1}}{\cos \delta_1}; d_{ve2} = \frac{d_{e2}}{\cos \delta_2}. \quad (4.37)$$

Числа зубів еквівалентних коліс

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}; z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (4.38)$$

Тоді основні розрахункові формули для конічної передачі мають такий вигляд:

для розрахунку по критерію контактної міцності

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_\epsilon \cdot Z_M \sqrt{\frac{W_{Ht} \cdot \sqrt{i^2 + 1}}{0,85 \cdot i \cdot d_{m1}}} \leq [\sigma_H]; \quad (4.39)$$

для розрахунку за критерієм міцності на згин

$$\sigma_{F1} = \frac{W_{Ft}}{0,85 m_m} Y_{vt1} \leq [\sigma_{F1}]; \quad \sigma_{F2} = \sigma_{F1} \frac{Y_{vt2}}{Y_{vt1}} \leq [\sigma_{F2}]. \quad (4.40)$$

Формули (4.39) і (4.40) після підстановки конкретних значень деяких параметрів, а також ряду перетворень можна представити у вигляді більш зручному для практичного застосування

$$\sigma_H = 470 \cdot \sqrt{\frac{F_t \cdot \sqrt{i_\phi^2 + 1}}{0,85 \cdot d_{e2} \cdot b}} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} \leq [\sigma_H]; \quad (4.41)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{F1} &= Y_{F2} \frac{F_t}{0,85 \cdot b \cdot m_e} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} \leq [\sigma_{F2}] \\ \sigma_{F1} &= \sigma_{F2} \frac{Y_{F1}}{Y_{F2}} \leq [\sigma_{F1}] \end{aligned} \right\}. \quad (4.42)$$

Тут коефіцієнти форми зубів Y_{vt1} і Y_{vt2} вибираються відповідно для z_{v1} і z_{v2} ; $d_{m1} = z_1 \cdot m_m$ – середній ділительний діаметр конічної шестірні.

В приведених формулах враховано, що на підставі експериментальних даних конічні колеса можуть нести навантаження на 15% менше, ніж циліндричні таких же розмірів.

3.2. Черв'ячні передачі та їх розрахунок на міцність

Worm gears and their strength calculation

Черв'ячні передачі служать для перетворення обертального руху ланок осі яких перетинаються (рис. 4.13). Звичайно кут переперетину рівний 90° . Область застосування черв'ячних передач досить незначна. Вони застосовуються в передачах порівняно невеликої потужності (до 60 кВт); для короткочасно працюючих пристроїв, які мають значні перерви в роботі; при необхідності забезпечення низької шумності роботи передачі; для забезпечення плавності роботи та ін. Область і режими застосування черв'ячних передач обумовлена їх перевагами і недоліками.

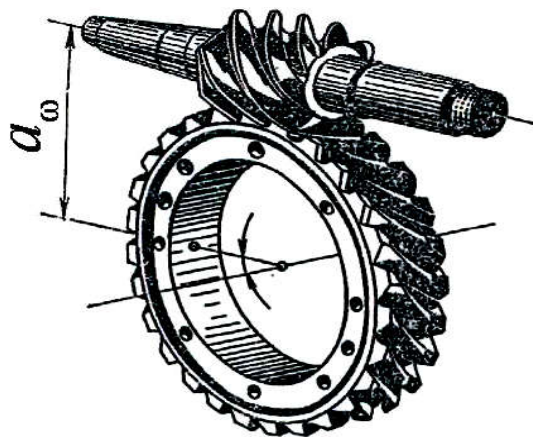


Рис. 4.13. Зачеплення черв'яка і колеса

Перевагами черв'ячних передач є: великий кінематичний ефект, тобто можливість реалізації великого передаточного відношення в одній парі (теоретично в межах від 8 до 200 і навіть до 500), при достатньо малих габаритах; наявність ефекту самогальмування відомого черв'ячного колеса; плавність ходу і безшумність роботи

До недоліків черв'ячної передачі можна віднести наступні: менший в порівнянні із зубчастими передачами ККД ($\eta=0,6\dots 0,9$); необхідність застосування для виконання коліс дорогих антифрикційних матеріалів (бронзи); підвищені вимоги до точності виготовлення і збірки передачі; значні осьові сили, діючі на опори черв'яка, і ускладнюючі конструкцію опор.

Найширше розповсюдження в практиці загальнопромислового виробництва знайшли черв'ячні механізми із циліндричним, тобто архімедовим черв'яком.

3.2.1. Геометричні параметри черв'ячної передачі

Geometrical parameters of the worm gear

В черв'ячній передачі, так само як і в зубчастій, розрізняють діаметри початкових і ділительних циліндрів (рис. 4.13): d_{w1} , d_{w2} – початкові діаметри черв'яка і колеса; d_1 , d_2 – ділительні діаметри черв'яка і колеса.

Точка дотику початкових циліндрів є полюсом зачеплення. В передачах без зсуву виконуються умови: $d_1 = d_{w1}$, $d_2 = d_{w2}$.

Черв'як. Розрізняють за нас-тупними ознаками: за формою початкової поверхні черв'яка – циліндричні (рис. 4.14, а) і глобоїдні (рис. 4.14, б); за формою профілю – із прямолінійними (рис. 4.15, а) і криволінійними (рис. 4.15, б) профілем в осьовому перетині.

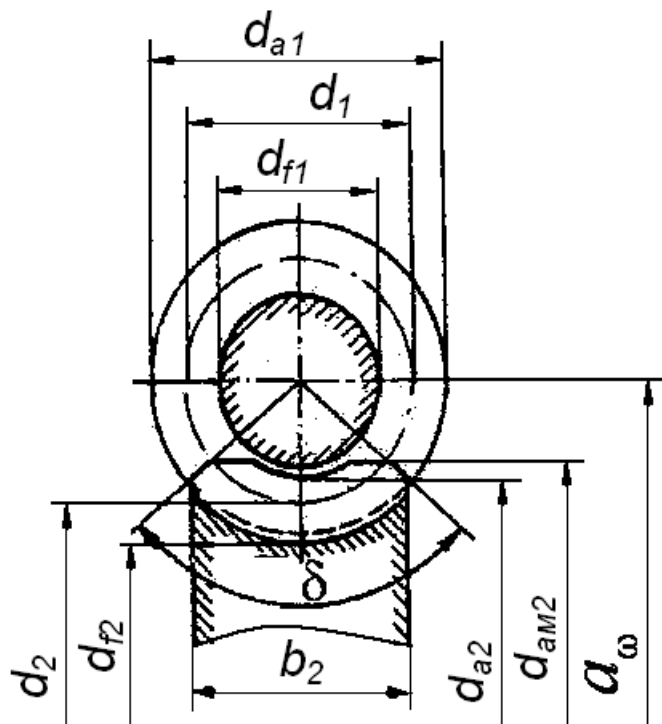


Рис. 4.13. Черв'ячна передача

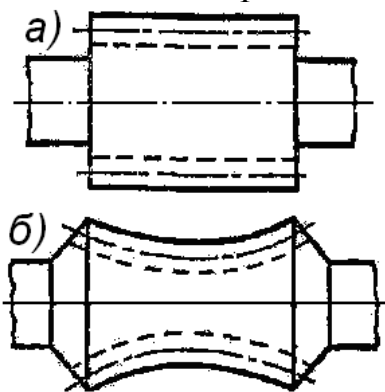


Рис. 4.14. Циліндричний (а) і глободний (б) черв'яки

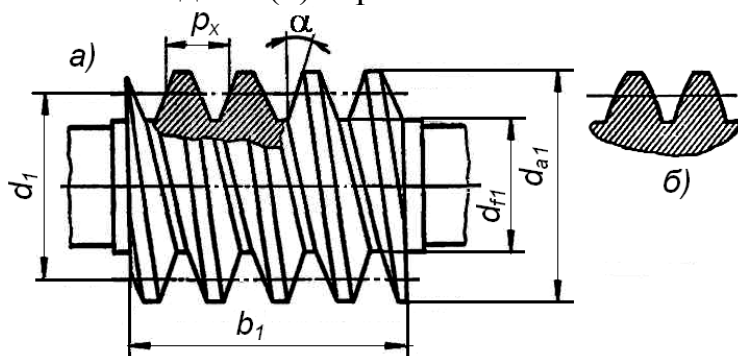


Рис. 4.15. Профілі червяка в осьовому напрямку: а) – прямолінійний, б) - криволінійний

$$(4.46)$$

Довжина нарізаної частини черв'яка в передачах із нульовим зсувом ($x = 0$):

$$\text{Для } z_1 = 1, 2 : b_1 \geq (11 + 0,06 \cdot z_1) \cdot m;$$

$$\text{Для } z_1 = 4 : b_1 \geq (12,5 + 0,09 \cdot z_2) \cdot m.$$

Найбільш поширені циліндричні черв'яки із прямолінійним профілем (архімедовий черв'як). Основними параметрами черв'яка є: профільний кут $\alpha = 20^\circ$; осьовий модуль $m = p/\pi$. Нарізь черв'яка може бути однозахідною або багатозахідною. Число заходів черв'яка позначають z_1 . Черв'яки можуть бути одно-, дво- і чотири західними.

Значення осьового модуля m , приймаються за стандартом із наступного ряду: 2,0; 2,5; (3,0); 3,15; (3,5); 4,0; 5,0; (6,0); 6,3; (7,0); 8,0; 10,0. Значення модулів, не укладені в дужки, є переважними.

Діаметр ділительного циліндра черв'яка визначається за

формулою

$$d_1 = m \cdot q_1, \quad (4.43)$$

де q_1 – коефіцієнт діаметра черв'яка. Цей параметр також приймається за стандартом із ряду: 8; 9; 10; 12,5; 14; 16; 20.

Із зменшенням модуля m рекомендується значення коефіцієнта q збільшувати для забезпечення достатньої жорсткості черв'яка на згин. Коефіцієнт діаметра черв'яка визначає номенклатуру фрез для нарізування черв'ячних коліс. Кут підйому гвинтової лінії по ділительному циліндру рівний

$$\gamma = \arctg \frac{z_1}{q_1}. \quad (4.44)$$

Діаметр вершин черв'яка (рис. 4.15) $d_{a1} = d_1 + 2m$.

$$(4.45)$$

Діаметр западин черв'яка $d_{f1} = d_1 - 2,4m$.

Черв'ячне колесо. Ділильний діаметр черв'ячного колеса $d_2 = mz_2$ (див. рис.4.13). Число зубів черв'ячного колеса рекомендується приймати в межах $28 \leq z_2 \leq 120$. В особливих випадках допускається приймати z_2 до 1000. При $z_2 \leq 28$ з'являється небезпека підрізування зубів і зменшується сумарна довжина лінії контакту.

Для забезпечення стандартного або заданого значення міжосьової відстані, черв'ячна передача може виконуватися із зсувом початкового контуру черв'ячного колеса. Черв'як завжди нарізається без зсуву.

Розміри черв'ячного колеса без зсуву:

$$\text{діаметр вершин колеса } d_{a2} = d_2 + 2m;$$

$$\text{діаметр западин колеса } d_{f2} = d_2 - 2,4m;$$

найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am2} \leq d_{a2} + \frac{6m}{z_1 + 2}; \quad (4.47)$$

ширина вінця черв'ячного колеса

$$b_2 \leq 0,75d_{a1} \text{ при } z_1 = 1,2;$$

$$b_2 \leq 0,67d_{a1} \text{ при } z_1 = 4;$$

міжосьова відстань (при $x = 0$)

$$a_w = 0,5(q + z_2)m = \frac{d_1 + d_2}{2}. \quad (4.48)$$

Передаточне відношення черв'ячної передачі (для одноступінчастої співпадає із передаточним числом i) дорівнює:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (4.49)$$

Коефіцієнт корисної дії (ККД) черв'ячної передачі. В черв'ячній передачі є втрати в зачепленні η_3 , в опорах (підшипниках) η_n і на розбризкування мастила η_p , які враховуються відповідними ККД:

$$\eta = \eta_3 \cdot \eta_n \cdot \eta_p. \quad (4.50)$$

ККД зачеплення в черв'ячній парі визначається за формулою, аналогічною для ККД гвинтової пари:

$$\eta_3 = \frac{\text{tg} \gamma}{\text{tg}(\gamma + \varphi^1)}. \quad (4.51)$$

де γ – кут підйому гвинтової лінії черв'яка; φ^1 – кут тертя, який рівний $\varphi^1 = \text{arctgf}$.

Кут γ залежить від числа заходів z_1 і коефіцієнта q , так що ККД збільшується із зростанням z_1 і зменшенням q .

Коефіцієнт тертя f визначається експериментально залежно від швидкості ковзання в зачепленні, сорту мастила і матеріалів поверхонь, що труться. Із збільшенням швидкості ковзання коефіцієнт f зменшується унаслідок посилення підтримуючого ефекту масляного клина.

Швидкість ковзання визначається за формулою

$$v_{ков} = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60 \cos \gamma}. \quad (4.52)$$

де n – частота обертання черв'яка, об/хв.

Залежно від конкретного виконання і умов роботи ККД черв'ячної передачі коливається в межах $\eta = 0,6 \dots 0,95$.

3.2.2. Сили в зачепленні черв'ячної передачі

Forces in the gear of the worm gear

Рівнодіюча нормальних сил в зачепленні черв'ячної передачі приводиться до полюса зачеплення, розташованого в середній площині, і розкладаються на складові: колову F_t , осьову F_a і радіальну F_r .

Із умови рівноваги при сталому русі можна записати (див. рис. 4.16):

$$F_{t2} = F_{a1}, \quad F_{t1} = F_{a2}, \quad F_{r1} = F_{r2}.$$

При заданому крутному моменті на черв'ячному колесі отримаємо (для передачі без зсуву):

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}; \quad F_{t1} = \frac{2T_1}{d_1}; \quad F_r = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha. \quad (4.53)$$

Співвідношення між коловою і осьовою силами на черв'яку отримані

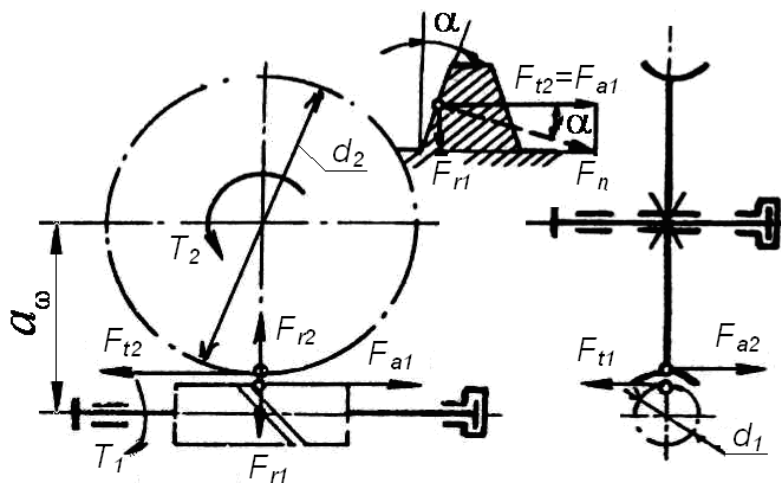


Рис. 4.16. Сили в зачепленні черв'ячної передачі

по аналогії із співвідношенням сил в гвинтовій парі.

3.2.3. Розрахунок на міцність черв'ячної передачі

Calculation of the strength of the worm gear

В основу розрахунку черв'ячних передач встановлений умовний розрахунок по контактним напруженням, що визначається за формулою

Герца. При обчисленні ρ_{ca} черв'ячну передачу умовно замінюють рейковою косозубою із кутом нахилу зубів, рівним куту підйому гвинтової лінії на дільному циліндрі, тобто $\beta = \gamma$. Сумарна довжина контактних ліній рівна в

$$\text{середньому } l_k = \frac{1,3d_1}{\cos \gamma}.$$

Для найпоширенішого випадку, коли в якості матеріалу черв'яка застосовуються сталь, а черв'ячного колеса – бронза, можна прийняти $E_1 = 2,1 \cdot 10^5$ МПа і $E_2 = 0,9 \cdot 10^5$, $\gamma = 10^\circ$, а також середні значення коефіцієнтів z_H і z_ϵ , тоді після підстановки прийнятих значень у формулу Герца і деяких перетворень отримаємо

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{2,31 \cdot 10^5 \cdot T_2 \cdot K_{H\beta}}{d_2^2 \cdot d_1}} \leq [\sigma_H], \quad (4.54)$$

де $K_{H\beta}$ – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження за довжиною контактної лінії; при не змінному за величиною навантаження приймають $K_{H\beta} = 1$; при значно змінному навантаженні – $K_{H\beta} > 1$; далі: T_2 – крутний момент на колесі, Нм; d_1 і d_2 – діаметри тривалих кіл черв'яка і колеса відповідно, мм; σ_H [σ_H] – фактичне і що допускається відповідно значення контактних напружень, МПа.

Щоб отримати із (4.43) формулу для визначення розмірів черв'яка і колеса, проведемо наступні перетворення

$$d_1 = m q = \frac{d_2}{z_2} q.$$

Вирішивши формулу (4.44) щодо d_2 , отримаємо

$$d_2 \geq 60 \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot z_2}{q \cdot [\sigma_H]^2}}. \quad (4.55)$$

Розрахунок на згин зубів провести тільки для черв'ячного колеса. Він виконується як перевірочний за формулою

$$\sigma_F = \frac{1,5 T_2 \cdot K_{F\beta} \cdot \cos \gamma \cdot Y_{F2}}{d_2 \cdot d_1 \cdot m} \leq [\sigma_F], \quad (4.56)$$

де $K_{H\beta} = K_{F\beta}$ – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження за лінією контакту; Y_{F2} – коефіцієнт форми зуба, що визначається залежно від еквівалентного числа зубів за довідником.

$$Z_v = \frac{z_2}{\cos^3 \gamma}.$$

3.2.4. Матеріали і допустимі напруження

Materials and permissible stresses

Матеріали черв'ячної пари повинні мати антифрикційні властивості, добре спрацювати, стійкість проти заїдання і підвищену теплопровідність.

Черв'яки виготовляються із сталей. Поверхня витків піддається цементації із подальшим гартуванням до твердості HRC=56...63 або гартуванням ТВЧ до твердості HRC=45...50. Крупні черв'яки піддаються азотуванню. Найбільш часто застосовують під цементацію сталь – 18 ХГТ, для гартування ТВЧ сталі – 40Х, 35 ГМ, 40 ХН і при азотуванні 30ХМ10А. Після термообробки поверхні витків звичайно шліфуються. Азотуванню піддаються шліфовані черв'яки.

Черв'ячні колеса звичайно виготовляються складовими: обід із бронзи, ступиця – із чавуну. В невідповідальних передачах обід може виконуватися також із чавуну. Якнайкращою для черв'ячних коліс є олов'яна бронза типу БрОЮНЖ і БрО10Ф1, проте вони вельми дорогі і застосовуються лише у відповідальних передачах. Безолов'яна бронза (БрА10Ж4Н4,

БрА10ЖЗМц1,5 та ін.) володіє підвищеними механічними характеристиками, але мають знижені противозадирні властивості. Тому їх рекомендується застосовувати при $v_{\text{ков}} < 10$ м/с.

Значення допустимих напружень для матеріалів черв'ячних коліс приводяться в таблицях у вигляді залежності $[\sigma_H]_0$ і $[\sigma_F]_0$ від значень σ_e і c_v при базових числах навантажень: для контактних напружень $N_{H0} = 10^7$, для напружень згину $N_{F0} = 10^6$.

Особливістю бронзи є відсутність горизонтальної ділянки на кривій витривалості, тому для них використовують умовну межу витривалості при деякому базовому числі циклів.

Розрахункові допустимі напруження визначаються із урахуванням дійсних чисел циклів N_H і N_F зміни напружень у зубів черв'ячних коліс за формулами

$$\left. \begin{aligned} [\sigma_H] &= [\sigma_H]_0 \cdot K_{HL}; [\sigma_F] = [\sigma_F]_0 \cdot K_{FL} \end{aligned} \right\}, \quad (4.57)$$

де K_{HL} і K_{FL} – коефіцієнти довговічності, що визначаються за формулами

$$K_{HL} = m_H \sqrt{\frac{10^7}{N_H}}; \quad K_{FL} = m_F \sqrt{\frac{10^6}{N_F}}. \quad (4.58)$$

Криві витривалості апроксимуються степеневою залежністю по двох ділянках із різними показниками ступеня. Для $N_H \leq 10^7$ приймають $m_H = 8$. Для $N_F \leq 10^6$ приймають $m_F = 9$.

Для всіх бронз обмежується інтенсивність зношування активних поверхонь зубів черв'ячного колеса. У олов'яних бронз це враховується коефіцієнтом c_v , залежним від швидкості ковзання (табл. 4.1), у безолов'яних бронз безпосередньо величиною швидкості ковзання, що входить у вираз для контактних допустимих напружень.

Таблиця 4.1

$v_{\text{ков}}$, м/с	1	2	3	4	5	6	7	8
c_v	1,33	1,21	1,11	1,02	0,95	0,88	0,83	0,8

При проектувальному розрахунку швидкість ковзання невідома. Тому, очікувану швидкість ковзання рекомендується визначати за емпіричною залежністю

$$v_{\text{ков}}^1 \approx \frac{4n_1}{10^4} \sqrt[3]{T_2}, \quad (4.59)$$

де n_1 – частота обертання черв'яка, об/хв; T_2 – крутний момент на черв'ячному колесі, Нм.

3.2.5. Тепловий розрахунок черв'ячної передачі

Thermal calculation of worm gear

Відомо, що ККД черв'ячної передачі відносно невисокий. Велика частина втрат енергії, що підводиться до редуктора, переходить в теплоту, що викликає перегрів передачі і, можливо, відмову.

Одним із основних обмежуючих параметрів за нагріванням передачі є гранично допустимі температури мастила $[t_m]$, при якому мастило зберігає свої

властивості. Звичайно приймають $[t_m] = (80...95)^\circ\text{C}$. Для деяких спеціальних мастил – $[t_m] = (100..110)^\circ\text{C}$.

Кількість теплоти, що виділяється в передачі в сталому режимі

$$Q_1 = P_{\text{вх}}(1 - \eta),$$

де $P_{\text{вх}}$ – потужність на провідному валу; η – ККД передачі.

Кількість теплоти, що відводиться із поверхні корпусу редуктора в оточуюче середовище:

$$Q_2 = k_t S(t_m - t_0).$$

Тут k_t – коефіцієнт тепловіддачі, $\text{Вт}/\text{м}^2\text{град}$; S – площа поверхні охолодження редуктора, м^2 ; t_m – температура мастила, $^\circ\text{C}$; t_0 – температура оточуючого середовища, $^\circ\text{C}$.

При розрахунку рекомендується приймати $k_t = 12...19 \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{град})$, $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Під поверхнею охолодження розуміють тільки ту частину зовнішньої поверхні корпусу передачі, яка всередині омивається мастилом або його бризками, а зовні – вільно циркулюючим повітрям, при цьому не враховується поверхня днища корпусу. Якщо корпус забезпечений ребрами, то враховується тільки 50% їх поверхні.

Для передач, що працюють при постійному навантаженні протягом часу, достатнього для сталого теплового режиму, повинна дотримуватися умова теплового балансу $\{Q_1 < Q_2\}$. Якщо дана умова не дотримується, застосовують додаткове штучне охолодження, наприклад: обдув корпусу повітрям, за допомогою вентилятора, насадженого на швидкохідний вал; пристрій в масляній ванні змішувиків, через які пропускається холодна вода; застосування рециркуляційної змазки із спеціальними холодильниками (водяними або повітряними).

Лекція 4. Вали та осі механічних передач

Lecture 4. Shafts and axes of mechanical transmissions

4.1. Загальні відомості та класифікація

4.1. General information and classification

На вали та осі встановлюються деталі, що обертаються: зубчасті колеса, шків, зірочки та ін. Вал призначений для передачі крутного моменту, що сприймається або передається, встановленими на валу деталями. При роботі машини вал випробовує згин і кручення, а в деяких випадках додатково розтяг або стиск. Вісь відрізняється від вала тим, що не передає крутного моменту.

Вали та осі підрозділяються на прямі, колінчасті та гнучкі. В даному курсі вивчаються тільки прямі вали та осі. Конструктивно прямі вали виконуються гладкими і ступінчастими. Частіше виконання валів буває ступінчастим, тобто діаметри ділянок вала до середини вала збільшуються. Приклад ступінчастого вала показаний на рис. 4.17. Циліндричні поверхні ступенів мають різне призначення. Так, наприклад, у вала (рис. 4.17) поверхні 1 і 4 є опорними або цапфами, і служать для установ-ки на них підшипників.

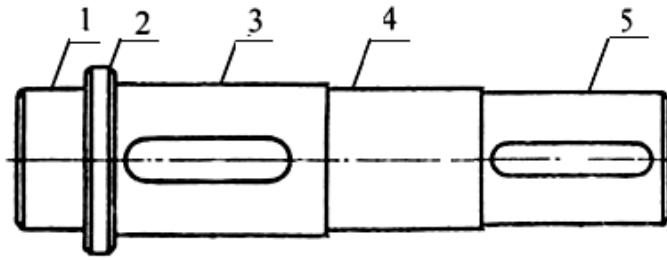


Рис. 4.17. Ступінчастий вал

Цапфа 4, розташована в середній частині вала, називається шийкою, а цапфа 1, що знаходиться в кінці вала, називається шипом. П'ятою називають торцеву поверхню цапфи, через яку на опору, звану під'ятником. Передається осьове навантаження. На валу також виконані ступені 3 і 4, на яких встановлюються деталі. Ці поверхні іноді називають несучими поверхнями. Поверхня 2 – проміжна, служить для упора ступиці.

Як видно з рис. 4.17, форма ступінчастого вала наближається до форми двоопорної балки рівного опору згину. Ступінчастість вала забезпечує зручність збірки механізму і приблизну рівність напружень по довжині вала.

З метою зменшення маси вали іноді виконують порожнистими. Наявність внутрішньої порожнини практично не впливають на міцність вала. Наприклад, якщо по осі вала виконаний отвір діаметром удвічі меншим зовнішнього діаметра вала, то його маса зменшується на 25%, а напруження згину і кручення за інших незмінних умов зростуть всього на 6%.

4.1.1. Матеріали валів. Shaft materials

У разі застосування підшипників кочення вали та осі виготовляються переважно з вуглецевих і низьколегованих сталей марок 45, 40X, 40 ХМ. Якщо вали та осі встановлені на підшипниках ковзання, то вони виготовляються з низьковуглецевих сталей 20, 20X, 15ХНЗА. Цапфи таких валів і осей для підвищення зносостійкості піддають поверхневому зміцненню (цементації та гартуванню), шліфуванню і поліровці.

До типових видів руйнування валів відноситься втомний злам, що є слідством дії напружень, що циклічно змінюються, від згину і кручення. Напруження від розтягу або стиску звичайно бувають невеликими. Відповідно до цього основного виду розрахунку валів є розрахунок на втомленість.

Як відомо, втомна міцність визначається діючими навантаженнями, розмірами деталі, наявністю і видом концентраторів напружень, якістю обробки поверхні та ін. Вплив цих чинників важко врахувати на першій стадії проектування, тому розрахунок на втомну міцність виконують як перевірочний після розробки конструкції машини. Для попереднього визначення діаметра вала проводять проектувальний розрахунок, що носить умовний характер.

4.1.2. Критерії працездатності валів та осей Workability criteria of shafts and axles

Основними критеріями працездатності валів та осей є міцність і жорсткість. Вали та осі, що обертаються при роботі випробовують тим, що циклічно змінюються напруги. Міцність оцінюють коефіцієнтом запасу міцності при розрахунку валів та осей на опір втоми, а жорсткість – прогинанням, кутами повороту або закручення перетинів в місцях установки деталей. Практикою встановлено, що руйнування валів та осей швидкохідних

машин в більшості випадків носить втомний характер, тому основним є розрахунок на опір втомленості.

Основними розрахунковими силовими чинниками є моменти: крутні T і згинаючі M . Вплив розтягуючих і стискаючих сил на міцність не велике та їх в більшості випадків не враховують.

4.2. Проектний розрахунок валів. Project calculation of shafts

При проведенні проектувального розрахунку враховують дію тільки крутного моменту T , оскільки величина згинаючого моменту M визначається розмірами вала і може бути найдена тільки після розробки конструкції машини в цілому. Дія згинаючого моменту, яка може бути більш істотною в порівнянні з крутним, вплив концентраторів напружень та інших чинників, що зменшують міцність, при проектувальному розрахунку, приблизно враховують значним зниженням допустимих дотичних напружень $[\tau]$. В результаті розрахунку звичайно визначають діаметр кінцевої ділянки вала. Для проміжних валів визначають діаметр під деталлю, встановлюваною на валу. Решта діаметрів валів визначається при конструюванні.

Виходячи з умови $\tau < [\tau]$ і рахуючи момент опору площі поперечного вала, $W = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2 \cdot d^2$, одержують формулу:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{T}{0,2[\tau]}}, \quad (4.60)$$

де $[\tau]$ – допустимі дотичні напруження, які звичайно приймають для валів редукторів в межах 15...20 МПа.

Існує стандарт, що встановлює значення діаметрів вихідних ділянок валів редукторів залежно від величини крутного моменту, що передається і міцнісних характеристик матеріалу вала, визначуваних через твердість (ГОСТ 24266-80). Цей же стандарт визначає конструкцію кінцевих ділянок валів і усі їхні розміри. Сам проектувальний розрахунок вхідного і вихідного валів фактично зводиться до знаходження розмірів кінцевих ділянок всіх валів по стандарту. Завдяки застосуванню вказаного стандарту скорочується число типорозмірів муфт, що використовуються для з'єднання валів.

4.3. Перевірочний розрахунок валів Verification calculation of shafts

Вали перевіряються на міцність, жорсткість, а у ряді випадків на коливання (критичну частоту обертання). Задачею перевірконого розрахунку на міцність є визначення запасу втомної міцності в перетині вала, де цей запас мінімальний, і в порівнянні отриманого запасу допустимої міцності, тобто критерієм міцності вала є виконання умови $S \geq S_{\min}$.

В процесі перевірконого розрахунку приймаються наступні допущення:

-діючі на вал розподілені навантаження замінюють зосередженими силами;

-навантаження, що передаються на вал з боку надітих на нього деталей, приймають прикладеними в середині ширини ступиці;

-підшипники розглядають як шарнірні опори, одна з яких вважається нерухомою;

-сам вал вважають шарнірно опорним круглим брусом, що працює на згин і кручення;

-впливом сили тяжкості валів і надітих на нього деталей, як правило, нехтують.

Як приклад на рис. 4.18, а, б приведена схема навантаження вала одноступінчастого редуктора.

В середині кінцевих ділянок вхідного і вихідного валів прикладаються так звані консольні навантаження, що виникають від неточностей монтажу, неминучих при з'єднанні валів. Величини консольних навантажень визначаються за емпіричною формулою

$$F_k = (120 \dots 280) \sqrt{T}, \quad (4.61)$$

де F_k – консольне навантаження, Н;

T – момент на валу, Нм.

В загальному випадку вали навантажені просторовою системою сил, тому епюри згинаючих моментів, необхідні для проведення розрахунку, будують в двох взаємно перпендикулярних площинах, що проходять через вісь симетрії вала.

Побудову епюр проводять на основі схеми навантаження прийомами, висловлюваними в курсі опору матеріалів. Заздалегідь в кожній з площин визначають складові реакції опор. Для визначення цих складових використовуються два рівняння моментів щодо опор, а рівняння в проекціях на вісь, перпендикулярно осі вала, застосовують для контролю правильності проведених обчислень.

Зразковий вид епюр згинаючих моментів M_z і M_y , діючих на вал в площинах $хоу$ і $хоз$ відповідно, показані на рис. 4.18, в, г. Там же показана епюра результуючого згинаючого моменту M_Σ , що є геометричною сумою моментів M_y і M_z . Величина цього моменту обчислюється за формулою:

$$M_\Sigma = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}. \quad (4.62)$$

При прийнятих допущеннях епюри M_y і M_z лінійні, але епюра M_Σ в загальному випадку нелінійна і є просторовою; проте цією обставиною можна нехтувати, вважати її шматково-лінійною і будувати епюру M_Σ по точках, в яких епюри M_y і M_z мають злами.

Під епюрою M_Σ показана епюра крутного моменту і схематичне креслення вала. Зіставляючи епюри з кресленням вала, можна намітити розрахункові перетини, які ймовірно можуть бути небезпечними перетинами вала. В

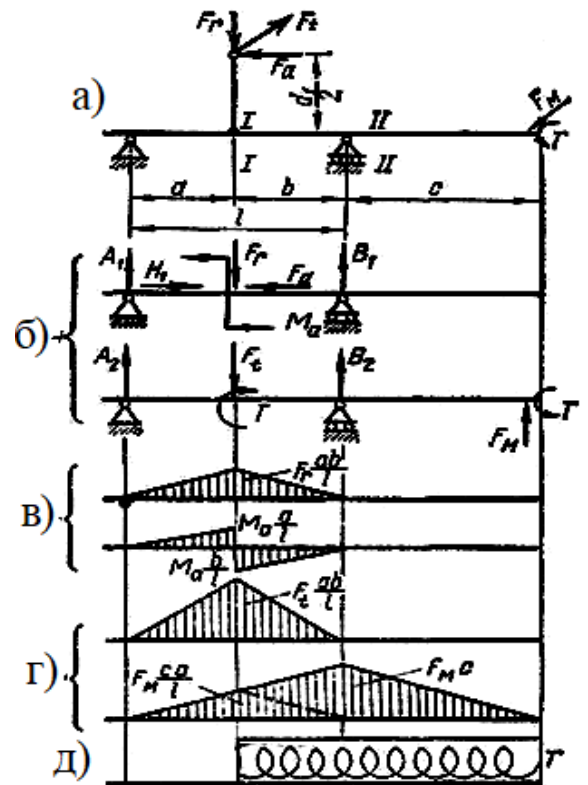


Рис. 4.18. Схема навантаження вала

одному з цих перетинів запас втомної міцності буде якнайменшим. Цей перетин називається небезпечним.

При виборі розрахункових перетинів керуються значеннями крутних і згинальних моментів, розмірами і формою поперечного перетину вала, наявністю концентраторів напружень (канавок, виточок, шпонкових пазів, посадок та ін.), якістю (чистотою) обробки поверхні. Однозначно визначити небезпечний перетин без проведення розрахунків в декількох перетинах, як правило, не представляється можливим.

В даному прикладі як розрахункові доцільно розглянути перетини I-I і II-II. В перетині I-I діє максимальний згинаючий момент (M_{Σ}^{\max}), є концентратори напружень у вигляді шпонкового паза, посадки з натягом; в перетині II-II діє також значний згинаючий момент і концентратори напружень у вигляді переходів від одного діаметра до іншого, а також посадка з натягом.

В кожному з розрахункових перетинів обчислюють напруження згину $\sigma_{зг}$, стиску або розтягу σ і кручення τ :

$$\sigma_{зг} = \frac{M_{\Sigma}}{W_{зг}}; \quad \sigma = \frac{F_a}{A}; \quad \tau = \frac{T}{W_{кр}}. \quad (4.63)$$

Для поперечного перетину у формі кола діаметром d існує наступна залежність

$$W_{зг} = 0,1 \cdot d^3; \quad W_{кр} = 2W_{зг}; \quad A = \frac{\pi d^2}{4}. \quad (4.64)$$

Знайдені напруження є початковими для визначення амплітудних σ_a , τ_a і середніх σ_m , τ_m напружень циклів навантаження вала від згину і кручення.

Звичайно вал обертається щодо нерухомих векторів зовнішнього навантаження. При цьому напруження згину міняються по симетричному циклу, тобто $\sigma_a = \sigma_{зг}$, $\sigma_m = 0$. Напруження стиску або розтягу будуть малі, тобто $\sigma = 0$. Напруження від кручення змінюються тільки при зміні величини крутного моменту на перехідних режимах, при зупинках і пусках і зміні напрямку обертання вала (реверсі). Проте, в практиці розрахунків звичайно приймають, що при *нереверсивному* навантаженні *дотичні напруження* змінюються по пульсуючому (віднульовому) циклу, тобто

$$\tau_a = \frac{\tau}{2} \quad \text{і} \quad \tau_m = \frac{\tau}{2}. \quad (4.65)$$

А при реверсивному навантаженні – по симетричному циклу, тобто

$$\tau_a = \tau \quad \text{і} \quad \tau_m = 0. \quad (4.66)$$

Знаючи марку матеріалу і вид термообробки вала, визначають характеристики втомної міцності матеріалу вала, тобто межі втомної міцності σ_{-1} і τ_{-1} і значення коефіцієнтів ψ_{σ} і ψ_{τ} , що враховують дію середніх напружень циклу.

При орієнтовних розрахунках і відсутності даних можна приймати для сталей

$$\sigma_{-1} = (0,4 \dots 0,46) \sigma_B; \quad \tau_{-1} = 0,6 \sigma_{-1}. \quad (4.67)$$

Для середньо вуглецевих сталей можна приймати $\psi_\sigma = 0,1$, $\psi_\tau = 0,05$; для легованих сталей – $\psi_\sigma = 0,30$, $\psi_\tau = 0,10$.

Після конструювання вала, тобто визначення його форми, розмірів, якості обробки та ін., використовуючи довідкові таблиці, визначають значення коефіцієнтів, що враховують вплив на міцність вала концентраторів напружень, розмірів вала та обробки поверхні.

Маючи ці дані, обчислюють значення коефіцієнтів $K_{\sigma Д}$ і $K_{\tau Д}$, які враховують комбіновану дію різних чинників на зниження меж витривалості. Потім в кожному з вибраних перетинів визначають запаси втомної міцності по згину s_σ і крученню s_τ за формулами

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a K_{\sigma Д} + \sigma_m \psi_\sigma}; \quad (4.68)$$

$$s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a K_{\tau Д} + \tau_m \psi_\tau}. \quad (4.69)$$

Потім визначають загальний запас втомної міцності s за формулою:

$$s = \frac{s_\sigma \cdot s_\tau}{\sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2}}. \quad (4.70)$$

В небезпечному перетині повинна виконуватися умова

$$s \geq s_{\min} = 1,5. \quad (4.71)$$

Оптимально проєктований вал повинен мати запас втомної міцності дещо більший 1,5. Якщо він істотно перевищує вказаний, то це свідчить про те, що конструкція валу перевантажена і з метою зниження металоємності машини її слід переробити. Проте, часто це неможливо, оскільки розміри валу визначаються його жорсткістю або вантажопідйомністю і розмірами встановлюваних на вал підшипн.

ЧАСТИНА 2. ОСНОВИ ВЗАЄМОЗАМІННОСТІ ДЕТАЛЕЙ ТА СКЛАДАЛЬНИХ ОДИНИЦЬ МАШИН **PART 2. FUNDAMENTALS OF INTERCHANGEABILITY OF PARTS AND COMPONENT UNITS OF MACHINES**

ВСТУП. INTRODUCTION

Сучасне виробництво машин, механізмів, складальних одиниць, деталей та їх ремонт ґрунтуються на принципі взаємозамінності. Серійне виготовлення деталей відбувається в одних цехах, а складання машин, складальних одиниць і приладів, як правило, – в інших.

Під час складання застосовуються різні кріпильні деталі, вироби із неметалевих матеріалів, підшипники кочення та інші купівельні вироби, виготовлені в різний час на різних спеціалізованих підприємствах. Незважаючи на це, складання здійснюється без додаткових підгінних і доводочних операцій, а зібрані машини та їх частини відповідають установленим вимогам. Це можливо завдяки тому, що складальні одиниці та деталі виготовляють взаємозамінними.

Взаємозамінністю називається властивість деталей, складальних одиниць, агрегатів займати своє положення в машині без додаткових операцій обробки і виконувати при цьому задані функції відповідно до технічних вимог.

Відповідно до ДСТУ 1.0-93 *взаємозамінність – придатність одного виробу, процесу, послуги для використання замість іншого виробу, процесу, послуги з метою виконання одних і тих самих вимог.*

Взаємозамінність забезпечує можливість складання або заміни за ремонту будь-яких незалежно виготовлених деталей у складальні одиниці, тобто у виробі, складові частини яких потрібно з'єднати за допомогою певних операцій.

Деталі, що входять у складальні одиниці, повинні бути стандартизовані. Отже, взаємозамінність базується на стандартизації.

Розрізняють взаємозамінність *повну і неповну, зовнішню і внутрішню, за функціональними і за геометричними параметрами.*

Повна взаємозамінність забезпечує задані показники якості без додаткових підгінних операцій під час складання за виготовлення або ремонту машин та їх складальних одиниць.

Така взаємозамінність спрощує ремонт машин, оскільки будь-яка деталь чи складальні одиниці, що зносилися, замінюються запасними. Економічно доцільним є застосування взаємозамінності для деталей, точність яких нижча п'ятого квалітету, а також для складальних одиниць, що збираються з невеликої кількості деталей.

Повна взаємозамінність забезпечує кооперацію і спеціалізацію підприємств при виготовленні або ремонті машин, складальних одиниць і деталей.

Неповна взаємозамінність досягається при груповому підборі деталей (селективне або індивідуальне складання), при використанні компенсатора або при розрахунках із застосуванням теорії імовірності. Застосовується також для з'єднань високої точності.

Точність складання підвищується у стільки разів, на скільки груп було розсортовано деталі.

Забезпечити неповну взаємозамінність можна шляхом вирішення цілого комплексу питань конструювання, технології виготовлення, експлуатації і ремонту виробів.

Зовнішня взаємозамінність – це відповідність приєднувальних поверхонь складальних одиниць за розмірами і формою, а також за їх експлуатаційними показниками. Наприклад, для електродвигунів – взаємозамінність за потужністю, частотою обертання і діаметром приєднувального діаметра вала.

Внутрішня взаємозамінність забезпечується точністю деталей, що входять до складальних одиниць. Наприклад, взаємозамінність кульок або роликів підшипників кочення, складальних одиниць ведучого і веденого валів коробки зміни передач.

Взаємозамінність, що забезпечує не лише можливість складання або заміни та ремонту будь-яких деталей, але також їх оптимальні службові функції, називається *функціональною взаємозамінністю.*

Наприклад, взаємозамінне зубчасте колесо повинно не лише зайняти своє місце в машині без будь-яких підгінних операцій, але й передавати потрібний крутний момент, мати певне передавальне відношення.

Принцип функціональної взаємозамінності є одним із головних у конструюванні і виробництві, контролі та експлуатації машин і складальних одиниць.

В умовах сільськогосподарського виробництва під час експлуатації і ремонту машин взаємозамінність відіграє важливу роль, тому що за наявності взаємозамінних запасних частин можна швидко усунути несправності, що виникають.

Порушення принципу взаємозамінності призводить до збільшення термінів і вартості ремонту машин.

У міру вдосконалення конструкцій сільськогосподарської техніки, підвищення її надійності і довговічності роль взаємозамінності посилюється.

Ремонт сільськогосподарської техніки економічно ефективний лише тоді, коли використовуються взаємозамінні запасні частини. Спеціалізація ремонтних підприємств і організація централізованого відновлення спрацьованих деталей, складальних одиниць і агрегатів дозволяє використовувати у повній мірі переваги взаємозамінності при ремонті машин.

Взаємозамінність при експлуатації і ремонті сільськогосподарської техніки особливо набуває великого значення в умовах підвищення як її складності, так і вимог до надійності і довговічності.

Лекція 1. Основні поняття про допуски і посадки.

Basic concepts of tolerance and landing

Єдина система допусків і посадок

The unified system of tolerances and landings

1.1. Основні поняття: деталь, поверхня, вал, отвір

Basic concepts: part, surface, shaft, hole

Машини і механізми створюються із складаних одиниць, з'єднань і деталей.

Деталь (detail) – складовий елемент машини (механізму), що характеризується формою поверхні (конфігурацією) і розмірами.

Внутрішній елемент деталі (який охоплює) – отвір (для циліндричних деталей позначається D), зовнішній (охоплюваний) – вал (позначається d).

Поверхня (surface) – це елемент деталі, що утворює її форму. Поверхні бувають сполучені (приєднані) 1 та не сполучені або вільні (не приєднані) 2 (рис. 4.19, а). Наприклад, у з'єднанні шпонки з валом шпонка є валом, а паз вала є отвором (рис. 4.19, б). Вал (shaft)–термін, що умовно застосовується для позначення зовнішніх елементів деталей, включаючи і нециліндричні елементи.

Отвір (hole) – термін, що умовно застосовується для позначення внутрішніх елементів деталей, включаючи і нециліндричні елементи.

1.2. Розміри, нульова лінія, відхили, допуск, поле допуску
Dimensions, zero line, deviations, tolerance, tolerance field

Розмір (dimension) – це значення лінійної величини (діаметра, довжини, глибини тощо) у вибраних одиницях вимірювання.

Дійсний розмір (Actual size) (D_e, d_e) – розмір елемента, встановлений вимірюванням з допустимою похибкою.

Граничні розміри (Limit sizes) – два гранично допустимі розміри елемента між якими має бути або яким може дорівнювати дійсний розмір.

Найбільший граничний розмір (The largest limit size) (D_{max}, d_{max}) – найбільший допустимий розмір елемента (рис. 4.73).

Найменший граничний розмір (The smallest size limit) (D_{min}, d_{min}) – найменший допустимий розмір елемента (рис. 4.20).

Номинальний розмір (Nominal size) (D, d) – розмір, відносно якого визначаються відхили (рис. 4.20 і 4.21). Його визначають за розрахунком на міцність. Причому заокруглюють до ближчого, як правило, більшого розміру із рядів нормальних лінійних розмірів за ГОСТ 6636-89.

Нульова лінія (zero line) – лінія, що відповідає номинальному розміру, від якої відкладаються відхили розмірів у разі графічного зображення полів допусків та посадок. Якщо нульова лінія розташована горизонтально, то

додатні відхили відкладаються вгору від неї, а від’ємні – вниз (рис. 4.21).

Відхил (deflection) – алгебрична різниця між розміром (дійсним або граничним) і відповідним номинальним розміром.

Дійсний відхил (The true rejection) – алгебрична різниця між дійсним і відповідним

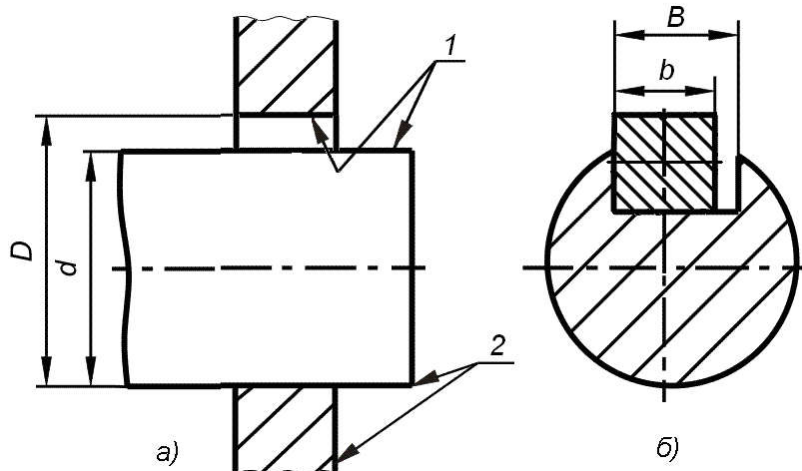


Рис. 4.19. Приклади з’єднань: а – гладкого циліндричного; б – шпонки з пазом вала

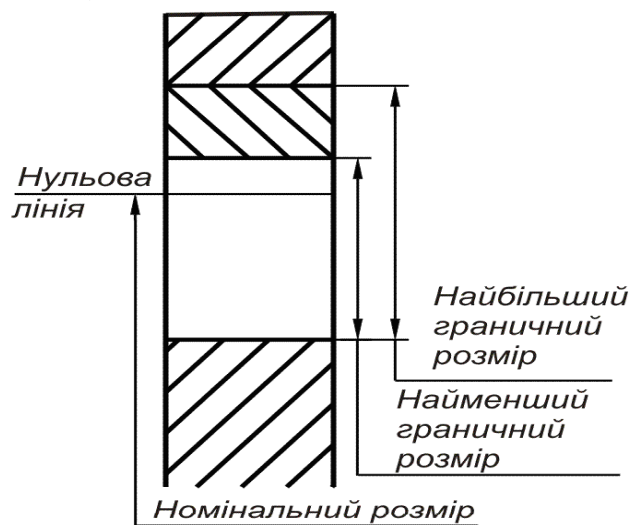


Рис. 4.20. Визначення поняття розмірів.

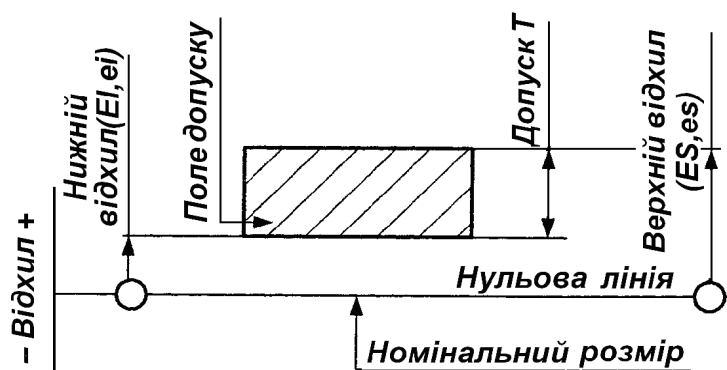


Рис. 4.21. Визначення понять відхилів і допуску

номінальним розмірами.

Граничний відхил (Limit rejection) – алгебрична різниця між граничним і відповідним номінальним розмірами. Розрізняють *верхній* та *нижній* граничні відхили.

Верхній відхил (Upper rejection) ES, es – алгебрична різниця між найбільшим граничним і відповідним номінальним розмірами (рис. 4.21).

$$ES = D_{\max} - D_{\min}; es = d_{\max} - d_{\min}. \quad (4.72)$$

Примітка: ES – *верхній відхил отвору*; es – *верхній відхил вала*.

Нижній відхил (Lower rejection) EI, ei – алгебрична різниця між найменшим граничним і відповідним номінальним розмірами (рис. 1.3).

$$EI = D_{\min} - D; ei = d_{\min} - d \quad (4.73)$$

Примітка: EI – *нижній відхил отвору*, ei – *нижній відхил вала*.

З наведених формул можна визначити граничні розміри.

Основний відхил (The main rejection) – одне з двох граничних відхилів (верхній чи нижній), що визначає положення поля допуску від-носно нульової лінії. У цій системі допусків та посадок *основним є відхил*, найближчий до нульової лінії.

Допуск (tolerance) T – різниця між найбільшим і найменшим граничними розмірами або алгебрична різниця між верхнім і нижнім відхилами (рис. 4.21).

Змітка. Допуск – це абсолютна величина.

Стандартний допуск IT – будь-який з допусків, що встановлюється цією системою допусків та посадок.

Примітка. Надалі в тексті під терміном “допуск” розуміється “стандартний допуск”.

Існують: допуск отвору і допуск вала

$$TD = D_{\max} - D_{\min}; Td = d_{\max} - d_{\min}. \quad (4.74)$$

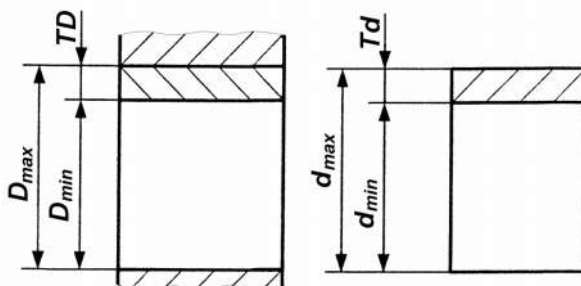


Рис. 4.22. . Схеми отвору і вала.

Схеми отвору і вала зображені на рис. 4.22. Допуск – міра точності розміру.

Чим менший допуск, тим вища точність деталі, і тим менше допускається коливання дійсних розмірів деталі.

Допуск безпосередньо впливає на трудомісткість виготовлення і собівартість деталей. Від допуску значною мірою залежить вибір обладнання і

засобів контролю, кваліфікації працівників, продуктивність обробки.

Поле допуску (tolerance field) – поле, обмежене найбільшим і найменшим граничними розмірами, що визначається величиною допуску і його положенням відносно номінального розміру. У разі графічного зображення поле допуску міститься між двома лініями, що відповідають верхньому та нижньому відхилам відносно нульової лінії (рис. 4.21).

Два граничних розміри деталі доцільно поділяти на границю максимуму і границю мінімуму матеріалу.

Границя максимуму матеріалу – термін, що відноситься до того з граничних розмірів, якому відповідає найбільший об’єм матеріалу; тобто

найбільшому граничному розміру отвору чи найменшому граничному розміру вала. Границя максимуму матеріалу відповідає фактичному розміру, що перевіряється прохідним калібром.

Границя мінімуму матеріалу – термін, що відноситься до того з граничних розмірів, якому відповідає найменший об'єм матеріалу, тобто найменшому граничному розміру отвору чи найбільшому граничному розміру вала. Границя мінімуму матеріалу відповідає граничному розміру, що перевіряється непрохідним калібром.

Середнім розміром називається середнє значення між граничними розмірами:

$$D_{\text{сер}} = (D_{\text{max}} + D_{\text{min}}) / 2; \quad d_{\text{сер}} = (d_{\text{max}} + d_{\text{min}}) / 2. \quad (4.75)$$

1.3. Графічне зображення граничних розмірів і відхилів Graphic representation of limit sizes and deviations

На креслениках граничні розміри позначають значеннями граничних відхилів від номінального розміру. Графічне зображення граничних розмірів і відхилів показано на рис. 4.23 і 4.24, причому: а) схема деталей, б) схема розташування полів допусків деталей.

Крім граничних відхилів розміру передбачено *дійсний та середній відхили*. Дійсним відхилом називається алгебрична різниця між дійсним і номінальним розмірами:

$$E_e = D_e - d; \quad e_e = d_e - d.$$

Середні відхили відповідно:

$E_{\text{сер}} = (ES + EI) / 2; \quad e_{\text{сер}} = (es + ei) / 2.$ На відміну від розмірів, які завжди є додатними числами, відхили можуть бути *додатними* (із знаком плюс), *від'ємними* (із знаком мінус) або *дорівнювати нулю*.

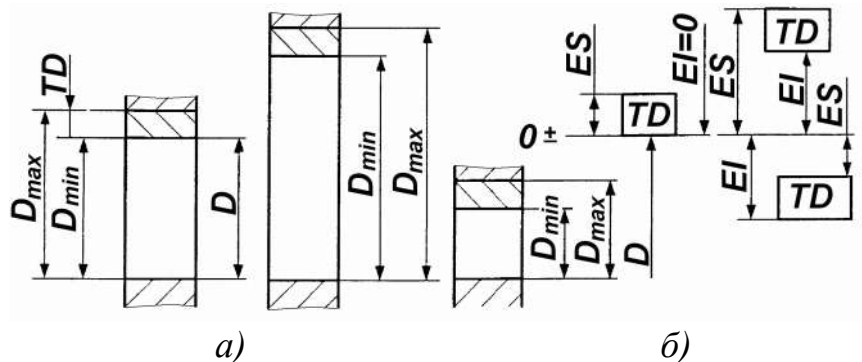


Рис. 4.23. Графічне зображення граничних розмірів і відхилів отворів

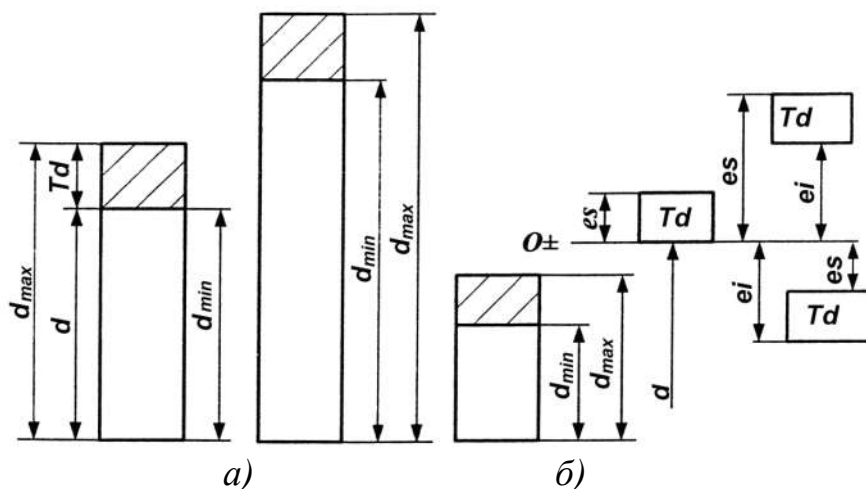


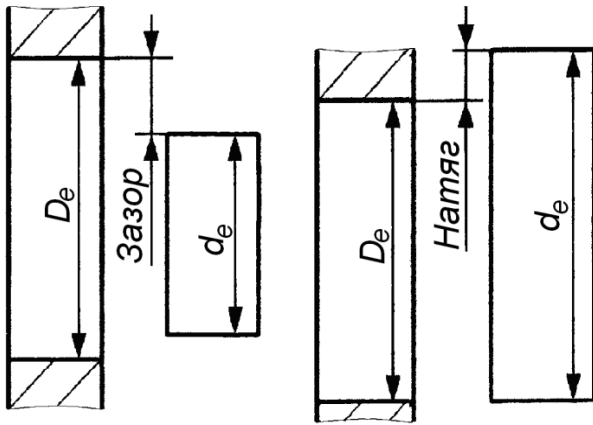
Рис. 4.24. Графічне зображення граничних розмірів і відхилів валів

1.4. Посадка, зазор, натяг. Fit, gap, tension

З'єднання деталей утворюються при з'єднанні двох деталей (отвору і вала) і можуть забезпечувати переміщення або нерухомість деталей (різний характер – посадку).

Посадка (Landing) – характер з'єднання двох деталей, визначений різницею їх розмірів до складання.

Зазор (clearance) – різниця між розмірами отвору і вала, якщо розмір отвору більший за розмір вала (рис. 4.25).



Натяг (tension) – різниця між розмірами вала і отвору до складання, якщо розмір вала більший розміру отвору (рис. 4.25).

Примітка. Натяг можна визначити як від'ємну різницю між розмірами отвору і вала.

Зазор характеризує свободу відносного переміщення деталей з'єднання, натяг – ступінь опору взаємному зміщенню деталей у з'єднанні. Зазор позначається S , а натяг – N (рис. 4.25).

Рис. 4.25. До визначення понять зазор і натяг

Номинальний розмір посадки – номінальний розмір, загальний для отвору і вала, що складають з'єднання. Під час виготовлення розміри деталей коливаються, тому коливаються і значення зазорів і натягів під час складання деталей.

Дійсним зазором чи дійсним натягом називається відповідно зазор чи натяг, що визначається різницею дійсних розмірів отвору і вала

$$S_e = D_e - d_e; \quad N_e = d_e - D_e. \quad (4.76)$$

1.5. Посадка із зазором, посадка з натягом, перехідна посадка Landing with a gap, land with tension, transitional land

Залежно від взаємного розташування полів допусків отвору і вала розрізняють посадки трьох типів: *із зазором*, *з натягом* і *перехідні*.

Посадка із зазором (Landing with gap) – посадка, за якою завжди утворюється зазор у з'єднанні, тобто найменший граничний розмір отвору більший за найбільший фактичний розмір вала або дорівнює йому. У разі

графічного зображення поле допуску отвору розміщено над полем допуску вала (рис. 4.26). Посадки з зазором характеризуються граничними зазорами.

Найменший зазор (The slightest gap) – різниця між найменшим граничним розміром отвору і

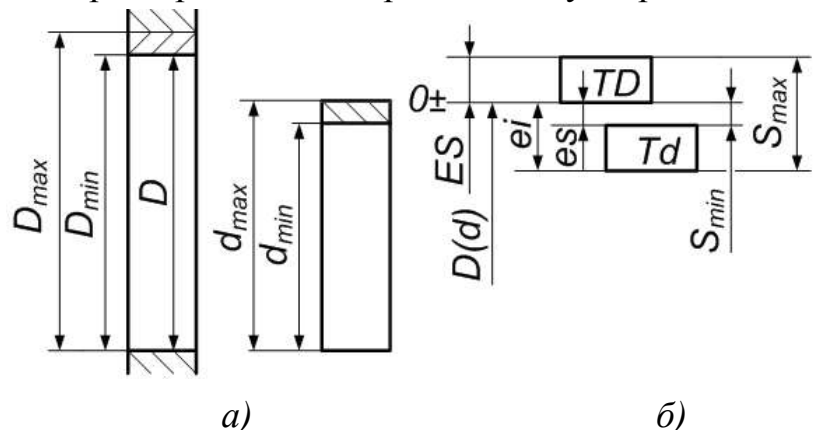


Рис. 4.26. До визначень понять зазори.

найбільшим граничним розмірами вала у посадці з зазором (рис. 4.26).

$$S_{min} = D_{min} - d_{max} = EI - es. \quad (4.77)$$

Найбільший зазор (The biggest gap) – різниця між найбільшим граничним розміром отвору і найменшим граничним розміром вала у посадці з зазором або у перехідній посадці (рис. 4.26 і 4.10).

$$S_{max} = D_{max} - d_{min} = ES - ei. \quad (4.78)$$

$$\text{Допуск зазору (Clearance gap) – } TS = S_{max} - S_{min} = TD + Td. \quad (4.79)$$

Посадка з натягом (Landing with tension) – посадка, за якою завжди утворюється натяг у з'єднанні, тобто найбільший граничний розмір отвору, який менший за найменший граничний розмір вала або дорівнює йому. У разі графічного зображення поле допуску отвору розміщено під полем допуску вала (рис. 4.27).

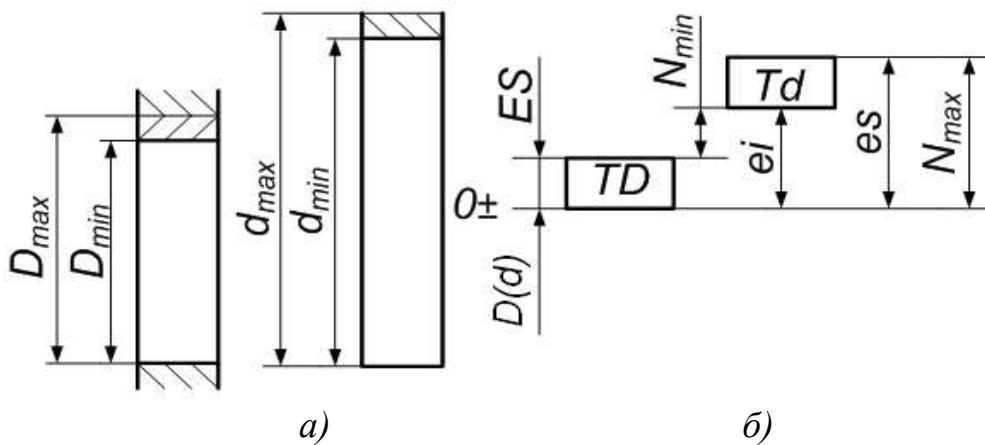


Рис. 4.27. До визначень понять натяги

Посадки з натягом характеризуються граничними натягами.

Найменший натяг (The slightest tension) – різниця між найменшим граничним розміром вала і найбільшим граничним розміром отвору до складання в посадці з натягом (рис. 4.27).

$$N_{min} = d_{min} - D_{max} = ei - ES. \quad (4.80)$$

Найбільший натяг (The biggest tension) – різниця між найбільшим граничним розміром вала і найменшим граничним розміром отвору до складання у посадці з натягом або перехідній посадці (рис. 4.27).

$$N_{max} = d_{max} - D_{min} = es - EI. \quad (4.81)$$

Допуск натягу (Tolerance tension)

$$TN = N_{max} - N_{min} = TD + Td. \quad (4.82)$$

Перехідна посадка (transitional landing) – посадка, за якою можливе отримання як зазору, так і натягу у з'єднанні, залежно від дійсних розмірів отвору і вала (рис. 4.28).

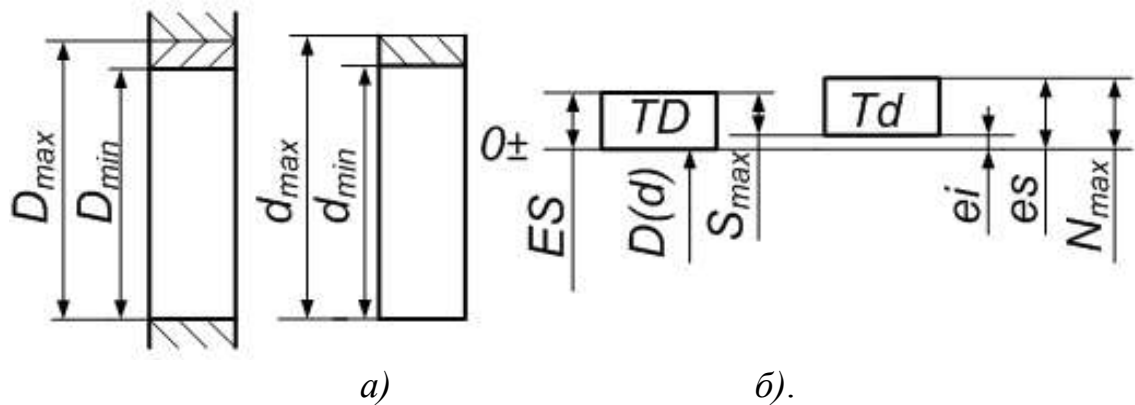


Рис. 4.28. До визначень понять натяги і зазори

У разі графічного зображення поля допусків отвору і вала перекриваються повністю або частково.

Перехідні посадки характеризуються найбільшими значенням зазору і натягу [формули (4.78) і (4.81)].

$$S_{max} = D_{max} - d_{min} = ES - ei.$$

$$N_{max} = d_{max} - D_{min} = es - EI.$$

Допуск посадки (Landing permit) (допуск натягу або зазору) для перехідної посадки

$$T(S, N) = S_{max} - S_{min} = S_{max} + N_{max} = TD + Td. \quad (4.83)$$

Середній зазор (Average clearance) – середнє арифметичне значення між найбільшим і найменшим зазорами:

$$S_{сер} = (S_{max} + S_{min}) / 2 = E_{сер} - e_{сер}. \quad (4.84)$$

Середній натяг (Average tension) є середнє арифметичне значення між найбільшим і найменшим натягами:

$$N_{\text{н\ddot{a}o}} = (N_{max} + N_{min}) / 2 = \text{\AA}_{\text{н\ddot{a}o}} - \text{\AA}_{\text{н\ddot{a}o}} \quad (4.85)$$

Примітка. Результат із знаком мінус означає, що середнє значення $N_{сер}$ відповідає зазору.

1.6. Єдина система допусків і посадок

The unified system of tolerances and landings

Єдину систему допусків і посадок (ЄСДП) введено у Російській Федерації з 1980 р. замість системи допусків і посадок ОСТ.

Назва „Єдина система допусків і посадок” стосується лише системи допусків і посадок циліндричних з’єднань.

Основою стандартів ЄСДП є стандарти ІСО (ISO).

У Росії застосування ЄСДП здійснювалося на підставі державних стандартів.

ЄСДП введено, щоб забезпечити широке кооперування між країнами світу, підвищення конкурентоспроможності виробів на світовому ринку. До ЄСДП входить ряд стандартів. У них викладено основи побудови ЄСДП.

Рекомендаціями передбачено: посадки, як правило, повинні застосовуватись у системі отвору або системі вала; переважне застосування системи отвору. Систему вала слід застосовувати лише у разі, коли це виправдано конструктивними або економічними вимогами (наприклад, коли не обхідно

забезпечити декілька посадок різного характеру на одному валу без додаткової його обробки).

Система допусків і посадок (ЄСДП) (System of tolerances and landings) – закономірно побудована сукупність допусків і посадок, що оформлена у вигляді стандартів.

ЄСДП характеризується рядом ознак: інтервалами номінальних розмірів, одиницею допуску, характером з'єднання, основними відхилами, системою посадки, температурним режимом.

1.6.1. Інтервали номінальних розмірів, допуски, квалітети, основні відхили

Intervals of nominal sizes, tolerances, qualities, main deviations

Інтервали номінальних розмірів (Intervals of nominal sizes). Для сполучених елементів встановлено три діапазони номінальних розмірів:

малих – до 1 мм; середніх – понад 1 до 500 мм; великих – понад 500 до 3150 мм (ГОСТ 25347–82 і ДСТУ 2500–94).

Для розмірів понад 3150 до 10000 мм встановлено ГОСТ 25348 – 82.

У діапазоні до 1 мм встановлено три інтервали:

до 0,1 мм; понад 0,1 до 0,3 мм; понад 0,3 до 1 мм виключно.

У діапазоні понад 1 до 500 мм встановлено 25 інтервалів: 13 основних і 12 проміжних.

Понад 500 до 3150 мм встановлено 16 інтервалів: 8 основних і 8 проміжних. Основні інтервали введено для визначення допусків. Допуск для всіх величин у межах інтервалу сталий. Проміжні інтервали – для номінальних розмірів понад 10 мм. Вони поділяють кожний основний інтервал на два (три).

Допуски (Tolerances). Допуск розміру є мірою точності. Його можна визначити за формулою:

$$T = k \cdot i, \quad (4.86)$$

де k – число одиниць допуску; i – одиниця допуску, мкм.

Одиниця допуску (Admission unit) i або I – множник у формулах допусків, що є функцією номінального розміру та призначений для визначення числового значення допуску.

Примітка: i – одиниця допуску для номінальних розмірів до 500 мм;

I – одиниця допуску для номінальних розмірів понад 500 мм.

$$\text{Для розмірів до 500 мм: } i = 0.45 \sqrt[3]{D_i} + 0.001 D_i, \text{ мкм} \quad (4.87)$$

де D_i – середнє геометричне граничних значень діаметрів, мм, в інтервалі;

$D_i = \sqrt{D_{i \max} \cdot D_{i \min}}$; $D_{i \max}$ і $D_{i \min}$ – граничні значення розмірів інтервалу, мм; i – залежить від розміру, k – від квалітету.

Для розмірів понад 500 до 10000 мм:

$$I = 0.004 D_i + 2.1 \text{ мкм}. \quad (4.88)$$

У формулах (4.87) і (4.88) значення D наводяться у міліметрах, а i – у мікрометрах.

Значення одиниць допуску для інтервалів від 3 до 3150 мм приведено в табл. 4..

Таблиця 4.2. Значення одиниць допуску

Інтервал розмірів, мм (понад – до)	i, мкм	Інтервал розмірів, мм (понад – до)	i, мкм
До 3	0,60	315 – до 400	3,60
3 – 6	0,75	400 – до 500	4,00
6 – 10	0,90	500 – до 630	4,40
10 – до 18	1,10	630 – до 800	5,00
18 – до 30	1,30	800 – до 1000	5,60
30 – до 50	1,60	1000 – до 1250	6,60
50 – до 80	1,90	1250 – до 1600	7,80
80 – до 120	2,20	1600 – до 2000	9,20
120 – до 180	2,50	2000 – до 2500	11,00
180 – до 250	2,90	2500 – до 3150	13,50
250 – до 315	3,20	-	-

Квалітети. Кожний вид деталі різного призначення виготовляють з різною точністю. Для нормування відповідних рівнів точності встановлені квалітети.

Квалітет (Qualification) (міра точності) – сукупність допусків, що розглядаються як відповідні одному рівню точності для всіх номінальних розмірів. Під квалітетом розуміють сукупність допусків, що характеризуються постійною відносною точністю

(що визначається коефіцієнтом “k”) для всіх номінальних розмірів даного діапазону. Значення коефіцієнта “k” для 5–14 квалітетів наведено табл. 4.3.

Таблиця 4.3. Значення коефіцієнта “k”

Точність у межах одного квалітету залежить тільки від номінального розміру. Стандарт ДСТУ 2500-94 для розмірів від 1 до 3150 мм встановлює 20 квалітетів, що позначаються порядковими номерами: 01, 0, 1, 2, ..., 18. Квалітет визначає допуск на виготовлення, а також і відповідні методи і засоби обробки і контролю деталей машин.

Допуски з квалітетів позначаються сполученням великих літер ІТ з порядковим номером квалітету, наприклад, ІТ01, ІТ6, ІТ17. Найточнішим є квалітет 01, найгрубішим – 18.

Позначення допуску	ІТ5	ІТ6	ІТ7	ІТ8	ІТ9
Значення допуску	7 <i>·i</i>	10 <i>·i</i>	16 <i>·i</i>	25 <i>·i</i>	40 <i>i</i>
Позначення допуску	ІТ10	ІТ11	ІТ12	ІТ13	ІТ14
Значення допуску	64 <i>·i</i>	100 <i>·i</i>	160 <i>·i</i>	250 <i>·i</i>	400 <i>·i</i>

Квалітети призначені для виготовлення:

01, 0, 1 – кінцевих мір довжини; 2, 3, 4 – калібрів і особливо точних деталей; 5...12 – деталей, які мають сполучені поверхні.

Квалітети 13...18 призначаються тільки для несполучених поверхонь (допуски на вільні розміри).

Основні відхили (Major deviations). Розміщення поля допуску відносно нульової лінії визначається основним відхилом, ближчим до нульової лінії (верхнім або нижнім).

Для всіх полів допусків, що розміщені нижче від нульової лінії основним (ближчим) є верхній відхил (es або ES); для полів допусків, що розташовані вище нульової лінії, основним (ближчим) – нижній відхил (ei або EI) (рис. 4.29).

Поле допуску характеризується також віддаленим відхилом. За основним відхилом і допуском відзначається другий граничний відхил, що обмежує дане поле допуску. Для тих полів допусків, у яких основним є верхній відхил, нижній відхил визначають за формулами:

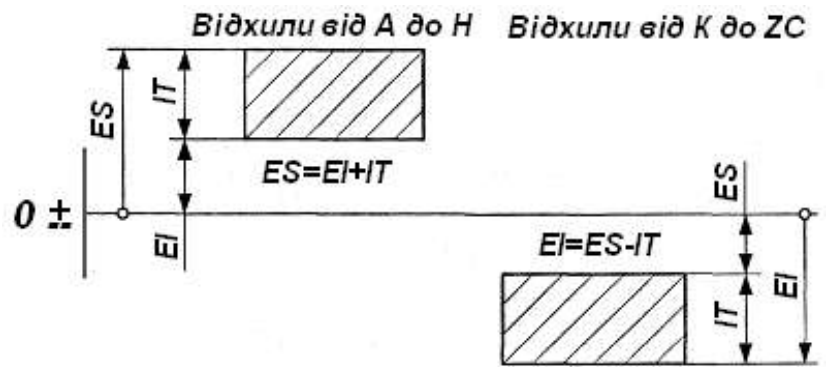


Рис. 4.29. Основні відхили

для отвору $EI = ES - IT$; для вала $ei = es - IT$ (рис. 4.29).

Якщо основний відхил нижній, то верхній визначають за формулами: для отвору $ES = EI + IT$; для вала $es = ei + IT$ (рис. 2.1).

У наведених формулах основні відхили підставляють з їх знаками.

Основні відхили позначають літерами латинської абетки великими для отворів ($A - ZC$) і малими – для вала ($a - zc$) (рис. 4.30). Як правило, основні відхили отвору і вала рівні за абсолютним значенням і протилежні за знаком.

Поле допуску характеризується двома відхилами: ближчим і віддаленим.

1.6.1. Посадка у системі отвору та у системі вала

Landing in the hole system and in the shaft system

Стандартами встановлено дві рівноправні системи посадок: систему отвору і систему вала.

Посадка у системі отвору (Landing in the hole system) – посадка, в якій необхідні зазори і натяги утворюються сполученням різних полів допусків валів з полем допуску основного отвору (рис. 4.31).

Основний отвір (The main hole) – отвір, нижній відхил якого дорівнює нулю ($EI = 0$), він позначається літерою H.

Посадка у системі вала (Landing in the shaft system) – посадка, в якій необхідні зазори і натяги утворюються сполученням різних полів допусків отворів з полем допуску основного вала (рис. 4.32).

Основний вал (The main shaft) – вал, верхній відхил якого дорівнює нулю ($es = 0$), він позначається літерою h.

Вибір системи посадок визначається конструктивними, технологічними і економічними міркуваннями. На практиці перевагу надають система отвору, оскільки за цієї умови досягаються менші витрати при виготовленні деталей (*менша номенклатура ріжучого і вимірювального інструменту*).

Систему вала застосовують у певних випадках: з'єднання кількох отворів з валом; валики без механічної обробки; з'єднання стандартних складаних одиниць, наприклад, вальниць кочення (сполучення зовнішнього діаметра з отвором корпусу).

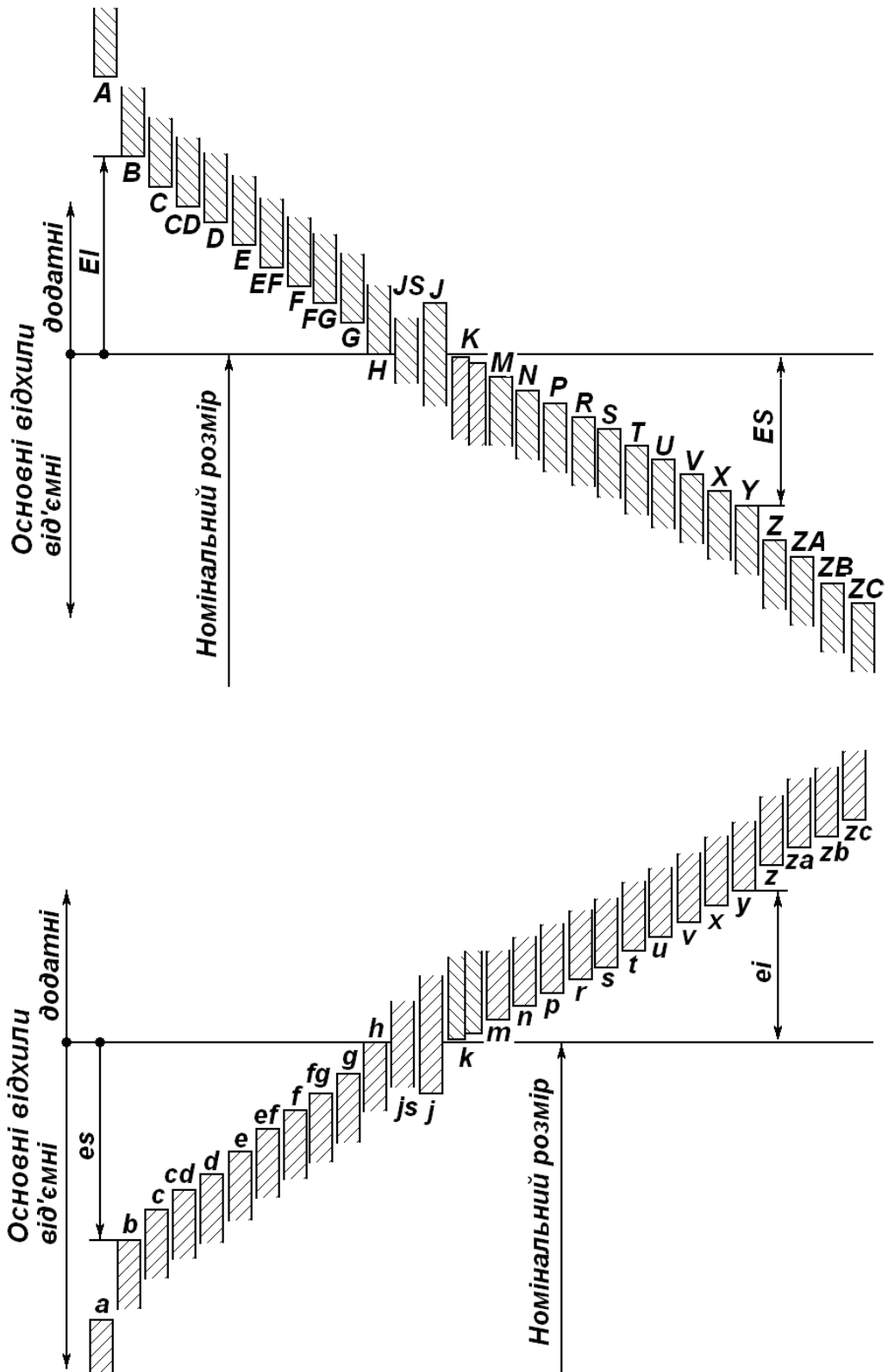


Рис. 4.30. Основні відхилення отворів і валів.

1.6.3. Утворення і позначення полів допусків і посадок

Formation and designation of fields of tolerances and landings

Основні відхилення отвору, як правило, рівні за значенням і протилежні за знаком однойменним з основним відхиленням вала. Це дає змогу отримувати однакові посадки в системі отвору і в системі вала.

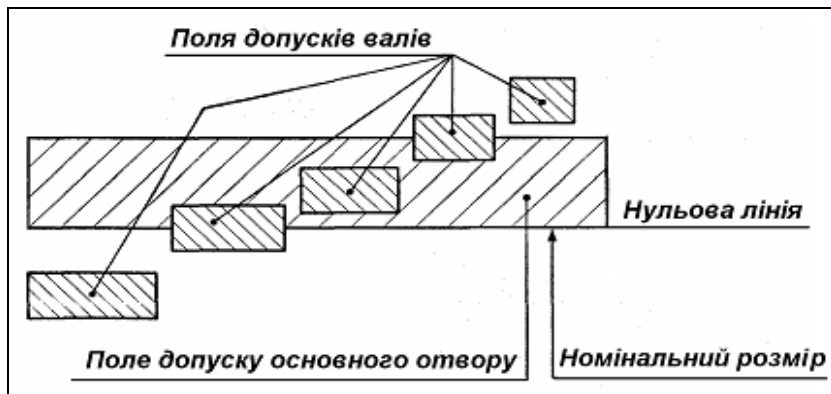


Рис. 4.31. Посадка у системі отвору

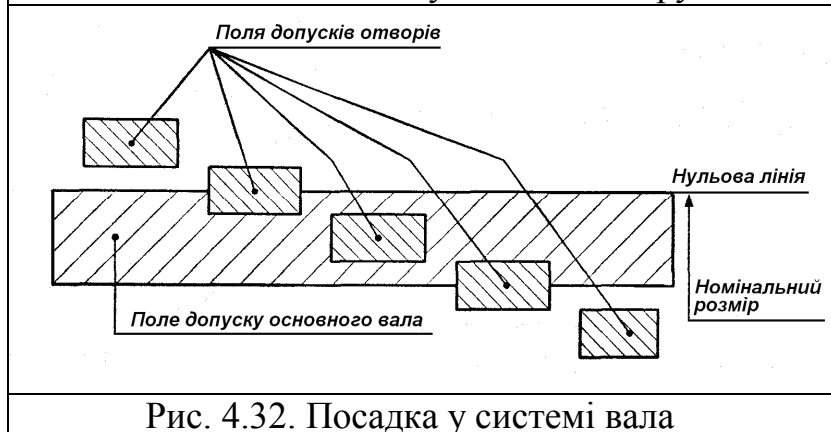


Рис. 4.32. Посадка у системі вала

Відхили від А до Н (від а до h) призначені для утворення полів допусків у посадках із зазорами; від JS до N (від js до n) – у перехідних посадках; від P до ZC (від p до zc) – у посадках із натягами.

Поле допуску позначається сполученням літери (літер) основного відхилю і порядкового номера квалітету. Наприклад: f6, g7, H7, H12.

Позначення поля допуску вказується після номінального розміру елемента. Наприклад: $\varnothing 40f6$, $\varnothing 50g7$, $\varnothing 60H7$.

У обґрунтованих

випадках допускається позначення поля допуску отвору з основним відхилом „H” символом „+IT”, з основним відхилом „h” – символом „-IT”, а відхилами „js” чи „JS” – символом „±IT/2”.

Наприклад: +IT14/2, -IT14/2, ±IT14/2.

Посадка. Посадка позначається дробом, у чисельнику якого вказується позначення поля допуску отвору, а у знаменнику – позначення поля допуску вала. Наприклад: $\varnothing 50H8/g7$, $\varnothing 50G8/h7$. Позначення посадок вказується після номінального розміру посадки. Наприклад: $\varnothing 50H7/f6$ чи $\varnothing 50H7/g6$.

Загальний запис невказаних відхилів відносно низької точності (від 12 квалітету і грубіше) слід подавати так:

Невказані граничні відхили розмірів згідно з ДСТУ ISO 2768-2-2001. Або ISO 2768-mK.

Лекція 3. Основи вибору посадок Lecture 3. Basics of choice of landings

Залежно від призначення механізму (машини) до з'єднань ставляться певні експлуатаційні вимоги.

Щоб забезпечити у з'єднанні відносну нерухомість, переміщення чи необхідне центрування деталей, слід узяти з числа стандартних таку посадку, яка ці вимоги забезпечувала б.

Посадки вибирають трьома способами: за розрахунком, за даними експериментальних досліджень і за рекомендаціями стандарту (за аналогією).

Вибір посадок за розрахунком широко застосовується в інженерній практиці. Цей спосіб враховує конкретні умови роботи з'єднання.

3.1. Посадки з натягом. Landing with a tensio

Деталі з'єднання з натягом прості у виготовленні. З'єднання забезпечує точну установку колеса на вал і високу навантажувальну здібність. Тому з'єднання з натягом останнім часом набувають все більш широкого застосування, особливо у редукторобудівництві, незважаючи на високу концентрацію напружень, що викликаються з'єднанням.

Розрахункова схема посадки з натягом наведено на рис. 4.33.

Під час запресування деталей втулка (bushing) розтягується на величину δ_D і одночасно вал стискується на δ_d , причому

$$\delta = \delta_D + \delta_d \text{ (див. рис. 4.33).}$$

За теорією Ляме за тонкостінних втулок:

$$\delta = p \cdot d_H \cdot 10^6 \left[(C_D / E_D) + (C_d / E_d) \right], \quad (4.89)$$

де δ – загальна деформація з'єднання, мкм (total deformation of the compound); δ – питомий тиск, Па (specific pressure); C_D, C_d – геометричні коефіцієнти (geometric coefficients), що визначаються за формулами:

$$\tilde{N}_D = \frac{1 + (d/D_2)^2}{1 - (d/D_2)^2} + \mu_D; \quad \tilde{N}_d = \frac{1 + (d_1/d)^2}{1 - (d_1/d)^2} - \mu_d. \quad (4.90)$$

E_D, E_d – модулі пружності матеріалу отвору і вала відповідно;

μ_D, μ_d – коефіцієнти Пуассона матеріалу отвору і вала.

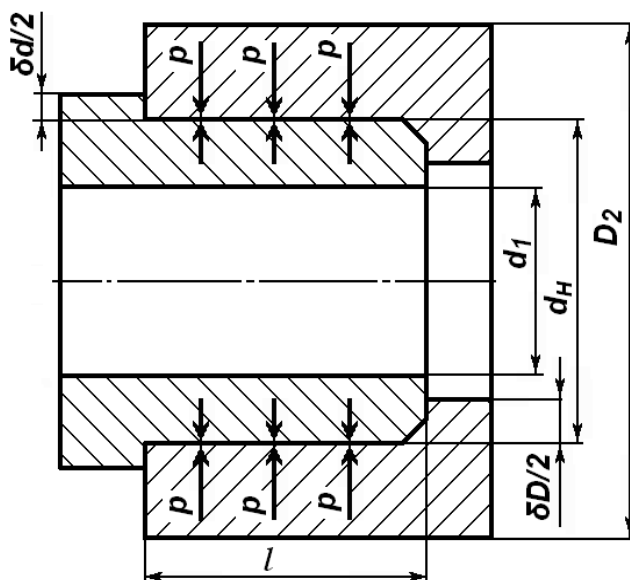


Рис. 4.33.. Розрахункова схема посадки з натягом

За запресування вала в отвір нерівності поверхонь зрізаються і зминаються, що зменшує дійсний натяг у з'єднанні. Вважають, що зрізання і зминання нерівностей при запресуванні становить 60 відсотків від їх висоти. Тоді поправку на зминання нерівностей знаходять за формулою:

$$U = 1,2 \cdot (R_{zD} + R_{zd}) \text{ або}$$

$$U = k_D \cdot R_{aD} + k_d \cdot R_{ad}. \quad (4.91)$$

Тут U – поправка на зминання нерівностей, мкм (correction for breaking the inequalities);

R_{zD}, R_{zd} – висота нерівностей профілю поверхонь отвору і вала

за десяти точками, мкм; R_{aD}, R_{ad} – середня арифметична висота нерівностей профілю отвору і вала, мкм. За $R_a \geq 1,25$ мкм $k = 5$, за $R_a < 1,25$ $k = 6$.

Підбираючи посадки вінців черв'ячних коліс, що нагріваються за роботи передачі до відносно високих температур, зважають на температурні

деформації центра і вінця, що зменшують створюваний натяг. Тоді поправка на температурну деформацію:

$$\delta_t = d \cdot 10^6 \cdot [(t_D - 20^\circ) \cdot \alpha_D - (t_d - 20^\circ) \cdot \alpha_d], \quad (4.92)$$

де δ_t – поправка на температурну деформацію, мкм; t_D, t_d – робочі температури деталей з'єднання, °C; α_D, α_d – коефіцієнти лінійного розширення відповідно матеріалу отвору і вала, 1/°C: сталь $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$, чавун $\alpha = 10 \cdot 10^{-6}$, бронза, латунь $\alpha = 19 \cdot 10^{-6}$ °C.

Мінімальний натяг (minimum tension), що потрібен для передачі заданого навантаження,

$$N_{min} = \delta + U + \delta_t. \quad (4.93)$$

Під час дії осьової сили F_a нерухомість забезпечує сила тертя

$$F_{\text{ОЕД}} = 3,14 \cdot D \cdot l \cdot f \cdot p. \quad (4.94)$$

Тут $F_{\text{ТЕР}}$ – сила тертя, Н; l – довжина сполучення, м; f – коефіцієнт тертя.

Умова нерухомості: $F_{\text{ТЕР}} \geq F_a$

$$\text{або } F_{\text{ТЕР}} = 3,14 \cdot d \cdot l \cdot f \cdot p; p \geq \frac{F_a}{3,14 \cdot d \cdot l \cdot f}. \quad (4.95)$$

За дії крутного моменту T нерухомість забезпечує момент тертя:

$$T_{\text{ТР}} = \frac{3,14 p \cdot l \cdot f \cdot d_H^2}{2}. \text{ Умова нерухомості: } T_{\text{ТР}} \geq T \text{ або;}$$

$$\dot{O}_{\text{ОЕД}} = \frac{3,14 \cdot p \cdot l \cdot f \cdot d^2}{2} \quad p \geq \frac{2T}{3,14 \cdot d^2 \cdot l \cdot f}. \quad (4.96)$$

За спільної дії осьової сили і крутного моменту нерухомість забезпечує сила тертя $F_{\text{ТЕР}} \geq F_\Sigma$.

$$\text{Сумарна сила } F_\Sigma = \sqrt{F_a^2 + (2T/d)^2};$$

$$p \geq \frac{F_\Sigma}{3,14 \cdot d \cdot l \cdot f} = \frac{\sqrt{F_a^2 + (2T/d)^2}}{3,14 \cdot d \cdot l \cdot f}. \quad (4.97)$$

Найбільший натяг (the biggest tension)(мкм), допустимий міцністю втулки:

$$N_{max} = [\delta]_{max} + U, \quad (4.98)$$

де $[\delta]_{max}$ – максимальна деформація допустима міцністю втулки, мкм:

$$[\delta]_{max} = [p]_{max} \cdot \delta / p. \quad (4.99)$$

Максимальний тиск, що допускається міцністю втулки, мкм:

$$[p]_{max} = 0,5\sigma_{\text{TD}} \left[1 - (D/D_2)^2 \right]. \quad (4.100)$$

Тут $[p]_{max}$ – максимальний тиск; Па. Його приймають за довідковими даними залежно від марки сталі і температури; σ_{TD} – границя текучості матеріалу охоплюючої деталі.

Умова вибору посадки

$$N_{p.min} \geq N_{min}; \quad N_{p.max} \leq N_{max}, \quad (4.101)$$

де $N_{p_{\min}}$, $N_{p_{\max}}$ – мінімальний і максимальний ймовірні натяги посадки. Вибираємо рекомендовані і переважаючі посадки. Значення ймовірних натягів у різних посадках наведено у таблицях.

Зусилля запресування деталей, Н:

$$F_{II} = 3,14 \cdot d \cdot l \cdot f \cdot p_{\max} \quad (4.102)$$

Тут f – коефіцієнт тертя (f_z – запресування, f_b – випресування; p_{\max} – контактний тиск, що відповідає максимальному ймовірному натягу вибраної посадки:

$$p_{\max} = (N_{\max} - U) \cdot p / \delta \quad (4.103)$$

Температура нагрівання (охолодження) деталі, °С:

$$t_D = 20^\circ + \frac{N_{\max} + Z_{скл}}{d_H \cdot \alpha_D} \cdot 10^{-6}; \quad t_d = 20^\circ - \frac{N_{\max} + Z_{скл}}{d_H \cdot \alpha_d} \cdot 10^{-6} \quad (4.104)$$

де $Z_{скл}$ – зазор за складання, мкм, дорівнює основному відхиленню вала m .

Основним способом складання для здійснення з'єднання з натягом коліс з валами є нагрівання колеса.

Поділ на групи основних посадок проводять умовно за відносним натягом $N_{\text{від}} = N_{\min} / d$.

Розрізняють посадки: важкі, для яких

$$N_{\text{від}} = 1 \text{ мкм/мм (H7/u7, H8/u8);}$$

$$\text{середні – } N_{\text{від}} = 0,50 \text{ мкм/мм (H7/s6);}$$

$$\text{легкі – } N_{\text{від}} = 0,25 \text{ мкм/мм (H7/r6).}$$

З'єднання з натягом здійснюють збиранням під пресом, гідропресуванням, з нагріванням охоплюючої деталі, з охолодженням охоплюваної деталі.

Гранична температура нагрівання, за якої не відбувається зміна механічних властивостей матеріалу, є $+250^\circ\text{C}$.

Гранична температура охолодження деталі рідким повітрям становить (-190°C).

3.2. Посадки з зазором. Landing with a gap

Призначені для забезпечення відносного руху (обертового або вертально-поступного). Ці посадки характеризуються зазором, що служить для переміщень, компенсації температурних деформацій, похибок форми, розміщення шару мастила. За характером роботи посадки з зазором призначені для центрування, переміщень, здійснення рідинного тертя. У з'єднаннях з рідинним тертям посадки вибирають за розрахунком, а з сухим і напіврідинним – за аналогією.

3.2.1. Посадки вальниць ковзання. Landing bearings sliding

Вальниці ковзання (sliding gates) поширені у техніці. У стані спокою під дією сили тяжіння вал займає крайнє нижнє положення (зображено штриховою лінією, рис. 1, а за обертання сили тертя захоплюють мастило у вузьку клиноподібну щілину між валом та отвором; вал піднімається, спираючись на масляний клин, і трохи переміщується вбік обертання (рис. 4.34).

Між зазором S у стані спокою і товщиною шару мастила h_{\min} в місці найбільшого зближення існує взаємозв'язок.

Поширені два методи розрахунку: за оптимальним зазором і за граничними зазорами.

3.2.2.1. Розрахунок за оптимальним зазором

Calculation of the optimal gap

Із гідродинамічної теорії мащення відомо, що

$$hS = \frac{0,58d \cdot \omega \cdot \mu \cdot l}{p \cdot (d + l)}, \quad (4.105)$$

де h – товщина шару мастила, м;

S – зазор у стані спокою, м; d – діаметр з'єднання, м; ω – кутова швидкість вала, рад/с; μ – динамічна в'язкість мастила, Па·с; l – довжина сполучення, м;

p – питомий тиск на опору, Па.

При $h = 0,25 \cdot S$ коефіцієнт тертя найменший (тепловий режим оптимальний).

Оптимальний зазор

$$S_{\text{opt}} = 2 \sqrt{\frac{0,52d \cdot \omega \cdot \mu \cdot l}{p \cdot (d + l)}} = 2\sqrt{hS}. \quad (4.106)$$

У процесі роботи рухомого з'єднання спрацьовуються поверхні вала і отвору, внаслідок чого зазор збільшується. Зміна зазору $S_{\text{поч}}$ залежно від часу роботи з'єднання характеризується кривою 1 (рис. 4.35). У період часу t_1 зазор збільшується швидко (внаслідок згладжування макро-і мікронерівностей). У період t_2 зазор збільшується до гранично допустимого зазору $S_{\text{гр}}$ (період нормальної експлуатації). Період t_3 характеризується різким збільшенням зазору, тому нормальна робота сполучення порушується і подальша експлуатація може призвести до аварії.

Термін нормальної роботи з'єднання (експлуатації) можна збільшити за рахунок зменшення початкового зазору (до $S'_{\text{поч}}$). Зменшення початкового зазору з урахуванням мікронерівностей отвору і вала може забезпечити підвищення технічного ресурсу сполучення. Як видно з рис. 4.35, за зменшення початкового зазору до $S'_{\text{поч}}$ час нормальної роботи (експлуатації) з'єднання збільшиться з t_2 до t'_2 (крива 2).

На рис. 4.35 показано: t_1, t_2, t_3 – час відповідно припрацювання, нормальної роботи і аварійного спрацювання; $S_{\text{поч}}, S_{\text{гр}}, S'_{\text{поч}}$ – зазор відповідно початковий, граничний і початковий зменшений; t'_2 – збільшений час нормальної роботи.

Зменшений початковий зазор називають розрахунковим:

$$S_P = S_{\text{опт}} - K \cdot (R_{zd} + R_{zd}), \quad (4.107)$$

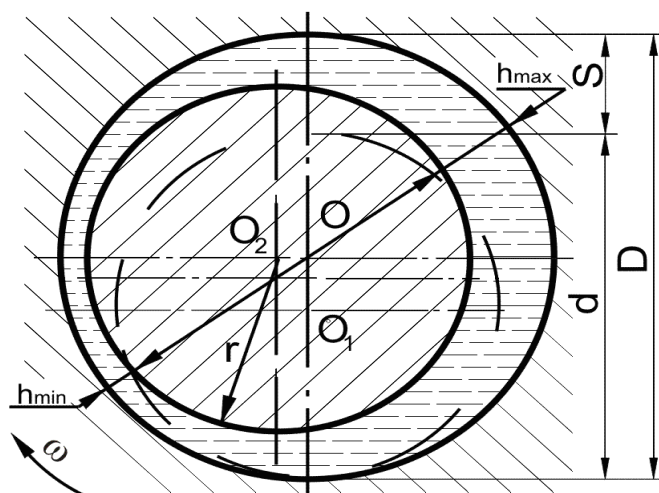


Рис. 4.34. Розрахункова схема посадки з зазором.

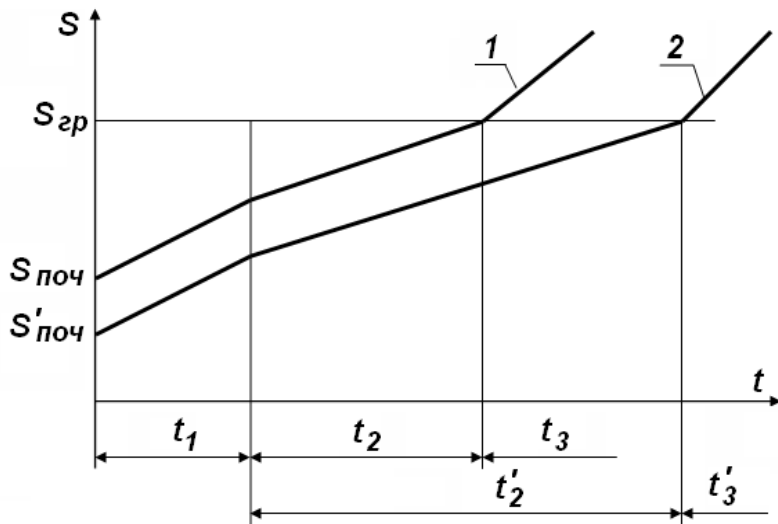


Рис. 4.35. Залежність зазору від часу роботи

де K – коефіцієнт, що враховує спрацювання мікронерівностей у період припрацювання, вплив похибок форми, коливання навантаження, швидкості тощо; R_{zD} , R_{zd} – висота мікронерівностей отвору і вала

Умова вибору посадки:

$$S_{\text{сер.ст}} \leq S_p ;$$

$$h_{\min} \geq K \cdot (R_{zD} + R_{zd}), \quad (4.108)$$

де $h_{\min} = \frac{hS}{S_{\text{макс.ст}} + K(R_{zD} + R_{zd})}$; $S_{\text{сер.ст}} = \frac{S_{\text{макс.ст}} + S_{\text{мін.ст}}}{2}$.

3.3. Перехідні посадки. Transitional landings

Призначені для нерухомих, але роз'ємних з'єднань і для більш точного центрування деталей. Вони забезпечують як зазори, так і натяги, але значення зазорів чи натягів відносно малі. Нерухомість з'єднання у перехідних посадках досягається додатковим кріпленням (шпонками, штифтами, гвинтами тощо).

Вибір перехідних посадок здійснюється за розрахунком або за рекомендаціями стандарту (за аналогією).

Для компенсації похибок (розташування і форми поверхні сполучених деталей, змінання поверхонь, зносу деталей – збільшують радіальне биття, що визначає точність центрування), а також створення запасу точності найбільший допустимий зазор у з'єднанні визначають за формулою:

$$S_{\max} = F_r / K, \quad (4.109)$$

де S_{\max} – найбільший допустимий зазор, мкм; F_r – радіальне биття, мкм; K – коефіцієнт запасу точності.

Умова вибору посадки: $S_{\text{макс.ст}} \leq S_{\max}$.

Характер посадок визначається ймовірністю створення у них натягів і зазорів. Розрахунки ймовірності натягів і зазорів ґрунтуються на нормальному розподілі розмірів деталей під час виготовлення (відновлення). Розподіл натягів і зазорів у цьому разі також підпорядкований нормальному закону, а ймовірність їх створення визначається за допомогою інтегральної функції ймовірності. За ймовірному розрахунку визначають середнє значення і розсіювання зазору або натягу. Як за налагодження, так і обробки деталей наладчик і верстатник тримаються ближче до безпечних меж. Для отвору це менший, а для вала – більший граничні розміри. Внаслідок цього виникає деяка асиметрія розподілення відхилів розмірів.

Середнє значення зазору (натягу):

$$S_{\text{сер}}(N_{\text{сер}}) = e_{\text{сер}} + 0,1(TD + Td) - E_{\text{cee}} . \quad (4.110)$$

Імовірне розсіювання (індекс p у позначенні зазору-натягу):

$$t_{\Sigma p} = (1/K_{\Sigma})\sqrt{TD^2 + Td^2} . \quad (4.111)$$

У формулах (22) і (23) $E_{\text{сер}}$ і $e_{\text{сер}}$ – середні відхили розмірів отвору і вала;
 K_{Σ} – коефіцієнт відносного розсіювання зазору-натягу; як правило $K_{\Sigma} = 1$, тоді

$$t_{\Sigma p} = \sqrt{TD^2 + Td^2} . \quad (4.112)$$

Найбільші і найменші ймовірні зазори і натяги:

у посадках із зазором

$$S_{p \text{ max}} = S_{\text{сер}} + 0,5t_{\Sigma p}; S_{p \text{ min}} = S_{\text{сер}} - 0,5t_{\Sigma p} , \quad (4.113)$$

у перехідних посадках

$$S_{p \text{ max}} = S_{\text{сер}} + 0,5t_{\Sigma p}; N_{p \text{ min}} = N_{\text{сер}} - 0,5t_{\Sigma p} , \quad (4.114)$$

у посадках з натягом

$$N_{p \text{ max}} = N_{\text{сер}} + 0,5t_{\Sigma p}; N_{p \text{ min}} = N_{\text{сер}} - 0,5t_{\Sigma p} . \quad (4.115)$$

Різні перехідні посадки характеризуються різними величинами імовірності натягу (зазору) і процент натягу (зазору) (рис. 4.36).

Лекція 4. Розрахунок і вибір посадок вальниць кочення

Lecture 4. Calculation and choice of baskets of knittings

4.1. Класи точності вальниць та допуски на них

Classes of the accuracy of the bearings and tolerances on them

Вальниці кочення (roller bearings)– найбільш поширені стандартні складанні одиниці. Вони мають повну зовнішню взаємозамінність за приєднувальними поверхнями, що визначаються зовнішнім діаметром (outer diameter) D зовнішнього кільця і внутрішнім діаметром (innerdiameter) d внутрішнього кільця, і неповну взаємозамінність між тілами кочення і кільцями. Терміни та визначення встановлені ДСТУ 3012–95.

За ГОСТ 520:2007 встановлено п'ять класів точності, що позначаються (у порядку зростання точності) 0; 6; 5; 4; 2. Класи точності вальниць вибирають, виходячи із вимог, що ставляться до точності обертання і умов роботи механізмів. Для більшості машин загального призначення (трактори, автомобілі, сільськогосподарські і меліоративні машини) застосовують вальниці класу точності 0. Вальниці вищих класів застосовують за великих частот обертання і у разі, коли потрібна висока точність обертання вала (наприклад, металообробні верстати, прилади, авіаційні двигуни тощо).

У гідравлічних та інших преси-зійних приладах і машинах використовують вальниці класу точності 2. Клас точності вказують через тире перед умовним позначенням вальниці, наприклад, 6–310 (6-й клас точності вальниці), за ІСО ще допускається літера Р, наприклад, Р4–106. Нульовий клас у позначеннях не вказується, наприклад, 212, 7210, він є основним і прийнятий до випуску для всіх типів вальниць кочення.

Процент натягу, P_N
 $H/j, H/js, J/h, JS/h$ 0,1...6

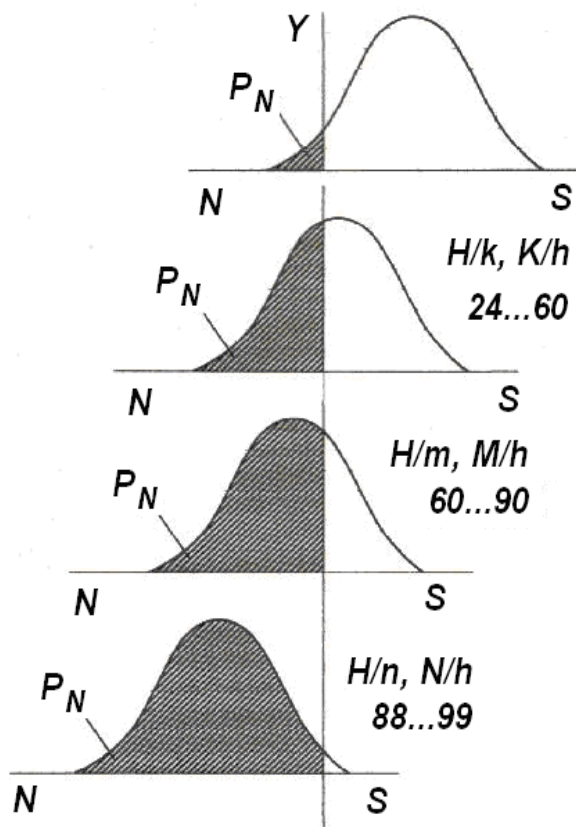


Рис. 4.36. Величини ймовірності натягу (зазору) і процент натягу (зазору)

Для скорочення номенклатури вальниць їх виготовляють з відхилами розмірів внутрішнього і зовнішнього діаметрів, які не залежать від посадки, за якою їх будуть монтувати. Для всіх класів точності верхній відхил приєднувальних діаметрів дорівнює нулю. Таким чином, діаметри зовнішнього кільця D_m і внутрішнього кільця d_m прийнято відповідно за діаметри основного вала, а отже, посадку з'єднання зовнішнього кільця з корпусом призначають у системі вала, а посадку з'єднання внутрішнього кільця з валом – у системі отвору.

Проте поле допуску на діаметр отвору внутрішнього кільця розташоване в “мінус” від номінального розміру, а не в “плюс”, як у звичайного основного отвору, тобто не у тіло “кільця”, а вниз від нульової лінії.

За такого розташування поля допуску отвору внутрішнього кільця для одержання з'єднань кілець із валом з невеликим натягом непотрібно використовувати спеціальні посадки. Їх можна одержати, або використовуючи для валів поля допусків

$n6, \cdot m6, \cdot k6, \cdot js6$, чи тіж поля допусків квалітетів 5 і 4. З'єднання валів, що мають одне із вказаних полів допусків (крім $js6, \cdot js5, \cdot js4$), з внутрішніми кільцями вальниці дає посадку з невеликим гарантованим натягом.

4.2. Види навантаження кілець вальниць та особливості вибору їх посадок і класів точності

Types of load of rings of bearings and features of choice of their landings and classes of accuracy

Посадки вальниць кочення на вал і в корпус вибирають залежно від типу і розміру вальниці, умов її експлуатації, значення і характеру навантажень, що діють на нього, а також навантажень кілець.

Схема «обертається вал» має місце у вальниць валів коробок передавачів, роторів електродвигунів, центробіжних насосах, центрифугах, редукторах і т.п., де внутрішнє кільце обертається разом з валом. Схема «обертається корпус» лежить в основі роботи вальниць у колесах автомобілів, тракторів, літаків, у роликах конвеєрів, коли при роботі обертається внутрішнє кільце.

Відповідно до ГОСТ 3325–89 розрізняють три основних види навантаження кілець: місцеве, циркуляційне і коливальне.

За місцевого навантаження (local load) кільця результуюче радіальне навантаження, що діє на вальницю, постійно сприймається однією і тією ж обмеженою ділянкою доріжки кочення цього кільця (у межах зони навантаження) і передається відповідній ділянці посадочної поверхні вала або корпуса (рис. 4.37).

За циркуляційного навантаження кільця результуюче навантаження, що діє на вальницю, сприймається і передається тілами кочення у процесі обертання доріжки кочення, послідовно за всією посадочною поверхнею вала або корпуса (рис. 4.38).

Посадка циркуляційно навантаженого кільця, що обертається, повинна забезпечувати гарантований натяг, що виключає можливість відносних зсувів або проковзувань цього кільця і деталі, тому що їх поява може призвести до розвальцювання поверхонь з'єднання, втрати точності, перегрівання і швидкого виходу складаної одиниці з ладу.

Коливальним навантаженням кільця називають такий вид навантаження, за якого рівнодіюча радіального навантаження постійного напрямку і обертового навантаження не робить повного оберту, а коливається у певних межах (рис. 4.39). Прикладом цього є навантаження кулькових вальниць колінчастих валів пускових двигунів. Такий вид навантаження є проміжним між місцевим і циркуляційним.

Посадки слід вибирати так, щоб кільце вальниці, що обертається, було змонтоване з натягом, який виключав би можливість прокручування і проковзування цього кільця на посадочній поверхні вала чи отвору в корпусі у процесі роботи під навантаженням; друге кільце повинно бути встановлене з зазором. Тобто, за обертання вала з'єднання внутрішнього кільця з валом має бути нерухомим; за нерухомого вала з'єднання внутрішнього кільця з валом повинно мати посадку з невеликим зазором, а зовнішнє кільце з корпусом – бути нерухомим. Посадки для вальниць кочення і приклади їх застосування рекомендуються ГОСТ 3325–89.

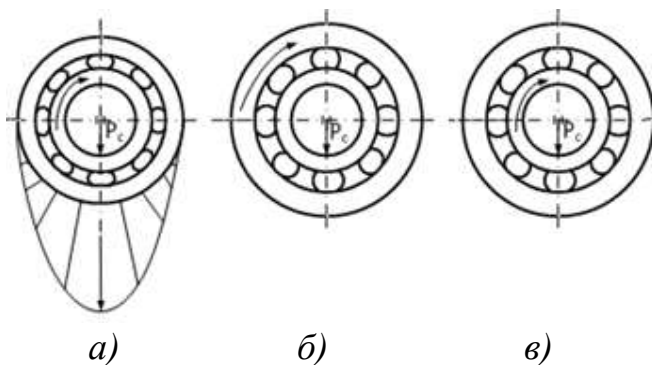


Рис. 4.37. Місцеве навантаження кілець вальниці: а) епюра нормальних навантажень на посадочних поверхнях (P_n – сила постійна за напрямком); б) внутрішнього; в) зовнішнього

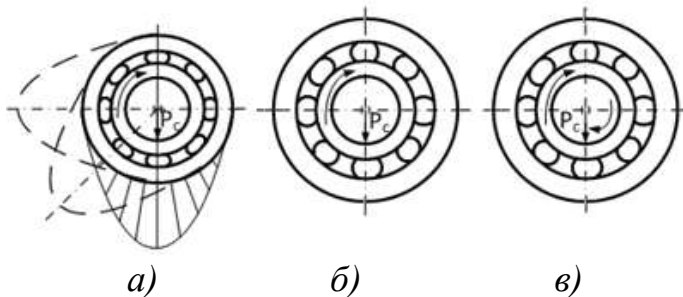


Рис. 4.38. Циркуляційне навантаження кілець вальниці: а) епюра нормальних навантажень на посадочних поверхнях ($1^2, 2^2, 3^2$ – послідовне положення навантаження; P_n – сила постійна за напрямком; P_v – радіальна сила, що обертається); б) внутрішнього; в) зовнішнього

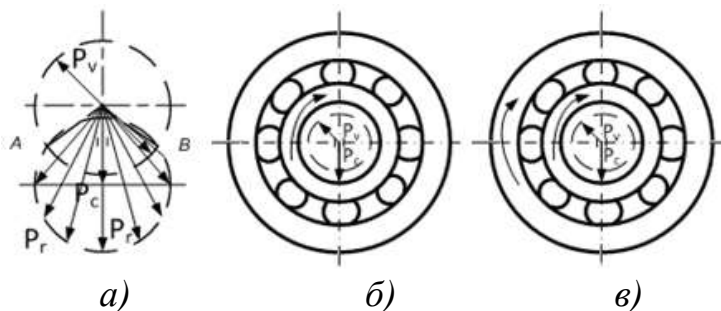


Рис. 4.39. Коливальне навантаження кілець вальниці: а) P_v – сила постійна за напрямком;

P_v – радіальна сила, що обертається;

P_r – рівнодійна сила); б) коливальне навантаження зовнішнього кільця і циркуляційне внутрішнього кільця;

в) циркуляційне навантаження зовнішнього кільця і коливальне внутрішнього кільця

Посадку із зазором призначають для кільця, що сприймає місцеве навантаження – за такої посадки не утворюється заклинювання кульок, кільце під дією поштовхів і вібрацій поступово прокручується посадковою поверхнею, завдяки чому спрацювання доріжки кочення відбувається рівномірно по всьому кільцю. Термін служби вальниць за такої посадки кілець з місцевим навантажуванням підвищується.

4.3. Методика розрахунку і вибору посадок для кілець різних видів навантаження

Method of calculation and choice of landings for rings of different types of load

Посадка циркуляційно навантаженого кільця визначається за інтенсивністю радіального навантаження

$$P_R = \frac{R}{(B - 2 \cdot r)} \cdot k_D \cdot k_1 \cdot k_2, \quad (4.116)$$

де P_R – інтенсивність радіального навантаження, кН/м; R – постійне за напрямком радіальне навантаження, кН; k_D – динамічний коефіцієнт посадки, що залежить від навантаження (за перевантаження до 150 %, помірних поштовхах і вібрації $k_D = 1$, за перевантаження до 300 %, сильних поштовхах і вібраціях $k_D = 1,8$; k_1 – коефіцієнт, що враховує ступінь послаблення посадочного натягу за порожнистого вала і тонкостінного корпусу (для вала порожнистого $k_1 = 1-3$; суцільного – $k_1 = 1$, для корпусу $k_1 = 1-1,8$); k_2 – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження між рядами роликів у дворядних конічних роликівих вальниць чи між подвоєними кульковими вальницями за наявності осьового навантаження на опорі ($k_2 = 1-2$; за відсутності осьового навантаження $k_2 = 1$); B – ширина вальниці, м; r – радіус закруглення фаски кільця, м.

Методика розрахунку і вибору посадок кілець за величиною радіального зазору у вальницях

Якщо динамічний коефіцієнт (k_D) знайти важко, посадку можна визначити за мінімальним натягом між циркуляційно навантаженим кільцем і поверхнею сполученої деталі. Послідовність розрахунків така.

Визначаємо найменший натяг циркуляційно навантаженого кільця за формулою:

$$N_{min} = \frac{13 \cdot R \cdot k}{(B - 2 \cdot r) \cdot 10^6}, \quad (4.117)$$

де N_{min} – найменший розрахунковий натяг, що забезпечує необхідну міцність з'єднання циркуляційно навантаженого кільця вальниці з валом, мм;

R – радіальне навантаження на вальницю, кН; k – конструктивний коефіцієнт, що залежить від серії вальниці ($k = 3,5$ – особливо легка серія; $k = 2,8$ – легка серія; $k = 2,3$ – середня серія; $k = 2,0$ – важка серія).

Вибираємо необхідну стандартну посадку, що відповідає умові:

$$N_{\min.ст} \geq N_{\min.}$$

Тут $N_{\min.ст}$ – найменший натяг стандартної посадки.

Перевіряємо правильність вибору посадки, виходячи із умови міцності, для цього визначаємо допустимий натяг:

$$N_{\text{доп}} = \frac{11,4 \cdot k \cdot d \cdot [\sigma_p]}{(2 \cdot k - 2) \cdot 10^6}, \quad (4.118)$$

де d – номінальний діаметр сполученого кільця вальниці, мм;

$[\sigma_p]$ – допустиме напруження за розтягування (для сталі вальниць $[\sigma_p] = 400 \text{ МПа}$).

Перевіряємо міцність з'єднання, дотримуючись умови: $N_{\max.ст} \leq N_{\text{доп}}$.

Тут $N_{\max.ст}$ – найбільший натяг стандартної посадки.

Основними вимогами, яким повинна відповідати посадка циркуляційно навантаженого кільця, є: відсутність прокручування і обкатування кілець, неприпустимість утворення зазорів на посадочних поверхнях і мінімальний натяг у сполученні, що незначно змінює зазори між кільцями і тілами кочення.

Шорсткість посадочних поверхонь валів і отворів під вальницю кочення наведено у табл. 4.4.

Умовне позначення посадок вальниць на складальних креслениках вказують так: вальниця класу точності 0 на вал з номінальним діаметром 40 мм, полем допуску $m6$: посадка – $\varnothing 40 L0 / m6$ чи $\varnothing 40 \frac{L0}{m6}$.

Те ж – в отворі корпусу з номінальним діаметром 100 мм, з полем допуску $H7$: посадка – $\varnothing 100 H7 / 10$ чи $\varnothing 100 \frac{H7}{10}$.

Таблиця 4.4. Шорсткість посадочних поверхонь валів і отворів під вальницю кочення (ГОСТ 3325–85)

Посадочні поверхні	Класи точності вальниць за ГОСТ 520:2007	Параметр шорсткості R_a (мкм) не більше, для номінальних діаметрів вальниць, мм	
		до 80	понад 80 до 500
Валів	0	1,25	2,5
	6 і 5	0,63	1,25
	4	0,32	0,63
	2	0,16	0,32
Отворів корпусів	0	1,25	2,5
	6, 5 і 4	0,63	1,25
	2	0,32	0,63
Опорних торців заплечиків валів і корпусів	0	2,5	2,5
	6, 5 і 4	1,25	2,5
	2	0,63	0,63

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

LIST OF USED LITERATURE

Модуль 1. Теоретична механіка

1. Теоретична механіка : навчальний посібник / О. М. Черниш, М. Г. Березовий, В. В. Яременко, І. В. Головач. Київ : Центр навчальної літератури, 2018. 760 с.

2. Теоретична і прикладна механіка. Частина 1 : навчальний посібник / В. Булгаков, О. Черниш, В. Яременко. Київ : Центр навчальної літератури, 2018. 612 с.

3. Теоретична механіка / І. В. Кузьо, Я. І. Зінько, Т-Н. М. Ванькович, В. І. Векерик та ін. Харків : Фоліо, 2017. 347 с.

4. Теоретична механіка : підручник / В. В. Булгаков, І. І. Яременко, О. М. Черниш, М. Г. Березовий. Київ : Центр навчальної літератури, 2017. 640 с.

5. Пастушенко С. І. Практикум з теоретичної механіки. Частина 1. Статика. Кінематика : навчальний посібник / С. І. Пастушенко, О. Г. Руденко, В. В. Іщенко. Вінниця : Нова книга, 2006. 380 с.

6. Пастушенко С. І., Руденко О. Г., Іщенко В. В. Практикум з теоретичної механіки. Частина II. Динаміка. Вінниця : Нова книга, 2007. 543 с.

7. Теоретична механіка : навчально-методичний посібник для студентів технічних спеціальностей і завдання для контрольних робіт студентів факультету після дипломної освіти / уклад. : В. П. Шпачук, М. С. Золотов, О. І. Рубаненко, А. О. Гарбуз. Харків : ХДАМГ, 2001. 124 с.

8. Теоретична механіка. Статика : метод. реком. для вивчення курсу лекцій для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «Бакалавр» спеціальностей: 208 «Агроінженерія»; 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)»; денної та заочної форм навчання. Миколаїв, МНАУ, 2021. 104 с.

9. Теоретична механіка. Статика. Практикум : метод. реком. для виконання практичних робіт для здобувачів вищої освіти ступеня «Бакалавр» спеціальностей: 208 «Агроінженерія»; 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові

технології)»; 015 «Професійна освіта (Технологія виробництва і переробка продуктів сільського господарства)» денної та заочної форм навчання. Миколаїв, МНАУ, 2021. 109 с.

10. Теоретична механіка: Кінематика : курс лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агроінженерія» і «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форми здобуття вищої освіти / уклад. : Г. О. Іванов, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський, С. В. Степанов, О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2022. 76 с.

11. Теоретична механіка: Динаміка : курс лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «_гро інженерія» і «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» спеціальностей 208 «_гро інженерія» та 015 (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форми здобуття вищої освіти / уклад. : Г. О. Іванов, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський, С. В. Степанов, О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2022. 84 с.

Доступ до матеріалів «Теоретична механіка»

Матеріали з навчальної дисципліни узагальнено у освітній платформі Moodle за посиланням — <https://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=356>

Бібліотека Миколаївського національного аграрного університету за посиланням — <https://lib.mnau.edu.ua/>.

Репозитарій Миколаївського національного аграрного університету за посиланням — <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/>.

Модуль 2. Механіка матеріалів і конструкцій

1. Механіка матеріалів і конструкцій: практикум з використанням графічно-цифрового контенту : навчальний посібник для закладів вищої освіти / Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко. Миколаїв, МНАУ, 2021. 172 с.

2.Бабенко Д. В., Горбенко О. А., Доценко Н. А. Механіка матеріалів і конструкцій: практикум : навчальний посібник. Миколаїв : МНАУ, 2018. 384 с.

3. Бабенко Д. В., Горбенко О. А., Доценко Н. А. Механіка матеріалів і конструкцій: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навчальний посібник для вищих навчальних закладів освіти. Миколаїв, МНАУ, 2018. 384 с.

4.Механіка матеріалів і конструкцій. Частина II [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю «Прикладна механіка» / А. Є. Бабенко, О. О. Боронко, С. М. Шукаєв [та ін.] ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. 192 с.

5.Бондаренко Л. Ю., Вершков О. О., Антонова Г. В. Лабораторний практикум з механіки матеріалів і конструкцій [Електронний ресурс] : навч. посіб. Мелітополь : ТДАТУ, 2017. 183 с.

6.Механіка матеріалів і конструкцій. Частина II : курс лекцій / Д. В. Бабенко, К. М. Думенко. Миколаїв : МДАУ, 2011. 149 с.

Модуль 3. Теорія механізмів і машин

1.Бабенко Д. В., Доценко Н. А., Горбенко О. А. Теорія механізмів і машин : практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища. Миколаїв : МНАУ, 2019. 168 с.

2. Теорія механізмів і машин : підручник. / В. М. Булгаков та ін. Київ : Центр навчальної літератури, 2020. 680 с.

3.Яременко В., Черниш О., Березовий М. Теорія механізмів і машин. Частина1 : навчальний посібник. Київ : Центр навчальної літератури, 2018. 464 с.

4.Заховайко О. П. Теорія механізмів і машин : курс лекцій для студентів спеціальності „Динаміка і міцність машин”. Київ : НТУУ "КПІ", 2010. 243 с.

5.Пирогов В. В., Філімохін Г. Б., Невдаха А. Ю. Теорія механізмів і машин. Частина 1 : навчальний посібник. Кропивницький : ЦНТУ, 2017. 88 с.

6.Червоний Б. І. Інтерактивний комплекс навчально-методичного забезпечення. Рівне : НУВГП, 2006. 160 с.

7. Черниш О. М., Березовський М. Г., Яременко В. В. Теорія механізмів і машин. Частина 1 : навчальний посібник. Київ : ЦУЛ, 2020. 156 с.
8. Можаровський М. М., Шостачук А. М. Теорія механізмів і машин : конспект лекцій. Житомир : Освітній портал ЖДТУ, 2015. 123 с.
9. Бабенко Д. В., Доценко Н. А., Горбенко О. А. Теорія механізмів і машин : практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навчальний посібник. Миколаїв : МНАУ, 2019. 168 с.
10. Теорія механізмів і машин : методичні рекомендації до виконання практичних та самостійних робіт в умовах інформаційно-освітнього середовища для здобувачів вищої освіти ступеня «Бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форм навчання / уклад. Н. А. Доценко. Миколаїв : МНАУ, 2021. 56 с.

Модуль 4. Деталі машин. Частина 1.

1. Павлице В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин. Львів: Афіша, 2003. 560 с.
2. Павлице В. Т., Данило Я. Я. Різьби, різьбові та кріпильні деталі : довідник. Львів : Інтелект-Захід, 2001. 239 с.
3. Малащенко В. О., Янків В. В. Деталі машин : курсове проектування. Львів : Новий світ, 2000, 2006. 252 с.
4. Деталі машин : підручник / А. В. Міняйло, Л. М. Тіщенко, Д. І. Мазоренко та ін. Київ : Агроосвіта, 2013. 448 с.
5. Заблонський К. І. Детали машин. Київ : Вища школа, 2003. 518 с.
6. Пастушенко С. І., Гольдшмідт О. В., Ярошенко В. Ф. Курсове проектування деталей машин. Київ : Аграрна освіта, 2003. 291 с.
7. Пастушенко С. І., Гольдшмідт О. В., Ярошенко В. Ф. Лабораторний практикум з деталей машин. Київ : Аграрна освіта, 2005. 240 с.
8. Розрахунок передач привода : методичні вказівки до виконання курсового проекту по деталях машин / Д. І. Мазоренко, А. В. Міняйло, Б. З. Овчаров, Л. М. Тіщенко. Харків : ХДТУСГ, 2004. 132 с.

9. Методичні рекомендації до вивчення курсу «Деталі машин» для студентів денної та заочної форми навчання за напрямом підготовки 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» Модуль 8. Нероз'ємні з'єднання / О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2015. 59 с.

10. Методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів ступеня вищої освіти «бакалавр» напрямом 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» і 6.010104 «Професійна освіта. Технологія виробництва і переробка продуктів сільського господарства» денної та заочної форм навчання (Модуль № 9 Стандартні вузли та деталі машин) / О. В. Баранова. Миколаїв: МНАУ, 2016. 44 с.

11. Деталі машин: Методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачів вищої освіти ступеня «бакалавр» напрямом 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» / О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2017. 51 с.

12. Деталі машин: Методичні рекомендації для виконання самостійної роботи здобувачів вищої освіти ступеня «бакалавр» напрямом 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» і 6.010104 «Професійна освіта (Технологія виробництва і переробка продуктів сільського господарства)» денної та заочної форм навчання / О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2017. 80 с.

13. Деталі машин: Модуль 3 «З'єднання різного призначення. Муфти»: рекомендації для виконання самостійної роботи здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агроінженерія» і «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форми здобуття вищої освіти / укладачі : О. В. Баранова, П. М. Полянський, Г. О. Іванов, С. В. Степанов. Миколаїв : МНАУ, 2022. 70 с.

Частина 2.

1. Взаємозамінність, основи стандартизації та технічних вимірювань : підручник / Г. О. Іванов, В. С. Шебанін, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський ; за ред.. Г. О. Іванова і В.С. Шебаніна. Миколаїв : МНАУ, 2016. 412 с.

2. Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання. Практикум : підручник для студ. вищ. навч. закл. освіти / Г. О. Іванов, В. С. Шебанін, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський ; за ред.. Г. О. Іванова і В. С. Шебаніна. Миколаїв : МНАУ, 2016. 428 с.

3. Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання. Лабораторний практикум : підручник для студ. вищ. навч. закл. освіти / Г. О. Іванов, В. С. Шебанін, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський ; за ред.. Г.О. Іванова і В. С. Шебаніна. Миколаїв, МНАУ, 2016 р. 192 с.

4. Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання. Курсове проектування з використанням програм розрахунків типових з'єднань на персональних комп'ютерах : підручник для студ. вищ. навч. закл. освіти / Г. О. Іванов, В. С. Шебанін, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський ; за ред.. Г. О. Іванова і В. С. Шебаніна. Миколаїв, МНАУ, 2016. 176 с

5. Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання : методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачами вищої освіти ступеня «бакалавр» спеціальності 208 «Агроінженерія» денної та заочної форми навчання / Г. О. Іванов, П. М. Полянський, С. М. Степанов, О. В. Баранова. Миколаїв: МНАУ, 2019. 100 с.

Навчальне видання

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА:

курс лекцій для здобувачів першого «бакалаврського» рівня вищої освіти
ОПП «Біотехнології та біоінженерія»
спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія»
денної форми здобуття вищої освіти

Укладачі:

Іванов Геннадій Олександрович.
Полянський Павло Миколайович.

Технічний редактор – П. М. Полянський

Комп'ютерний набір – Г. О. Іванов, П. М. Полянський

Комп'ютерна верстка – П. М. Полянський
Формат 60x84/1/16. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 10,00. Наклад 25 прим. Зам. №25.

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9.
Тел./факс: (0512) 341082

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013 р.