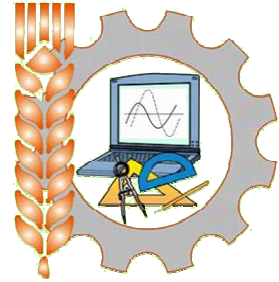


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



Кафедра  
загальнотехнічних дисциплін



**ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА:**

методичні рекомендації для виконання практичних і лабораторних робіт  
для здобувачів першого «бакалаврського» рівня вищої освіти  
ОПП «Біотехнології та біоінженерія»  
спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія»  
денної форми здобуття вищої освіти

Миколаїв  
2023

УДК 371.67:378.2(075.8)

П 30

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету, протокол № 7 від 27.02.2023 р.

Укладачі:

- Іванов Г. О. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін.  
Полянський П. М. – канд. екон. наук, доцент, в.о. зав. кафедри загальнотехнічних дисциплін.

Рецензенти:

- Бацуровська І.В. – д-р пед. наук, професор кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки.  
Марченко Д.Д. – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу.

© Миколаївський національний аграрний університет, 2023

## ЗМІСТ

ПРАКТИЧНІ РОБОТИ.....	7
МОДУЛЬ 1. ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА.....	7
1. СТАТИКА. STATICS.....	7
Практична робота 1. Визначення реакції стрижнів аналітичним і графічним методами.....	7
Practical work 1. Determination of the reaction of the rods by analytical and graphical methods	
Практична робота 2. Знаходження опорних реакцій балки.....	10
Practical work 2. Finding the support reactions of the beam	
2. КІНЕМАТИКА. KINEMATICS.....	14
Практична робота 1. Знаходження траєкторії точки в координатній формі та зв'язок між векторним і координатним способами .....	14
3. ДИНАМІКА. DYNAMICS.....	17
Практична робота 1. Перша задача динамки.....	17
Practical work 1. The first task of the dynamka	
МОДУЛЬ 2. МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ	21
MODUL 2. MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES	
Практична робота 1. Визначення геометричних характеристик плоских симетричних перерізів із сортаменту прокатної сталі.....	21
Practical work 1. Determination of geometric characteristics of flat symmetrical cross-sections from the assortment of rolled steel	
Практична робота №2. Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів.....	23
Practical work 2. Determination of geometric characteristics of plane asymmetric sections	
Практична робота 3. Визначення деформації.....	31
Practical work 3. Determination of deformation	
Практична робота 4. Центральний розтяг і стиск стрижнів.....	32
Practical work 4. Central tension and compression of rods	
МОДУЛЬ 3. ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	35
MODULE 3. THEORY OF MECHANISMS AND MACHINES	
Практична робота 1. Кінематичні пари та їх класифікація.....	35
Practical work 1. Kinematic couples and their classification	
Практична робота 2. Основні види механізмів з нижчими та вищими кінематичними парами.....	41
Practical work 2. The main types of mechanisms with lower and higher kinematic pairs	
Практична робота 3. Визначення ланок, кінематичних пар і вказання їх на кінематичній схемі.....	47
Practical work 3. Determination of links, kinematic pairs and their indication on the kinematic diagram	

МОДУЛЬ 4. ДЕТАЛІ МАШИН.....	
MODULE 4. DETAILS OF MACHINES	
ПРОЕКТУВАННЯ ПРИВОДА МЕХАНІЗМУ .....	52
DESIGN OF THE MECHANISM DRIVE	
Практична робота 1. Кінематичний розрахунок привода та вибір електродвигуна.....	52
Practical work 1. Kinematic calculation of the drive and selection of the electric motor	
Практична робота 2. Проектний розрахунок закритої конічної передачі (швидкохідної).....	55
Practical work 2. Design calculation of a closed bevel gear (high-speed)	
Практична робота 3. Перевірочний розрахунок закритої конічної передачі (швидкохідної).....	56
Practical work 3. Verification calculation of a closed bevel gear (high-speed)	
Практична робота 4. Проектний розрахунок закритої циліндричної передачі (тихохідної).....	58
Practical work 4. Design calculation of a closed cylindrical gear (low-speed)	
<b>Частина 2. Основи взаємозамінності деталей та складальних одиниць машин.....</b>	<b>61</b>
Part 2. Fundamentals of interchangeability of parts and component units of machines	
Практична робота 1. Розрахунок геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань. Посадка з зазором.....	61
Practical work 1. Calculation of geometric parameters of smooth cylindrical joints. Landing with a gap	
Практична робота 2. Розрахунок геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань. Посадка з натягом.....	69
Practical work 2. Calculation of geometric parameters of smooth cylindrical joints. Fit with tension	
Практична робота 3. Розрахунок геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань. Посадка перехідна.....	70
Practical work 3. Calculation of geometric parameters of smooth cylindrical joints. Landing is transitory	
ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ.....	72
МОДУЛЬ 1. ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА.....	72
1. СТАТИКА. STATICS.....	72
Лабораторна робота 1. Визначення реакції опор балки.....	72
Laboratory work 1. Determination of the reaction of the beam supports	
2. КІНЕМАТИКА. KINEMATICS.....	76
Лабораторна робота 1. Обертальний рух твердого тіла.....	76
Laboratory work 1. Rotational motion of a solid body	
3. ДИНАМІКА. DYNAMICS.....	80
Лабораторна робота 1. Перший закон динаміки.....	80

Laboratory work 1. The first law of dynamics	
Лабораторна робота 2. Другий закон динаміки.....	86
Laboratory work 2. The second law of dynamics	
МОДУЛЬ 2. МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ	94
MODULE 2. MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES	
Лабораторна робота 1. Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів із прокатної сталі.....	94
Laboratory work 1. Determination of geometric characteristics of flat asymmetric sections of rolled steel	
Лабораторна робота 2. Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів.....	96
Laboratory work 2. Determination of geometric characteristics of plane asymmetric section	
Лабораторна робота 3. Кручення.....	98
Laboratory work 3. Torsion	
Лабораторна 4. Поперечне згинання.....	102
Laboratory 4. Transverse bending	
МОДУЛЬ 3. ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.....	106
MODULE 3. THEORY OF MECHANISMS AND MACHINES	
Лабораторна робота 1. Визначення число ступенів вільності механізму..	106
Лабораторна робота 2. Побудова діаграм переміщення. Послідовність диференціювання методом хорд. Графічне інтегрування.....	109
Лабораторна робота №3. Кінематичний аналіз механізмів.....	116
МОДУЛЬ 4. ДЕТАЛІ МАШИН.....	127
MODULE 4. DETAILS OF MACHINES	
Лабораторна робота 1. Вивчення умовних позначень в кінематичних схемах машин.....	127
Laboratory work 1. Study of conventional designations in kinematic diagrams of machines	
Лабораторна робота 2. Перевірочний розрахунок закритої циліндричної передачі (тихохідної).....	130
Laboratory work2. Verification calculation of a closed cylindrical gear (low-speed)	
Лабораторна робота 3. Розрахунок валів.....	132
Laboratory work 3. Calculation of shafts	
Лабораторна робота 4. Складання розрахункової схеми тихохідного валу редуктора і побудова епюр згинальних і обертальних моментів. Перевірочний розрахунок підшипників.....	138
Laboratory work 4. Compilation of the calculation diagram of the low-speed gearbox shaft and construction of curves of bending and rotational moments. Verification calculation of bearings	
Частина 2. Основи взаємозамінності деталей та складальних одиниць машин.....	140

Part 2. Fundamentals of interchangeability of parts and component units of machines	
Лабораторна робота 1. Розрахунок і вибір посадок з натягом.....	140
Laboratory work 1. Calculation and selection of landings with tension	
Лабораторна робота 2. Розрахунок і вибір посадок з зазором.....	147
Laboratory work 2. Calculation and selection of landings with a gap	
Лабораторна робота 3. Визначення елементів з'єднання, які підлягають селективній збірці.....	149
Laboratory work 3. Determination of connection elements that are subject to selective assembly	
Список використаної літератури	155
List of used literature	

# ПРАКТИЧНІ РОБОТИ

## МОДУЛЬ 1. ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

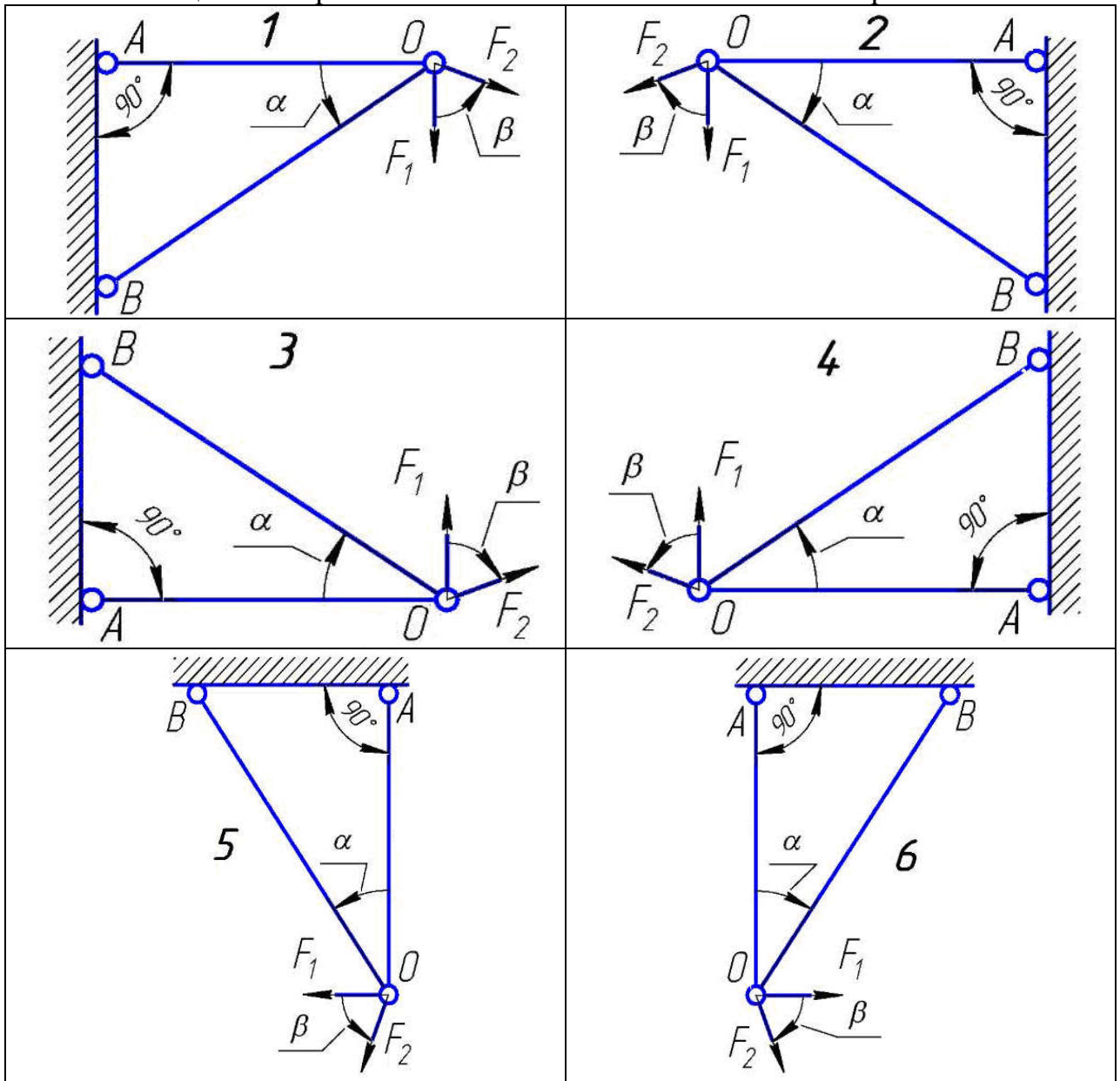
### 1.СТАТИКА. STATICS

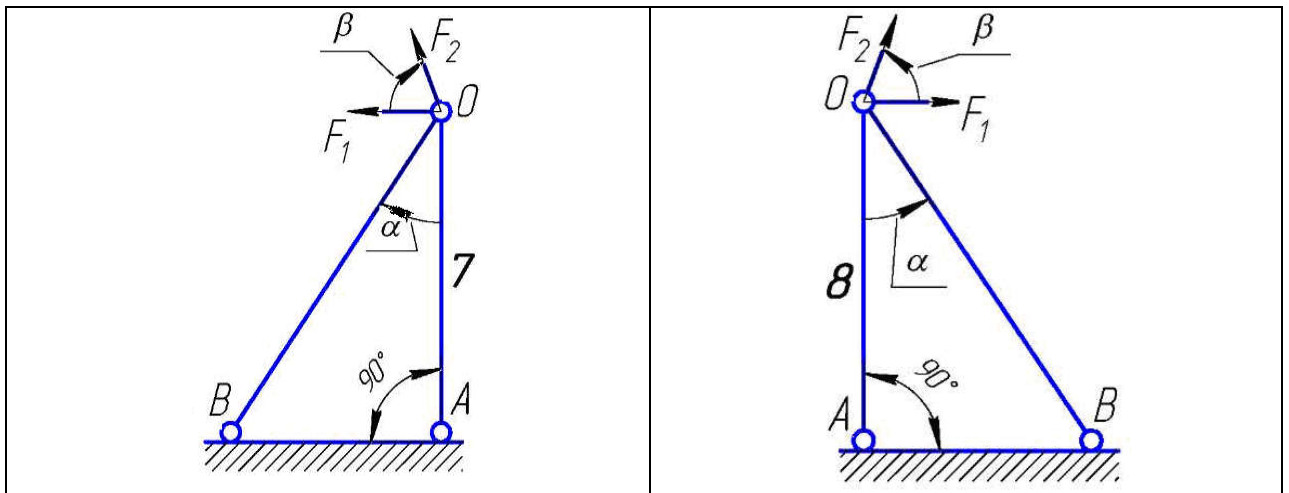
#### Практична робота 1.Визначення реакції стрижнів аналітичним і графічним методами

#### Practical work 1. Determination of the reaction of the rods by analytical and graphical methods

Задано схемою навантаження плоского кронштейна АОВ (табл. 1.1) визначити реакції стрижнів аналітичним і графічним методами. Варіанти завдань наведені в табл. 1.2.

Таблиця 1.1. Варіанти і схеми навантаження плоского кронштейна





Таблиця 1.2. Варіанти завдань

Варіант	Схема навантаження	$F_1, \text{H}$	$F_2, \text{H}$	$\alpha, \text{град.}$	$\beta, \text{град.}$
1	2	3	4	5	6
1	1	10	30	30	30
2	2	20	40	45	30
3	3	30	50	60	45
4	4	40	60	30	45
5	5	50	70	30	60
6	6	60	80	30	30
7	7	70	90	45	30
8	8	80	100	60	45
9	1	90	110	30	45
10	2	100	120	30	60
11	3	110	130	30	30
12	4	120	140	45	30
13	5	130	150	60	45
14	6	140	160	30	60
15	7	150	170	45	60
16	8	160	180	30	30
17	1	170	190	45	45
18	2	180	200	60	45
19	3	190	210	60	60
20	4	200	220	45	60
21	5	210	230	30	30
22	6	220	240	45	30
23	7	230	250	60	45
24	8	240	260	45	60
25	1	250	270	60	60
26	2	260	280	30	30
27	3	270	290	45	30
28	4	280	300	45	45
29	5	290	310	60	60
30	6	300	320	60	60



*Приклад.* За схемою (рис. 1.1) визначити реакції стрижнів кронштейна аналітичним і графічним методами якщо:  $F_1=60$  Н,  $F_2=40$  Н,  $\alpha=75^\circ$ ,  $\beta=30^\circ$ .

*Розв'язання. Аналітичний метод розрахунку.*

1. Обираємо об'єкт рівноваги – точку  $O$ , в якій перетинаються лінії дії сил системи. Прикладаємо активні (задані) сили  $F_1$  і  $F_2$ , які діють на точку.

2. Звільняємо точку  $O$  від в'язей (стрижнів  $OA$  та  $OB$ ), замінюючи їх реакціями  $R_{OA}$  та  $R_{OB}$  (рис. 1.2). Реакції  $R_{OA}$  та  $R_{OB}$  напрямлені вздовж осей стрижнів  $OA$  та  $OB$  відповідно до заданих кутів  $\alpha$  та  $\beta$ .

3. Проводимо осі проєкцій  $Ox$  та  $Oy$  так, щоб вісь  $Oy$  була перпендикулярною до реакції лінії дії реакції  $R_{OA}$ .

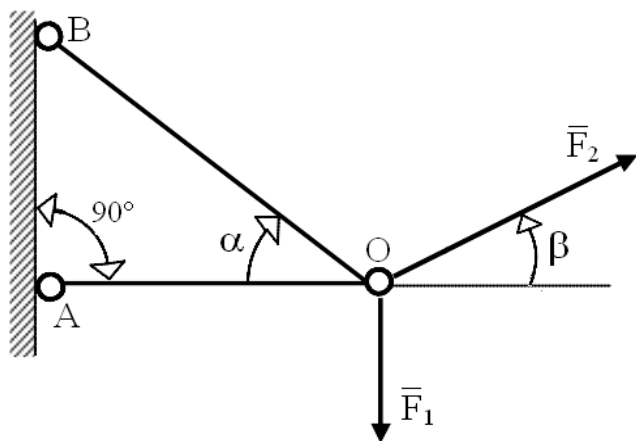


Рис. 1.1. До прикладу

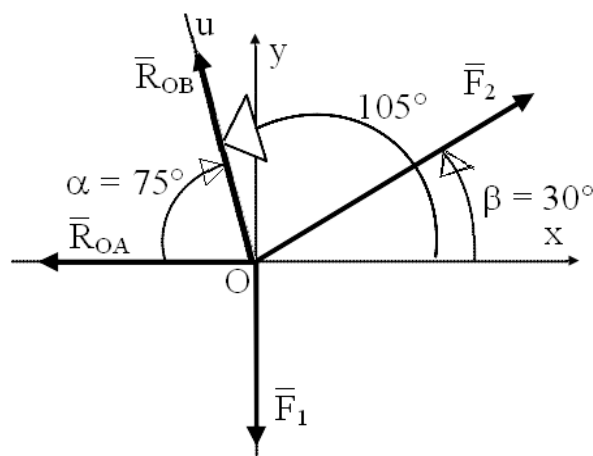


Рис. 1.2. До прикладу

Складаємо рівняння рівноваги плоскої системи збіжних сил і визначаємо з них реакції стрижнів.

$$\sum F_{ix} = F_2 \cdot \cos 30^\circ - R_{OA} + R_{OB} \cdot \cos 105^\circ = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{iy} = R_{OB} \cdot \cos 15^\circ - F_1 + F_2 \cdot \cos 60^\circ = 0. \quad (2)$$

З рівняння (2) знаходимо

$$R_{OB} = (F_1 - F_2 \cdot \cos 60^\circ) / \cos 15^\circ = (60 - 40 \cdot 0,5) / \cos 15^\circ = 41,41 \text{ Н.}$$

З рівняння (1)

$$R_{OA} = F_2 \cdot \cos 30^\circ + R_{OB} \cdot \cos 105^\circ = 40 \cdot \cos 30^\circ + 41,41 \cdot \cos 105^\circ = 23,92 \text{ Н.}$$

Виконуємо перевірку розв'язання. Проводимо вісь  $u$  за довільним напрямом (в нашому прикладі її напрям співпадає з лінією дії реакції  $R_{OB}$ ).

Складаємо рівняння  $\sum F_{iu} = 0$ .

$$\begin{aligned} \sum F_{iu} &= R_{OB} + R_{OA} \cdot \cos 75^\circ + F_2 \cdot \cos 75^\circ + F_1 \cdot \cos 165^\circ = \\ &= 41,41 + 23,92 \cdot 0,2588 + 60 \cdot (-0,9659) = 0. \end{aligned}$$

Отже, реакції визначені вірно.

Відповідь: результати аналітичного методу розрахунку

$$R_{OA}=23,92 \text{ Н, } R_{OB}=41,41 \text{ Н.}$$

*Графічний метод.* Обираємо масштаб сил  $\mu_F=10$  Н/см і визначаємо довжини векторів відомих сил за формулою

$$l_F = F/\mu_F; l_{F1} = F_1/\mu_F = 60/10 = 6 \text{ см}; l_{F2} = F_2/\mu_F = 40/10 = 4 \text{ см}.$$

Складаємо векторне рівняння рівноваги:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{R}_{OA} + \vec{R}_{OB} = 0$  і будуємо за цим рівнянням замкнений багатокутник сил (рис. 1.3).

Вимірюємо на багатокутнику сил довжини векторів  $R_{OA}$  і  $R_{OB}$ :  $L_{R_{OA}} = 2,4 \text{ см}$ ,  $L_{R_{OB}} = 4,1 \text{ см}$ . Визначаємо величину реакцій:

$$R_{OA}^{gp} = l_{R_{OA}} \cdot \mu_F = 2,4 \cdot 10 = 24 \text{ Н}; R_{OB}^{ad} = l_{R_{OB}} \cdot \mu_F = 4,1 \cdot 10 = 41 \text{ Н}.$$

Обчислюємо похибку графічного методу:

$$\mu_{R_{OA}} \frac{|R_{OA}^{an} - R_{OA}^{gp}|}{R_{OA}^{an}} \cdot 100\% = \frac{23,92 - 24,00}{23,92} \cdot 100\% = 0,3\% < 3\%;$$

$$\mu_{R_{OB}} \frac{|R_{OB}^{an} - R_{OB}^{gp}|}{R_{OB}^{an}} \cdot 100\% = \frac{41,41 - 41,00}{41,41} \cdot 100\% = 0,99\% < 3\%.$$

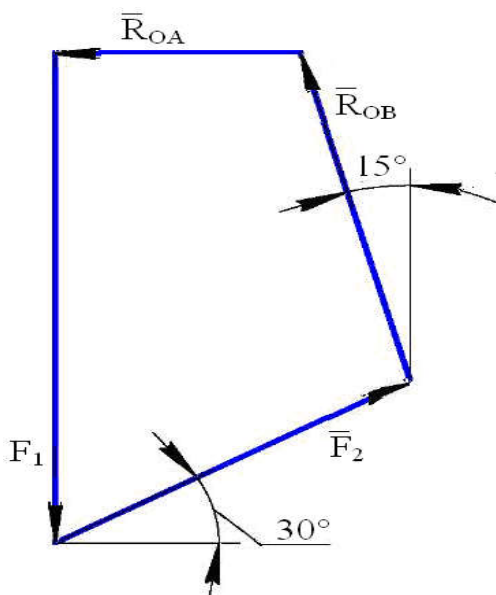


Рис. 1.3. Замкнений багатокутник сил

Похибка розрахунків не перевищує 3 %, отже приклад розв'язаний з достатньою точністю.

### Практична робота 2. Знаходження опорних реакцій балки

#### Practical work 2. Finding the support reactions of the beam

Балка (рис. 1.4) завантажена силою  $\vec{F}$ , розподіленим навантаженням  $q$  та парою сил з моментом  $M$ . Знайти опорні реакції балки. Дані для розрахунку наведені в табл. 1.3.

Приклади виконання завдання.

*Приклад 1.* Для балки (рис. 1.5, а) знайти опорні реакції, якщо  $F=3 \text{ кН}$ ,  $q=1 \text{ кН/м}$ .

*Розв'язання.* Розглянемо балку АВ, що

знаходиться у рівновазі (покої). На балку діють активні сили: зосереджена сила  $\vec{F}$  та розподілене навантаження інтенсивністю  $q$ , яке еквівалентне зосередженій силі  $Q = q \cdot l = 1 \cdot 2 = 2 \text{ кН}$ .

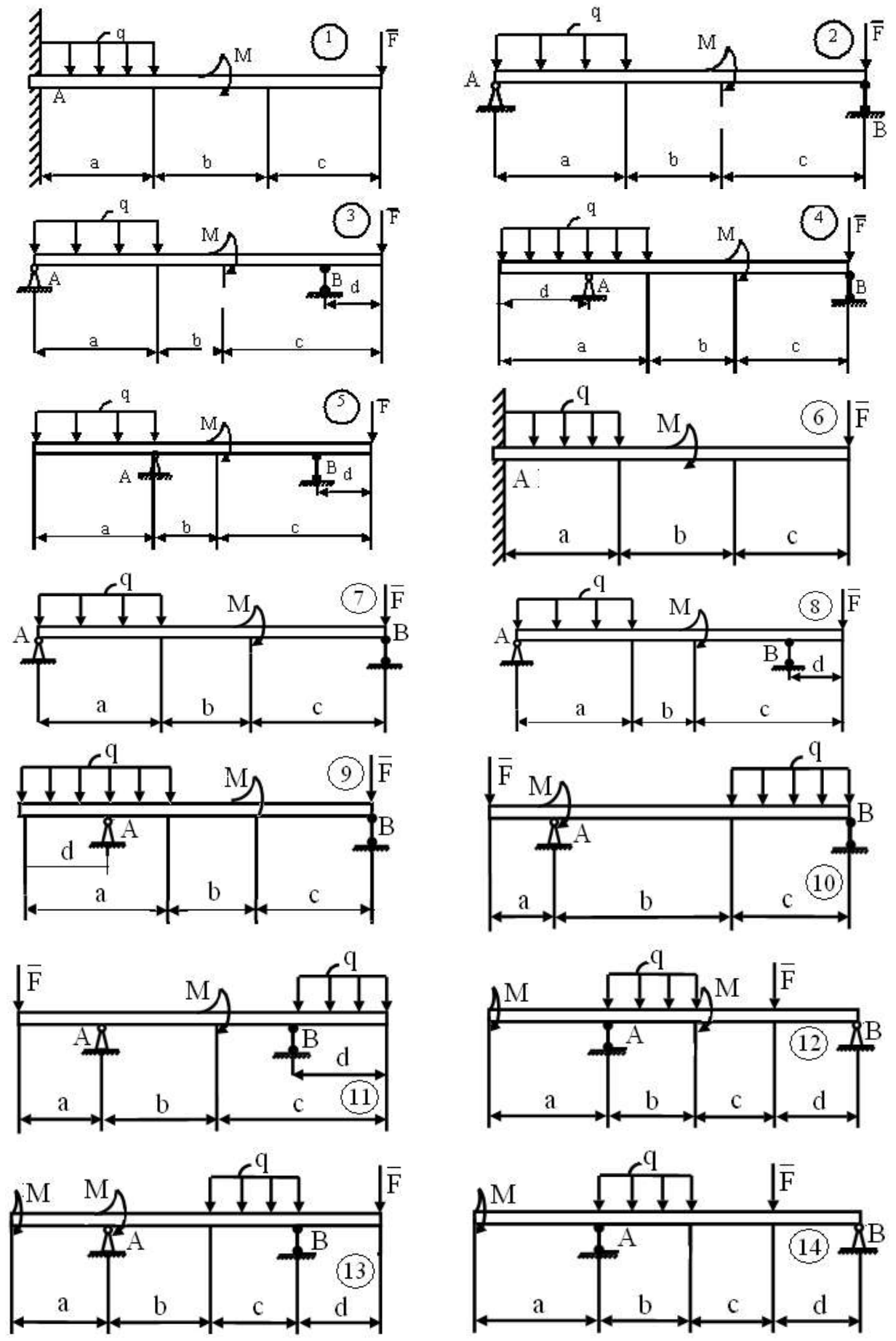
Дію циліндричного нерухомого шарніра А та рухомого В замінюємо їх реакціями  $\vec{X}_A$ ,  $\vec{Y}_A$ ,  $\vec{R}_B$  (рис. 1.5, б).

Для зрівноваження системи сил  $\vec{F}$ ,  $\vec{X}_A$ ,  $\vec{Y}_A$ ,  $\vec{Q}$ ,  $\vec{R}_B$  запишемо рівняння

$$\text{рівноваги: } \sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \vec{X}_A = 0; \sum M_A(F) = 0; F \cdot 1 - Q \cdot 3 + R_B \cdot 4 = 0;$$

$$3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 + R_B \cdot 4 = 0. R_B = 0,75 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B(F) = 0; F \cdot 5 - Y_A \cdot 4 + Q \cdot 1 = 0; 3 \cdot 5 - Y_A \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 0; Y_A = 4,25 \text{ кН}.$$



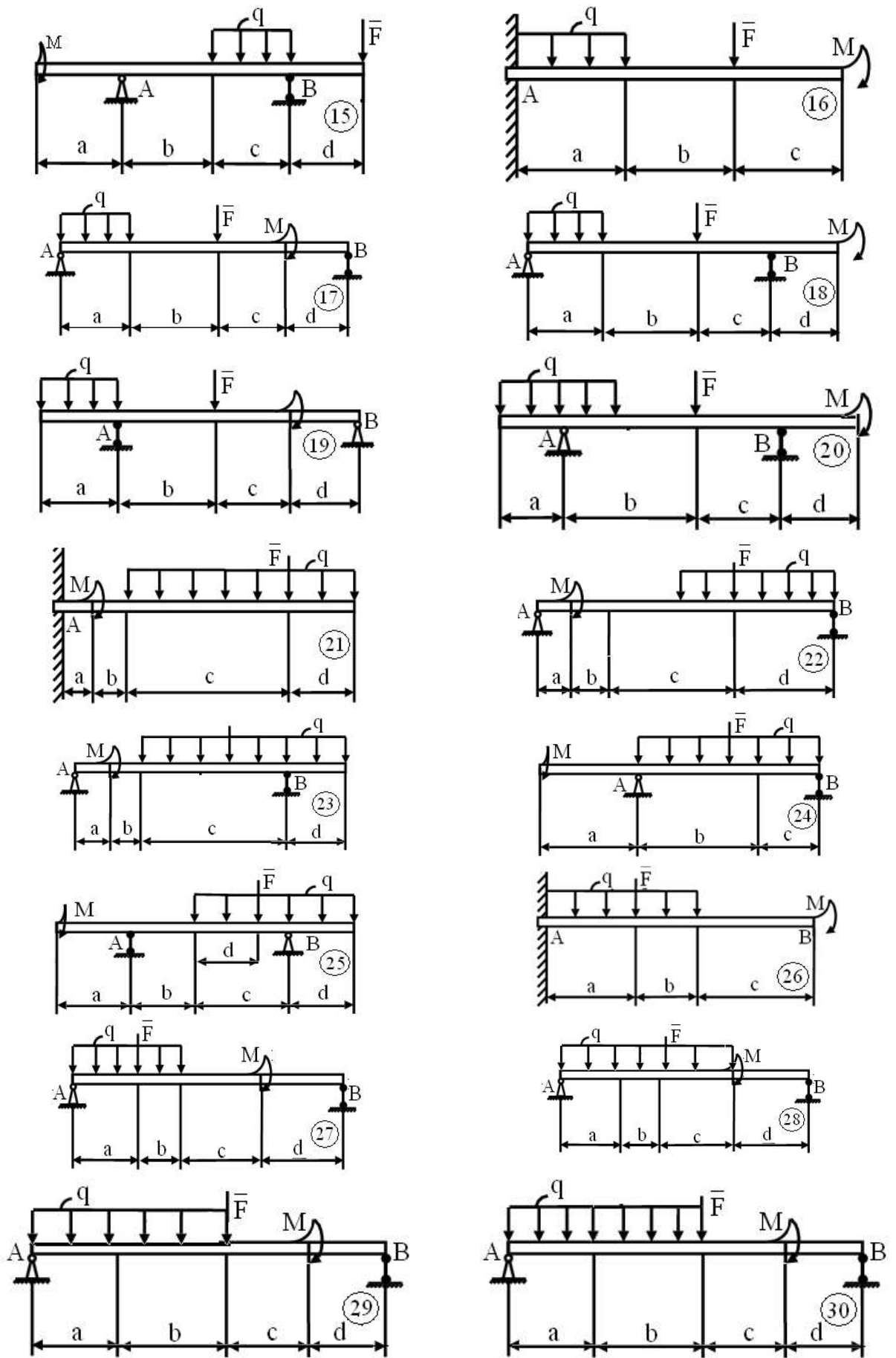


Рис. 1.4

Таблиця 1.3. Дані для розрахунку

Варіант	M, кН·м	F, кН	q, кН/м	a, м	b, м	c, м	d, м
1	5	4	2	2	3	4	2
2	6	3	1	3	2	5	1
3	10	5	2	1	2	4	3
4	4	1	2	2	3	5	1
5	6	8	1	3	2	4	2
6	8	5	2	1	3	5	2
7	4	6	1	2	3	4	1
8	5	7	2	3	2	5	2
9	6	8	1	1	2	4	2
10	5	3	2	2	3	5	3

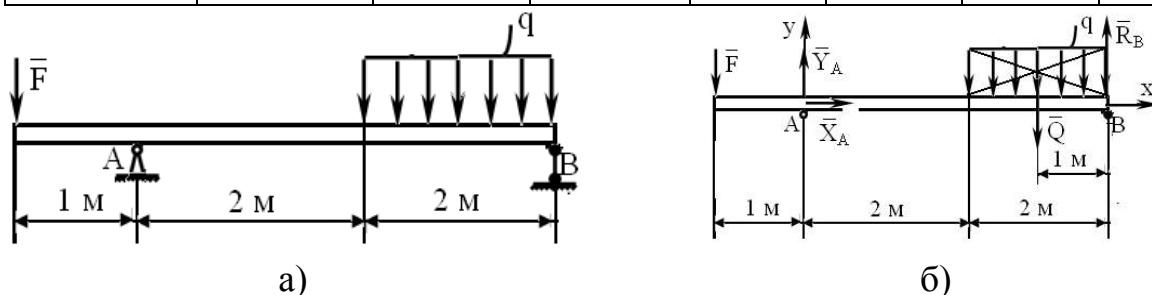


Рис. 1.5. До прикладу 1

Достовірність отриманих результатів можна перевірити, записавши ще одне рівняння:

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; -\bar{F} + \bar{Y}_A - \bar{Q} + \bar{R}_B = 0; -3 + 4,25 - 2 + 0,75 = 0.$$

Відповідь:  $R_B = 0,75 \text{ кН}$ ;  $Y_A = 4,25 \text{ кН}$ ;  $X_A = 0$

*Приклад 2.* Для консольної балки (рис. 1.6, а) знайти реакції жорсткого защемлення, якщо  $F = 2 \text{ кН}$ ,  $M = 5 \text{ кН·м}$ .

На балку АВ діють: активна сила  $\bar{F}$ , пара сил з моментом  $M$ . Її руху перешкоджає в'язь – жорстке защемлення в точці А. Відкидаємо в'язь в точці А, і на підставі аксіоми про звільнення від в'язей, її дію замінюємо силами  $\bar{X}_A$  і  $\bar{Y}_A$  та моментом  $M_A$  (рис. 1.6, б).

Запишемо умови рівноваги для системи сил:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \bar{X}_A = 0; \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \bar{Y}_A - F = 0; \bar{Y}_A = 2 \text{ кН}.$$

$$\sum M_A(F) = 0; -M_A + M - F \cdot 5 = 0; -M_A + 5 - 2 \cdot 5 = 0; M_A = -5 \text{ кН·м}.$$

Відповідь:  $\bar{X}_A = 0$ ;  $\bar{Y}_A = 2 \text{ кН}$ ;  $M_A = -5 \text{ кН·м}$ .



Рис. 1.6. До прикладу 2

## 2. КІНЕМАТИКА. KINEMATICS

### Практична робота 1. Знаходження траєкторії точки в координатній формі та зв'язок між векторним і координатним способами

Приклад 1. Точка М рухається так, що її координати  $x$  і  $y$  змінюються

слідуючим чином  $x = \frac{1}{2}t$ ;  $y = \frac{1}{16}t^2$  ( $x, y$  – в метрах).

Знайти траєкторію точки М в координатній формі та зв'язок між векторним і координатним способами.

З рівнянь руху виключимо час  $t = 2x$ , тоді  $y = \frac{1}{4}x^2$ .

Траєкторією руху точки М є парабола (рис. 1.7). Використовуючи формулу  $\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$  знайдемо зв'язок між радіусом-вектором і координатами точки М (рис 1.7).

$$\vec{r} = \frac{1}{2}t \cdot \vec{i} + \frac{1}{16}t^2 \cdot \vec{j}.$$

По цьому рівнянню можна для будь-якого моменту часу і побудувати вектор  $\vec{r}$  і знайти положення точки М

Приклад 2. Точка М рухається згідно рівнянням

$$x = 5 \sin \frac{\pi}{2}t; \quad y = 3 \cos \frac{\pi}{2}t, \quad (x, y - \text{в метрах}).$$

Знайти рівняння траєкторії точки.

В цьому випадку виключити час  $t$  із рівнянь руху можна слідуючим чином:

$$\begin{cases} \frac{x}{5} = \sin \frac{\pi}{2}t \\ \frac{y}{3} = \cos \frac{\pi}{2}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{5^2} = \sin^2 \frac{\pi}{2}t \\ \frac{y^2}{3^2} = \cos^2 \frac{\pi}{2}t \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1.$$

Траєкторією руху точки М є еліпс, який має півосі 5 м і 3 м (рис. 1.8).

Знайдемо положення точки М на траєкторії в початковий момент часу ( $t_0 = 0$ ). Підставимо

цей час у рівняння руху точки. Маємо  $x_0 = 0$ ;

$$y_0 = 3, \quad M_0(0;3).$$

Приклад 3. Вертоліт пролетів по прямій 40 км, а потім повернув на кут  $90^\circ$  і пролетів ще 30 км. Знайти шлях і переміщення вертоліта (рис 1.9).  $s = ?$   $l = ?$

$$s_1 = 40 \text{ км. } s_2 = 30 \text{ км. } \text{Пройдений шлях } s = s_1 + s_2 = 40 + 30 = 70 \text{ км.}$$

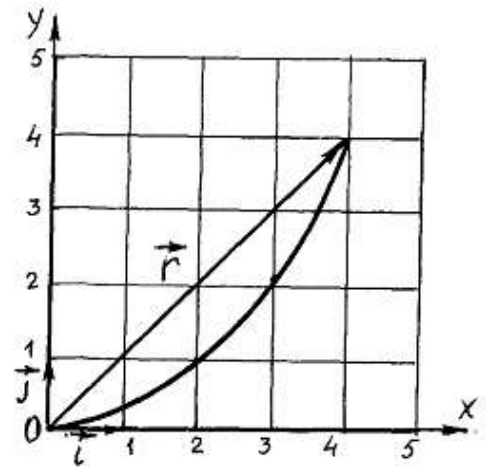


Рис. 1.7. До прикладу 1

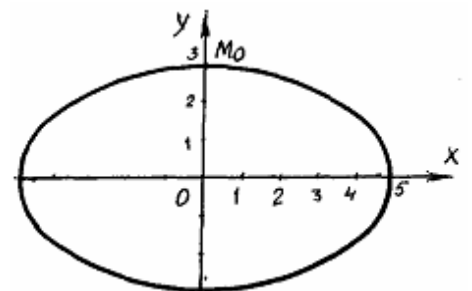


Рис. 1.8. До прикладу 2

Переміщення  $l = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$  км.

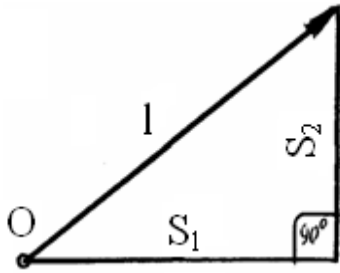


Рис. 1.9. До прикладу 3

**Приклад 4.** Точка М рухається по дузі кола радіуса 3 м із точки А в точку В, описавши при цьому дугу в  $120^\circ$ . Знайти пройдений точкою М шлях  $s$  і модуль переміщення  $l$  (рис. 1.10).

$$R = 3 \text{ м. } \alpha = 120^\circ = \frac{2\pi}{3} \text{ рад.}$$

$s = ?$   $l = ?$

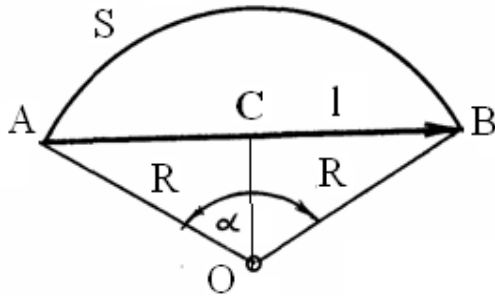


Рис. 1.10. До прикладу 4

Шлях  $s$ , пройдений точкою М, є довжиною дуги АВ. Відомо, що довжина дуги  $s$  зв'язана з центральним кутом  $\alpha$  залежністю  $s = \alpha \cdot R$ ,

де  $\alpha$  – кут дуги, виражений в радіанах.

$$s = \frac{2\pi}{3} \cdot 3 = 2\pi = 6,28 \text{ м.}$$

Модуль переміщення  $l$  – це довжина хорди АВ:

$$l = 2AC = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5,19 \text{ м.}$$

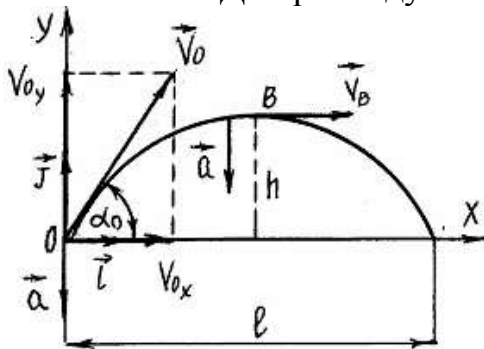


Рис. 1.11. До прикладу 5

**Приклад 5.** Снаряд рухається в вертикальній площині згідно рівнянням  $x = 300t$ ,  $y = 400t - 5t^2$  ( $x, y$  – в метрах,  $t$  – в секундах).

Знайти: 1) траєкторію руху; 2) швидкість і прискорення снаряда в початковий момент часу ( $t=0$ ); 3) висоту і дальність обстрілу.

Щоб знайти траєкторію руху снаряда, потрібно з рівнянь руху виключити час  $t$ :

$$t = \frac{x}{300}; y = \frac{4}{3} \cdot x - \frac{x^2}{1800}. \text{ Це рівняння параболи (рис. 1.11).}$$

Для знаходження швидкості снаряда використаємо формули:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}, V_x = \frac{dx}{dt} = 300 \text{ м/с; } V_y = \frac{dy}{dt} = 400 - 10t \text{ м/с. а)}$$

В початковий момент часу ( $t=0$ ) початкова швидкість буде:

$$V_{0x} = 300 \text{ м/с; } V_{0y} = 400 \text{ м/с. , } V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2} = 500 \text{ м/с. .}$$

Знайдемо напрям початкової швидкості

$$\cos \left( \overset{\rho}{V_0}, \overset{\rho}{i} \right) = \frac{V_{0x}}{V_0} = \frac{300}{500} = 0,6; \alpha_0 = 53^\circ.$$

Прискорення точки знаходимо використаємо формули:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dV_x}{dt} = 0, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dV_y}{dt} = -10 \text{ м/с}^2.$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0^2 + (-10)^2} = 10 \text{ м/с}^2.$$

Прискорення снаряда не залежить від часу і спрямоване вертикально вниз.

Знайдемо висоту  $h$  і дальність  $l$  обстрілу.

Для цього необхідно знати час польоту. Звернемо увагу на те, що в точці В, в найвищій точці траєкторії швидкість спрямована горизонтально, тобто на вісь ОУ вона проектується в точку. Тоді з виразу (а)

$$V_y = 400 - 10t_1 = 0; \quad t_1 = 400/10 = 40 \text{ с.}$$

Час польоту снаряда  $t_2 = 2t_1 = 80 \text{ с}$ . Підставимо час  $t_1$  і  $t_2$  в рівняння руху і отримаємо значення максимальної висоти і дальності польоту снаряда:

$$l = 300 \cdot 80 = 24000 \text{ м.} \quad h = 400 \cdot 40 - 5 \cdot 40^2 = 8000 \text{ м.}$$

*Примітка:* Час польоту можна знайти й іншим способом. В рівнянні руху  $y = 400t - 5t^2$  значення  $y = 0$  можливе тільки в двох випадках:

1) на початку руху і 2) в кінці руху, коли снаряд впаде на землю.

$$400t - 5t^2 = 0, \quad t(400 - 5t) = 0, \quad t_0 = 0, \quad t_2 = 80 \text{ с.}$$

*Приклад б.* Точка рухається по колу з радіусом  $2 \text{ м}$  згідно рівняння  $S = 2\pi^2(m)$ . Знайти положення точки на колі, величину і напрям швидкості та прискорення точки в момент часу  $t_1 = \frac{1}{2} \text{ с}$  (рис. 1.12).

$$R = 2 \text{ м} \quad S = 2\pi^2 m$$

$$t_1 = \frac{1}{2} \text{ с}$$

$$\alpha = ? \quad V_1 = ?$$

$$\text{В момент часу } t_1 = \frac{1}{2} \text{ с} \text{ дугова координата } S = 2\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{2} \text{ м.}$$

$$\text{Кут } \alpha, \text{ що відповідає цій дузі, буде } \alpha = \frac{S}{R} = \frac{\pi}{4} \text{ рад}; \quad \alpha = 45^\circ.$$

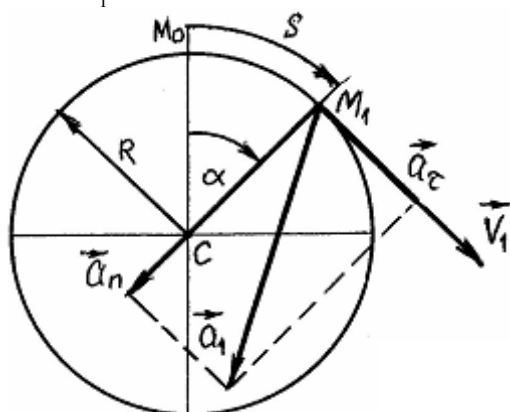


Рис. 1.12. До прикладу б

$$\text{Швидкість буде } V = \frac{dS}{dt} = 4\pi t \text{ м/с.}$$

$$\text{При } t_1 = \frac{1}{2} \text{ с} \quad V_1 = 2\pi = 6,28 \text{ м/с.}$$

Швидкість спрямована по дотичній до кола, тобто перпендикулярна радіусу в точці  $M_1$ .

Числове значення дотичного прискорення буде  $a_\tau = \frac{dV}{dt}$  і по напрямку співпадає з вектором швидкості.

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}(4\pi t) = 4\pi = 12,56 \text{ м/с}^2.$$

Дотичне прискорення від часу не залежить, т. б. точка рухається по колу з постійним дотичним прискоренням.



Нормальне прискорення  $a_n = \frac{V^2}{R}$  і при  $t_1 = \frac{1}{2}$  с

$$a_n = \frac{6,28^2}{2} = 19,74 \text{ м/с}^2 \text{ і спрямовано до центра кола.}$$

Повне прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{12,56^2 + 19,74^2} = 23,40 \text{ м/с}^2.$$

### 3. ДИНАМІКА. DYNAMICS

#### Практична робота 1. Перша задача динамки

#### Practical work 1. The first task of the dynamka

Методичні вказівки до розв'язування першої задачі динаміки.

При розв'язуванні першої задачі динаміки рекомендуємо

притримуватись наступної схеми:

1. Зобразити точку в проміжному положенні.
2. Показати на рисунку всі активні сили і сили реакцій в'язей.
3. Вибрати систему відліку, якщо вона не вказана в умовах задачі.
4. Скласти диференціальні рівняння руху точки, які відповідні прийнятій системі відліку.
5. По заданому способу визначення руху точки знайти прискорення точки і його проекції на осі вибраної системи координат.
6. З системи отриманих рівнянь знайти невідомі величини.

$m, \alpha$
$\varphi_1 = 0,2t^2$
$r_2 = 2r_1$
$r_3 = r_1$
$T = ?$

*Приклад 1.* Вантаж  $M$  масою  $m$  кг піднімається по похилій площині за допомогою троса, який намотується на барабан 3 лебідки. Знайти силу натягу троса, якщо кут повороту колеса 1 лебідки змінюється по закону  $\varphi_1 = 0,2t^2$  рад. Похила площина розташована під кутом  $\alpha$ . Радіуси коліс 1, 2 і барабана 3 відповідно  $r_1, r_2, \text{ і } r_3$ . (рис. 1.13).

Розглянемо рух вантажу  $M$ , приймаючи його за матеріальну точку. Вантаж не вільний, для нього в'язями є земна куля, трос і похила площина. Звільнимось від

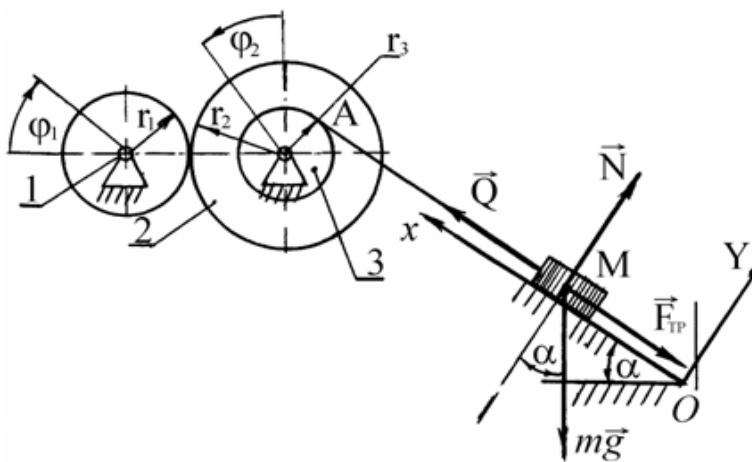


Рис. 1.13. До прикладу 6

реакції похилої площини, а сила  $Q$ -сила реакції троса.

в'язей і замінимо їх дію на тіло реакціями в'язей. Характеристикою взаємодії земної кулі і вантажу є сила тяжіння  $m\vec{g}$ . В подальшому, при розв'язуванні задач, будемо прикладати до тіла силу тяжіння, не обговорюючи природу її виникнення, враховуючи те, що всі тіла знаходяться на поверхні землі. Сили  $\vec{N}$  і  $\vec{F}_{тр}$  є силами

$$\text{Сила тертя } F_{\text{тер}} = f \cdot N,$$

де  $N$  – нормальна реакція похилої площини.

Запишемо основний закон руху матеріальної точки у вигляді

$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k.$$

В нашому випадку основний закон набуде вигляду

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{Q}. \quad (1)$$

Спроектуємо вираз (1) на осі декартової системи координат.

$$ma_x = -mg \sin\alpha - F_{\text{тер}} + Q; \quad (2)$$

$$ma_y = N - mg \cos\alpha. \quad (3)$$

Враховуючи, що  $a_y = 0$ , маємо  $N = mg \cos\alpha$ .

$$\text{Тоді сила тертя } F_{\text{тер}} = f mg \cos\alpha. \quad (4)$$

Підставимо вираз (4) у вираз (2). Звідси знайдемо силу  $Q$ .

$$Q = m [a_x + g (\sin\alpha + f \cos\alpha)]. \quad (5)$$

Реакція  $Q$  троса чисельно дорівнює силі натягу  $T$  троса.

Щоб знайти силу  $Q$  обертальний рух колеса 1. Враховуючи те, що колесо 1 контактує з колесом 2, можна записати.

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_2}{r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_1 = \frac{r_1}{r_2} \cdot 0,2t^2 = 0,1t^2. \quad (6)$$

Якщо вираз (6) двічі продиференціювати по часу, то знайдемо кутове прискорення колеса 2  $\ddot{\varphi} = 0,2t \text{ рад/с}^2$ .

Точка  $A$  барабану рухається по колу, маючи при цьому дотичне  $\vec{a}_A^\tau$  і нормальне  $\vec{a}_A^n$  прискорення.

$$\text{Дотичне прискорення } a_A^\tau = \varepsilon_2 r_3 = 0,2r_1.$$

Прискорення  $a_x$  вантажу чисельно дорівнює дотичному прискоренню  $a_A^\tau$  точки

$$A. \quad a_x = a_A^\tau = 0,2r_1. \quad (7)$$

Використовуючи вирази (5) і (7), знайдемо силу натягу троса

$$T = m[0,2r_1 + g (\sin\alpha + f \cos\alpha)].$$

Приклад 2. Куля  $M$  масою 10 кг висить на нитці довжиною 3 м і рівномірно обертається в горизонтальній площині (рис. 1.14). Знайти натяг нитки і швидкість кулі.

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2, \quad m = 10 \text{ кг}, \quad l = 3 \text{ м}, \quad \alpha = 60^\circ. \quad T = ? \quad V = ?$$

Розглянемо рух кулі в проміжному положенні. На кулю діє сила тяжіння  $m\vec{g}$  і реакція  $\vec{N}$  нитки (рис. 1.14).

За третім законом Ньютона сила натягу  $T$  нитки чисельно дорівнює нормальній реакції  $N$ .  $T=N$ .

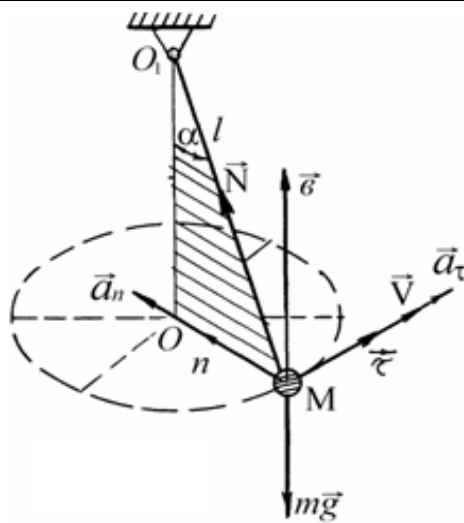


Рис. 1.14. До прикладу 2

де  $a_\tau = \frac{dV}{dt}$  - дотичне прискорення;  $a_n = \frac{V^2}{R}$  - нормальне прискорення точки  $M$ ,  $R$  - радіус кола, по якому рухається точка  $M$ .  $R = l \cdot \sin \alpha$ .

Прискорення  $a_b = 0$  тому, що точка  $M$  рухається тільки в горизонтальній площині:

$$\text{З виразу (3) маємо } T = N = \frac{mg}{\cos \alpha} = 196 \text{ Н}; T = 196 \text{ Н.}$$

З виразу (2) видно, що  $a_\tau = \frac{dV}{dt} = 0$ . Звідси випливає, що куля  $M$  рухається по колу з постійною швидкістю. Використаємо вираз (3).

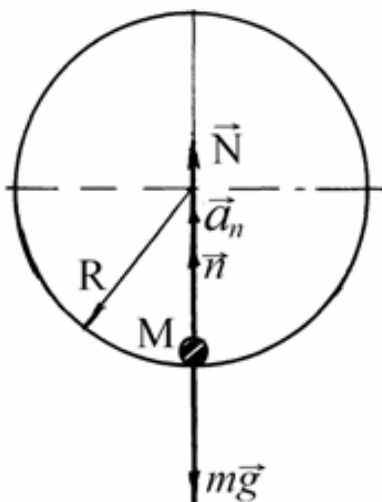


Рис. 1.15. До прикладу 2

$$m \frac{V^2}{R} = N \cdot \sin \alpha; \quad \frac{mV^2}{l \sin \alpha} = N \sin \alpha; \quad V = \sqrt{\frac{Nl}{m}} \cdot \sin \alpha;$$

$$V = 6,64 \text{ м/с.}$$

*Приклад 2.* Льотчик масою 80 кг виконує “мертву петлю” з радіусом 1800 м, маючи при цьому швидкість 1600 км/год. З якою максимальною і мінімальною силою притискує льотчика до крісла “мертва петля” (рис. 1.15).

$$m=80 \text{ кг}, R=1800 \text{ м}, V=444,4 \text{ м/с}, g = 9,8 \text{ м/с}^2.$$

$$Q_1=? \quad Q_2=?$$

Нехай льотчик в даний момент часу займає на «мертвій петлі» найнижче положення. На льотчика діє сила тяжіння  $m\vec{g}$  і реакція крісла  $\vec{N}$ . Сила  $Q$ , з якою льотчик притискується до крісла, чисельно дорівнює реакції  $N$  крісла.  $Q=N$ .

Запишемо основний закон динаміки в нашому випадку.  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$ .

Спроекуємо цей вираз на нормаль, одиничний орт якої  $\vec{n}$ .

$$m a_n = N - mg .$$

Звідси  $N = m (g + a_n)$ , але  $a_n = \frac{V^2}{R}$ .

$$\text{Тоді } N = mg \left( 1 + \frac{V^2}{gR} \right); \quad N = 9563 \text{ Н.} \quad Q_1 = N = 9563 \text{ Н.}$$

Вияснимо, яке перевантаження має льотчик в цьому випадку. В нормальних умовах на нього діє сила тяжіння  $mg$ . Сила, з якою льотчик пристикується до крісла, визначається з формули:  $Q = mg \left( 1 + \frac{V^2}{gR} \right)$ .

Коефіцієнт  $n$  перевантаження – це відношення  $\frac{Q}{mg}$ :  $n = \frac{Q}{mg} = 1 + \frac{V^2}{Rg}$ :  $n = 12,2$ .

Читачеві надаємо можливість знайти силу  $Q_2$ , яка діє на льотчика в його верхньому положенні на “мертвій петлі”.  $Q_2 = 7993 \text{ Н}$ .

*Приклад 2.* Матеріальна точка масою 2кг рухається по горизонтальному колу з радіусом 0,9 м згідно рівняння  $S = 0,6t^3$  м, де  $S$  – дугова координата. Знайти величину і напрям сили  $F$ , яка діє на цю точку в момент часу  $t = 2$  с. (рис. 1.16).

$$m=2 \text{ кг, } R=0,9 \text{ м, } S = 0,6t^3 \text{ м, } t = 2 \text{ с. } F=? \quad a=?$$

Рух точки  $M$  здійснюється згідно основного закону динаміки.  $m\vec{a} = \vec{F}$ . (1)

Використуємо натуральну систему координат. Спроектуємо вираз (1) на ці координатні осі.  $F_\tau = ma_\tau$ .  $F_n = ma_n$ , (2)

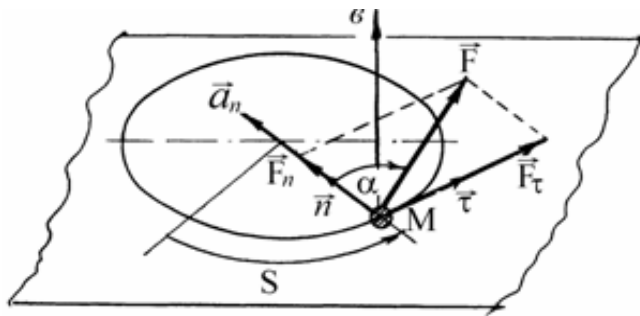


Рис. 1.16. До прикладу 3

де  $a_\tau = \frac{dV}{dt}$  – дотичне прискорення і

$a_n = \frac{V^2}{R}$  – нормальне прискорення

точки  $M$ .  $V = \dot{S} = 1,8t^2$ ;  $a_\tau = \frac{dV}{dt} = 3,6t$

$a_\tau = \frac{dV}{dt} = 3,6t$ ,  $a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{(1,8t^2)^2}{0,9} = 3,6t^4$

Підставимо значення дотичного і

нормального прискорень в формули (2).  $F_\tau = 7,2t$ ;  $F_n = ma_n$ ,

при  $T = 2$   $F_\tau = 14,4 \text{ Н}$ ,  $F_n = 115,2 \text{ Н}$ .

Модуль сили  $F = \sqrt{F_\tau^2 + F_n^2} = \sqrt{14,4^2 + 115,2^2} = 116 \text{ Н}$ .

Напрям сили  $\vec{F}$  знайдемо за допомогою формули

$$\text{tg } \alpha = \frac{F_\tau}{F_n} = \frac{14,4}{116} = 0,124 ; \quad \alpha = 7^\circ .$$

## МОДУЛЬ 2. МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ MODUL 2. MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES

### Практична робота 1. Визначення геометричних характеристик плоских перерізів із сортаменту прокатної сталі

#### Practical work 1. Determination of geometric characteristics of flat cross-sections from the assortment of rolled steel

Для плоского перерізу конструкції, яка складається з двох швелерів №14 та двох швелерів № 18. Необхідно знайти:

осьові моменти інерції  $I_{xc}$ ,  $I_{yc}$  для даного перерізу;

моменти опору перерізу  $W_{xc}$ ,  $W_{yc}$ ;

радіуси інерції  $i_x$ ,  $i_y$ .

1. Випишуємо дані з таблиці сортаменту і переводимо значення всіх параметрів із мм в см (табл. 2.1).

Таблиця 2.1. Значення параметрів швелерів (за ГОСТ 8480-89)

Параметр	Позначення	Значення	Числове значення, см	
			швелер №14	швелер №18
Висота балки, мм	h	140/180	14	18
Ширина полиці, мм	b	58/70	5,8	7,0
Товщина стінки, мм	d	4,9/5,1	0,49,	0,51
Середня товщина полиці, мм	t	8,1/8,7	0,81	0,87
Площа, см <sup>2</sup>	F	13,3/20,7	13,3	20,7
Момент інерції, см <sup>4</sup>	$J_y$	31,2/86,0	$J_{x1}, J_{x3}$	86
	$J_x$	304/1090	$J_{y1}, J_{y3}$	1090
Момент опору, см <sup>3</sup>	W	70,2/121	70,2	121
Відстань від осі Y до зовнішньої грані стінки, см	$Z_0$	1,67/1,94	1,67	1,94
Маса 1 пог. м	кг	12,3/16,3	12,3	16,3

2. Виконуємо креслення перерізу на міліметровому папері, вказуємо розміри, вибираємо осі.

На рис. 2.1 зображено плоский симетричний переріз конструкції, яка складається з двох швелерів №14 (вони позначені позиціями 1 і 3) та двох швелерів №18 (вони позначені позиціями 2 і 4).

3. Відмічаємо та визначаємо положення центру ваги перерізу координатами. Відлік проводимо від т. С, яка є центром ваги даної симетричної конструкції, пл. відношенню до якої визначаємо центри ваги простих фігур.

$$C_1 \left[ \begin{array}{l} X_{C1} = 0; \\ Y_{C1} = \frac{h_2}{2} + Z_{01} = \frac{18}{2} + 1,54 = 10,54 \text{ см.} \end{array} \right] C_2 \left[ \begin{array}{l} X_{C2} = b_2 - Z_{02} = 7 - 1,94 = 5,06 \text{ см.} \\ Y_{C2} = 0. \end{array} \right]$$

$$C_3 \begin{bmatrix} X_{C3} = 0; \\ Y_{C3} = -\frac{h_2}{2} - Z_{03} = -\frac{18}{2} - 1,54 = 10,54 \text{ см.} \end{bmatrix}$$

$$C_4 \begin{bmatrix} X_{C4} = -b_4 + Z_{04} = -7 + 1,94 = -5,06 \text{ см.} \\ Y_{C4} = 0. \end{bmatrix}$$

4. Визначаємо центральні моменти інерції всього перерізу.

Так як переріз включає в себе чотири складові фігури, то формула буде виглядати таким чином:

$$J_x = J_{xc} = J_{x1} + F_1 \cdot (Y_{C1})^2 + J_{x2} + F_2 \cdot (Y_{C2})^2 +$$

$$+ J_{x3} + F_3 \cdot (Y_{C3})^2 + J_{x4} + F_4 \cdot (Y_{C4})^2;$$

$$J_y = J_{yc} = J_{y1} + F_1 \cdot (X_{C1})^2 + J_{y2} + F_2 \cdot (X_{C2})^2 +$$

$$+ F_2 \cdot (X_{C2})^2 + J_{y3} + F_3 \cdot (X_{C3})^2 + J_{y4} + F_4 \cdot (X_{C4})^2.$$

В формули підставляємо числові дані і отримуємо:

$$J_x = J_{xc} = 31,2 + 13,3 \cdot (10,54)^2 + 1090 + 20,7 \cdot 0 + 1090 + 20,7 \cdot 0 = 31,2 + 1477,52 + 1090 + 31,2 + 1477,52 + 1090 = 5197,44 \text{ см}^4.$$

$$J_y = J_{yc} = 304 + 13,3 \cdot 0 + 86 + 20,7 \cdot (5,06)^2 + 304 + 13,3 \cdot 0 + 86 + 20,7 \cdot (-5,06)^2 =$$

$$= 304 + 86 + 529,99 + 304 + 86 + 529,99 = 1839,98 \text{ см}^4.$$

5. Визначаємо момент опору перерізу.

Формула для знаходження моменту опору перерізу має вигляд:

$$W_x = \frac{J_{xc}}{Y_{\max}}; W_y = \frac{J_{yc}}{X_{\max}}.$$

Знаходимо найбільші значення  $Y_{\max}$  і  $X_{\max}$ :

$$Y_{\max} = \frac{h}{2} + b_1 = \frac{18}{2} + 5,8 = 14,8 \text{ см};$$

$$X_{\max} = \frac{h_1}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ см.}$$

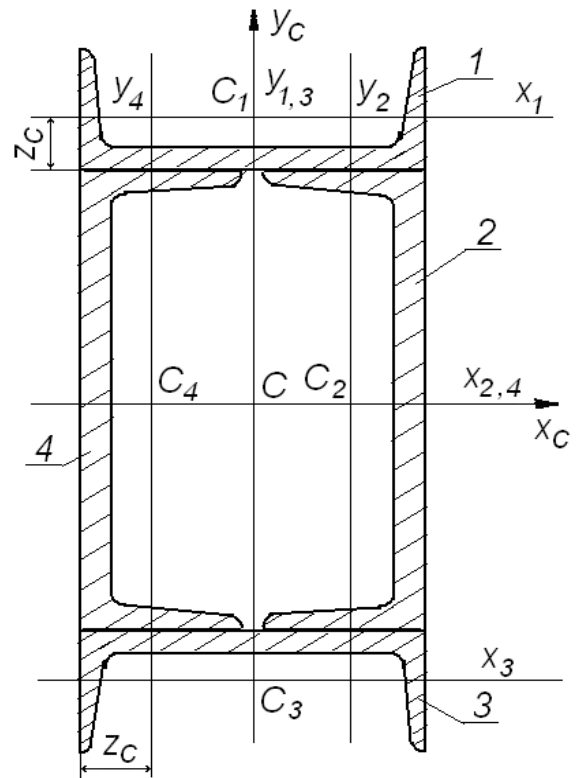
$$W_x = \frac{5197,44}{14,8} = 351,18 \text{ см}^3; W_y = \frac{1840}{7} = 262,86 \text{ см}^3.$$

6. Визначаємо радіуси інерції за формулами:

$$i_{xc} = \sqrt{J_{xc} / F}; i_{yc} = \sqrt{J_{yc} / F}.$$

Знаходимо суму площ всіх фігур:

$$\sum_1^4 F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 13,3 + 20,7 + 13,3 + 20,7 = 68 \text{ см}^2.$$



Вис 32.1. Плоский розсичаний переріз.

Знаходимо радіуси інерції:

$$i_{xc} = \sqrt{\frac{5197,44}{68}} = 8,744 \text{ см}; \quad i_{yc} = \sqrt{\frac{1840}{68}} = 5,2021 \text{ см}.$$

Таким чином, ми визначили для заданого перерізу значення всіх невідомих величин:

центральні моменти інерції всього перерізу

$$J_{xc} = 5197,44 \text{ см}^4; \quad J_{yc} = 1840 \text{ см}^4.$$

момент опору перерізу

$$W_x = 351,18 \text{ см}^3; \quad W_y = \frac{1840}{7} = 262,86 \text{ см}^3.$$

радіуси інерції  $i_{xc} = 8,744 \text{ см}; i_{yc} = 5,2021 \text{ см}.$

### Завдання для самостійного виконання

План виконання:

1. Номери профілів вказані в завданні до роботи. Значення розмірів профілів вказані в таблиці сортаменту (табл. 2.1). Виконати креслення заданого перерізу в масштабі згідно до варіанту.
2. Вибрати допоміжні координатні осі.
3. Знайти координати центру ваги перерізу.
4. Визначити геометричні характеристики складових частин перерізу.
5. Визначити осьові та відцентрові моменти інерції площі перерізу відносно допоміжних центральних осей.
6. Визначити положення головних центральних осей інерції перерізу.
7. Визначити величини головних центральних моментів інерції перерізу.
8. Визначити величини головних центральних моментів інерції перерізу.
9. Визначити осьові моменти перерізу.
10. Визначити величини головних радіусів інерції перерізу.

Схеми до виконання завдань наведено в табл. 2.2.

### Практична робота 2. Розрахунок ступінчастого стрижня на розтягування-стискання

#### Practical work 2. Calculation of a stepped rod for tension-compression

*Приклад 1.* Для заданого статично визначеного стрижня (рис. 2.2) необхідно:

- 1) побудувати епюру поздовжніх сил;
- 2) із умови міцності по нормальних напруженнях підібрати поперечний переріз стрижня на кожній ступені;
- 3) побудувати епюру нормальних напружень;
- 4) визначити загальне подовження поперечних перерізів.

Вихідні дані:  $a = 0,8 \text{ м}; F = 28 \text{ см}^2; P_1 = 26 \text{ кН}; P_2 = 18 \text{ кН}; q_1 = 14 \text{ кН/м}; Q_2 = 22 \text{ кН/м}; E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}.$

Таблиця 2.1. Числові дані до завдання

	№ профілів	Розміри, мм
I		

№		H	C	U	Лист	L		a, мм	b, мм	c, мм
1	24	20	8	18	10	9/9	56x36x5	80	40	20
2	12	14	22	20	20	12,5/12	80x50x6	100	60	40
3	27	18	10	14	14	16/10	63x40x6	60	20	16
4	30	22	24	33	12	20/12	110x70x80	40	30	60
5	10	24a	12	16a	8	11/8	63x40x5	40	40	100
6	18	27	27	24	10	14/10	90x56x6	40	20	100
7	20	16	14	12	16	18/12	70x45x5	30	50	80
8	22	18	30	22	18	20/16	160x100x10	80	60	20
9	18 a	10	16	16	20	5/5	80x50x5	90	60	16
10	16	22a	27	20	14	8/6	180x110x10	60	30	10
11	14	27	22a	24	12	10/7	75x50x8	60	10	20
12	33	18	16a	18	10	16/10	90x56x8	70	24	10
13	24	33	20	20	18	14/12	63x40x6	40	40	20
14	30	20a	18	16a	16	7,5/5	110x63x10	100	80	60
15	24a	40	24	22a	20	11/7	56x36x4	40	10	80
16	36	22	20	27	10	9/9	90x56x6	80	25	60
17	22a	24	16	18	14	6,5/6	160x100x10	88	30	40
18	12	10	22	16	12	7/5	75x50x5	80	40	48
19	16	30	12	14	18	10/6,5	100x63x8	100	80	60
20	22	24a	24	18a	20	9/6	160x100x14	96	48	20
21	18	27	16a	12	16	10/10	110x70x8	80	64	24
22	14	36	33	24	10	5/4	140x90x8	100	40	20
23	20	22	14	10	12	8/8	100x63x6	120	60	40
24	10	18	20	22	18	14/9	80x50x6	60	48	16
25	16	24	18	8	14	9/7	140x90x10	96	60	30

1. Визначаємо опорну реакцію у місці закріплення стрижнів:  
так як  $\sum \tilde{O} = 0$ , то  $R - q_2 \cdot 1,5a + P_2 - P_1 - q_1 \cdot 1,5a = 0$ ;

$$R = q_2 \cdot 1,5a + q_1 \cdot 1,5a - P_2 + P_1 = 22 \cdot 1,2 + 14 \cdot 1,2 - 18 + 26 = 51,2 \text{ кН.}$$

2. Обчислюємо значення поздовжніх сил:

$$N_1 = 0; \quad N_2 = N_1 - q_2 \cdot 1,5a = -22 \cdot 1,2 = -26,4 \text{ кН}; \quad N_3 = N_2 + P_2 = -26,4 + 18 = -8,4 \text{ кН};$$

$$N_4 = N_3 = -8,4 \text{ кН}; \quad N_5 = N_4 - P_1 = -8,4 - 26 = -34,4 \text{ кН};$$

$$N_6 = N_5 - q_1 \cdot 1,5a = -34,4 - 14 \cdot 1,2 = -51,2 \text{ кН.}$$

3. Обчислюємо значення нормальних напруг:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{3F} = 0; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{3F} = \frac{-26,4}{84} = -0,31 \text{ МПа}; \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{F} = \frac{-8,4}{28} = -0,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{3F} = \frac{-8,4}{28} = -0,3 \text{ МПа}; \quad \sigma_5 = \frac{N_5}{2F} = \frac{-34,4}{56} = -0,61 \text{ МПа}; \quad \sigma_6 = \frac{N_6}{2F} = \frac{-51,2}{56} = -0,91 \text{ МПа.}$$

Таблиця 2.2. Схеми до виконання завдань



ЗАДАЧА № 1			ЗАДАЧА № 2			ЗАДАЧА № 3		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	5	6	4	5	6	4	5	6
7	8	9	7	8	9	7	8	9
10	11	12	10	11	12	10	11	12
13	14	15	13	14	15	13	14	15
16	17	18	16	17	18	16	17	18

4. Знаходимо величини абсолютних подовжень (укорочень) ділянок стрижня та величину загального подовження (укорочення) всього стрижня в цілому:

$$\Delta l = (1/E) \int \sigma \frac{dx}{L}; \Delta l_1 = \frac{((0 - 0,31)/2) \cdot 1,2}{2 \cdot 10^5} = -0,093 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

$$\Delta l_2 = \frac{((-0,3 - 0,3)/2) \cdot 1,6}{2 \cdot 10^5} = -0,24 \cdot 10^{-5} \text{ м}; \Delta l_3 = \frac{((-0,61 - 0,91)/2) \cdot 1,2}{2 \cdot 10^5} = -0,456 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

$$\Sigma \Delta l_i = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = -0,093 \cdot 10^{-5} - 0,24 \cdot 10^{-5} - 0,456 \cdot 10^{-5} = -0,789 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

5. Визначаємо значення осьових переміщень характерних перерізів:

$$U_{i+1} = U_1 + \Delta l_{i+1}; U_0 = 0.$$

$$U_2 = U_1 + \Delta l_2 = -0,093 \cdot 10^{-5} - 0,24 \cdot 10^{-5} = -0,333 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

$$U_3 = U_2 + \Delta l_1 = -0,333 \cdot 10^{-5} - 0,456 \cdot 10^{-5} = -0,789 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

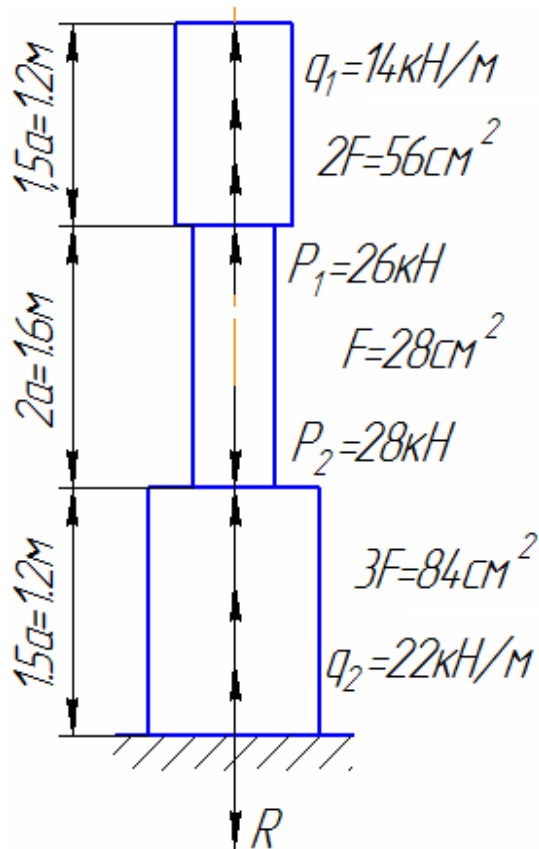


Рис. 2.2. Стрижень

Епюрі подовжніх, нормальних напруги і осьових переміщень характерних перерізів наведено на рис. 2.3.

*Завдання для самостійного виконання*

Завдання для виконання прикладу 2

Для заданого статично визначеного стрижня необхідно:

- 1) побудувати епюру подовжніх сил;
- 2) із умови міцності по нормальних напруженнях підібрати поперечний переріз стрижня на кожній ступені;
- 3) побудувати епюру нормальних напружень;
- 4) визначити загальне подовження поперечних перерізів, прийнявши  $E=2 \cdot 10^{11}$  Па.

Жорстко закріпити вільний кінець стрижня, що розраховувався в першій частині задачі (з підібраними поперечними перерізами).

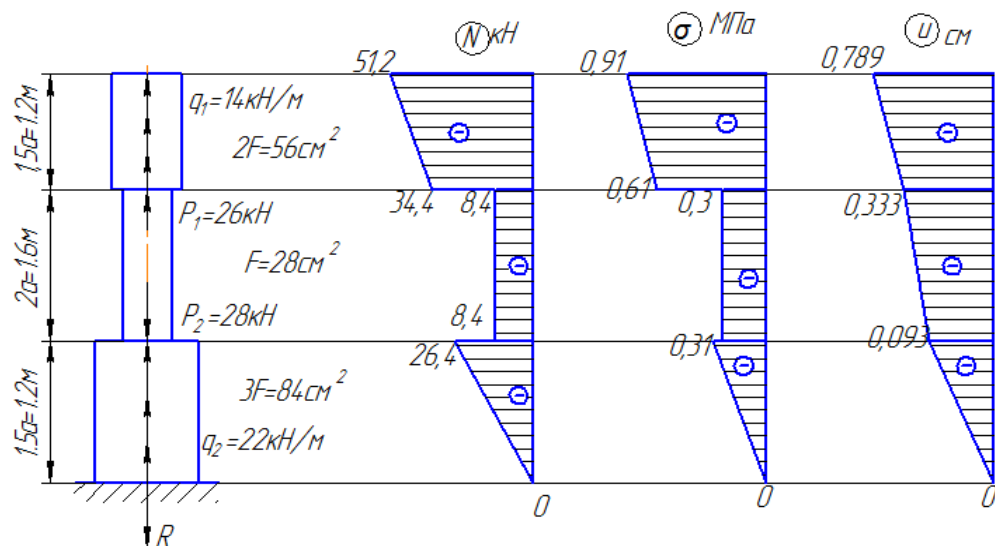


Рис. 2.3. Епюрі подовжніх, нормальних напруги і осьових переміщень характерних перерізів

Для отриманого статично невизначеного стрижня:

- 1) розкрити статичну невизначеність;
- 2) побудувати епюри подовжніх сил і нормальних напружень;
- 3) визначити загальне подовження або укорочення стрижня.

Таблиця 2.3. Варіанти завдань для виконання задачі 1

	Числовізначення
--	-----------------

задачі	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_1, \text{кН}$	40	50	65	40	80	55	60	45	50	30
$P_2, \text{кН}$	90	55	70	50	60	70	80	35	55	45
$P_3, \text{кН}$	100	60	35	65	70	90	70	30	70	85
$a, \text{м}$	0,3	0,4	0,5	0,3	0,9	0,1	0,3	0,7	0,8	0,4
$b, \text{м}$	0,2	0,4	0,3	0,8	0,1	0,2	0,4	0,6	0,9	0,2
$c, \text{м}$	0,1	0,3	0,6	0,7	0,3	0,3	0,4	0,5	0,7	0,3
$[\sigma]_p, \text{МПа}$	200	160	180	200	180	200	160	180	160	200
$[\sigma]_{ct}, \text{МПа}$	100	80	110	90	90	110	110	110	90	100

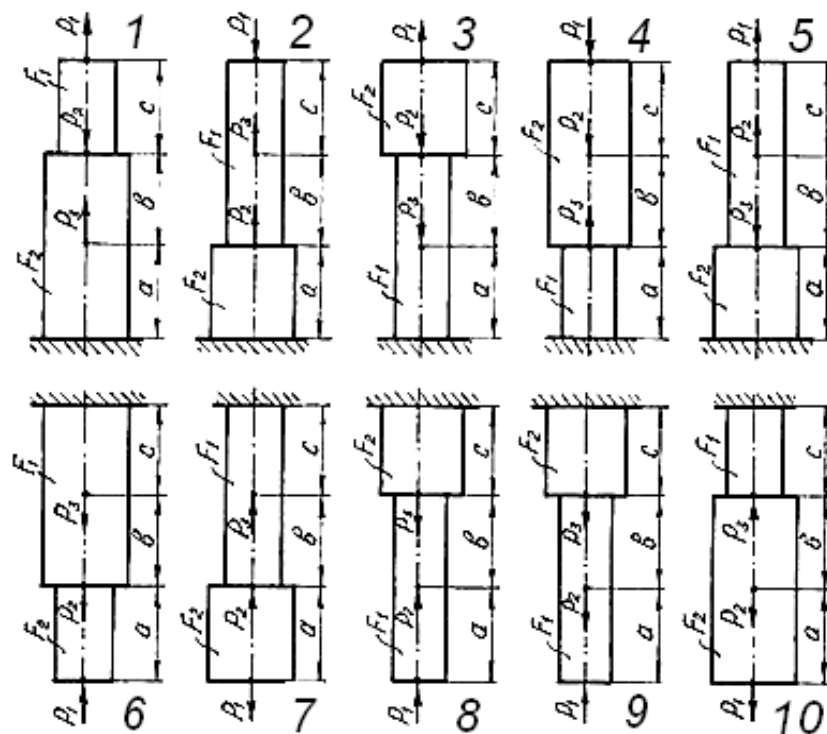


Рис. 2.4. Варіанти стрижнів до прикладу 1

Приклад 2. Вихідні дані:  $a = 1 \text{ м}$ ;  $b = 0,8 \text{ м}$ ;  $h = 0,9 \text{ м}$ ;  $F_2/F_1 = 2$ ;  $P = 210 \text{ кН}$ ;  $\gamma_f = 1,2$ ;  $\gamma_c = 0,9$ ;  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ;  $R = 210 \text{ МПа}$ ;  $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$ .

Під дією напруги в стрижнях 1 і 2 виникають зусилля  $N_1$  та  $N_2$ .

За фізичним змістом завдання очевидно, що зусилля  $N_1$  і  $N_2$  є розтягуючими.

Система є статично невизначеною. Складаємо рівняння рівноваги:

$$\Sigma M_A = 0; N_1 \sin \alpha \cdot (a + b) + (2a + b)N_2 \sin \beta - (2a + 2b)P = 0,$$

де  $\text{tg} \alpha = h / CE = 0,9 / 0,8 = 1,125$ ;  $\alpha = 48^\circ$ ;  $\text{tg} \beta = h / ED = 0,9 / 1 = 0,9$ ;  $\beta = 42^\circ$ .

$$N_1 \sin 48 \cdot (a + b) + (2a + b)N_2 \sin 42 - (2a + 2b)P = 0; N_1 \cdot 1,34 + 1,87N_2 - 3,6P = 0.$$

При монтажі стрижнів 1 та 2 виникає деформація системи, де  $\Delta l_1$  – величина збільшення довжини стрижня 1;  $\Delta l_2$  – величина деформації стрижня 2.

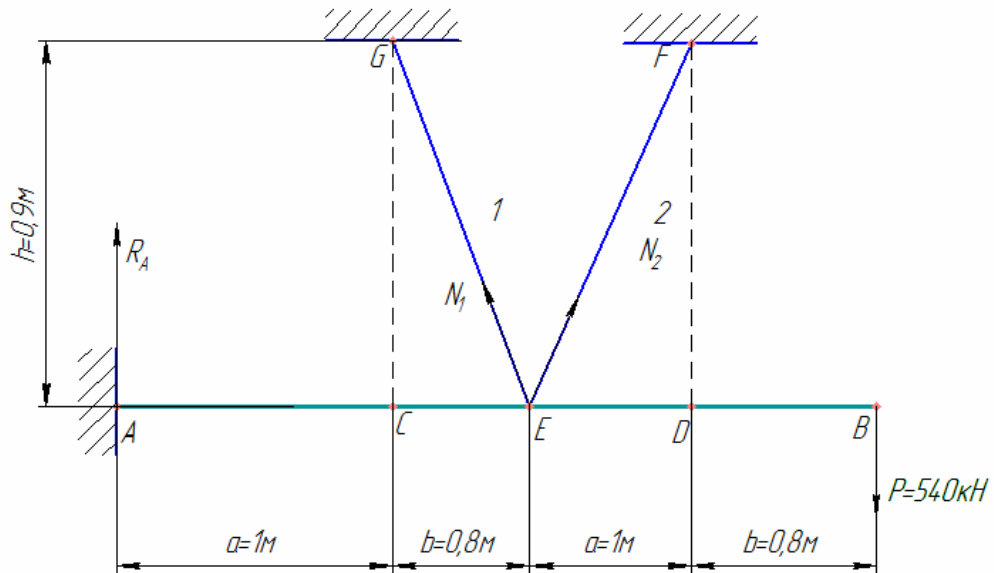


Рис. 2.5.

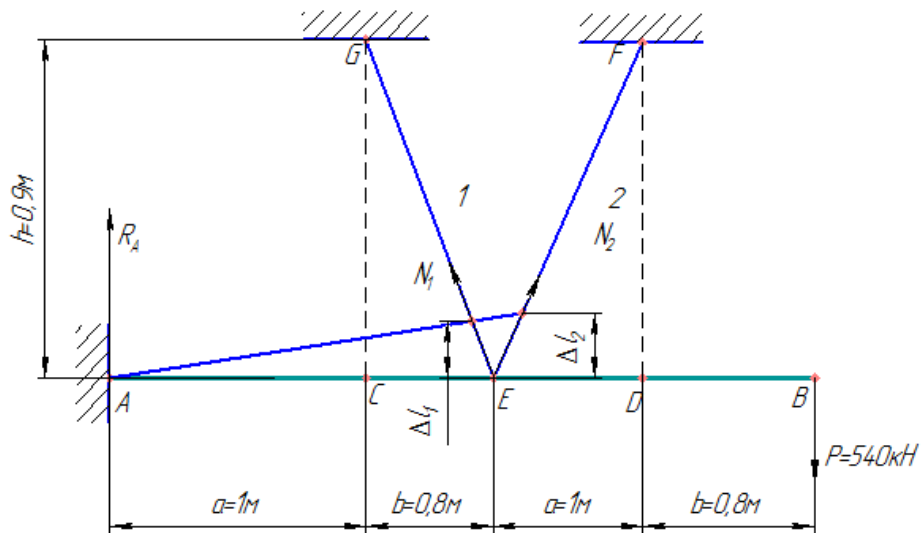


Рис. 2.6

Довжина другого стрижня дорівнює:  $l_2 = \sqrt{FE^2 + DF^2} = \sqrt{0,9^2 + 1^2} = 1,35$  м.

Для отримання додаткового рівняння щодо  $N_1$  та  $N_2$  розглянемо схему деформації. При зменшенні довжини стрижня 1 стиснення стрижнів складе  $\Delta l_1$ ;  $\Delta l_2$ . Визначаємо співвідношення між величинами  $\Delta l_1$  і  $\Delta l_2$ :

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{CE}{ED} = \frac{0,8}{1} = 0,8. \text{ Виражаємо величини подовження стрижнів через зусилля,}$$

що діють, і складаємо додаткове рівняння щодо  $N_1$  і  $N_2$ :

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{N_1 l_1}{EF_1} \cdot \frac{EF_2}{N_2 l_2} = \frac{N_1 l_1 F_1}{N_2 l_2 F_2} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1,2}{1,35} \cdot 2 = 0,8; 1,78 \frac{N_1}{N_2} = 0,8; N_1 = 0,45 N_2.$$

Підставляємо співвідношення між зусиллями в рівняння та визначаємо величини зусиль у стрижнях:

$$N_1 \cdot 1,34 + 1,87 N_2 - 3,6 P = 0; N_1 = 0,45 N_2; 1,34 \cdot 0,45 N_2 + 1,87 N_2 - 3,6 P = 0; \\ 2,47 N_2 = 3,6 \cdot 540; N_2 = 787 \text{ кН}; N_1 = 0,45 N_2 = 0,45 \cdot 787 = 354,2 \text{ кН}.$$

Визначаємо необхідне за умовою міцності площі поперечних перерізів стрижнів:

$$F_1 \geq \frac{N_1}{R \cdot \gamma_c} = \frac{354,2}{210 \cdot 10^{-1} \cdot 0,9} = 18,74 \text{ см}^2; F_2 \geq \frac{N_2}{R \cdot \gamma_c} = \frac{78,7}{210 \cdot 10^{-1} \cdot 0,9} = 41,60 \text{ см}^2.$$

Перевіримо виконання прийнятого на початку розрахунку співвідношення між площами  $F_1$  і  $F_2$ :

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{41,60}{18,74} = 2,2 \neq 2.$$

Оскільки прийняте співвідношення не виконується, при підборі перерізів стрижнів треба збільшити потрібну площу поперечного перерізу першого стрижня і прийняти її рівною:  $F_1 = F_2 / 2 = 41,60 / 2 = 20,80 \text{ см}^2$ .

Приймаємо по сортаменту переріз стрижнів у вигляді двох сталевих прокатних рівнобоких куточків, визначаємо напруги, що діють у стрижнях, і перевіряємо їх міцність.

Стрижень EG, куточок 90x90x6:

$$F_1 = 10,60 \cdot 2 = 21,20 \text{ см}^2.$$

$$\sigma = \frac{N_1}{F_1} = \frac{354,20}{21,20} = 167 \text{ МПа} \leq R_{\gamma_c} = 210 \text{ МПа}.$$

Стрижень EF, куточок 125x125x9:

$$F_1 = 22 \cdot 2 = 44 \text{ см}^2.$$

$$\sigma = \frac{N_2}{F_2} = \frac{787}{44} = 178,8 \text{ МПа} \leq R_{\gamma_c} = 210 \text{ МПа}.$$

Міцність стрижнів забезпечена.

Знаходимо абсолютне подовження стрижнів:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot F_1} = \frac{354,2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2}}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 21,2} = 0,095 \text{ мм}; \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot F_2} = \frac{787 \cdot 1,35 \cdot 10^{-2}}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 44} = 0,11 \text{ мм}.$$

Для визначення значення руйнівної та допустимої сили складемо два рівняння рівноваги:  $\Sigma x = 0$ ;  $\Sigma y = 0$ .

При поступовому збільшенні сили  $P$  настане момент, коли напруги у всіх стрижнях досягне межі плинності  $T$ . Цей момент згідно з діаграмою Прандтля відповідає початку руйнування системи, оскільки деформації стрижнів при цьому необмежено зростають. Визначаємо значення зусиль у стрижнях у момент руйнування системи.

### Завдання для виконання прикладу 2

Для заданої статично невизначеної стрижневої системи потрібно:

1) визначити зусилля, що виникають в стрижнях системи від дії прикладеної сили;

2) із умови міцності при заданому співвідношенню площ підібрати необхідні розміри поперечних перерізів стрижнів.

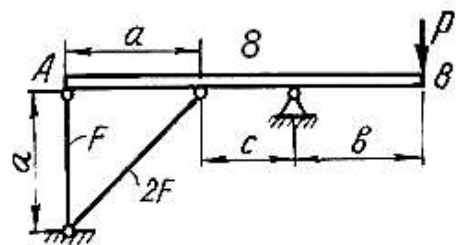
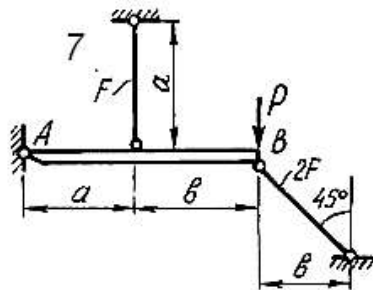
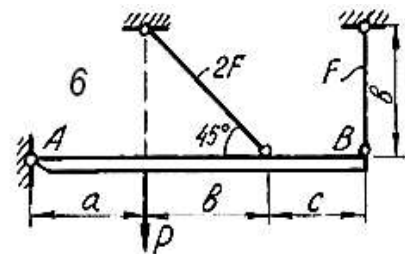
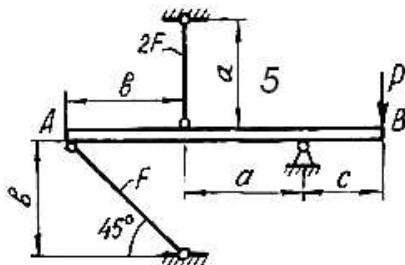
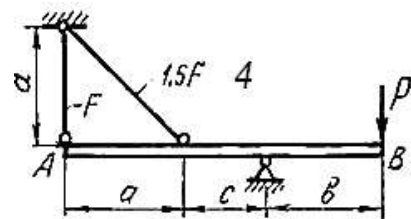
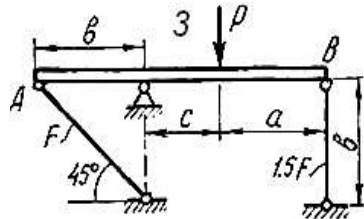
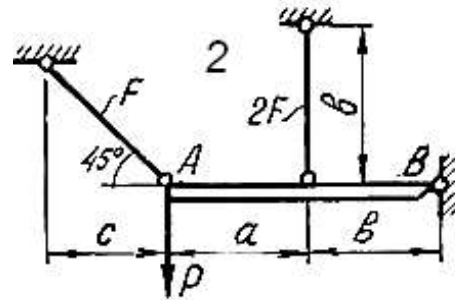
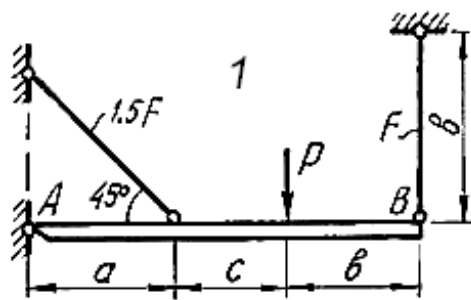
Стрижень рахувати таким, що складається із двох прокатних утників;

3) перевірити правильність вирішення задачі.

Таблиця 2.3. Варіанти завдань для виконання задачі 1

№	[ $\sigma$ ], МПа	F, см <sup>2</sup>	a, м	b, м	c, м	P, кН
---	-------------------	--------------------	------	------	------	-------

1	150	10	2,0	2,2	1,6	10
2	140	14	2,4	2,0	1,4	15
3	160	12	2,5	2,4	1,2	12
4	140	16	2,7	3,0	1,0	14
5	130	18	2,8	2,8	1,2	18
6	160	12	2,6	2,6	1,0	18
7	120	20	2,4	2,2	1,4	10
8	140	14	2,5	2,9	1,0	12
9	160	12	2,0	3,0	1,4	14
10	120	10	2,9	2,1	1,7	16



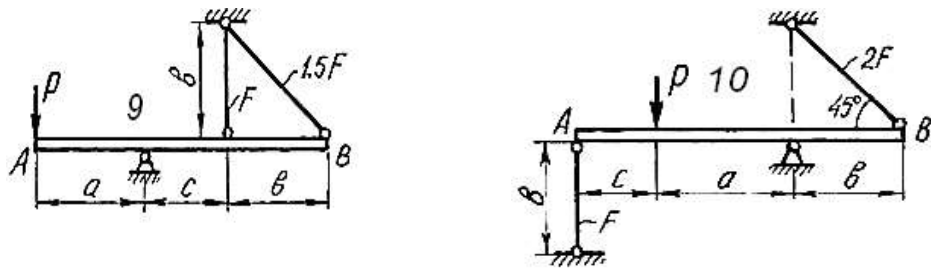


Рис. 2.7. До прикладу 2

### Практична робота 3. Визначення деформації Practical work 3. Determination of deformation

Для стрижня (рис. 2.8) визначити його деформацію і побудувати епюру абсолютного подовження (прийняти  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа).

Дано:  $P_1 = 2$  кН;  $P_2 = 5$  кН;  $P_3 = 7$  кН.  $F_1 = 10$  см<sup>2</sup>;  $F_2 = 20$  см<sup>2</sup>;

$l_1 = 0,5$  см;  $l_2 = 0,8$  см;  $l_3 = 0,4$  см;  $l_4 = 0,6$  см.

Розв'язок:  $N_{1-1} = N_{2-2} = 2$  кН;  $N_{3-3} = N_{4-4} = N_{5-5} = N_{6-6} = 2 - 5 = -3$  кН;

$N_{7-7} = N_{8-8} = 4$  кН.

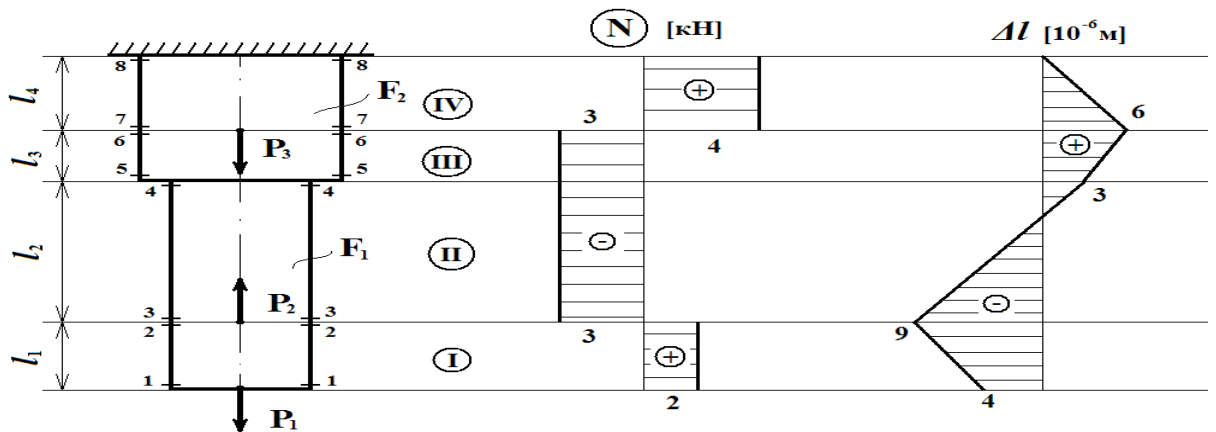


Рис. 2.8. Рисунок до прикладу

Абсолютні деформації ділянок стрижня:

$$\Delta l_I = \frac{N_{1-1} \cdot l_1}{E \cdot F_1} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_{II} = \frac{N_{3-3} \cdot l_2}{E \cdot F_1} = \frac{-3 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = -12 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{5-5} \cdot l_3}{E \cdot F_2} = \frac{-3 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = -3 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_{IV} = \frac{N_{7-7} \cdot l_4}{E \cdot F_2} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 0,6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} = (5 - 12 - 3 + 6) \cdot 10^{-6} = -4 \cdot 10^{-6} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ см}.$$

## Практична робота 4. Центральний розтяг і стиск стрижнів Practical work 4. Central tension and compression of rods

Найбільш простий випадок – центральний розтяг-стиск, коли в поперечному перерізі із шести внутрішніх зусиль лише поздовжня сила  $N_z$  не дорівнює нулю. Воно виникає тоді, коли точка прикладання зовнішньої сили або рівнодіючої збігається з центром ваги перерізу і лінія її дії збігається з осью.

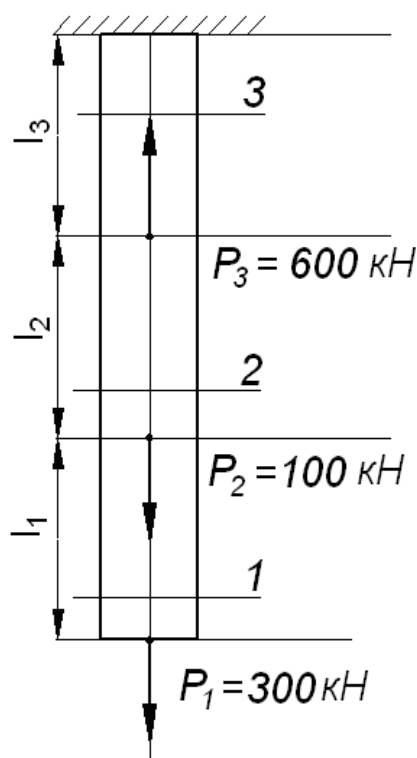


Рис. 2.9. Ескіз стрижня

Ескіз стрижня наведено на рис. 2.9. Правило знаків:  $N_z > 0$  – коли вона спрямована від перерізу, і викликає розтяг стрижня, і навпаки – «від’ємна», викликаючи стиск.

Для наочного представлення характеру зміни  $N_z$  по довжині стрижня будують епюру  $N_z$  – це графік, кожна ордината якого показує значення  $N_z$  в поперечному перерізі (графічний закон зміни  $N_z$ ).

Для визначення поздовжньої сили  $N_z$  використовують метод перерізів (рис. 2.10).

$$N_I = P_1 = 300 \text{ кН}; N_{II} = P_1 + P_2 = 400 \text{ кН};$$

$$N_{III} = P_1 + P_2 - P_3 = -200 \text{ кН}.$$

Будуємо епюру поздовжніх сил  $N_z$ , (рис. 2.11).

Для розв’язання задач міцності будують епюру  $\sigma$ . При цьому в характерних перерізах визначають її величину.

Для прикладу побудуємо епюру  $\sigma$  при  $F = 1000 \text{ см}^2$  (рис. 2.12)

$$\sigma_{1-1} = \frac{N_{1-1}}{F} = \frac{300}{1000 \cdot 10^{-4}} = 30 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{2-2} = \frac{N_{2-2}}{F} = \frac{400}{1000 \cdot 10^{-4}} = 40 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{3-3} = \frac{N_{3-3}}{F} = - \frac{200}{1000 \cdot 10^{-4}} = -20 \text{ МПа}.$$

Значення довжин ділянок стрижня, см:  $l_1 = 50, l_2 = 60, l_3 = 70$ .

Тоді подовження ділянок стрижня визначимо за формулою:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}.$$

Тут  $N$  – поздовжня сила, Н;  $l$  – довжин ділянок стрижня, м;

$E$  – модуль пружності першого роду (або модуль Юнга) при розтязі, Па,  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па;  $F$  – площа поперечного перерізу стрижня,  $F = 1000 \text{ см}^2$ .



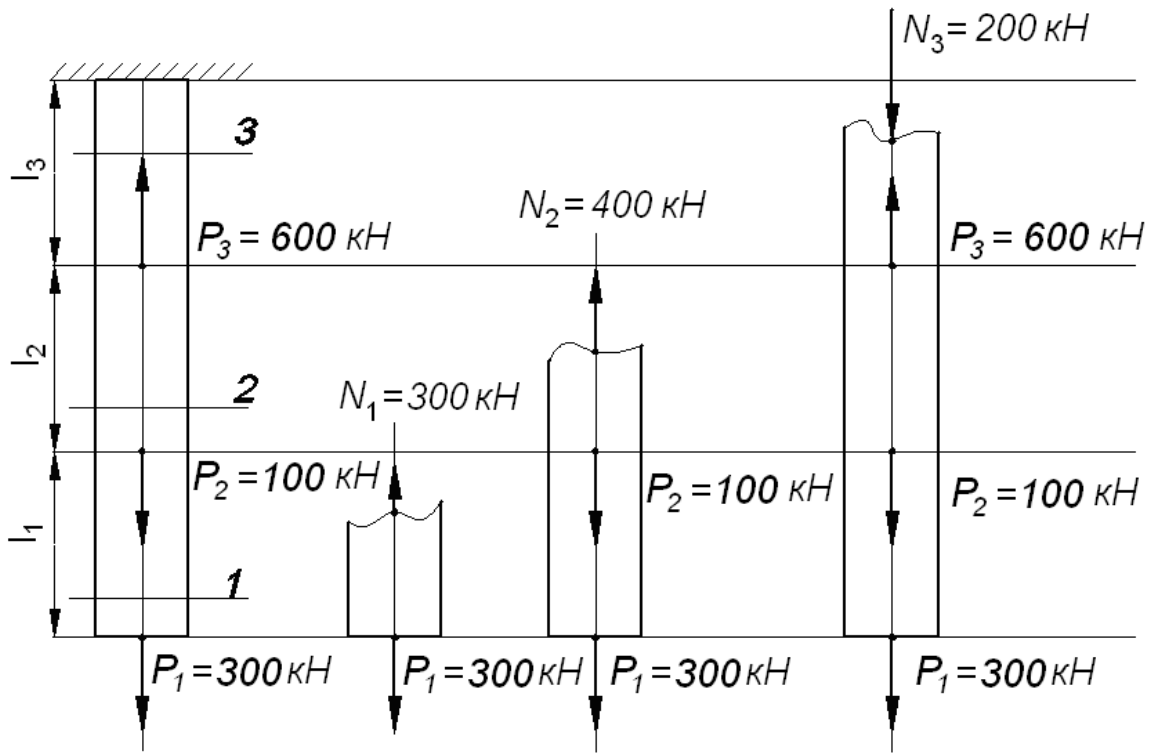
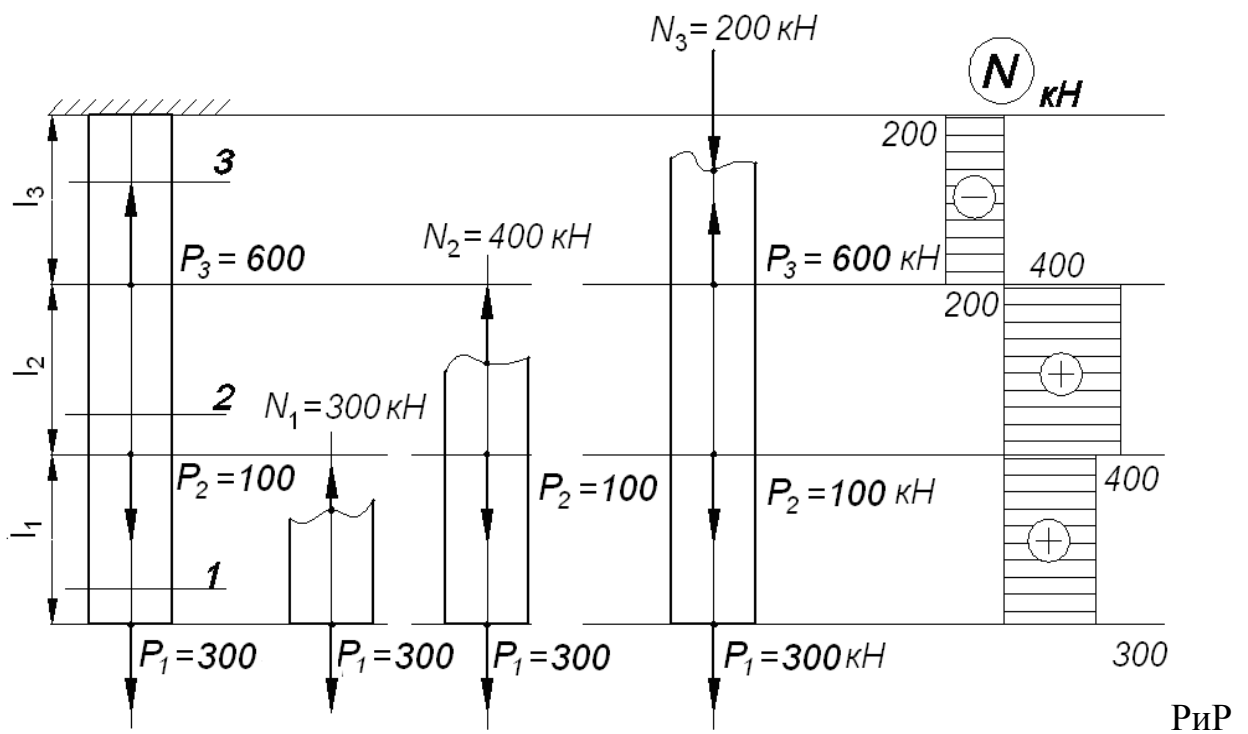


Рис. 2.10. Ескіз до визначення поздовжньої сили  $N_z$



ис. 2.11. Епюра поздовжніх сил  $N_z$ .

$$\Delta l_1 = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 0,50}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,1} = 7,143 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \quad \Delta l_2 = \frac{400 \cdot 10^3 \cdot 0,60}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,1} = 11,43 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_3 = \frac{-200 \cdot 10^3 \cdot 0,70}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,1} = -6,66 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Епюра деформацій стрижня наведено на рис. 2.13.

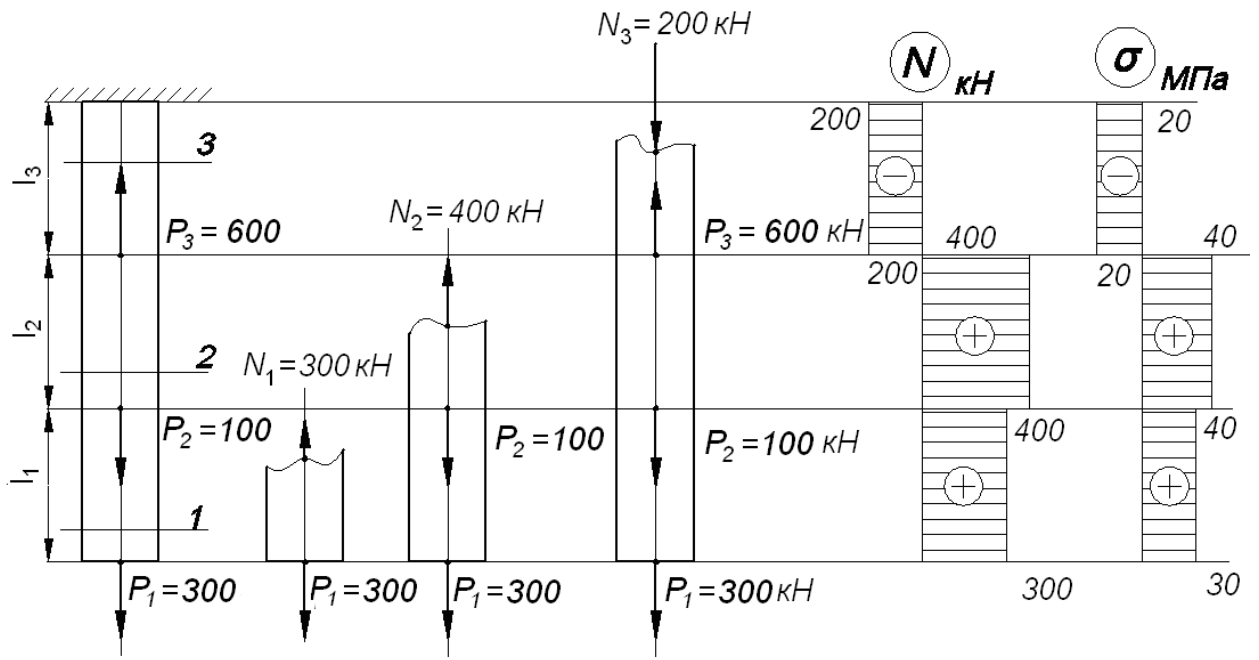


Рис. 2.12. Побудова епюри  $\sigma$ .

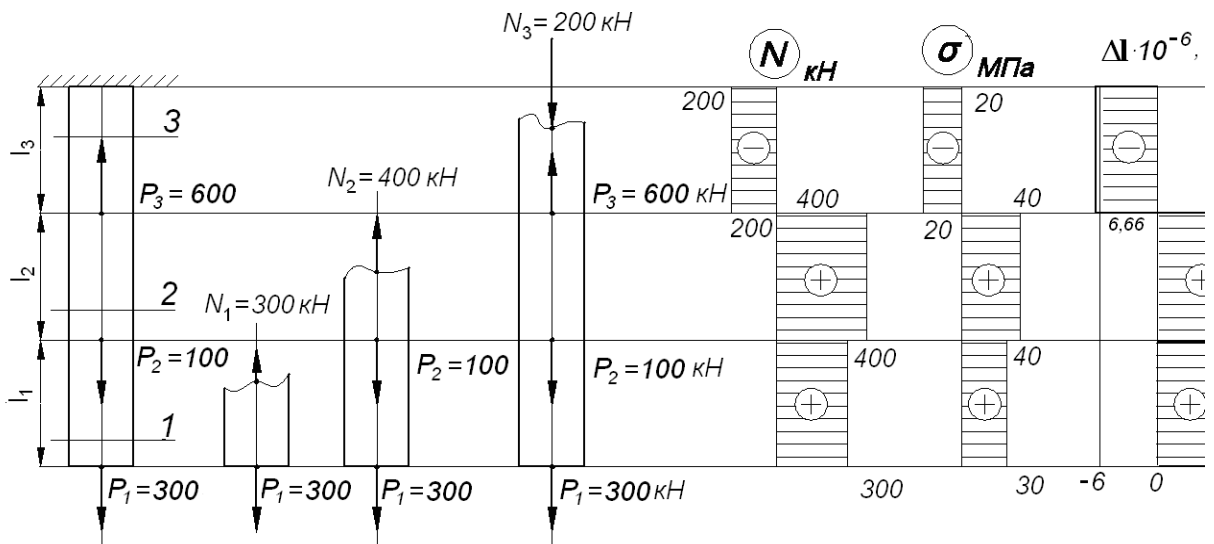


Рис. 2.13. Епюра деформацій стрижня

## МОДУЛЬ 3. ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН MODULE 3. THEORY OF MECHANISMS AND MACHINES

### Практична робота 1. Кінематичні пари та їх класифікація Practical work 1. Kinematic couples and their classification

Рухоме з'єднання двох ланок називається *кінематичною парою*.

Точки, лінії, поверхні ланки, якими вона з'єднується з іншою ланкою, утворюючи кінематичну пару, називають *елементами кінематичної пари*.

Кінематична пара при взаємодії елементів допускає відносний рух ланок.

За характером з'єднання ланок кінематичні пари поділяють на дві групи: *нижчі* та *вищі*.

До *нижчих* відносяться пари, у яких ланки стикаються по поверхні, а до *вищих* – якщо елементами кінематичної пари є тільки лінії або точки. При цьому лінійний або точковий контакт розуміють як початковий – при дотиканні ланок без зусиль, а під навантаженням ланки, які утворюють вищу пару, будуть дотикатись по деякій дійсній поверхні, яка називається прямою контакту.

Кінематичні пари класифікують за *числом умов зв'язку (обмежень) (S)*, які накладає пара на рух однієї ланки відносно іншої, рідше – за *числом ступенів вільності у відносному русі ланок (H)*.

Приклади різноманітних видів кінематичних пар наведено на рис. 3.1.

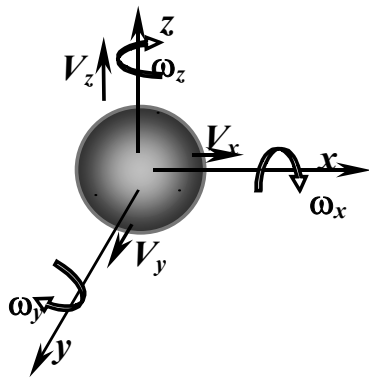
Усі механізми та машини складаються з окремих деталей. Нагадаємо, деталь - це виріб, виготовлений без застосування складальних операцій, як правило, з цілого шматка матеріалу (або з окремих частин зварюванням), тому не може бути розібрана на простіші без руйнування.

Під час роботи машини існують деталі, які рухаються як одне ціле відносно інших деталей. Тому в теорії механізмів і машин (ТММ) має місце таке поняття як ланка.

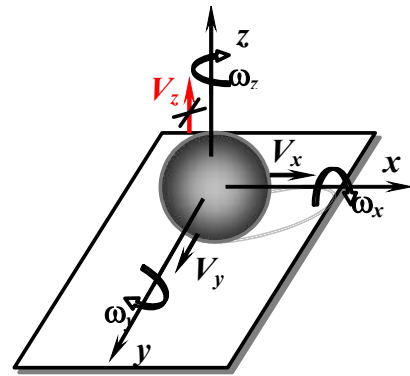
Одна деталь або сукупність декількох деталей, які утворюють одну жорстку систему тіл і не мають рухів одне відносно іншого, представляють собою ланку. Отже, кожна ланка може складатись з однієї або декількох деталей, що утворюють нерухомі з'єднання. Найчастіше зустрічається таке визначення ланки.

*Тверді тіла, з яких складається механізм, називаються ланками*. При цьому маються на увазі як абсолютно тверді, так і деформівні та гнучкі тіла. Рідини та гази в ТММ ланками не вважаються.

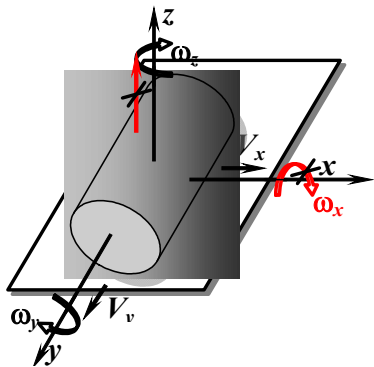
Для приклада розглянемо шатун двигуна внутрішнього згорання (рис. 3.2, а, б, ланка 2). Це одна ланка, яка представляє собою сукупність декількох деталей (рис., в: тіло шатуна 1, втулка 2, вкладки 3, 4, рознімна головка 5, болти 6, гайки, контргайки, шайби, шплінти - 7), з'єднаних в одну геометричну незмінну систему. Оскільки всі ці деталі не мають між собою відносних рухів, утворюють одну жорстку систему тіл, і рухаються як одне ціле, то всі вони представляють собою одну ланку.



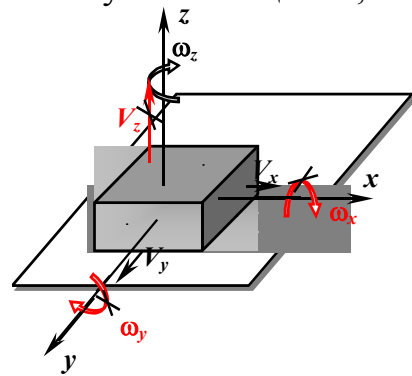
**a** – незалежне або вільне тверде тіло (куля) з шістьма степенями вільності;



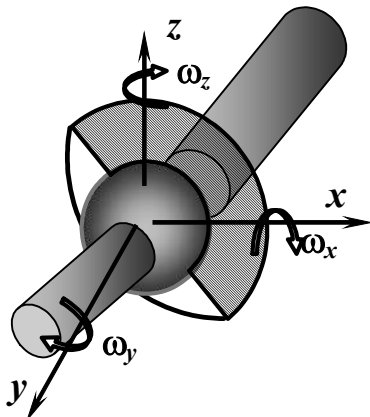
**б** – кінематична пара I класу «куля – площина»;



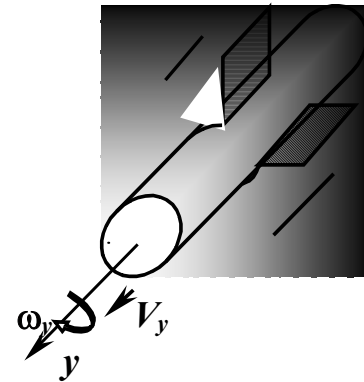
**в** – кінематична пара II класу «циліндр – площина»;



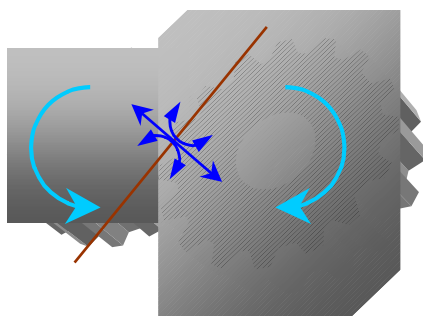
**г** – кінематична пара III класу «плоске тіло – площина»;



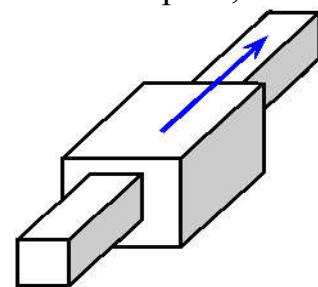
**д** – кінематична пара III класу, сферичний шарнір;



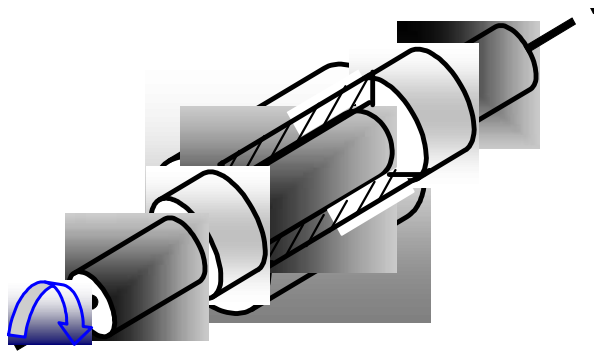
**е** – кінематична пара IV класу, контакт ланок по циліндричній поверхні;



**ж** – кінематична пара IV класу в контакті зубчастих коліс;



**з** – поступальнокінематична пара V класу;



$i$  – обертальна кінематична пара V класу

Рис. 3.1. Приклади різноманітних видів кінематичних пар

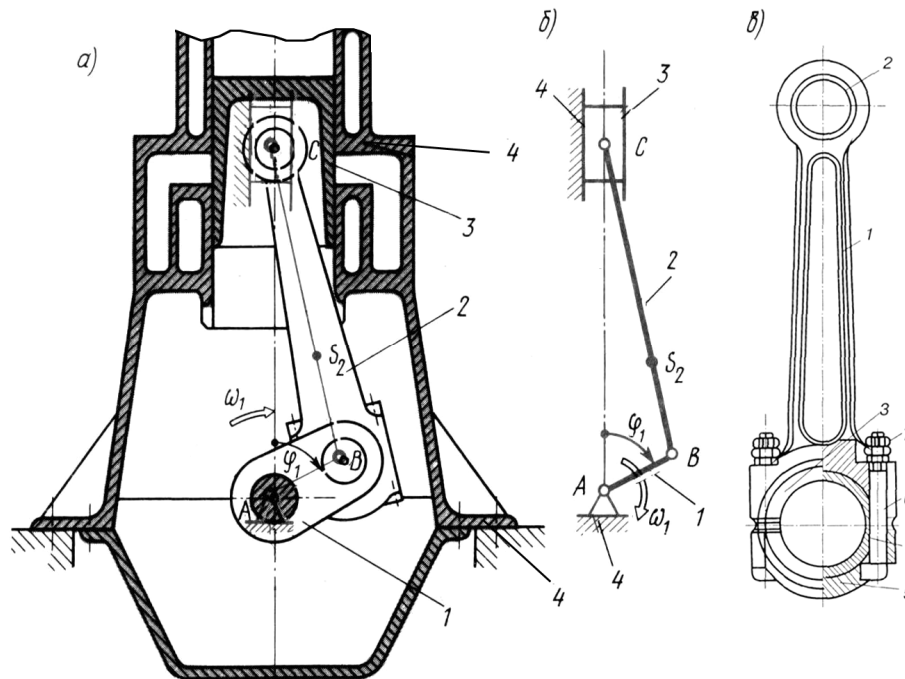


Рис. 3.2. Двигун внутрішнього згорання: а) схема механізму, б) кінематична схема; в) деталь шатун

Найбільше застосування в механізмах машин, приладах та інших пристроях отримали *обертальні та поступальні кінематичні пари V класу*.

*Обертальна пара* (рис. 3.3) – однорухома, допускає лише один відносний обертовий рух однієї ланки навколо іншої, тобто число ступенів вільності  $H=1$ ; на відносний рух ланки накладено  $S=6-H=5$  умов зв'язку (в'язей). Отже, це кінематична пара V класу.

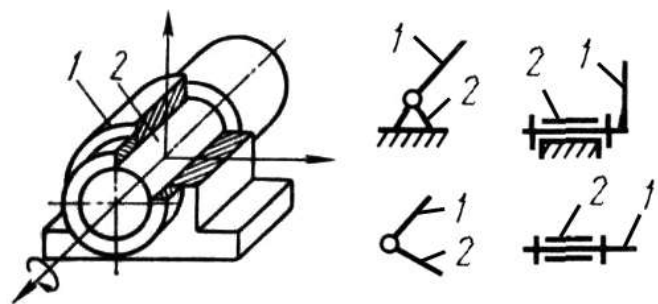


Рис. 3.3. Обертальна кінематична пара V класу

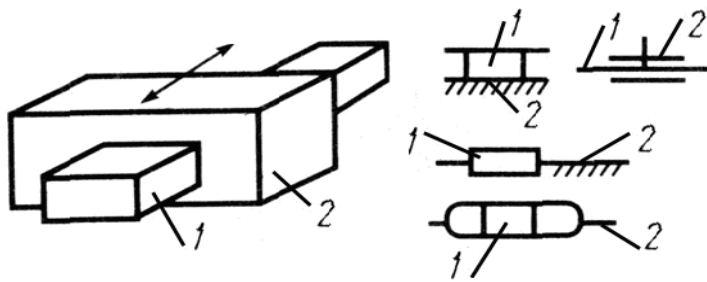


Рис. 3.4. Поступальна кінематична пара V класу

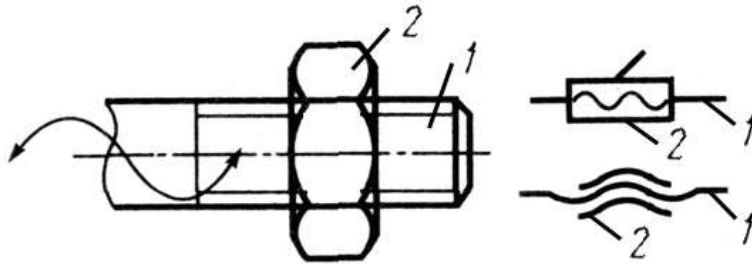


Рис. 3.5. Кінематична пара гвинт-гайка V класу

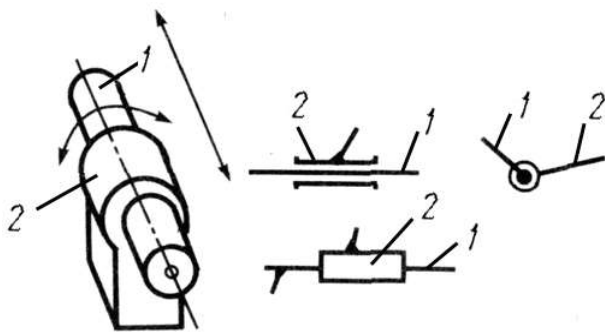


Рис. 3.6. Циліндрична кінематична пара IV класу

між собою).

*Сферична пара* (кульковий шарнір, рис. 3.7, а), *площинна пара* (рис. 3.7, б) – трирухомі кінематичні пари. Рух однієї ланки відносно іншої зводиться до трьох незалежних відносних рухів (показано стрілками);  $H=3$ ,  $S=3$ , тобто пари III класу; пари нижчі, з геометричним замиканням.

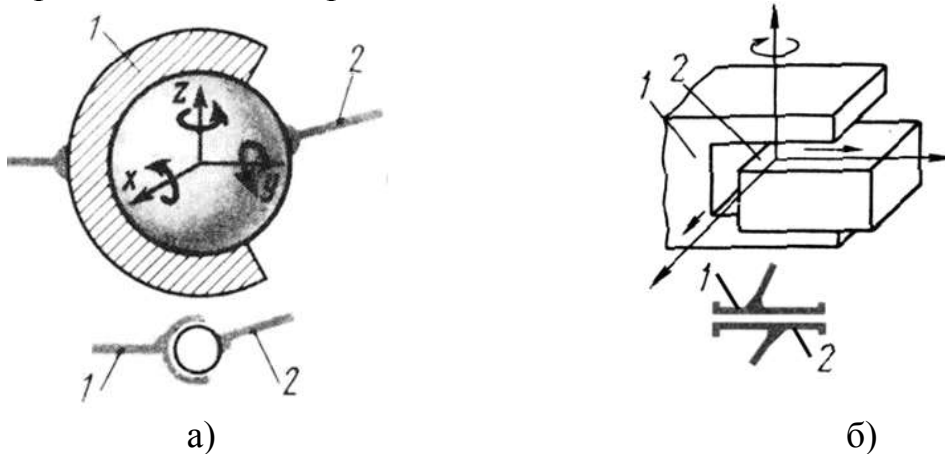


Рис. 3.7. Сферична (а) і лінійна (б) кінематичні пари III класу

*Поступальна пара* (рис. 3.4.) – однорухома, допускає лише прямолінійний поступальний відносний рух ланок, тобто  $H=1$ ,  $S=5$ ; отже, це кінематична пара V класу, нижча, з геометричним замиканням. Крім названих, оберальної та поступальної, до V класу відносять також кінематичну пару гвинт-гайка (рис. 3.5), оскільки одна ланка відносно іншої має тільки один незалежний рух (обертання навколо і поступальний рух вздовж осі гвинта взаємопов'язані

*Циліндрична пара* (рис. 3.6) – дворухома кінематична пара, допускає незалежні обертальний та поступальний відносні рухи ланок, тобто  $H=2$ , а  $S=4$ , отже, це IV класу пари. Пара нижча (ланки дотикаються по циліндричній поверхні) з геометричним замиканням.

*Лінійна пара.* Наведена варіантом «циліндр-площина» (рис. 3.8). Чотири рухома кінематична пара; можливі незалежні відносні рухи ланок (обертові та поступальні) показані стрілками; тобто  $H = 4$ ,  $S = 2$ , II клас. Це вища пара, тому що контакт елементів ланок лінійний.

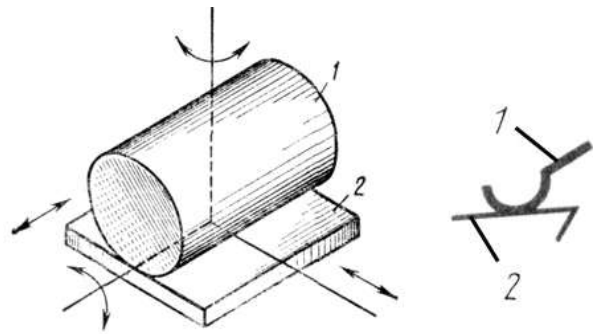


Рис. 6. Лінійна кінематична пара II класу

*Точкова пара* (рис. 3.9).

*П'ятирухома кінематична пара*, що являє собою кулю 1, яка перекочується з ковзанням по площині 2. Куля може здійснювати п'ять простих незалежних рухів;  $H=5$ , а  $S=1$ . Рух кулі відносно площини може бути розкладений на три обертові рухи навколо осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  та ковзання вздовж двох осей  $x$ ,  $y$ . Рух кулі вздовж вертикальної осі неможливий, тому що до низу він обмежений площиною, а при русі в протилежному напрямку порушується дотик ланок і кінематична пара перестане існувати.

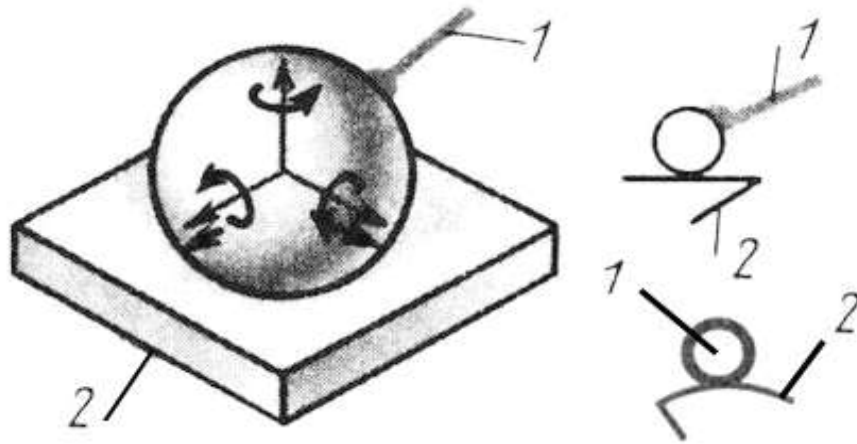


Рис. 3.9. Точкова кінематична пара I класу

*Кінематична пара I класу.* В даній кінематичній парі має бути передбачене силове замикання. Пара – *вища*, оскільки ланки дотикаються у точці.

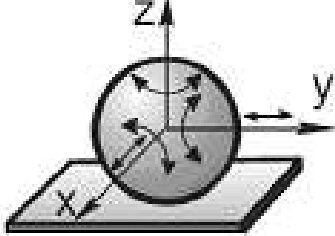

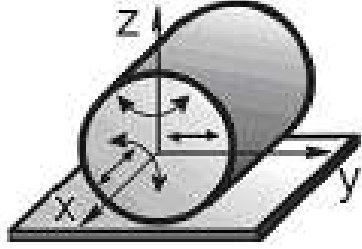

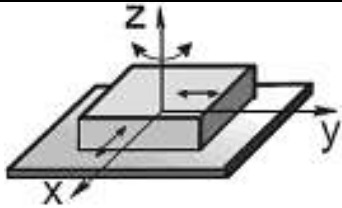

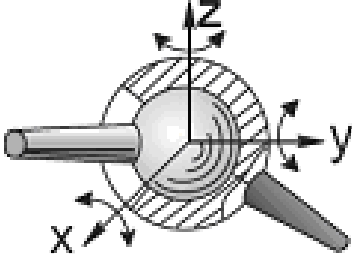

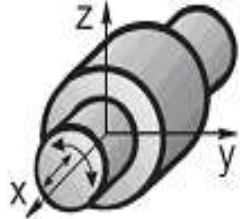

Як бачимо, щоб визначити клас кінематичної пари, треба одну з ланок умовно прийняти за нерухому, зв'язати з нею просторову систему координат та порахувати можливі незалежні рухи іншої ланки  $H$  (або порахувати накладені умови зв'язку, тобто обмеження на можливі прості рухи ланки,  $S$ ).

Клас кінематичної пари знаходимо з рівності  $S = 6 - H$ .

Зазначимо, в загальному випадку пари II класу одержують при *лінійному дотику* двох поверхонь, а I класу – при *точковому*.

Схематичне зображення кінематичних пар і умовне зображення за державним стандартом наведено в табл. 3.1.

Таблиця 3.1. Схематичне зображення кінематичних пар

Схематичне зображення кінематичних пар	Умовне зображення за ГОСТ	Число зв'язки в $S$	Ступінь вільності $W$	Клас кінематичної пари	Структурна формула
 Куля на площині		1	5	I П'яти- рухома	ООО– ІІІ
 Циліндр на площині		2	4	II Чоти- рьох- рухома	ОО–ІІІ
 Призма на площині		3	3	III Трьох- рухома	О–ІІІ
 Сферичний шарнір		3	3	III Трьох- рухома	ООО
 Циліндрична пара		4	2	IV Двох- рухома	ОП



## Практична робота 2. Основні види механізмів з нижчими та вищими кінематичними парами

### Practical work 2. The main types of mechanisms with lower and higher kinematic pairs

Механізми поділяють, в першу чергу, на механізми з *нижчими* парами та механізми з *вищими* парами. Крім того, всі механізми можна поділити на плоскі та просторові (визначення плоских та просторових механізмів аналогічне до визначення плоских та просторових кінематичних ланцюгів).

Найрозповсюдженіші механізми з нижчими парами - важільні, клинові та гвинтові;

з вищими парами - кулачкові, зубчасті, фрикційні, мальтійські та храпові (заскочкові).

Нижче наведено приклади основних механізмів (їх схем), що застосовують у різних машинах.

*Важільні механізми* – це механізми, в яких ланки утворюють лише обертові, поступальні, циліндричні або сферичні кінематичні пари.

*Плоскі важільні механізми* (механізми, які мають тільки обертові та поступальні пари).

Ці механізми знайшли широке застосування в машино- та приладобудуванні завдяки можливості забезпечення потрібного перетворення руху при простоті геометричної форми ланок та елементів кінематичних пар.

*Превагами таких механізмів* є висока технологічність виготовлення, можливість виконання шарнірних з'єднань на вальницях кочення, здатність передавати відносно великі зусилля, довговічність та надійність у роботі.

*Кривошипно-повзунний механізм* (рис. 3.10) - один із найпоширеніших,

застосовується в поршневих машинах (двигунах внутрішнього згоряння, компресорах, полах), у кувальних машинах та пресах, лісопилних рамах, приладах і т. ін. Цей механізм служить для перетворення обертового руху кривошипа 1 в поступальний рух повзуна 3, чи навпаки (ланка 2 – шатун, ланка 4 – стояк). Зазначимо, що в назвах низки механізмів відображені

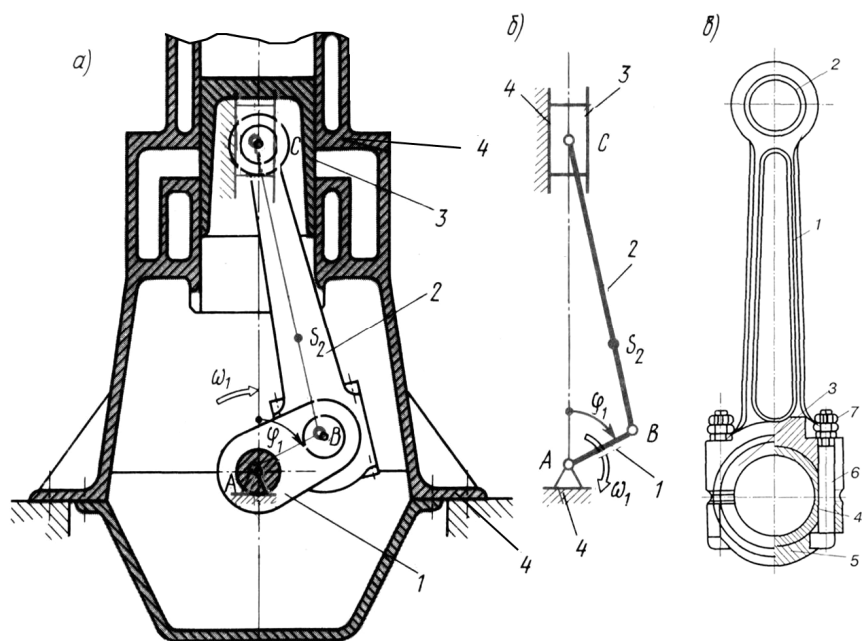


Рис. 3.10. Кривошипно-повзунний механізм  
їх конструктивні ознаки та назви (характер руху) вхідної та вихідної ланок.

Механізми, які мають тільки обертові пари, називають *шарнірними*.

*Шарнірний чотириланковик* (рис. 3.11) (ланки з'єднані лише обертовими парами) служить для перетворення одного виду обертового руху в інший.

Залежно від розмірів ланок може бути кривошипно-коромисловим, двокривошипним або двокоромисловим механізмом; застосовується у пресах та кувальних машинах, конвеєрах, прокатних станах, порталних кранах, у при-

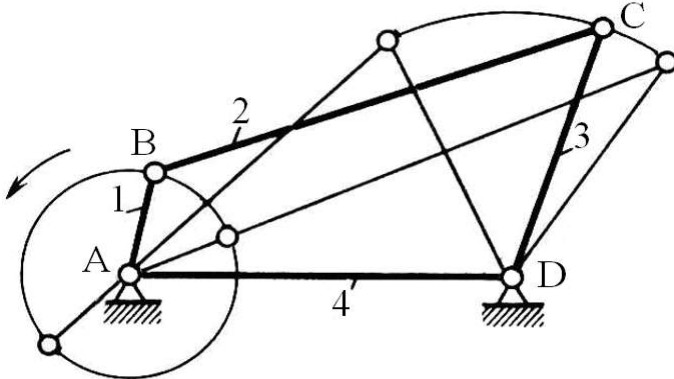


Рис. 3.11. Шарнірний чотириланковик

воді коліс тепловозів, електровозів, вагових механізмів і т.ін.

На рис. 3.11 ланка 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – коромисло, 4 – стояк (випадок кривошипно-коромислового механізму).

*Кулісний механізм* призначений для перетворення одного виду неперервного обертового руху ланки 1 кривошипа в інший, ланки 3 куліси (рис. 3.12, а) або

обертового руху в поступальний ланки 5 – повзуна (рис. 3.12, б).

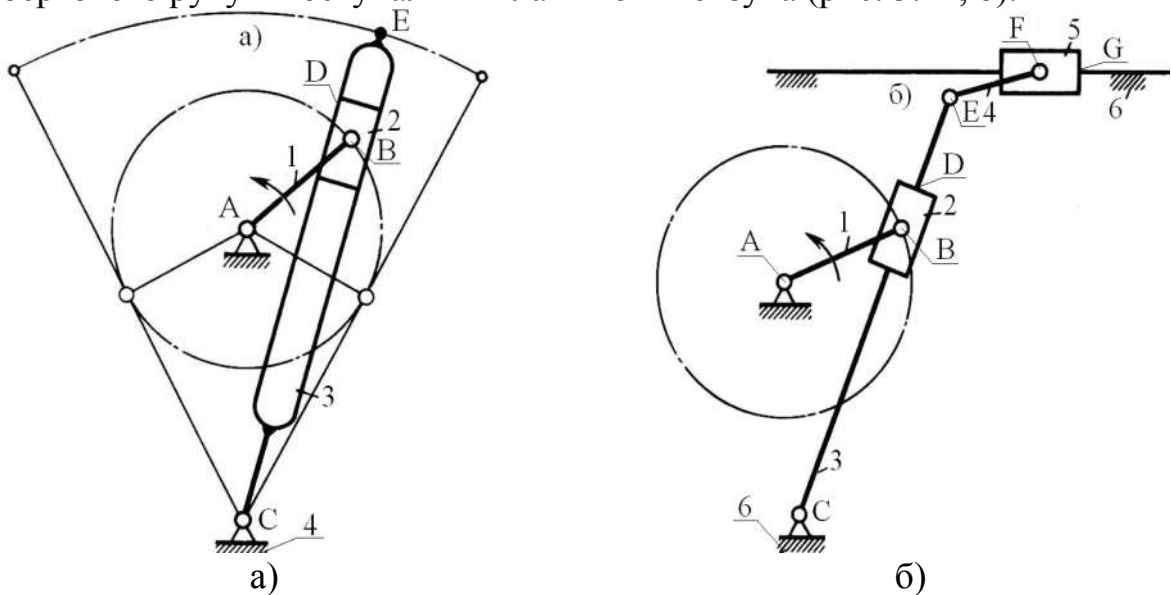


Рис. 3.12. Кулісний механізм

Ланка 2 – повзун, який в кулісних механізмах називається кулісним каменем. Особливістю кулісних механізмів є прискорений зворотній хід куліси.

Такі чотири-та шести ланкові кулісні механізми застосовують у стругальних і довбальних верстатах, поршневих помпах та компресорах, гідроприводах (куліса з каменем являє собою циліндр 3 з поршнем зі штоком 2, рис. 3.13) і т. ін. В кулісному механізмі, залежно від розмірів ланок, куліса може виконувати коливальний, обертальний рух або рухатись поступально.

Відмітимо, що в сучасному машинобудуванні найширше застосовують плоскі механізми. Механізми зі складними структурно-кінематичними схемами в більшості випадків, за основну перетворювальну рух частину мають один з розглянутих вище типів механізмів.

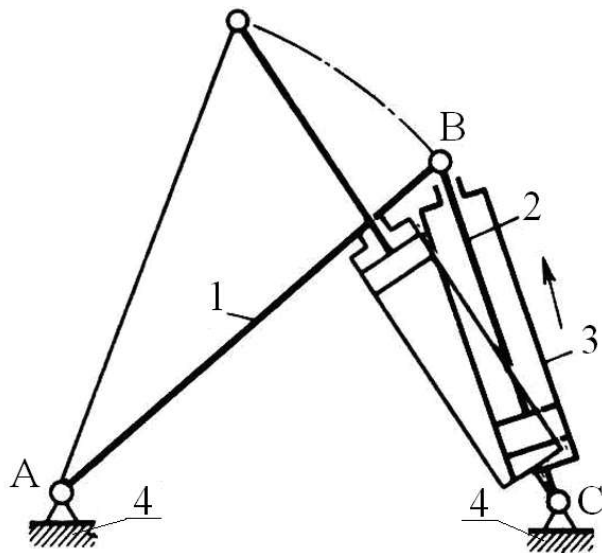


Рис. 3.13

3 – коромисло, 4 – стояк.

*Просторові механізми.*

*Просторові механізми з нижчими парами.* Просторові важільні механізми в багатьох випадках забезпечують виконання потрібного виду руху точніше та меншим числом ланок у порівнянні з плоскими механізмами, тобто дозволяють уникнути застосування складних структурних схем: забезпечують передачу руху між осями довільно розміщеними в просторі. Просторовий шарнірний потириланковик (рис. 3.14, а-модель, б-схема): 1–кривошип, 2–шатун, 3–повзун, 4 – стояк.

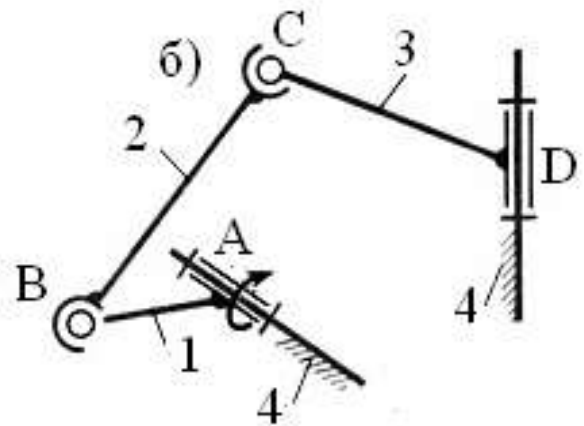
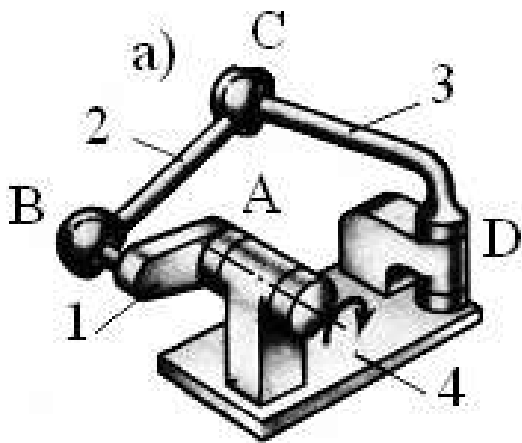


Рис. 3.14. Просторовий шарнірний чотириланковик

Просторовий кривошипно-повзунний механізм (рис. 3.15, в-модель, г-схема) 1 – кривошип, 2 – шатун, 3 – повзун, 4 – стояк.

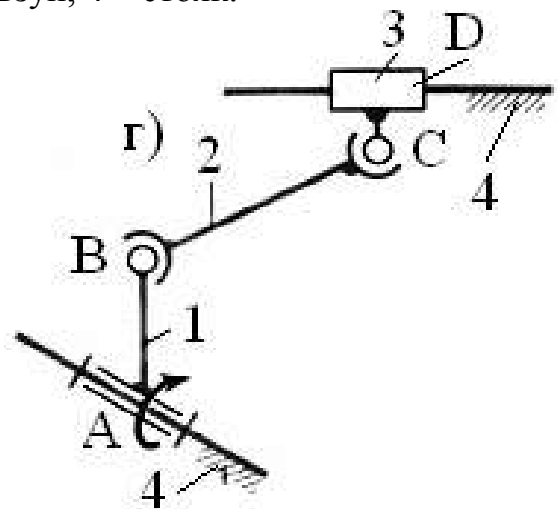
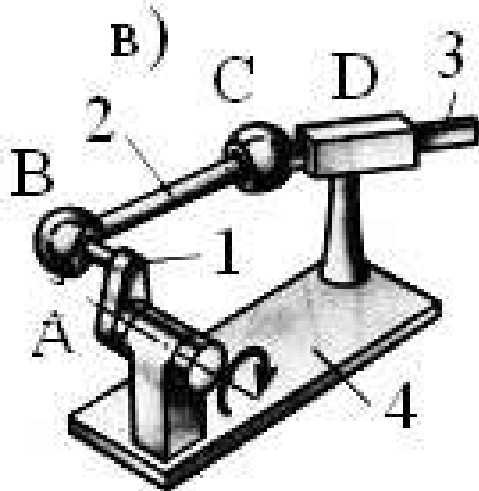


Рис. 3.15. Просторовий кривошипно-повзунний механізм

Механізм універсального шарніра (шарніра Гука) або карданної передачі (рис. 3.16, д-модель, е-схема). Цей механізм призначений для передачі

обертового руху між валами, осі яких перетинаються, при цьому кут між ними може змінюватися під час руху. Особливістю механізму є те, що при обертанні вхідного вала (вилки) 1 з сталою кутовою швидкістю вихідний вал (вилка) 3 буде обертатися нерівномірно, при чому, чим більший кут між осями, тим більша нерівномірність обертання (ланка 2 – хрестовина).

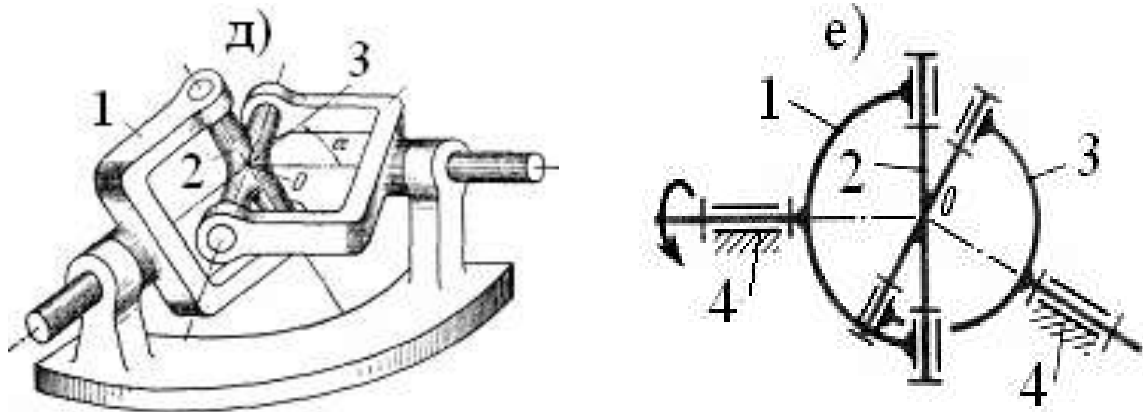


Рис. 3.16. Механізм універсального шарніра

Структурна схема механізму маніпулятора (промислового робота) наведена на рис. 3.17, ж (ланки 1-6 – рухомі, 0 – стояк, F – захват).

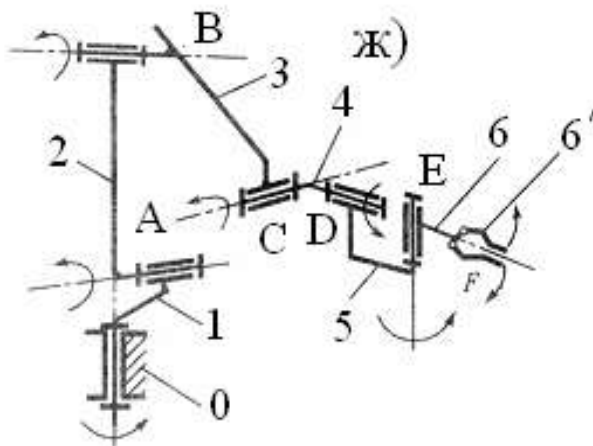


Рис. 3.17. Структурна схема механізму маніпулятора (промислового робота)

*Приклади механізмів (плоских і просторових) з вищими парами.*

Найширше застосування в машинах та приладах знаходять зубчасті механізми. Найпростіша зубчаста передача складається зі стояка та двох рухомих коліс, на ободі яких розміщені зуби. Зуби коліс входять почергово у зачеплення між собою та завдяки взаємодії забезпечують передачу обертового руху. В зубчастій передачі розрізняють зовнішнє, внутрішнє та рейкове зачеплення (рис. 3.18, а, б, в).

Менше з двох сполучених коліс називають шестірнею 1, більше - колесом 2 (або частковий випадок - рейка). За взаємним розміщенням осей коліс зубчасті передачі бувають:

- з паралельними осями (рис. 3.18, а, б, циліндричні передачі);
- з осями які перетинаються (рис. 3.18, г, конічні передачі);
- з мимобіжними осями (рис. 3.18, д, е, є, відповідно гвинтові, черв'ячні та геподні передачі).

В кулачкових (плоских та просторових) механізмах, вища пара утворена ланками, що називаються кулачок (шайба змінної кривини профілю) 1 і штовхач 2 (рис. 3.19, а), або кулачок та коромисло 2 (рис. 3.19, б). Потрібний закон руху забезпечується відповідним профілем кулачка. Найважливішою позитивною якістю кулачкових механізмів є можливість отримувати

різноманітніші закони руху вихідної ланки, у тому числі із зупинками; простота методів синтезу.

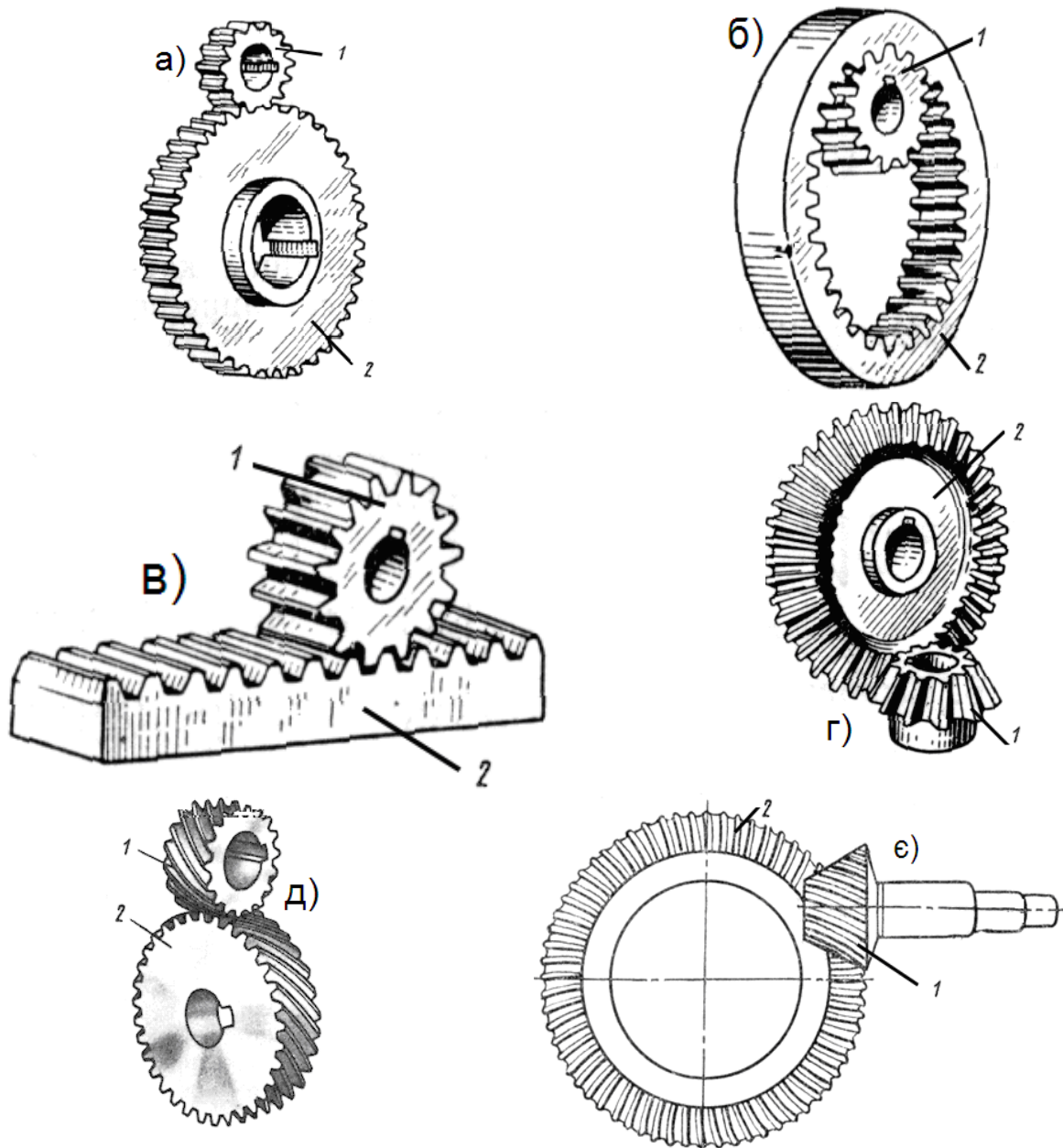


Рис. 3.18. Зубчасті механізми

У *фрикційному* механізмі передача обертового руху здійснюється за допомогою сил тертя. Найпростіша циліндрична фрикційна передача складається зі стояка та двох циліндричних коліс 1, 2, які робочими поверхнями притиснуті настільки, що сила тертя, яка виникає між ними, дає змогу їм передавати рух (рис. 3.20, а). Однією із важливіших переваг фрикційних передач є можливість плавного безступінчастого регулювання передатного відношення.

Лобова фрикційна передача (рис. 3.20, б), в якій ролик 1 може встановлюватися на різних відстанях від осі обертання ланки 2, забезпечує плавну зміну кутової швидкості і напрямку обертання вихідної ланки.

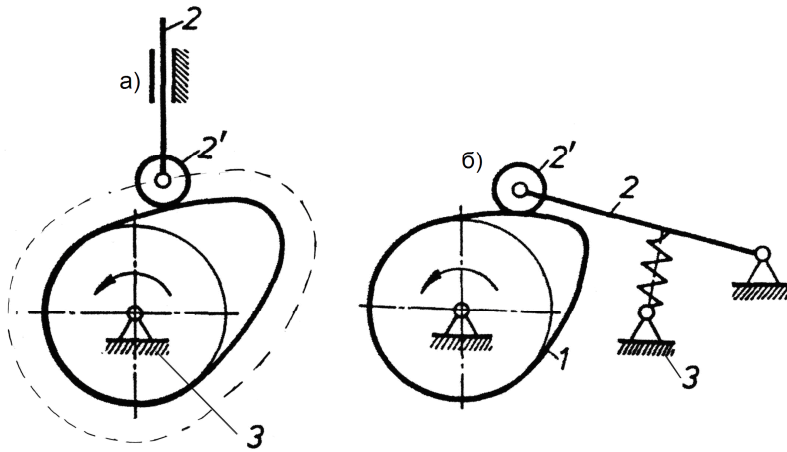


Рис. 3.19. Кулачковий механізм

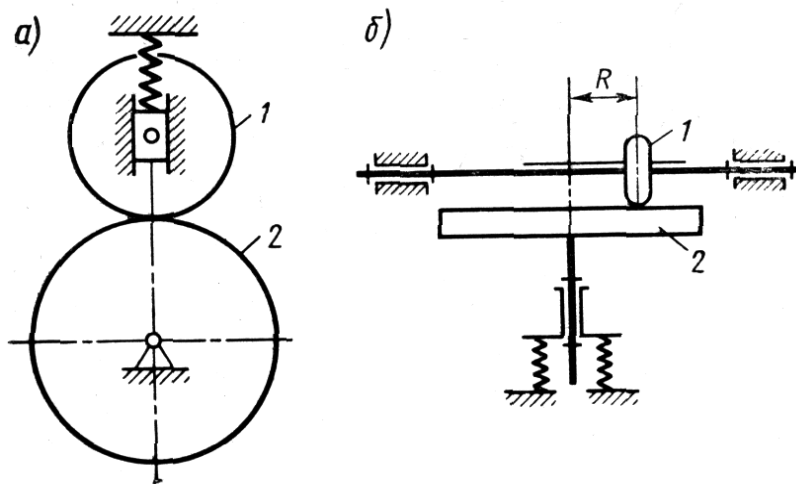


Рис. 3.20. Фрикційний механізм

Питання до практичної роботи

1. Що вивчає ТММ?
2. Дайте визначення механізму, машини.
3. Назвіть дві основні проблеми ТММ.
4. Що називається ланкою, кінематичною парою?
5. За якими ознаками класифікують кінематичні пари?
6. Що називається кінематичним ланцюгом? Як їх класифікують?
7. Яка різниця між механізмом та кінематичним ланцюгом?
8. Запишіть формулу Чебишева.
9. За якою формулою визначають ступінь вільності просторового механізму?
10. Наведіть приклади основних механізмів з

нижчими парами та їх структурні формули.

11. Наведіть приклади основних механізмів з вищими парами
12. Сформулюйте основний принцип створення механізмів.
13. Дайте визначення групі Ассура.
14. Як визначається клас і порядок груп Ассура?
15. Який порядок структурного аналізу механізмів?
16. Який механізм називається механізмом I класу? Як визначається клас механізму?

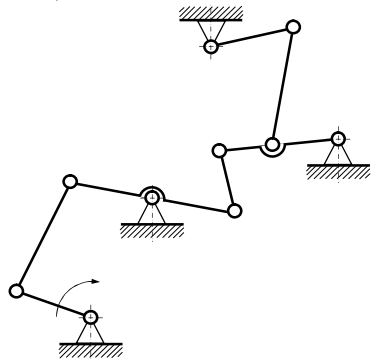
### Практична робота 3. Визначення ланок, кінематичних пар і вказання їх на кінематичній схемі

### Practical work 3. Determination of links, kinematic pairs and their indication on the kinematic diagram

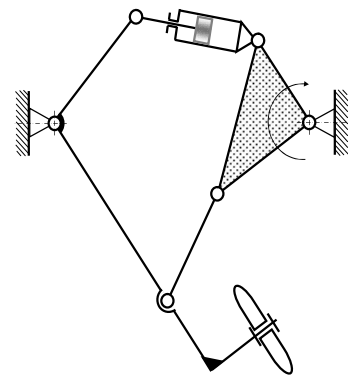
На кінематичній схемі механізму (табл. 3.2), що дана нижче, вказано тільки напрямок руху ведучої ланки. Необхідно визначити ланки, кінематичні пари і вказати їх на кінематичній схемі.

Підрахувати по структурній формулі П.Л. Чебишева ступінь вільності механізму  $W$ .

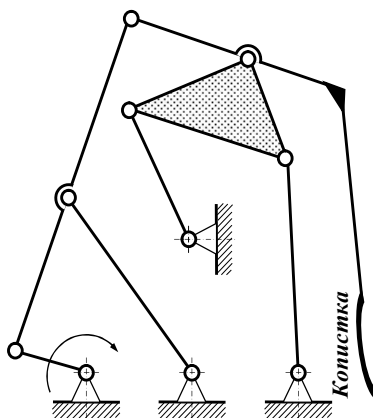
Таблиця 3.2. Кінематичні схеми механізмів до варіантів 1-20



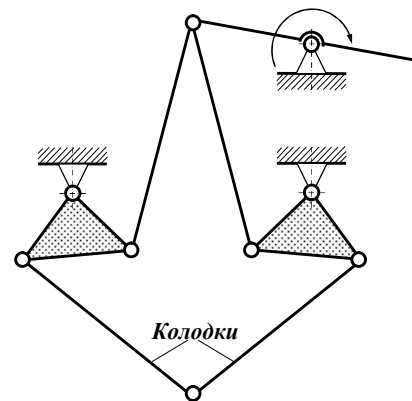
1. Механізм автомата перекошу вертолета



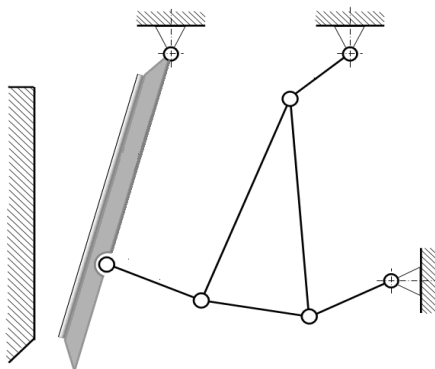
2. Механізм міксера



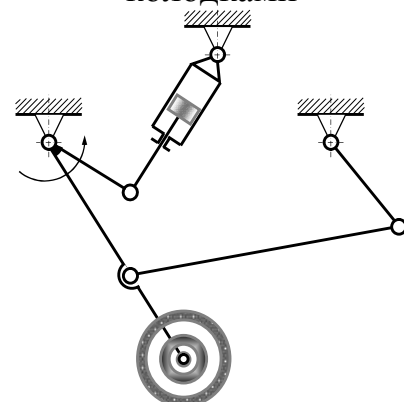
3. Механізм тістомішалки



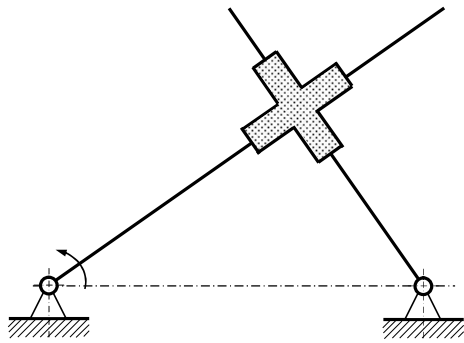
4. Механізм управління гальмовими колодками



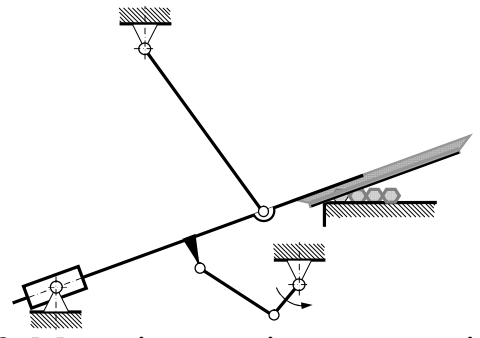
5. Механізм відрізних ножиць



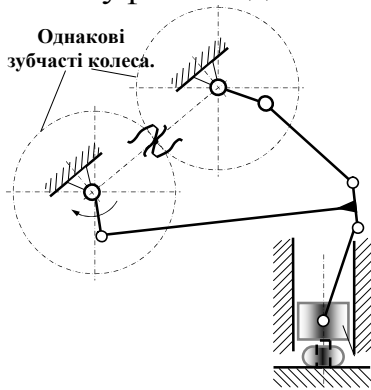
6. Механізм шасі літака



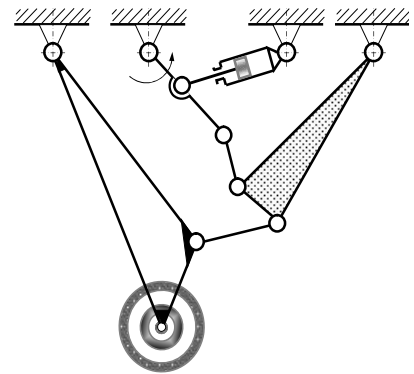
7. Муфта Ольдгейма



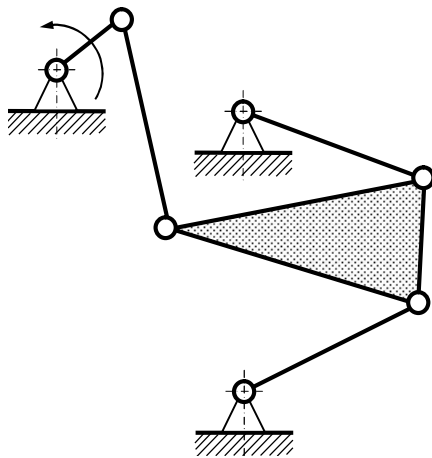
8. Механізм розрізання прутків



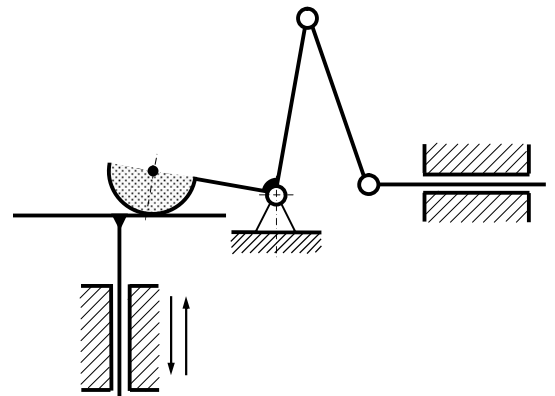
9. Механічний прес для штампування деталей



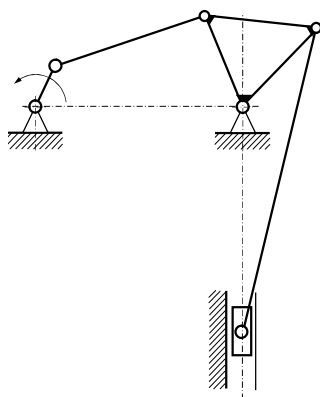
10. Механізм шасі літака



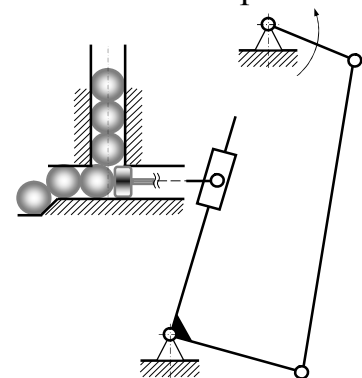
11. Механізм Робертса



12. Механізм приймача тиску електричного дистанційного манометра

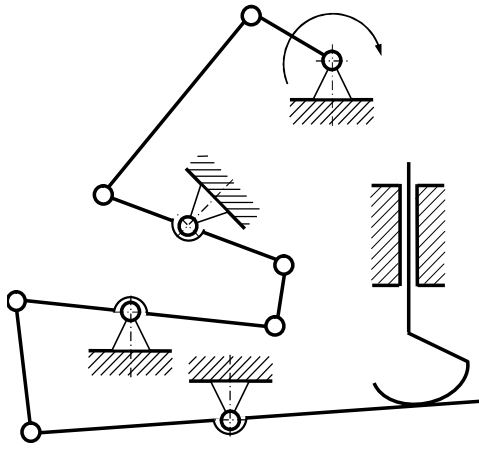


13. Механізм преса

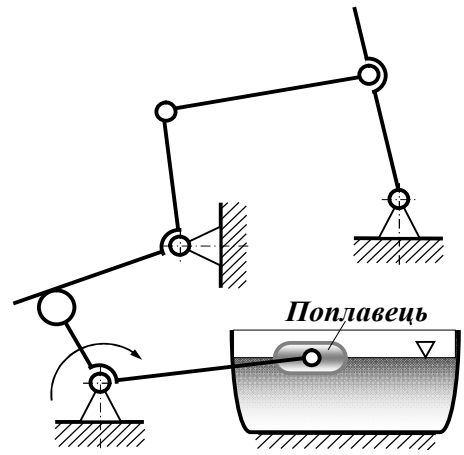


14. Механізм подачі деталей до транспортеру

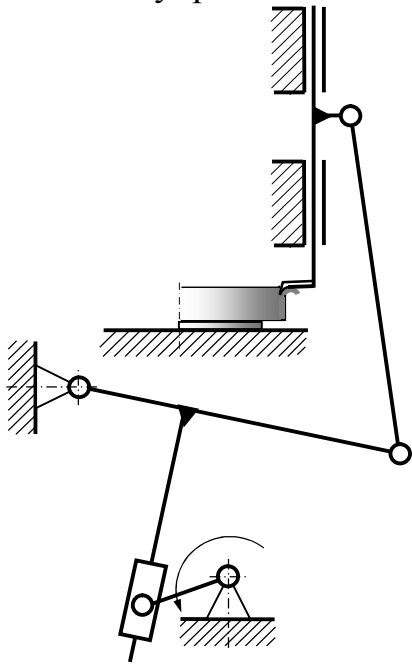




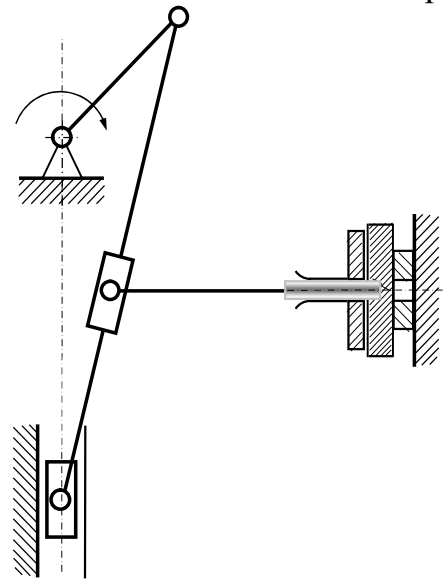
15. Механізм управління клапаном



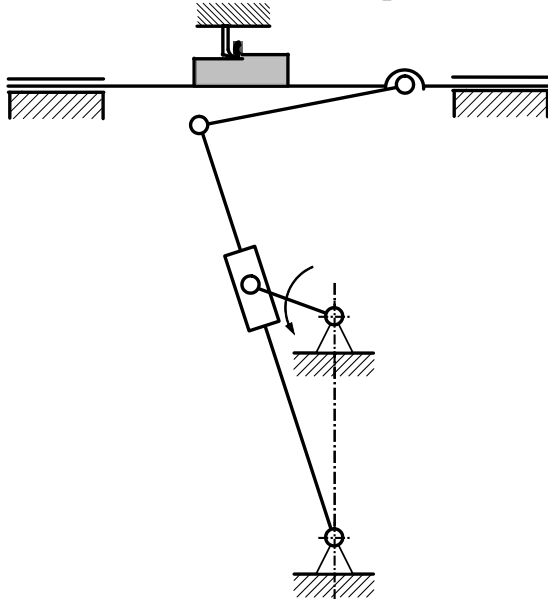
16. Поплавковий паливмір



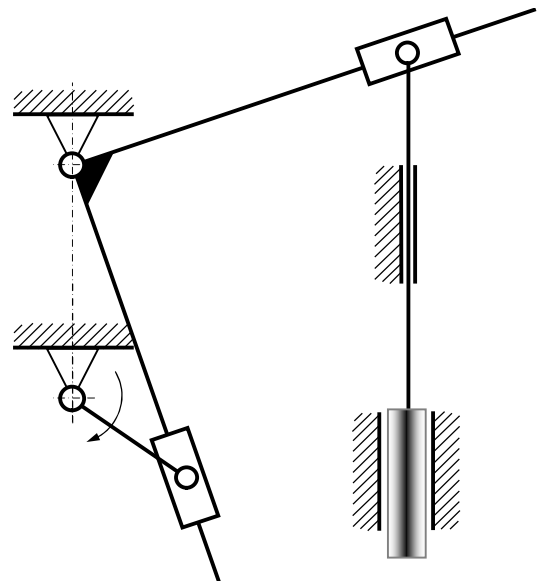
17. Довбальний верстат



18. Перфораційний верстат для прошивки отворів в листовому матеріалі



19. Поперечно-стругальний верстат



20. Водяний насос

**Приклад 1.** Визначити ланки та кінематичні пари механізму Дизеля (рис. 3.21). Підрахувати за структурною формулою Чебишева ступінь рухливості. Розв'язання задачі почнемо з визначення ланок та кінематичних пар (рис. 3.21). До складу представленої схеми входять: стійка 0, кривошип 1, шатуни 2, 4, 6, коромисло 5, повзуни 3 і 7. Усі ланки вказані на схемі арабськими цифрами (рис. б). Крім стійки 0, всі інші ланки є рухомими. Таким чином, кількість рухомих ланок у представленій схемі дорівнює  $n = 7$ . Ланки механізму з'єднані між собою наступними кінематичними парами: обертальні пари або шарніри O, A, B, D, K, F, G, H; поступальні пари C и L (рис. 3.22).

Усі перелічені пари належать до п'ятого класу за кількістю обмежень, їх загальна кількість  $p_5=10$ . Кінематичні пари четвертого класу у представленій схемі відсутні,  $p_4=0$ . Підрахуємо ступінь рухливості за структурною формулою  $W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 0 = 1$ .

Весь механізм має один ступінь вільності. Повна відповідь:

$$n = 7; p_5 = 10; p_4 = 0; W = 1.$$

**Приклад 2.** Визначити ланки та кінематичні пари механізму мальтійського хреста (рис. 3.23). Підрахувати за структурною формулою Чебишева ступінь рухливості.

*Розв'язання* прикладу, як у попередньому прикладі, почнемо з визначення ланок та кінематичних пар (рис. 3.23).

До складу представленої схеми входять: стійка 0, кривошип 1 з цівкою та мальтійський хрест 2 з шістьма пазми. Усі ланки вказані на схемі арабськими цифрами (рис. 3.24). Крім стійки 0, всі інші ланки є рухомими. Таким чином, кількість рухомих ланок у представленій схемі дорівнює  $n = 2$ .

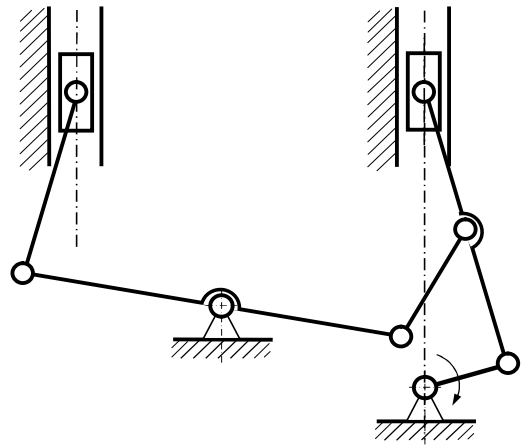


Рис. 3.21. Схема механізму Дизеля без позначень ланок та кінематичних пар

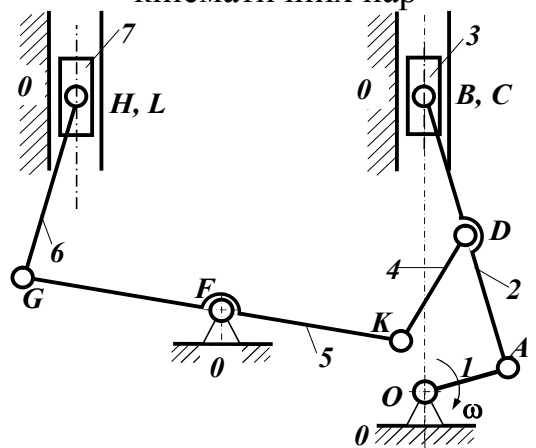


Рис 3.22. Схема механізму Дизеля з позначеннями ланок та кінематичних пар

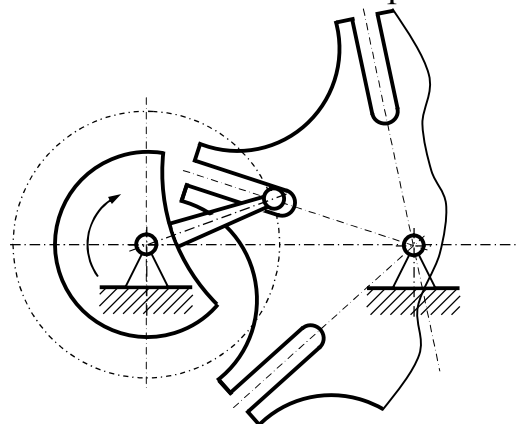


Рис. 3.23. Механізм Мальтійського хреста високовольтного вимикача

Рухливі ланки механізму з'єднані зі стійкою двома обертовими парами  $O$  та  $O_2$  (рис. 3.24), які є парами п'ятого класу. Цівка ручки 1 рухається в пазах хреста 2 і утворює з ним вищу кінематичну пару четвертого класу  $A$ . Рухливі ланки механізму з'єднані зі стійкою двома обертовими парами  $O$  і  $O_2$  (рис. 3.24), які є парами класу п'ятого. Таким чином,  $p_5=2$  і  $p_4=1$ .

За формулою Чебишева визначаємо ступінь рухливості

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Як у попередньому прикладі, механізм має один ступінь свободи, але на відміну від нього, ведена ланка 2 рухається уривчасто.

Повна відповідь:  $n = 2$ ;  $p_5 = 2$ ;  $p_4 = 1$ ;  $W = 1$ .

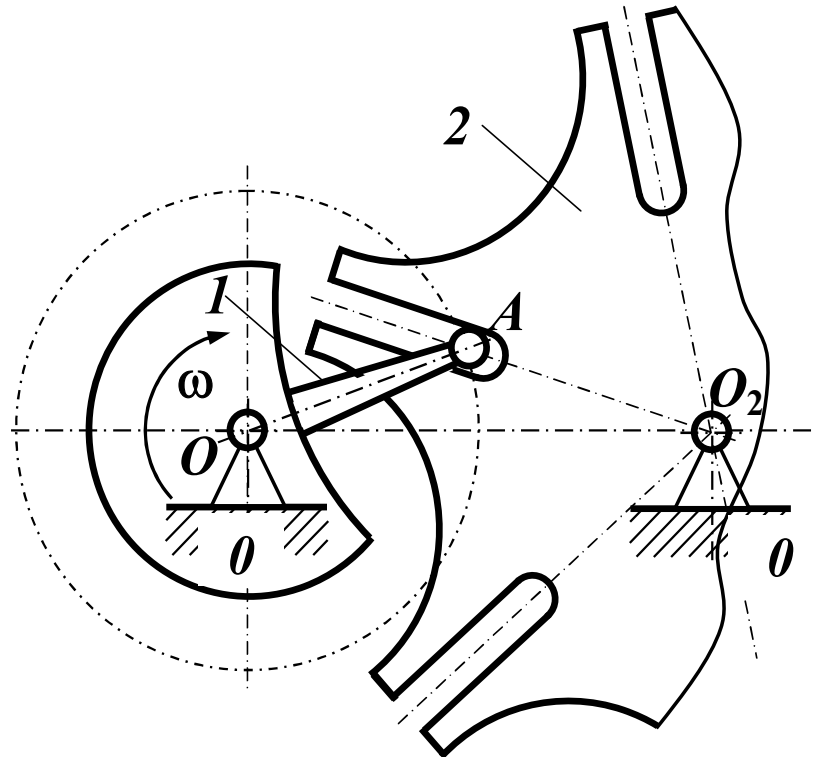


Рис. 3.24. Механізм Мальтійського хреста з позначками ланок та кінематичних пар

**МОДУЛЬ 4. ДЕТАЛІ МАШИН**  
**MODULE 4. DETAILS OF MACHINES**

**ПРОЕКТУВАННЯ ПРИВОДА МЕХАНІЗМУ**  
**DESIGN OF THE MECHANISM DRIVE**

Кінематична схема привода наведена на рис.4.1. Вихідні дані для розрахунку привода приведені в табл. 4.1. Варіанти завдань до практичної роботи надані в табл. 4.2.

- Потрібно розрахувати такі розділи:
- 1.Кінематичний розрахунок привода та вибір електродвигуна.
  - 2.Проектний розрахунок закритої конічної передачі (швидкохідної).
  - 3.Перевірочний розрахунок закритої конічної передачі (швидкохідної).
  - 4.Проектний розрахунок закритої циліндричної передачі (тихохідної)

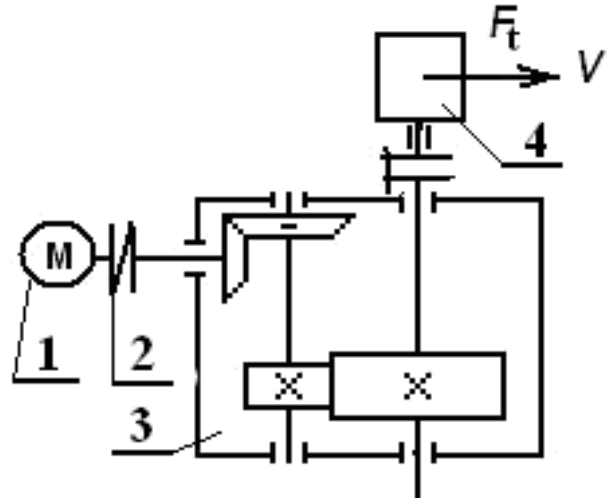


Рис. 4.1. Кінематична схема привода:  
 1-електродвигун; 2-муфта;  
 3-редуктор двоступінчатий конічно-циліндричний; 4-барабан лебідки

**Практична робота 1.**

**Кінематичний розрахунок привода та вибір електродвигуна**  
**Practical work 1. Kinematic calculation of the drive and selection of the electric motor**

Вихідні дані для розрахунку: тягове зусилля каната на барабані лебідки  $F_t = 2000$  Н; діаметр барабана лебідки  $D = 0,15$  м; швидкість вибирання каната  $V = 1$  м/с; тривалість роботи механізму привода  $t = 20000$  годин.

Кутова швидкість вала лебідки:

$$\omega_6 = V/r = 1/0,075 = 13,3 \text{ рад/с.}$$

Визначимо крутний момент на валу барабана лебідки:

$$T_6 = F_t \cdot D/2 = 2000 \cdot 0,15 / 2 = 150 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Потужність, яка потрібна для виконання технологічного процесу лебідки, дорівнює:

$$P_6 = T_6 \cdot \omega_6 = 150 \cdot 13,3 \cdot 10^{-3} = 1,995 \text{ кВт.}$$

Визначимо необхідну потужність електродвигуна:

$$P_{дв} = P_1 = P_6 / \eta_{заг} ,$$

де  $\eta_{заг}$  –загальний ККД привода, який визначається як:

$$\eta_{заг} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \eta_5$$

$\eta_1$ –ККД пари підшипників кочення,  $\eta_1 = 0,99 \dots 0,995$ ;

$\eta_2$ –ККД муфти,  $\eta_2 = 0,98 \dots 0,995$ ;

$\eta_3$ –ККД прямозубої закритої циліндричної передачі,  $\eta_3 = 0,96 \dots 0,97$ ;

$\eta_4$ –ККД закритої конічної передачі,  $\eta_4 = 0,95 \dots 0,96$ ;

$$\eta_{заг} = 0,99^3 \cdot 0,98 \cdot 0,96 \cdot 0,95 = 0,867.$$

Необхідна потужність двигуна  $P_{дв} = P_1 = 1,995/0,867 = 2,30$  кВт.

Таблиця 4.2. Варіанти завдань до практичної роботи

Варіант	Тягове зусилля канату $F_t$ , Н	Діаметр барабана $D$ , м	Швидкість вибирання каната, $V$ , м/с	Тривалість роботи механізму $t$ , год.
1	1000	0,25	1,4	20000
2	1500	0,20	1,3	20000
3	2000	0,15	1,0	20000
4	2500	0,30	1,5	20000
5	2750	0,40	1,6	20000
6	3000	0,45	1,7	20000
7	3500	0,15	1,0	25000
8	4000	0,20	1,2	25000
9	4500	0,25	1,3	25000
10	5000	0,30	1,4	25000
11	5500	0,35	1,5	25000
12	6000	0,40	1,6	25000
13	6500	0,15	1,0	30000
14	7000	0,20	1,1	30000
15	7500	0,25	1,2	30000
16	8000	0,30	1,3	30000
17	9000	0,35	1,4	30000
18	10000	0,15	1,0	30000
19	10500	0,20	1,1	15000
20	11000	0,25	1,2	15000
21	11500	0,30	0,5	15000
22	12000	0,35	0,6	15000
23	12500	0,15	0,7	15000
24	13000	0,20	0,8	15000
25	13500	0,25	0,5	10000
26	14000	0,30	0,6	10000
27	14500	0,15	0,5	10000
28	15000	0,20	0,6	10000

Вибираємо електродвигун з номінальною потужністю  $P_{\text{НОМ}} = 2,2 \text{ кВт}$ , який буде перевантажений на:

$$\lambda = (P_{\text{НОМ}} - P_{\text{ДВ}}) / P_{\text{ДВ}} = \frac{2,2 - 2,3}{2,3} 100\% = 4,34\%.$$

Визначимо необхідну кутову швидкість обертання вала електродвигуна  $\omega_{\text{ДВ}}$ :

$$\omega_{\text{ДВ.мін}} = i_{\text{заг.мін}} \cdot \omega_6; \quad \omega_{\text{ДВ.макс}} = i_{\text{заг.макс}} \cdot \omega_6.$$

Мінімальні і максимальні загальні передаточні відношення відповідно дорівнює:  $i_{\text{заг.мін}} = i_{\text{кш.мін}} \cdot i_{\text{цт.мін}} = 1,0 \cdot 3,0 = 3,0$ ,

де  $i_{\text{кш.мін}}$ ,  $i_{\text{цт.мін}}$  – відповідно мінімальні передаточні відношення конічної швидкохідної та циліндричної тихохідної передач;

$$i_{\text{заг.макс}} = i_{\text{кш.макс}} \cdot i_{\text{цт.макс}} = 3,0 \cdot 5,0 = 15,0.$$

Тут  $i_{\text{кш.макс}}$ ,  $i_{\text{цт.макс}}$  – відповідно максимальні передаточні відношення конічної швидкохідної та циліндричної тихохідної передач.

Відповідно мінімальна і максимальна кутові швидкості обертання вала електродвигуна такі:  $\omega_{\text{ДВ.мін}} = 3 \cdot 13,3 = 39,9 \text{ рад/с}$ ;  $\omega_{\text{ДВ.макс}} = 15 \cdot 13,3 = 199,5 \text{ рад/с}$ .

Беремо двигун 4A90L4, який має потужність  $P_{\text{дв.ном}} = 2,2$  кВт; частота обертання ротора  $n_{\text{дв.ном}} = 1500$  об/хв., кутова швидкість якого

$$\omega_{\text{дв.ном}} = \pi n_{\text{дв}} / 30 = 3,14 \cdot 1500 / 30 = 157 \text{ рад/с.}$$

Визначимо фактичне передаточне число редуктора  $i_p$  та розподілимо його за ступеннями привода:

$$i_p = \omega_{\text{дв.ном}} / \omega_6 = 157 / 13,3 = 11,8; I_{\text{кш}} = 1,1 \sqrt{i_p} = 1,1 \cdot \sqrt{11,8} = 3,78;$$

$$i_{\text{цт}} = i_p / i_{\text{кш}} = 11,8 / 3,78 = 3,12.$$

Визначимо крутний момент, кутову швидкість та потужність на всіх валах привода (пронумеровані римськими цифрами),

вал V (вал барабана):  $T_V = 150$  Н·м;  $\omega_V = 13,3$  рад/с;  $P_V = 1,995$  кВт;

вал IV (тихохідний вал редуктора):

крутний момент  $T_{IV} = T_V / (\eta_2 \eta_1) = 150 / (0,99 \cdot 0,99) = 153$  Н·м;

кутова швидкість  $\omega_{IV} = \omega_V = 13,3$  рад/с;

потужність  $P_{IV} = T_{IV} \cdot \omega_{IV} = 153 \cdot 13,3 \cdot 10^{-3} = 2,035$  кВт;

вал III (проміжний вал редуктора):

крутний момент  $T_{III} = T_V / (i_{\text{цт}} \cdot \eta_3 \cdot \eta_2 \eta_1) = 150 / (3,12 \cdot 0,96 \cdot 0,99 \cdot 0,99) = 51,02$  Н·м;

кутова швидкість  $\omega_{III} = \omega_V \cdot i_{\text{цт}} = 13,3 \cdot 3,12 = 41,5$  рад/с;

потужність  $P_{III} = T_{III} \cdot \omega_{III} = 51,02 \cdot 41,5 \cdot 10^{-3} = 2,18$  кВт;

вал II (швидкохідний вал редуктора):

крутний момент  $T_{II} = T_V / (i_{\text{цт}} \cdot i_{\text{кш}} \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_4 \cdot \eta_3) = 150 / (3,12 \cdot 3,78 \cdot 0,99 \cdot 0,99 \cdot 0,95 \cdot 0,96) = 14,23$  Н·м;

кутова швидкість  $\omega_{II} = \omega_V \cdot i_{\text{цт}} \cdot i_{\text{кш}} = 13,3 \cdot 3,12 \cdot 3,78 = 156,85$  рад/с;

потужність  $P_{II} = T_{II} \cdot \omega_{II} = 14,23 \cdot 156,85 \cdot 10^{-3} = 2,23$  кВт;

вал I (вал електродвигуна):

крутний момент  $T_I = T_V / (i_{\text{цт}} \cdot i_{\text{кш}} \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_4 \cdot \eta_3) = 150 / (3,12 \cdot 3,78 \cdot 0,99 \cdot 0,99 \cdot 0,95 \cdot 0,96) = 14,23$  Н·м;

кутова швидкість  $\omega_I = \omega_V \cdot i_{\text{цт}} \cdot i_{\text{кш}} = 13,3 \cdot 3,12 \cdot 3,78 = 156,85$  рад/с;

потужність  $P_I = T_I \cdot \omega_I = 14,23 \cdot 156,85 \cdot 10^{-3} = 2,23$  кВт;

Складаємо табл. 4.3 для наступного розрахунку передач.

Таблиця 4.3. Результати кінематичного розрахунку привода

Номер вала	Крутний момент T, Н·м	Кутова швидкість $\omega$ , рад/с	Частота обертання n, об/хв.	Потужність P, кВт
I	14,23	157	1500	2,23
II	14,23	157	1500	2,23
III	51,02	41,5	396,5	2,18
IV	153	13,3	127	2,035
V	150	13,3	127	1,995

## Практична робота 2. Проектний розрахунок закритої конічної передачі (швидкохідної)

### Practical work 2. Design calculation of a closed bevel gear (high-speed)

Виконаємо розрахунок конічної передачі редуктора.

Передаточне число редуктора  $i=3,78$ , обертальний момент на ведучому валу  $T_1 = 14,23$  Н·м, частота обертання ведучого вала  $n_1 = 1500$  об/хв.

Прийmemo значення допустимих контактних напружень  $[\sigma_{HP}]_1 = 900$  МПа,  $[\sigma_{HP}]_2 = 800$  МПа.

Значення напружень вигину відповідно для шестерні і колеса дорівнюють  $[\sigma_{FP}]_1 = 235$  МПа і  $[\sigma_{FP}]_2 = 205$  МПа.

Прийmemo коефіцієнт ширини  $\psi_{bd} = 0,4$ , тоді за табл. коефіцієнт нерівномірності навантаження по ширині вінця визначиться як  $k_{H\beta} = 1,28$ .

Середній діаметр ділильного кола шестірни дорівнює:

$$d_{m1} = K_d \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot k_{H\beta} \cdot \sqrt{i^2 + 1}}{0,85 \cdot \psi_{bd} \cdot [\sigma_{HP}]^2}} = 780 \cdot \sqrt[3]{\frac{14,23 \cdot 1,28 \cdot \sqrt{3,78 + 1}}{0,85 \cdot 0,4 \cdot 800^2}} = 780 \cdot 0,0668 = 52,1 \text{ мм.}$$

Ширина зубчатого вінця шестірни  $b_\omega = d_{m1} \cdot \psi_{bd} = 52,1 \cdot 0,4 = 20,84$  мм.

Округляємо до цілого значення  $b_\omega = 20$  мм, що рекомендується.

Кути ділильних конусів відповідно колеса і шестерні визначимо по виразах:  
 $\delta_2 = \arctg(i) = \arctg(3,78) = 75,18^\circ$ ;  $\delta_1 = 90^\circ - \delta_2 = 90^\circ - 75,18^\circ = 14,82^\circ$ .

Зовнішній ділильний діаметр шестерні обчислимо за формулою:

$$d_{e1} = d_{m1} + b_\omega \cdot \sin \delta_1 = 52,1 + 20 \cdot \sin(14,82^\circ) = 57,2 \text{ мм.}$$

Після чого знайдемо величину зовнішньої конусної відстані:

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \cdot \sin \delta_1} = \frac{57,2}{2 \cdot \sin(14,82^\circ)} = 111,8 \text{ мм;}$$

Прийmemo число зубів шестірни рівним  $z_1 = 20$ , тоді число зубів колеса дорівнює  $z_2 = z_1 \cdot i = 20 \cdot 3,78 = 76$ .

Зовнішній окружний модуль визначимо як:

$$m_e = \frac{2 \cdot R_e \cdot \sin \delta_1}{z_1} = \frac{2 \cdot 111,8 \cdot \sin(14,82^\circ)}{20} = 2,9 \text{ мм.} \quad \text{Отримане значення}$$

модуля округлимо до стандартного з другого ряду  $m_e = 3$  мм.

У зв'язку з округленням величини зовнішнього окружного модуля уточнимо розміри:

зовнішній ділильний діаметр шестерні:  $d_{e1} = m_e \cdot z_1 = 2,9 \cdot 20 = 58$  мм;

середній ділильний діаметр шестерні:

$$d_{m1} = d_{e1} - b_\omega \cdot \sin \delta_1 = 58 - 20 \cdot \sin(14,82^\circ) = 52,8 \text{ мм;}$$

зовнішня конусна відстань:

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \cdot \sin \delta_1} = \frac{58}{2 \cdot \sin(14,82^\circ)} = 113,4 \text{ мм.}$$

Середній окружний модуль:  $m_m = d_{m1} / z_1 = 52,8/20 = 2,64$  мм

Середня конусна відстань:  $R_m = R_e - 0,5 \cdot b_\omega = 113,4 - 0,5 \cdot 20 = 103,4$  мм;

Визначимо розрахункові конструктивні параметри колеса і шестірні:  
зовнішній ділильний діаметр колеса:

$$d_{e2} = m_e \cdot z_2 = 2,9 \cdot 76 = 220,4 \text{ мм};$$

зовнішня висота зуба:  $h_e = 2,2 \cdot m_e = 2,2 \cdot 2,9 = 6,38$  мм;

зовнішня висота головки зуба:  $h_{ae} = m_e = 2,9$  мм;

зовнішня висота ніжки зуба:  $h_{fe} = 1,2 \cdot m_e = 1,2 \cdot 2,9 = 3,48$  мм;

зовнішній діаметр вершин зубів шестерні:

$$d_{ae1} = d_{e1} + 2 \cdot h_{ae} \cdot \cos \delta_1 = 54 + 2 \cdot 2,9 \cdot \cos 14,82^\circ = 59,4 \text{ мм};$$

зовнішній діаметр вершин зубів:

$$d = d_{e2} + 2 \cdot h_{ae} \cdot \cos \delta_2 = 220,4 + 2 \cdot 2,9 \cdot \cos 85,16^\circ = 224,8 \text{ мм}.$$

Знайдемо значення силових чинників, діючих в зачепленні:

окружна сила  $F_{t1} = F_{t2} = 2 \cdot T_1 / d_{m1} = 2 \cdot 10^3 \cdot 14,23 / 52,1 = 546,26$  Н;

радіальна сила на шестірні чисельно дорівнює радіальній силі на колесі:

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1 = 546,26 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 14,82^\circ = 192,2 \text{ Н};$$

радіальна сила на шестірні або осьова сила на колесі:

$$F_{a1} = F_{r2} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1 = 546,26 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 14,82^\circ = 50,86 \text{ Н}.$$

На цьому проектний розрахунок конічного зубчатого зачеплення з прямими зубами закінчений.

### Практична робота 3. Перевірочний розрахунок закритої конічної передачі (швидкохідної)

#### Practical work 3. Verification calculation of a closed bevel gear (high-speed)

Перевіримо спроектоване зачеплення на контактну і згинальну витривалість. За формулою

$$[\sigma_{HP}] \geq \sigma_{HP} = Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{w_{Ht} \cdot k_{HV} \cdot \sqrt{i^2 + 1}}{0,85 \cdot d_{m1} \cdot i}}$$

визначимо діючі контактні напруження, вибравши заздалегідь значення коефіцієнтів, що входять в цю формулу  $Z_H = 1,76$ ,  $Z_M = 275$  МПа.

Коефіцієнт торцевого перекриття визначиться як:

$$\varepsilon_\alpha = 1,88 - 3,2 \cdot \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) = 1,88 - 3,2 \cdot \left( \frac{1}{20} + \frac{1}{76} \right) = 1,71.$$

Тоді значення коефіцієнта, який враховує довжину контактних ліній, дорівнюватиме:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4 - 1,71}{3}} = 1,85.$$

Окружна швидкість на середньому ділильному діаметрі шестерні знаходимо з виразу:



$$v_m = \frac{\pi \cdot d_{e1} \cdot n_1}{60} = \frac{3,14 \cdot 0,0572 \cdot 1500}{60} = 4,5 \text{ м/с.}$$

Питома окружна динамічна сила складає:

$$w_{HV} = \delta_H \cdot g_0 \cdot v_m \cdot \sqrt{R_m / i} = 0,06 \cdot 42 \cdot 4,5 \cdot \sqrt{103,4 / 3,78} = 59,3 \text{ Н/мм.}$$

Оскільки розрахункове значення питомої окружної динамічної сили не перевищує граничної величини  $w_{HV} < w_{HV}^{\max} = 310 \text{ Н/мм}$ , то в подальших обчисленнях будемо приймати розрахункове значення.

Питома розрахункова окружна сила знаходиться за виразом:

$$w_{Ht} = \frac{F_t \cdot k_{H\beta}}{b_\omega} = \frac{546,26 \cdot 1,28}{20} = 34,96 \text{ Н/мм.}$$

Тоді коефіцієнт динамічності дорівнює:

$$k_{HV} = 1 + \frac{w_{HV}}{w_{Ht}} = 1 + 59,3 / 34,96 = 2,7.$$

Після підстановки числових значень у формулу визначимо величину діючого контактного напруження:

$$[\sigma_{HP}] \geq \sigma_{HP} = Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{w_{Ht} \cdot k_{HV} \cdot \sqrt{i^2 + 1}}{0,85 \cdot d_{m1} \cdot i}};$$

$$\sigma_H = 1,76 \cdot 275 \cdot 1,85 \cdot \sqrt{\frac{34,96 \cdot 1,26 \cdot \sqrt{3,78^2 + 1}}{0,85 \cdot 52,1 \cdot 3,78}} = 210,4 \text{ МПа} < [\sigma_{HP}] = 800 \text{ МПа.}$$

Таким чином умова міцності виконується.

Для перевірки зачеплення на витривалість по напруженнях вигину заздалегідь визначимо відношення допустимого напруження вигину до коефіцієнта форми зуба окремо для шестерні і окремо для колеса:

$$\Delta_1 = [\sigma_{FP}]_1 / Y_{F1} = 235 / 4,08 = 57,59; \quad \Delta_2 = [\sigma_{FP}]_2 / Y_{F2} = 205 / 3,90 = 52,56.$$

Для знаходження коефіцієнтів обчислимо заздалегідь еквівалентне число зубів:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = 20 / \cos 14,82^\circ = 20,7; \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = 76 / \sin 75,18^\circ = 78,61.$$

Оскільки відношення  $\Delta_2$  менше  $\Delta_1$ , то подальший розрахунок по напруженнях вигину будемо проводити для колеса, як слабшої ланки.

Знайдемо величину діючого напруження вигину і порівняємо її з допустимим напруженням:

$$[\sigma_{FP}] \geq \sigma_{FP} = \frac{Y_F \cdot w_{Ft} \cdot k_{FV}}{m_m}.$$

Обчислимо величину питомої динамічної колової сили при вигині:

$$w_{FV} = \delta_F \cdot g_0 \cdot v_m \cdot \sqrt{R_m / i} = 0,016 \cdot 42 \cdot 4,5 \cdot \sqrt{103,4 / 3,78} = 22,6 \text{ МПа/мм.}$$

Питома розрахункова колова сила при вигині визначається виразом:

$$w_{Ft} = \frac{F_t \cdot k_{F\beta}}{b_\omega} = \frac{546,26 \cdot 1,44}{20} = 39,33 \text{ МПа/мм},$$

в якому коефіцієнт  $k_{F\beta}$  вибирається з таблиці.

Коефіцієнт, який враховує дію динамічного навантаження, дорівнює:

$$k_{FV} = 1 + \frac{w_{FV}}{w_{Ft}} = 1 + 22,6/39,33 = 1,56.$$

Підставляючи розрахункові значення співмножників у формулу, знаходимо величину напруження вигину:

$$\sigma_{FP} = \frac{Y_F \cdot w_{Ft} \cdot k_{FV}}{m_m} = 3,9 \cdot 39,33 \cdot 1,56 / 2,64 = 90,6 \text{ МПа}.$$

Оскільки кінчне зачеплення відповідає перевірці на міцність по напруженнях вигину  $\sigma_{FP} = 90,6 \text{ МПа} < [\sigma_{FP}]_2 = 205 \text{ МПа}$ , то розрахунок передачі закінчений.

#### **Практична робота 4. Проектний розрахунок закритої циліндричної передачі (тихохідної)**

#### **Practical work 4. Design calculation of a closed cylindrical gear (low-speed)**

Зробимо проектний розрахунок прямозубої циліндричної передачі редуктора приводу лебідки. Початкові дані для розрахунку взяти по табл.4.2.

Крутні моменти на ведучому і веденому валах відповідно рівні  $T_{III} = 51,02 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  $T_{IV} = 153 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ; передаточне відношення передачі  $i = 3,12$ ; частоти обертання шестерні і зубчастого колеса –  $n_3 = 396,5 \text{ об/хв.}$ ,  $n_4 = 127 \text{ об/хв.}$ , строк служби  $t = 20000 \text{ год}$ .

Коефіцієнти тривалості дії моментів  $X_1 = 0,15$ ,  $X_2 = 0,7$ ,  $X_3 = 0,1$ ,  $X_4 = 0,05$ ; коефіцієнти, які характеризують зміну величини крутного моменту:  $Y_1 = 1,25$ ,  $Y_2 = 1,0$ ,  $Y_3 = 0,85$ ,  $Y_4 = 0,65$ .

По табл. виберемо для виготовлення шестерні сталь 40Х із загартуванням СВЧ ( $HV = 250 \dots 280$ ,  $\sigma_{HP} = 900 \text{ МПа}$ ,  $N_{H0} = 8 \cdot 10^7$ ), а для зубчастого колеса – сталь 45 із загартуванням СВЧ ( $HRC_3 = 40 \dots 52$ ,  $\sigma_{HP} = 800 \text{ МПа}$ ,  $N_{H0} = 6 \cdot 10^7$ );

Для розрахунку коефіцієнта довговічності визначимо діюче число циклів окремо для шестерні і окремо для колеса:

$$\begin{aligned} N_{He1} &= 60 \cdot c \cdot n_3 \sum_{k=1}^k \left[ \left( \frac{T_i}{T_{MAX}} \right)^3 \cdot t_i \right] = \\ &= 60 \cdot 1 \cdot 396,5 \cdot \left[ \left( \frac{1,25 \cdot 51,02}{1,25 \cdot 51,02} \right)^3 \cdot 0,15 + \left( \frac{1,0 \cdot 51,02}{1,25 \cdot 51,02} \right)^3 \cdot 0,7 + \left( \frac{0,85 \cdot 51,02}{1,25 \cdot 51,02} \right)^3 \cdot 0,1 + \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{0,65 \cdot 51,02}{1,25 \cdot 51,02} \right)^3 \cdot 0,05 \right] \cdot 10 \cdot 10^3 \approx 13 \cdot 10^7, \\ N_{He2} &= 60 \cdot c \cdot n_4 \sum_{k=1}^k \left[ \left( \frac{T_i}{T_{MAX}} \right)^3 \cdot t_i \right] = \end{aligned}$$

$$= 60 \cdot 1 \cdot 127 \cdot \left[ \left( \frac{1,25 \cdot 153}{1,25 \cdot 153} \right)^3 \cdot 0,15 + \left( \frac{1,0 \cdot 153}{1,25 \cdot 153} \right)^3 \cdot 0,7 + \left( \frac{0,85 \cdot 153}{1,2 \cdot 153} \right)^3 \cdot 0,1 + \right. \\ \left. + \left( \frac{0,65 \cdot 153}{1,25 \cdot 153} \right)^3 \cdot 0,05 \right] \cdot 10 \cdot 10^3 \approx 4,17 \cdot 10^6.$$

Тоді коефіцієнти довговічності дорівнюватимуть:

$$k_{HL1} = \sqrt[6]{\frac{N_{H1}}{N_{He1}}} = \sqrt[6]{\frac{8 \cdot 10^7}{13 \cdot 10^7}} = 0,92; \quad k_{HL2} = \sqrt[6]{\frac{N_{H2}}{N_{He2}}} = \sqrt[6]{\frac{6 \cdot 10^6}{4,17 \cdot 10^6}} = 1,06.$$

Оскільки значення коефіцієнта довговічності  $k_{HL1}$  менше за одиницю, то приймаємо значення рівне одиниці,  $k_{HL2}$  більше одиниці, то приймаємо величину за обчисленням. Значення розрахункових допустимих контактних напружень дорівнюють:

$$\text{- для шестірні - } [\sigma_{HP}]_1 = k_{HL1} \cdot \sigma_{HP1} = 1,0 \cdot 900 = 900 \text{ МПа};$$

$$\text{- для колеса - } [\sigma_{HP}]_2 = k_{HL2} \cdot \sigma_{HP2} = 1,06 \cdot 800 = 848 \text{ МПа}.$$

Подальший розрахунок будемо проводити, використовуючи розрахункові допустимі контактні напруження для матеріалу колеса.

Знайдемо попереднє значення міжосьової відстані  $a_w$ , (мм)

$$a_w = K_a \cdot (i + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot k_{H\beta}}{i^2 \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma_{HP}]^2}} = 490(1 + 3,12) \sqrt[3]{\frac{153 \cdot 1,0}{3,12^2 \cdot 0,29 \cdot 848^2}} = 85,28 \text{ мм},$$

у формулі для розрахунку міжосьової відстані коефіцієнт ширини колеса визначався як  $\psi_{ba} = \frac{2 \cdot \psi_{bd}}{i + 1} = \frac{2 \cdot 0,6}{3,12 + 1} = 0,29$ , а величину коефіцієнта  $k_{H\beta} = 1,0$

вибираємо з табл. для величини  $\psi_{ba} = 0,26$  і  $HV < 350$ .

Величину модуля зачеплення визначимо за спрощеною формулою:

$$m = (0,01 \dots 0,02) \cdot a_w = (0,01 \dots 0,02) \cdot 85,28 = (0,85 \dots 1,7) \text{ мм}.$$

Оскільки значення модуля прямозубої циліндричної передачі не може бути меншим за 1,5 мм, то прийємо модуль, рівний  $m = 2$  мм;

Сумарне число зубів дорівнює

$$Z_\Sigma = \frac{2 \cdot a_w}{m} = \frac{2 \cdot 85,28}{2} = 85,28 \approx 85, \text{ а число зубів шестірні визначимо як}$$

$$z_1 = \frac{Z_\Sigma}{(i + 1)} = \frac{85}{3,12 + 1} = 20,6.$$

Округлимо число зубів шестірні до  $z_2 = 21$  мм, тоді число зубів колеса  $z_2 = z_\Sigma - z_1 = 85 - 21 = 64$ .

Знайдемо фактичне передаточне відношення

$i_\Phi = z_2 / z_1 = 64/21 = 3,04$  і за формулою обчислимо величину відхилу фактичного передаточного відношення від розрахункового

$$\lambda_i = \frac{|i_\Phi - 3|}{3} \cdot 100\% = \frac{|3,04 - 3,12|}{3,12} \cdot 100\% = 2,6 \%$$

Оскільки величина відхилю задовольняє нерівності  $\lambda_i \leq 5\%$ , то перераховувати кількість зубів не потрібно.

Перевіримо відповідність міжосьової відстані заздалегідь вибраному значенню  $a_\omega = \frac{(z_1 + z_2) \cdot m}{2} = 2 \cdot (21+64)/2 = 85$  мм.

Значення міжосьової відстані, розраховане після визначення основних конструктивних параметрів зачеплення, співпадає з величиною, яка була визначена за умовою контактної витривалості.

Обчислимо ділильні діаметри  $d_i$ , діаметри кіл вершин  $d_{ai}$  і западин  $d_{fi}$  шестірні і колеса, а також ширину зубчатих вінців  $b_{\omega i}$  елементів зачеплення:

для шестірні:  $d_1 = z_1 \cdot m = 21 \cdot 2 = 42$  мм;

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 42 + 2 \cdot 2 = 46 \text{ мм}; \quad d_{f1} = d_1 - 2,5 \cdot m = 42 - 2,5 \cdot 2 = 37 \text{ мм};$$

$$b_{\omega 1} = b_{\omega 2} + 5 \cdot i = 22,1 + 5 = 27,1 \text{ мм};$$

для колеса:  $d_2 = z_2 \cdot m = 64 \cdot 2 = 128$  мм;

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 128 + 2 \cdot 2 = 132 \text{ мм}; \quad d_{f2} = d_2 - 2,5 \cdot m = 128 - 2,5 \cdot 2 = 117 \text{ мм};$$

$$b_{\omega 2} = \psi_{ba} \cdot a_\omega = 0,26 \cdot 85 = 22,1 \text{ мм}.$$

На заключному етапі проектного розрахунку знайдемо значення сил, діючих в зачепленні:

$$\text{колова сила } F_{t1} = F_{t2} = 2 \cdot T_2 / d_2 = 2 \cdot 153 / 128 = 2391 \text{ Н};$$

$$\text{радіальна сила } F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2391 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 870 \text{ Н};$$

$$\text{осьова сила } F_{a1} = F_{a2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \beta = 0.$$

## ЧАСТИНА 2. ОСНОВИ ВЗАЄМОЗАМІННОСТІ ДЕТАЛЕЙ ТА СКЛАДАЛЬНИХ ОДИНИЦЬ МАШИН

### PART 2. FUNDAMENTALS OF INTERCHANGEABILITY OF PARTS AND COMPONENT UNITS OF MACHINES

#### Практична робота 1. Розрахунок геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань. Посадка з зазором

#### Practical work 1. Calculation of geometric parameters of smooth cylindrical joints. Landing with a gap

Хід роботи

1. За варіантом завдання вибрати вихідні дані для розрахунку геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань.

2. Визначити: граничні розміри отвору і вала, граничні зазори, допуск посадки, перевірити правильність розрахунку допуску посадки.

3. Накреслити: схему розташування полів допусків з'єднання; ескізи з'єднання, отвору і вала з отриманням посадок і відхилів

Вихідні дані для визначення основних елементів сполучення наведено в табл. 4.4.

Приклад 1. Задано з'єднання  $\varnothing 46E10/h9$ . Посадка в системі вала з зазором.

1. За варіантом завдання вибрати вихідні дані для розрахунку геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань.

За номінальним розміром з'єднання  $D = 46$  мм і посадкою визначаємо граничні відхилення отвору і вала (табл. 4.6 і табл. 4.7):

$\varnothing 46E10$ :  $ES = +150$  мкм =  $+0,150$  мм;  $EI = +50$  мкм =  $+0,050$  мм.

$\varnothing 46h9$ :  $es = 0$  мкм,  $ei = -62$  мкм =  $-0,062$  мм.

2. Визначити: граничні розміри отвору і вала, граничні зазори або натяги, допуск посадки, перевірити правильність розрахунку допуску посадки.

Граничні розміри отвору і вала підраховуємо за формулами:

$D_{\min} = D + EI = 46 + 0,050 = 46,050$  мм;  $D_{\max} = D + ES = 46 + 0,150 = 46,150$  мм;

$d_{\min} = D + ei = 46 + (-0,062) = 45,938$  мм;  $d_{\max} = D + es = 46 + 0 = 46,000$  мм.

Допуски отвору і вала:  $TD = ES - EI = 0,150 - 0,050 = 0,100$  мм;

$Td = es - ei = 0 - (-0,062) = 0,062$  мм.

Граничні зазори підраховуємо за формулами:

$S_{\max} = ES - ei = 0,150 - (-0,062) = 0,212$  мм;  $S_{\min} = EI - es = 0,050 - 0 = 0,050$  мм.

Допуск посадки визначаємо за формулою:

$TS = S_{\max} - S_{\min} = 0,212 - 0,050 = 0,162$  мм.

Перевірочна формула:  $TS = TD + Td = 0,100 + 0,062 = 0,162$  мм.

3. Накреслити: схему розташування полів допусків з'єднання; ескізи з'єднання, отвору і вала з отриманням посадок і відхилів.

Схема розташування полів допусків деталей з'єднання дана на рис. 4.2.

Ескізи з'єднання, отвору і вала з отриманням посадок і відхилів наведено на рис. 4.3.

Таблиця 4.4. Вихідні дані для визначення основних елементів сполучення

Номер варіанту	Посадка	Номер варіанту	Посадка	Номер варіанту	Посадка
1	2	3	4	5	6
1	Ø12H7/d6	14	Ø40H8/h7	27	Ø96H8/e7
2	Ø30D8/h7	15	Ø16H7/f6	28	Ø128H7/h6
3	Ø54H8/s7	16	Ø125H7/h6	29	Ø160H7/f6
4	Ø18H7/h6	17	Ø14H8/f7	30	Ø9H9/f8
5	Ø160H8/h8	18	Ø100H9/h8	31	Ø6H8/g6
6	Ø10H8/r7	19	Ø80H7/g6	32	Ø15F7/h6
7	Ø180H8/h7	20	Ø170H8/f7	33	Ø7H7/f6
8	Ø8H7/d7	21	Ø145H7/g6	34	Ø27H7/h6
9	Ø65D9/h8	22	Ø14G9/h8	35	Ø17H8/c8
10	Ø36H8/f7	23	Ø28H6/h7	36	Ø39H7/f6
11	Ø130H7/g6	24	Ø48D8/h7	37	Ø58H9/e8
12	Ø28H7/f6	25	Ø66H7/f6	38	Ø78H8/f7
13	Ø75E9/h8	26	Ø90H7/g6	39	Ø86H9/d8

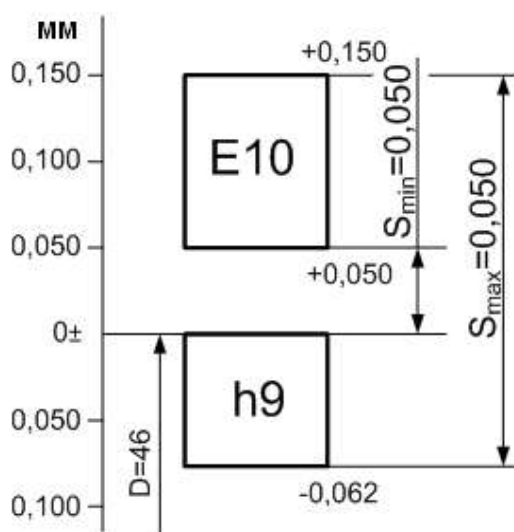


Рис. 4.2. Схема розташування полів допусків деталей з'єднання Ø46E10/h9

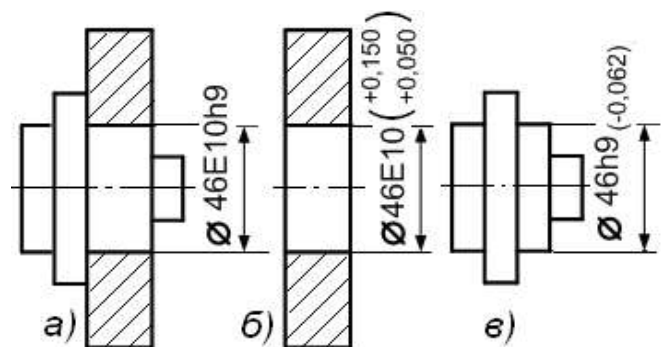


Рис. 4.3. Ескізи з'єднання (а), отвору (б) і вала (в)

Таблиця 4.5

## Числові значення допусків за ДСТУ 2500-94, вибірка

Інтервали номінальних розмірів, мм, (понад – до)	Квалітет																	
	МКМ									ММ								
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18				
До 3 включно	3	4	6	10	14	25	40	60	0,10	0,14	0,25	0,40	1,00	1,40				
3 - 6	4	5	8	12	18	30	48	75	0,12	0,18	0,30	0,48	1,20	1,80				
6 - 10	4	6	9	15	22	36	58	90	0,15	0,22	0,36	0,58	1,50	2,50				
10 - 18	5	8	11	18	27	43	70	110	0,18	0,27	0,43	0,70	1,80	2,70				
18 - 30	6	9	13	21	33	52	84	130	0,21	0,33	0,52	0,84	2,10	3,30				
30 - 50	7	11	16	25	39	62	100	160	0,25	0,39	0,62	1,00	2,50	3,90				
50 - 80	8	13	19	30	46	74	120	190	0,30	0,46	0,74	1,20	3,00	4,60				
80 - 120	10	15	22	35	54	87	140	220	0,35	0,54	0,87	1,40	3,50	5,40				
120 - 180	12	18	25	40	63	100	160	250	0,40	0,63	1,00	1,60	4,00	6,30				
180 - 250	14	20	29	46	72	115	1850	290	0,46	0,72	1,15	1,85	5,20	7,20				
250 - 315	16	23	32	52	81	130	210	320	0,52	0,81	1,30	2,10	5,70	8,10				
315 - 400	18	25	36	57	89	140	230	360	0,57	0,89	1,40	2,230	6,30	8,90				
400 - 500	20	27	40	63	97	155	250	400	0,63	0,97	1,55,	2,50	7,00	9,70				
500 - 630	22	30	44	70	110	175	280	440	0,70	1,10	1,75	2,80	8,00	11,0				
630 - 800	25	33	50	80	125	200	320	500	0,80	1,25	2,00	3,20	9,00	12,5				
800 - 1000	29	40	56	90	140	230	360	560	1,05	1,40	2,30	3,60	10,5	14,0				
1000 - 1250	34	46	66	105	165	260	420	660	1,25	1,65	2,60	4,20	12,5	16,5				
1250 - 1600	40	54	73	125	195	310	500	780	1,50	1,95	3,10	5,00	15,0	19,5				
1600 - 2000	43	65	92	150	230	370	600	920	1,75	2,30	3,70	6,00	17,5	23,0				
2000 - 2500	57	77	110	175	280	440	700	1100	2,10	2,80	4,40	7,00	21,0	28,0				

Таблиця 4.6. Граничні відхили отворів розмірами від 1 до 500 мм  
(за ДСТУ 2500–94, вибірка)

Інтервал розмірів, мм	Поле допуску										
	F7	G7	H7	JS7	K7	M7	N7	P7	R7	S7	T7
	Граничні відхили, мкм										
Від 1 до 3	+16	+12	+10	+5	0	—2	—4	—6	—10	—14	—
	+6	+2	0	—5	—10	—12	—14	—16	—20	—24	—
Понад 3 – 6	+22	+16	+12	+6	+3	0	—4	—8	—11	—15	—
	+10	+4	0	—6	—9	—12	—16	—20	—23	—27	—
6 – 10	+28	+20	+15	+7	+5	0	—4	—9	—13	—17	—
	+13	+5	0	—7	—10	—15	—19	—24	—28	—32	—
10 – 14	+34	+24	+18	+9	+6	0	—5	—11	—16	—21	—
	+16	+6	0	—9	—12	—18	—23	—29	—34	—39	—
18 – 24	+41	+28	+21	+10	+6	0	—7	—14	—20	—27	—
	+20	+7	0	—10	—15	—21	—28	—35	—41	—48	—33
24 – 30											—54
											—39
30 – 40	+50	+3	+25	+12	+1	0	—8	—17	—25	—34	—64
	+25	—9	0	—12	—18	—25	—33	—44	—50	—59	—45
40 – 50											—70
											—55
50 – 65	+60	+40	+30	+15	+9	0	—9	—21	—30	—42	—85
	+30	+10	0	—15	—21	—30	—39	—51	—60	—72	—64
65 – 80									—32	—48	—94
									—62	—78	—78
80 – 100	+71	+47	+35	+17	+10	0	—10	—24	—38	—58	—113
	+36	+12	0	—17	—25	—35	—45	—59	—73	—93	—91
100 – 120									—41	—66	—126
									—76	—101	—107
120 – 140									—48	—77	—147
									—88	—117	—119
140 – 160	+83	+54	+40	+20	+12	0	—12	—28	—50	—85	—159
	+43	+14	0	—20	—28	—40	—52	—68	—90	—125	—131
160 – 180									—53	—93	—171
									—93	—133	—149
180 – 200									—60	—105	—195
									—106	—151	—163
200 – 225	+96	+61	+46	+23	+13	0	—14	—33	—63	—113	—209
	+50	+15	0	—23	—33	—46	—60	—79	—109	—159	—179
225 – 250									—67	—123	—225
									—113	—169	—198
250 – 280	+108	+69	+52	+26	+16	0	—14	—36	—74	—138	—250
									—126	—190	—220
280 – 315	+56	+17	0	—26	—36	—52	—66	—88	—78	—150	—272
									—130	—202	—247
315 – 355	+119	+75	+57	+28	+17	0	—16	—41	—87	—169	—304
									—144	—226	—273
355 – 400	—62	+18	0	—28	—40	—57	—73	—98	—93	—187	—330
									—150	—244	—307
400 – 450	+131	+83	+63	+31	+18	0	—17	—45	—103	—209	—370
									—166	—272	—337
450 – 500	+68	+20	0	—31	—45	—63	—80	—108	—109	—229	—400
									—172	—292	



Інтервал розмірів, мм	Поле допуску													
	D8	E8	F8	H8	JS8	K8	M8	N8	U8	D9	E9	F9	H9	JS9
	Граничні відхили, мкм													
Від 1 до 3	+34	+28	+20	+4	+7	0	-	-1	-18	+45	+39	+31	+25	+12
	+20	+14	+6	0	-7	-11	-	-18	-32	+20	+14	+6	0	-12
Понад 3 до 6	+48	+38	+28	+22	+9	+5	+2	-2	-23	+60	+50	+40	+30	+15
	+30	+20	+10	0	-9	-13	-16	-20	-41	+30	+20	+10	0	-15
6 – 10	+62	+47	+35	+22	+11	+6	+1	-3	-28	+76	+61	+49	+36	+18
	+40	+25	+13	0	-11	-16	-21	-25	-50	+40	+25	+13	0	-18
10 – 14	+77	459	+43	+27	+13	+8	+2	-3	-33	+93	+75	+59	+43	+21
	+50	+32	+16	0	-13	-19	-25	-30	-60	+50	+32	+16	0	-21
18 – 24	+98	+73	+53	+33	+16	+10	+4	-3	-11	+117	+92	+72	+52	+26
	+65	+40	+20	0	-16	-23	-29	-36	-74	+65	+40	+20	0	-26
24 – 30									-48					
									-81					
30 – 40	+119	+89	+61	+39	+19	+12	+5	-3	-60	+142	+112	+87	+62	+31
	+80	+50	+25	0	-19	-27	-34	-42	-99	+80	+50	+25	0	-31
40 – 50									-70					
									-109					
50 – 65	+146	+106	+76	+46	+23	+14	+5	-4	-87	+174	+131	+104	+74	+37
	+100	+60	+30	0	-23	-32	-41	-50	-133	+100	+60	+30	0	-37
65 – 80									-102					
									-148					
80 – 100	+174	+126	+90	+54	+27	+16	+6	-4	-124	+207	+159	+123	+87	+43
	+120	+72	+36	0	127	-38	-48	-58	-178	+120	+72	+36	0	-43
100 – 120									-144					
									-198					
120 – 140									-170					
									-233					
140 – 160	+208	+148	+106	+63	+31	+20	+8	-4	-190	+245	+165	+143	+100	+50
	+145	+85	+43	0	-31	-43	-55	-67	-253	+145	+85	+43	0	-50
160 – 180									-210					
									-273					
180 – 200									-236					
									-308					
200 – 226	+242	+172	+122	+72	+36	+22	+9	-5	-258	+285	+215	+165	+115	+57
	+170	+100	+50	0	-36	-50	-63	-77	-330	+170	+100	+50	0	-57
225 – 250									-284					
									-356					
250 – 280	+271	+191	+137	+81	+40	+25	+9	-5	-315	+320	+240	+186	+130	+65
	+190	+110	+56	0	-40	-56	-72	-86	-396	+190	+110	+56	0	-65
280 – 315									-350					
									-431					
315 – 355	+299	+214	+151	+89	+44	+28	+11	-5	-390	+350	+265	+202	+140	+70
	+210	+125	+62	0	-44	-61	-78	-94	-479	+210	+125	+62	0	-70
355 – 400									-435					
									-521					
400 – 450	+327	+232	+165	+97	+48	+29	+11	-6	-490	+385	+290	+223	+155	+77
	+230	+135	+68	0	-48	-68	-86	-103	-587	+230	+135	+68	0	-77
450 – 500									-540					
									-637					

Таблиця 4.7. Граничні відхили валів розмірами від 1 до 500 мм  
(за ДСТУ 2500–94, вибірка)

Інтервал розмірів, мм	Поле допуску										
	f6	g6	h6	js6	k6	m6	n6	p6	r6	s6	t6
	Граничні відхили, мкм										
Від 1 до 3	—6	—2	0	+3,0	+6	+8	+10	+12	+16	+20	—
	—12	—8	—6	—3,0	0	+2	+4	+6	+10	+14	—
Понад 3 до 6	—10	—4	0	+4,0	+9	+12	+16	+20	+23	+27	—
	—18	—12	—8	—4,0	+1	+4	+8	+12	+15	+19	—
6 – 10	—13	—5	0	+4,5	+10	+15	+19	+24	+28	+32	—
	—22	—14	—9	—4,5	+1	+6	+10	+15	+19	+23	—
10 – 14	—16	—6	0	+5,5	+12	+18	+23	+29	+34	+39	—
	—27	—17	—11	—5,5	+1	+7	+12	+18	+23	+28	—
14 – 18	—16	—6	0	+5,5	+12	+18	+23	+29	+34	+39	—
	—27	—17	—11	—5,5	+1	+7	+12	+18	+23	+28	—
18 – 24	—20	—7	0	+6,5	+15	+21	+28	+35	+41	+48	—
	—33	—20	—13	—6,5	+2	+8	+15	+22	+28	+35	+54
24 – 30	—20	—7	0	+6,5	+15	+21	+28	+35	+41	+48	+54
	—33	—20	—13	—6,5	+2	+8	+15	+22	+28	+35	+41
30 – 40	—25	—9	0	+8,0	+18	+25	+33	+42	+50	+59	+64
	—41	—25	—16	—8,0	+2	+9	+17	+26	+34	+43	+48
40 – 50	—25	—9	0	+8,0	+18	+25	+33	+42	+50	+59	+64
	—41	—25	—16	—8,0	+2	+9	+17	+26	+34	+43	+48
50 – 65	—30	—10	0	+9,5	+21	+30	+39	+51	+60	+72	+85
	—49	—29	—19	—9,5	+2	+11	+20	+32	+41	+53	+66
65 – 80	—30	—10	0	+9,5	+21	+30	+39	+51	+60	+72	+85
	—49	—29	—19	—9,5	+2	+11	+20	+32	+41	+53	+66
80 – 100	—36	—12	0	+11,0	+25	+35	+45	+59	+73	+93	+113
	—58	—34	—22	—11,0	+3	+13	+23	+37	+51	+71	+91
100 – 120	—36	—12	0	+11,0	+25	+35	+45	+59	+73	+93	+113
	—58	—34	—22	—11,0	+3	+13	+23	+37	+51	+71	+91
120 – 140	—43	—14	0	+12,5	+28	+40	+52	+68	+88	+117	+147
	—68	—39	—25	—12,5	+3	+15	+27	+4	+63	+92	+122
140 – 160	—43	—14	0	+12,5	+28	+40	+52	+68	+88	+117	+147
	—68	—39	—25	—12,5	+3	+15	+27	+4	+63	+92	+122
160 – 180	—43	—14	0	+12,5	+28	+40	+52	+68	+88	+117	+147
	—68	—39	—25	—12,5	+3	+15	+27	+4	+63	+92	+122
180 – 200	—50	—15	0	+14,5	+33	+46	+60	+79	+106	+151	+195
	—79	—44	—29	—14,5	+4	+17	+31	+50	+77	+122	+166
200 – 225	—50	—15	0	+14,5	+33	+46	+60	+79	+106	+151	+195
	—79	—44	—29	—14,5	+4	+17	+31	+50	+77	+122	+166
225 – 250	—50	—15	0	+14,5	+33	+46	+60	+79	+106	+151	+195
	—79	—44	—29	—14,5	+4	+17	+31	+50	+77	+122	+166
250 – 280	—56	—17	0	+16,0	+36	+52	+66	+88	+126	+190	+250
	—88	—49	—32	—16,0	+4	+20	+34	+56	+94	+158	+218
280 – 315	—56	—17	0	+16,0	+36	+52	+66	+88	+126	+190	+250
	—88	—49	—32	—16,0	+4	+20	+34	+56	+94	+158	+218
315 – 355	—62	—18	0	+18,0	+40	+57	+73	+98	+144	+226	+304
	—98	—54	—36	—18,0	+4	+21	+37	+62	+106	+190	+268
355 – 400	—62	—18	0	+18,0	+40	+57	+73	+98	+144	+226	+304
	—98	—54	—36	—18,0	+4	+21	+37	+62	+106	+190	+268
400 – 450	—68	—20	0	+20,0	+45	+63	+80	+108	+166	+272	+370
	—108	—60	—40	—20,0	+5	+23	+40	+68	+126	+232	+330
450 – 500	—68	—20	0	+20,0	+45	+63	+80	+108	+166	+272	+370
	—108	—60	—40	—20,0	+5	+23	+40	+68	+126	+232	+330
									+172	+292	+400
									+132	+252	+360

Інтервал розмірів, мм	Поле допуску								
	e7	f7	h7	js7	k7	m7	n7	s7	u7
	Граничні відхилення, мкм								
Від 1 до 3	—14	—6	0	+5	10	—	+ 14	+24	+28
	—24	—16	—10	—5	0	—	+4	+ 14	+18
Понад 3 до 6	—20	—10	0	+6	+13	+ 16	+20	+31	+35
	—32	—22	—12	—6	+41	+4	+8	+19	+23
6 – 10	—25	—13	0	+7	+16	+21	+25	+38	+43
	—40	—28	—15	—7	+1	+6	+ 10	+23	+2t
10 – 14	—32	—16	0	+9	+19	+25	+30	+46	+51
14 – 18									
18 – 24	—40	—20	0	+10	+23	+29	+36	+56	+62
24 – 30									
30 – 40	—50	—25	0	+ 12	+27	+34	+42	+68	+85
40 – 50									
50 – 65	—60	—30	0	+15	+32	+41	+50	+83	+117
65 – 80									
80 – 100	—72	—36	0	+17	+38	+48	+58	+106	+159
100 – 120									
120 – 140	—85	—43	0	+20	+43	+55	+67	+132	+210
140 – 160									
160 – 180	—110	—56	0	+26	+56	+72	+86	+148	+250
180 – 200									
200 – 225	—100	—50	0	+23	+50	+63	+77	+168	+282
225 – 250									
250 – 280	—110	—56	0	+26	+56	+72	+86	+176	+304
280 – 315									
315 – 355	—125	—62	0	+28	+61	+78	+94	+186	+380
355 – 400									
400 – 450	—135	— 68	0	+31	+68	+86	+103	+210	+367
450 – 500									
								+222	+402
								+170	+350
								+247	+447
								+190	+390
								+265	+492
								+208	+435
								+296	+553
								+232	+490
								+315	+603
								+252	+540

Інтервал розмірів, мм	Поле допуску													
	c8	d8	e8	f8	h8	js8	u8	x8	z8	d9	e9	f9	h9	js9
	Граничні відхили, мкм													
Від 1 до 3	-60	-20	-14	-6	0	+7	+32	+34	+40	-20	-14	-6	0	+12
	-74	-34	-28	-20	-14	—	+18	+20	+26	-45	-39	-31	-25	-12
Понад 3 до 6	-70	-30	-20	-10'	0	+9	+41	+46	+53	-30	-20	-10	0	+15
	-88	-48	-38	-28	-18	-9	+23	+28	+35	-60	-50	-40	-30	-15
6 – 10	-80	-40	-25	-13	0	+11	+50	+56	+64	-40	-25	-13	0	+18
	-102	-62	-47	-35	-22	-11	+28	+34	+42	-76	-61	-49	-36	-18
10 – 14	-95	-50	-32	-16	0	+13	+60	+67	+77	-50	-32	-16	0	+21
	-122	-77	-59	-43	-27	-13	+33	+40	+50	-93	-75	-59	-43	-21
14 – 18								+72	+87					
								+45	+60					
18 – 24	-110	-65	-40	-20	0	+16	+74	+87	+106	-65	-40	-20	0	+26
	-143	-98	-73	-53	-33	-16	+41	+54	+73	-117	-92	-72	-52	-26
24 – 30							+81	+97	+121					
							+48	+64	+88					
30 – 40	-120	-80	-50	-25	0	+19	+99	+119	+151	-80	-50	-25	0	+31
	-159	-119	-89	-64	-39	-19	+60	+80	+112	-142	-112	-87	-62	-31
40 – 50	-130						+109	+136	+175					
	-169						+70	+97	+136					
50 – 65	-140	-100	-60	-30	0	+23	+133	+168	+218	-100	-60	-30	0	+37
	-186	-146	-106	-76	-46	-23	+87	+122	+172	-174	-134	-104	-74	-37
65 – 80	-150						+148	+192	+256					
	-196						+102	+146	+210					
80 – 100	-170	-120	-72	-36	0	+27	+178	+232	+312	-120	-72	-36	0	+43
	-224	-174	-126	-90	-54	-27	+124	+178	+258	-207	-159	-123	-87	-43
100 – 120	-180						+198	+264	+364					
	-234						+144	+210	+310					
120 – 140	-200						+233	+311	+428					
	-263						+170	+248	+365					
140 – 160	-210	-145	-85	-43	0	+31	+253	+343	+478	-145	-85	-43	0	+50
	-273	-208	-148	-106	-63	-31	+190	+280	+415	-245	-185	-143	-100	-50
160 – 180	-230						+273	+373	+528					
	-293						+210	+310	+465					
180 – 200	-240						+308	+422	+592					
	-312						+236	+350	+520					
200 – 225	-230	-170	-100	-50	0	+36	+330	+457	+647	-170	-100	-50	0	+57
	-332	-242	-172	-122	-72	-36	+258	+385	+575	-285	-215	-165	-115	-57
225 – 250	-280						+356	+497	+712					
	-352						+284	+425	+640					
250 – 280	-300	-190	-110	-56	0	+40	+396	+556	+791	-190	-110	-56	0	+65
	-381	-271	-191	-137	-81	-40	+315	+475	+710	-320	-240	-186	-130	-65
280 – 315	-330						+431	+606	+871					
	-411						+350	+525	+790					
315 – 355	-360	-210	-125	-62	0	+44	+479	+679	+989	-210	-125	-62	0	+70
	-449	-299	-214	-151	-89	-44	+390	+390	+900	-350	-265	-302	-140	-70
355 – 400	-400						+524	+749	+1089					
	-489						+435	+660	+1000					
400 – 450	-440						+587	+837	+1197					
	-537	-230	-135	-68	0	+48	+490	+740	+1100	-230	-135	-68	0	+77
450 – 500	-480	-327	-232	-165	-97	-48	+637	+917	+1347	-385	-290	-223	-155	-77
	-577						+540	+820	+1250					

**Практична робота 2. Розрахунок геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань. Посадка з натягом**  
**Practical work 2. Calculation of geometric parameters of smooth cylindrical joints. Fit with tension**

Хід роботи

1. За варіантом завдання вибрати вихідні дані для розрахунку геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань.

2. Визначити: граничні розміри отвору і вала, граничні зазори, допуск посадки, перевірити правильність розрахунку допуску посадки.

3. Накреслити: схему розташування полів допусків з'єднання; ескізи з'єднання, отвору і вала з отриманням посадок і відхилів

Вихідні дані для визначення основних елементів сполучення наведено в табл. 4.8.

Задано з'єднання  $\varnothing 90\text{T7/h6}$ . Посадка в системі вала з натягом.

За номінальним розміром з'єднання  $D = 90$  мм і полями допусків отвору і вала визначаємо граничні відхилення отвору і вала (див. табл. 4.6 і табл. 4.7):

$\varnothing 90\text{T7}$ :  $EI = -113$  мкм  $= -0,113$  мм,  $ES = -78$  мкм  $= -0,078$  мм;

$\varnothing 90\text{h6}$ :  $es = 0$  мкм,  $ei = -22$  мкм  $= -0,022$  мм.

Граничні розміри отвору і вала підраховуємо за формулами:

$D_{\min} = D + EI = 90 + (-0,113) = 89,887$  мм;

$D_{\max} = D + ES = 90 + (-0,078) = 89,922$  мм;

$d_{\min} = D + ei = 90 + (-0,022) = 89,978$  мм;  $d_{\max} = D + es = 90 + 0 = 90,000$  мм.

Допуски отвору і вала:  $TD = ES - EI = -0,078 - (-0,113) = 0,035$  мм;

$Td = es - ei = 0 - (-0,022) = 0,022$  мм.

Граничні натяги підраховуємо за формулами:

$N_{\max} = es - EI = 0 - (-0,113) = 0,113$

мм;

$N_{\min} = ei - ES = -0,022 - (-0,078) = 0,056$  мм.

Допуск посадки визначаємо за

формулою:

$TN = N_{\max} - N_{\min} = 0,113 - 0,056 = 0,057$  мм.

Перевірочна формула:

$TN = TD + Td = 0,035 + 0,022 = 0,057$  мм.

Схема розташування полів допусків деталей з'єднання дана на рис. 4.4.

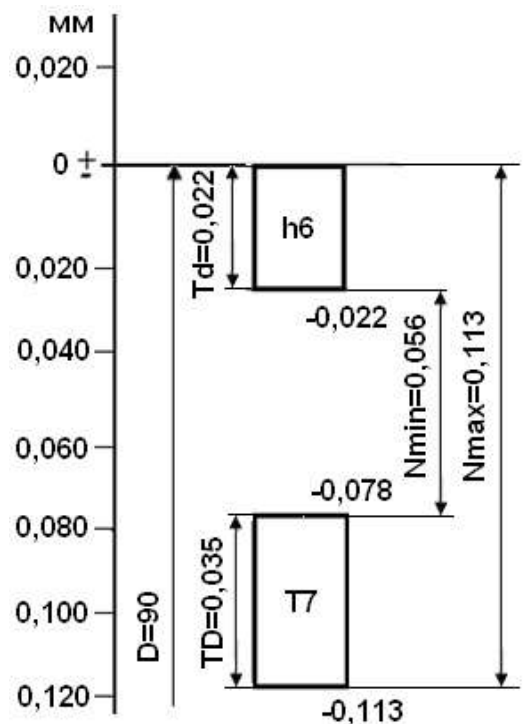


Рис. 4.4. Схема розташування полів допусків деталей з'єднання  $\varnothing 90\text{T7/h6}$

Таблиця 4.8. Вихідні дані для визначення основних елементів сполучення

Номер варіанту	Посадка	Номер варіанту	Посадка	Номер варіанту	Посадка
1	2	3	4	5	6
1	Ø12H7/s6	14	Ø40H8/s7	27	Ø96H7/r610
2	Ø30H8/u7	15	Ø16H7/s6	28	Ø128S7/h6
3	Ø54H8/s7	16	Ø125P7/h6	29	Ø160H7/s6
4	Ø18H7/t6	17	Ø14H8/u7	30	Ø9R7/h8
5	Ø160H9/u7	18	Ø100R7/h7	31	Ø6H9/u7
6	Ø10H8/s7	19	Ø8S7/h6	32	Ø15S7/h6
7	Ø180P7/h6	20	Ø170S7/h7	33	Ø7H7/s6
8	Ø8R7/h6	21	Ø145H7/s6	34	Ø27T7/h6
9	Ø65S7/h7	22	Ø14T7/h7	35	Ø17H9/s7
10	Ø36H8/u7	23	Ø28H7/t6	36	Ø39S7/h6
11	Ø130T7/h6	24	Ø48P7/h6	37	Ø58H7/t6
12	Ø28H7/s6	25	Ø66H7/t6	38	Ø78P7/h7
13	Ø75T7/h7	26	Ø90T7/h6	39	Ø86R7/h6

**Практична робота 3. Розрахунок геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань. Посадка перехідна**  
**Practical work 3. Calculation of geometric parameters of smooth cylindrical joints. Landing is transitory**

Хід роботи

1. За варіантом завдання вибрати вихідні дані для розрахунку геометричних параметрів гладких циліндричних з'єднань.

2. Визначити: граничні розміри отвору і вала, граничні зазори, допуск посадки, перевірити правильність розрахунку допуску посадки.

3. Накреслити: схему розташування полів допусків з'єднання; ескізи з'єднання, отвору і вала з отриманням посадок і відхилів

Вихідні дані для визначення основних елементів сполучення наведено в табл. 4.9.

Задано з'єднання Ø170N8/h7.

Посадка в системи вала посадка перехідна.

За номінальним розміром з'єднання  $D = 170$  мм і посадкою визначаємо граничні відхилення отвору і вала (табл. 6 і табл. 4.7):

Ø170N8:  $ES = -4$  мкм =  $-0,004$  мм,  $EI = -67$  мкм =  $-0,067$  мм;

Ø170h7:  $es = 0$  мкм,  $ei = -40$  мкм =  $-0,040$  мм.

Граничні розміри отвору і вала підраховуємо за формулами:

$D_{\min} = D + EI = 170 + (-0,067) = 169,933$  мм;

$D_{\max} = D + ES = 170 + (-0,004) = 169,996$  мм;

$d_{\min} = D + ei = 170 + (-0,040) = 169,960$  мм;

$d_{\max} = D + es = 170 + 0 = 170,000$  мм.

Допуски отвору і вала:

$$TD = ES - EI = -0,004 - (-0,067) = 0,063 \text{ мм};$$

$$Td = es - ei = 0 - (-0,040) = 0,040 \text{ мм}.$$

Граничні зазор і натяг підраховуємо за формулами:

$$S_{\max} = ES - ei = -0,004 - (-0,040) = 0,036 \text{ мм};$$

$$N_{\max} = es - EI = 0 - (-0,067) = 0,067 \text{ мм}.$$

Допуск посадки визначаємо за формулою:

$$T(SN) = S_{\max} + N_{\max} = 0,036 + 0,067 = 0,103 \text{ мм}.$$

Перевірочна формула:

$$TS = TD + Td = 0,063 + 0,040 = 0,103 \text{ мм}.$$

Схема розташування полів допусків деталей з'єднання дана на рис. 4.5.

Таблиця 4.9. Вихідні дані для визначення основних елементів сполучення

Номер варіанту	Посадка	Номер варіанту	Посадка	Номер варіанту	Посадка
1	2	3	4	5	6
1	Ø12H7/js6	14	Ø40K8/h7	27	Ø96H8/k7
2	Ø30K8/h7	15	Ø16H7/k6	28	Ø128JS7/h6
3	Ø54H8/k7	16	Ø125N7/h6	29	Ø160H7/m6
4	Ø18N7/h6	17	Ø14H8/n7	30	Ø9M8/h8
5	Ø160M9/h8	18	Ø100N8/h7	31	Ø6H8/js7
6	Ø10H8/n7	19	Ø8H8/js7	32	Ø15K7/h6
7	Ø180M8/h7	20	Ø170N8/h7	33	Ø7H7/js6
8	Ø8H8/n7	21	Ø145H7/m6	34	Ø27K7/h6
9	Ø65K8/h7	22	Ø14JS8/h8	35	Ø17H8m7
10	Ø36H8/js7	23	Ø28H7/k7	36	Ø39K7/h6
11	Ø130N7/h6	24	Ø48N8/h8	37	Ø58H8/n7
12	Ø28H7/m6	25	Ø66H7/js6	38	Ø78M8/h7
13	Ø75JS8/h8	26	Ø90M7/h6	39	Ø86N8/h7

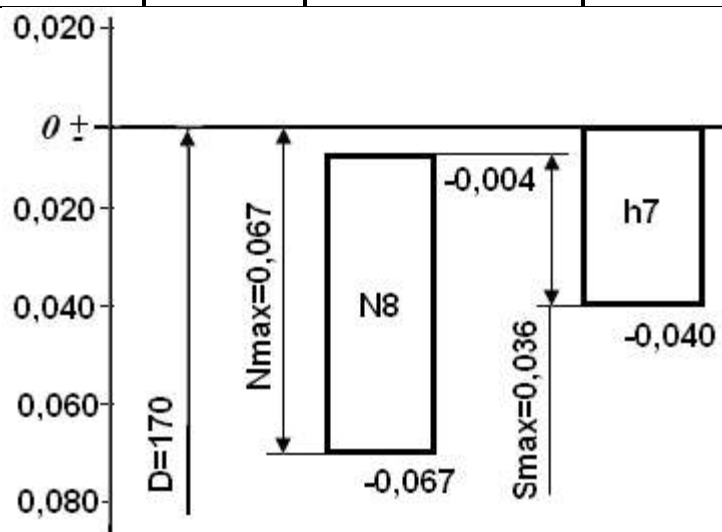


Рис. 4.5. Схема розташування полів допусків деталей з'єднання Ø170N8/h7

## МОДУЛЬ 1. ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

### 1.СТАТИКА. STATICS

#### Лабораторна робота 1. Визначення реакції опор балки

#### Laboratory work 1. Determination of the reaction of the beam supports

Для балки, завантаженою активними силами і моментом пари сил визначити реакції опор. Схеми балок і прикладени навантаження наведені на рис. 4.1–4.3.

*Приклад 1.* На балку АВ вагою  $G = 2$  кН діє розподілене навантаження інтенсивністю  $q = 2$  кН/м і зосереджена сила  $F = 8$  кН. Знайти реакції опор А і В. Розміри показані на рис. 4.3.1, а.

Розглянемо рівновагу балки АВ. Для неї в'язями являються опори в точках А і В.

Опора в точці А - це нерухомий шарнір, в точці В - рухомий шарнір. Звільнімося від в'язей. Початок системи координат вибираємо в точці А. На ділянці СВ діє роз-поділене навантажен-ня. Дію розподіленого навантаження заміни-мо дією зосередженої сили Q:

$$Q = q \cdot l = 2 \cdot 3 = 6 \text{ кН.}$$

Так як розподілене навантаження рівномірне, то сила Qприкладена в точці D - середині відрізка СВ.  $CD = DB = 1,5$  м (рис. 4.3.1, б).

Складемо рівняння рівноваги довільної плоскої системи сил в формі:

$$\sum_{k=1}^n F_{k_x} = 0; \quad X_A - F \cos 30^\circ = 0; \quad \sum_{k=1}^n F_{k_y} = 0; \quad Y_A + R_B - F \sin 30^\circ - G - Q = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n M_A(\vec{F}_k) = 0; \quad -F \sin 30^\circ \cdot 1,5 - G \cdot 3 - Q \cdot 4,5 + R_B \cdot 6 = 0.$$

З отриманих трьох рівнянь визначаємо три невідомі реакції:

$$\text{з першого рівняння } X_A = F \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} = 6,93 \text{ кН;}$$

з третього рівняння

$$R_B = (F \cdot \sin 30^\circ \cdot 1,5 + G \cdot 3 + Q \cdot 4,5) / 6 = (8 \cdot 0,5 \cdot 1,5 + 2 \cdot 3 + 6 \cdot 4,5) / 6 = 6,5 \text{ кН;}$$

з другого рівняння

$$Y_A = F \sin 30^\circ + G + Q - R_B = 8 \cdot 0,5 + 2 + 6 - 6,5 = 5,5 \text{ кН}$$

Зробимо перевірку результатів. Для цього складемо таке рівняння рівноваги, щоб в нього увійшло якнайбільше знайдених раніше невідомих реакцій в'язей, і якщо це рівняння після підстановки числових значень реакцій буде дорівнювати нулю, то це означає, що реакції знайдено вірно.

$$\sum_{k=1}^n M_C(\vec{F}_k) = -Y_A \cdot 3 + F \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 - Q \cdot 1,5 + R_B \cdot 3 = -5,5 \cdot 3 + 8 \cdot 0,5 \cdot 3 - 6 \cdot 1,5 + 6,5 \cdot 3 = 0.$$

$$\text{Реакція в точці А } R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{6,93^2 + 5,5^2} = 8,85 \text{ кН.}$$



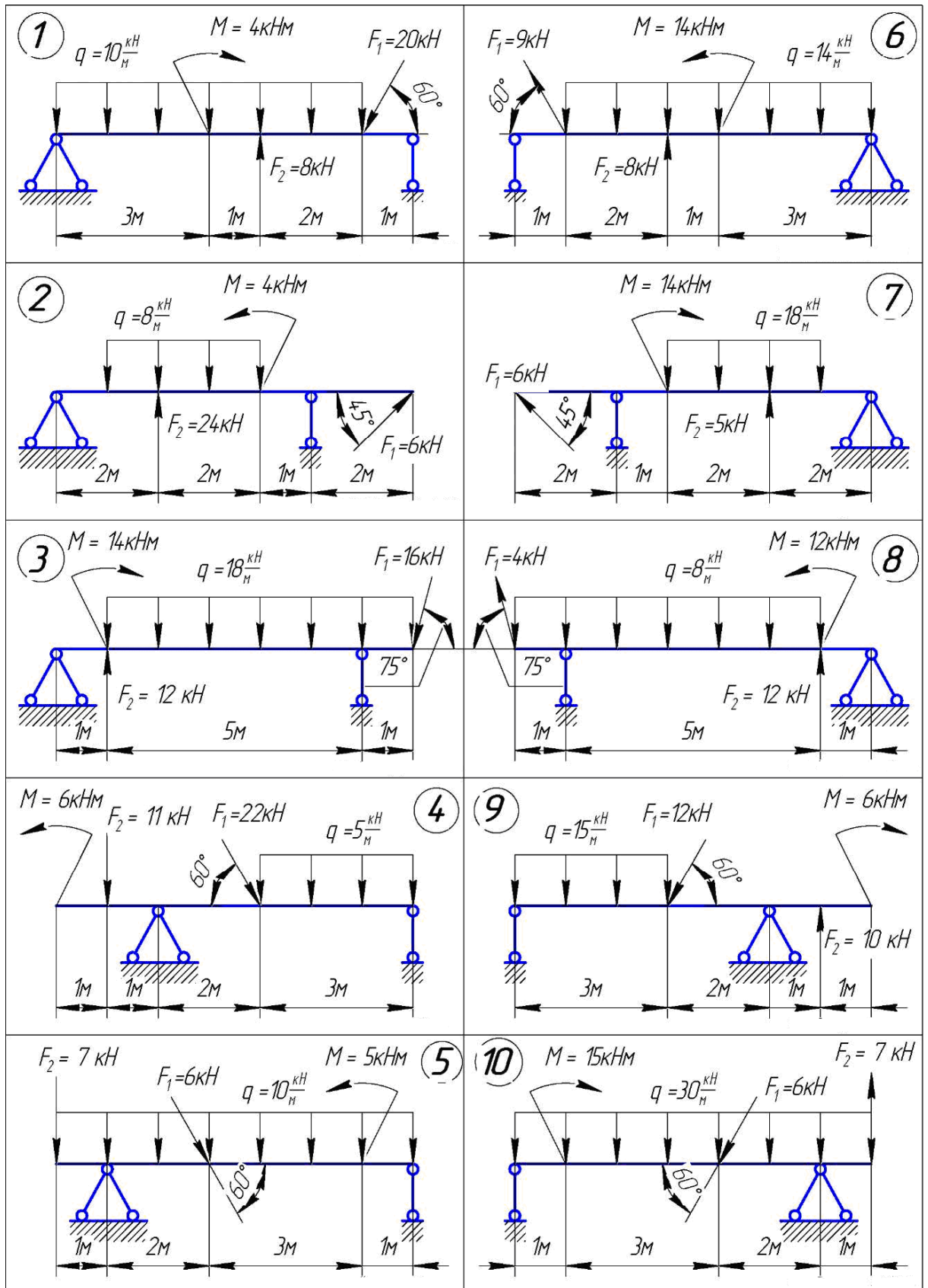


Рис. 4.1.

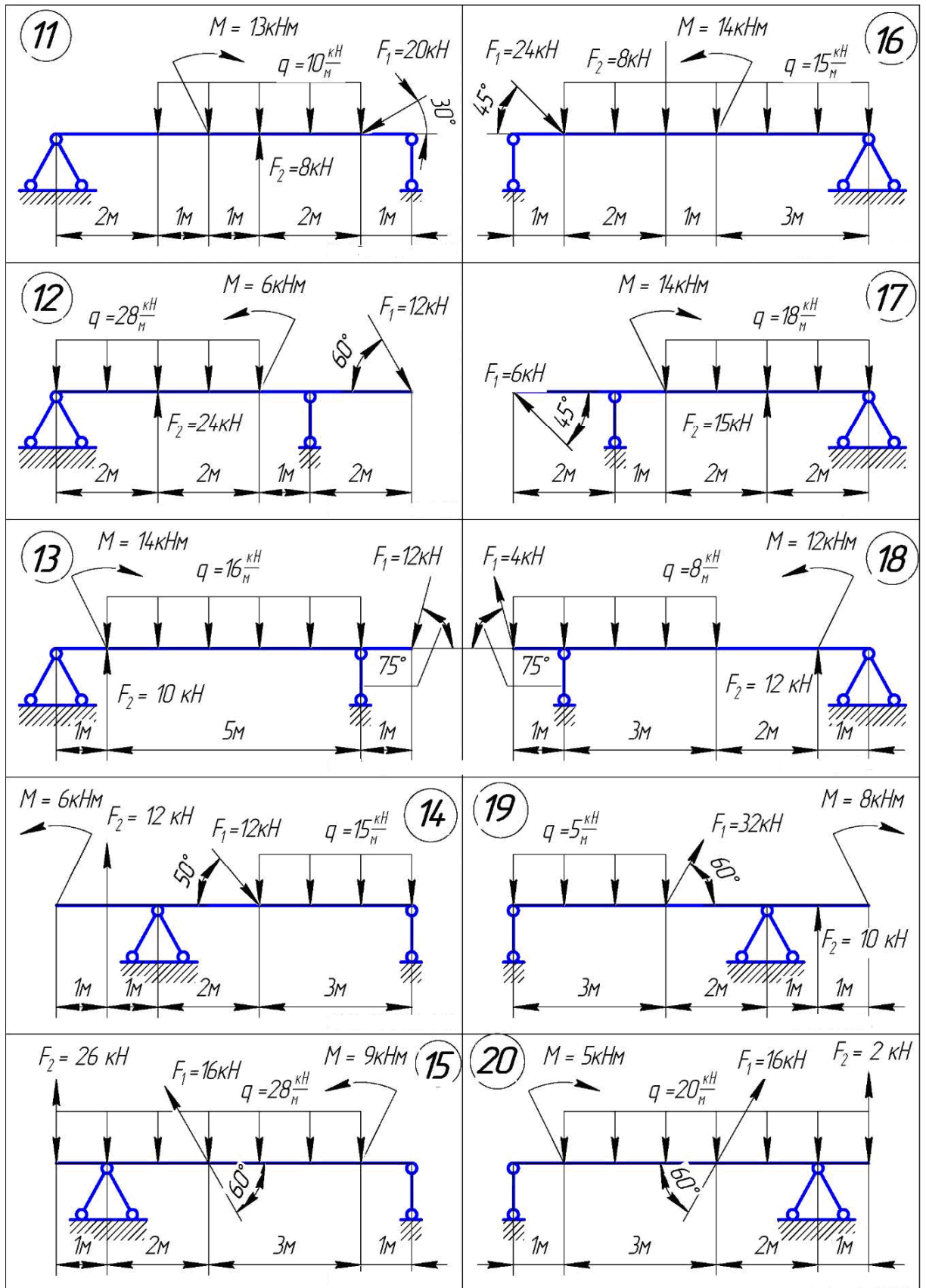


Рис. 4.2.

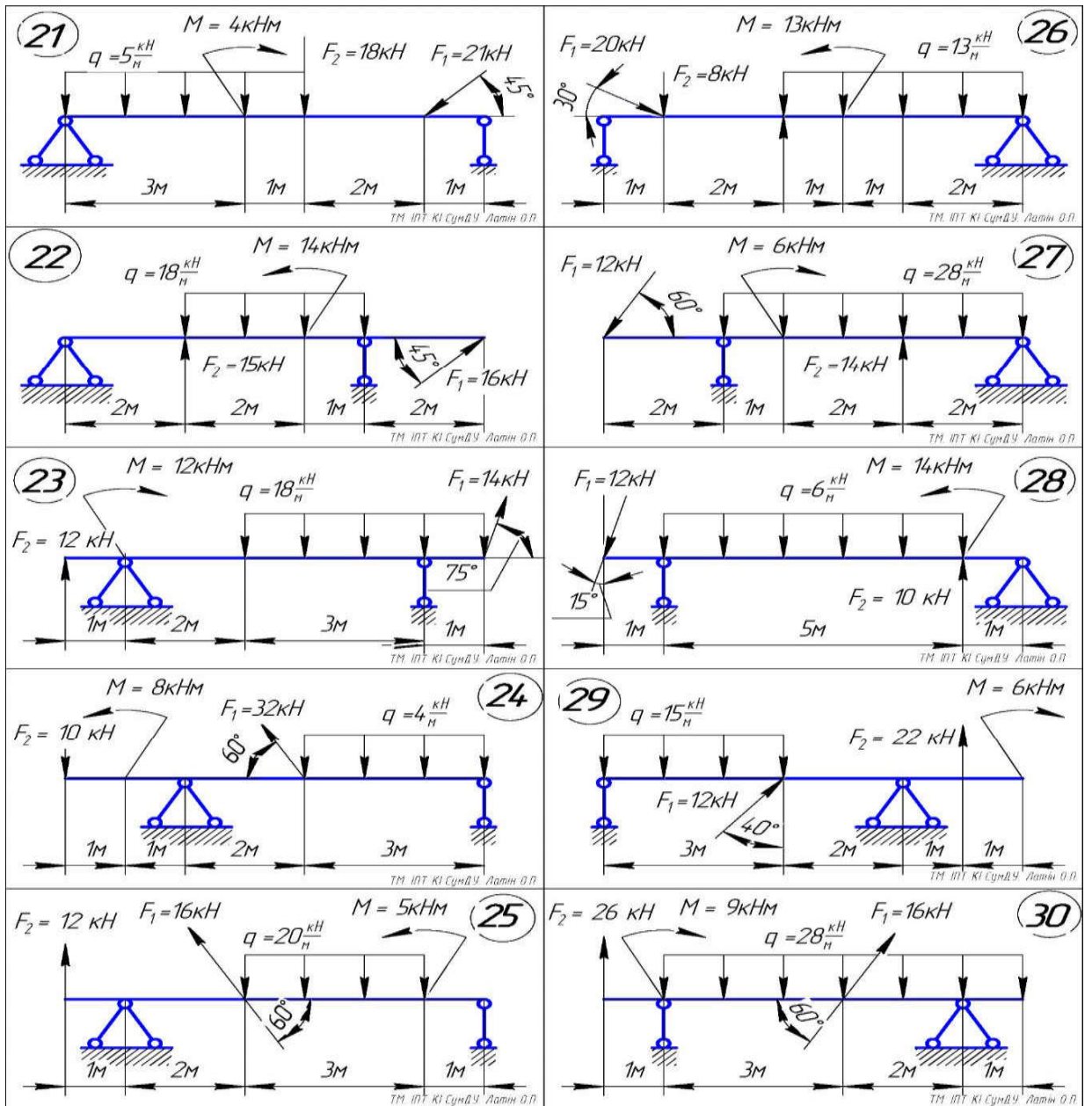


Рис. 4.3

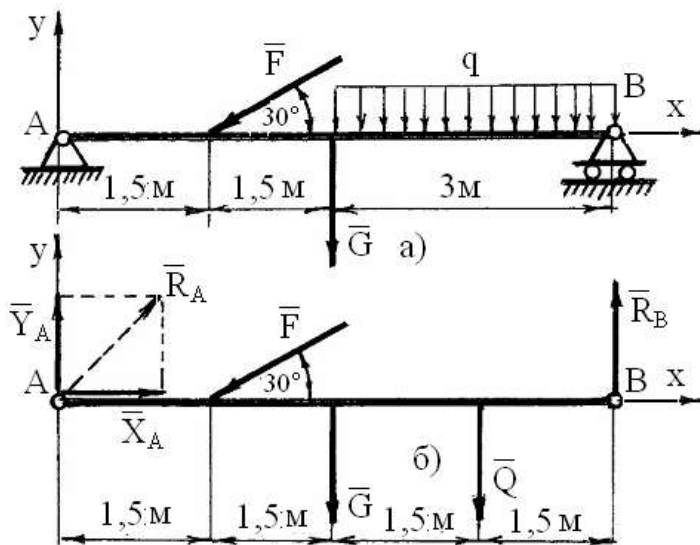


Рис. 4.3.1. До прикладу 1

## 2. КІНЕМАТИКА. KINEMATICS

### Лабораторна робота 1. Обертальний рух твердого тіла Laboratory work 1. Rotational motion of a solid body

*Приклад 1.* Знайти кутову швидкість секундної стрілки годинника. Будемо вважати, що стрілка обертається рівномірно. Тоді з формули маємо  $\omega = \varphi/t$ . Нехай стрілка зробила один оберт. Тоді кут  $\varphi = 2\pi$  радіан, а час  $t = 60$  с.

Кутова швидкість буде  $\omega = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ .

*Приклад 2.* Знайти кутову швидкість турбіни, що відповідає 15000 об/хв.

Скористаємося формулою  $\omega = \frac{\pi n}{30}$ . Після підстановки числових даних

$$\omega = \frac{3,14 \cdot 15000}{30} = 1571 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

*Приклад 3.* Тіло, починаючи обертатися рівно прискорено з стану спокою, робить 7200 обертів за перші дві хвилини. Знайти кутове прискорення тіла.  $\omega_0 = 0$ ;  $N = 7200$  об.;  $t = 120$  с.  $\varepsilon = ?$

Використаємо формулу  $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ . Але  $\omega_0 = 0$ . Тоді  $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$ .

Звідки  $\varepsilon = 2\varphi/t^2$ . Кут  $\varphi$  знайдемо за формулою  $\varphi = 2\pi N$ .

$$\text{Тоді } \varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 7200}{100^2} = 2\pi \text{ рад/с}^2.$$

*Приклад 4.* Махове колесо починає обертатися зі стану спокою рівноприскорено. За 10 хвилин після початку руху воно має кутову швидкість, що відповідає 120 об/хв. Скільки обертів  $N$  зробило колесо за цей час?

$$\omega_0 = 0; t = 600 \text{ с}; n = 120 \text{ об/хв. } N = ?$$

Виразимо кутову швидкість в об/хв:  $\omega = \pi n / 30 = 4\pi \text{ об/хв}$ .

Використаємо формули.

$$\begin{array}{l} \omega = \omega_0 + \varepsilon t \\ \varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \\ \omega_0 = 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} \omega = \varepsilon t \\ \varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} \end{array} \right| \begin{array}{l} \varepsilon = \frac{\omega}{t} \\ \varphi = \frac{\omega t}{2} \end{array} \left| \begin{array}{l} \varphi = 2\pi N \\ N = \frac{\varphi}{2\pi} \end{array} \right| \begin{array}{l} N = \frac{\omega t}{4\pi} \\ N = \frac{4\pi \cdot 600}{4\pi} \\ N = 600 \text{ об.} \end{array}$$

*Приклад 5.* Знайти радіус  $R$  маховика, якщо при обертанні швидкість точок на його ободі 6 м/с, а швидкість точок, що розташовані на 15 см ближче до осі обертання, 5,5 м/с. (рис. 4.4).

$$V_A = 6 \text{ м/с}; V_B = 5,5 \text{ м/с}; AB = l = 0,15 \text{ м. } OA = R = ?$$

Скористаємося формулою:  $V_A = \omega \cdot OA$  (а),  $V_B = \omega \cdot OB$ .

$$\text{Тоді } V_A - V_B = \omega(OA - OB) = \omega \cdot AB = \omega \cdot l. \text{ Звідси } \omega = \frac{V_A - V_B}{l}.$$

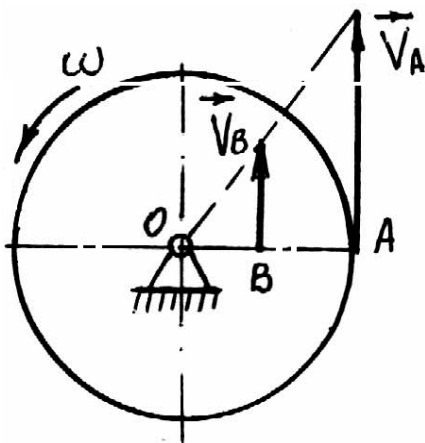


Рис. 4.4. До прикладу 5

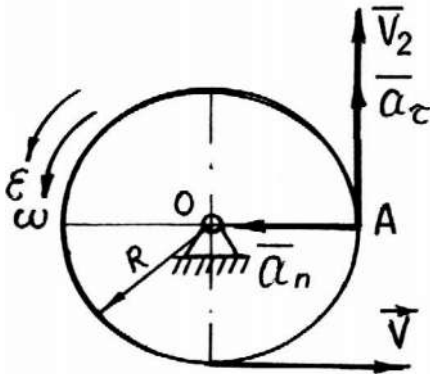


Рис. 4.5. До прикладу 6

З виразу (а)  $OA=R=\frac{V_A}{\omega}$ .

$$\text{Тоді } R = \frac{V_A \cdot 1}{V_A - V_B} = \frac{6 \cdot 0,15}{6 - 5,5} = 1,8 \text{ м. } R=1,8 \text{ м.}$$

*Приклад 6.* Махове колесо радіусом 2 м обертається рівноприскорено зі стану спокою. За 10 с точки, що є на ободі, набули швидкості 100 м/с. Знайти швидкість, нормальне і дотичне прискорення цих точок колеса для моменту часу 15 с. (рис. 4.5).

$$\omega_0 = 0; R = 2 \text{ м}; t_1 = 10 \text{ с}; t_2 = 10 \text{ с}; V_1 = 100 \text{ м/с.}$$

$$V_2 = ? \quad a_n = ? \quad a_\tau = ?$$

У момент часу  $t_1$   $V_1 = \omega_1 R$ . Тоді  $\omega_1 = \frac{V_1}{R} = 50 \text{ рад/с}$ .

Тут  $\omega_1$  – кутова швидкість колеса в момент часу  $t_1$ .

Знайдемо кутове прискорення колеса

$$\omega_1 = \omega_0 + \varepsilon t_1, \quad \omega_0 = 0.$$

$$\text{Тоді } \omega_1 = \varepsilon t_1.$$

$$\text{Звідси } \varepsilon = \frac{\omega_1}{t_1} = 5 \text{ (рад/с}^2\text{)}.$$

У момент часу  $t_2 = 15 \text{ с}$  кутова швидкість  $\omega_2 = \varepsilon t_2 = 75$

рад/с.

Знайдемо швидкість і прискорення точки А колеса в момент часу

$$t_2. \quad V_2 = \omega_2 R = 75 \cdot 2 = 150 \text{ м/с}; \quad a_n = \omega_2^2 \cdot R = 75^2 \cdot 2 = 11250 \text{ м/с}^2;$$

$$a_\tau = \varepsilon R = 5 \cdot 2 = 10 \text{ м/с}^2.$$

*Приклад 7.* Вал радіуса 0,2 м приводиться в рух тілом D, яке опускається вниз за законом  $x=2t^2$  (м), де  $x$  – відстань тіла D до місця сходження троса з поверхні вала,  $t$  – час в секундах. Знайти кутову швидкість і кутове прискорення вала, а також швидкість, дотичне і нормальне прискорення точок на поверхні вала за дві секунди після початку руху тіла D (рис.4.6.).

$$R=0,2 \text{ м}; \quad x=2t^2 \text{ м}; \quad t_1=2 \text{ с.}$$

$$\omega_1 = ?; \quad \varepsilon_1 = ?; \quad V_A = ?; \quad a_A^n = ? \quad a_A^\tau = ?$$

Нам відомий закон руху тіла D. Тому швидкість і прискорення тіла D:

$$V_D = \frac{dx}{dt} = \frac{d(2t^2)}{dt} = 4t, \quad a_D = 4 \text{ м/с}^2.$$

Точка А вала має таку ж швидкість, як і тіло D.

$$V_A = V_D = 4t.$$

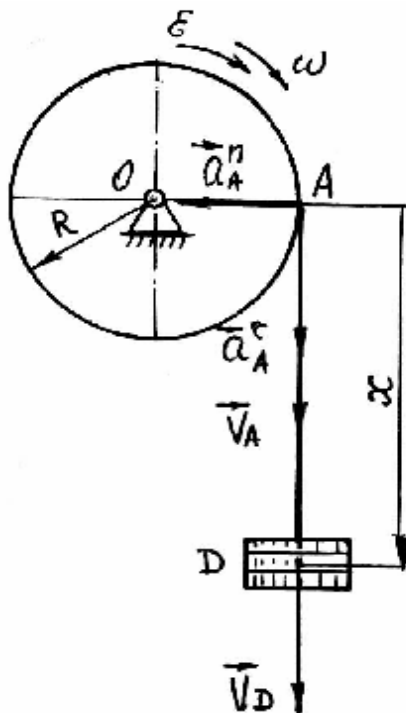


Рис. 4.6. До прикладу 7

Дотичне прискорення точки А і прискорення тіла D однакові:

$$(a_A^{\tau} = a_D = 4 \text{ м/с}^2).$$

При  $t_1 = 2 \text{ с}$   $V_A = 8 \text{ м/с}$ .

Знайдемо кутову швидкість тіла  $\omega_1$ :

$$\omega_1 = \frac{V_A}{R} = \frac{8}{0,2} = 40 \text{ рад/с}.$$

Тоді нормальне прискорення точки А:

$$a_A^n = \omega_1^2 \cdot R = 40^2 \cdot 0,2 = 320 \text{ м/с}^2; a_A^n = 320 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Кутове прискорення: } \varepsilon = \frac{a_A^{\tau}}{R} = \frac{4}{0,2} = 20 \text{ рад/с}^2.$$

### Приклади для самостійного розв'язування

Приклад 1. Координата точки, яка рухається прямолінійно вздовж осі  $x$ , змінюється по закону  $x = 11 + 35t + 4,1t^2$  ( $x$  вимірюється в метрах,  $t$  – в секундах).

Знайти прискорення точки і початкову швидкість.

$$\text{Відповідь: } V_0 = 35 \text{ м}; a = 8,2 \text{ м/с}^2.$$

Приклад 2. Тіло, яке знаходиться на висоті 45 см над землею, кинути горизонтально з швидкістю 4 м/с. Знайти його швидкість в момент удару об землю.

$$\text{Відповідь: } 5 \text{ м/с}.$$

Приклад 3. Тіло кинуто горизонтально. Через 5 с кут  $\alpha$  між напрямом швидкості  $V$  і прискоренням  $g$  став рівним  $45^\circ$ . Знайти швидкість  $V$  тіла в цей момент часу.

$$\text{Відповідь: } V = \sqrt{2}gt = 70,6 \text{ м/с}.$$

Приклад 4. Тіло, яке кинути вертикально вгору, повернулось на землю через 3 с. Яка була початкова швидкість тіла? На якій максимальній висоті воно побувало?

$$\text{Відповідь: } V_0 = \frac{1}{2}gt \approx 15 \text{ м/с}; h_{\max} = \frac{1}{8}gt^2 \approx 11,2 \text{ м}.$$

Приклад 5. Знайти шлях вільно падаючого тіла за сьому секунду руху.

$$\text{Відповідь: } 63,7 \text{ м}.$$

Приклад 6. Висота критого манежу для гри в футбол зимою 10 м. На яку максимальну відстань  $l$  можна послати м'яч в цьому залі, надавши йому початкової швидкості 40 м/с? Який кут  $\alpha$  з підлогою повинен в цьому випадку складати вектор початкової швидкості м'яча? М'яч не повинен торкатись потолка залу.

$$\text{Відповідь: } \alpha = 20^\circ 30'; l = 107 \text{ м}.$$

Приклад 7. Тіло на канаті піднімають з землі вертикально вгору з прискоренням 2 м/с. Через 5 с канат обірвався. Скільки часу тіло рухалось до землі після того, як канат обірвався?

$$\text{Відповідь: } 3,5 \text{ с}.$$

Приклад 8. На диск радіуса 0,2 м намотаний трос, до кінця якого прикріплений вантаж. Вантаж починає опускатись з прискоренням 0,2 м/с<sup>2</sup>. Яка

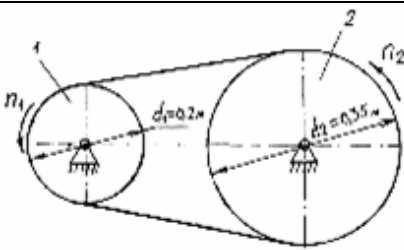


буде кутова швидкість диска, коли вантаж опуститься на 10 м? З яким кутовим прискоренням обертається диск? Відповідь:  $\omega = 10$  рад/с,  $\varepsilon = 1$  рад/с<sup>2</sup>.

Приклад 9. При запуску електродвигуна ротор радіуса  $r=0,4$  м обертається по закону  $\varphi=0,3t^2$ , Тут  $\varphi$  в рад,  $t$  – в с. Знайти кут повороту ротора через 10 с після початку обертання, його кутову швидкість і кутове прискорення, а також лінійну швидкість, дотичне і нормальне прискорення точок на ободі ротора.

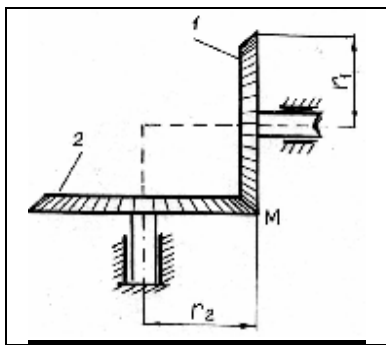
Відповідь:  $\varphi=30$  рад;  $\omega_1=6$  рад/с;  $\varepsilon_1=0,6$  рад/с<sup>2</sup>;  $V_1=2,4$  м/с;  $a_n=14,4$  м/с<sup>2</sup>;  $a_\tau=0,24$  м/с<sup>2</sup>.

Приклад 10. По проекту Ціолковського, для створення штучної сили тяжіння на жилих штучних супутниках, які мають форму кільця (тора), необхідно надати їм обертальний рух навколо осі симетрії. Знайти період такого обертання, щоб люди, які знаходяться в цьому супутнику, мали земну силу тяжіння, якщо їх відстань до осі обертання дорівнює 39,2 м ( $g=9,8$  м/с<sup>2</sup>). Відповідь:  $T=4$  с.



Приклад 11. При рівносповільненому гальмуванні привода ведучий шків 1 пасової передачі зробив 350 обертів і зупинився. Яке кутове прискорення веденого шківця 2, якщо в момент початку гальмування він обертався з кутовою швидкістю, що відповідає 300 об/хв.?

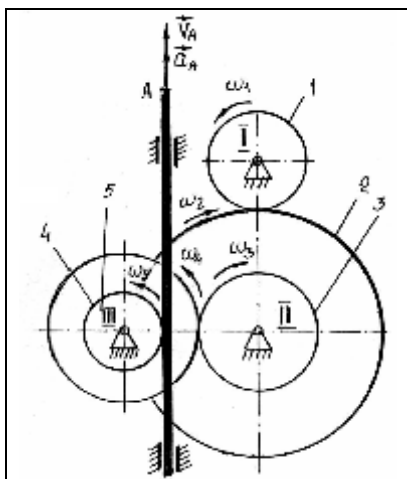
Відповідь:  $\varepsilon_2=-0,393$  рад/с<sup>2</sup>.



Приклад 12. Через скільки часу зубчасте конічне колесо 1 радіуса  $r_1=10$  см буде мати кутову швидкість  $\omega_1=300$  рад/с, якщо воно приводиться в обертальний рух колесом 2 радіуса  $r_2=15$  см. Колесо 2 обертається рівноприскорено з стану спокою з кутовим прискоренням  $\varepsilon_2=2$  рад/с<sup>2</sup>. Відповідь:  $t=100$  с.

Приклад 13. Електродвигун, зробивши після відключення 675 обертів, зупинився через 30 секунд.

Вважаючи рух рівносповільненим, знайти початкову кутову швидкість і закон обертання електродвигуна. Відповідь:  $\omega_0=90\pi$  рад/с;  $\varphi=3\pi t(60-t)/2$  рад.



Приклад 13. В механізмі домкрата з валом II жорстко з'єднані зубчасті колеса 2 і 3, а з валом III – зубчасті колеса 4 і 5. Ведучий вал I передає обертання за допомогою зубчастих коліс 3 і 4 валу III, а від останнього за допомогою зубчастого колеса 5 – зубчастій рейці A. Число зубів:  $z_1=8$ ,  $z_2=32$ ,  $z_3=16$ ,  $z_4=24$ . Радіус колеса 5  $r_5=5$  см. Знайти швидкість і прискорення рейки A через 3 секунди, якщо ведучий вал I обертається рівноприскорено з стану спокою з кутовим прискоренням  $\varepsilon_1=6\pi$  рад/с<sup>2</sup>.

Відповідь:  $V_A=0,471$  м/с;  $a_A=0,157$  м/с<sup>2</sup>.

### 3. ДИНАМІКА. DYNAMICS

#### Лабораторна робота 1. Перший закон динаміки

#### Laboratory work 1. The first law of dynamics

#### Методичні вказівки до розв'язування першої задачі динаміки

При розв'язуванні першої задачі динаміки рекомендуємо притримуватись наступної схеми:

1. Зобразити точку в проміжному положенні.
2. Показати на рисунку всі активні сили і сили реакцій в'язей.
3. Вибрати систему відліку, якщо вона не вказана в умовах задачі.
4. Скласти диференціальні рівняння руху точки, які відповідні прийнятій системі відліку.
5. По заданому способу визначення руху точки знайти прискорення точки і його проекції на осі вибраної системи координат.
6. З системи отриманих рівнянь знайти невідомі величини.

*Приклад 1.* Вантаж  $M$  масою  $m$  кг піднімається по похилій площині за допомогою троса, який намотується на барабан 3 лебідки. Знайти силу натягу троса, якщо кут повороту колеса 1 лебідки змінюється по закону  $\varphi_1=0,2t^2$  рад. Похила площина розміщена під кутом  $\alpha$  до горизонту, має коефіцієнт тертя  $f$ . Радіуси коліс 1, 2 і барабана 3 відповідно  $r_1$ ,  $r_2$ , і  $r_3$ . (рис. 4.7).  
 $m$ ,  $\alpha$ ,  $\varphi=0,2t^2$  рад,  $f$ ,  $r_2=2r_1$ ,  $r_3=r_1$ .  $T=?$

Розглянемо рух вантажу  $M$ , приймаючи його за матеріальну точку. Вантаж не вільний, для нього в'язями є земна куля, трос і похила площина. Звільнимось від в'язей і замінимо їх дію на тіло реакціями в'язей.

Характеристикою взаємодії земної кулі і вантажу є сила тяжіння  $m\vec{g}$ . В подальшому, при розв'язуванні задач, будемо прикладати до тіла силу тяжіння, не обговорюючи природу її виникнення, враховуючи те, що всі тіла знаходяться на поверхні землі. Сили  $\vec{N}$  і  $\vec{F}_{\text{тер}}$  є силами реакції похилої площини, а сила  $Q$ -сила реакції троса.

Сила тертя  $F_{\text{тер}}=fN$ , де  $N$  – нормальна реакція похилої площини.

Запишемо основний закон руху матеріальної точки у вигляді

$$m\vec{a} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k.$$

В нашому випадку основний закон набуде вигляду

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{Q}. \quad (1)$$

Спроектуємо вираз (1) на осі декартової системи координат.

$$ma_x = -mg \cdot \sin \alpha \cdot -F_{\text{тер}} + Q. \quad (2)$$

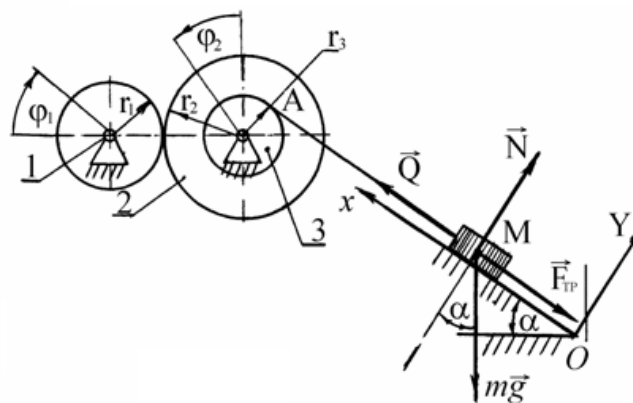


Рис. 4.7. До прикладу 1



$$ma_y = N - mg \cdot \cos \alpha. \quad (3)$$

Враховуючи, що  $a_y = 0$ , маємо  $N = mg \cos \alpha$ . Тоді сила тертя

$$F_{\text{дод}} = f mg \cos \alpha. \quad (4)$$

Підставимо вираз (4) у вираз (2). Звідси знайдемо силу Q.

$$Q = m[a_x + g(\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha)] \quad (5)$$

Реакція Q троса чисельно дорівнює силі натягу T троса. Щоб знайти силу Q, необхідно знайти прискорення  $a_x$ , з яким рухається вантаж.

З умови задачі відомий обертальний рух колеса 1. Враховуючи те, що колесо 1 контактує з колесом 2, можна записати.

$$\frac{\varphi_1}{r_1} = \frac{\varphi_2}{r_2}; \quad \varphi_2 = \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_1 = \frac{r_1}{r_2} \cdot 0,2t^2 = 0,1t^2. \quad (6)$$

Якщо вираз (6) двічі продиференціювати по часу, то знайдемо кутове прискорення колеса  $2\varepsilon_2 = \varepsilon_1 = 0,2 \text{ рад/с}^2$ .

Точка A барабану рухається по колу, маючи при цьому дотичне  $a_A^{\tau}$  і нормальне  $a_A^n$  прискорення. Дотичне прискорення  $a_A^{\tau} = \varepsilon_1 r_3 = 0,2r_1$ . Прискорення  $a_x$  вантажу чисельно дорівнює дотичному прискоренню  $a_A^{\tau}$  точки A.

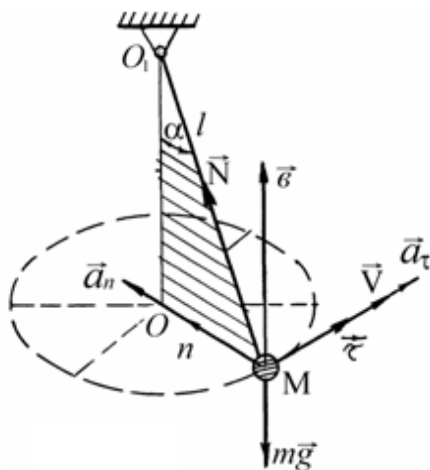


Рис. 4.8. До прикладу 2

$$a_x = a_A^{\tau} = 0,2r_1 \quad a_x = a_A^{\tau} = 0,2r_1. \quad (7)$$

Використовуючи вирази (5) і (7), знайдемо силу натягу троса

$$T = m[0,2r_1 + g(\sin \alpha + f \cos \alpha)].$$

**Приклад 2.** Куля M масою 10 кг висить на нитці довжиною 3 м і рівномірно обертається в горизонтальній площині (рис. 4.8). Знайти натяг нитки і швидкість кулі.

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2, \quad m = 10 \text{ кг}, \quad l = 3 \text{ м}, \quad \alpha = 60^\circ. \quad T = ?$$

Розглянемо рух кулі в проміжному положенні. На кулю діє сила тяжіння  $mg$  і реакція  $N$  нитки (рис. 4.8). За третім законом Ньютона сила

натягу T нитки чисельно дорівнює нормальній реакції N:  $T = N$ .

Запишемо основний закон руху матеріальної точки. В нашому випадку він має вигляд  $ma^{\rho} = mg + N$ . (1)

Точка M рухається по колу ( по відомій траєкторії ). В даному випадку доцільно ввести натуральну систему координат з початком в точці M. Одиичний орт  $\vec{t}$  напрямимо по напрямку швидкості, одиичний орт  $\vec{h}$  -- до центра O кривини лінії, а одиичний орт  $\vec{b}$  -- вертикально вверх.

$$\text{Спроекуємо вираз (1) на вибрані координатні осі } ma_{\tau} = 0. \quad (2)$$

$$ma_n = N \cdot \sin \alpha; \quad ma_b = N \cdot \cos - mg. \quad (3)$$

де  $a_\tau$  – дотичне прискорення,  $a_\tau = \frac{dV}{dt}$ ;  $a_n$  – нормальне прискорення точки М,  $a_n = \frac{V^2}{R}$ ;  $R$  – радіус кола, по якому рухається точка М,  $R = l \cdot \sin \alpha$ .

Прискорення  $a_b = 0$ , тому що точка М рухається тільки в горизонтальній площині:

З виразу (3) маємо

$$T = N = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{10 \cdot 9,8}{\cos 60^\circ} = 196 \text{ Н.}$$

З виразу (2) видно, що  $a_\tau = \frac{dV}{dt} = 0$ . Звідси випливає, що куля М рухається по колу з постійною швидкістю. Використаємо вираз (3).

$$m \frac{V^2}{R} = N \cdot \sin \alpha; \quad \frac{mV^2}{l \sin \alpha} = N \sin \alpha; \quad V = \sqrt{\frac{Nl}{m}} \cdot \sin \alpha; \quad V = \sqrt{\frac{196 \cdot 3}{10}} \sin 60^\circ = 6,64 \text{ м/с.}$$

**Приклад 3.** Льотчик масою 80 кг виконує “мертву петлю” з радіусом 1800 м, маючи при цьому швидкість 1600 км/год. З якою максимальною і мінімальною силою притискує льотчика до крісла “мертва петля” (рис. 4.9).

$$m=80 \text{ кг, } R=1800 \text{ м, } V=444,4 \text{ м/с, } g=9,8 \text{ м/с}^2. \quad Q=?$$

Нехай льотчик в даний момент часу займає на “мертвій петлі” найнижче положення. На льотчика діє сила тяжіння  $m\vec{g}$  і реакція крісла  $\vec{N}$ . Сила  $Q$ , з якою льотчик притискується до крісла, чисельно дорівнює реакції  $N$  крісла.  $Q = N$ .

Запишемо основний закон динаміки в нашому випадку.  $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$ .

Спроекуємо цей вираз на нормаль, одиничний орт якої  $\vec{n}$ .  $ma_n = N - mg$ .

Звідси  $N = m(g + a_n)$ , але  $a_n = \frac{V^2}{R}$ .

$$\text{Тоді } N = mg \left( 1 + \frac{V^2}{gR} \right) = 80 \cdot 9,8 \left( 1 + \frac{444,4^2}{9,8 \cdot 1800} \right) = 9563 \text{ Н.}$$

$$Q_1 = N = 9563 \text{ Н.}$$

З’ясуємо, яке перевантаження має льотчик в цьому випадку. В нормальних умовах на нього діє сила тяжіння  $mg$ . Сила, з якою льотчик пристикується до крісла, визначається з формули:  $Q = mg \left( 1 + \frac{V^2}{gR} \right)$ .

Коефіцієнт  $n$  перевантаження – це відношення  $\frac{Q}{mg}$ :

$$n = \frac{Q}{mg} = 1 + \frac{V^2}{Rg} = 1 + \frac{444,4^2}{1800 \cdot 9,8} = 12,2.$$

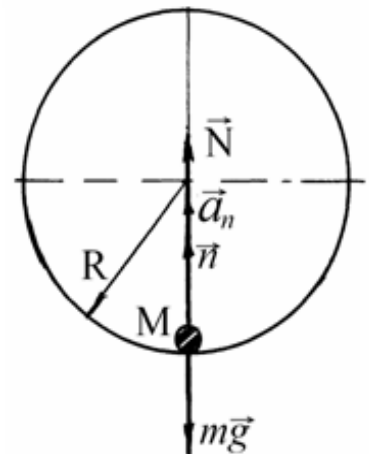


Рис. 4.9. До прикладу 3

Читачеві надаємо можливість знайти силу  $Q_2$ , яка діє на льотчика в його верхньому положенні на “мертвій петлі”.  $Q_2 = 7993 \text{ Н}$ .

**Приклад 4.** Матеріальна точка масою  $2 \text{ кг}$  рухається по горизонтальному колу з радіусом  $0,9 \text{ м}$  згідно рівняння  $S = 0,6t^3 \text{ м}$ , де  $S$  – дугова координата. Знайти величину і напрям сили  $F$ , яка діє на цю точку в момент часу  $t = 2 \text{ с}$  (рис. 4.10).  $m = 2 \text{ кг}, R = 0,9 \text{ м}, S = 0,6t^3, t = 2 \text{ с}, F = ?$

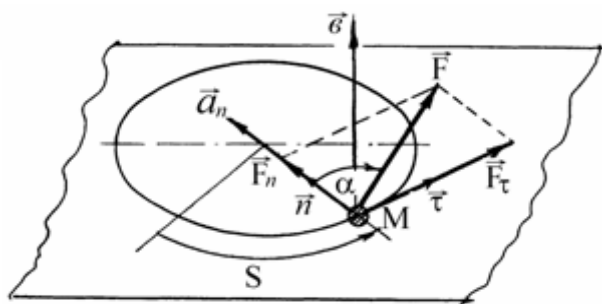


Рис. 4.10. До прикладу 4

Рух точки  $M$  здійснюється згідно основного закону динаміки.

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (1)$$

Використаємо натуральну систему координат. Спроекуємо вираз (1) на ці координатні осі.  $F_\tau = ma_\tau, F_n = ma_n, (2)$

де  $a_\tau = \frac{dV}{dt}$  – дотичне прискорення і

$a_n = \frac{V^2}{R}$  – нормальне прискорення точки

$$M. V = S' = 1,8t^2, a_\tau = \frac{dV}{dt} = 3,6t, a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{(1,8t^2)^2}{0,9} = 3,6t^4.$$

Підставимо значення дотичного і нормального прискорень в формули (2).

$$F_\tau = 7,2t, F_n = 7,2t^4.$$

$$\text{Прит} = 2 \text{ с } F_\tau = 144 \text{ Н}; F_n = 115,2 \text{ Н}.$$

$$\text{Модуль сили } F = \sqrt{F_\tau^2 + F_n^2} = \sqrt{144^2 + 115,2^2} = 116 \text{ Н}.$$

Напрямок сили  $F$  знайдемо за допомогою формули

$$\text{tg } \alpha = \frac{F_\tau}{F_n} = \frac{14,4}{116} = 0,124. \alpha = 7^\circ.$$

**Приклад 5.** Матеріальна точка  $M$  масою  $m$  рухається під дією сили тиску повітря всередині нерухомої трубки, зігнутої по площині кривої так, що її

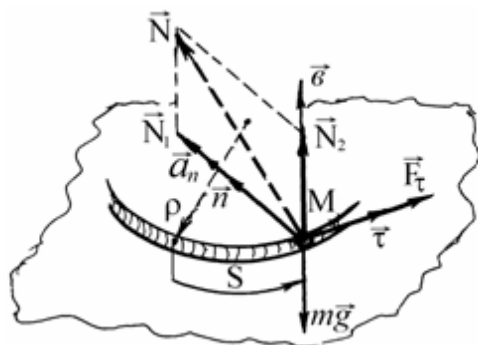


Рис. 4.11. До прикладу 5

радіус кривини змінюється по закону  $\rho = d + S^2/d$  (ланцюгова лінія). Нехтуючи опором всередині трубки, знайти силу тиску  $F_t$  реакцію трубки, якщо закон руху точки всередині трубки відомий:  $S = d(1 - \cos kt)$ . Тут  $S$  – дугова координата,  $d$  і  $k$  – постійні величини (рис. 4.11).

$$m, \rho = d + \frac{S^2}{d}, S = d(1 - \cos kt), N = ?$$

Запишемо основний закон руху точки:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N}. \quad (1)$$

Спроекуємо вираз (1) на вибрані координатні осі:

$$ma_{\tau} = m \frac{dV}{dt} = F_{\tau}. \quad (2)$$

$$ma_n = m \frac{V^2}{R} = N_1. \quad (3)$$

$$0 = N_2 - mg. \quad (4)$$

де  $N_1$  і  $N_2$  - проекції реакції  $\vec{N}$  трубки на відповідні координатні осі.

Знаючи закон руху точки  $M$ , можна знайти швидкість, дотичне і нормальне прискорення точки  $M$ .

$$V = \frac{ds}{dt} = kd \sin kt; \quad a_{\tau} = \frac{dV}{dt} = k^2 d \cos kt.$$

$$\text{Отже, } F = F_{\tau} = mk^2 \cos kt.$$

З виразу (4)  $N_2 = mg$ , а з виразу (3)

$$N_1 = m \frac{k^2 d^2 \sin^2 kt}{d + d(1 - \cos kt)^2} = \frac{mdk^2 \sin^2 kt}{1 + (1 - \cos kt)^2}.$$

$$\text{Повна реакція трубки } N = \sqrt{N_1^2 + N_2^2}.$$

### Приклади для самостійного розв'язування першої задачі динаміки

Матеріальна точка  $M$  масою 2 кг рухається під дією рівнодійної  $\vec{F}$  сил, прикладених до неї, і описує траєкторію, параметричні рівняння якої мають вигляд  $x=4\cos^3 t$ ,  $y=4\sin^3 t$ . Знайти величину і напрям рівнодійної  $F$  сил, а також величину і напрям швидкості і прискорення точки в початковий момент часу  $t_0=0$  і для моменту часу  $t_1=\pi/4$  с. Побудувати траєкторію руху і показати на ній положення точки, напрями швидкості, прискорення і рівнодійної сил для моментів часу  $t_0$  і  $t_1$ .

Дані для розрахунку наведені в табл. 3.1.

Приклад 1. Вантаж масою 1500 кг піднімається рівноприскорено вертикально вгору за допомогою троса. Знайти силу натягу троса, якщо за перші 5 с. вантаж піднявся на висоту 10 м. *Відповідь:*  $T = 15,9$  кН.

Приклад 2. Гімнаст масою 78 кг виконує вправу “Сонце”, роблячи чотири оберти за 6 с. Приймаючи до уваги, що маса гімнаста зосереджена в його центрі тяжіння на відстані 1,2 м від перекладки і гімнаст обертається рівномірно, знайти силу, яку він повинен прикласти, щоб триматися за перекладину в найвищому і найнищому положеннях. *Відповідь:*  $T_1 = 606$  Н,  $T_2 = 2140$  Н.

Приклад 3. Вантаж масою  $m$  піднімається за допомогою троса, який намотується на барабан лебідки. Знайти силу натягу тросу, якщо барабан радіусом  $R$  обертається з кутовим прискоренням  $\varepsilon$ . *Відповідь:*  $T = m(g + \varepsilon R)$ .

Приклад 4. Знайти найменший радіус “мертвої петлі”, яку виконує літак, якщо він рухається з постійною швидкістю  $V$ , а допустиме для організму навантаження не повинно перевищувати чотирикратну вагу льотчика.

Відповідь:  $R = V^2 / 3g$  .

Таблиця 3.1. Дані для розрахунку

Номер прикладу	Маса	Рівняння руху		Час	Відповідь	
	m	x	y	t <sub>1</sub>	F <sub>0</sub>	F <sub>1</sub>
	кг	м		с	Н	Н
1	2	3	4	5	6	7
1	5	4cost	2-2sint	$\pi/4$	20	15,8
2	2	$2t^2+3$	4t	1	20	20
3	5	2cos2t	4sint	$\pi/2$	40	44,7
4	2	2t	$4t^2$	1	16	16
5	1	3sin2t	4cos2t	$\pi/2$	16	16
6	9	$4\sin\frac{\pi t}{3} - 3$	$2\cos\frac{\pi}{3}t$	$\frac{3}{2}$	19,74	39,48
7	2	$2\sin\frac{\pi t}{2}$	$2\cos\frac{\pi}{2}t$	$\frac{1}{2}$	9,87	9,87
8	5	$2t^2$	$-\frac{1}{3}t^3$	$\sqrt{2}$	20	24,5
9	$\sqrt{2}$	$t^2-1$	$1-t^2$	2	4	4
10	0,5	2t	$4t^3-2$	1	0	12
11	2	t-sint	1-cost	$\frac{3}{4}\pi$	2	2
12	1	t	$\sin\pi t^2$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	6,28	19,7
13	2	$2e^t$	$e^{-t}$	1	4,48	10,9
14	2	sin2t	cost	$\frac{\pi}{3}$	2	7
15	1	$t^2$	$e^{t^2}$	1	2,83	16,4
16	2	t	$\frac{1}{1+t^2}$	1	4	1
17	2	t	$e^{-t^2}$	1	4	1,47
18	1	t	$-\frac{1}{2}t^2+2t+1$	2	1	1
19	5	$\frac{1}{2}t^3$	$t^2$	2	10	31,6
20	2	-2t-2	$\frac{2}{t+1}$	1	8	1
21	1	tg t	$\cos^2 t$	$\pi/4$	2	4

Приклад 5. Матеріальна точка масою  $m$  рухається по колу радіусом  $r$  згідно рівняння  $S = re^{2t}$ . Знайти величину рівнодійної сил, прикладених до точки, як функцію часу. *Відповідь:*  $F = 4mre^{2t} \sqrt{1 + e^{4t}}$ .

### Лабораторна робота 2. Другий закон динаміки

### Laboratory work 2. The second law of dynamics

При розв'язуванні другої задачі динаміки рекомендуємо притримуватись такої схеми:

1. Вибрати систему відліку, якщо вона не вказана в умові задачі.
2. Зобразити точку в проміжному положенні.
3. Показати на рисунку всі активні сили і сили реакцій в'язей.
4. Записати початкові умови руху точки.
5. Скласти диференціальні рівняння руху точки в проєкціях на вибрані координатні осі.
6. Проінтегрувати систему диференціальних рівнянь з врахуванням початкових умов задачі.

*Приклад 1.* Під дією постійної сили в 40 Н матеріальна точка масою 2 кг рухається в горизонтальній площині прямолінійно. Знайти рівняння руху точки, якщо в початковий момент часу її швидкість була 3 м/с і знаходилась вона в точці з координатою 2 м.

$m=2$  кг;  $F=40$  Н;  $x_0=2$  м;  $V_0=3$  м/с.  $x=f(t)$ —?

В точці  $O$  виберемо початок координат.

Вісь  $OX$  напрямлено по вектору швидкості (рис. 4.11). Зобразимо точку  $M$  в проміжному положенні. На цю точку діє сила тяжіння  $m\vec{g}$ , реакція опори  $\vec{N}$  і активна сила  $\vec{F}$ . Запишемо основний закон руху матеріальної точки в нашому випадку:

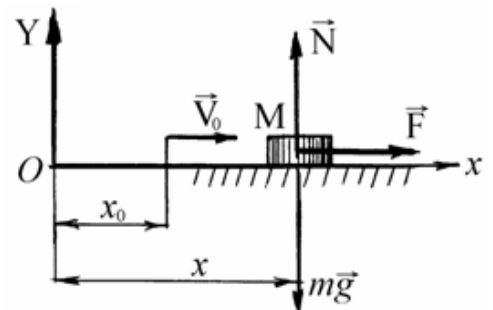


Рис. 4.11. До прикладу 1

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}. \quad (1)$$

Спроекуємо вираз (1) на вісь  $OX$ :

$$ma = F. \quad (2)$$

Враховуючи те, що прискорення  $a=dV/dt$ , вираз (2) матиме вигляд

$$m \frac{dV}{dt} = F.$$

Змінними величинами є час і швидкість. Відокремимо ці змінні і проінтегруємо:

$$m dV = F dt, \quad \int m dV = \int F dt, \quad mV = 40t + C_1. \quad (3)$$

$C_1$  - постійна інтегрування. Для її знаходження треба використати початкові умови. Початкові умови:  $t=0$ ,  $V = V_0$ ,  $x = x_0$ . (4)

Підставимо початкові умови (4) в вираз (3):

$mV_0 = 0 + C_1$ ,  $C_1 = mV_0$ . Тоді вираз (3) набуде вигляду:

$$mV = mV_0 + 40t. \quad (5)$$

Враховуючи, що швидкість  $V = \frac{dx}{dt}$ , вираз (5) перепишемо у вигляді:

$$m \frac{dx}{dt} = mV_0 + 40t.$$

Змінними величинами в цьому випадку є час  $t$  і координата  $x$  точки  $M$ . Відокремимо ці змінні і проінтегруємо:

$$m dx = mV_0 dt + 40t dt, \quad m \int dx = mV_0 \int dt + 40 \int t dt.$$

$$mx = mV_0 t + 20t^2 + C_2. \quad (6)$$

Для знаходження постійної інтегрування  $C_2$  підставимо початкові умови (4) у вираз (6):

$$mx_0 = 0 + 0 + C_2, \quad C_2 = mx_0.$$

Підставимо  $C_2$  у вираз (6).

Остаточно одержимо

$$x = x_0 + V_0 t + \frac{20}{m} t^2, \quad x = 2 + 3t + 10 t^2 \text{ м.}$$

*Приклад 2.* На матеріальну точку масою 2 кг діє сила, проекції якої на координатні осі:  $F_x = 4t^2 \text{ Н}$ ,  $F_y = 6 \text{ Н}$ ,  $F_z = 0$ . Знайти рівняння руху точки, якщо вона вийшла з початку координат з швидкістю, проекції якої на координатні осі рівні:  $V_{0x}=0$ ;  $V_{0y}=4 \text{ м/с}$ ,  $V_{0z}=3 \text{ м/с}$ , (рис 4.12).

$$m = 2 \text{ кг}; \quad F_x = 4t^2; \quad F_x = 4t^2 \text{ Н}; \quad F_y = 6 \text{ Н}; \quad F_z = 0.$$

$$x = f_1(t); \quad y = f_2(t); \quad z = f_3(t).$$

Запишемо початкові умови:

$$t = 0 \quad \begin{cases} x = 0 & (a) \\ y = 0 & (b) \\ z = 0 & (c) \\ \dot{x} = 0 & (d) \\ \dot{y} = V_{0y} = 4 & (e) \\ \dot{z} = V_{0z} = 3 & (f) \end{cases}$$

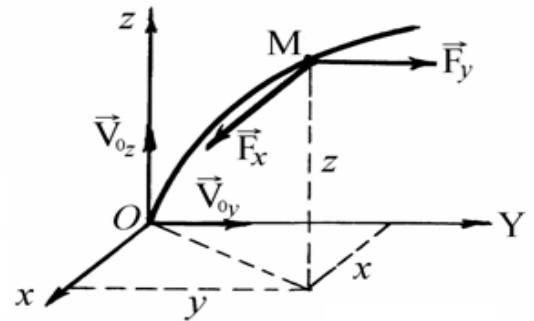


Рис. 4.12. До прикладу 2

Диференціальні рівняння матеріальної точки в даному випадку мають вигляд:

$$m \frac{dV_x}{dt} = F_x = 4t^2; \quad (1) \quad m \frac{dV_y}{dt} = F_y = 6; \quad (2) \quad m \frac{dV_z}{dt} = F_z = 0. \quad (3)$$

Щоб знайти рівняння руху точки, необхідно двічі проінтегрувати вирази (1)-(3).

Двічі проінтегруємо вираз (1)

$$dV_x = 2t^2 dt; \quad \int dV_x = 2 \int t^2 dt; \quad V_x = \frac{2}{3} t^3 + C_1.$$

Використовуючи початкову умову (d), маємо  $0=0+C_1$ ,  $C_1 = 0$ .

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{2}{3}t^3; dx = \frac{2}{3}t^3 dt; \quad \int dx = \frac{2}{3} \int t^3 dt; \quad x = \frac{2}{3 \cdot 4}t^4 + C_2.$$

Використовуючи початкову умову (а), маємо  $0=0+C_2$ ,  $\check{N}_2 = 0$ .

Рівняння руху точки відносно осі ОХ має вигляд:  $x = \frac{1}{6}t^4$ .

Двічі проінтегруємо вирази (2):

$$m \frac{dV_y}{dt} = F_y = 6. m \int dV_y = \int 6dt. V_y = 3t + C_1. 4 = 0 + C_1, C_1 = 4.$$

$$V_y = 3t + 4.$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = 3t + 4. dy = 3tdt + 4dt. \int dy = \int 3tdt + \int 4dt. y = \frac{3}{2}t^2 + 4t + C_2.$$

$$0 = 0 + 0 + C_2. C_2 = 0. y = \frac{3}{2}t^2 + 4t.$$

$$y = \frac{3}{2}t^2 + 4t, \quad z = 3t.$$

Для виразу (3) маємо

*Приклад 3.* На матеріальну точку масою  $m$  діє сила, яка змінюється за гармонічним законом  $F=Asinkt$ , Н. Тут  $A$  і  $k$  – відомі величини. Знайти рівняння руху точки, якщо ця точка вийшла з початку координат без початкової швидкості (рис 4.13).

$m, F=Asinkt$ , Н.  $x=f(t)$ ?

Запишемо початкові умови :

$$t = 0, x = 0, \dot{x} = 0.$$

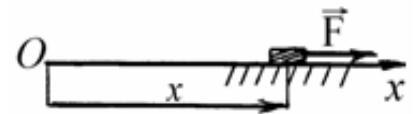


Рис. 4.12. До прикладу 3

Диференціальне рівняння руху матеріальної точки в проекції на вісь  $x$  має вигляд

$$m \frac{dV}{dt} = F, \text{ або } \frac{mdV}{dt} = A \sin kt.$$

Двічі проінтегруємо останній вираз

$$dV = \frac{A}{m} \sin kt \cdot dt; \int dV = \frac{A}{m} \int \sin kt \cdot dt; V = -\frac{A}{mk} \cos kt + C_1. \quad (1)$$

Підставимо початкову умову у вираз (1)  $0 = -\frac{A}{mk} + C_1. C_1 = \frac{A}{mk}$ .

Тоді вираз (1) набуде вигляду

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{A}{mk} - \frac{A}{mk} \cos kt. \quad (2)$$

Відокремимо змінні у виразі (2):

$$dx = \frac{A}{mk} dt - \frac{A}{mk} \cos ktdt.$$

Проінтегруємо останній вираз:

$$\delta = \frac{A}{mk} t - \frac{A}{mk^2} \sin kt + C_2.$$



Для знаходження постійної інтегрування  $C_2$  використаємо початкову умову:

$$0 = 0 - 0 + C_2; C_2 = 0.$$

Остаточно маємо наступне рівняння руху точки

$$x = \frac{A}{mk} \left( t - \frac{1}{k} \sin kt \right).$$

**Приклад 4.** Катер рухається по озеру з швидкістю 36 км/год. В деякий момент часу двигун вимикають і через хвилину швидкість катера зменшилась в десять разів. Знайти швидкість катера через дві хвилини, якщо сила опору руху катера пропорційна його швидкості. Який шлях пройшов катер до повної зупинки ?

$$V_0=10 \text{ м/с}, t_1=60 \text{ с}, t_2=120 \text{ с}, V_1=0,1 V, R=rV. V_2=? S=?$$

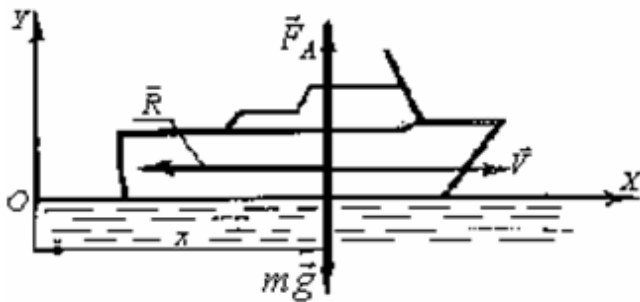


Рис. 4.13. До прикладу 4

Початок системи координат візьмемо в тій точці, де був вимкнений двигун (рис. 4.13.).

Запишемо початкові умови:

$$t = 0, x = 0, \dot{x} = V_0.$$

Покажемо всі сили, які діють на катер:  $\vec{mg}$  - сила тяжіння;

$\vec{F}_A$  - Архімедова сила;  $\vec{R}$  - сила опору

руху, яка напрямлена в протилежний бік швидкості катера.

Запишемо основний закон руху катера

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{F}_A + \vec{R}.$$

Спроекуємо цей векторний вираз на вісь x:  $ma_x = -R$ .

За умовою задачі  $R=kV$ . Тоді основний закон набуде вигляду

$$a_x = \frac{dV}{dt} = -\frac{k}{m} V. \quad (1)$$

Треба підкреслити, що коефіцієнт пропорційності  $k/m$  не відомий, і його потрібно буде знайти в процесі розв'язування задачі.

Відокремимо змінні величини в рівнянні (1):

$$\frac{dV}{V} = -\frac{k}{m} dt. \quad (2)$$

$$\text{Проінтегруємо вираз (2): } \int \frac{dV}{V} = -\frac{k}{m} \int dt. \ln V = -\frac{k}{m} t + C_1. \quad (3)$$

Підставимо в рівняння (3) початкові умови:  $\ln V_0 = C_1$ .

$$\text{Отже, рівняння (3) набуде вигляду } \ln V = \ln V_0 - \frac{k}{m} t. \quad (4)$$

Виконаємо деякі перетворення над виразом (4):

$$\ln V - \ln V_0 = -\frac{k}{m} t; \ln \frac{V}{V_0} = -\frac{k}{m} t; e^{-\frac{k}{m} t} = \frac{V}{V_0}.$$

$$\text{Остаточно } V = V_0 e^{\frac{k}{m}t}. \quad (5)$$

Рівняння (5) встановлює залежність швидкості катера від часу.

В момент часу  $t_1$  швидкість катера стала  $V_1$ , а в момент часу  $t_2$  - швидкість  $V_2$ . З рівняння (5):

$$V_1 = V_0 e^{\frac{k}{m}t_1}. \quad (6)$$

$$V_2 = V_0 e^{\frac{k}{m}t_2}. \quad (7)$$

Враховуючи те, що  $V_1 = 0,1V_0$ , з виразу (6) знайдемо невідому величину  $k/m$ .

$$\frac{1}{10}V_0 = V_0 e^{\frac{k}{m}t_1} = 10e^{\frac{k}{m}t_1}; \ln 1 = -\frac{k}{m}t_1 + \ln 10.$$

$$\ln 1 = 0; 0 = -\frac{k}{m}t_1 + \ln 10.$$

$$\text{Одержимо: } \frac{k}{m} = \frac{\ln 10}{t_1} = 0,038. \quad (8)$$

Підставимо вираз (8) у вираз(7):  $V_2 = V_0 e^{\frac{-t_2 \ln 10}{t_1}}$ .

При  $t_2 = 120$  с знайдемо швидкість  $V_2$  катера

$$V_2 = 0,1 \text{ м/с} = 0,36 \text{ км/год.}$$

Знайдемо шлях, який катер пройшов до повної зупинки. Для цього звернемось до виразу (1), в якому прискорення представимо у вигляді  $a_x = \frac{VdV}{dx}$

$$\frac{VdV}{dx} = -\frac{k}{m}V. \text{ Після відокремлення змінних одержимо } dV = -\frac{k}{m}dx.$$

Проінтегрувавши це рівняння, будемо мати :

$$V = -\frac{k}{m}x + C_2.$$

Використаємо початкові умови:  $x = 0, V = V_0$ .

$$\text{Тоді } C_2 = V_0. \text{ Маємо } V = V_0 - \frac{k}{m}x. \quad (9)$$

Коли катер зупинився, то  $V = 0$ , а  $x = s$  - є пройдений катером шлях.

З формули (9) одержимо

$$0 = V_0 - \frac{k}{m}s; s = \frac{V_0}{k/m} = \frac{10}{0,038} = 260 \text{ м.}$$

### Приклади для самостійного розв'язування другої задачі динаміки

Приклади 1-16. Матеріальна точка  $M$  масою  $m$  рухається під дією змінної сили  $\vec{F}$ , заданої її проекціями  $F_x$  і  $F_y$  на осі декартових координат.

Знайти траєкторію руху матеріальної точки за даними початковими умовами, а також вказати положення точки в початковий момент часу ( $t_0=0$ ) і момент часу  $t = t_1$ . Необхідні дані приведені в таблиці 3.2, в якій прийняті

наступні позначення:  $x_0, y_0$  і  $\dot{x}_0, \dot{y}_0$  – відповідно координати точки і проекції її швидкості на осі декартових координат в початковий момент часу. В таблиці 3.3 приведені відповіді до цих задач.

Таблиці 3.2. Дані для розрахунку прикладів 1-16

Номер прикладу	m, кг	$F_x$	$F_y$	Початкові умови				$t_1$
				$x_0$	$y_0$	$\dot{x}_0$	$\dot{y}_0$	
				м		м/с		
1	2	3	4	5	6	4	7	9
1	2	$4(e^{-t} + e^t)$	$8(e^{-t} + e^t)$	4	0	0	-8	1
2	4	$-\frac{16}{(1+t)^3}$	0	-2	-4	2	-4	1
3	1	$-16x$	$-16y$	2	0	0	16	$\pi/8$
4	4	$8e^{2t}$	$-8\dot{y}$	0,5	0,5	1	1	1
5	1	$6y$	4	0	0	0	0	2
6	1	$-\dot{x}$	4	1	0	1	0	1
7	4	0	$4e^{-t^2}(2t^2 - 1)$	0	0,5	2	0	1
8	4	0	$4e^{-t^2}(2t^2 - 1)$	0	0,5	2	0	1
9	$m$	$-k^2mx$	$-k^2my$	b	0	0	c	$\pi/2k$
10	4	$4\sin t$	$4\cos t$	0	0	0	0	$\pi$
11	1	$-4\sin 2t$	$-\cos t$	0	1	2	0	$\pi/4$
12	3	$6e^t$	$3e^{-t}$	2	1	2	-1	1
13	6	24	24t	1	2	0	0	3
14	2	$-4\dot{x}$	$8e^{2t}$	-0,5	1	1	2	0,5
15	$m$	$-4mx$	$-16my$	2	4	0	0	$\pi/2$
16	9	$-4\pi^2 \sin \frac{\pi}{3}t$	$-2\pi^2 \cos \frac{\pi}{3}t$	1	1	$4\pi/3$	0	3

*Приклад 1.* Коефіцієнт тертя лиж об сніг при русі лижника по схилу гори вниз  $f=0,1$ . Кут схилу  $60^\circ$ , а його довжина 100 м. Знайти час руху і швидкість лижника в кінці схилу, якщо на початку спуску вона дорівнювала нулю. Опором повітря знехтувати. *Відповідь:*  $t = 5$  с;  $V = 40$  м/с.

*Приклад 2.* Під яким кутом  $\alpha$  до горизонту потрібно вистрелити з гармати, поставленої в початку координат, щоб потрапити в ціль, координати якої  $x = 1$  км,  $y = 0,5$  км, якщо початкова швидкість снаряду  $V_0 = 1000$  м/с? Опором повітря знехтувати. Вісь  $Oy$  напрямлена вгору. *Відповідь:*  $\alpha = 26^\circ 50'$ .

*Приклад 3.* Потяг загальною масою трухається по прямолінійному горизонтальному шляху і має на початку гальмування швидкість  $V_0$ . Знайти

силу гальмування, вважаючи її постійною, якщо довжина гальмівної ділянки шляху дорівнює  $S$ . *Відповідь:*  $R = mV_0^2 / 2S$ .

Таблиця 3.3. Відповіді до прикладів 1-16

Номер задачі	Рівняння траєкторії	Інтервал	Номер задачі	Рівняння траєкторії	Інтервал
1	Парабола $y = \frac{1}{9}x^2 - 2$	$-6 \leq x \leq 6$	9	Еліпс $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{(c/k)^2} = 1$	
2	Гіпербола $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{64} = 1$	$4 \leq x \leq \infty$ $-\infty < y \leq 0$	70	Циклоїда $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$	$0 \leq x < \infty$
3	Гіпербола $xy = 8$	$-2 \leq x < 0$	11	$x^2 = 4y^2(1 - y^2)$	$-1 \leq x \leq 1$
4	Еліпс $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$		12	Гіпербола $y = \frac{2}{x}$	$2 \leq x < \infty$
5	Гіпербола $y = 1 - \frac{1}{4x}$	$0,5 \leq x < \infty$	13	Напівкубічна парабола $72(y - 2)^2 = (x - 3)^3$	$1 \leq x < \infty$
6	Парабола $y^2 = 4x$	$0 \leq x < \infty$	14	Гіпербола $xy = -0,5$	$-0,5 \leq x < 0$
7	$y = 2 \ln^2(2 - x)$	$1 \leq x < 2$	15	Парабола $y = 2x^2 - 4$	$-2 \leq x \leq 2$
8	Крива Гауса $y = \frac{1}{2}e^{-\frac{x^2}{4}}$	$0 \leq x < \infty$	16	Еліпс $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$	

*Приклад 4.* Сила тяги гвинта вертольота масою  $m$  при його вертикальному підйомі в 1,5 рази більша його ваги. Опір повітря виражається формулою:  $R = kSV$ . Тут  $k$  – постійна,  $S$  – площа поперечного перерізу. Яка максимально можлива швидкість вертольота? *Відповідь:*  $V_{\max} = mg/(2kS)$ .

*Приклад 5.* На матеріальну точку масою  $m$ , яка рухається в горизонтальній площині  $xOy$ , діє сила, проекції якої на координатні осі дорівнюють:  $F_x = -2m \cos t$ ;  $F_y = -2m \sin t$ . Знайти рівняння траєкторії руху точки, якщо в початковий момент часу  $x = 4$  м;  $y = 3$  м;  $V_x = 0$ ;  $V_y = 2$  м/с.

*Відповідь:*  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$ .

## МОДУЛЬ 2. МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ MODULE 2. MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES

### Лабораторна робота 1. Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів із прокатної сталі

## Laboratory work 1. Determination of geometric characteristics of flat asymmetric sections of rolled steel

Конструкція, яка складається зі швелера №24 та нерівностороннього кутника №14/9, зображено на рис. 2.1.

Необхідно визначити координати центральної конструкції ( $x_c$ ;  $y_c$ ), осеві моменти інерції ( $J_x$ ;  $J_y$ ), відцентрові моменти інерції ( $J_{xc}$ ,  $J_{yc}$ ).

1. Виконуємо креслення перерізу на міліметровому папері з вказанням розмірів, показуємо осі.

2. Випишуємо дані з сортаменту, приводимо значення розмірів профілів до одних одиниць виміру.

Швелер [ №24:  
 $h=240$  мм = 24 см  
 $b=90$  мм = 9 см  
 $d=5,6$  мм = 0,56 см  
 $t=10$  мм = 0,1 см  
 $F=30,6$  см<sup>2</sup>  
 $J_x=2900$  см<sup>4</sup>  
 $J_y=208$  см<sup>4</sup>  
 $Z_0=2,42$  см

Нерівнобокий кутник L №14/9:  
 $B=140$  мм = 14 см  
 $b=90$  мм = 9 см  
 $d=10$  мм = 1 см  
 $F=22,2$  см<sup>2</sup>  
 $J_x=444$  см<sup>4</sup>  
 $J_y=146$  см<sup>4</sup>  
 $J_{Umin}=85,5$  см<sup>4</sup>  
Кут нахилу осі U,  $\text{tg } \alpha=0,409$   
 $X_0=2,12$  см  
 $Y_0=4,58$  см  
 $\alpha=22,15^\circ$

3. Запишемо координати центра ваги кожної фігури відносно осей порівняння.

Прийmemo координати центра ваги швелера за початок відліку (точка  $C_2$ ), тоді координати центра ваги кутника будуть знаходитись в точці  $C_1$ .

$$C_1 \{ X_1 = B - Z_0 - Y_0 = 14 - 2,42 - 4,58 = 7 \text{ см}; C_2 \{ X_2 = 0;$$

$$Y_1 = h/2 + X_0 = 24/2 + 2,12 = 14,12 \text{ см.} \quad Y_2 = 0.$$

4. Визначаємо координати центра ваги всього перерізу за формулами:

$$X_c = \frac{\sum S_{Y_i}}{\sum F}; \quad Y_c = \frac{\sum S_{X_i}}{\sum F}.$$

Обчислюємо значення статичних моментів площі:

$$S_{X_1} = Y_1 \cdot F_1 = 14,14 \cdot 22,2 = 313,4 \cdot \text{см}^3; \quad S_{X_2} = Y_2 \cdot F_2 = 0.$$

$$S_{Y_1} = X_1 \cdot F_1 = 722,2 \cdot 22,2 = 155,4 \cdot \text{см}^3; \quad S_{Y_2} = X_2 \cdot F_2 = 0.$$

Розрахуємо координати центра ваги за формулами:

$$X_c = \frac{\sum S_{Y_i}}{\sum F} = \frac{155,5}{22,2 + 30,6} = \frac{155,5}{52,8} = 2,94 \text{ см.}$$

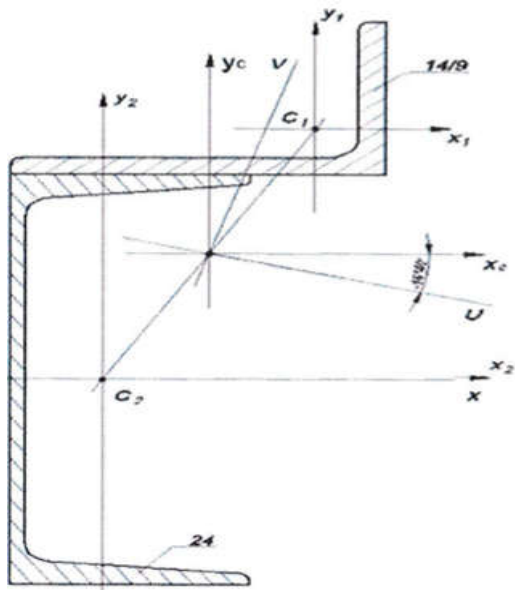


Рис. 2.1. Плоский несиметричний переріз прокатної сталі

$$J_{X_1 Y_1} = \frac{J_{\text{MAX}} - J_{\text{MIN}}}{2} \sin 2\alpha_0.$$

$$J_{\text{MAX}} = J_{X_1} + J_{Y_1} - J_{\text{MIN}} = 444 + 146 - 85,5 = 504,4 \text{ см}^4.$$

$$J_{X_1 Y_1} = \frac{504,4 - 85,5}{2} \sin 22,15^\circ = 146,7 \text{ см}^4.$$

$$J_{X_c Y_c} = 146,7 + 22,2 \cdot 4,06 \cdot 8,18 + 30,6 \cdot 2,94 \cdot (-5,94) = 1417,3 \text{ см}^4.$$

7. Визначаємо кут нахилу головних центральних осей перерізу відносно центральних осей  $X_c, Y_c$ :

$$\text{tg} 2\alpha = \frac{2J_{X_c Y_c}}{J_{Y_c} - J_{X_c}} = \frac{2 \cdot 1417,3}{1282,4 - 5607,6} = -0,66;$$

$$2\alpha = -33^\circ 20'; \alpha = 16^\circ 40'.$$

Оскільки  $J_{X_c} > J_{Y_c}$ , то  $J_U$  буде максимальним.

8. Визначаємо головні моменти інерції:

$$J_{\frac{\text{MAX}}{\text{MIN}}} = J_{\frac{U}{V}} = \frac{J_{X_c} + J_{Y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_{X_c} - J_{Y_c})^2 + 4J_{X_c Y_c}^2};$$

$$J_{\frac{U}{V}} = \frac{5607,6 + 1282,4}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(5607,6 - 1282,4)^2 + 4 \cdot 1417,3^2} = 3445 \pm 2585,65.$$

$$J_U = J_{\text{MAX}} = 60306 \text{ см}^4; J_M = J_{\text{MIN}} = 8594 \text{ см}^4.$$

Після виконання всіх необхідних розрахунків виконується перевірка правильності виконання задачі.

На першому етапі перевірки повинна виконуватись рівність:

$$Y_c = \frac{\sum S_{X_1}}{\sum F} = \frac{313,4}{22,2 + 30,6} = \frac{313,4}{52,6} = 5,94 \text{ см.}$$

5. Запишемо координати центра ваги відносно центральних осей  $X_c, Y_c$ :

$$C_1 \begin{cases} X_{C_1} = X_1 - X_c = 7 - 2,94 = 4,06 \text{ см}; \\ Y_{C_1} = Y_1 - Y_c = 14,12 - 5,94 = 8,18 \text{ см.} \end{cases}$$

$$C_2 (X_{C_2} = 2,94 \text{ см}; Y_{C_2} = -5,94 \text{ см.})$$

7. Визначаємо центральні інерції всього перерізу, а також відцентрові моменти інерції:

$$\begin{aligned} J_{Y_c} &= J_{Y_1} + F_1 \cdot (X_{C_1})^2 + J_{Y_2} + F_2 \cdot (X_{C_2})^2 = \\ &= 444 + 22,2 \cdot (4,06)^2 + 209 + 30,6 \cdot (2,94)^2 = \\ &= 1282,4 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

$$J_{X_c Y_c} = J_{X_1 Y_1} + F_1 \cdot X_{C_1} \cdot Y_{C_1} + J_{X_2 Y_2} +$$

$$F_2 \cdot X_{C_2} \cdot Y_{C_2}; J_{X_2 Y_2} = 0.$$

$$J_{X_c} + J_{Y_c} = J_U + J_V.$$

Підставляємо числові значення у формулу, отримуємо результат:  
 $5607,6 + 1282,4 = 6030 + 859,4 \text{ см}^4.$

В ході другої частини перевірки повинна виконуватись наступна рівність:

$$J_{UV} = 0; J_{UV} = \frac{J_{X_c} - J_{Y_c}}{2} \sin 2\alpha + J_{X_c Y_c} \cos 2\alpha.$$

Підставляємо числові значення в формулу:

$$J_{UV} = \frac{5607,6 - 1282,4}{2} (-0,55) + 1417,3 \cdot 0,836 = -1189,9 + 1184,9 = 0.$$

Також необхідно обчислити похибку розрахунків

$$\Delta = \left| \frac{-1189,9 + 1184,9}{1184,9} \right| \cdot 100\% = 0,40\%.$$

Значення похибки допускається до 5 %.

Таким чином, ми визначили значення для даного перерізу всіх заданих невідомих величин.

Відповідь:  $J_{X_c} = 5607,6 \text{ см}^4$ ;  $J_{Y_c} = 128 \text{ см}^4$ ;  $J_{X_c Y_c} = 1417,3 \text{ см}^4$ ;  $\alpha = 16^\circ 40'$ .

## Лабораторна робота 2. Визначення геометричних характеристик плоскості несиметричної перерізу

### Laboratory work 2. Determination of geometric characteristics of plane asymmetric section

Задано плоский несиметричний переріз із зміщеним центром ваги.

Переріз складається з прямокутника, висота якого  $h = 40 \text{ мм}$ , ширина  $b = 80 \text{ мм}$  та вирізаного напівкола діаметром  $d = 20 \text{ мм}$ .

Необхідно

знайти: координати центра ваги конструкції ( $X_c$ ,  $Y_c$ );  
 осеві моменти інерції ( $J_{X_c}$ ,  $J_{Y_c}$ );  
 моменти опору перерізу ( $W_{X_c}$ ,  $W_{Y_c}$ );  
 радіуси інерції ( $i_{X_c}$ ,  $i_{Y_c}$ ).

1. Маємо переріз у вигляді простих фігур: прямокутника зі сторонами  $40 \text{ мм}$  і  $80 \text{ мм}$ , виріз якого є на півколо з діаметром  $20 \text{ мм}$ , центр якого знаходиться на відстані  $0,212 d$  від краю прямокутника (рис. 2.2).

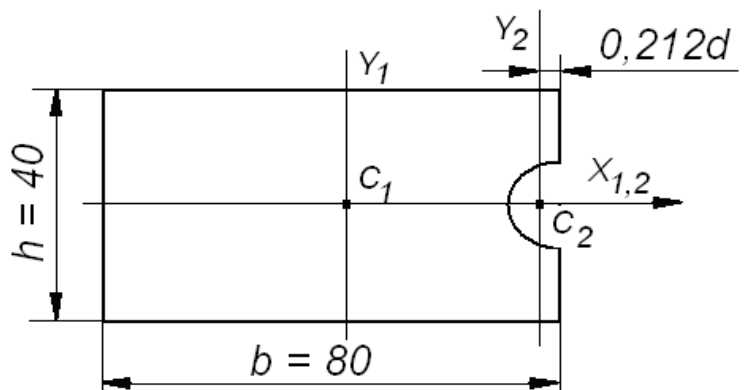


Рис. 2.2. Плоский несиметричний переріз

2. Виконуємо креслення перерізу на міліметровому папері, вказуємо розміри та позначаємо осі.

Здійснюємо переведення одиниць виміру, отримуємо:

$h = 4 \text{ см}$ ,  $b = 8 \text{ см}$ ,  $d = 2 \text{ см}$ .

3. Визначаємо величину площі кожної фігури:

$$F_1 = b h = 8 \cdot 4 = 32 \text{ см}^2; F_2 = \frac{\pi d^2}{8} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{8} = 1,57 \text{ см}^2.$$

Для вирізаного напівкола значення площі  $F_2$  та осьових моментів інерції  $J_{xc}$ ,  $J_{yc}$  приймаємо як від'ємне.

4. Визначаємо координати центральних вершин кожної з фігур:

$$C_1 [X_1 = 0; Y_1 = 0]$$

$$C_2 \left[ X_2 = \frac{b}{2} - 0,212d = 3,576 \text{ см}; Y_2 = 0 \right].$$

5. Визначаємо координати центру ваги складної фігури за формулами:

$$Y_c = \frac{\sum S_x}{\sum F}; X_c = \frac{\sum S_y}{\sum F}.$$

Невідомими є статичні моменти площі  $S_{x1}$ ,  $S_{x2}$ ,  $S_{y1}$ ,  $S_{y2}$ :

$$S_{x1} = F_1 \cdot Y_1 = 0; S_{x2} = F_2 \cdot Y_2 = 0; S_{y1} = F_1 \cdot X_1 = 0;$$

$$S_{y2} = F_2 \cdot X_2 = (-1,57) \cdot 3,576 = -5,614 \text{ см}^2.$$

Підставляємо значення статичних моментів площі у формулу координат центра ваги, отримуємо:

$$Y_c = \frac{\sum S_x}{\sum F} = \frac{0}{32 - 1,57} = 0; X_c = \frac{\sum S_y}{\sum F} = \frac{-5,614 + 0}{32 - 1,57} = -0,185 \text{ см}.$$

Координати центра ваги всієї конструкції наведено на рис.2.3.

6. Запишемо координати центрів ваги простих фігур відносно координат центра ваги осей всієї конструкції ( $X_c$ ,  $Y_c$ ).

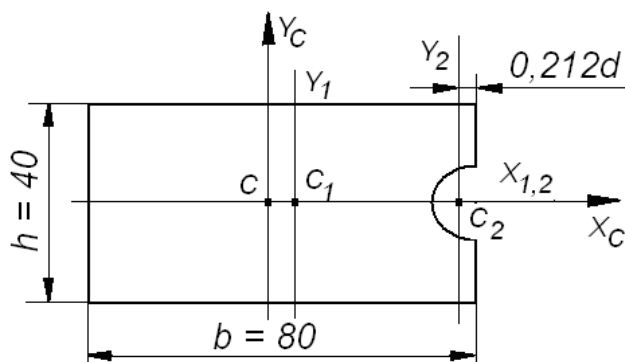


Рис. 2.3. Координати центра ваги всієї конструкції

$$C_1 \left[ \begin{array}{l} X_1 = -X_c = -(-0,185) = 0,185; \\ Y_1 = -Y_c = 0. \end{array} \right]$$

$$C_2 \left[ \begin{array}{l} X_2 = X_2 - X_c = 3,576 - (0,185) = 3,761 \text{ см}; \\ Y_2 = -Y_c = 0. \end{array} \right] 7.$$

Запишемо власні моменти інерції кожної фігури.

Для прямокутника осьові моменти інерції визначаються за формулами:

$$J_{x1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{8 \cdot 4^3}{12} = 42,6 \text{ см}^4;$$

$$J_{y1} = \frac{hb^3}{12} = \frac{4 \cdot 8^3}{12} = 170,6 \text{ см}^4.$$

Для напівкола осьові моменти інерції приймаються від'ємними:

$$J_{x2} = -0,393 \cdot R^4 = -0,393 \cdot 1^4 = -0,390 \text{ см}^4.$$

$$J_{y2} = -0,11 \cdot R^4 = -0,11 \cdot 1^4 = -0,110 \text{ см}^4.$$



8. Визначаємо центральні моменти інерції всього перерізу:

$$J_x = J_{xc} = J_{x1} + F_1 \cdot (Y_{C1})^2 + J_{x2} + F_2 \cdot (Y_{C2})^2 = \\ = 42,6 + 32 \cdot 0 + (-0,393) + (-1,57) \cdot 0 = 42,2 \text{ см}^4.$$

$$J_y = J_{yc} = J_{y1} + F_1 \cdot (X_{C1})^2 + J_{y2} + F_2 \cdot (X_{C2})^2 = \\ = 170,6 + 32 \cdot 0,185^2 + (-0,110) + (-1,57) \cdot 3,761^2 = \\ = 170,6 + 1,0952 - 1,57 - 22,208 = 147,92 \text{ см}^4.$$

9. Визначаємо моменти опору перерізу.

Максимальна відстань від центра ваги по осі буде  $Y_{\max} = 2 \text{ см}$ , по осі  $x$   $X_{\max} = 4 \text{ см}$ .

$$W_x = \frac{J_{xc}}{Y_{\max}} = \frac{42,2}{2} = 21,1 \text{ см}^3; W_y = \frac{J_{yc}}{X_{\max}} = \frac{147,92}{4} = 36,98 \text{ см}^3.$$

10. Визначаємо радіуси інерції за формулами:

$$i_{xc} = \sqrt{\frac{J_{xc}}{F}}; i_{yc} = \sqrt{\frac{J_{yc}}{F}}.$$

Обчислюємо сумарну площу всього перерізу:

$$\sum F = F_1 + (-F_2) = 32 + (-1,57) = 30,43 \text{ см}^2.$$

$$i_{xc} = \sqrt{\frac{42,2}{30,43}} = 1,175 \text{ см}; i_{yc} = \sqrt{\frac{147,92}{30,43}} = 2,205 \text{ см}.$$

Таким чином, ми визначили для заданого перерізу значення всіх невідомих величин:

центральні моменти інерції всього перерізу

$$J_{xc} = 42,2 \text{ см}^4; J_{yc} = 147,92 \text{ см}^4.$$

момент опору перерізу

$$W_x = 21,1 \text{ см}^3; W_y = 36,98 \text{ см}^3.$$

радіуси інерції  $i_{xc} = 1,175 \text{ см}; i_{yc} = 2,205 \text{ см}$ .

### Лабораторна робота 3. Кручення

### Laboratorywork 3. Torsion

Ступінчастий сталевий брус круглого поперечного перерізу жорстко

защемлений одним кінцем і навантажено так, як показано на рис. 2,4, а. Побудувати епюри крутних моментів, дотичних напружень і кутів повороту поперечних перерізів. Перевірити міцність бруса при  $[\tau]=60$  МПа. Приймаємо для сталі  $G=8 \cdot 10^4$  МПа.

$T_1=1$  кН·м,  $T_2=2$  кН·м,  $T_3=4$  кН·м;  $d_1=60$  мм,  $d_2=50$  мм,  $d_3=80$  мм;  $A=400$  мм.

*Розв'язання.*

1. Побудова епюри крутних моментів.

Епюру крутних моментів будемо, починаючи від вільного (лівого) кінця, що дозволяє не визначати реактивний момент у защемленні. Проводимо довільний переріз  $a-a$  на ділянці АВ. Складаємо для частини бруса зліва від перерізу  $a-a$  (рис. 2,4, б) рівняння рівноваги  $\sum M_i=0$  і одержимо

$$T_{KE}=T_1=-1 \text{ кНм.}$$

Згідно прийнятого правила знаків вважаємо момент  $T_{K1}$  від'ємним. Крутний момент зберігає постійне значення в усіх перерізах ділянок АВ і ВС. Для інших ділянок знаходимо крутні моменти як алгебраїчну суму зовнішніх моментів, прикладених по один бік (в даному випадку лівий) від перерізу. Епюру  $M_K$  зображено на рис 2.4, в.

2. Побудова епюри дотичних напружень.

Для знаходження небезпечного перерізу будемо епюру максимальних дотичних напружень, користуючись формулою

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_p},$$

де  $W_p$  -полярний момент опору перерізу,  $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$ .

$$\text{Ділянка АВ } \tau_{\max_{AB}} = \frac{16T_{K1}}{\pi d_1^3} = \frac{16(-1 \cdot 10^3)}{3,14(60 \cdot 10^{-3})^3} = -23,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = -23,6 \text{ МПа}$$

$$\text{Ділянка ВС } \tau_{\max_{AB}} = \frac{16T_{K2}}{\pi d_2^3} = \frac{16(-1 \cdot 10^3)}{3,14(50 \cdot 10^{-3})^3} = -40,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = -40,8 \text{ МПа.}$$

$$\text{Для ділянки CD } \tau_{\max_{CD}} = \frac{16T_{K3}}{\pi d_2^3} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14(50 \cdot 10^{-3})^3} = 81,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 81,6 \text{ МПа.}$$

$$\text{Ділянка DK } \tau_{\max_{DK}} = \frac{16T_{K3}}{\pi d_2^3} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 10^3}{3,14(80 \cdot 10^{-3})^3} = 19,9 \cdot 10^6 \text{ Па} = 19,9 \text{ МПа.}$$

$$\text{Ділянка KL } \tau_{\max_{DK}} = \frac{16T_{K4}}{\pi d_2^3} = \frac{16 \cdot 3 \cdot 10^3}{3,14(80 \cdot 10^{-3})^3} = 29,9 \cdot 10^6 \text{ Па} = 29,9 \text{ МПа.}$$

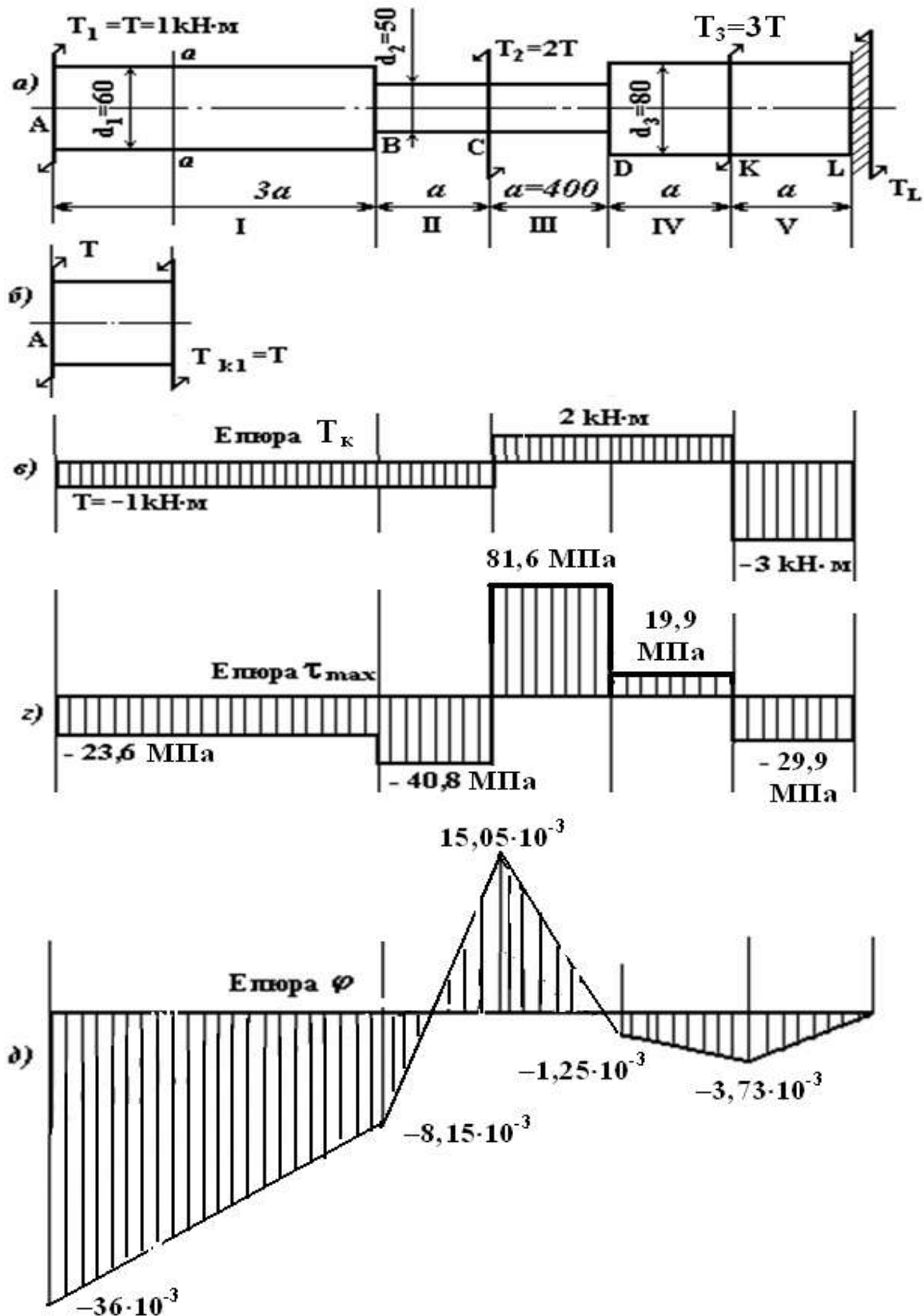


Рис. 2.4. Епюри крутних моментів

дотичного напруження при розрахунку на міцність не має значення і прийнятий напрям ординат епюри умовний.

Епюра  $\tau_{max}$  вказує, що небезпечними виявились поперечні перерізи ділянок

BC і CD.

Умова міцності  $\tau_{\max} = 81,6 \text{ МПа} > [\tau] = 60 \text{ МПа}$  не виконується.

3. Побудова епюри кутів повороту поперечних перерізів.

Епюру кутів повороту будемо, починаючи від защемленого кінця бруса. Ординати цієї епюри у вибраному масштабі дають величини кутів повороту відповідних поперечних перерізів бруса. Епюра будується цілком аналогічно епюрі лінійних переміщень.

В межах кожної з ділянок бруса епюра лінійна, тому достатньо визначити кути повороту тільки для граничних перерізів ділянок.

В защемлені  $\varphi=0$ .

Кут повороту  $\varphi_K$  перерізу K дорівнює куту закручування ділянки KL

$$\varphi_{KL} = \frac{T_{K5}^a}{GJ_{p5}} = -\frac{3,0 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^4 \frac{3,14 \cdot 0,08^4}{32}} = -3,73 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Кут повороту перерізу D відносно перерізу K дорівнює куту закручування

$$\text{ділянки DK } \varphi_{DK} = \frac{T_{K4}^a}{GJ_{p4}} = \frac{2,0 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^4 \frac{3,14 \cdot 0,08^4}{32}} = 2,48 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Абсолютний кут повороту перерізу D відносно защемлення дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування ділянок KL і DK. Таким чином, ордината епюри  $\varphi_D$  у перерізі D дорівнює

$$\varphi_D = \varphi_{KL} + \varphi_{DK} = (-3,73 + 2,48) \cdot 10^{-3} = -1,25 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Кут повороту перерізу C відносно перерізу D дорівнює куту закручування ділянки CD

$$\varphi_{CD} = \frac{T_{K3}^a}{GJ_{p3}} = \frac{2,0 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^4 \frac{3,14 \cdot 0,05^4}{32}} = 16,30 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Абсолютний кут повороту перерізу C відносно защемлення дорівнює алгебраїчній сумі кутів закручування ділянок KL, DK і CD. Ордината епюри  $\varphi_C$  в перерізі C

$$\varphi_C = \varphi_{KL} + \varphi_{DK} + \varphi_{CD} = (-3,73 + 2,48 + 16,30) \cdot 10^{-3} = 15,05 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Кут повороту перерізу B відносно перерізу C дорівнює куту закручування ділянки CB

$$\varphi_{BC} = \frac{T_{K2}^a}{GJ_{p2}} = \frac{-1,0 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^4 \frac{3,14 \cdot 0,05^4}{32}} = -8,15 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Кут повороту перерізу A відносно перерізу B дорівнює куту закручування ділянки AB

$$\varphi_{AB} = \frac{T_{K_1} 3a}{GJ_{P1}} = \frac{-3,1,0 \cdot 10^3 \cdot 3,0,4}{8 \cdot 10^4 \frac{3,14 \cdot 0,06^4}{32}} = -36,00 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

Епюру  $\varphi$  наведено на рис. 2.2, д.

#### **Лабораторна 4. Поперечне згинання** **Laboratory 4. Transverse bending**

Для розв'язання задачі слід вивчити умову міцності при згинанні та правила побудови епюр поперечних сил і згинальних моментів:

1) зовнішня сила, яка прагне повернути елемент брусу відносно вибраного перерізу за годинниковою стрілкою, викликає в ньому додатну поперечну силу, і проти годинникової стрілки – від'ємну.

2) зовнішня сила (або момент), яка прагне вигнути елемент брусу відносно вибраного перерізу опуклістю униз (стиснуті волокна знаходяться зверху), викликає в ньому додатній згинальний момент, і від'ємний – у протилежному випадку.

3) якщо на ділянці балки (брусу) діє рівномірно розподілене навантаження  $q$ , то епюра  $Q_y$ -похила пряма лінія, а епюра  $M_{зг}$  – парабола.

4) якщо на ділянці балки навантаження  $q$  відсутнє, то епюра  $Q_y$  – пряма паралельна осі абсцис ( $Q_y = \text{const}$ ), а епюра моментів – похила пряма.

5) якщо на ділянці балки:

$Q_y > 0$ , то згинальний момент зростає (зліва направо);

$Q_y < 0$ , то згинальний момент спадає;

$Q_y = 0$ , то згинальний момент постійний (чисте згинання).

6) якщо поперечна сила, змінюючись за лінійним законом, проходить через своє нульове значення, то в точці, що відповідає цьому значенню, згинальний момент має екстремальне значення (мінімум або максимум).

7) під зосередженою силою на епюрі  $Q_y$  виникає "стрибок" на величину прикладеної сили, а на епюрі  $M_{зг}$  – різка зміна кута нахилу суміжних ділянок епюри (злам).

8) якщо розподілене навантаження  $q$  спрямоване униз, то парабола на епюрі моментів  $M_{зг}$  звернена опуклістю вверх, тобто "назустріч" навантаженню і навпаки.

9) там, де до балки прикладена зосереджена пара сил (момент), на епюрі  $M_{зг}$  виникає "стрибок" на величину моменту цієї пари. На епюрі  $Q_y$  це не позначається.

10) в перерізі на вільному кінці балки і в опорі згинальний момент дорівнює нулю, якщо там не прикладена зосереджена пара сил.

Для сталюї балки, навантаженої силою  $F$  і розподіленим навантаженням  $q$ , побудувати епюри поперечних сил  $Q_y$  і згинальних моментів  $M_{зг}$ . Визначити розміри прямокутного перерізу із співвідношенням сторін  $b/h=0,5$ . За умовою міцності добрати двотавровий переріз балки із сталі Ст3 за ГОСТ 8239-80, якщо допустиме напруження  $[\sigma] = 160$  МПа. Порівняти маси балок прямокутного перерізу і стандартного двотаврового профілю.

*Приклад.* Побудувати епюри  $Q_y$  і  $M_{зг}$  для двоопорної балки (рис. 2.5,а), якщо  $q=10\text{кН/м}$ ;  $l=1\text{м}$

*Розв'язання.*

1.Визначимо опорні реакції

$$\sum M_A = 0; \quad q \cdot 4a \cdot 2a + F_1 \cdot 4a - R_B \cdot 5a + M + F_2 \cdot 6a = 0, \quad R_B = \frac{24}{5}qa = 48\text{кН}.$$

$$\sum M_B = 0; \quad R_A \cdot 5a - q \cdot 4a \cdot 3a - F_1 \cdot a - M + F_2 \cdot a = 0; \quad R_A = \frac{11}{5}qa = 22\text{кН}.$$

Для перевірки вірності визначення реакцій складаємо суму проекцій усіх сил на вертикальну вісь:

$$R_A - q \cdot 4a - F_1 + R_B - F_2 = 0; \quad 22 - 40 - 20 + 48 - 1.$$

Одержана тотожність свідчить про те, що реакції опор  $R_A$  і  $R_B$  знайдено вірно.

2.Будуємо епюру поперечних сил, починаючи з лівого вільного кінця балки (рис. 2.3, б)

Ділянка АС. В перерізі, на відстані  $Z_1$  від опори А, поперечна сила (з урахуванням знаків)  $Q_I = R_A - q \cdot z_1$ .

Тобто поперечна сила змінюється за лінійним законом.

$$\text{Точка А (при } Z_1=0) Q_I = R_A = \frac{11}{5}q \cdot a = 22\text{кН}.$$

$$\text{Точка С зліва (при } Z_1=4a) Q_I = R_A - q \cdot 4a = -\frac{9}{5}q \cdot a = -18\text{кН}.$$

Відкладаємо одержані ординати у відповідних точках А та С і з'єднуємо їх прямою лінією. Знайдемо координату точки  $Z_0$ , у якій поперечна сила  $Q_I=0$  із

$$\text{виразу } Q_I = R_A - q \cdot z_0 = 0; \quad z_0 = \frac{11}{5}a = 2,2 \text{ м}.$$

Ділянка СВ.В перерізі, на відстані  $Z_2$  від опори А, поперечна сила

$$Q_{II} = R_A - q \cdot 4a - F_1.$$

$$\text{В точці С справа } Q_{II} = \frac{11}{5}qa - 4qa - 2qa = -\frac{19}{5}qa = -38 \text{ кН}.$$

Точка В зліва одержуємо те саме значення ( $-38 \text{ кН}$ ), відкладаємо знайдені ординати у відповідних точках епюри (С і В).

Ділянка ВД.Епюру на даній ділянці будемо будувати, починаючи з правого кінця балки. Проводимо переріз на відстані  $Z_3$  від точки Д. Поперечна сіла в цьому перерізі  $Q_{III} = F_2 = qa$ .

$$\text{Точка Д. } Q_{III} = qa = 10\text{кН}.$$

Точка В справа одержуємо те саме значення  $10 \text{ кН}$ .

3.Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 2.5,в)

Ділянка АС. В перерізі на відстані  $z_1$  від опори А згинальний момент (з урахуванням правила знаків)  $M_{ca} = R_A \cdot z_1 - qz_1 \cdot \frac{z_1}{2} = R_A z_1 - \frac{q}{2} z_1^2$ ,

тобто еюра має вигляд квадратичної параболи.

Для її побудови знайдемо значення моменту  $M_{зг}$  в точках А, Е та С і, відклавши по осі ординат, з'єднаємо плавною кривою

В точці А (при  $z_1 = 0$ )  $M_{зг} = 0$ .

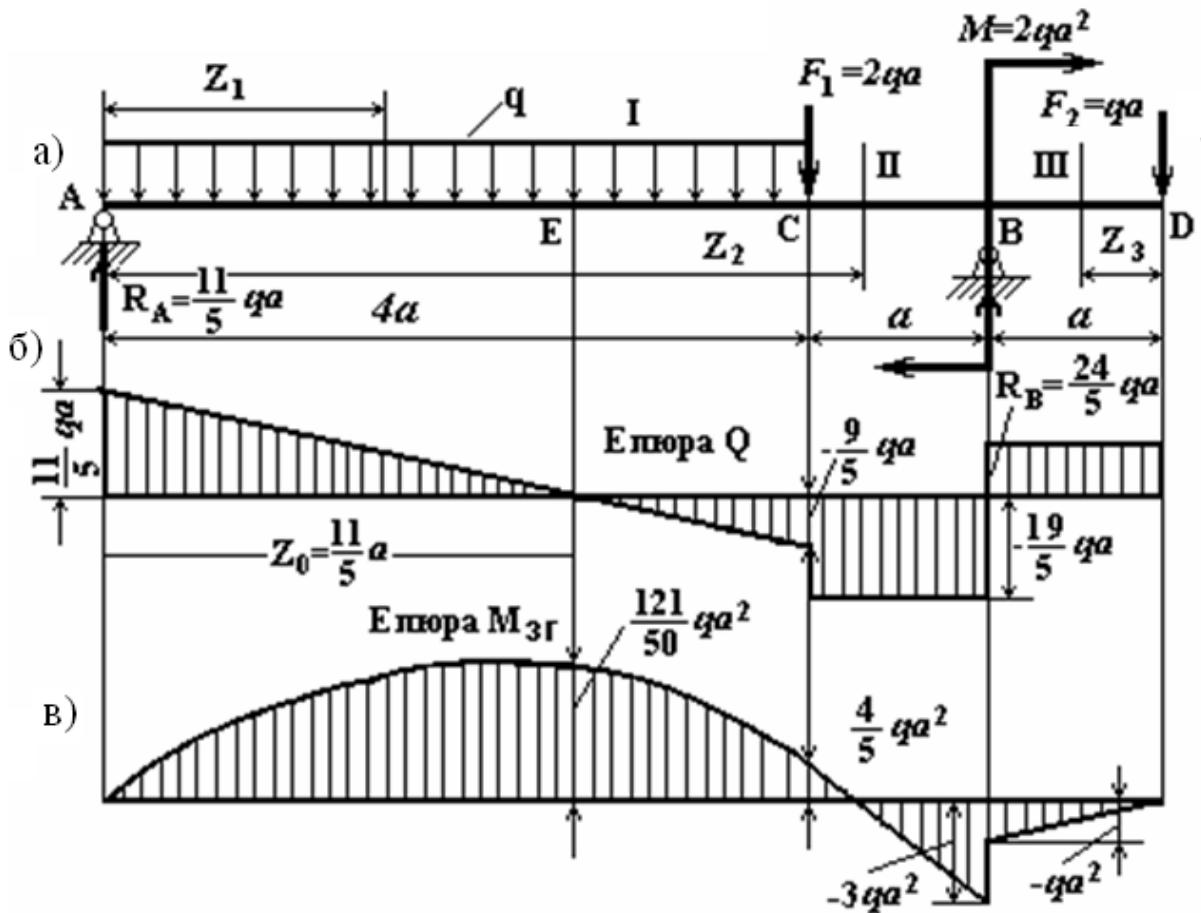


Рис. 2.5. Двохопірна балка

Точка Е (при  $z_1 = z_0 = \frac{11}{5}a$ )

$$M_{зг} = \frac{11}{5}qa \cdot \frac{11}{5}a - \frac{q}{2} \cdot \left(\frac{11}{5}a\right)^2 = \frac{121}{50}qa^2 = 24,2 \text{кН} \cdot \text{м}.$$

Точка С (при  $z_1 = 4a$ )  $M_{зг} = \frac{11}{5}qa \cdot 4a - \frac{q}{2} \cdot (4a)^2 = \frac{4}{5}qa^2 = 8 \text{кН} \cdot \text{м}.$

Ділянка СВ. В перерізі на відстані  $z_2$  від опори А, згинальний момент

$$M_{зг} = R_A \cdot z_2 - q \cdot 4a(z_2 - 2a) - F_1(z_2 - 4a),$$

тобто змінюється за лінійним законом.

Для побудови еюри на ділянці СВ визначимо значення згинального моменту в точках С і В (зліва), відкладемо їх по осі ординат і з'єднаємо прямою лінією.

Точка С (при  $z_2 = 4a$ ):

$$M_{зг} = \frac{11}{5}qa \cdot 4a - q \cdot 4a(4a - 2a) - 2qa(4a - 4a) = \frac{4}{5}qa^2 = 8 \text{кН} \cdot \text{м}.$$

Точка С зліва (при  $z_2 = 5a$ ):

$$M_{зг} = \frac{11}{5}qa \cdot 5a - q \cdot 4a(5a - 2a) - 2qa(5a - 4a) = -3qa^2 = -30\text{кН} \cdot \text{м}.$$

Ділянка ВD. Епюру згинальних моментів на ділянці ВD, з метою спрощення, будемо будувати, починаючи з правого кінця балки.

В перерізі на відстані  $z_3$  від точки D згинальний момент (з урахуванням правила знаків)  $M_{зг} = -F_2 \cdot z_3$ .

Точка D (при  $z_3 = 0$ )  $M_{зг} = 0$ .

Точка В (при  $z_3 = a$ )  $M_{зг} = -qa \cdot a = -qa^2 = -10\text{кН} \cdot \text{м}$ .

Одержана епюра згинальних моментів свідчить про те, що найбільш навантаженою є точка В балки, де  $M_{зг} = -30\text{кН} \cdot \text{м}$ .

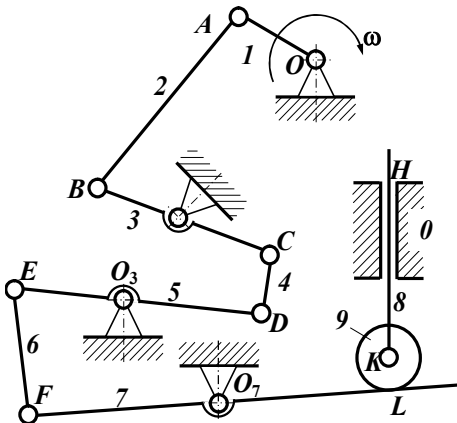


## МОДУЛЬ 3. ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН MODULE 3. THEORY OF MECHANISMS AND MACHINES

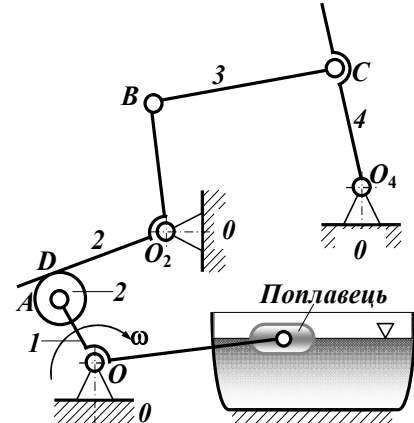
**Лабораторна робота №1. Визначення число ступенів вільності механізму.**

Для заданого механізму (табл. 3.1) визначити за структурною формулою Чебишева число ступенів вільності. За наявності ланок, які створюють пасивні зв'язки чи зайві ступеня вільності, вказати їх і після видалення зі складу механізму підрахувати дійсну кількість ступенів вільності.

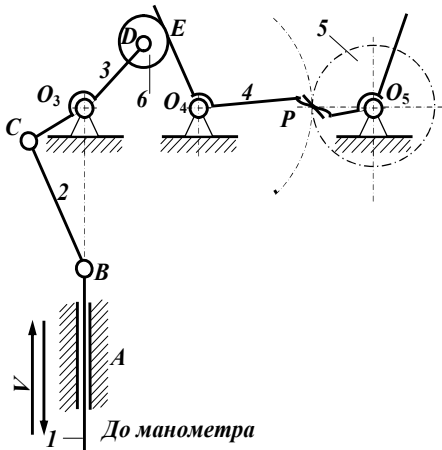
Таблиця 3.1. Кінематичні схеми до завдань 21 – 42



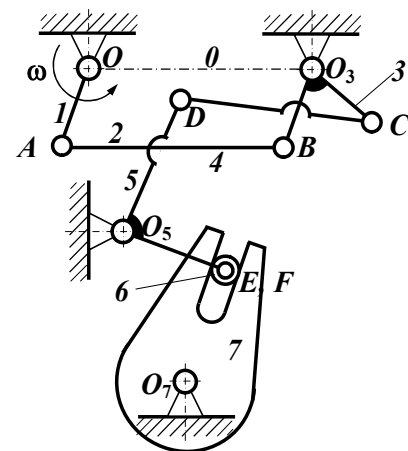
21. Механізм керування клапаном



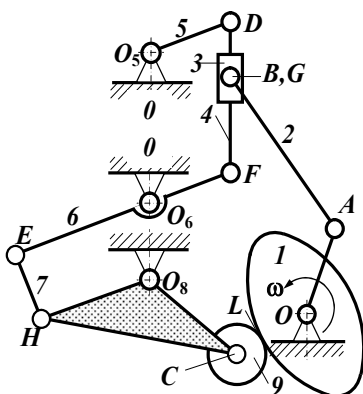
22. Поплавочний паливомір



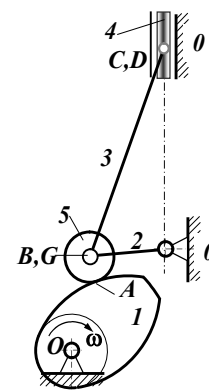
23. Механізм вказівника вертикальної швидкості літака



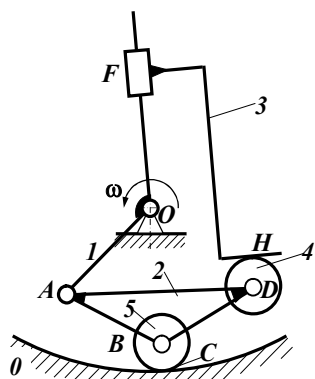
24. Механізм контактора



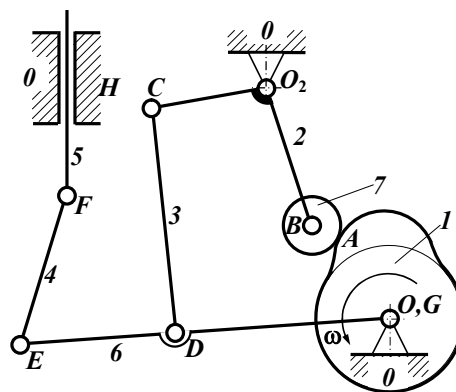
25. Механізм пилорами



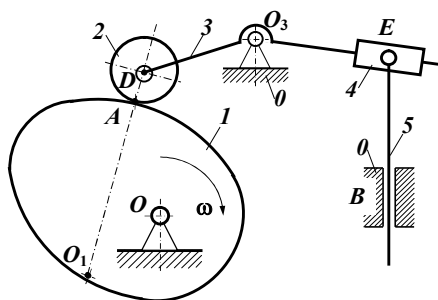
26. Механізм паливного насосу



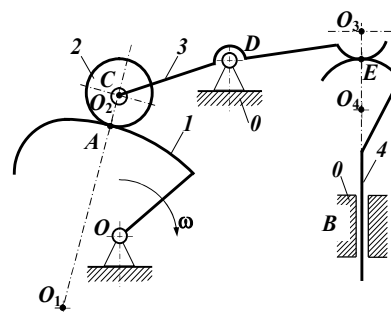
27. Механізм тісторозробної машини



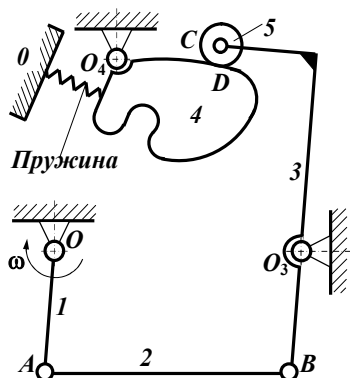
28. Механізм підйому друкарських штанг



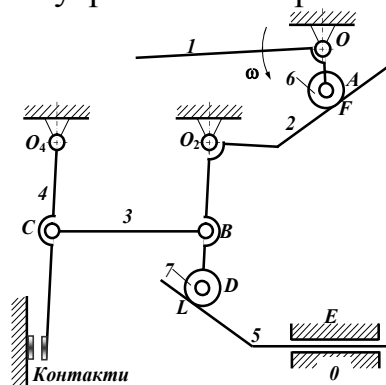
29. Механізм плунжерного насосу



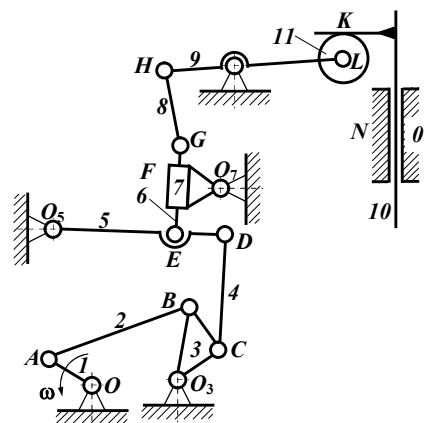
30. Механізм газорозподілу двигуна внутрішнього згорання



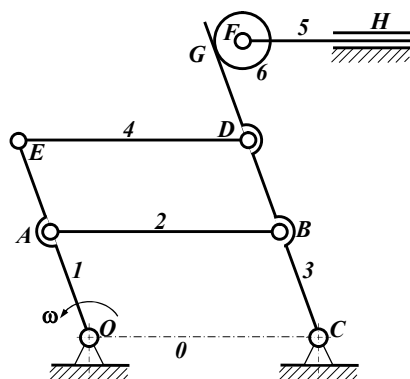
31. Механізм передньої ноги шасі літака



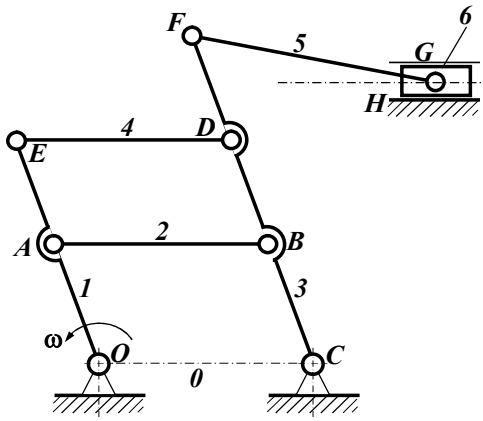
32. Механізм аварійного вимикача акумуляторів



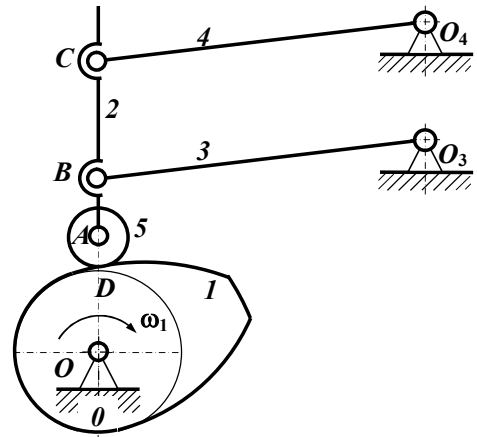
33. Механізм керування кроком гвинта вертольота



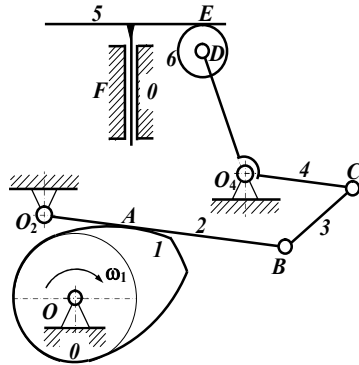
34. Механізм швидкодії контакторного пристрою регулювання напруги



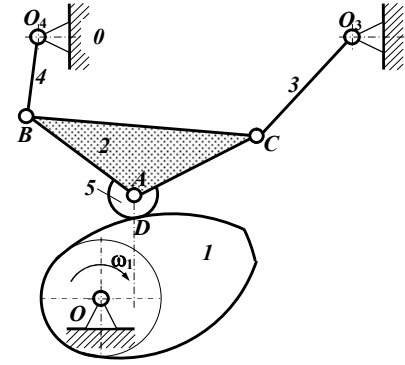
35. Механізм пресу



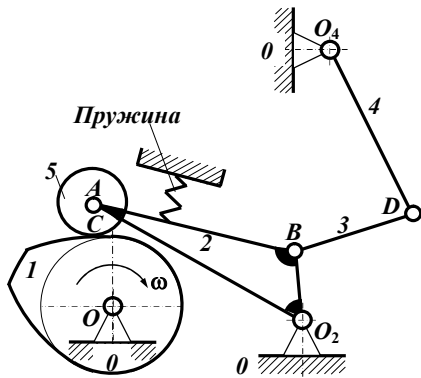
36. Кулачковий механізм



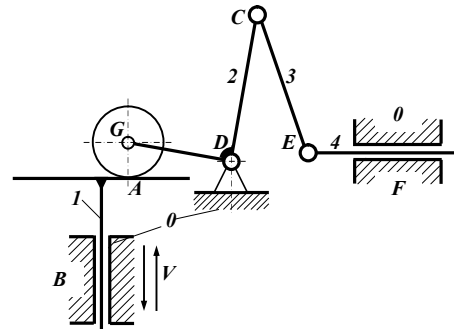
37. Кулачковий привід клапана



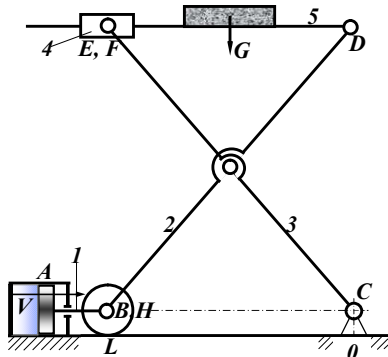
38. Кулачковий механізм



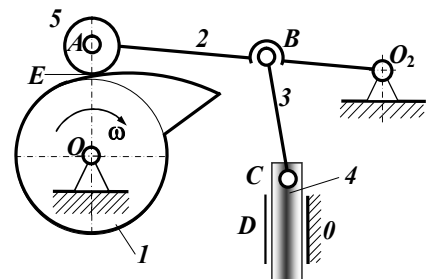
39. Кулачковий механізм



40. Механізм приймача тиску електричного дистанційного манометра



41. Механізм підйомної платформи



42. Механізм приводу клапана паророзподілу парової турбіни

Приклад. Для заданого механізму (рис. 3.1) визначити за структурною формулою Чебишева ступінь рухливості. За наявності ланок, які створюють пасивні зв'язки або зайві ступеня свободи, вказати їх і після вилучення зі складу механізму підрахувати дійсний ступінь рухливості.

Рішення. Насамперед, визначимо склад представленого механізму. До нього входять: стійка 0, кривошипи 1, 2, 4, 6, шатуни 3, 5, коромисло 10, повзуни 7, 8, 9, ролики 11 і 12.

Загальна кількість ланок  $k=13$ , рухомих ланок  $n=12$ . Усі ланки між собою з'єднані наступними кінематичними парами:  
 -обертальні пари або шарніри:  $O, O_2, O_4, O_6, O_{10}, A, B, C, D, E$  (2 шарніри, між повзунами 7 і 8, і між повзуном 8 і роликом 12) і  $K$ ;  
 -поступальні пари:  $F, N$  (2 пари, 7-3 та 8-5);  
 -вищі пари четвертого класу  $L$  і  $H$ .

обертальні пари або шарніри:  $O, O_2, O_4, O_6, O_{10}, A, B, C, D, E$  (2 шарніри, між повзунами 7 і 8, і між повзуном 8 і роликом 12) і  $K$ ;

-поступальні пари:  $F, N$  (2 пари, 7-3 та 8-5);

-Вищі пари четвертого класу  $L$  і  $H$ .

Обертальні та поступальні пари належать за кількістю зв'язків до п'ятого класу. Отже, маємо  $p_5 = 15$ ;  $p_4 = 2$ . За формулою Чебишева підрахуємо ступінь рухливості механізму  $W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 12 - 2 \cdot 15 - 2 = 4$ .

Але два ролики 11 і 12, які входять до складу механізму, утворюють два ступені свободи місцевого характеру, які не впливають на закон руху вихідної ланки 9. Тому при підрахунку рухливості механізму їх необхідно вилучити з його складу. Для цього умовно вважатимемо їх жорстко пов'язаними зі ланками 9 та 8. За умовами цього перетворення маємо  $n=10$ ;  $p_5=13$ ;  $p_4=2$ . Справжній ступінь рухливості механізму дорівнює  $W = 3 \cdot 10 - 2 \cdot 13 - 2 = 2$ .

Для забезпечення роботи механізму відповідно до цього результату надається рух двом ланкам, 1 і 2. Повна відповідь:  $n = 10$ ;  $p_5 = 13$ ;  $p_4 = 2$ ;  $W = 2$ .

## Лабораторна робота 2. Структурний аналіз плоских важільних механізмів

### Laboratory work 2. Structural analysis of flat lever mechanisms

*Мета роботи:* ознайомлення із структурною будовою плоских важільних механізмів; набуття практичних навичок визначення ступеня рухливості, порядку і класу плоских важільних механізмів.

Виконати структурний аналіз для заданого важільного механізму. Початкова ланка вказана на схемі стрілкою. Доказати вірність відділення груп

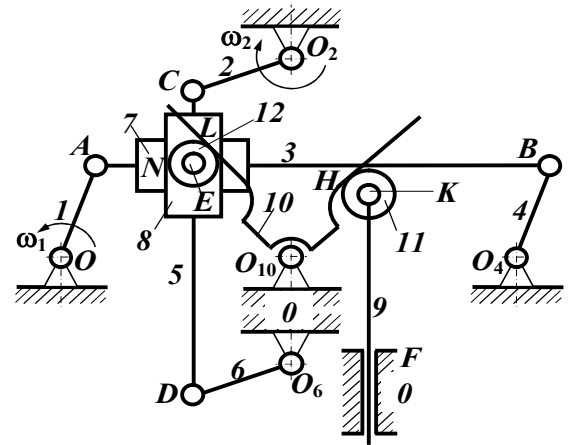
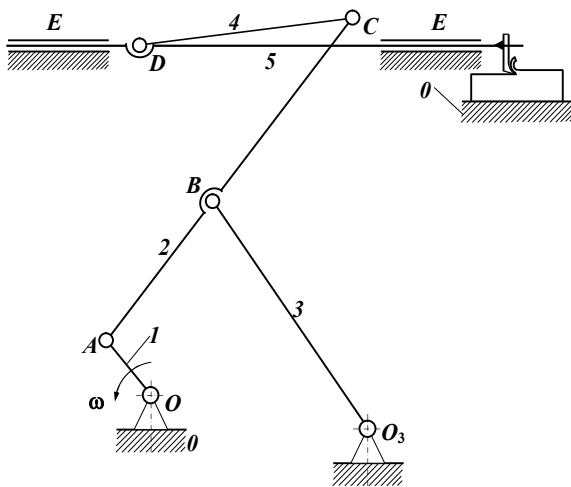


Рис. 3.1. Механізм визначення відношення синусів кутів

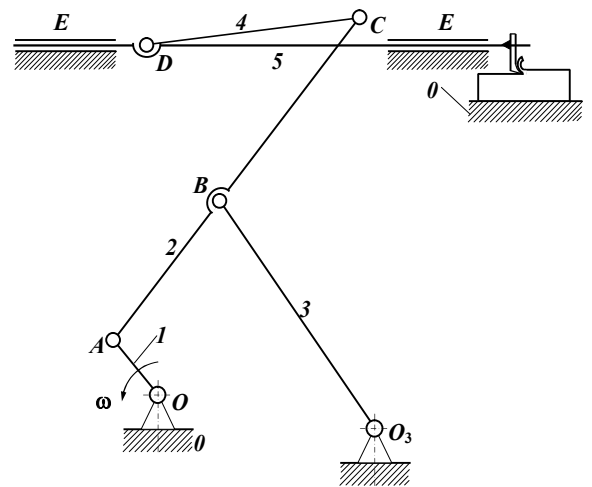
ланок. Визначити клас, вид і порядок структурних груп. Написати формулу побудови, по якій визначити клас механізму.

Варіанти завдань наведено в табл.3.2.

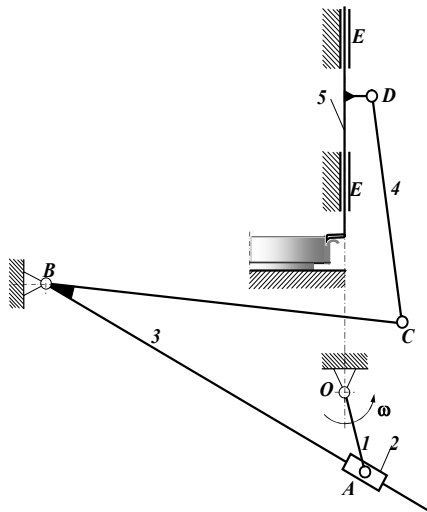
Таблиця 3.2. Варіанти завдань



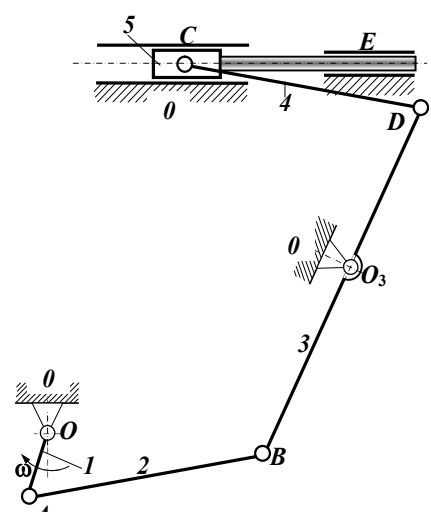
1. Поперечно-стругальний верстат



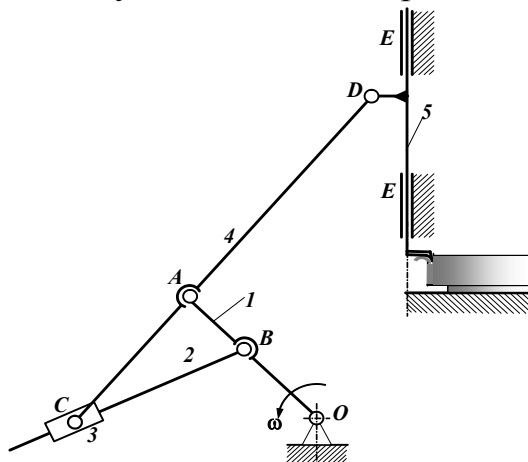
2. Поперечно-стругальний верстат



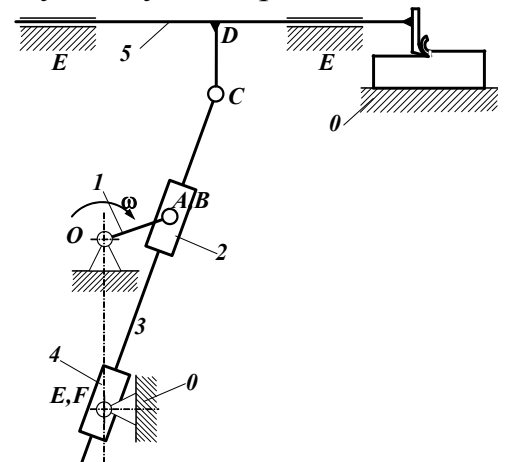
3. Зубодовбальний верстат



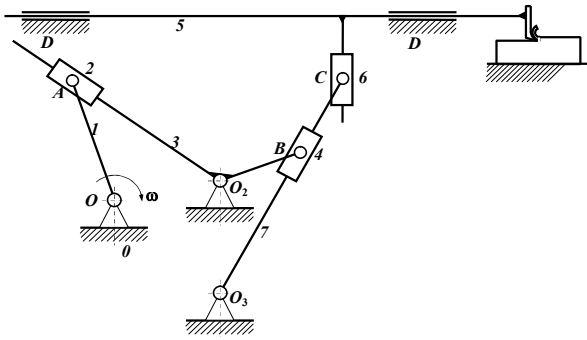
4. Мундштучна стрижнева машина



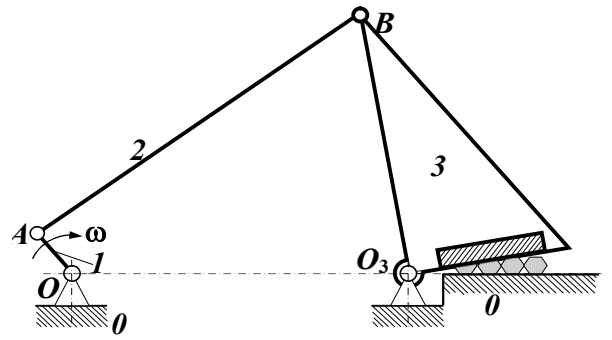
5. Довбальний верстат



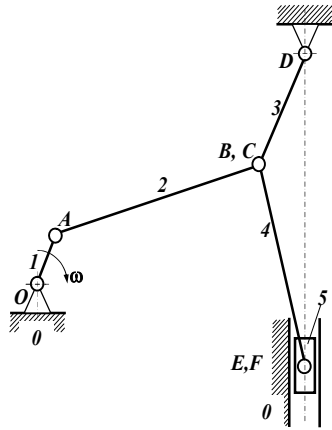
6. Поперечно-стругальний верстат



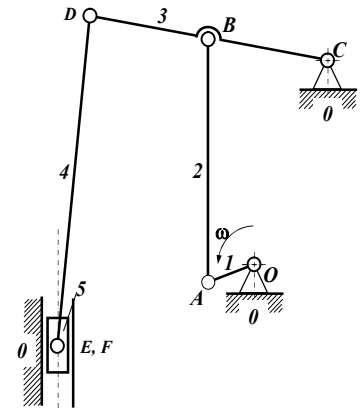
7. Поперечно-стругальний верстат



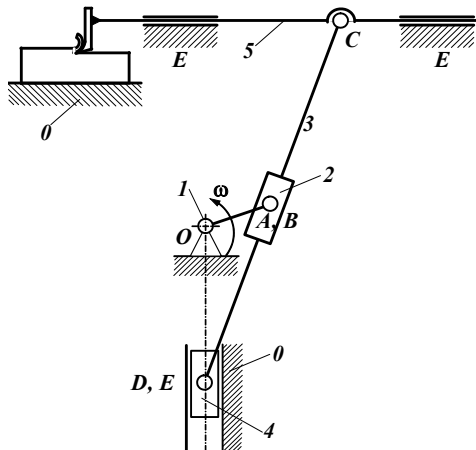
8. Пруткові ножиці



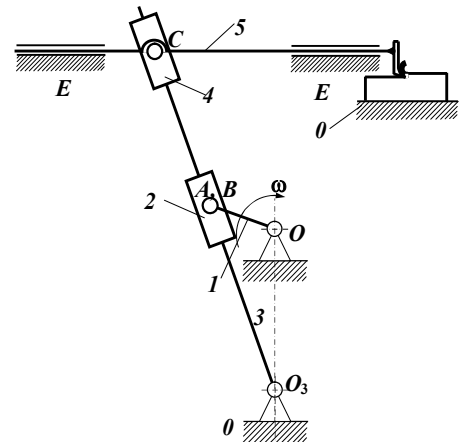
9. Вирубний прес



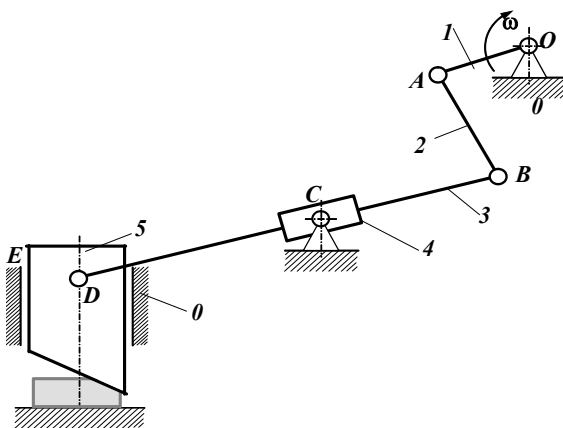
10. Витяжний прес



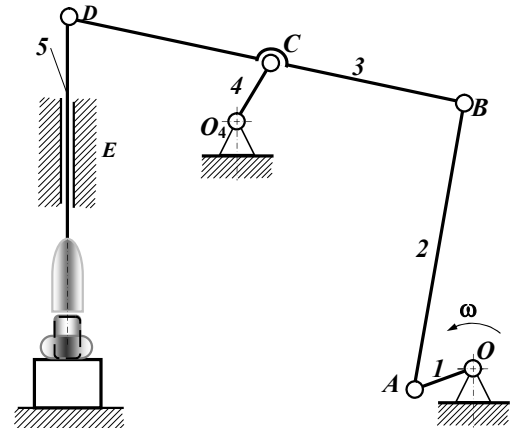
11. Поперечно-стругальний верстат



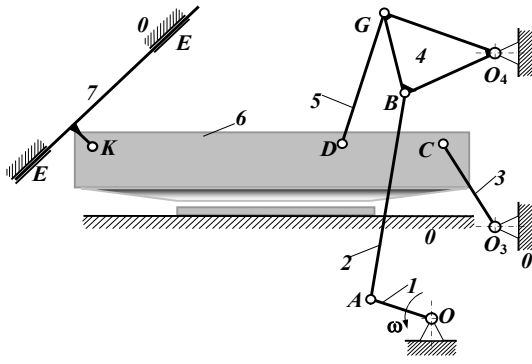
12. Поперечно-стругальний верстат



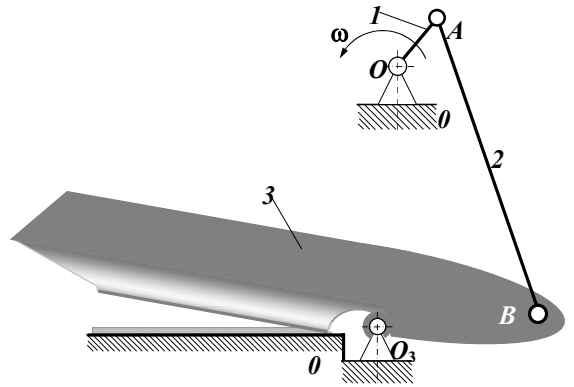
13. Відрізний верстат



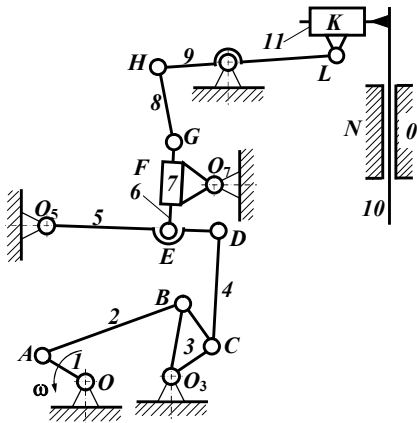
14. Механічний молот



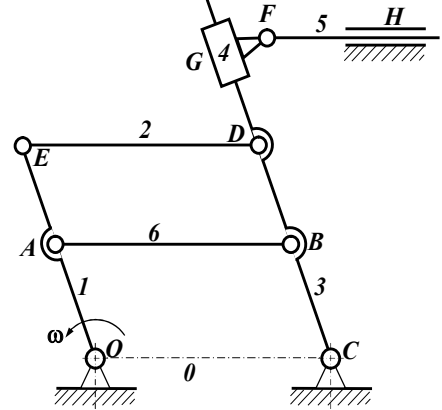
15. Механічна гільотина



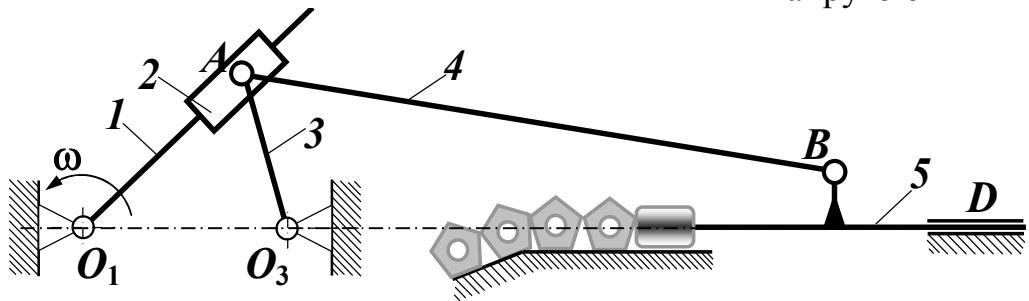
16. Механічні ножиці для вскриття листового матеріалу



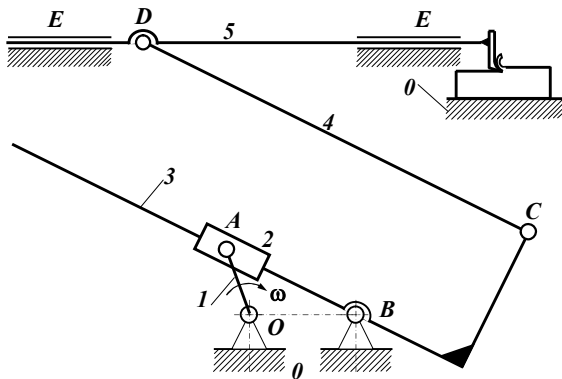
17. Механізм управління кроком винта вертолета



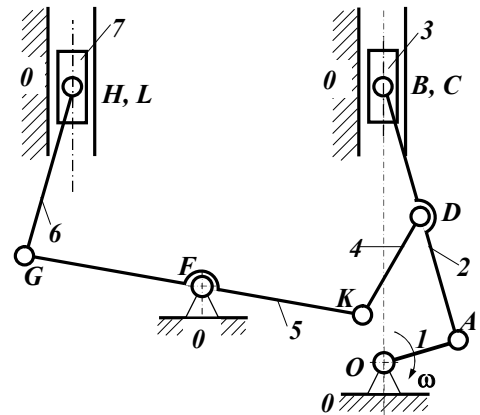
18. Механізм бистродійства контактора прилада регулювання напругою



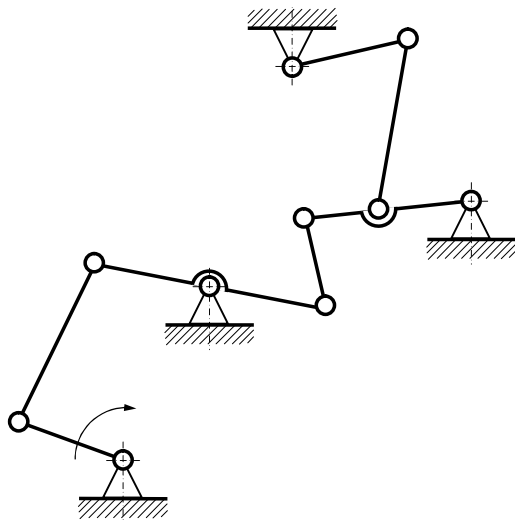
19. Виштовхувач деталей



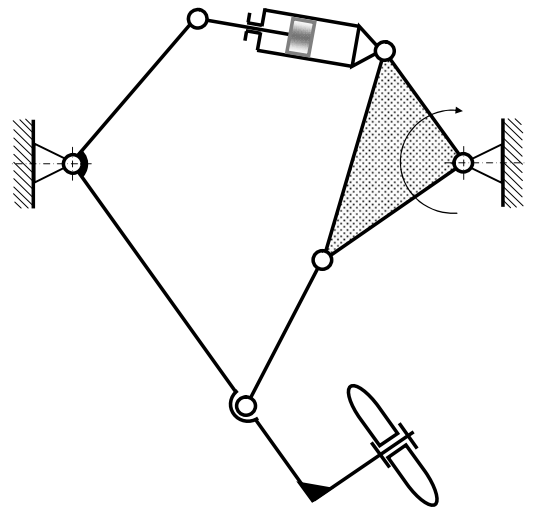
20. Поперечно-стругальний верстат



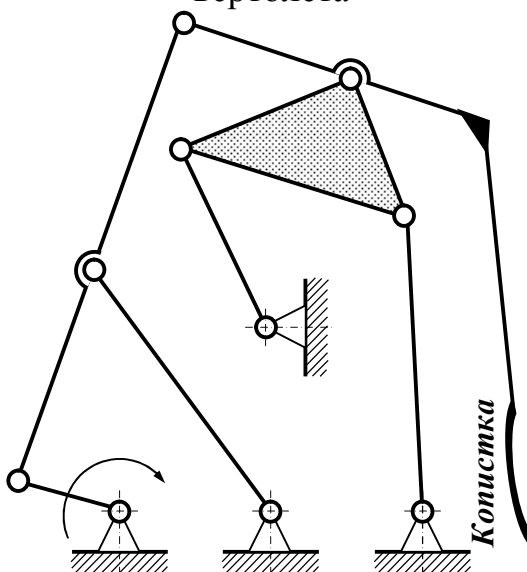
21. Кинематична схема механізму Дізеля



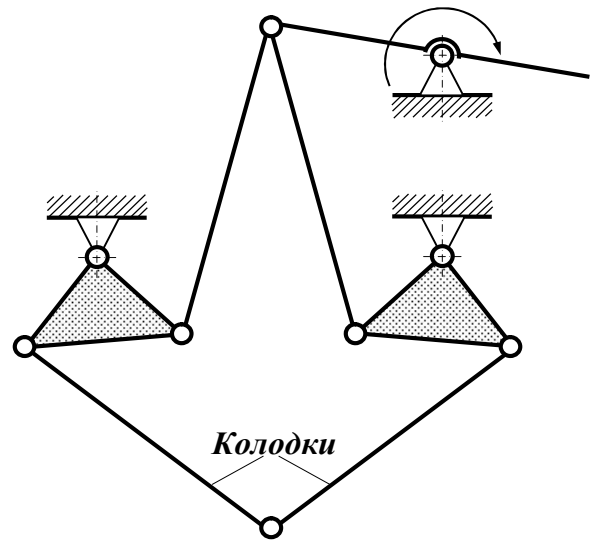
22. Механізм автомата перекоосу вертолета



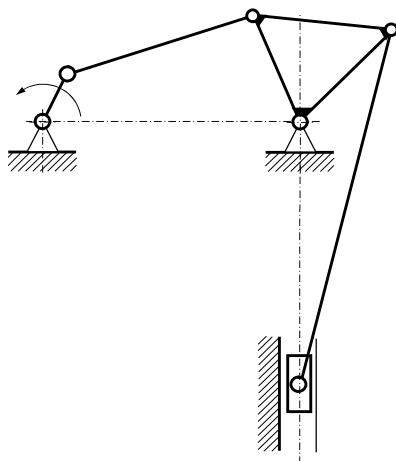
23. Механізм міксеру



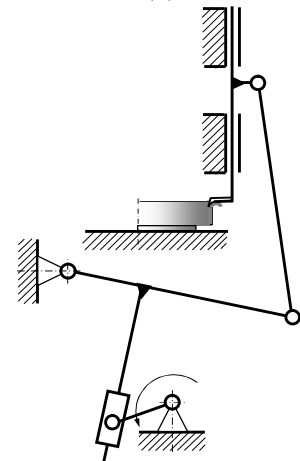
24. Механізм тістомішалки



25. Механізм управління гальмівними колодками

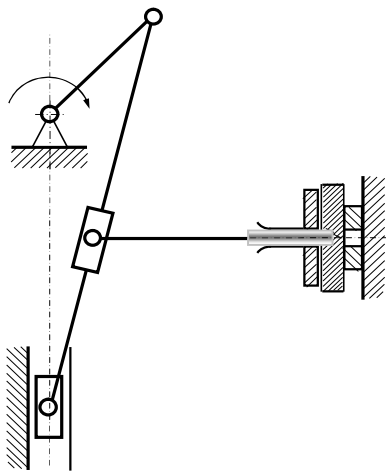


26. Механізм пресу

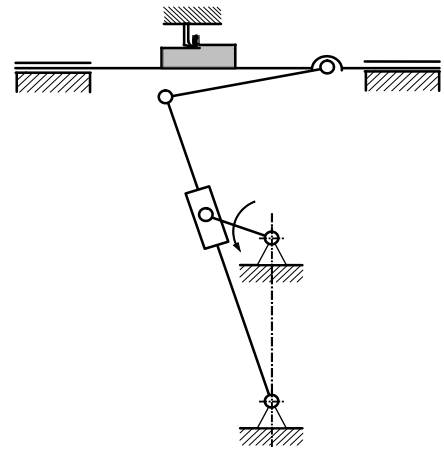


27. Долбежный верстат

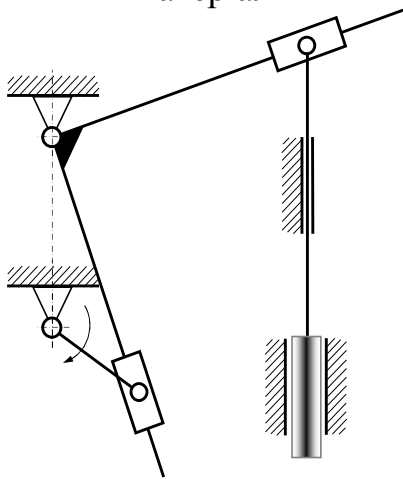




28. Перфораційний верстат для прошивки отворів в листовому матеріалі



29. Поперечно-стругальний верстат



30. Водяний насос

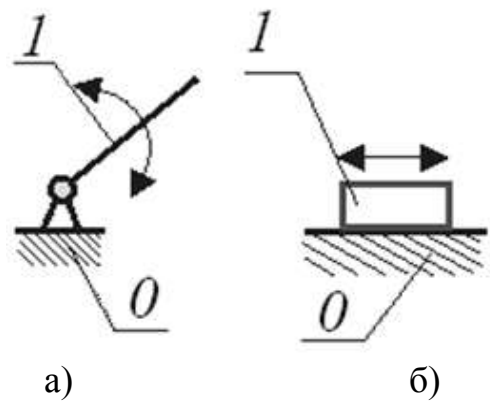
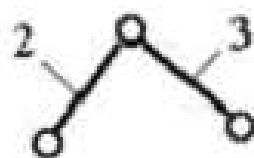
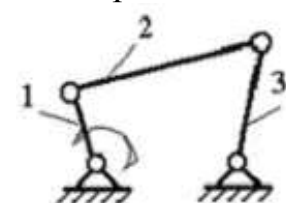
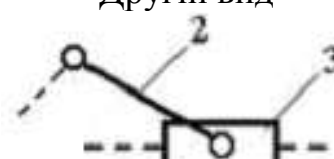
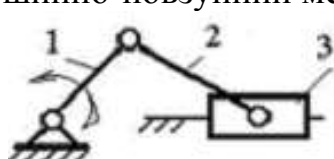
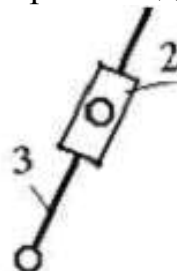
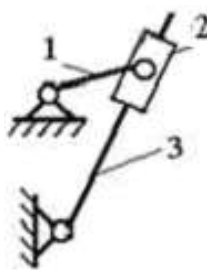
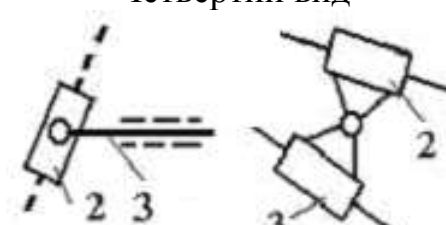
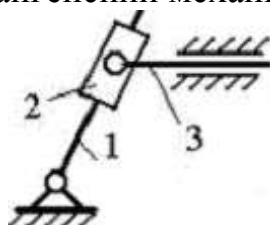
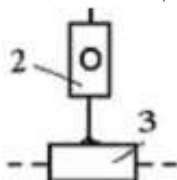
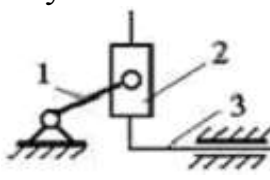


Рис. 3.2. Первинні механізми з обертальною (а) і поступальною (б) кінематичними парами

Таблиця 3.3. Клас і порядок первинних механізмів і структурних груп

Схема					
Клас	I	II	III	IV	V
Порядок	1	2	3	2	3

Таблиця 3.4. Види структурних групи II класу 2 порядку

Кінематична схема структурної групи, вид	Механізм, що містить таку групу
Перший вид (діада Сільвестера)	Кривошипно-коромисловий механізм
	
Другий вид	Кривошипно-повзунний механізм
	
Третій вид	Кулісний механізм
	
Четвертий вид	Тангенсний механізм
	
П'ятий вид	Сінусний механізм
	

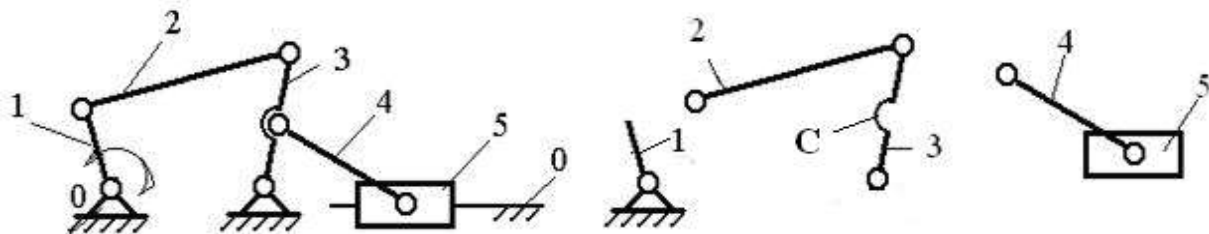
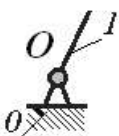
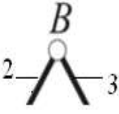


Рис. 3.3. Приклад структурного синтезу механізму

Таблиця 3.5. Дані про кінематичні пари, що входять до складу механізму (зразок)

Зображення	Назва кінематич-	Номера ланок та	Клас
------------	------------------	-----------------	------

кінематичної пари	ної пари	їх назви	кінематичної пари
	Обертальна	0-1 стояк – кривошип	V
	Обертальна	2-3 шатун – коромисло	V
	Обертальна	4 - 5 шатун– повзун	V

#### 4. Висновки по роботі

В цій частині необхідно зробити висновки щодо залежності структурної будови механізму від вибору ведучої ланки та проаналізувати можливі варіанти усунення з механізму неявних надлишкових в'язей.

#### Лабораторна робота 3. Кінематичний аналіз механізмів

#### Laboratory work 3. Kinematic analysis of mechanisms

##### 1. Завдання і методи кінематичного аналізу

Кінематичний аналіз полягає у визначенні параметрів руху ланок механізму за заданим рухом провідних ланок без урахування діючих сил.

Основними завданнями кінематичного аналізу є:

- визначення положень ланок механізму і побудова траєкторій окремих точок;
- визначення швидкостей точок і кутових швидкостей ланок;
- визначення прискорень точок і кутових прискорень ланок.

При вирішенні завдань кінематичного аналізу повинні бути задані:

- кінематична схема механізму, а отже, структура механізму і розміри його ланок;
- закон руху провідної ланки у вигляді залежності переміщення ланки (лінійного чи кутового) або точки на ньому від часу або інших параметрів руху.

У зв'язку з цим кінематичному аналізу повинно передувати дослідження структури механізму, при якому визначається, скільки, якого класу і в якій послідовності з'єднані структурні групи, що утворюють провідну кінематичну ланцюг механізму.

Завдання кінематичного аналізу можуть бути вирішені графічними або аналітичними методами. Вибір методу визначається призначенням розрахунку і необхідною точністю рішення.

Графічні методи засновані на геометричному побудові траєкторій руху окремих точок ланок механізму, їх швидкостей і прискорень. Отримувані результати дають наочну картину руху ланок механізму і його точок. Однак для цих методів характерні трудомісткі побудови і мала точність. Графічними методами не можна отримати загальне рішення, так як необхідні побудови виконуються для кожного конкретного положення механізму.

Аналітичні методи забезпечують високу точність обчислення шуканих параметрів для кожного моменту часу роботи механізму. Однак в ряді випадків через складність математичних перетворень втрачається наочність картини зміни досліджуваних параметрів. В даний час переважно застосовують аналітичні методи. Проте для попередньої оцінки кінематичних параметрів механізму і контролю аналітичних обчислень використовуються найпростіші геометричні побудови - плани положень, швидкостей і прискорень.

## 2. Кінематичний аналіз механізмів графічним методом

**Варіанти завдань** Стрижень 1 обертається з заданою постійною кутовою швидкістю  $\omega_1$ . Для заданого положення механізму необхідно:

1. Знайти швидкості точок А, В, С, D за допомогою миттєвих центрів швидкостей (МЦШ) і плану швидкостей;
2. Визначити кутові швидкості стрижнів 2, 3, 4 за допомогою МЦШ і плану швидкостей;
3. Знайти прискорення точок А, В аналітичним способом і за допомогою плану прискорень;
4. Визначити кутове прискорення стрижня 2.

Необхідні дані для розрахунків приведені в табл. 3.6, а відповідні схеми механізмів наведені на рис.3.4.

Стрижні з опорами  $O_1$  і  $O_2$ , повзуном і між собою з'єднані шарнірно. Положення механізму визначається кутами  $\varphi, \alpha, \gamma, \beta, \psi$ . Значення цих кутів приведені в таблицях для кожного варіанту. Дугові стрілки на рисунках показують, як повинні відкладатись кути при побудові механізму.

Побудову механізму треба починати з стрижня 1 і побудови кутів  $\varphi$  і  $\alpha$ . Механізм повинен бути побудований в вибраному масштабі. Це дозволить знаходити відстані до МЦШ простим їх заміром на рисунку.

Кутова швидкість  $\omega_1$  стрижня 1 в усіх варіантах спрямована проти ходу годинникової стрілки.

*Приклад виконання.* Проведемо кінематичний аналіз багатоланкового механізму, який наведений на рис. 3.5.

Геометричні розміри:  $O_1A = l_1 = 0,4$  м,  $AB = l_2 = 1,0$  м,  $BO_2 = l_3 = 0,7$  м,

$CD = l_4 = 0,6$  м,  $AC = 0,6 \cdot l_2 = 0,6$  м. Кути:  $\varphi = 150^\circ$ ,  $\alpha = 120^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,

$\gamma = 50^\circ$ ,  $\psi = 45^\circ$ . Кривошип  $O_1A$  обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega_1 = 5$  рад/с.

Варіант	Схема	Геометричні розміри					Кути між стрижнями					Кутова швидкість
		$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	АС	$\varphi(O)$	$\alpha(A)$	$\gamma(C)$	$\beta(B)$	$\psi(D)$	$\omega_1$
		м	м	м	м	м	град	град	град	град	град	рад/с
1	1	0,2	0,9	0,4	0,8	0,3	30	120	80	100	60	4
2	1	0,2	0,8	0,5	0,6	0,4	60	120	70	110	60	6
3	1	0,3	1,2	0,5	0,5	0,6	75	110	90	120	50	8
4	1	0,4	1,4	1,2	0,8	0,8	90	80	100	100	40	10
5	1	0,25	1,0	0,5	0,7	0,5	120	60	60	90	45	7
6	1	0,35	1,1	0,6	0,7	0,6	45	90	120	75	60	10
7	2	0,4	1,2	1,2	0,5	0,6	0	90	45	30	60	12
8	2	0,4	1,0	0,8	0,4	0,3	30	120	45	60	60	5
9	2	0,3	1,2	0,9	0,4	0,5	45	120	60	30	30	14
10	2	0,2	0,8	0,8	0,2	0,4	60	150	45	60	45	10
11	2	0,2	0,7	0,8	0,3	0,3	90	150	60	45	75	8
12	2	0,25	1,0	0,8	0,4	0,5	90	210	60	75	60	6
13	3	0,6	1,6	0,4	0,8	0,4	30	60	90	100	60	4
14	3	0,6	1,7	0,5	0,6	0,3	45	60	120	60	45	6
15	3	0,5	1,2	0,5	0,6	0,2	60	75	90	60	30	8
16	3	0,4	1,2	0,6	0,8	0,2	90	60	60	150	60	10
17	3	0,4	1,2	0,4	0,6	0,2	120	75	60	120	30	12
18	3	0,5	1,6	0,8	0,6	0,2	120	90	45	60	40	6
19	4	0,2	0,8	0,8	0,5	0,4	0	30	45	60	45	12
20	4	0,2	0,7	0,7	0,4	0,3	30	60	45	30	30	14
21	4	0,2	0,6	0,6	0,6	0,3	60	30	50	30	45	16
22	4	0,3	0,8	0,7	0,5	0,4	75	30	45	30	60	10
23	4	0,3	0,8	0,6	0,4	0,5	90	60	30	45	20	8
24	4	0,2	0,8	0,6	0,6	0,4	45	45	60	75	60	12
25	5	0,3	1,2	1,0	0,4	0,5	0	145	95	30	45	16
26	5	0,3	1,3	0,8	0,4	0,6	30	75	120	45	30	15
27	5	0,2	1,0	0,7	0,4	0,5	45	60	150	60	50	17
28	5	0,4	1,3	0,9	0,3	0,6	60	75	150	45	45	18
29	5	0,4	1,2	1,0	0,4	0,7	75	80	120	60	30	10
30	5	0,3	1,4	1,2	0,4	0,8	90	60	140	80	30	8
31	6	0,3	0,8	0,4	0,9	0,4	0	80	45	30	60	12
32	6	0,3	0,9	0,4	0,8	0,4	30	90	30	60	120	10
33	6	0,2	0,8	0,3	0,6	0,6	45	30	60	120	75	8
34	6	0,4	1,2	0,4	1,2	0,6	60	45	75	45	80	14
35	6	0,4	1,4	0,5	1,2	0,5	75	60	30	90	90	16

Продовження табл. 3.6

Варіант	Схема	Геометричні розміри					Кути між стрижнями					Кутова швидкість
		$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	АС	$\varphi(O)$	$\alpha(A)$	$\gamma(C)$	$\beta(B)$	$\psi(D)$	$\omega_1$
		м	м	м	м	м	град	град	град	град	град	рад/с
36	6	0,35	1,2	0,6	1,3	0,4	90	45	60	80	120	15
37	7	0,5	1,5	1,1	0,6	0,8	0	130	90	45	30	10
38	7	0,45	1,5	1,0	0,5	0,7	30	120	75	60	65	8
39	7	0,3	1,2	0,8	0,4	0,6	45	90	60	40	60	12
40	7	0,35	1,2	0,9	0,5	0,6	60	100	75	45	90	6
41	7	0,25	0,9	0,8	0,4	0,4	75	120	60	50	30	4
42	7	0,2	0,8	0,6	0,3	0,4	90	150	90	30	80	9
43	8	0,4	1,4	1,2	0,6	0,6	120	30	90	150	60	2
44	8	0,4	1,2	1,2	0,5	0,5	90	30	120	120	60	4
45	8	0,3	0,9	0,9	0,4	0,4	75	100	120	90	45	6
46	8	0,3	0,9	0,8	0,5	0,6	60	120	60	120	45	8
47	8	0,25	0,7	0,6	0,4	0,3	45	120	75	90	60	10
48	8	0,25	0,6	0,6	0,3	0,3	30	150	60	135	45	12
49	9	0,3	1,2	1,0	0,6	0,6	0	120	90	100	45	6
50	9	0,3	1,0	0,8	0,5	0,5	30	90	120	90	60	8
51	9	0,4	1,2	1,2	0,6	0,5	45	120	80	110	60	10
52	9	0,35	0,9	1,2	0,6	0,4	60	100	60	75	50	4
53	9	0,25	0,8	1,0	0,6	0,4	75	60	120	90	40	6
54	9	0,2	0,7	0,9	0,6	0,35	90	60	120	120	45	8
55	10	0,4	1,4	1,3	0,6	0,7	0	60	120	45	45	6
56	10	0,3	1,2	1,1	0,5	0,6	30	75	100	60	50	5
57	10	0,35	1,2	1,2	0,6	0,5	45	60	120	45	75	8
58	10	0,25	1,0	1,0	0,5	0,5	60	80	90	75	30	4
59	10	0,2	0,8	0,8	0,4	0,4	75	120	60	90	30	5
60	10	0,2	0,7	0,6	0,6	0,3	90	110	40	60	45	10

1. Знаходження швидкості точок  $A, B, C, D$  механізму за допомогою миттєвого центра швидкостей і плану швидкостей.

1.1 Знайдемо швидкість точок за допомогою миттєвого центра швидкостей.

Кривошип  $OA$  виконує обертальний рух. Тому швидкість точки  $A$

$$V_A = \omega_1 \cdot l_1 = 5 \cdot 0,4 = 2 \text{ м/с}; \quad \vec{V}_A \perp O_1A.$$

Точка  $B$  належить як шатуну  $AB$ , так і кривошипу  $O_2B$ .

Кривошип  $O_2B$  виконує обертальний рух навколо центра  $O_2$ . Тому швидкість точки  $B$   $\vec{V}_B \perp O_2B$ . Провівши з точок  $A$  і  $B$  перпендикуляри до швидкостей  $\vec{V}_A$  і  $\vec{V}_B$ , знайдемо положення МЦШ  $P_1$  ланки  $AB$ . По напрямку вектора  $\vec{V}_A$  знаходимо напрям швидкості  $\vec{V}_B$  точки  $B$ . (рис 3.5).

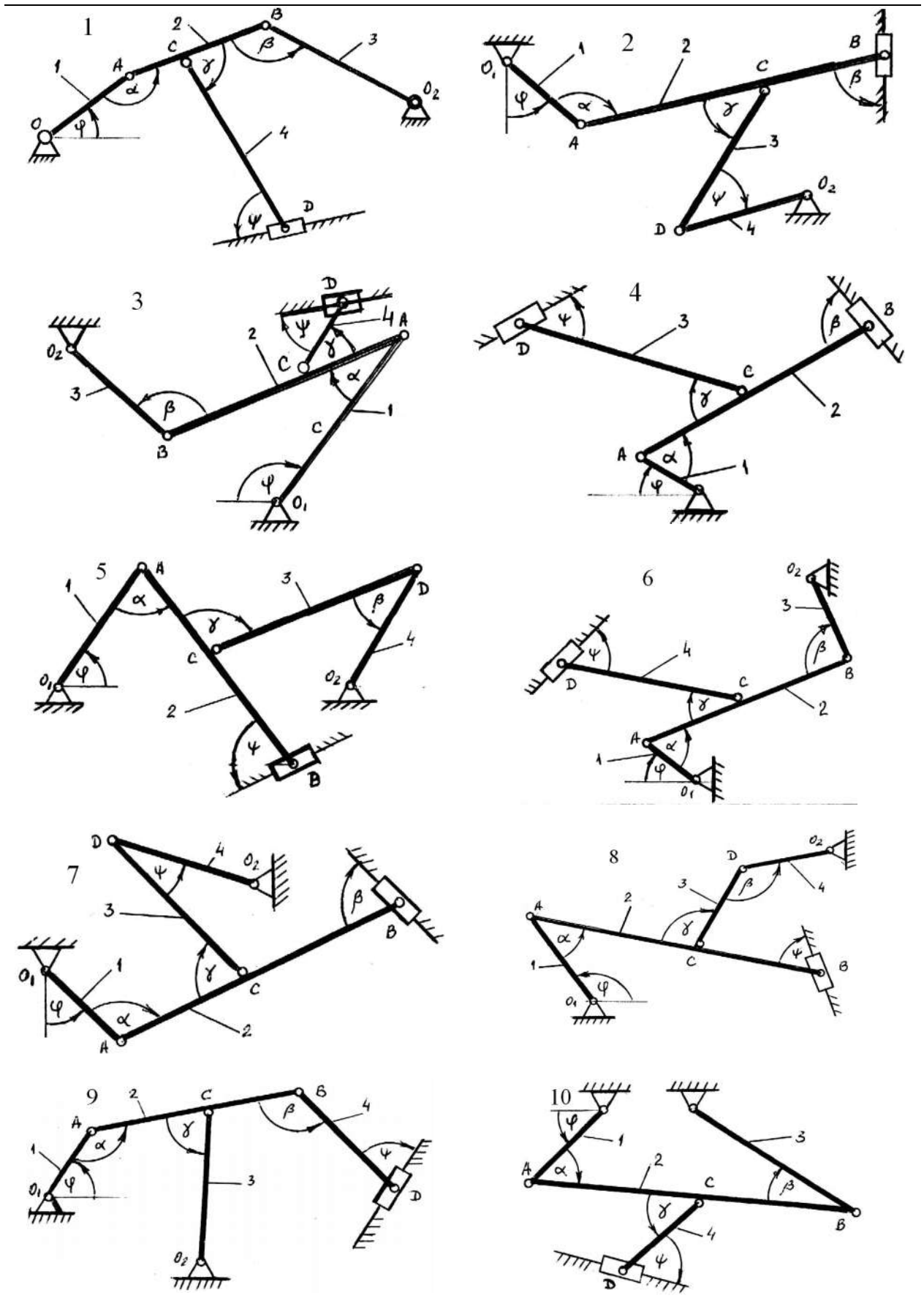


Рис.3.4. Схеми механізмів

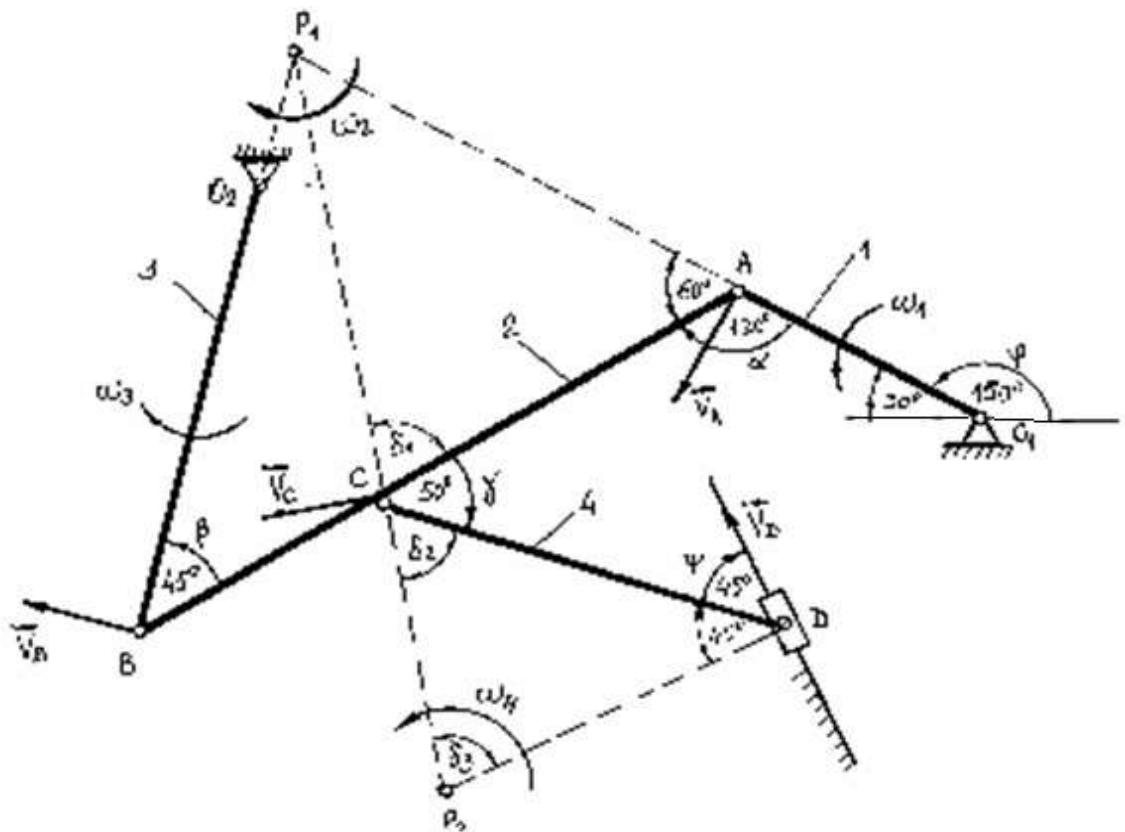


Рис. 3.5. Багатоланковий механізм

Складемо відношення  $\frac{V_B}{V_A} = \frac{BP_1}{AP_1}$ ;  $V_B = V_A \frac{BP_1}{AP_1}$ . Знайдемо відношення

$$\frac{BP_1}{AP_1}. \text{ Кут } \angle BAP_1 = 60^\circ. \text{ Тоді по теоремі синусів } \frac{BP_1}{\sin 60^\circ} = \frac{AP_1}{\sin 45^\circ}.$$

Маємо:  $V_B = 2 \cdot 1,22 = 2,44 \text{ м/с}$ .

Знайдемо швидкість точки С, яка належить ланці АВ. Швидкість  $\vec{V}_C$  перпендикулярна відрітку  $CP_1$ , який з'єднує точки С і  $P_1$  і спрямований в сторону повороту ланки АВ.

Модуль швидкості  $V_C$  знайдемо з пропорції

$$\frac{V_C}{V_A} = \frac{CP_1}{AP_1}; V_C = V_A \frac{CP_1}{AP_1}.$$

Щоб знайти швидкість  $V_C$  точки С, необхідно знайти відстані  $CP_1$  і  $AP_1$  точок С і А до МЦШ  $P_1$ . Якщо при знаходженні цих відстаней виникають певні труднощі, то доцільно механізм побудувати в певному масштабі з точною побудовою заданих кутів. Це дозволить невідомі відстані точок до миттєвого центра швидкостей заміряти безпосередньо з рисунка. Хоч наш механізм і побудований в масштабі, ми ж всі необхідні відстані знайдемо аналітичним шляхом.



$$\angle AP_1B = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ. \text{ З } \triangle ABP_1 \text{ по теоремі синусів}$$

$$\frac{AP_1}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 75^\circ}; AP_1 = AB \frac{\sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} = 0,74 \text{ м. З } \triangle CPA \text{ по теоремі косинусів;}$$

$$CP_1 = \sqrt{AC^2 + AP_1^2 - 2 \cdot AC \cdot AP_1 \cos 60^\circ} = 0,68 \text{ м. Тоді } V_C = 2 \cdot \frac{0,68}{0,74} = 1,84 \text{ м/с.}$$

Знайдемо швидкість точки D. Точка належить повзуну, який виконує поступальний рух. Тому швидкість точки D спрямована по напрямним лініям повзуна. Миттєвий центр швидкостей P<sub>2</sub> ланки 4 знаходиться на перетині перпендикулярів, проведених з точок C і D до напрямів швидкостей.

$$\frac{V_D}{V_C} = \frac{DP_2}{CP_2}; V_D = V_C \frac{DP_2}{CP_2}.$$

Знайдемо відношення DP<sub>2</sub>/CP<sub>2</sub>. Спочатку знайдемо значення кута δ<sub>1</sub>.

$$\text{З } \triangle ACP_1 \frac{DP_2}{\sin \delta_2} = \frac{CP_2}{\sin 45^\circ} \frac{AP_1}{\sin \delta_1} = \frac{CP_1}{\sin 60^\circ}; \sin \delta_1 = \frac{AP_1}{CP_1} \sin 60^\circ = 0,94; \delta_1 = 70^\circ.$$

$$\text{Тоді кут } \delta_2 = 180^\circ - (\delta_1 + 50^\circ) = 60^\circ;$$

$$\frac{DP_2}{\sin \delta_2} = \frac{CP_2}{\sin 45^\circ}; \frac{DP_2}{CP_2} = \frac{\sin \delta_2}{\sin 45^\circ} = 1,22.$$

$$\text{Тоді } V_D = 1,84 \cdot 1,22 = 2,24 \text{ м/с.}$$

$$\text{Кут } \delta_3 = 180^\circ - (\delta_2 + 45^\circ) = 75^\circ.$$

$$\frac{CP_2}{\sin 45^\circ} = \frac{CD}{\sin \delta_3}; CP_2 = CD \frac{\sin 45^\circ}{\sin 75^\circ} = 0,44 \text{ м.}$$

1.2. Знайдемо швидкість точок A, B, C, D за допомогою плану швидкостей (рис. 3.6)

Знайдемо швидкість точки B. Візьмемо за полюс точку A, швидкість якої відома

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}, \quad (1)$$

де  $\vec{V}_{BA}$  – швидкість точки B при її обертанні навколо точки A.

$$V_{BA} = \omega_2 \cdot AB; \vec{V}_{BA} \perp AB. \quad (2)$$

Розв'яжемо векторне рівняння (1) графічно, вибравши попередньо полюс O і масштаб плану швидкостей. З полюса O проведимо вектор  $Oa'$ , який відповідає вектору швидкості  $\vec{V}_A$  точки A (рис. 3.6). З кінця вектора  $Oa'$  проводимо пряму, паралельну вектору швидкості  $\vec{V}_{BA}$  (тобто перпендикулярну AB), а з початку вектора  $Oa'$  – пряму, паралельну  $\vec{V}_B$ . Перетин цих прямих дає точку b:  $ob = \vec{V}_B$ ;  $ab = \vec{V}_{BA}$ .

З плану швидкостей маємо:  $V_B = 2,5 \text{ м/с}$ ,  $V_{BA} = 2,8 \text{ м/с}$ .

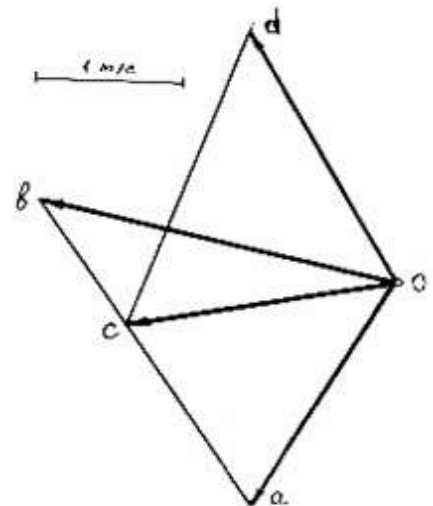


Рис. 3.6. План швидкостей

Знайдемо швидкість точки С. Точка С розміщена на ланці АВ і знаходиться на відстані  $AC=0,6AB$ . На плані швидкостей точка С буде знаходитись на відстані  $ac=0,6ab$ . З'єднаємо точку О з точкою С і отримаємо вектор  $oc^p = \vec{V}_C$ . З плану швидкостей  $V_C = 1,86$  м/с

Знайдемо швидкість точки D. Ланка CD виконує плоский рух. Візьмемо за полюс точку С. Тоді  $\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}$ , (3)

де  $\vec{V}_{DC}$  – швидкість точки D при її обертанні навколо точки С,  $\vec{V}_{DC} \perp CD$ ,  $V_{DC} = \omega_4 \cdot DC$ . (4)

Розв'яжемо векторне рівняння (3) графічно. На плані швидкостей швидкість  $\vec{V}_C = oc^p$  вже є. Тому з кінця вектора  $oc^p$  проводимо пряму, паралельну вектору швидкості  $\vec{V}_{DC}$  (тобто перпендикулярну CD), а з початку вектора  $oc^p$  – пряму, паралельну  $\vec{V}_D$ . Перетин цих прямих дає точку d.  $od^p = \vec{V}_D$ ;  $cd^p = \vec{V}_{DC}$ . З плану швидкостей маємо  $V_D = 2,2$  м/с,  $V_{DC} = 2,4$  м/с.

Значення швидкостей точок, які отримані за допомогою МЦШ і за допомогою плану швидкостей, близькі.

2. Знайдемо кутові швидкості стрижнів 2, 3, 4 за допомогою МЦШ і плану швидкостей.

2.1. Значення кутових швидкостей стрижнів, знайдених за допомогою МЦШ.

Для стрижня 2 МЦШ знаходиться в точці  $P_1$ :

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_1} = \frac{2}{0,74} = 2,7 \text{ рад/с.}$$

Стрижень 3 обертається навколо точки  $P_2$ :  $\omega_3 = \frac{V_B}{I_3} = \frac{2,44}{0,7} = 3,5 \text{ рад/с.}$

Для стрижня 4 МЦШ знаходиться в точці  $P_2$ :  $\omega_4 = \frac{V_C}{CP_2} = \frac{1,84}{0,44} = 4,18 \text{ рад/с.}$

2.2 Значення кутових швидкостей стрижнів, знайдених за допомогою плану швидкостей.

Для стрижня 2, використовуючи формулу (2), маємо

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{AB} = \frac{2,8}{1} = 2,8 \text{ рад/с.}$$

Для стрижня 3  $\omega_3 = \frac{V_B}{I_3} = \frac{2,5}{0,7} = 3,56 \text{ рад/с.}$

Для стрижня 4, використовуючи формулу (4), маємо

$$\omega_4 = \frac{V_{DC}}{DC} = \frac{2,4}{0,6} = 4,0 \text{ рад/с.}$$

3. Знайдемо прискорення точок А і В аналітичним способом і за допомогою плану прискорень

3.1. Знайдемо прискорення точок А і В аналітичним шляхом.

Згідно умови задачі, ми можемо знайти прискорення точки А. Точка А належить кривошипу  $O_1A$ , який рівномірно обертається навколо точки  $O_1$  ( $\varepsilon_1 = 0$ ):  $\underline{a}_A = \underline{a}_A^n + \underline{a}_A^\tau$ .

$$\text{Чисельно } a_A^n = \omega_1^2 \cdot O_1A = 5^2 \cdot 0,4 = 10 \text{ м/с}^2. \quad a_A^\tau = \varepsilon_1 \cdot O_1A = 0.$$

Повне прискорення точки А чисельно дорівнює нормальному прискоренню точки А і спрямоване вздовж кривошипа  $O_1A$  до точки  $O_1$ .  $a_A = 10 \text{ м/с}^2$ .

Напрямок прискорення точки А показаний на рис. 3.7.

Знайдемо прискорення  $\underline{a}_B$  точки В. Точка В належить стрижню 2. Точка А одночасно належить кривошипу 1 і стрижню 2. Стрижень 2 здійснює плоский рух. Візьмемо за полюс точку А, прискорення якої відоме.

$$\underline{a}_B = \underline{a}_A + \underline{a}_{BA}^n + \underline{a}_{BA}^\tau \quad (5)$$

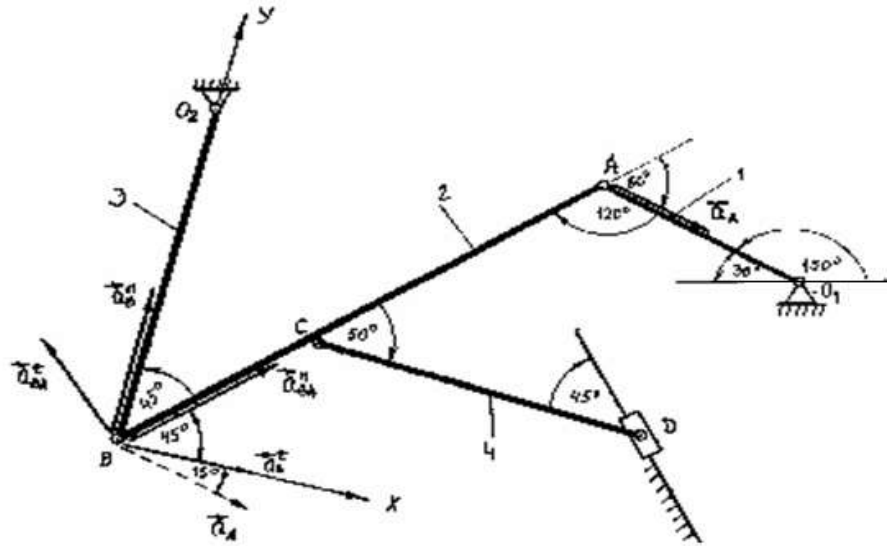


Рис. 3.7

Точка В належить і стрижню  $BO_2$ , який може обертатись навколо осі, що проходить через точку  $O_2$ . Тому  $\underline{a}_B = \underline{a}_B^n + \underline{a}_B^\tau$ . (6)

$$\text{Підставимо (6) в (5). } \underline{a}_B^n + \underline{a}_B^\tau = \underline{a}_A + \underline{a}_{BA}^n + \underline{a}_{BA}^\tau \quad (7)$$

$$a_B^n = \omega_3^2 \cdot BO_2 = 3,5^2 \cdot 0,7 = 8,6 \text{ м/с}^2; \quad a_B^\tau = \varepsilon_3 \cdot BO_2.$$

Прискорення  $\underline{a}_B^n$  спрямоване по стрижню  $BO_2$  до точки  $O_2$ .  $\underline{a}_B^n \perp \underline{a}_B^\tau$

Модуль прискорення  $\underline{a}_B^\tau$  невідомий, тому що невідоме значення кутового прискорення  $\varepsilon_3$ .  $a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot AB = 2,7^2 \cdot 1 = 7,3 \text{ м/с}^2$ ;  $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot AB$ . Прискорення  $\underline{a}_{BA}^n$  спрямоване по стрижню  $AB$  до точки А.  $\underline{a}_{BA}^n \perp \underline{a}_{BA}^\tau$

Модуль прискорення  $\underline{a}_{BA}^\tau$  невідомий, тому що невідоме значення кутового прискорення  $\varepsilon_2$ .

Напрями всіх прискорень показані на рис. 3.7

В векторному рівнянні (7) однією рисою підкреслені невідомі величини, а двома рисками-відомі.

Спочатку векторне рівняння (7) розв'яжемо аналітичним способом.

Введемо систему координат з початком в точці В. Спроекуємо векторне рівняння (7) на осі координат ХВУ.

$$a_B^\tau = a_A \cos 15^\circ + a_{BA}^n \cos 45^\circ - a_{BA}^\tau \sin 45^\circ. \quad (8)$$

$$a_B^n = -a_A \sin 15^\circ + a_{BA}^n \sin 45^\circ + a_{BA}^\tau \cos 45^\circ. \quad (9)$$

З виразу (9)  $a_{BA}^\tau = 8,52 \text{ м/с}^2$ . З виразу (8)  $a_B^\tau = 8,8 \text{ м/с}^2$ .

Повне прискорення точки В  $a_B = \sqrt{(a_B^n)^2 + (a_B^\tau)^2} = \sqrt{8,52^2 + 8,80^2} = 12,3 \text{ м/с}^2$ .

Знаючи прискорення  $a_{BA}^\tau$ , можемо знайти кутове прискорення  $\varepsilon_2$  ланки 2

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{AB} = 8,52 \text{ рад/с}^2.$$

3.2. Знайдемо прискорення точок А,В,С за допомогою плану прискорень

Виберемо полюс  $\pi$  і масштаб плану прискорень (рис. 3.8). Відкладемо спочатку відомі вектори правої частини рівняння (7): з полюса  $\pi$  відкладемо вектор  $\vec{p}_A$ , а з точки  $a$  - вектор  $\vec{p}_{BA}^n$ ; з точки  $b'$  - вектор  $\vec{p}_{BA}^\tau$ , довжина якого невідома. Звернемося тепер до лівої частини рівняння (7): з полюса  $\pi$  відкладемо вектор  $\vec{p}_B^n$ , а з точки  $b''$  - вектор  $\vec{p}_B^\tau$ . Точка перетину напрямів векторів  $\vec{p}_B^\tau$  і  $\vec{p}_{BA}^\tau$  дає точку  $b$ . Відрізок  $\pi b$  визначає модуль прискорення точки В. Вектор прискорення точки В спрямований від точки  $\pi$  до точки  $b$ . Безпосередні заміри відрізків з плану прискорень, з урахуванням масштабу, дають слідуєчи значення модулів прискорень:  $a_B = 12,2 \text{ м/с}^2$ ;  $a_{BA}^\tau = 8,5 \text{ м/с}^2$ ;  $a_B^\tau = 8,7 \text{ м/с}^2$ .

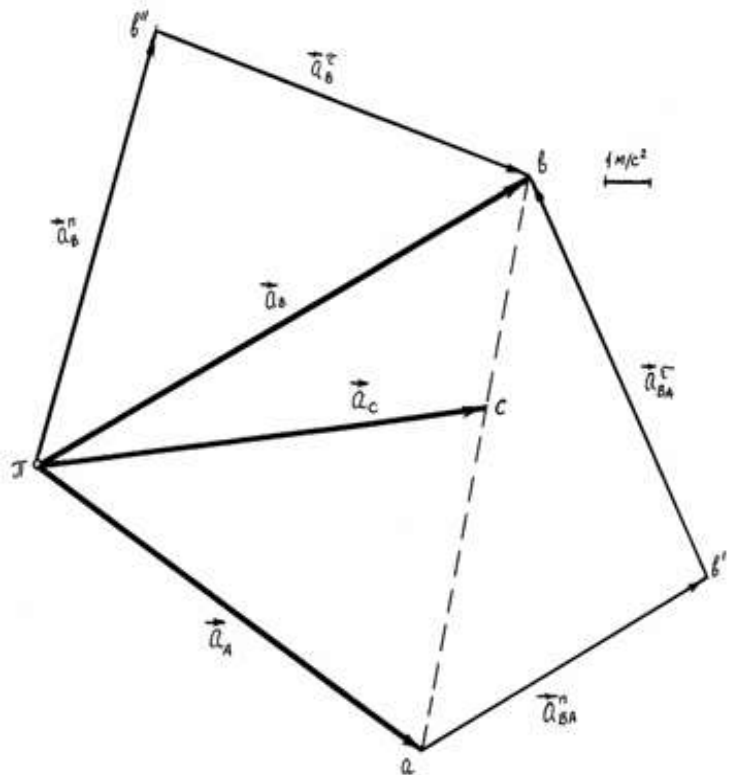


Рис. 3.8. План прискорень

Знайдемо прискорення точки С. Точка С знаходяться на відстані  $AC=0,6AB$ . Це дозволяє знайти прискорення точки С з плану прискорень, якщо на відрізку  $ab$  відкласти точку С, яка задовольняє умові  $ac = 0,6ab$ . З'єднаємо точку  $\pi$  з точкою  $c$ . Цим самим ми отримали напрям і модуль прискорення точки С.  $a_C = 10 \text{ м/с}^2$ .

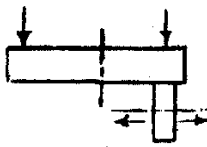
#### МОДУЛЬ 4. ДЕТАЛІ МАШИН MODULE 4. DETAILS OF MACHINES

## Лабораторна робота 1. Вивчення умовних позначень в кінематичних схемах машин

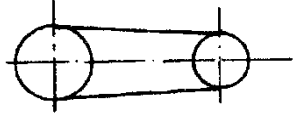
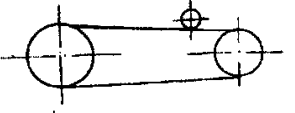
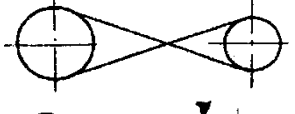
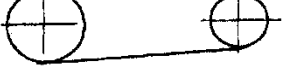
### Laboratory work 1. Study of conventional designations in kinematic diagrams of machines

Мета роботи. Вивчити умовні позначення і використовувати їх при опрацюванні курсу будівельних машин.

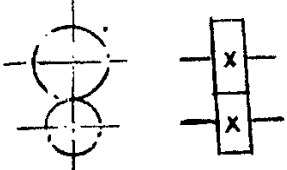
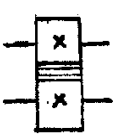
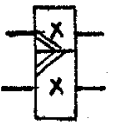
#### 1. Передачі фрикційні:

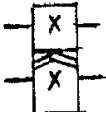


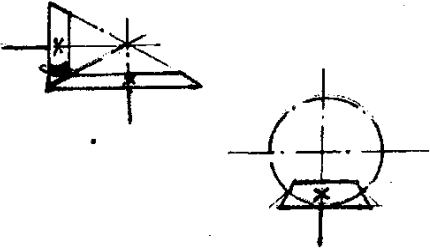
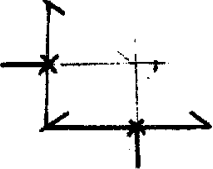
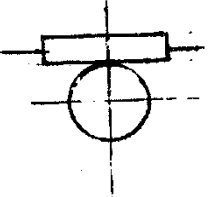
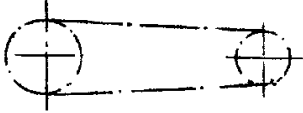
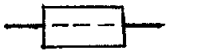
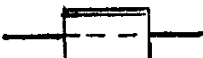
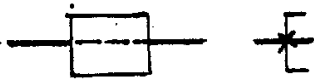
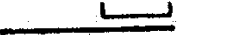

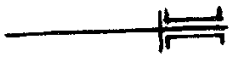
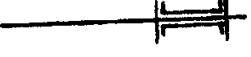

1.  - циліндричними роликами;
2.  - конічними роликами;
3.  - фрикційний варіатор.

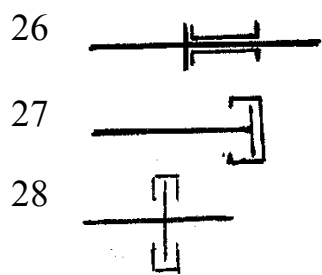
#### 2. Плоским пасом:

4.  - відкриті;
5.  - відкриті з натяжним роликом;
6.  - перехресні;
7.  - клиновидним пасом.

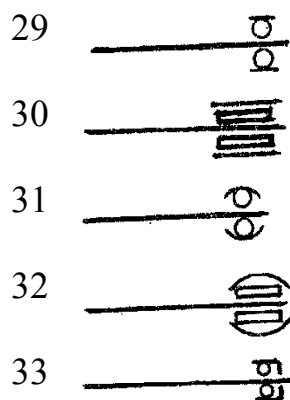
#### 3. Передачі зубчасті:

8.  - циліндричні із зовнішнім зачепленням (без уточнення типу зубців);
9.  - з прямими зубцями;
10.  - з косими зубцями;

- 11  - з шевронними зубцями;
- 12  - з внутрішнім зачепленням;
- 13  - конічні з прямими, косими та круговими зубцями;
- 14  - конічні без уточнення типу зубців;
- 15  - те саме;
- 16  - черв'ячна передача з циліндричним черв'яком;
- 17  - ланцюгова передача (без уточнення типу ланцюга).
4. З'єднання деталей з валом
- 18  - вільне при обертанні;
- 19  - рухоме без обертання;
- 20  - глухе.
5. Підшипники:  
ковзання.
- 21  - радіальний;
- 22  - радіальний самовстановний;
- 23  - радіально-упорний односторонній;
- 24  - радіально-упорний двосторонній;
- 25  - упорний односторонній кінцевий;

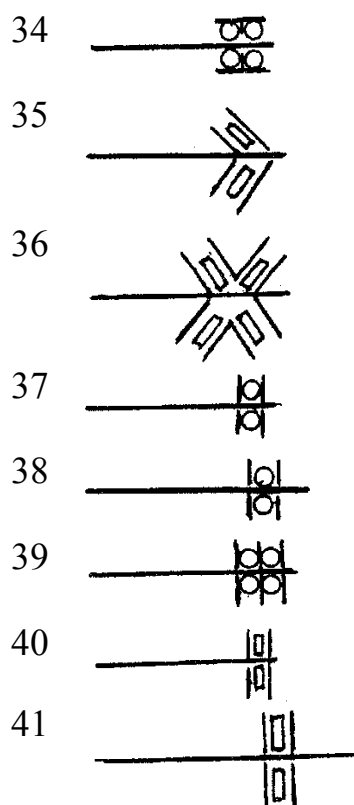


- упорний односторонній проміжний;
- упорний двосторонній кінцевий;
- упорний двосторонній проміжний.



#### кочення

- підшипник кочення радіальний шариковий;
- підшипник кочення радіальний роликовий;
- підшипник кочення радіальний шариковий самовстановний;
- підшипник кочення радіальний роликовий самовстановний;
- підшипник кочення радіально-упорний односторонній шариковий;
- підшипник кочення радіально-упорний подвійний шариковий;
- підшипник кочення радіально-упорний роликовий;
- підшипник кочення радіально-упорний роликовий двосторонній;



- підшипник кочення упорний одинарний;
- підшипник кочення проміжний шариковий;
- підшипник кочення подвійний проміжний;
- упорний роликовий;
- упорний роликовий проміжний.

## Лабораторна робота 2. Перевірочний розрахунок закритої циліндричної передачі (тихохідної)

### Laboratory work 2. Verification calculation of a closed cylindrical gear (low-speed)

Перевірочний розрахунок закритих зубчатих передач здійснюється у дві стадії:

на першій виконується перевірка зачеплення по контактних напруженнях, а на другій зачеплення перевіряється за умовою міцності по напруженнях згину.

Умова міцності зачеплення на контактну витривалість має вигляд:

$$\sigma_H \leq [\sigma_{HP}],$$

в якому  $\sigma_H$  – діюче контактне напруження.

Величина діючого контактного напруження визначається по формулі

$$\begin{aligned}\sigma_H &= Z_H \cdot Z_M \cdot Z_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{w_{Ht} \cdot k_{HV}}{d_1} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)} = \\ &= 1,76 \cdot 275 \cdot 0,88 \cdot \sqrt{\frac{34,96 \cdot 1,01}{42} \cdot \left(\frac{3,12+1}{3,12}\right)} = 448,77 \text{ МПа} \cdot \pi [] = 872 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Тут  $Z_H$  – коефіцієнт, що враховує форму зв'язаних поверхонь зубів;

$Z_M$  – коефіцієнт, що враховує механічні властивості матеріалів шестірні і колеса;

$Z_\varepsilon$  – коефіцієнт, що враховує сумарну довжину контактних ліній;

$w_{Ht}$  – питома розрахункова колова окружна сила (Н·мм);

$k_{HV}$  – коефіцієнт динамічного навантаження в зачепленні.

Для сталевих коліс без зміщення приймають:  $Z_H = 1,76$ ;  $Z_M = 275$ .

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4 - 1,67}{3}} = 0,88.$$

Тут  $\varepsilon_\alpha$  – відповідно коефіцієнти торцевого перекриття.

Коефіцієнт торцевого перекриття визначається по формулі:

$$\varepsilon_\alpha = \left[ 1,88 - 3,2 \cdot \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cdot \cos \beta = \left[ 1,88 - 3,2 \cdot \left( \frac{1}{21} + \frac{1}{64} \right) \right] \cdot \cos 20^\circ = 1,67.$$

Питома розрахункова колова сила підраховується як:

$$w_{Ht} = \frac{F_1 \cdot k_{H\alpha} \cdot k_{H\beta}}{b_{\omega 2}} = \frac{2391 \cdot 1,01 \cdot 1,01}{22,1} = 110 \text{ Н/мм},$$

де  $k_{H\alpha}$  – коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження між зубами, що приймається за таблицею довідника.

Для визначення коефіцієнта динамічного навантаження в зачепленні  $k_{HV}$  необхідно знайти питому колову динамічну силу:

$$w_{HV} = \delta_H \cdot g_0 \cdot v \cdot \sqrt{\frac{a_\omega}{i}} = 0,006 \cdot 38 \cdot 0,95 \cdot \sqrt{\frac{85}{3,12}} = 1,13$$



У виразі прийняті наступні позначення:

$\delta_H$  – коефіцієнт, що враховує вплив виду зубчастої передачі (визначається за табл.);

$g_0$  – коефіцієнт, що враховує різницю кроків зубів (визначається за табл.);

$V$  – колова швидкість в зачепленні, м/с.

$$v = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60} = \frac{3.14 \cdot 0,042 \cdot 396,5}{60} = 0,87 \text{ м/с.}$$

Коефіцієнт динамічного навантаження в зачепленні дорівнює

$$k_{HV} = 1 + \frac{w_{HV}}{w_{Ht}} = 1 + \frac{1,13}{110,4} = 1,01.$$

Після остаточного визначення величини контактного напруження  $\sigma_H$  здійснюють перевірку міцності зачеплення.

Перевірка передачі на контактну витривалість при цьому вважається закінченою.

Перед проведенням перевірконого розрахунку зубів передачі на згин необхідно визначити відношення  $\Delta$  допустимого згинаючого напруження  $[\sigma_{FP}]$  до коефіцієнта форми зуба  $Y_F$ , окремо для шестірні і окремо для колеса:

$$\Delta_1 = [\sigma_{FP}]_1 / Y_{F1} = 235 / 3,92 = 59,9;$$

$$\Delta_2 = [\sigma_{FP}]_2 / Y_{F2} = 205 / 3,61 = 56,79.$$

Коефіцієнт форми зуба береться з табл. залежно від еквівалентного числа зубів  $Z_V$ . Для прямозубої передачі еквівалентне число зубів дорівнює фактичному числу зубів ( $Z_V = Z$ ).

Подальший розрахунок проводять для колеса, як слабшої ланки, у якого відношення  $\Delta$  менше.

Умова міцності при перевірці циліндричного зачеплення на згинаючу витривалість має вигляд:  $\sigma_F \leq [\sigma_{FP}]$  в якому  $\sigma_F$  – діюче напруження згину.

Діюче напруження згину визначається по формулі:

$$\sigma_{F1} = \frac{Y_F \cdot Y_\beta \cdot w_{Ft} \cdot k_{FV}}{m} = \frac{3,92 \cdot 1 \cdot 76,5 \cdot 1,03}{2} = 154,5 \text{ МПа} \quad \pi [\sigma_{FP}] = 235 \text{ МПа,}$$

де  $Y_\beta$  – коефіцієнт, що враховує кут нахилу лінії зуба;

$w_{Ft}$  – питома розрахункова колова сила при згині;

$k_{FV}$  – коефіцієнт динамічного навантаження при згині.

Коефіцієнт, що враховує кут нахилу лінії зуба, приймається рівним одиниці для прямозубих передач.

Питома розрахункова колова сила дорівнює:

$$w_{Ft} = \frac{F_t \cdot k_{F\alpha} \cdot k_{F\beta}}{b_{\omega 2}} = \frac{2391 \cdot 1,01 \cdot 0,7}{22,1} = 76,5.$$

Тут  $k_{F\alpha}$  – коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубами при згині;  
 $k_{F\beta}$  – коефіцієнт розподілу навантаження по ширині вінця при згині.

Коефіцієнт розподілу навантаження між зубами  $k_{F\alpha}$  дорівнює одиниці для прямозубих, тоді коефіцієнт  $k_{F\alpha}$  розраховується за виразом:

$$k_{F\alpha} = \frac{4 + (\varepsilon_\alpha - 1) \cdot (n - 5)}{4 \cdot \varepsilon_\alpha} = \frac{4 + (1,67 - 1) \cdot (6 - 5)}{4 \cdot 1,67} = 0,7,$$

де  $n$  – ступінь точності за нормами плавності.

Коефіцієнт динамічного навантаження при прогині визначається аналогічно динамічному коефіцієнту при визначенні контактних напружень:

$$k_{FV} = 1 + \frac{w_{FV}}{w_{Ft}} = 1 + \frac{2,76}{76,5} = 1,03.$$

У цьому виразі  $w_{FV} = \delta_F \cdot g_0 \cdot v \cdot \sqrt{\frac{a_\omega}{i}}$  – питома динамічна колова сила при згині.

Коефіцієнт, що враховує вплив виду зубчастої передачі при згині  $\delta_F$ , дорівнює для прямозубих передач  $\delta_F = 0,016$ .

$$w_{FV} = \delta_F \cdot g_0 \cdot v \cdot \sqrt{\frac{a_\omega}{i}} = 0,016 \cdot 38 \cdot 0,87 \cdot \sqrt{\frac{85}{3,12}} = 2,76.$$

На цьому перевіірочний розрахунок циліндричних зубчастих передач вважається закінченим.

### Лабораторна робота 3. Розрахунок валів

### Laboratory work 3. Calculation of shafts

#### 3.1. Проектний розрахунок валів

#### 3.1. Project calculation of shafts

При проектному розрахунку звичайно відомі обертальний момент  $T$  або потужність  $P$  і частота обертання  $n$ , навантаження і розміри основних деталей, розташованих на валу (наприклад, зубчастих коліс, зірочок, шківів, муфт).

Мета цього розрахунку - вибір матеріалу вала і визначення його розмірів.

У редукторі, що проектується, рекомендується застосовувати термічно оброблену середньо вуглецеву сталь 45. Механічні характеристики сталі для виготовлення валів визначають за табл.

Визначимо розміри всіх валів, що входять в проектуємий редуктор:  
швидкохідний вал редуктора;

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{14,23 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 25}} = 14,2 \text{ мм.}$$

$$L_1 = (1,0 \dots 1,5) \cdot d_1 = (1,0 \dots 1,5) \cdot 14,2 = 14,2 \dots 21,3 \text{ мм;}$$

$$d_2 = d_1 + 2 \cdot t = 14,2 + 2 \cdot 2 = 18,2 \text{ мм;}$$

$$L_2 \approx 1,5 \cdot d_2 = 1,5 \cdot 18,2 = 27,3 \text{ мм;}$$

$$d_3 = d_2 + 3,2 \cdot r = 18,2 + 3,2 \cdot 1,6 = 23,32 \text{ мм};$$

$L_3$  – визначається конструктивно по ескізного компоунанню;

$$d_4 = d_2 = 18,2 \text{ мм};$$

$$L_4 = B.$$

проміжній вал редуктора;

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{51,2 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30}} = 20,4 \text{ мм}.$$

$$L_1 = (1,0 \dots 1,5) \cdot d_1 = (1,0 \dots 1,5) \cdot 20,4 = 20,4 \dots 30,6 \text{ мм};$$

$$d_2 = d_1 + 2 \cdot t = 20,4 + 2 \cdot 2,0 = 24,4 \text{ мм};$$

$$L_2 \approx 1,25 \cdot d_2 = 1,25 \cdot 24,4 = 25,5 \text{ мм};$$

$$d_3 = d_2 + 3,2 \cdot r = 24,4 + 3,2 \cdot 1,6 = 29,52 \text{ мм};$$

$L_3$  – визначається конструктивно по ескізного компоунанню.

$$d_4 = d_2 = 24,4 \text{ мм}; L_4 = B.$$

тихохідний вал редуктора;

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2 \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{153 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 40}} = 26,74 \text{ мм}.$$

$$L_1 = (1,0 \dots 1,5) \cdot d_1 = (1,0 \dots 1,5) \cdot 26,74 = 26,74 \dots 40,11 \text{ мм};$$

$$d_2 = d_1 + 2 \cdot t = 26,74 + 2 \cdot 2,5 = 31,74 \text{ мм};$$

$$L_2 \approx 1,25 \cdot d_2 = 1,25 \cdot 31,74 = 39,675 \text{ мм};$$

$$d_3 = d_2 + 3,2 \cdot r = 31,74 + 3,2 \cdot 2,5 = 39,74 \text{ мм};$$

$L_3$  – визначається конструктивно по ескізного компоунанню;

$$d_4 = d_2 = 31,74 \text{ мм};$$

$L_4$  - визначається графічно;

### *6.2. Вибір типу і попереднє визначення типорозміру підшипників кочення*

Вибір найбільш раціонального типу підшипника для даних умов роботи редуктора вельми складний і залежить від цілого ряду чинників: потужності, що передається редуктором, типу передачі, співвідношення сил в зачепленні, частоти обертання внутрішнього кільця підшипника, необхідного терміну служби, прийнятної вартості, схеми установки.

Вибираємо такий тип підшипника для швидкохідного валу редуктора: радіально шарикові однорядні легкої серії, який має такі характеристики: №204,  $d=20$  мм,  $D=47$  мм,  $B=14,0$  мм,  $C=10$  кН,  $C_0=6,3$  кН.

Вибираємо такий тип підшипника для проміжного валу редуктора: радіально шарикові однорядні легкої серії, який має такі характеристики: №204,  $d=20$  мм,  $D=47$  мм,  $B=14,0$  мм,  $C=10$  кН,  $C_0=6,3$  кН.

Вибираємо такий тип підшипника для тихохідного валу редуктора: радіально шарикові однорядні легкої серії, який має такі характеристики: №206,  $d=30$  мм,  $D=62$  мм,  $B=16,0$  мм,  $C=15$  кН,  $C_0=10$  кН.

### *6.3. Розробка ескізного компоунання редуктора*

Ескізне компоунання встановлює положення коліс редукторної пари, елемента передачі відносно опор (підшипників); визначає відстань між точками додання реакцій підшипників швидкохідного і тихохідного валів, а також точки

додання сили тиску елемента відкритої передачі на відстані від реакції суміжного підшипника. Компонування редуктора визначається його призначенням, вимогами до нього, залежить від конструювання окремих агрегатів.

$a_{\omega 1}$  – міжосьові відстані відповідно швидкохідного і проміжного ступенів редуктора,  $a_{\omega 1} = 78$  мм;

$a_{\omega 2}$  – міжосьові відстані відповідно проміжного і тихохідного ступенів редуктора,

$a_{\omega 2} = 85$  мм;

$d_{a1}^{шв}$  – діаметри кіл виступів колеса швидкохідного рівня,  $d_{a1}^{шв} = 59,4$  мм;

$d_{a2}^{тих}$  – діаметри кіл виступів колеса тихохідного рівня,  $d_{a2}^{тих} = 132$  мм;

$b_1^{шв}$  – ширина вінця колеса,  $b_1^{шв} = 20$  мм;

$b_2^{тих}$  – ширина вінця колеса,  $b_2^{тих} = 22,1$  мм;

$b_0$  – зазор між поверхнею кола виступів зубчастих коліс і корпусом редуктора,

$b_0 = (5 \dots 10) \cdot m$  – для циліндричного ступеня,  $b_0 = (5 \dots 10) \cdot 2 = 10 \dots 20$  мм;

$\delta$  – товщина стінки корпусу редуктора, приймаємо  $\delta = 8$  мм;

$\delta_1$  – товщина стінки кришки редуктора,  $\delta_1 = 0,025 \cdot a_{\omega} + 1 = 0,025 \cdot 85 + 1 = 8$  мм;

$\delta_2$  – товщина (висота) опорної поверхні кришки підшипника,  $\delta_2 = 8$  мм при  $D_{ПК} = (47 \dots 62)$  мм.;

$e$  – зазор між торцевою поверхні підшипника до внутрішньої поверхні корпусу редуктора,  $e = (0 \dots 1,0) \cdot \delta_2 = 8$  мм;

$e_1$  – зазор між торцевою поверхні шестерні до внутрішньої поверхні редуктора,  $e_1 = (1,0 \dots 1,2) \cdot \delta = (8 \dots 9,6)$  мм;

$e_2$  – зазор між торцями зубчастих коліс,  $e_2 = (0,5 \dots 1,0) \cdot \delta = (4 \dots 8)$  мм;

$e_3$  – зазор між поверхнею кола виступів колеса швидкохідного рівня і тихохідним валом,  $e_3 = (1,5 \dots 2,0) \cdot \delta = (12 \dots 16)$  мм;

$a$  – відстань між віссю симетрії швидкохідного ступеня і центром підшипників кочення,  $a = 0,5 \cdot (B + b_1^{шв}) + e + e_1 = 0,5 \cdot (14 + 20) + 8 + 8 = 33$  мм;

$c$  – відстань між віссю симетрії тихохідного ступеня і центром швидкохідного ступеня,  $c = a + 0,5 \cdot (B + b_2^{тих}) + e + e_1 = 0,5 \cdot (16 + 22,1) + 8 + 8 = 43,05$  мм;

$B$  – ширина підшипника,  $B = 14$  і  $16$  мм;

$L_a$  – відстань між центрами підшипників кочення,

$L_a = 0,5 \cdot (b_1^{шв} + b_2^{тих}) + e_2 + 2 \cdot (e + e_1) = 0,5 \cdot (18,72 + 30) + 8 + 2 \cdot (8 + 8) = 73,72$  мм;

$L_b$  – відстань між центром підшипника і центром шпонки вихідного кінця вала,  $L_b$  – вибираються конструктивно в залежності від типу кришки підшипника (крізна або глуха, торцева або врізна) і від типу ущільнення вала.

$L_c$  – відстань між зовнішнім торцем підшипника і буртом вихідного кінця вала,  $L_c$  – вибираються конструктивно в залежності від типу кришки підшипника (крізна або глуха, торцева або врізна) і від типу ущільнення вала.

$L_d$  – відстань між буртом вихідного кінця вала і головкою болта (якщо використовуються болти або гвинти з потайною головкою, то відстань

вимірюється до зовнішньої поверхні кришки редуктора),  $L_d$  - вибираються конструктивно залежно від типу кришки підшипника (крізна або глуха, торцева або врізна) і від типу ущільнення вала.

$L_e$  – довжина вихідного кінця вала (чисельно рівна величині  $L_1$ ).

$c$  – відстань між віссю симетрії тихохідного ступеня і центром підшипників кочення,  $c = a = 0,5 \cdot (B + b_1^{0,6\delta}) + e + e_1 = 0,5 (16 + 22,1) + 8 + 8 = 43,05$  мм;

$S$  – товщина фланця корпусу,  $S = (1,5 \dots 1,75) \cdot \delta = (12 \dots 14)$  мм;

$S_1$  – товщина фланця кришки,  $S_1 = (1,5 \dots 1,75) \cdot \delta = (12 \dots 14)$  мм;

$S_2$  – товщина опорної плити корпусу,  $S_2 = 2,35 \cdot \delta = 2,35 \cdot 8 = 18,8$  мм;

$d_2 = (0,7 \dots 0,75) \cdot d_1 = (0,7 \dots 0,75) \cdot 20 = 14 \dots 15$  мм;

$d_3 = (0,5 \dots 0,6) \cdot d_1 = (10 \dots 12)$  мм;

$K$  – залежить від діаметра болта  $d_1$ ;  $d_2$  і  $d_3$ .

$m = K + 1,5 \cdot \delta$ .

### 3.2. Складання розрахункової схеми проміжного валу редуктора і побудова епюри згинальних і обертальних моментів. Перевірочний розрахунок підшипників

#### Compilation of the calculation diagram of the intermediate shaft of the gearbox and construction of curves of bending and rotational moments. Verification calculation of bearings

Розрахуємо опорні реакції проміжного валу конічно-циліндричного редуктора і побудуємо епюри згинальних і обертального моментів (рис. 4.1). Вихідні дані для розрахунку – крутний момент на ведучому валу  $T = 51,02$  Н·м, частота обертання вала  $n = 396,5$  об/хв.; відстані вала  $a = 72$  мм,  $b = 35$  мм;  $c = 45$  мм.

Значення силових факторів, що діють у конічному зачепленні візьмемо з попередніх розрахунків:

окружна сила –  $F_{t1} = 546,26$  Н;  $F_{t2} = 2391$  Н;

радіальна сила –  $F_{r1} = 192,2$  Н;  $F_{r2} = 870$  Н;

осьова сила –  $F_{a1} = 50,86$  Н.

Складемо рівняння рівноваги моментів щодо точки 1 і рівняння рівноваги сил окремо в горизонтальній площині й окремо у вертикальній:

$$\sum M_1^X = 0; F_{t1} \cdot a - R_B^X (a + b + c) + F_{t2} \cdot (a + b) = 0;$$

$$\sum F^X = 0; F_{t1} + F_{t2} - R_A^X - R_B^X = 0.$$

Значення реакцій визначиться як:

$$R_B^X = \frac{F_{t1} \cdot a + F_{t2} \cdot (a + b)}{a + b + c} = \frac{546,26 \cdot 0,072 + 2391 \cdot (0,072 + 0,035)}{0,152} = 1942 \text{ Н};$$

$$R_A^X = F_{t1} + F_{t2} - R_B^X = 546,26 + 2391 - 1942 = 995,26 \text{ Н}.$$

Перевіримо правильність виконання обчислень:

$$\Sigma M_4^X = 0; F_{t1} \cdot (b - c)a + F_{t2} \cdot c - R_A^X (a + b + c) = 0;$$

$$R_A^X = \frac{F_{t1} \cdot (b + c)}{a + b + c}$$

$$\frac{546,26 \cdot 0,08 + 2391 \cdot 0,045}{0,152} = 995,3 \text{ Н.}$$

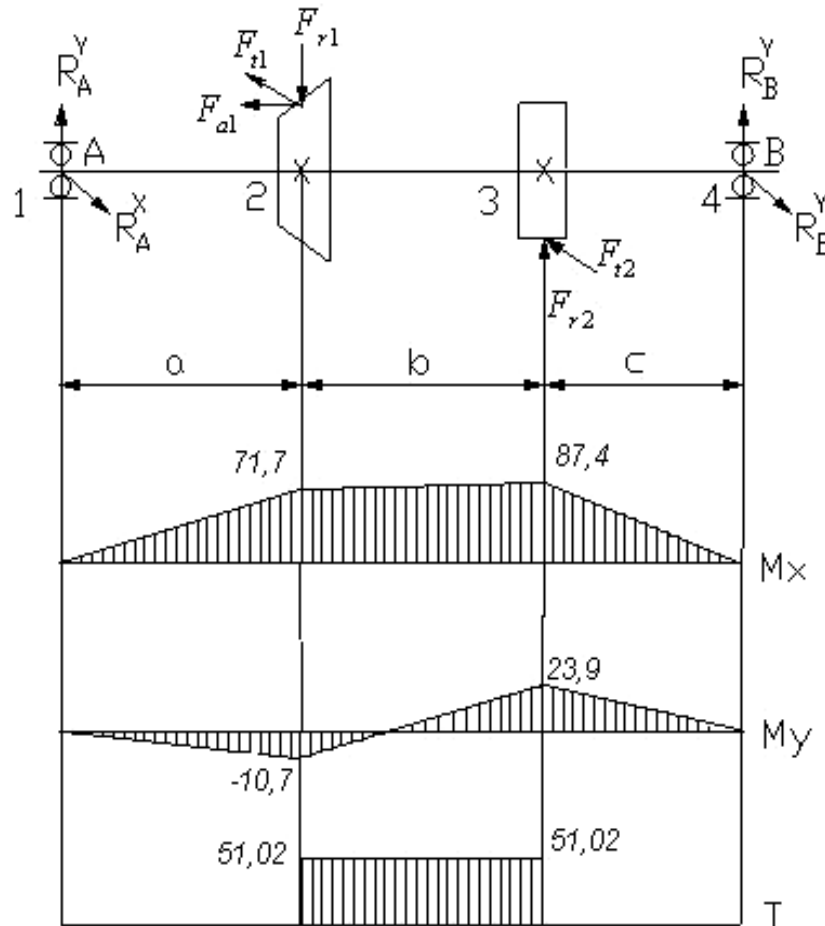


Рис. 4.1. Епюри згинних і крутних моментів проміжного вала

Оскільки значення реакції  $R_A^X$ , обчислене з рівняння рівноваги сил і рівняння рівноваги моментів рівне, то визначення реакцій проведено правильно.

$$\begin{cases} \Sigma M_2^Y = 0 = -F_r \cdot a + 0,5 \cdot F_a \cdot d_1 + F_{t1} \cdot (b + c) - R_b^Y \cdot b = 0 \\ \Sigma F^Y = 0 = F_r + F_{t1} - R_A^Y - R_B^Y = 0 \end{cases}$$

$$R_B^Y = \frac{F_{r1} \cdot a - F_{r1} \cdot (a + b) - M}{a + b + c} = \frac{192,2 \cdot 0,072 - 870 \cdot (0,072 + 0,035) - 1,34}{0,152} = 530,2 \text{ Н.}$$

$$R_A^Y = F_{r1} - F_{r2} - R_B^Y = 192,2 - 870 + 530,2 = -147,6 \text{ Н.}$$

Перевіримо правильність виконання обчислень:

$$\Sigma M_4^Y = 0 = F_{r1} \cdot (b + c) - F_{r2} \cdot c - R_A^Y \cdot (a + b + c) + M = 0.$$

$$R_A^Y = \frac{F_{r1} \cdot (b + c) - F_{r2} \cdot c + M}{a + b + c} = \frac{192,2 \cdot (0,035 + 0,045) - 870 \cdot 0,045 + 1,34}{0,152} = -147,59 \text{ Н.}$$

Оскільки значення реакції  $R_A^Y$ , обчислені з рівняння рівноваги сил і рівняння рівноваги моментів рівні, то визначення реакцій проведене правильно.

Побудуємо епюри згинальних моментів, окремо для горизонтальної і вертикальної площин, а також епюру крутильного моменту в горизонтальній площині:

$$M_1^X = 0; M_2^X = R_A^X \cdot a = 995,3 \cdot 0,072 = 71,7 \text{ Н}\cdot\text{м}; M_4^X = 0;$$

$$M_3^X = R_B^X \cdot c = 1942 \cdot 0,045 = 87,4 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_1^Y = 0; M_2^Y = R_A^Y \cdot a = -147,6 \cdot 0,072 = -10,7 \text{ Н}\cdot\text{м}; M_4^Y = 0;$$

$$M_3^Y = R_B^Y \cdot c = 530,2 \cdot 0,045 = 23,9 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$T_1 = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}; T_2 = 51,02 \text{ Н}\cdot\text{м}; T_3 = 51,02 \text{ Н}\cdot\text{м}; T_4 = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Будуємо епюри, підставляючи в характерні точки значення, згинальних та обертального моментів.

Зробимо перевірку попереднього вибору підшипників:

сумарна величина радіального навантаження

$$R_A^\Sigma = \sqrt{(R_A^X)^2 + (R_A^Y)^2} = \sqrt{995,3^2 + (-147,6)^2} = 1006 \text{ Н};$$

$$R_B^\Sigma = \sqrt{(R_B^X)^2 + (R_B^Y)^2} = \sqrt{1942^2 + 530,2^2} = 2013 \text{ Н}.$$

$$R^\Sigma = \sqrt{(995,4)^2 + (1066,35)^2} = 1458,7$$

Визначимо навантаження на підшипники. Осьове навантаження відсутнє. Радіальне навантаження, яке сприймається одним підшипником, буде:

$$F_r = 50,86 / 2 = 25,43 \text{ Н};$$

Визначаємо значення кінематичного, температурного коефіцієнта і коефіцієнта безпеки  $V = 1,2$  (оскільки обертається зовнішнє кільце),  $K_T = 1,0$ ,  $K_B = 1,2$ ;

Оскільки осьове навантаження відсутнє, то для визначення еквівалентного навантаження використовуємо формулу. Значення еквівалентного навантаження дорівнює:

$$R_{\text{екв}} = V \cdot R^\Sigma \cdot K_1 \cdot K_2 = 1,2 \cdot 2250 \cdot 1,0 \cdot 1,2 = 2754 \text{ Н}.$$

Розрахункова довговічність визначиться як:

$$L_h = \frac{10^6}{60 \cdot n} \left( \frac{C}{R_{\text{екв}}} \right)^m = \frac{10^6}{60 \cdot 396,5} \left( \frac{11}{2,7} \right)^3 = 2839 \text{ Н} < L = 10000 \text{ Н}$$

Знайдемо значення розрахункової динамічної вантажопідйомності :

$$C_p = R_{\text{екв}} \sqrt[m]{573 \cdot \omega \cdot \frac{L_h}{10^6}} = 4703 \cdot \sqrt[3]{573 \cdot 38,06 \cdot \frac{105,4}{10^6}} = 6,2 \text{ кН} < C = 11 \text{ кН}.$$

Тому що умова  $C_p = C$  виконується, то й вибір підшипників здійснений правильно.

**Лабораторна робота 4. Складання розрахункової схеми тихохідного валу редуктора і побудова епюр згинальних і обертальних моментів. Перевірочний розрахунок підшипників**

**Laboratory work 4. Compilation of the calculation diagram of the low-speed gearbox shaft and construction of curves of bending and rotational moments. Verification calculation of bearings**

Розрахуємо опорні реакції тихохідного валу конічно-циліндричного редуктора і побудуємо епюри згинальних і обертального моментів (рис. 4.2). Вихідні дані для розрахунку – крутний момент на ведучому валу  $T = 153 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , частота обертання валу  $n = 127 \text{ об/хв.}$ ; відстані валу  $a = 110 \text{ мм}$ ,  $b = 45 \text{ мм}$ ;  $c = 40 \text{ мм}$ ; Значення силових факторів, що діють у конічному зачепленні візьмемо з попередніх розрахунків: окружна сила –  $F_{t1} = 2391 \text{ Н}$ ; радіальна сила  $F_r = 870 \text{ Н}$ ;

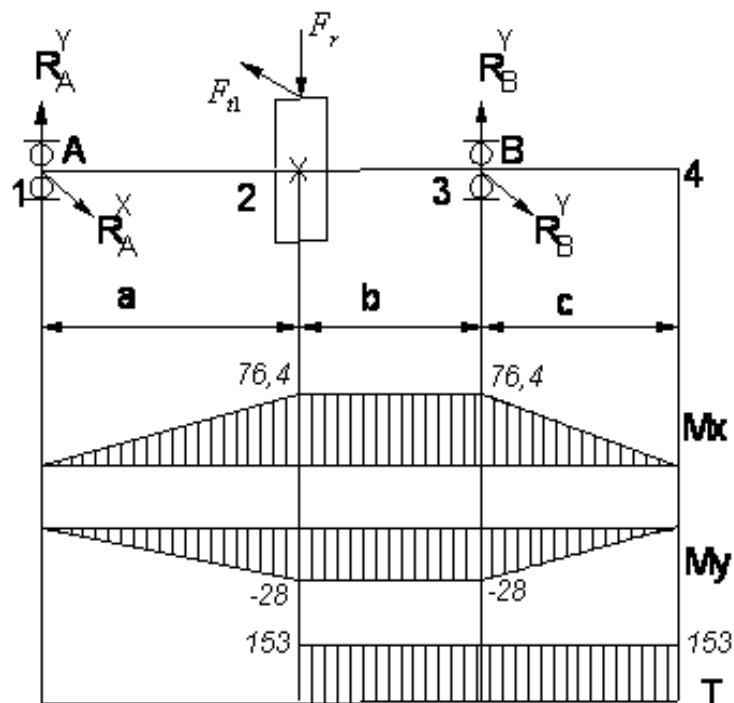


Рис. 4.2. Епюри згинних і крутних моментів тихохідного валу

Складемо рівняння рівноваги моментів щодо точки 2 і рівняння рівноваги сил окремо в горизонтальній площині й окремо у вертикальній:

$$\sum M_1^X = 0; F_{t1} \cdot a - R_B^X (a + b) = 0;$$

$$\sum F^X = 0; F_{t1} + F_{t2} - R_A^X - R_B^X = 0.$$

Значення реакцій визначиться як:

$$R_B^X = \frac{F_t \cdot a}{a + b} = \frac{2391 \cdot 0,11}{0,11 + 0,045} = 1696,8 \text{ Н}; \quad R_A^X = F_t - R_B^X = 2391 - 1696,8 = 694,2 \text{ Н}.$$

Перевіримо правильність виконання обчислень:



$$\Sigma M_3^X = 0; F_r \cdot b - R_B^X (a + b) = 0; R_A^X = \frac{F_r \cdot b}{a + b} = \frac{2391 \cdot 0,045}{0,155} = 694,16.$$

Оскільки значення реакції  $R_A^X$ , обчислене з рівняння рівноваги сил і рівняння рівноваги моментів рівне, то визначення реакцій проведене правильно.

$$\Sigma M_1^Y = 0; -F_r \cdot a - R_B^Y (a + b) = 0;$$

$$\Sigma F^Y = 0; -F_r - R_A^Y - R_B^Y = 0.$$

$$R_B^Y = \frac{-F_r \cdot a}{a + b} = \frac{-870 \cdot 0,11}{0,155} = -617 \text{ Н.}$$

$$R_A^Y = -F_r - R_B^Y = -870 + 617 = -253 \text{ Н.}$$

Перевіримо правильність виконання обчислень:

$$\Sigma M_3^Y = 0; -F_r \cdot ba - R_B^Y (a + b) = 0,$$

$$R_A^Y = \frac{-F_r \cdot b}{a + b} = \frac{-870 \cdot 0,045}{0,155} = -253 \text{ Н.}$$

Оскільки значення реакції  $R_A^Y$ , обчислені з рівняння рівноваги сил і рівняння рівноваги моментів рівні, то визначення реакцій проведене правильно.

Побудуємо епюри згинальних моментів, окремо для горизонтальної і вертикальної площин, а також епюру крутильного моменту в горизонтальній площині:

$$M_1^X = 0; M_2^X = R_A^X \cdot a = 694,2 \cdot 0,11 = 76,4 \text{ Н}\cdot\text{м}; M_4^X = 0;$$

$$M_3^X = R_B^X \cdot b = 1696,8 \cdot 0,045 = 76,4 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_1^Y = 0; M_2^Y = R_A^Y \cdot a = -253 \cdot 0,11 = -28 \text{ Н}\cdot\text{м}; M_4^Y = 0;$$

$$M_3^Y = R_B^Y \cdot b = -617 \cdot 0,045 = -28 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$T_1 = 0; T_2 = 153 \text{ Н}\cdot\text{м}; T_4 = 153 \text{ Н}\cdot\text{м}; T_3 = 153 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Будуємо епюри, підставляючи в характерні точки значення, згинальних та обертового моментів.

Зробимо перевірку попереднього вибору підшипників:

сумарна величина радіального навантаження

$$R_A^\Sigma = \sqrt{(R_A^X)^2 + (R_A^Y)^2} = \sqrt{694,2^2 + (-253)^2} = 739 \text{ Н};$$

$$R_B^\Sigma = \sqrt{(R_B^X)^2 + (R_B^Y)^2} = \sqrt{1696,8^2 + (-617)^2} = 1805 \text{ Н.}$$

Визначимо навантаження на підшипники. Осьове навантаження відсутнє. Радіальне навантаження, яке сприймається одним підшипником, буде:

$F_r = 870/2 = 435 \text{ Н}$ . Визначаємо значення кінематичного, температурного коефіцієнта і коефіцієнта безпеки  $V = 1,2$  (оскільки обертається зовнішнє кільце),  $K_T = 1,0$ ,  $K_B = 1,2$ ;

Оскільки осьове навантаження відсутнє, то для визначення еквівалентного навантаження використовуємо формулу. Значення еквівалентного навантаження дорівнює:

$$R_{\text{екв}} = V \cdot R^{\Sigma} \cdot K_1 \cdot K_2 = 1,2 \cdot 1950 \cdot 1,0 \cdot 1,2 = 2808 \text{ Н};$$

Розрахункова довговічність визначиться як:

$$L_h = \frac{10^6}{60 \cdot n} \left( \frac{C}{R_{\text{екв}}} \right)^m = \frac{10^6}{60 \cdot 153} \left( \frac{15}{2,81} \right)^3 = 16451 \text{ Н} \cdot \pi \quad L_h = 20000 \text{ Н}.$$

Знайдемо значення розрахункової динамічної вантажопідйомності :

$$C_p = R_{\text{екв}} \sqrt[3]{573 \cdot \omega \cdot \frac{L_h}{10^6}} = 2808 \cdot \sqrt[3]{573 \cdot 157 \cdot \frac{16451}{10^6}} = 13,7 \text{ кН} < C = 15 \text{ кН}.$$

Тому що умова  $C_p < C$  виконується, то й вибір підшипників здійснений правильно.

## **ЧАСТИНА 2. ОСНОВИ ВЗАЄМОЗАМІННОСТІ ДЕТАЛЕЙ ТА СКЛАДАЛЬНИХ ОДИНИЦЬ МАШИН**

### **PART 2. FUNDAMENTALS OF INTERCHANGEABILITY OF PARTS AND COMPONENT UNITS OF MACHINES**

#### **Лабораторна робота 1. Розрахунок і вибір посадок з натягом**

#### **Laboratory work 1. Calculation and selection of landings with tension**

Обладнання: методичні рекомендації, довідники.

Мета заняття 7 – засвоїти методику розрахунку і вибору посадок з натягом із врахуванням конкретних умов роботи з'єднання, розмірів, матеріалу, питомого тиску, шорсткості поверхонь тощо.

Хід роботи

1. За варіантом завдання вибрати вихідні дані для розрахунку і вибору посадок з натягом.

2. Навести розрахункову схему розрахунку посадки з натягом.

3. Розрахувати: найменший питомий тиск в площі контакту вала і втулки; значення коефіцієнтів  $C_D$  і  $C_d$ ; потрібну деформацію деталей з'єднання; поправку на змінання мікронерівностей отвору і вала; мінімальний натяг, потрібний для передачі завданого навантаження.

4. Знайти максимальний тиск, що допускається міцністю отвору; рахуємо максимальну деформацію, що допускається міцністю отвору; визначаємо максимальний натяг, що допускається міцністю отвору.

5. Вибираємо стандартну посадку, яка задовольняє умовам  $N_{p \min} \geq N_{\min}$ ;  $N_{p \max} \leq N_{\max}$ ; знаходимо граничні відхили.

6. Креслимо схему полів допусків деталей з'єднання.

7. Креслимо ескізи з'єднання, отвору і вала з отриманням посадок і відхилів.

Вихідні дані для розрахунку і вибору посадок з натягом наведено в табл. 4.4.

1. За варіантом вибрати вихідні дані для розрахунку посадки з натягом в табл. 4.4.

2. Розрахувати посадку зубчастого колеса на вал за такими даними, розміри в мм:  $D/D_1 = 55/35$ ,  $D_2 = 85$ ,  $l = 75$ ;  $T = 225 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $R_{zD} = 3,2 \text{ мкм}$ ,  $R_{zd} = 1,6 \text{ мкм}$ .

3. Навести розрахункову схему розрахунку посадки з натягом.

Розрахункова схема посадки з натягом приведена на рис. 4.3.

4. Розрахувати: найменший питомий тиск в площі контакту вала і втулки; значення коефіцієнтів  $C_D$  і  $C_d$ ; потрібну деформацію деталей з'єднання; поправку на змінання мікронерівностей отвору і вала; мінімальний натяг.

При дії крутного моменту  $T$  найменший питомий тиск в площі контакту вала і втулки визначаємо за формулою:

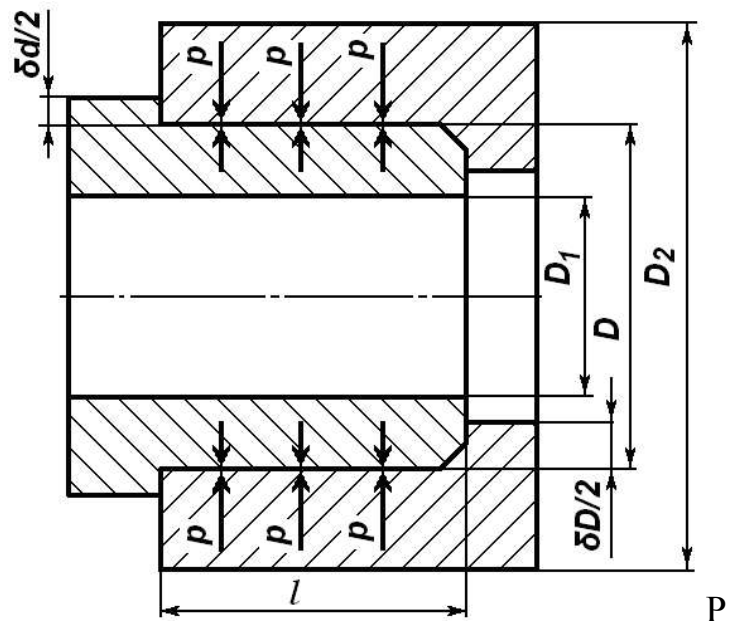


Рис. 4.3. Розрахункова схема посадки з натягом

$$p = \frac{2T}{\pi \cdot D^2 \cdot l \cdot f} = \frac{2 \cdot 225}{3,14 \cdot 0,085^2 \cdot 0,075 \cdot 0,07} 10^{-6} = 3,78 \text{ МПа.}$$

Тут значення коефіцієнта тертя приймаємо за даними табл. 4.1: для пари тертя сталь-сталь (сталь 45 ГОСТ 380-88, НВ 235...262)  $f=0,07$ .

Значення коефіцієнтів  $C_D$  і  $C_d$  підраховуємо за нижче наведеними формулами, отримав за даними табл. 4.1 значення коефіцієнтів Пуассона для отвору і вала:

$$\mu_D = \mu_d = 0,30.$$

$$C_D = \frac{1 + \left(\frac{D}{D_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{D}{D_2}\right)^2} + \mu_D = \frac{1 + \left(\frac{0,055}{0,085}\right)^2}{1 - \left(\frac{D_H}{D_2}\right)^2} + 0,30 = 2,36;$$

$$C_d = \frac{1 + \left(\frac{D_1}{D}\right)^2}{1 - \left(\frac{D_1}{D}\right)^2} - \mu_d = \frac{1 + \left(\frac{0,035}{0,055}\right)^2}{1 - \left(\frac{0,035}{0,055}\right)^2} - 0,30 = 2,06.$$

Тоді за формулою

$\delta = p \cdot D \left( \frac{C_D}{E_D} + \frac{C_d}{E_d} \right) \cdot 10^6$  визначаємо значення потрібної деформації деталей

з'єднання, прийняв значення модулів пружності матеріалу втулки і вала по табл.

(4.2)  $E_D = E_d = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па:

$$\delta = 3,78 \cdot 10^6 \cdot 0,055 \left( \frac{2,36}{2,1 \cdot 10^{11}} + \frac{2,06}{2,1 \cdot 10^{11}} \right) \cdot 10^6 = 4,37 \text{ мкм.}$$

Таблиця 4.1

Значення коефіцієнта тертя  $f$

Матеріал деталей	Пресування	Нагрів	Охолодження	Гідропресування
Сталь-сталь	0,07	0,14	0,07	0,10
Сталь-чавун	0,07	0,07	0,07	-
Сталь або чавун, бронза або латунь	0,05	0,05	0,05	-

Поправку на змінання мікронерівностей отвору і вала знаходимо за формулою:

$$U = 1,2(R_{zD} + R_{zd}) = 1,2(3,2 + 1,6) = 5,76 \text{ мкм.}$$

Визнаємо мінімальний натяг, потрібний для передачі завданого навантаження:

$$N_{\min} = \delta + U = 4,37 + 5,76 = 10,13 \text{ мкм.}$$

Таблиця 4.2. Значення  $E$  і  $\mu$

Матеріал	$E$ , Па	$\mu$
Сталь	$2,1 \cdot 10^{11}$	0,30
Чавун сірий	$1,0 \cdot 10^{11}$	0,25
Олов'яна бронза	$1,0 \cdot 10^{11}$	0,33
Безолов'яна бронза	$1,1 \cdot 10^{11}$	0,35

4.3 знаходимо максимальний тиск, що допускається міцністю отвору; рахуємо максимальну деформацію і визначаємо максимальний натяг, що допускається міцністю отвору. Прийняв за даними табл. 4.3 значення межі текучості матеріалу

отвору для заданої марки сталі  $\sigma_{TD} = 540$  МПа, знаходимо максимальний тиск, що допускається міцністю отвору:

$$[p]_{\max} = 0,5 \cdot \sigma_{TD} \left[ 1 - \left( \frac{D}{D_2} \right)^2 \right] = 0,5 \cdot 540 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,055}{0,085} \right)^2 \right] = 157 \text{ МПа.}$$

Рахуємо максимальну деформацію, що допускається міцністю отвору по формулі:

$$[\delta]_{\max} = [p]_{\max} \cdot \delta / p = 157 \cdot 10^6 \cdot 4,37 / (3,78 \cdot 10^6) = 181,5 \text{ мкм.}$$

Визначаємо максимальний натяг, що допускається міцністю отвору, за формулою:

$$N_{\max} = [\delta]_{\max} + U = 181,5 + 5,76 = 187,26 \text{ мкм.}$$

5. Вибираємо стандартну посадку, яка задовольняє умовам  $N_{p\min} \geq N_{\min}$  ;  $N_{p\max} \leq N_{\max}$  ; знаходимо граничні відхили.

Стандартна посадка, яка задовольняє умовам, буде (табл. 4.5)  $\varnothing 55H7/s6$ , у якої  $N_{p\min} = 13$  мкм,  $N_{p\max} = 40$  мкм.

Таблиця 4.3. Значення  $\sigma_{TD}$

Марка матеріалу	Твердість		$\sigma_{TD}$ , МПа
	НВ	HRC	
Сталь 45	235...262	-	540
	239...302	-	650
40Х, 40ХН	239...302	-	640
	235...262	-	750
	-	45...53	750
35ХМ, 45ХЦ	235...262	-	670
	269...302	-	790
	-	48...53	790
20ХНМ, 18ХГТ, 12ХНЗА	-	56...63	800
Бронза			
БрОФ10-1	-	-	З.....140
БрОНФ10-1	-	-	М.....200
БрОНФ10-1-1	-	-	В.....170
БрОЦС6-6-3	-	-	90
БрАЖ9-4	-	-	20

*Примітка: З-відливка в землю; М-в металеву форму; В-відцентровий спосіб.*

Граничні відхили (табл. 4.6, стор. 68 і табл. 4.7, стор. 70):

$\varnothing 55H7 - ES = +30$  мкм  $= +0,030$  мм,  $EI = 0$ ;  $\varnothing 55s6 - es = +72$  мкм  $= +0,072$  мм,  $ei = +53$  мкм  $= +0,053$  мм.

Граничні натягі у посадки:

$$N_{\min} = ei - ES = 0,053 - 0,030 = 0,023 \text{ мм};$$

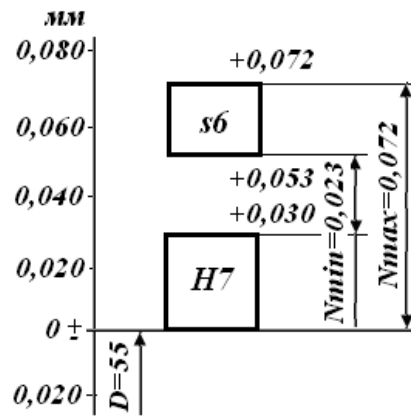
$$N_{\max} = es - EI = 0,072 - 0 = 0,072 \text{ мм}.$$

6. Креслимо схему полів допусків деталей з'єднання.

Схема розташування полів допусків деталей з'єднання  $\varnothing 55H7/s6$  наведено на рис. 4.4.

7. Креслимо ескізи з'єднання, отвору і вала з отриманням посадок і відхилів.

Ескізи з'єднання  $\varnothing 55H7/s6$ , отвору і вала з отриманням посадок і відхилів наведено на рис. 4.5



Таблиця

Рис. 4.4. Схема розташування полів допусків деталей з'єднання  $\varnothing 55H7/s6$

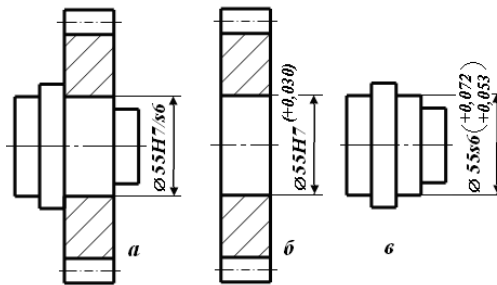


Рис. 4.5. Ескізи з'єднання (а), отвору (б) і вала (в)

#### 4.4. Вихідні дані для розрахунку і вибору посадок з натягом

Варіант	D/D <sub>1</sub> , мм	D <sub>2</sub> , мм	l, мм	T, Н·м	$\omega$ , рад/с	p, Па·10 <sup>6</sup>	R <sub>zD</sub> , мкм	R <sub>zd</sub> , мкм
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	30/24	55	35	150	95	0,10	12,5	6,3
2	38/30	62	45	200	75	0,18	3,2	1,6
3	44/36	70	60	260	70	0,22	6,3	3,2
4	42/34	60	65	235	80	0,18	6,3	3,2
5	50/42	80	70	250	75	0,21	6,3	3,2
6	54/46	80	65	165	65	0,23	12,5	6,3
7	58/48	85	80	145	55	0,22	12,5	6,3
8	62/54	90	75	215	50	0,24	6,3	3,2
9	64/56	95	80	200	50	0,25	3,2	1,6
10	70/60	100	75	135	90	0,55	12,5	6,3
11	72/60	105	80	210	85	0,60	12,5	6,3
12	74/62	110	90	220	85	0,65	6,3	3,2
13	82/70	130	90	300	80	0,70	6,3	3,2
14	84/72	135	90	350	90	0,75	3,2	1,6
15	88/74	140	100	300	80	0,70	3,2	1,6
16	90/76	145	100	350	85	0,75	3,2	1,6
17	92/78	140	105	400	75	0,80	1,6	0,8
18	94/60	145	105	450	80	0,90	1,6	0,8
19	96/82	155	100	425	75	0,85	1,6	0,8

20	98/84	160	110	450	70	0,90	1,6	0,8
21	100/86	160	120	475	70	0,95	1,6	0,8
22	102/90	155	105	350	60	0,30	3,2	1,6
23	104/88	160	110	375	55	0,32	1,6	0,8
24	106/84	165	115	400	55	0,34	1,6	0,8
25	35/20	60	40	200	110	0,80	6,3	3,2
26	40/22	60	50	115	110	0,70	3,2	1,6
27	45/28	75	60	220	100	0,65	3,2	1,6
28	50/30	80	70	200	100	0,45	3,2	1,6
29	55/35	85	75	225	95	0,40	3,2	1,6

Продовження табл. 4.4

30	60/40	90	80	250	95	0,38	1,6	0,8
31	65/35	90	75	250	80	0,40	12,5	6,3
32	70/40	95	80	270	75	0,38	6,3	3,2
33	80/45	105	90	300	70	0,34	6,3	3,2
34	105/80	160	115	550	60	1,4	1,6	0,8
35	110/85	170	120	600	55	1,50	3,2	1,6
36	115/80	175	125	700	50	1,60	1,6	0,8
37	120/90	160	135	550	55	1,00	3,2	1,6
38	125/85	165	140	600	50	1,20	1,6	1,6
39	130/70	170	145	700	50	1,20	1,6	0,8
40	42/20	65	60	180	95	0,46	6,3	3,2
41	44/22	70	65	200	90	0,48	6,3	3,2
42	46/18	75	65	220	90	0,50	3,2	3,2
43	48/20	80	70	240	85	0,52	3,2	1,6
44	50/22	85	70	260	85	0,54	1,6	1,6
45	52/24	85	75	170	85	0,46	1,6	1,6
46	54/26	85	80	180	80	0,48	1,6	0,8
47	58/30	90	90	250	80	0,26	3,2	1,6
48	60/40	90	90	260	75	0,27	3,2	1,6
49	62/36	95	95	270	70	0,28	1,6	0,8
50	64/32	90	85	110	65	0,35	1,6	0,8
51	66/34	90	85	115	60	0,38	1,6	1,6
52	68/32	90	85	120	55	0,47	1,6	0,8
53	70/35	100	90	125	55	0,46	1,6	0,8
54	72/32	100	95	130	60	0,50	1,6	0,8
55	74/30	110	100	200	45	0,30	3,2	1,6
56	76/28	115	105	210	45	0,45	1,6	0,8
57	78/40	195	90	210	60	0,32	1,6	0,8

Примітка: D—номінальний діаметр сполучення;

$D_1$  – діаметр свердління вала;  $D_2$  – зовнішній діаметр втулки;  
 $l$  – довжина сполучення;  $T$  – крутний момент;  
 $\omega$  – кутова швидкість вала;  $p$  – питомий тиск на опору;  
 $R_{zD}$  і  $R_{zd}$  – шорсткість поверхні відповідно отвору і вала.

Таблиця 4.5. Значення імовірних натягів

Посадка	Значення імовірних натягів ( $N_{pmin}$ , $N_{pmax}$ , мкМ) для діаметрів, мм														
	від 24 до 30	30	40	50	65	80	100	120	140	160	180	200	225	250	280
H7/p6	2	3	3	4	4	4	4		6			7		7	7
	27	32	23	39	39	45	45		53			62		70	70
H7/r6	8	11	11	13	15	18	21	26	28	31	34	37	40	45	49
	33	40	40	48	50	59	62	73	75	78	88	91	94	107	111
H7/s6	15	20	20	25	31	38	46	55	63	71	79	87	97	109	121
	40	49	49	60	66	79	87	102	110	118	133	141	151	171	183
H7/t6	21	25	31	38	47	58	71	85	94	109	123	137	153	169	191
	46	45	60	73	82	99	112	132	144	156	177	191	207	231	253
H7/x6	44	57	74	94	118	145	177	211	243	273	307	342	382	426	476
	69	86	103	129	153	186	218	258	290	320	361	396	436	488	538
H7/s7	16	20	20	26	32	39	47	56	64	72	80	88	98	111	123
	46	56	56	68	74	89	97	112	120	128	146	154	164	185	197
H7/t7	22	25	31	39	48	59	72	86	98	110	124	138	154	171	183
	52	61	67	81	90	109	122	142	154	166	190	204	220	245	257
H7/u7	29	37	47	60	75	92	112	134	163	174	194	216	242	268	303
	59	73	83	102	117	142	169	185	219	230	260	282	308	342	377
H7/v7	36	45	58	75	83	114	140	166	192	216	242	268	298	338	378
	66	81	94	117	125	164	190	217	248	272	308	334	364	412	452
H7/x7	45	57	74	95	119	146	178	202	234	264	308	334	383	428	478
	75	93	110	137	161	196	228	263	295	325	374	409	449	502	552
H7/y7	56	71	91	117	147	182	222	254	294	334	383	428	478	533	602
	86	107	127	159	189	232	272	315	355	395	449	494	544	607	677
H8/s7	4	7	7	11	16	20	28	33	41	49	54	62	72	82	94
	43	53	53	65	71	84	92	107	115	123	140	148	158	178	190
H8/u8	18	24	34	46	60	77	97	114	143	154	171	193	219	242	277



	65	80	90	110	125	153	173	202	231	242	273	295	321	366	391
H8/x8	34	44	61	81	104	131	163	192	224	254	285	320	360	402	451
	81	99	117	145	169	207	239	280	312	342	387	422	462	516	566
H8/z8	58	76	101	131	158	211	263	308	358	408	455	510	575	637	717
	105	132	156	195	233	287	339	398	448	498	557	612	677	751	831

## **Лабораторна робота 2. Розрахунок і вибір посадок з зазором** **Laboratory work 2. Calculation and selection of landings with a gap**

Обладнання: методичні рекомендації, довідники.

Мета завдання 8 – засвоїти методику розрахунку і вибору посадок із зазором з урахуванням конкретних умов роботи з'єднання (розмірів, швидкості обертання, властивості мастил, шорсткості поверхонь тощо).

### Хід роботи

1. За варіантом завдання вибрати вихідні дані для розрахунку посадок з зазором.
2. Навести розрахункову схему розрахунку посадки з зазором.
3. Розрахувати величину  $hS$  і визначаємо найвигідніший (оптимальний) зазор  $S_{\text{опт}}$ .
4. Підраховуємо розрахунковий зазор з урахуванням спрацювання мікронерівностей на поверхні контакту. Вибіраємо необхідну стандартну посадку. Визначаємо граничні зазори і середній зазор.
5. Перевіряємо правильність вибору посадки (достатність шару мастила).
6. Визначення основних параметрів деталей сполучення.
7. Будуємо схему полів допусків з'єднання.
8. Будуємо ескізи з'єднань отвору та валу з дотриманням посадок і відхилів.

Вихідні дані для розрахунку посадок з зазором наведено в табл. 4.4.

1. За варіантом вибрати вихідні дані для розрахунку завдання в табл. 4.8.

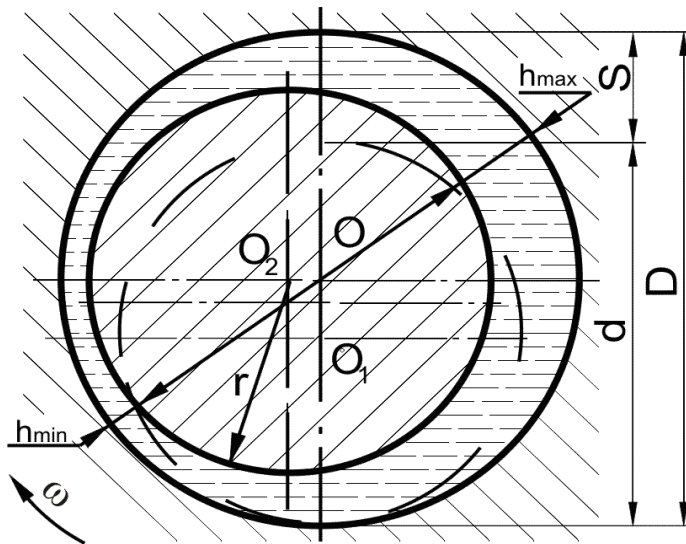


Рис. 4.5. Розрахункова схема посадки з зазором

Розрахувати посадку з зазором за такими даними (розміри в мм):

$$D/D_1 = 55/35, D_2 = 85, l = 75;$$

$$T = 225 \text{ Н}\cdot\text{м}; R_{zD} = 3,2 \text{ мкм},$$

$$R_{zd} = 1,6 \text{ мкм}; \mu = 0,07 \text{ Па}\cdot\text{с};$$

$$p = 0,4 \cdot 10^6 \text{ Па}; \omega = 95 \cdot \text{рад/с}.$$

1. Навести розрахункову схему розрахунку посадки з зазором.

Розрахункова схема посадки з зазором приведена на рис. 4.5.

2. Розрахувати величину  $hS$  і визначаємо найвигідніший (оптимальний) зазор  $S_{\text{опт}}$ .

Рахуємо величину

$$hS = \frac{0,52 \cdot D^2 \cdot \omega \cdot \mu \cdot l}{p(D+1)};$$

$$hS = \frac{0,52 \cdot 0,055^2 \cdot 95 \cdot 0,07 \cdot 0,075}{0,4 \cdot 10^6 (0,055 + 0,075)} = 1,51 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2.$$

Визначаємо найвигідніший (оптимальний) зазор за формулою:

$$S_{\text{опт}} = 2\sqrt{hS} = 2\sqrt{1,51 \cdot 10^{-8}} = 2,44 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 244 \text{ мкм}.$$

4. Підраховуємо розрахунковий зазор з урахуванням спрацювання мікронерівностей на поверхні контакту. Вибіраємо необхідну стандартну посадку. Визначаємо граничні зазори і середній зазор.

Підраховуємо розрахунковий зазор з урахуванням спрацювання мікронерівностей на поверхні контакту за формулою, в якій коефіцієнт запасу надійності прийнятий рівним 2:

$$S_{\text{розр}} = S_{\text{опт}} - k(R_{zD} + R_{zd}) = 244 - 2 \cdot (3,2 + 1,6) = 2344 \text{ мкм}.$$

Вибіраємо необхідну стандартну посадку, що задовольняє умову

$$S_{\text{сер.ст}} \leq S_{\text{розр}}.$$

Приймаємо стандартну посадку  $\varnothing 55\text{H7/g6}$ .

За табл. 4.6 (стор. 68) і табл. 4.7 (стор. 70) визначаємо граничні відхили отвору та вала:  $\varnothing 55\text{H7} - \text{ES} = +30 \text{ мкм} = +0,030 \text{ мм}, \text{EI} = 0;$

$\varnothing 55\text{g6} - \text{es} = -10 \text{ мкм} = -0,010 \text{ мм}, \text{ei} = -29 \text{ мкм} = -0,029 \text{ мм}.$

Визначаємо граничні зазори за формулами:

$$S_{\text{max}} = \text{ES} - \text{ei} = 0,030 - (-0,029) = 0,059 \text{ мм};$$

$$S_{\text{min}} = \text{EI} - \text{es} = 0 - (-0,010) = 0,010 \text{ мм}.$$

Середній зазор:

$$S_{\text{сее}} = \frac{S_{\text{max}} + S_{\text{min}}}{2} = \frac{0,059 + 0,010}{2} = 0,0345 \text{ мм}.$$

5. Перевіряємо правильність вибору посадки (достатність шару мастила).

Перевіряємо правильність вибору посадки (достатність шару мастила): визначаємо найменшу товщину шару мастила за формулою:

$$h_{\min} = \frac{hS}{S_{\max.ст.} + k(R_{zD} + R_{zd})} = \frac{1,51 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{12}}{[59 + 2(3,2 + 1,6)]} = 201 \text{ мкм};$$

перевіряємо достатність шару мастила, що ще забезпечує умови рідинного тертя, дотримуючись умови:  $h_{\min} \geq k(R_{zD} + R_{zd})$ ;

$$h_{\min}^* \geq 2(3,2 + 1,6) = 9,6 \text{ мкм}; \quad h_{\min} = 201 \text{ мкм} > h_{\min}^* .$$

6.Визначення основних параметрів деталей сполучення.

Граничні розміри отвору та вала визначаємо за формулами:

$$D_{\min} = D + EI = 55 + 0 = 55,000 \text{ мм};$$

$$D_{\max} = D + ES = 55 + 0,036 = 55,036 \text{ мм};$$

$$d_{\min} = D + ei = 55 + (-0,029) = 54,971 \text{ мм};$$

$$d_{\max} = D + es = 55 + (-0,010) = 54,990 \text{ мм}.$$

Допуски отвору та валу за формулами:

$$TD = ES - EI = 0,036 - 0 = +0,036 \text{ мм}.$$

$$TD = D_{\max} - D_{\min} = 55,036 - 55 = +0,036 \text{ мм};$$

$$Td = es - ei = (-0,010) - (-0,029) = +0,019 \text{ мм};$$

$$Td = d_{\max} - d_{\min} = 54,990 - 54,971 = +0,019 \text{ мм}.$$

Визначаємо допуск посадки за формулою:

$$TS = S_{\max} - S_{\min} = 0,065 - 0,010 = 0,055 \text{ мм}.$$

Перевірочна формула:

$$TS = TD + Td = 0,036 + 0,019 = 0,055 \text{ мм}.$$

7.Будуємо схему розташування полів допусків з'єднання.

Будуємо схему полів допусків з'єднання  $\text{Ø}55\text{H}7/\text{g}6$  (рис. 4.6),

8.Будуємо розташування ескізи з'єднання, отвору та вала з дотриманням посадок і відхилів.

Будуємо ескізи з'єднання, отвору та вала з дотриманням посадок і відхилів (рис. 4.7).

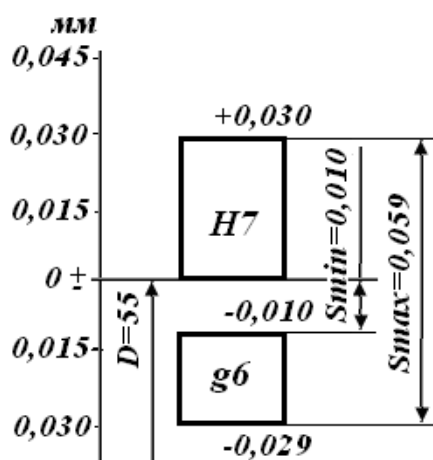


Рис. 4.6. Схема розташування полів допусків з'єднання  $\text{Ø}55\text{H}7/\text{g}6$

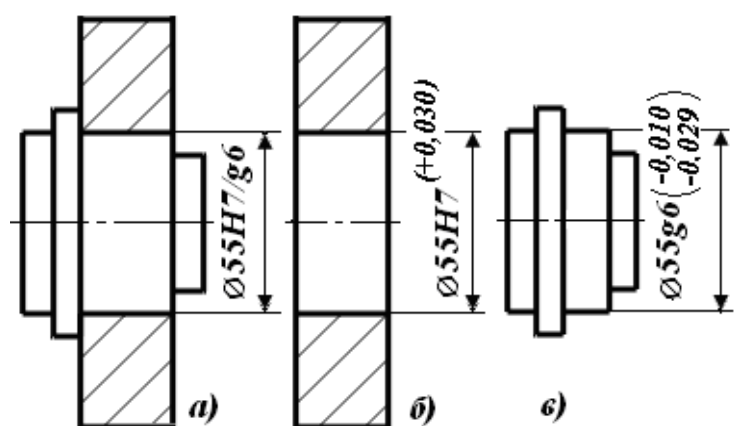


Рис. 4.7. Ескізи з'єднання (а), отвору (б) і вала (в)

### Лабораторна робота 3. Визначення елементів з'єднання, які підлягають селективній збірці

#### Laboratory work 3. Determination of connection elements that are subject to selective assembly

Обладнання: методичні рекомендації, довідники.

Мета заняття 9 – розібратися в суті методу селективної збірки з'єднань.

##### Хід роботи

1. За варіантом завдання вибрати вихідні дані для визначення елементів з'єднання, які підлягають селективній збірці. Визначення системи і характеру з'єднання.

2. Визначення: граничних відхилів для сполучення, граничних розмірів, допусків отвору і вала.

3. Визначення: граничних натягів, середнього натягу, допуску посадки.

4. Рахуємо: групові допуски, групові натяги.

5. Будуємо схему полів допусків.

6. Визначаємо: середній груповий натяг і груповий допуск посадки.

7. Встановлюємо: граничні відхили для кожної групи і граничні розміри по групах.

Вихідні дані для розрахунку елементів з'єднання, які підлягають селективній збірці наведено в табл. 4.14.

1. За варіантом завдання вибрати вихідні дані для визначення елементів з'єднання, які підлягають селективній збірці.

*Приклад 1.* Вихідні дані розрахунку: з'єднання  $\text{Ø}84\text{U}9/\text{h}9$ ,  $n=3$ .

Посадка в системі вала з натягом.

2. Визначення: граничних відхилів для сполучення, граничних розмірів, допусків отвору і вала.

Знаходимо граничні відхили для сполучення (табл. 4.6, стор. 68 і табл. 4.7, стор. 70):

$\text{Ø}84\text{U}9$ :  $ES = -124 \text{ мкм} = -0,124 \text{ мм}$ ;  $EI = -178 \text{ мкм} = -0,178 \text{ мм}$ .

$\text{Ø}84\text{h}9$ :  $es = 0$ ,  $ei = -54 \text{ мкм} = -0,054 \text{ мм}$ .

Визначаємо граничні розміри отвору та вала за формулами:

$D_{\max} = 84 + (-0,124) = 83,876 \text{ мм}$ ;  $D_{\min} = 84 + (-0,178) = 83,822 \text{ мм}$ ;

$d_{\max} = 84 + 0 = 84,000 \text{ мм}$ ;  $d_{\min} = 84 + (-0,054) = 83,946 \text{ мм}$ .

Допуски отвору і вала підраховуємо за формулою:

$TD = ES - EI = -0,124 - (-0,178) = +0,054 \text{ мм}$ ;

$Td = es - ei = 0 - (-0,054) = +0,054 \text{ мм}$ .

3. Визначення: граничних натягів, середнього натягу, допуску посадки.

Граничні натяги визначаємо за формулами:

$N_{\min} = ei - ES = (-0,054) - (-0,124) = 0,070 \text{ мм}$ ;

$N_{\max} = es - EI = 0 - (-0,178) = 0,178 \text{ мм}$ .

Визначаємо середнє значення натягу за формулою:

$N_{\text{сеп}} = (N_{\min} + N_{\max}) / 2 = (0,070 + 0,178) / 2 = 0,124 \text{ мм}$ .

Допуск посадки визначаємо за формулою:

$T(N) = N_{\max} - N_{\min} = 0,178 - 0,070 = 0,108 \text{ мм}$ .

Перевірочна формула:

$$T(N)=TD+Td=0,054+0,057=0,108 \text{ мм.}$$

4.Рахуємо групові допуски і групові натяги.

Визначаємо груповий допуск за формулами:

отвору  $TD_{гр}=TD/n=0,054/3=0,018 \text{ мм}$ ; вала  $Td_{гр}=Td/n=0,054/3=0,018 \text{ мм}$ .

Групові натяги підраховуємо за формулами:

- для першої групи:

$$N_{\min I}=N_{\min}+Td-Td/n=0,070+0,054-0,054/3=0,106 \text{ мм};$$

$$N_{\max I}=N_{\max}-Td+Td/n=0,178-0,054+0,054/3=0,142 \text{ мм};$$

- для другої групи:

$$N_{\min II}=N_{\min}+Td-Td/n=0,070+0,054-0,054/3=0,106 \text{ мм};$$

$$N_{\max II}=N_{\max}-Td+Td/n=0,178-0,054+0,054/3=0,142 \text{ мм};$$

- для третьої групи:

$$N_{\min III}=N_{\min}+Td-Td/n=0,070+0,054-0,054/3=0,106 \text{ мм};$$

$$N_{\max III}=N_{\max}-Td+Td/n=0,178-0,054+0,054/3=0,142 \text{ мм.}$$

5.Будуємо схему полів допусків.

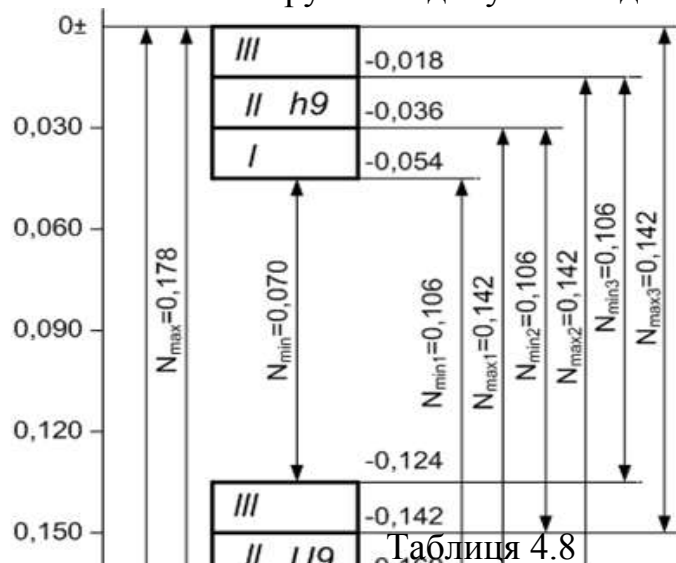
Схеми розташування полів допусків з'єднання  $\text{Ø}84\text{U}9/\text{h}9$  наведено на рис. 9.1.

6. Визначаємо: середній груповий натяг і груповий допуск посадки.

Середній груповий натяг визначаємо за формулою:

$$N_{\text{ср.гр}}=(N_{\min.\text{гр}}+N_{\max.\text{гр}})/2=(0,106+0,142)/2=0,124 \text{ мм.}$$

Визначаємо груповий допуск посадки за формулою:



Таблиця 4.8

Граничні відхилення для кожної групи

Номер розмірних груп

Рис. 4.8. Схема розташування полів допусків з'єднання  $\text{Ø}84\text{U}9/\text{h}9$

$$TN_{гр}=TD_{гр}+Td_{гр}=0,018+0,018=0,036 \text{ мм.}$$

$$TN_{гр}=N_{\max I}-N_{\min I}=0,142-0,106=0,036 \text{ мм.}$$

7. Встановлюємо: граничні відхилення для кожної групи і граничні розміри по групах.

Встановлюємо граничні відхилення для кожної групи і результат заносимо до табл. 4.8. Граничні розміри по групах вносимо до табл. 4.9.

Таблиця 4.9

Граничні розміри за групами

Розміри деталей	Номер розмірних груп		
	I	II	III
Вал $d_{\max}$	83,964	83,982	84,000

Вал	$84_{-0,054}^{-0,036}$	$84_{-0,036}^{-0,018}$	$84_{-0,018}$	$d_{\min}$	83,946	83,964	83,982
Отвір	$84_{-0,178}^{-0,160}$	$84_{-0,160}^{-0,142}$	$84_{-0,142}^{-0,124}$	$D_{\max}$	83,840	83,858	83,876
				$D_{\min}$	83,822	83,840	83,858

*Приклад 2.* Вихідні дані розрахунку:  $\text{Ø}160\text{F}9/\text{h}9$ ,  $n = 2$ .  
Посадка в системі вала з зазором.

Знаходимо граничні відхилення для сполучення (табл. 4.6, стор. 68 і табл. 4.7, стор. 70):

$\text{Ø}160\text{F}9$ :  $ES = +143 \text{ мкм} = +0,143 \text{ мм}$ ,  $EI = +0,043 \text{ мкм} = +0,043 \text{ мм}$ ;

$\text{Ø}160\text{h}9$ :  $es = 0 \text{ мм}$ ,  $ei = -100 \text{ мкм} = -0,100 \text{ мм}$ .

Визначаємо граничні розміри отвору та вала за формулами:

$D_{\max} = D + ES = 160 + 0,143 = 160,143 \text{ мм}$ ;

$D_{\min} = D + EI = 160 + 0,043 = 160,043 \text{ мм}$ ;

$d_{\max} = D + es = 160 + 0 = 160,000 \text{ мм}$ ;

$d_{\min} = D + ei = 160 + (-0,100) = 159,900 \text{ мм}$ .

Допуски отвору і вала підраховуємо за формулами:

$TD = ES - EI = 0,143 - 0,043 = 0,100 \text{ мм}$ ;

$Td = es - ei = 0 - (-0,100) = +0,100 \text{ мм}$ .

Граничні зазори визначаємо за формулами:

$S_{\max} = ES - ei = 0,143 - (-0,100) = 0,243 \text{ мм}$ ;

$S_{\min} = EI - es = 0,043 - 0 = 0,043 \text{ мм}$ .

Визначаємо середнє значення зазору за формулою:

$S_{\text{ср}} = (S_{\min} + S_{\max})/2 = (0,043 + 0,243)/2 = 0,143 \text{ мм}$ .

Допуск посадки визначаємо за формулою (3.9):

$TS = S_{\max} - S_{\min} = 0,243 - 0,043 = 0,200 \text{ мм}$ .

Перевірні формула:

$TS = TD + Td = 0,100 + 0,100 = 0,200 \text{ мм}$ .

Визначаємо груповий допуск за формулами:

отвору  $TD_{\text{гр}} = TD/n = 0,100/2 = 0,050 \text{ мм}$ ; вала  $Td_{\text{гр}} = Td/n = 0,100/2 = 0,050 \text{ мм}$ .

Групові зазори вираховуємо за формулами:

- для першої групи:

$S_{\min I} = S_{\min} + Td - Td/n = 0,043 + 0,100 - 0,100/2 = 0,093 \text{ мм}$ ;

$S_{\max I} = S_{\max} - Td + Td/n = 0,243 - 0,100 + 0,100/2 = 0,193 \text{ мм}$ ;

- для другої групи:

$S_{\min II} = S_{\min} + Td - Td/n = 0,043 + 0,100 - 0,100/2 = 0,093 \text{ мм}$ ;

$S_{\max II} = S_{\max} - Td + Td/n = 0,243 - 0,100 + 0,100/2 = 0,193 \text{ мм}$ .

Середній груповий зазор визначаємо за формулою:

$S_{\text{ср.гр}} = (S_{\min.\text{гр}} + S_{\max.\text{гр}})/2 = (0,093 + 0,193)/2 = 0,143 \text{ мм}$ .

Визначаємо груповий допуск посадки за формулою:

$TS_{\text{гр}} = TD_{\text{гр}} + Td_{\text{гр}} = 0,050 + 0,050 = 0,100 \text{ мм}$ .

Таблиця 4.10. Граничні відхилення  
для кожної групи

Деталь	Номери розмірних груп	
	I	II
Отвір	160 <sup>+0,093</sup> <sub>+0,043</sub>	160 <sup>+0,143</sup> <sub>+0,093</sub>
Вал	160 <sup>-0,050</sup> <sub>-0,100</sub>	160 <sup>-0,050</sup>

$$TS_{гр} = S_{max1} - S_{min1} = 0,193 - 0,093 = 0,100 \text{ мм.}$$

Установлюємо граничні відхилення для кожної групи і результат вносимо до табл. 4.10. Граничні розміри за групами вносимо до табл. 4.11.

Будуємо схему розташування полів допусків з'єднання  $\varnothing 160F9/h9$  (рис. 4.9).

*Приклад 3.* Вихідні дані розрахунку  $\varnothing 50H7/m7, n=2$ .

Посадка в системі отвору перехідна.

Таблиця 4.11. Граничні розміри за групами		
Деталь	Номери розмірних груп	
	I	II
Отвір $D_{max}$	160,093	160,143
	$D_{min}$ 160,043	160,093
Вал $d_{max}$	159,950	160,000
	$d_{min}$ 159,900	159,950

Граничні відхилення для сполучення з розширеним полем допуску (табл. 4.6, стор. 68 і табл. 4.7, стор. 70):

$$\varnothing 50H7-ES = +25 \text{ мкм} = +0,025 \text{ мм,}$$

$$EI = 0; \varnothing 50m7-es = +34 \text{ мкм} =$$

$$= +0,034 \text{ мм, } ei = +9 \text{ мкм} = +0,009 \text{ мм.}$$

Визначаємо граничні розміри отвору та вала за формулами:

$$D_{max} = D + ES = 50 + 0,025 = 50,025 \text{ мм;}$$

$$D_{min} = D + EI = 50 + 0 = 50,000 \text{ мм;}$$

$$d_{max} = D + es = 50 + 0,034 = 50,034 \text{ мм;}$$

$$d_{min} = D + ei = 50 + 0,009 = 50,009 \text{ мм.}$$

Допуски отвору і вала підраховуємо за формулами:

$$TD = ES - EI = +0,025 - 0 = 0,025 \text{ мм; } Td = es - ei = +0,034 - 0,009 = 0,025 \text{ мм.}$$

Граничні зазори і натяги визначаємо за формулами:

$$S_{max} = ES - ei = 0,025 - 0,009 = 0,016 \text{ мм;}$$

$$N_{max} = es - EI = 0,034 - 0 = 0,034 \text{ мм.}$$

$$N_{сер} = (N_{max} + N_{min}) / 2 = (0,034 - 0,016) / 2 = 0,009 \text{ мм.}$$

Допуск посадки:

$$T(S, N) = S_{max} + N_{max} = 0,016 + 0,034 = 0,050 \text{ мм;}$$

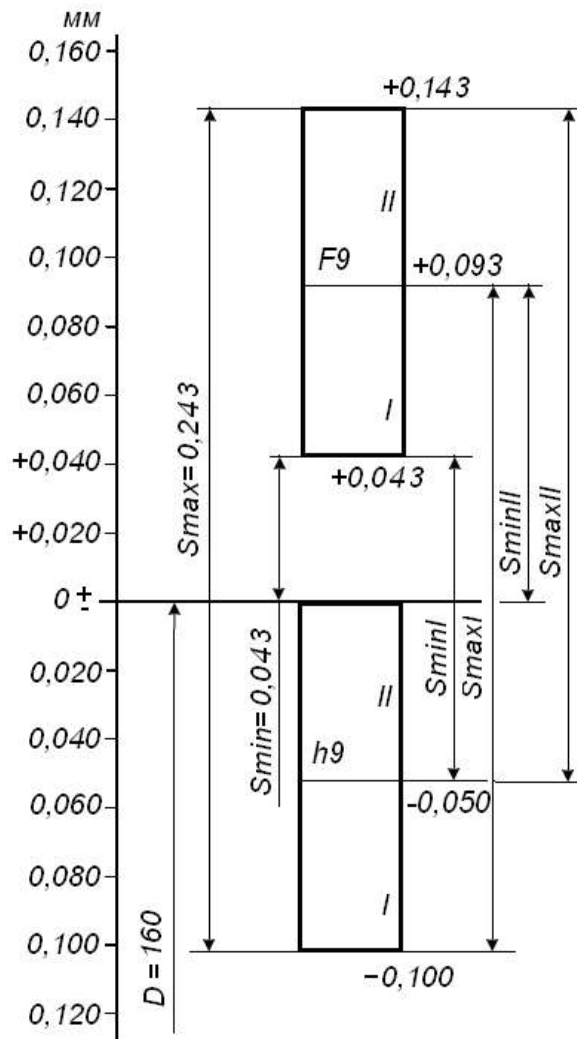


Рис. 4.9. Схема розташування полів допусків з'єднання Ø160F9/h9

$$TS=TD+Td=0,025+0,025=0,050 \text{ мм.}$$

Груповий допуск: отвору  $TD_{гр}=TD/n=0,025/2=0,0125 \text{ мм};$   
 вала  $Td_{гр}=Td/n=0,025/2=0,0125 \text{ мм.}$

Визначаємо групові зазори і натяги: перша група:

$$S_{maxI} = S_{max} - TD + TD/n = 0,016 - 0,025 + 0,025/2 = 0,0035 \text{ мм};$$

$$N_{maxI} = N_{max} - TD + TD/n = 0,034 - 0,025 + 0,025/2 = 0,0215 \text{ мм};$$

друга група

$$S_{maxII} = S_{max} - TD + TD/n = 0,016 - 0,025 + 0,025/2 = 0,0035 \text{ мм};$$

$$N_{maxII} = N_{max} - TD + TD/n = 0,034 - 0,025 + 0,025/2 = 0,0215 \text{ мм};$$

Середній груповий натяг:

$$N_{гр.сер} = (N_{max.гр} + N_{min.гр}) / 2 = (0,0215 - 0,0035) / 2 = 0,009 \text{ мм.}$$

Встановлюємо граничні відхилення для кожної групи і результат заносимо в табл. 4.12. Граничні розміри по групах вносимо до табл. 4.13.

Будуємо схему розташування полів допусків з'єднання Ø50H7/m7 (рис. 9.3).

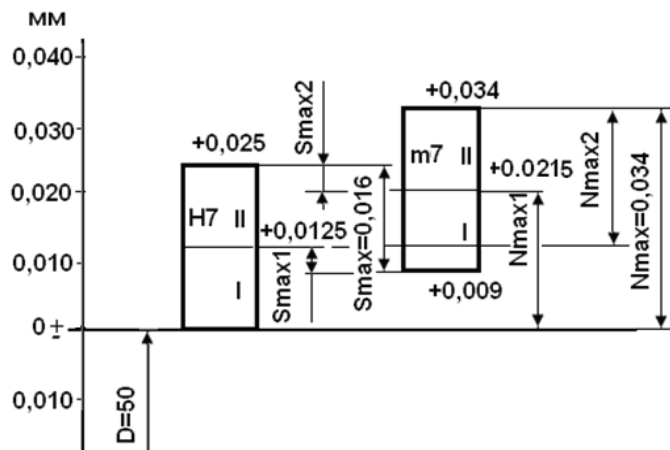


Рис. 4.10. Схема розташування полів допусків з'єднання Ø50H7/m7

Таблиця 4.12. Граничні відхилення для кожної групи

Деталь	номери розмірних груп	
	I	II

Таблиця 4.13. Граничні розміри за групами

Деталь	номери розмірних груп	
	I	II



Отвір	$50^{+0,0125}$	$50^{+0,0250}_{+0,0125}$	Отвір $D_{\max}$	50,0125	50,0250
			$D_{\min}$	50,0000	50,0125
Вал	$50^{+0,0215}_{+0,0090}$	$50^{+0,0340}_{+0,0215}$	Вал $d_{\max}$	50,0215	50,0340
			$d_{\min}$	50,0090	50,0215

Таблиця 4.14. Вихідні дані для визначення основних елементів селективного сполучення

Вар	Посадка	n	Вар.	Посадка	n	Вар	Посадка	n
1	Ø120H8/k8	3п	23	Ø25H9/f9	4з	45	Ø30H9/p9	4
2	Ø18H8/d8	3з	24	Ø69H7/u7	3н	46	Ø88H8/d8	3
3	Ø126E9/h9	4з	25	Ø120F8/h8	3з	47	Ø22C9/h9	4
4	Ø120H9/js9	3п	26	Ø30K9/h9	2п	48	Ø100H8/k8	3
5	Ø70P7/h7	3п	27	Ø125H8/g8	3з	49	Ø80H9/p9	3
6	Ø24H9/k9	4п	28	Ø160F9/h9	2з	50	Ø50P7/h7	3
7	Ø50H8/d8	3з	29	Ø24H8/e8	3з	51	Ø30H9/k9	4
8	Ø24H8/e8	3з	30	Ø36K6/h6	4п	52	Ø75H8/d8	3
9	Ø36H8/d8	3з	31	Ø10H9/k9	3п	53	Ø34H8/e8	3
10	Ø100H8/d8	2з	32	Ø82H8/z8	3н	54	Ø74U9/h9	3
11	Ø80G8/h8	2з	33	Ø63S7/h7	3н	55	Ø8S7/h7	3
12	Ø100H9/f9	3з	34	Ø20H9/m9	4п	56	Ø65H7/u7	3
13	Ø24F9/h9	4з	35	Ø32H6/m8	3п	57	Ø88H9/z9	3
14	Ø90H8/c8	3з	36	Ø110H8/k8	3п	58	Ø66S7/h7	3
15	Ø140H9/js9	4п	37	Ø15H8/f8	3з	59	Ø110V9/h9	4
16	Ø60N8/h8	2п	38	Ø140V9/h9	4н	60	Ø140H8/k8	3
17	Ø110D9/h9	3з	39	Ø64T7/h7	3н	61	Ø42H6/m8	3
18	Ø84JS9/h9	3п	40	Ø84R9/h9	3н	62	Ø20H9/m9	4
19	Ø50H7/m7	2п	41	Ø105D9/h9	3з	63	Ø50H9/k9	3
20	Ø8S7/h7	3н	42	Ø56F8/h8	2з	64	Ø70K9/h9	2
21	Ø140F8/h8	3з	43	Ø60H7/m7	2п	65	Ø22X8/h8	3
22	Ø52U8/h8	3н	44	Ø18H8/d8	3з	66	Ø80S7/h7	3

**СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ**  
**LIST OF USED LITERATURE**  
**Модуль 1. Теоретична механіка**

1. Теоретична механіка : навчальний посібник / О. М. Черниш, М. Г. Березовий, В. В. Яременко, І. В. Головач. Київ : Центр навчальної літератури, 2018. 760 с.

2. Теоретична і прикладна механіка. Частина 1 : навчальний посібник / В. Булгаков, О. Черниш, В. Яременко. Київ : Центр навчальної літератури, 2018. 612 с.

3. Теоретична механіка / І. В. Кузьо, Я. І. Зінько, Т-Н. М. Ванькович, В. І. Векерик та ін. Харків : Фоліо, 2017. 347 с.

4. Теоретична механіка : підручник / В. В. Булгаков, І. І. Яременко, О. М. Черниш, М. Г. Березовий. Київ : Центр навчальної літератури, 2017. 640 с.

5. Пастушенко С. І. Практикум з теоретичної механіки. Частина 1. Статика. Кінематика : навчальний посібник / С. І. Пастушенко, О. Г. Руденко, В. В. Іщенко. Вінниця : Нова книга, 2006. 380 с.

6. Пастушенко С. І., Руденко О. Г., Іщенко В. В. Практикум з теоретичної механіки. Частина II. Динаміка. Вінниця : Нова книга, 2007. 543 с.

7. Теоретична механіка : навчально-методичний посібник для студентів технічних спеціальностей і завдання для контрольних робіт студентів факультету після дипломної освіти / уклад. : В. П. Шпачук, М. С. Золотов, О. І. Рубаненко, А. О. Гарбуз. Харків : ХДАМГ, 2001. 124 с.

8. Теоретична механіка. Статика : метод. реком. для вивчення курсу лекцій для здобувачів вищої освіти освітнього ступеня «Бакалавр» спеціальностей: 208 «Агроінженерія»; 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)»; денної та заочної форм навчання. Миколаїв, МНАУ, 2021. 104 с.

9. Теоретична механіка. Статика. Практикум : метод. реком. для виконання практичних робіт для здобувачів вищої освіти ступеня «Бакалавр» спеціальностей: 208 «Агроінженерія»; 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові

технології»); 015 «Професійна освіта (Технологія виробництва і переробка продуктів сільського господарства)» денної та заочної форм навчання. Миколаїв, МНАУ, 2021. 109 с.

10. Теоретична механіка: Кінематика : курс лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агроінженерія» і «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форми здобуття вищої освіти / уклад. : Г. О. Іванов, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський, С. В. Степанов, О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2022. 76 с.

11. Теоретична механіка: Динаміка : курс лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «\_гро інженерія» і «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» спеціальностей 208 «\_гро інженерія» та 015 (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форми здобуття вищої освіти / уклад. : Г. О. Іванов, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський, С. В. Степанов, О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2022. 84 с.

### **Доступ до матеріалів «Теоретична механіка»**

Матеріали з навчальної дисципліни узагальнено у освітній платформі Moodle за посиланням — <https://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=356>

Бібліотека Миколаївського національного аграрного університету за посиланням — <https://lib.mnau.edu.ua/>.

Репозитарій Миколаївського національного аграрного університету за посиланням — <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/>.

## **Модуль 2. Механіка матеріалів і конструкцій**

1. Механіка матеріалів і конструкцій: практикум з використанням графічно-цифрового контенту : навчальний посібник для закладів вищої освіти / Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко. Миколаїв, МНАУ, 2021. 172 с.

2.Бабенко Д. В., Горбенко О. А., Доценко Н. А. Механіка матеріалів і конструкцій: практикум : навчальний посібник. Миколаїв : МНАУ, 2018. 384 с.

3. Бабенко Д. В., Горбенко О. А., Доценко Н. А. Механіка матеріалів і конструкцій: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навчальний посібник для вищих навчальних закладів освіти. Миколаїв, МНАУ, 2018. 384 с.

[4.Механіка матеріалів і конструкцій. Частина II \[Електронний ресурс\] : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю «Прикладна механіка» / А. Є. Бабенко, О. О. Боронко, С. М. Шукаєв \[та ін.\] ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. 192 с.](#)

[5.Бондаренко Л. Ю., Вершков О. О., Антонова Г. В. Лабораторний практикум з механіки матеріалів і конструкцій \[Електронний ресурс\] : навч. посіб. Мелітополь : ТДАТУ, 2017. 183 с.](#)

6.Механіка матеріалів і конструкцій. Частина II : курс лекцій / Д. В. Бабенко, К. М. Думенко. Миколаїв : МДАУ, 2011. 149 с.

### **Модуль 3. Теорія механізмів і машин**

1.Бабенко Д. В., Доценко Н. А., Горбенко О. А. Теорія механізмів і машин : практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища. Миколаїв : МНАУ, 2019. 168 с.

2. Теорія механізмів і машин : підручник. / В. М. Булгаков та ін. Київ : Центр навчальної літератури, 2020. 680 с.

3.Яременко В., Черниш О., Березовий М. Теорія механізмів і машин. Частина 1 : навчальний посібник. Київ : Центр навчальної літератури, 2018. 464 с.

4.Заховайко О. П. Теорія механізмів і машин : курс лекцій для студентів спеціальності „Динаміка і міцність машин”. Київ : НТУУ "КПІ", 2010. 243 с.

5.Пирогов В. В., Філімохін Г. Б., Невдаха А. Ю. Теорія механізмів і машин. Частина 1 : навчальний посібник. Кропивницький : ЦНТУ, 2017. 88 с.

6.Червоний Б. І. Інтерактивний комплекс навчально-методичного забезпечення. Рівне : НУВГП, 2006. 160 с.

7.Черниш О. М., Березовський М. Г., Яременко В. В. Теорія механізмів і машин. Частина 1 : навчальний посібник.Київ : ЦУЛ, 2020. 156 с.

8.Можаровський М. М., Шостачук А. М. Теорія механізмів і машин : конспект лекцій. Житомир : Освітній портал ЖДТУ, 2015. 123 с.

9.Бабенко Д. В., Доценко Н. А., Горбенко О. А. Теорія механізмів і машин : практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навчальний посібник. Миколаїв : МНАУ, 2019. 168 с.

10. Теорія механізмів і машин : методичні рекомендації до виконання практичних та самостійних робіт в умовах інформаційно-освітнього середовища для здобувачів вищої освіти ступеня «Бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форм навчання / уклад. Н. А. Доценко. Миколаїв : МНАУ, 2021. 56 с.

#### **Модуль 4. Деталі машин. Частина 1.**

1.Павлище В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин. Львів: Афіша, 2003. 560 с.

2.Павлище В. Т., Данило Я. Я. Різьби, різьбові та кріпильні деталі : довідник. Львів : Інтелект-Захід, 2001. 239 с.

3.Малашенко В. О., Янків В. В. Деталі машин : курсове проектування. Львів : Новий світ, 2000, 2006. 252 с.

4.Деталі машин : підручник / А. В Міняйло, Л. М. Тіщенко, Д. І. Мазоренко та ін. Київ : Агроосвіта, 2013. 448 с.

5.Заблонський К. І. Детали машин. Київ : Вища школа, 2003. 518 с.

6.Пастушенко С. І., Гольдшмідт О. В., Ярошенко В. Ф. Курсове проектування деталей машин. Київ : Аграрна освіта, 2003. 291 с.

7. Пастушенко С. І., Гольдшмідт О. В., Ярошенко В. Ф. Лабораторний практикум з деталей машин. Київ : Аграрна освіта, 2005. 240 с.

8.Розрахунок передач привода : методичні вказівки до виконання курсового проекту по деталях машин / Д. І. Мазоренко, А. В. Міняйло, Б. З. Овчаров, Л. М. Тіщенко. Харків : ХДТУСГ, 2004. 132 с.

9. Методичні рекомендації до вивчення курсу «Деталі машин» для студентів денної та заочної форми навчання за напрямом підготовки 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» Модуль 8. Нероз'ємні з'єднання / О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2015. 59 с.

10. Методичні рекомендації для самостійної роботи здобувачів ступеня вищої освіти «бакалавр» напряму 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» і 6.010104 «Професійна освіта. Технологія виробництва і переробка продуктів сільського господарства» денної та заочної форм навчання (Модуль № 9 Стандартні вузли та деталі машин) / О. В. Баранова. Миколаїв: МНАУ, 2016. 44 с.

11. Деталі машин: Методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачів вищої освіти ступеня «бакалавр» напряму 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» / О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2017. 51 с.

12. Деталі машин: Методичні рекомендації для виконання самостійної роботи здобувачів вищої освіти ступеня «бакалавр» напряму 6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва» і 6.010104 «Професійна освіта (Технологія виробництва і переробка продуктів сільського господарства)» денної та заочної форм навчання / О. В. Баранова. Миколаїв : МНАУ, 2017. 80 с.

13. Деталі машин: Модуль 3 «З'єднання різного призначення. Муфти»: рекомендації для виконання самостійної роботи здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агроінженерія» і «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форми здобуття вищої освіти / укладачі : О. В. Баранова, П. М. Полянський, Г. О. Іванов, С. В. Степанов. Миколаїв : МНАУ, 2022. 70 с.

## Частина 2.

1.Взаємозамінність, основи стандартизації та технічних вимірювань : підручник / Г. О. Іванов, В. С. Шибанін, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський ; за ред.. Г. О. Іванова і В.С. Шибаніна. Миколаїв : МНАУ, 2016. 412 с.

2.Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання. Практикум : підручник для студ. вищ. навч. закл. освіти / Г. О. Іванов, В. С. Шибанін, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський ; за ред.. Г. О. Іванова і В. С. Шибаніна. Миколаїв : МНАУ, 2016. 428 с.

3.Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання. Лабораторний практикум : підручник для студ. вищ. навч. закл. освіти / Г. О. Іванов, В. С. Шибанін, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський ; за ред.. Г.О. Іванова і В. С. Шибаніна. Миколаїв, МНАУ, 2016 р. 192 с.

4.Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання. Курсове проектування з використанням програм розрахунків типових з'єднань на персональних комп'ютерах : підручник для студ. вищ. навч. закл. освіти / Г. О. Іванов, В. С. Шибанін, Д. В. Бабенко, П. М. Полянський ; за ред.. Г. О. Іванова і В. С. Шибаніна. Миколаїв, МНАУ, 2016. 176 с

5. Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання : методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачами вищої освіти ступеня «бакалавр» спеціальності 208 «Агроінженерія» денної та заочної форми навчання / Г. О. Іванов, П. М. Полянський, С. М. Степанов, О. В. Баранова. Миколаїв: МНАУ, 2019. 100 с.

Навчальне видання

**ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА:**

методичні рекомендації для виконання практичних і лабораторних робіт  
для здобувачів першого «бакалаврського» рівня вищої освіти  
ОПП «Біотехнології та біоінженерія»  
спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія»  
денної форми здобуття вищої освіти

Укладачі:

**Іванов** Геннадій Олександрович.  
**Полянський** Павло Миколайович.

Технічний редактор – П. М. Полянський  
Комп'ютерний набір – Г. О. Іванов, П. М. Полянський

Комп'ютерна верстка – П. М. Полянський  
Формат 60x84/1/16. Папір офсетний.  
Ум. друк. арк. 9,75. Наклад 25 прим. Зам. № 26.

Надруковано у видавничому відділі  
Миколаївського національного аграрного університету  
54008, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9.  
Тел./факс: (0512) 341082

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013 р.