

СТІЙКІСТЬ КОЛИВАНЬ ПЛАСТИНИ, ЯКА РОЗДІЛЯЄ ІДЕАЛЬНІ РІДИНИ РІЗНОЇ ЩІЛЬНОСТІ У ПРЯМОКУТНОМУ КАНАЛІ

Юрій Кононов¹, Олександр Лимар²

¹Донецький національний університет,

²Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова,
kononov.yuriy.nikitovich@gmail.com, aleksandr1402a@mail.ru

У лінійній постановці виведено та досліджено частотне рівняння власних коливань пластини, яка розділяє горизонтально ідеальні рідини різної щільності в абсолютно жорсткому прямокутному каналі. Отримано єдину форму частотного рівняння як для симетричних, так і несиметричних спільних коливань пластини і рідини. Розглянуто випадки виродження пластини у мембрану, відсутності верхньої або нижньої рідини, а також випадок невагомості. Виведено умови стійкості плоскої форми рівноваги пластини. Для широкого кола параметрів розглянутої механічної системи проведено та проаналізовано аналітичні й чисельні дослідження. Суттєво узагальнено і доповнено результати праці [1] і запропоновано простіший спосіб виведення частотного рівняння. На основі єдиного лагранжевого підходу, без урахування попереднього натягу пластини, цю задачу для прямокутного каналу з відкритим верхом, ймовірно, вперше було розглянуто в роботі [2].

Частотне рівняння власних спільних коливань пружної пластини і рідин має вигляд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n}{\omega^2 \tilde{a}_n - k_n \tilde{d}_n} = 0, \quad (1)$$

де $\tilde{a}_n = a_n + k_n k_0$, $a_n = \rho_1 \coth \kappa_{1n} + \rho_2 \coth \kappa_{2n}$, $k_n = \frac{\pi n}{b}$, $k_0 = \rho_0 \cdot \delta_0$,

$\tilde{d}_n = (Dk_n^2 + T)k_n^2 + g\Delta\rho$, D – циліндрична жорсткість, T – попередній натяг пластини, $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$, ρ_0 , δ_0 – щільність і товщина пластини, b – ширина каналу, ρ_i , h_i – відповідно щільність і глибина заповнення i -ої рідини ($i = 1, 2$).

**Конференція молодих учених «Підстригачівські читання – 2016»,
25–27 травня 2016 р., Львів**

При $n = 2m - 1$ рівняння (1) описує непарні частоти, а при $n = 2m$ – парні. Ліва частина цього рівняння є монотонно зростаючою функцією параметра ω^2 на інтервалі $(k_n \tilde{d}_n / \tilde{a}_n, k_{n+1} \tilde{d}_{n+1} / \tilde{a}_{n+1})$ ($n = 1, 2, \dots$) та приймає на ньому значення від $-\infty$ до ∞ . Отже, між двома послідовними значеннями лежить тільки один корінь рівняння (1). Цим заздалегідь визначають інтервали, в яких знаходяться власні частоти.

Якщо в ряді рівняння (1) отримано два члени ряду ($n = 1, 2$), то з нерівності $\omega^2 > 0$ випливають з достатньою для практики точністю умови стійкості плоскої форми рівноваги пластини

$$D(k_1^4 + k_2^4) + T(k_1^2 + k_2^2) > 2g(\rho_1 - \rho_2). \quad (2)$$

Слід зазначити, що ці умови не залежать від глибин заповнення рідини та маси пластини. Для непарних і парних форм коливань мембрани ($D = 0$) нерівність (2) відповідно набуде вигляду

$$T > \frac{g(\rho_1 - \rho_2)b^2}{5\pi^2} \quad (n = 1, 3), \quad T > \frac{g(\rho_1 - \rho_2)b^2}{10\pi^2} \quad (n = 2, 4). \quad (3)$$

З умов стійкості (3) випливає, що для стійкості несиметричних коливань потрібно мати в два рази більший натяг мембрани, ніж для симетричних. Нерівність (2) можна уточнити з урахуванням трьох, чотирьох і більшого числа членів ряду рівняння (1).

1. Кононов Ю. Н., Татаренко Е. А. Свободные колебания двухслойной жидкости, разделенной упругой пластинкой в прямоугольном канале // Теор. и прикл. механика. – 2002. – Вып. 36. – С. 170-176.
2. Ильгамов М. А., Сахабутдинов Ж. М. Об устойчивости упругой пластины между жидкостями разной плотности // Изб. проблемы прикл. механики. Сб. статей к шестидесятилетию акад. Н. Челомея. – М., 1974. – С. 341-346.

**STABILITY OF OSCILLATIONS OF PLATE THAT SEPARATES THE
IDEAL LIQUID OF DIFFERENT DENSITY IN A RECTANGULAR
CHANNEL**

In the linear formulation we have investigated the frequency of natural oscillations of the plate equation, which separates the different density of liquid in rigid rectangular channel. Conditions of stability of a flat shape of plate equilibrium are obtained. For a large number of parameters of the mechanical system we have conducted and analyzed the analytical and numerical studies.