УДК 533.6.013.42

КОЛИВАННЯ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНИ, ЩО ОПЕРТА В ІДЕАЛЬНІЙ РІДИНИ

Лимар О. О., канд. фіз.-мат. наук, доцент
e-mail: *aleksandr1402aa@gmail.com*
Миколаївський національний аграрний університет

У лінійній постановці розглянуто плоску гідропружну задачу про коливання тонкої ізотропної прямокутної пластини, що розділяє ідеальні рідини, що не стискаються, в жорсткому прямокутному каналі. Пластина схильна до розтягуючих або стискаючих зусиль у серединній поверхні, а її контури оперті. Отримано у вигляді визначника четвертого порядку частотне рівняння вільних пов'язаних коливань пластини та рідини та проведено його спрощення для опертих контурів. Показано, що, як і раніше для защемлених контурів, частотне рівняння розпадається на два рівняння, що описують несиметричні та симетричні частоти вільних коливань (непарні та парні частоти), але на відміну від защемлених контурів вже не може бути представлено в єдиній формі для цих частот. Проведено чисельні дослідження впливу механічних параметрів пластини, глибин заповнення рідин та їх густин на власні частоти коливань механічної системи.

Постановка задачі. Розглянемо плоскі коливання пружної прямокутної пластини, що горизонтально розділяє ідеальні нестисливі рідини ρ щільності в жорсткому прямокутному каналі шириною b ($b = 2a$). Пластина має постійну згинальну жорсткість D і схильна до розтягуючих ($T > 0$) або стискаючих ($T < 0$) зусиль інтенсивності T в серединній поверхні. Контури пластини оперті. Верхня рідина заповнює посудину до глибин h_1, а нижня рідина до глибини h_2.

Частотне рівняння спільних коливань опертої пластини та рідини має вигляд [1, 2]:

$$\left| \left\| C_{qk} \right\|_{q,k=1}^{4} \right| = 0, \qquad (1)$$

Тут

$$C_{11} = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m-1} E^0_{1,2m-1}, C_{12} = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m} E^0_{2,2m},$$
$$C_{13} = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m-1} E^0_{3,2m-1}, C_{14} = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m} E^0_{4,2m},$$

$$C_{21} = -\tilde{p}_1^2 \sinh \tilde{p}_1^* + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{2m-1} E_{1,2m-1}^0 , C_{22} = \tilde{p}_1^2 \cosh \tilde{p}_1^* + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{2m} E_{2,2m}^0 ,$$

$$C_{23} = \tilde{p}_2^2 \sin \tilde{p}_2^* + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{2m-1} E_{3,2m-1}^0 , \ C_{24} = -\tilde{p}_2^2 \cos \tilde{p}_2^* + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{2m} E_{4,2m}^0 ,$$

$$C_{31} = -C_{11}, C_{32} = C_{12}, C_{33} = -C_{13}, C_{34} = C_{14} ,$$

$$C_{41} = -C_{21}, \ C_{42} = C_{22}, \ C_{43} = -C_{23}, \ C_{44} = C_{24} ,$$

$$E_{1n}^0 = \frac{\tilde{p}_1 \cosh \tilde{p}_1^*}{a\left(k_n^2 + \tilde{p}_1^2\right)} \left[\left(-1\right)^n - 1 \right], \quad E_{2n}^0 = \frac{\tilde{p}_1 \sinh \tilde{p}_1^*}{a\left(k_n^2 + \tilde{p}_1^2\right)} \left[\left(-1\right)^n + 1 \right],$$

$$E_{3n}^0 = \frac{\tilde{p}_2 \cos \tilde{p}_2^*}{a\left(k_n^2 - \tilde{p}_2^2\right)} \left[\left(-1\right)^n - 1 \right], \quad E_{4n}^0 = -\frac{\tilde{p}_2 \sin \tilde{p}_2^*}{a\left(k_n^2 - \tilde{p}_2^2\right)} \left[\left(-1\right)^n + 1 \right]. \qquad (2)$$

$\tilde{p}_{1,2}^2 = \pm P/2 + \sqrt{P^2/4 + q}$, $\tilde{p}_i^* = a\tilde{p}_i$, $\gamma_n = \omega^2 \alpha_n k_n^2$, $P = T/D$, $q = k_0 \omega^2 / D > 0$, $k_0 = \rho_0 h_0$ $k_n = \pi n / 2a$.

Проводячи перетворення з рядками та стовпцями визначника рівняння (1) з коефіцієнтами (2), наводимо його до блокового вигляду з нульовими двома блоками. В результаті отримаємо рівняння:

$$\left(C_{11}C_{23} - C_{13}C_{21}\right)\left(C_{12}C_{24} - C_{14}C_{22}\right) = 0 . \qquad (3)$$

З виду коефіцієнтами (2) слід, що рівняння (1) розпадаються на два рівняння (3), що описують несиметричні та симетричні частоти.

Список використаних джерел:

1. Kononov Y., Lymar A. (2020) On the stability of coupled oscillations of the elastic bottom of a rigid rectangular channel and ideal liquid. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Fluid mechanics, Sofia, vol. 50, pp. 292–303.

2. Kononov Yu.N., Shevchenko V.P., Lymar A.A. (2019) Ob ustoychivosti kolebaniy pryamougol'noy plastiny v ideal'noy zhidkosti [On the stability of oscillations of a rectangular plate in an ideal fluid]. Mekhanyka ta matematychni metody, vol. 1, no. 2, pp. 6–17.

3. Kononov Yu.M., Shevchenko V.P., Lymar O.O. (2020) Kolyvannja prjamokutnoji plastyny v idealjnoji ridyny z urakhuvannjam riznykh sposobiv jiji zakriplennja [Oscillations of a rectangular plate in an ideal liquid taking into account different ways of its fixing]. Conference of Young Scientists “Pidstryhachivski chitannia – 2020”. URL: http://iapmm.lviv.ua/chyt2020/abstracts/Kononov2.pdf.