О КОЛЕБАНИИ ОПЕРТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ В ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Лимарь Александр Александрович
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры тракторов и сельскохозяйственных машин,
эксплуатации и технического сервиса
Николаевский Национальный Аграрный Университет, Украина

Марченко Дмитрий Дмитриевич
кандидат технических наук
доцент кафедры тракторов и сельскохозяйственных машин,
эксплуатации и технического сервиса
Николаевский Национальный Аграрный Университет, Украина

Пастушенко Андрей Сергеевичь
кандидат технических наук
доцент кафедры агроинженерии
Николаевский Национальный Аграрный Университет Украина

Аннотация: в линейной постановке рассмотрена плоская гидроупругая задача о колебании тонкой изотропной прямоугольной пластины, разделяющей идеальные несжимаемые жидкости в жестком прямоугольном канале. Пластина подвержена растягивающим или сжимающим усилиям в срединной поверхности, а ее контуры оперты. Получено в виде определителя четвертого порядка частотное уравнение свободных связанных колебаний пластины и жидкости и проведено его упрощение для опертых контуров. Показано, что, как и ранее для защемленных контуров, частотное уравнение распадается на два уравнения, описывающих несимметричные и симметричные частоты свободных колебаний (нечетные и четные частоты), но в отличии от защемленных контуров уже не может быть представлено в единой форме для этих частот. Проведены численные исследования влияния механических параметров пластины, глубин заполнения жидкостей и их плотностей на собственные частоты колебаний механической системы.

Постановка задачи. Рассмотрим плоские колебания упругой прямоугольной пластины горизонтально разделяющей идеальные несжимаемые жидкости плотности ρ в жестком прямоугольном канале шириной b ($b = 2a$). Пластина обладает постоянной изгибной жесткостью D и подвержена растягивающим ($T > 0$) или сжимающим ($T < 0$) усилиям интенсивности T в срединной поверхности. Контуры пластины оперты. Верхняя жидкость заполняет сосуд до глубин h_1, а нижняя жидкость до глубины h_2.

Частотное уравнение совместных колебаний опертой пластины и жидкости имеет вид [1, 2]:

$$\left| \left\| C_{qk} \right\|^{4}_{q,k=1} \right| = 0, \tag{1}$$

Здесь

$$C_{11} = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m-1} E^{0}_{1,2m-1}, C_{12} = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m} E^{0}_{2,2m},$$

$$C_{13} = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m-1} E^{0}_{3,2m-1}, C_{14} = \sum_{m=1}^{\infty} \beta_{2m} E^{0}_{4,2m},$$

$$C_{21} = -\tilde{p}_1^2 \sinh \tilde{p}_1^* + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{2m-1} E^{0}_{1,2m-1}, C_{22} = \tilde{p}_1^2 \cosh \tilde{p}_1^* + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{2m} E^{0}_{2,2m},$$

$$C_{23} = \tilde{p}_2^2 \sin \tilde{p}_2^* + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{2m-1} E^{0}_{3,2m-1},\ C_{24} = -\tilde{p}_2^2 \cos \tilde{p}_2^* + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{2m} E^{0}_{4,2m},$$

$$C_{31} = -C_{11},\ C_{32} = C_{12},\ C_{33} = -C_{13},\ C_{34} = C_{14},$$

$$C_{41} = -C_{21},\ C_{42} = C_{22},\ C_{43} = -C_{23},\ C_{44} = C_{24},$$

$$E^{0}_{1n} = \frac{\tilde{p}_1 \cosh \tilde{p}_1^*}{a\left(k_n^2 + \tilde{p}_1^2\right)} \left[(-1)^n - 1 \right],\quad E^{0}_{2n} = \frac{\tilde{p}_1 \sinh \tilde{p}_1^*}{a\left(k_n^2 + \tilde{p}_1^2\right)} \left[(-1)^n + 1 \right],$$

$$E^{0}_{3n} = \frac{\tilde{p}_2 \cos \tilde{p}_2^*}{a\left(k_n^2 - \tilde{p}_2^2\right)} \left[(-1)^n - 1 \right],\quad E^{0}_{4n} = -\frac{\tilde{p}_2 \sin \tilde{p}_2^*}{a\left(k_n^2 - \tilde{p}_2^2\right)} \left[(-1)^n + 1 \right]. \tag{2}$$

$$\tilde{p}_{1,2}^2 = \pm P/2 + \sqrt{P^2/4 + q},\ \tilde{p}_i^* = a\tilde{p}_i,\ \gamma_n = \omega^2 \alpha_n k_n^2,\ P = T/D,\ q = k_0 \omega^2 / D > 0,$$
$$k_0 = \rho_0 h_0,\ k_n = \pi n / 2a.$$

Проводя преобразования со строками и столбцами определителя уравнения (1) с коэффициентами (2), приводим его к блочному виду с нулевыми двумя блоками. В результате получим уравнение

$$\left(C_{11} C_{23} - C_{13} C_{21} \right) \left(C_{12} C_{24} - C_{14} C_{22} \right) = 0. \tag{3}$$

Из вида коэффициентами (2) следует, что уравнение (1) распадаются на два уравнения (3), описывающих несимметричные и симметричные частоты.

Список литературы

1. Кононов Ю.Н., Шевченко В.П., Лимарь А.А. О колебаний прямоугольной пластины в идеальной жидкости с учетом различных способов закрепления ее контуров / Ю.Н. Кононов, В.П. Шевченко, А.А. Лимарь // Механика та математичні методи. – 2020. – Том 2. –№. 1. – С. 6–19.

2. Лимарь О.О. Про уточнення умов стійкості коливань прямокутної пластини, яка поділяє двошарову ідеальну рідину з вільною поверхнею / О.О. Лимарь // «Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки» 2020 № 2 С 11-20

3. Kononov Yu.N., Lymar O.O., Bobrov M.M., Labartkava O.V., On the Stability of Oscillations of the Elastic Base of a Rigid Rectangular Channel With an Ideal Fluid / Kononov Yu.N., Lymar O.O., Bobrov M.M., Labartkava O.V // XVII International scientific and practical conference «International trends in science and technology» Vol.1, September 30, Warsawa. Poland 2019 C. 38

4. Yuri Kononov, Aleksandr Lymar, On the stability of coupled oscillations of the elastic bottom of a rigid rectangular channel and ideal liquid / Yuri Kononov, Aleksandr Lymar // Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Sofia, Vol.50. issue 3 (2020) pp. 292-303