

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-енергетичний факультет
Кафедра загальнотехнічних дисциплін



МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ

Методичні рекомендації

(розділ «Геометричні характеристики плоских перерізів» (Модуль 1)
для виконання лабораторних робіт та самостійної роботи здобувачів ступеня освіти
«бакалавр» напрямів

6.100102 «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва»;

*6.100104 «Професійна освіта» (Технологія виробництва і переробки продуктів
сільського господарства)*

денної та заочної форм навчання

Миколаїв

2016

УДК
ББК

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від “18”лютого 2016 року, протокол №б.

Укладачі:

Д. В. Бабенко – кандидат технічних наук, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін Миколаївського національного аграрного університету.

Н. А. Доценко – кандидат технічних наук, асистент кафедри загальнотехнічних дисциплін Миколаївського національного аграрного університету.

Рецензенти:

Г. О. Іванов – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін Миколаївського національного аграрного університету.

В. І. Гавриш – доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу Миколаївського національного аграрного університету.

© Миколаївський національний аграрний університет, 2016

©Бабенко Д. В., Доценко Н. А., 2016

Зміст

Вступ.....	4
Загальні методичні вказівки.....	5
Теоретичні відомості.....	8
Задача № 1. „Визначення геометричних характеристик плоских симетричних перерізів із сортаменту прокатної сталі”.....	11
Задача № 2. „Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів”.....	14
Задача № 3 „Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів із перерізів із сортаменту прокатної сталі”.....	17
Література.....	29
Додаток 1. Варіанти завдань.	30
Додаток 2. Таблиця сортаменту прокатної сталі.....	31

ВСТУП

Механіка матеріалів і конструкцій є однією із важливих загальнотехнічних дисциплін, які вивчаються на інженерних спеціальностях Вищих навчальних закладів освіти аграрного профілю III і IV рівнів акредитації. Використовуючи методи теоретичної механіки і математичного аналізу, знання з фізики аналітичної геометрії і вивчивши фізико-механічні властивості матеріалів, механіка матеріалів і конструкцій вирішує питання розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість деталей машин та елементів конструкцій.

Механіка матеріалів і конструкцій дає можливість поєднати вимоги найбільшої міцності з економією матеріалу, надійності в роботі з найменшою вартістю конструкцій, оптимального проектування з високою продуктивністю машин і агрегатів.

Ринкова економіка в сільському господарстві країни поставила перед аграріями конкретні задачі, виконання яких вимагають від інженерних кадрів серйозного і глибокого знання розрахунків на міцність машин і інженерних споруд і накладають на вивчення курсу механіки матеріалів і конструкцій нові підвищенні і відповідальні вимоги.

Створюються нові види і типи машин, споруд, агрегатів. Підвищення робочих швидкостей і навантажень, збільшення рухомих мас, застосування нових високо міцних матеріалів в конструкціях, створення і широке застосування композитних матеріалів, робота механізмів і машин в агресивних середовищах вимагають від інженера глибоких знань в області закономірностей розподілу зусиль в конструкціях і деталях машин, в області опору конструкцій цим зусиллям в області розрахунків на міцність. Розрахунки на міцність дають можливість запобігти виникненню високих

напружень, шкідливих вібрацій в деталях, пошкоджень, не допускати втрати стійкості деталей машин і споруд, збільшити їх довговічність, надійність.

Наука міцності має тривалий історичний шлях розвитку. Серед її засновників: Г. Галілей, Р. Гук, Л. Ейлер, М. Ломоносов, Л. Нав'є, С. Пуассон, Б.Сен-Венан, І. Бернуллі, Д. Журавський, Ф. Ясинський, І. Бубнов та інші.

Роботи цих вчених і їх послідовників характеризують творчий характер, глибину наукового аналізу, органічний зв'язок з практикою і багато інших рис наукових досліджень. Створення ряду оригінальних машин і споруд кожної епохи свідчить про творчий потенціал вітчизняної науки в області розрахунків на міцність.

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Задача науки механіки матеріалів і конструкцій – це розрахунок елементів конструкцій і деталей машин на міцність, жорсткість і стійкість і забезпечення заданої ступені надійності.

З цією метою в механіці матеріалів і конструкцій:

а) вивчаються механічні властивості матеріалів, визначаються характеристики міцності і закон деформування матеріалів при різних умовах навантаження, температурних режимах і інше;

б) досліджуються закони розподілу напружень від внутрішніх зусиль, що виникають між частинками тіл, на які діють задані зовнішні фактори і температурні поля;

в) на підставі експериментальних даних для простих випадків навантаження встановлюють значення допустимих напружень, що

забезпечують необхідний коефіцієнт запасу міцності деталей, якій враховує неоднорідність матеріалів, неточність теорії і експерименту;

г) формулюються так звані теорії міцності, які встановлюють критерії міцності в складних випадках напруженого стану, на основі допустимих напружень;

д) виводяться формули для визначення характерних деформацій елементів конструкцій (прогини і кути повороту перерізів балок; кути закручування валів і інше) і складаються умови жорсткості, які обмежують ці деформації допустимими величинами;

е) досліджується стійкість елементів конструкцій під дією заданої навантажень.

З допомогою. отриманих умов міцності, жорсткості і стійкості в механіці матеріалів і конструкцій вирішуються три типи задач:

1) визначаються необхідні поперечні розміри деталей при заданих характеристиках матеріалів і величинах навантажень;

2) визначаються визначення допустимої величини навантаження на деталь при заданих розмірах і матеріалі, з якого вона виготовлена;

3) перевірка міцності, жорсткості і стійкості.

Надмірні вимоги міцності або жорсткості елементів конструкцій приводять до її здороження (економічний аспект задачі). Тому одним із важливих питань механіки матеріалів і конструкцій є правильне встановлення коефіцієнта запасу, який забезпечував би достатньо надійність деталі впродовж визначеного терміну.

При виконанні розрахунково-графічної роботи необхідно вивчити тему курсу порекомендованих підручниках, відповісти на питання самоперевірки, а лише потім приступити до розв'язання задач цієї теми.

Методичні рекомендації по виконанню розрахунково-графічної роботи №1 студентами денної форми навчання складається з трьох задач по темі “Геометричні характеристики плоских перерізів”.

До складу розрахунково-графічної роботи № 1 входять такі задачі:

1. Визначення геометричних характеристик плоских симетричних перерізів із сортаменту прокатної сталі;
2. Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів;
3. Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів із перерізів із сортаменту прокатної сталі.

Нижче наведені теоретичні відомості необхідні для виконання трьох необхідних задач, а також приклади розрахунків кожної із задач розрахунково-графічної роботи № 1 з переліком варіантів для самостійного опрацювання студентами матеріалу розрахунково-графічної роботи. Крім того, після кожного тематичного прикладу наведено перелік контрольних запитань, які студент має опрацювати самостійно по даній темі для закріплення пройденого матеріалу з дисципліни.

Необхідний перелік тематичних задач для кращого їх засвоєння дослідно опрацьовується на лабораторних заняттях.

Для полегшення розрахунків наприкінці викладеного матеріалу методичних рекомендацій у додатку наведена таблиця сортаменту.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ ПЕРЕРІЗІВ

Основними об'єктами, що вивчають у курсі механіки матеріалів і конструкцій, є стержень. Опір стержнів різним видам деформації часто залежить не тільки від його матеріалу та розмірів, а й від обрису осі, форми поперечних перерізів та розшарування їх. Тому у цьому розділі, незважаючи на фізичні властивості об'єкта, що вивчається, розглянемо основні геометричні характеристики його поперечних перерізів, які визначають опір різним видам деформацій. До них належать площі поперечних перерізів, статичні моменти та моменти інерції.

При обчисленні моментів інерції необхідно пам'ятати, що вони мають вигляд інтегралів типу $\int_F y^2 \cdot dF$ (осьовий, або екваторіальний момент інерції відносно осей z і y). Значення моментів інерції для простих перерізів дані в довідниковій літературі.

Необхідно запам'ятати, що теорема про перенесення осей ($I_{x_1} = I_x + a^2 \cdot F$) справедлива тільки в тому випадку, коли вісь проходить через центр ваги фігури. Якщо, наприклад, відомий момент інерції трикутника відносно вісі, що проходить через основу, то неможливо при допомозі цієї теореми знайти момент інерції трикутника відносно вісі, що проходить через його вершину паралельно основі.

Спочатку потрібно при допомозі цієї теореми знайти момент інерції відносно центральної вісі, а потім визначити момент інерції відносно вісі, що проходить через вершину.

Формула переносу осей наочно показує, що найменшим із моментів інерції відносно декількох паралельних осей є момент інерції відносно тієї вісі, яка проходить через центр ваги фігури.

Найменшим із моментів інерції відносно центральних осей, нахилених під різними кутами є момент інерції відносно однієї із головних центральних осей. Відносно другої головної вісі, перпендикулярної до першої, момент інерції має, навпаки, найбільше значення.

Відцентровий момент інерції відносно головних осей дорівнює нулю, а осьові моменти інерції приймають екстремальні значення.

В теоремі згину важливу роль відіграють головні центральні вісі, положення яких для несиметричних перерізів визначають так:

1) спочатку проводять будь-які вісі, обчислюють статичні моменти перерізу відносно цих осей (розбивши попередню складну фігуру на ряд простих) і знаходять центр ваги перерізу;

2) проводять через центр ваги всього перерізу вісі, паралельні початково вибраним випадковим осям і знаходять при допомозі теореми про перенесення осей відцентровий і осьові моменти інерції відносно цих нових центральних осей;

3) знаходять положення головних центральних осей U і V за формулою:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot I_{XY}}{I_X - I_Y};$$

4) знаходять значення головних центральних моментів інерції.

Для перевірки правильності обчислення I_U і I_V використовують рівності:

$$1. I_X + I_Y = I_U + I_V \qquad 2. I_{UV} = 0.$$

Слід мати на увазі, що при використанні цих виразів можливо перевірити лише по пп. 3 і 4; виконання цих вимог не гарантує правильність обчислень, виконаних в пп. 1 і 2.

Якщо переріз складається із ряду прокатних перерізів, то необхідно при обчисленні користуватися даними таблиць сортаменту (додаток). При

визначенні відцентрового моменту інерції кутника (рівнобічного чи нерівнобічного) не слід розбивати площу цього кутника на два прямокутники; спочатку знаходять відцентровий момент інерції всього кутника відносно осей, що проходять через центр ваги паралельно полицям, при допомозі формули:

$$I_{XY} = \frac{I_{X_0} - I_{Y_0}}{2} \cdot \sin 2\alpha,$$

де I_{X_0} і I_{Y_0} - головні центральні моменти інерції, значення яких дані в таблицях сортаменту, після цього необхідно застосувати формулу переносу осей:

$$I_{X_c Y_c} = I_{xy} + x \cdot y \cdot F,$$

і знайти відцентровий момент інерції кутника відносно центральних осей всього перерізу x_c і y_c .

При використанні формули повороту необхідно обов'язково звернути увагу на знак кута α_0 . Від'ємні кути α_0 до осі U від осі X відкладаються за годинниковою стрілкою.

Тема: „Визначення геометричних характеристик плоских симетричних перерізів із сортаменту прокатної сталі”

Задача №1

На рис.1 зображено плоский переріз конструкції, яка складається з двох швелерів №12 (вони позначені позиціями 1 та 3) та двох швелерів №18(вони позначені позиціями 2 та 4). Необхідно знайти осьові моменти інерції I_{x_c}, I_{y_c} для даного перерізу, моменти опору перерізу W_{x_c}, W_{y_c} та радіуси інерції i_x, i_y .

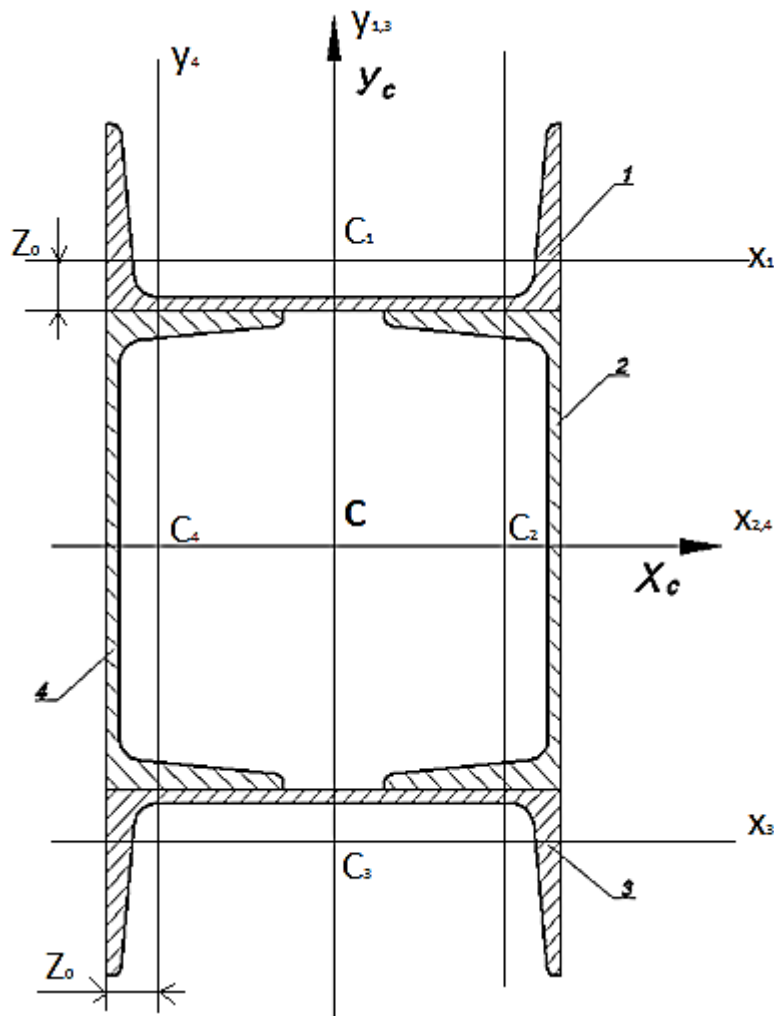


Рис.1. Плоский симетричний переріз

Розв'язання:

1. Виконуємо креслення перерізу на міліметровому папері, вказуємо розміри та вибираємо осі.

2. Випишуємо дані з таблиці сортаменту. Для швелерів №12 та 18 переводимо значення всіх параметрів із мм в см. Необхідно пам'ятати про приведення всіх показників до однакових одиниць виміру.

Позиція 2,4 профіль № 18

$$h = 180 \text{ мм} = 18 \text{ см};$$

$$b = 70 \text{ мм} = 7 \text{ см};$$

$$d = 5,1 \text{ мм} = 0,51 \text{ см};$$

$$t = 8,7 \text{ мм} = 0,87 \text{ см};$$

$$F_2 = 20,7 \text{ см}^2;$$

$$I_y = 86 \text{ см}^4;$$

$$I_x = 1090 \text{ см}^4;$$

$$Z_c = 1,94 \text{ см}$$

Позиція 1,3 профіль № 12

$$h = 120 \text{ мм} = 12 \text{ см};$$

$$b = 52 \text{ мм} = 5,2 \text{ см};$$

$$d = 4,8 \text{ мм} = 0,48 \text{ см};$$

$$t = 7,8 \text{ мм} = 0,78 \text{ см};$$

$$F_1 = 13,3 \text{ см}^2;$$

$$I_y = 31,2 \text{ см}^4 = I_{x1} = I_{x3};$$

$$I_x = 304 \text{ см}^4 = I_{y1} = I_{y3};$$

$$Z_c = 1,54 \text{ см}.$$

3. Відмічаємо та визначаємо положення центру ваги перерізу координатами. Відлік проводимо від т.С, яка є центром ваги даної симетричної конструкції, по відношенню до якої визначаємо центри ваги простих фігур.

$$C_1 = \begin{cases} X_{C_1} = 0; \\ Y_{C_1} = \frac{h}{2} + Z_0 = 9 + 1,54 = 10,54 \text{ см}; \end{cases}$$

$$C_2 = \begin{cases} X_{C_2} = b - Z_0 = 7 - 1,94 = 5,06 \text{ см}; \\ Y_{C_2} = 0; \end{cases}$$

$$C_3 = \begin{cases} X_{C3} = 0; \\ Y_{C3} = 10,54 \text{ см}; \end{cases} \quad C_4 = \begin{cases} X_{C4} = -5,06 \text{ см}; \\ Y_{C4} = 0. \end{cases}$$

4. Визначаємо центральні моменти інерції всього перерізу. Так як переріз включає в себе чотири складові фігури, то формула буде виглядати наступним чином:

$$I_u = I_{xc} = I_{x1} + I_{x2} + I_{x3} + I_{x4} + F_1 \cdot (Y_{c1})^2 + F_2 \cdot (Y_{c2})^2 + F_3 \cdot (Y_{c3})^2 + F_4 \cdot (Y_{c4})^2;$$

$$I_v = I_{yc} = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4} + F_1 \cdot (X_{c1})^2 + F_2 \cdot (X_{c2})^2 + F_3 \cdot (X_{c3})^2 + F_4 \cdot (X_{c4})^2.$$

Підставляємо числові дані і отримуємо:

$$I_{xc} = 31,2 + 31,2 + 1090 + 1090 + 13,3 \cdot (10,54)^2 + 13,3 \cdot (-10,54)^2 + 20,7 \cdot 0 + 20,7 \cdot 0 =$$

$$= 2242,4 + 1477,5 + 1477,5 = 3831 \text{ см}^4;$$

$$I_{yc} = 86 + 86 + 304 + 304 + 13,3 \cdot 0 + 13,3 \cdot 0 + 20,7 \cdot (5,06)^2 + 20,7 \cdot (-5,06)^2 = 1840 \text{ см}^4.$$

5. Визначаємо момент опору перерізу. Формула для знаходження моменту опору перерізу має вигляд:

$$W_x = \frac{I_{xc}}{y_{max}}; \quad W_y = \frac{I_{yc}}{x_{max}};$$

Необхідно визначити y_{max} та x_{max} :

$$Y_{max} = 9 + 5,2 = 14,2 \text{ см};$$

$$X_{max} = 7 \text{ см};$$

$$W_x = \frac{3831}{14,2} = 26,9 \text{ см}^3;$$

$$W_y = \frac{1840}{7,0} = 26,2 \text{ см}^3.$$

6. Визначаємо радіуси інерції за формулами:

$$i_{xc} = \sqrt{\frac{I_{xc}}{F}}; \quad i_{yc} = \sqrt{\frac{I_{yc}}{F}}.$$

Також необхідно знайти суму площ всіх фігур перерізу:

$$\Sigma F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4;$$

$$\Sigma F = 13,3 + 20,7 + 13,3 + 20,7 = 68 \text{ см}^2.$$

Підставляємо числові значення в формули для знаходження радіусів інерції:

$$i_{xc} = \sqrt{\frac{3831}{68}} = 7,5 \text{ см};$$

$$i_{yc} = \sqrt{\frac{1840}{68}} = 5,2 \text{ см}.$$

Таким чином, ми визначили значення для даного перерізу всіх заданих невідомих величин.

Відповідь: $I_{xc} = 3831 \text{ см}^4$;

$$I_{yc} = 1840 \text{ см}^4$$
;

$$W_{xc} = 26,9 \text{ см}^3$$
;

$$W_{yc} = 26,2 \text{ см}^3$$
;

$$i_{xc} = 7,5 \text{ см};$$

$$i_{yc} = 5,2 \text{ см}.$$

Задача №2

„Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів”

На рис.2 зображено плоский несиметричний переріз із зміщеним центром ваги. Переріз складається з прямокутника, висота якого $h=40\text{мм}$, ширина $b=80\text{мм}$ та вирізаного напівкола з діаметром $d=20\text{мм}$. Необхідно знайти координати центру ваги конструкції (X_c ; Y_c), осьові моменти інерції (I_{xc} ; I_{yc}) моменти опору перерізу (W_{xc} ; W_{yc}) та радіуси інерції (i_{xc} ; i_{yc}).

Розв'язання

1. Представимо переріз у вигляді простих фігур: прямокутника зі сторонами 40мм і 80мм , виріз якого є напівколо з діаметром 20мм , центр якого знаходиться на відстані $0,212d$ від краю прямокутника.

2. Виконуємо креслення перерізу на міліметровому папері, вказуємо розміри та позначаємо осі. Здійснюємо переведення одиниць виміру, отримуємо: $h=4\text{см}$, $b=8\text{см}$, $d=2\text{см}$.

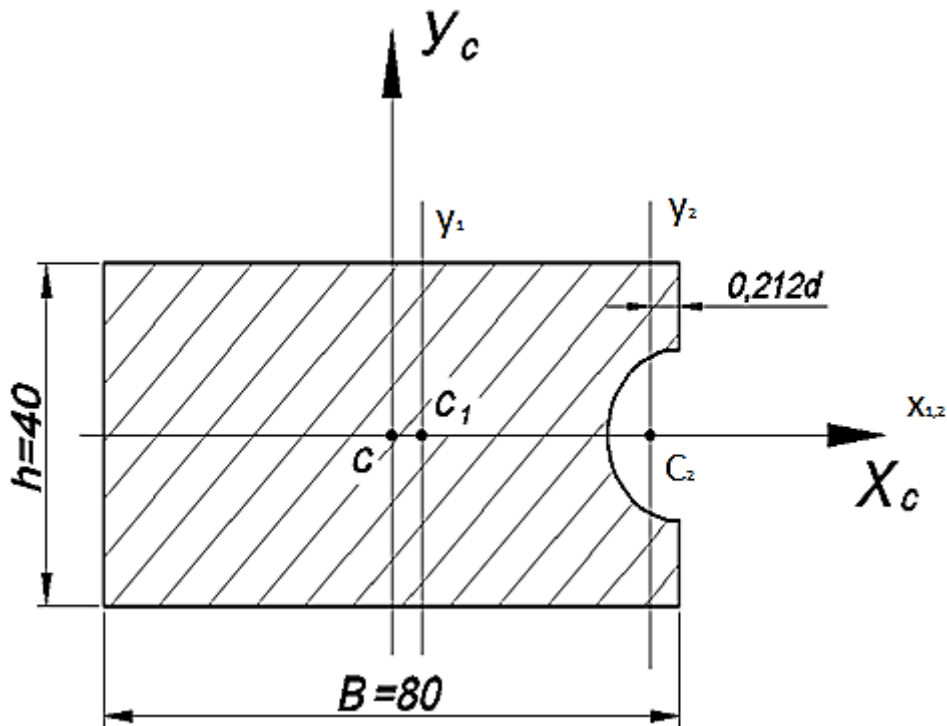


Рис.2. Плоский несиметричний переріз

3. Визначаємо величину площі кожної з фігур:

$$F_1 = h \cdot b = 4 \cdot 8 = 32 \text{ см}^2;$$

$$F_2 = \frac{\pi d^2}{8} = \frac{3,14 \cdot (2)^2}{8} = 1,57 \text{ см}^2.$$

Для вирізаного напівкола значення площі F_2 та осьових моментів інерції I_{xc2} , I_{yc2} приймається як від'ємне.

4. Визначаємо координати центральних вершин кожної з фігур:

$$C_1 = \begin{cases} X_1 = 0; \\ Y_1 = 0; \end{cases} \quad C_2 = \begin{cases} X_2 = 4 - 0,212 \cdot d = 3,576 \text{ см}; \\ Y_2 = 0. \end{cases}$$

5. Визначаємо координати центру ваги складної фігури за формулами:

$$Y_c = \frac{\sum X_c}{\sum F}; \quad X_c = \frac{\sum S_y}{\sum F}.$$

Невідомими є статичні моменти площі $S_{x1}, S_{x2}, S_{y1}, S_{y2}$:

$$S_{x1}=F_1 \cdot Y_1 = 0; \quad S_{x2}=F_2 \cdot Y_2 = 0;$$

$$S_{y1}=F_1 \cdot X_1 = 0; \quad S_{y2} = F_2 \cdot X_2 = (-1,57) \cdot 3,576 = -5,614 \text{ см}^3 .$$

Підставляємо значення статичних моментів площі у формулу координат центра ваги.

$$Y_c = 0; \quad X_c = \frac{-5,614+0}{32-1,57} = \frac{-5,614}{30,43} = -0,185 \text{ см}^3 .$$

6. Запишемо координати центрів ваги простих фігур відносно координат центра ваги всієї конструкції($X_c Y_c$).

$$C_1 = \begin{cases} X_1 = -X_c = -(-0,185) = 0,185 \text{ см}; \\ Y_1 = -Y_c = 0 \text{ см}. \end{cases}$$

$$C_2 = \begin{cases} X_2 = X_2 - X_c = 3,576 - (-0,185) = 3,761 \text{ см}; \\ Y_2 = Y_2 - Y_c = 0 \text{ см}. \end{cases}$$

7. Запишемо власні моменти інерції кожної фігури. Для прямокутника осьові моменти інерції визначаються за формулами:

$$I_{x1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{8 \cdot 4^3}{12} = 42,6 \text{ см}^4;$$

$$I_{y1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{4 \cdot 8^3}{12} = 170,6 \text{ см}^4 .$$

Для напівкола осьові моменти інерції I_{xc} та I_{yc} приймаються від'ємними.

$$I_{x2} = -0,393 \cdot R^4 = -0,393 \text{ см}^4;$$

$$I_{y2} = -0,11 \cdot R^4 = -0,11 \text{ см}^4 .$$

8. Визначаємо центральні моменти інерції всього перерізу:

$$I_u = I_{xc} = I_{x1} + F_1 \cdot y_{c1}^2 + I_{x2} + F_2 \cdot y_{c2}^2 = 42,6 + 32 \cdot 0 + 0,393 + (-1,54) \cdot 0 = 42,2 \text{ см}^4;$$

$$I_v = I_{yc} = I_{y1} + F_1 \cdot X_{xc}^2 + I_{y2} + F_2 \cdot X_{c2}^2 = 170,6 + 32 \cdot (0,185)^2 + (-0,11) + (-1,57) \cdot (3,761)^2 = 170,6 + 1,0952 - 0,11 - 27,2 = 149,38 \text{ см}^4 .$$

9. Визначаємо моменти опору перерізу. Максимальна відстань від центра ваги по осі y буде $y_{max}=2\text{см}$, по осі x буде дорівнювати $y_{max}=4\text{см}$.

$$W_x = \frac{I_{xc}}{y_{max}}; \quad (y_{max} = 2\text{см});$$

$$W_x = \frac{42,2}{2} = 21,2 \text{ см}^3;$$

$$W_y = \frac{I_{yc}}{x_{max}}; \quad (x_{max}=4\text{см});$$

$$W_y = \frac{149,38}{4} = 35,74 \text{ см}^2.$$

10. Визначаємо радіуси інерції перерізу за формулами:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{xc}}{F}} \qquad i_y = \sqrt{\frac{I_{yc}}{F}}.$$

Необхідно обчислити сумарну площу всього перерізу.

$$\Sigma F = F_1 + (-F_2) = 32 - 1,57 = 30,43 \text{ см}^2.$$

Обчислюємо значення радіусів інерції перерізу:

$$i_x = \sqrt{\frac{42,2}{30,43}} = \sqrt{1,386} = 1,18 \text{ см}; i_y = \sqrt{\frac{149,38}{30,48}} = \sqrt{4,91} = 2,2 \text{ см}.$$

Таким чином, ми визначили значення для даного перерізу всіх заданих невідомих величин.

Відповідь: $I_{xc}=42,2 \text{ см}^4$;

$$I_{yc}=149,38 \text{ см}^4;$$

$$W_{xc}= 21,2 \text{ см}^3;$$

$$W_{yc}=35,74 \text{ см}^3;$$

$$i_{xc}=1,18 \text{ см};$$

$$i_{yc}=2,2 \text{ см}.$$

Задача №3

«Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів із прокатної сталі»

На рис.3 зображено конструкцію, яка складається зі швелера №24 та нерівностороннього кутника №14/9. Необхідно визначити координати центральної конструкції (x_c ; y_c), осеві моменти інерції (I_{x_c} ; I_{y_c}), відцентрові моменти інерції ($I_{x_c y_c}$).

Розв'язання:

1. Виконуємо креслення перерізу на міліметровому папері з вказанням розмірів, показуємо осі.
2. Випишуємо дані з сортаменту, приводимо значення розмірів профілів до одних одиниць виміру.

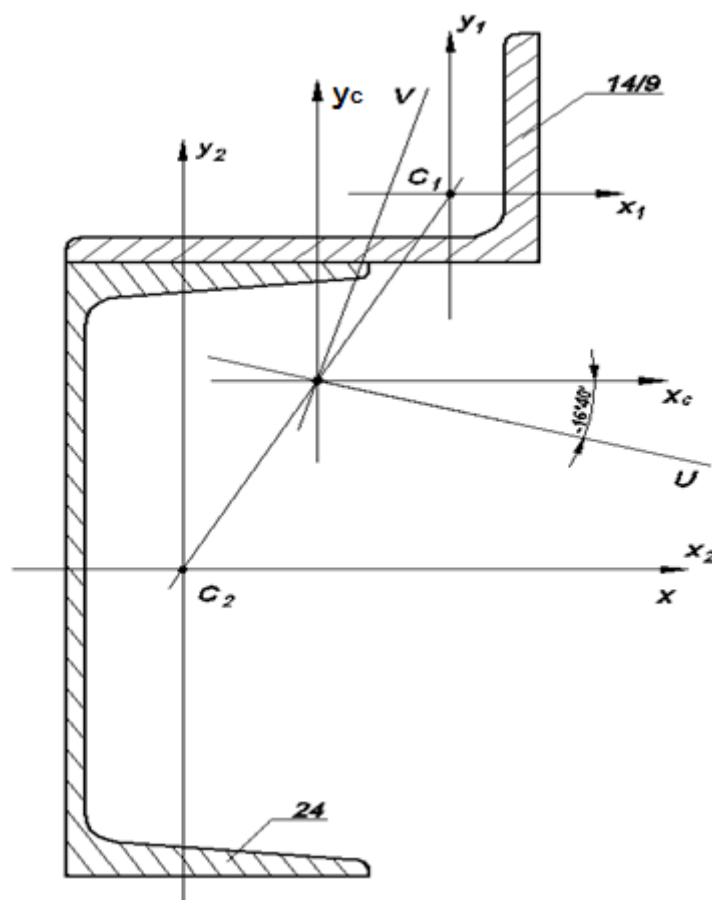


Рис.3. Плоский несиметричний переріз прокатної сталі

Швелер [№24 :

$$h=240 \text{ мм} = 24 \text{ см};$$

$$b=90 \text{ мм} = 9 \text{ см};$$

$$d=5,6 \text{ мм} = 0,56 \text{ см};$$

$$t=10 \text{ мм} = 0,1 \text{ см};$$

$$F=30,6 \text{ см}^2;$$

$$I_x=2900 \text{ см}^4;$$

$$I_y=208 \text{ см}^4;$$

$$Z_0=2,42 \text{ см};$$

$$I_{xy}=0.$$

Нерівнобокий кутник L №14/9:

$$B=140 \text{ мм} = 14 \text{ см};$$

$$b=90 \text{ мм} = 9 \text{ см};$$

$$d=10 \text{ мм} = 1 \text{ см};$$

$$I_y=146 \text{ см}^4=I_x;$$

$$I_x=444 \text{ см}^4=I_y;$$

$$I_{\min}=85,5 \text{ см}^4;$$

$$\text{tg}\alpha=0,406;$$

$$X_0=2,12=Y_0;$$

$$Y_0=44,58=X_0;$$

$$\alpha=22,15.$$

3. Запишемо координати центра ваги кожної фігури відносно осей порівняння. Прийнемо координати центра ваги швелера за початок відліку (точка C_2), тоді координати центра ваги кутника будуть знаходитись в точці C_1 .

$$C_1 = \begin{cases} X_1 = B - Z_0 - X_0 = 14 - 2,42 - 4,58 = 7 \text{ см}; \\ Y_1 = \frac{h}{2} + 12 + 2,12 = 14,12 \text{ см}; \end{cases}$$

$$C_2 = \begin{cases} X_2 = 0; \\ Y_2 = 0. \end{cases}$$

4. Визначаємо координати центра ваги всього перерізу за формулами:

$$X_c = \frac{\sum S y_c}{\sum F}; \quad Y_c = \frac{\sum S x_c}{\sum F}.$$

Обчислюємо значення статичних моментів площі:

$$S_{X1} = y_1 \cdot F_1 = 22,2 \cdot 14,12 = 313,4 \text{ см}^3;$$

$$S_{X2} = y_2 \cdot F_2 = 0;$$

$$S_{Y1} = X_1 \cdot F_1 = 7 \cdot 22,2 = 155,4 \text{ см}^3;$$

$$S_{Y2} = X_2 \cdot F_2 = 0.$$

За формулою розрахуємо координати центра ваги:

$$X_c = \frac{155,4}{22,2+30,6} = \frac{155,4}{52,8} = 2,94 \text{ см};$$

$$Y_c = \frac{313,4}{22,2+30,6} = 5,94 \text{ см}.$$

5. Запишемо координати центра ваги відносно центральних осей X_c, Y_c :

$$C_1 = \begin{cases} X_{c1} = 7 - 2,94 = 4,06 \text{ см}; \\ Y_{c1} = 14,12 - 5,94 = 8,18 \text{ см}; \end{cases}$$

$$C_2 = \begin{cases} X_{c2} = 2,94 \text{ см}; \\ Y_{c2} = -5,94 \text{ см}. \end{cases}$$

6. Визначаємо центральні моменти інерції всього перерізу, а також відцентрові моменти інерції:

$$I_{Xc} = I_{X1} + F_1 \cdot Y_{c1}^2 + I_{X2} + F_2 \cdot Y_{c2}^2 = 146 + 22,2 \cdot (8,18)^2 + 2900 + 30,6 \cdot (5,94)^2 = 5607,6 \text{ см}^2;$$

$$I_{Yc} = I_{Y1} + F_1 \cdot X_{y1}^2 + I_{Y2} + F_2 \cdot X_{y2}^2 = 444 + 22,2 \cdot (4,06)^2 + 208 + 30,6 \cdot (2,94)^2 = 128 \text{ см}^2;$$

$$I_{XcYc} = I_{X1Y1} + F_1 \cdot X_{c1} \cdot Y_{c1} + I_{X2Y2} + F_2 \cdot X_{c2} \cdot Y_{c2};$$

$$I_{X2Y2} = 0;$$

$$I_{X1Y1} = \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \sin \alpha_0;$$

$$I_{max} = I_{X1} + I_{Y1} - I_{min} = 444 + 146 - 85,5 = 504,4;$$

$$I_{X1Y1} = \frac{504,5 - 85,5}{2} \sin(22,15^\circ) = 146,7 \text{ см}^4;$$

$$I_{XcYc} = 146,7 + 22,2 \cdot 4,06 \cdot 8,18 + 30,6 \cdot (-2,94) \cdot (-5,94) = 1417,3 \text{ см}^4.$$

7. Визначаємо кут нахилу головних центральних осей перерізу відносно центральних осей X_c, Y_c :

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2I_{XcYc}}{I_{Yc} - I_{Xc}} = \frac{2 \cdot 1417,3}{1282,4 - 5607,6} = -0,66;$$

$$2\alpha = -33^\circ 20'; \quad \alpha = 16^\circ 40'.$$

Оскільки: $I_{Xc} > I_{Yc}$, то I_u буде максимальним.

8. Визначаємо головні моменти інерції:

$$I_{\min} = I_{u/v} = \frac{I_{Xc} + I_{Yc}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{Xc} - I_{Yc})^2 + 4 \cdot I_{XcYc}^2};$$

$$I_{u/v} = \frac{5607,6 - 1282,4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5607,6 - 1282,4}{2}\right)^2 + (1417,3)^2} = 34450,0 \pm 2585,6;$$

$$I_u = I_{\max} = 6030,6 \text{ см}^4;$$

$$I_v = I_{\min} = 859,4 \text{ см}^4.$$

Після виконання всіх необхідних розрахунків виконується перевірка правильності виконання задачі.

На першому етапі перевірки повинна виконуватись рівність:

$$I_{Xc} + I_{Yc} = I_u + I_v.$$

Підставляємо числові значення у формулу:

$$5607,6 + 1282,4 = 6030 + 859,4.$$

В ході другої частини перевірки повинна виконуватись наступна рівність:

$$I_{uv} = 0;$$

$$I_{uv} = \frac{I_{Xc} - I_{Yc}}{2} \sin 2\alpha + I_{XcYc} \cdot \cos 2\alpha.$$

Підставляємо числові значення в формулу:

$$I_{uv} = \frac{5607,6 - 1282,4}{2} (-0,55) + 1417,3 \cdot 0,836 = -1189,9 + 1184,9 = 0.$$

Також необхідно обчислити похибку розрахунків.

$$\Delta = \left| \frac{-1189,4 + 1184,9}{1184,9} \right| \cdot 100\% = 0,4\%$$

Значення похибки допускається до 5 %.

Таким чином, ми визначили значення для даного перерізу всіх заданих невідомих величин.

Відповідь: $I_{Xc} = 5607,6 \text{ см}^4$; $I_{Yc} = 128 \text{ см}^4$; $I_{XcYc} = 1417,3 \text{ см}^4$; $\alpha = 16^\circ 40'$.

Приклад виконання задачі для перерізу, що складається з трьох профілів.

Умова задачі

Для поперечного перерізу, що складається із декількох фігур, необхідно:

1) накреслити переріз в відповідному масштабі, вказати всі необхідні розміри і вибрати вісі. (При розрахунку всі необхідні дані потрібно брати із таблиці сортаменту);

2) визначити координати центру ваги;

3) обчислити осьові і відцентрові моменти інерції відносно центральних осей;

4) знайти положення головних центральних осей інерції;

5) визначити моменти інерції відносно головних центральних осей;

6) зробити перевірку правильності виконання.

Дано:

1) Двутавр № 22;

2) Лист № 12;

3) Кутник нерівносторонній № 100/63/10.

Схема розташування фігур зображена на рис.4.

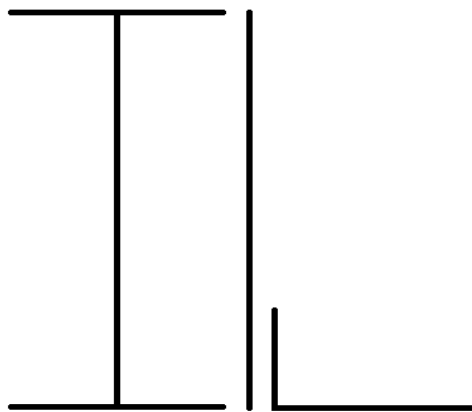


Рис.4. Схема розташування фігур

Розв'язання:

1. Випикуємо необхідні дані із таблиці сортаменту (додаток 2) та зводимо значення параметрів профілю до єдиних одиниць виміру (см):

Фігура 1 (двутавр)

№ 22

$$h_1 = 22 \text{ см};$$

$$b_1 = 11 \text{ см};$$

$$d_1 = 0,54 \text{ см};$$

$$F_1 = 30,6 \text{ см}^2;$$

$$I_{x_1} = 2550 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_1} = 157 \text{ см}^4.$$

Фігура 2 (лист)

№ 12

$$h_2 = 22 \text{ см};$$

$$b_1 = 12 \text{ см};$$

$$F_2 = 22 \cdot 12 = 26,4 \text{ см}^2.$$

Фігура 3 (кутник)

№ 100/63/10

$$h_3 = 6,3 \text{ см};$$

$$b_3 = 10 \text{ см};$$

$$d_3 = 1 \text{ см};$$

$$F_3 = 15,5 \text{ см}^2;$$

$$I_{x_3} = 47,1 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_3} = 154 \text{ см}^4;$$

$$I_{u \min} = 28,3 \text{ см}^4;$$

$$X_0 = 3,4 \text{ см};$$

$$Y_0 = 1,58 \text{ см};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,387 \rightarrow \alpha = 21,15^\circ$$

2. Креслимо переріз на міліметровому папері, вказуємо всі розміри і вибираємо осі (рис.5).

3. Визначаємо координати центру ваги всієї фігури. За початок координат приймаємо вісі $X_1 C_1 Y_1$. Визначаємо координати центрів ваги простих фігур:

$$C_1 \begin{cases} x_1 = 0; \\ y_1 = 0; \end{cases}$$

$$C_2 \begin{cases} x_2 = \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2} = \frac{11}{2} + \frac{1,2}{2} = 6,1 \text{ см}; \\ y_2 = 0; \end{cases}$$

$$C_3 \begin{cases} x_3 = \frac{b_1}{2} + b_2 + x_0 = \frac{11}{2} + 1,2 + 3,4 = 5,5 + 1,2 + 3,4 = 10,1 \text{ см}; \\ y_3 = -\left(\frac{h_1}{2} - y_0\right) = -\left(\frac{22}{2} - 1,58\right) = -(11 - 1,58) = -9,42 \text{ см}; \end{cases}$$

$$X_C = \frac{\Sigma S_Y}{\Sigma F} = \frac{x_1 \cdot F_1 + x_2 \cdot F_2 + x_3 \cdot F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{0 \cdot 30,6 + 6,1 \cdot 26,4 + 10,1 \cdot 15,5}{30,6 + 26,4 + 15,5} = 4,38 \text{ см};$$

$$Y_C = \frac{\Sigma S_X}{\Sigma F} = \frac{y_1 \cdot F_1 + y_2 \cdot F_2 + y_3 \cdot F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{0 \cdot 30,6 + 0 \cdot 26,4 + (-9,42) \cdot 15,5}{30,6 + 26,4 + 15,5} = -2,01 \text{ см}.$$

Координати центрів ваги простих фігур відносно центру ваги складної фігури:

$$a_1 = 2,01 \text{ см}; \quad a_2 = 2,01 \text{ см}; \quad a_3 = -7,41 \text{ см};$$

$$l_1 = -4,38 \text{ см}; \quad l_2 = -1,72 \text{ см}; \quad l_3 = -5,72 \text{ см}.$$

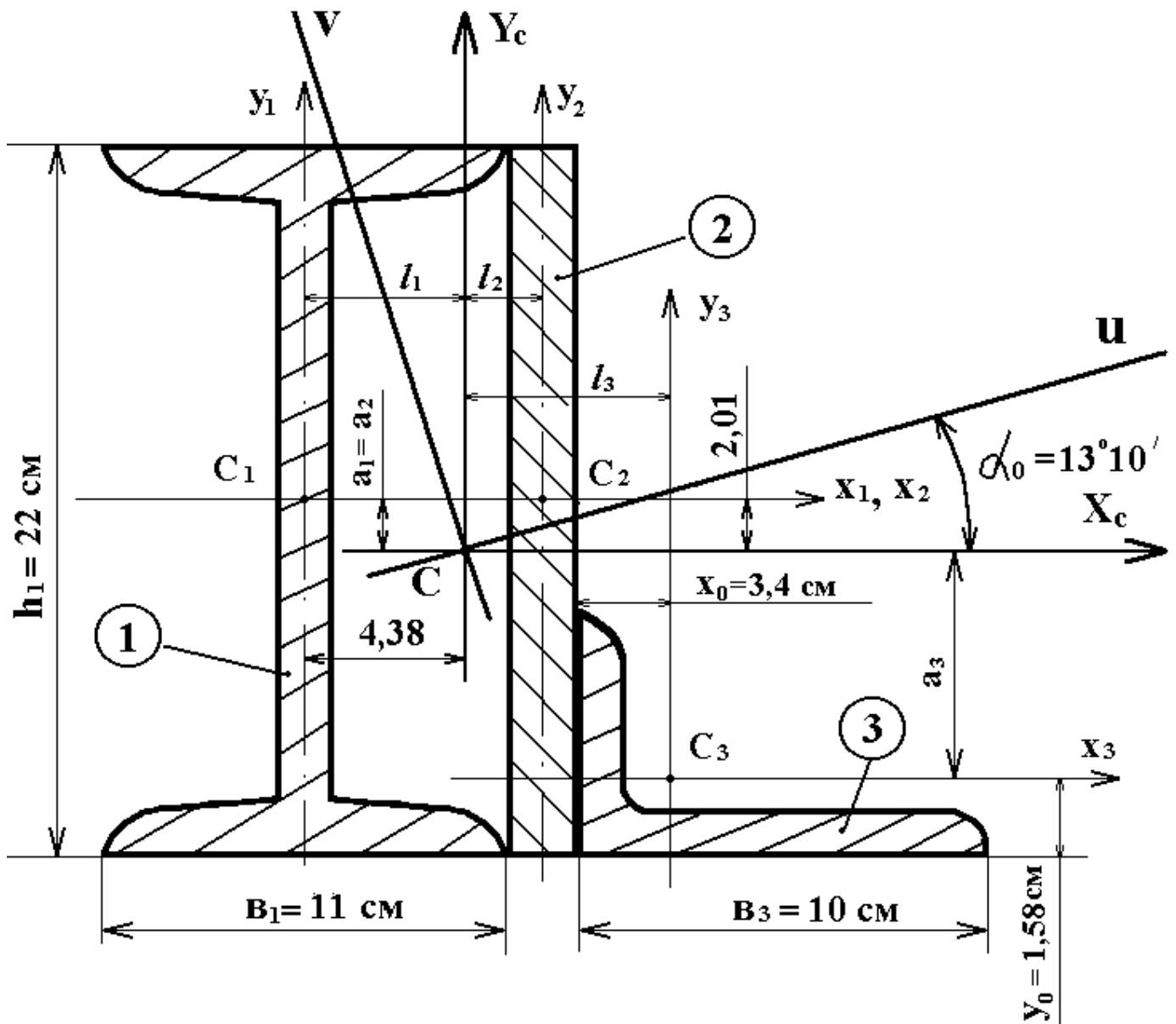


Рис.5. Зображення плоского перерізу заданої схеми із зазначенням всіх необхідних позначень

4. Визначаємо осьові і відцентрові моменти інерції відносно центральних осей $X_c Y_c$.

$$I_{X_c} = I_{X_1} + a_1^2 \cdot F_1 + I_{X_2} + a_2^2 \cdot F_2 + I_{X_3} + a_3^2 \cdot F_3 =$$

$$= 2550 + 2,01^2 \cdot 30,6 + \frac{1,2 \cdot 22^3}{12} + 2,01^2 \cdot 26,4 + 47,1 + (-7,41)^2 \cdot 15,5 = 4743,27 \text{ см}^4;$$

$$I_{Y_c} = I_{Y_1} + l_1^2 \cdot F_1 + I_{Y_2} + l_2^2 \cdot F_2 + I_{Y_3} + l_3^2 \cdot F_3 =$$

$$= 157 + (-4,38)^2 \cdot 30,6 + \frac{22 \cdot 1,2^3}{12} + 1,72^2 \cdot 26,4 + 154 + 5,72^2 \cdot 15,5 = 1486,44 \text{ см}^4;$$

$$I_{X_c Y_c} = I_{X_1 Y_1} + a_1 \cdot l_1 \cdot F_1 + I_{X_2 Y_2} + a_2 \cdot l_2 \cdot F_2 + I_{X_3 Y_3} + a_3 \cdot l_3 \cdot F_3 =$$

$$= 0 + 2,01 \cdot (-4,38) \cdot 30,6 + 0 + 2,01 \cdot 1,72 \cdot 26,4 + \left(\frac{172,8 - 28,3}{2} \cdot \sin 2\alpha \right) +$$

$$+ (-7,41) \cdot 5,72 \cdot 15,5 = -941,87 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_3 y_3} = \frac{I_{X_3} + I_{Y_3} - I_{u \min} - I_{v \min}}{2} \cdot \sin 2\alpha = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \sin 2\alpha;$$

$$I_{\max} = I_{x_3} + I_{y_3} - I_{\min}.$$

5. Визначаємо положення головних центральних осей інерції:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot I_{X_c Y_c}}{I_{Y_c} - I_{X_c}} = -\frac{2 \cdot (-941,87)}{1486,44 - 4743,27} = \frac{1883,74}{3256,83} = 0,5784;$$

$$2\alpha_0 = 30^{\circ}04' \quad \rightarrow \quad \alpha_0 = 15^{\circ}02'.$$

6. Визначаємо моменти інерції відносно головних центральних осей:

$$I_{\min} = I_v = \frac{I_{X_c} + I_{Y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{X_c} - I_{Y_c})^2 + 4 \cdot I_{X_c Y_c}^2} =$$

$$= \frac{4743,27 + 1486,44}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(4743,27 - 1486,44)^2 + 4 \cdot (-941,87)^2} =$$

$$= 3114,85 \pm 1881,18;$$

$$I_{\max} = I_u = 3114,85 + 1881,18 = 4996,03 \text{ см}^4;$$

$$I_{\min} = I_v = 3114,85 - 1881,18 = 1233,67 \text{ см}^4.$$

7. Перевірка:

$$\text{а) } I_{X_C} + I_{Y_C} = I_u + I_v;$$

$$4743,27 + 1486,44 = 4996,03 + 1233,67;$$

$$6229,71 = 6229,70$$

Похибка:

$$\Delta = \frac{6229,71 - 6229,70}{6229,71} \cdot 100\% = 0,16 \cdot 10^{-3}\% ;$$

Допускається до 5%.

$$\text{б) } I_{uv} = \frac{I_{X_C} - I_{Y_C}}{2} \cdot \sin 30^{\circ}04' + I_{X_C Y_C} \cdot \cos 30^{\circ}04' = 0;$$

$$I_{uv} = \frac{4743,27 - 1486,44}{2} \cdot 0,5 + (-941,87) \cdot 0,866 = 0;$$

$$I_{uv} = 814,2 + 815,6 = 1,4;$$

Похибка:

$$\Delta = \frac{815,6 - 814,2}{815,6} \cdot 100\% = 0,17\% ;$$

Допускається значення похибки до 5%.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ ДО ТЕМИ

1. За якими формулами знаходять координати центру ваги плоскої фігури?
2. Чому дорівнює сума осьових моментів інерції відносно двох взаємно перпендикулярних осей?
3. Які вісі називають головними?
4. Для яких фігур можливо без розрахунків встановити положення головних центральних осей?
5. Відносно яких центральних осей осьові моменти інерції мають найбільше і найменше значення?
6. Який із двох моментів інерції квадратного перерізу більший: відносно центральної вісі, паралельній сторонам, чи відносно центральної вісі, що проходить через діагональ?
7. За якою формулою знаходять відцентрований момент інерції?
8. За якою формулою знаходять кут нахилу головних центральних осей?
9. За якою формулою розраховуються головні і центральні моменти інерції?
10. За якими формулами визначають радіуси інерції перерізу?
11. За якими формулами визначають моменти опору перерізу?
12. За якими формулами визначають осьові моменти інерції простих фігур (трикутника, прямокутника, кола)?
13. За якими формулами знаходять осьові моменти інерції напівкола, відносно осей які проходять через центр ваги перерізу?
14. За якими формулами знаходять статичні моменти площі перерізу?

ЛІТЕРАТУРА

1. Цурпал І. А. Механіка матеріалів і конструкцій / Цурпал І. А. – К. : Вища школа, 2005. – 367 с.
2. Ройзман В. П. Прикладна механіка. Опір матеріалів : навчальний посібник / В. П. Ройзман. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – 124 с.
3. Агамиров Л. В. Сопротивление материалов : краткий курс для студентов вузов / Л. В. Агамиров – М. : ООО «Издательство АСТ» , 2003. – 256 с.
4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко – К. : Вища школа, 1993. – 56 с.
5. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев . – К. : «Наукова думка», 1975 . – 256 с.
6. Цурпал І. А. Краткий курс сопротивления материалов / И. А. Цурпал. – К. : Вища школа, 1989. – 331 с.
7. Королев П. Г. Сборник задач по сопротивлению материалов / П. Г. Королев. – К. : Вища школа, 1997. – 288 с.
8. Тимошенко С. П. Сопротивление материалов / С. П. Тимошенко. – М. : Наука, 1965. – 288 с.

**Варіанти завдань для виконання
розрахунково-графічної роботи № 1**

План виконання

1. Виконати креслення заданого перерізу в масштабі.
2. Вибрати допоміжні координатні вісі.
3. Знайти координати центру ваги перерізу.
4. Визначити геометричні характеристики складових частин перерізу.
5. Визначити осьові та відцентрові моменти інерції площі перерізу відносно допоміжних центральних осей.
6. Визначити положення головних центральних осей інерції площі перерізу.
7. Визначити величини головних центральних моментів інерції перерізу.
8. Визначити осьові моменти перерізу.
9. Визначити величини головних радіусів інерції перерізу.
10. Виконати перевірку.

ЗАДАЧА № 1			ЗАДАЧА № 2			ЗАДАЧА № 3		
1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	5	6	4	5	6	4	5	6
7	8	9	7	8	9	7	8	9
10	11	12	10	11	12	10	11	12
13	14	15	13	14	15	13	14	15
16	17	18	16	17	18	16	17	18

Сортамент прокатної сталі

Кутники рівносторонні (за ГОСТ 8509-86)

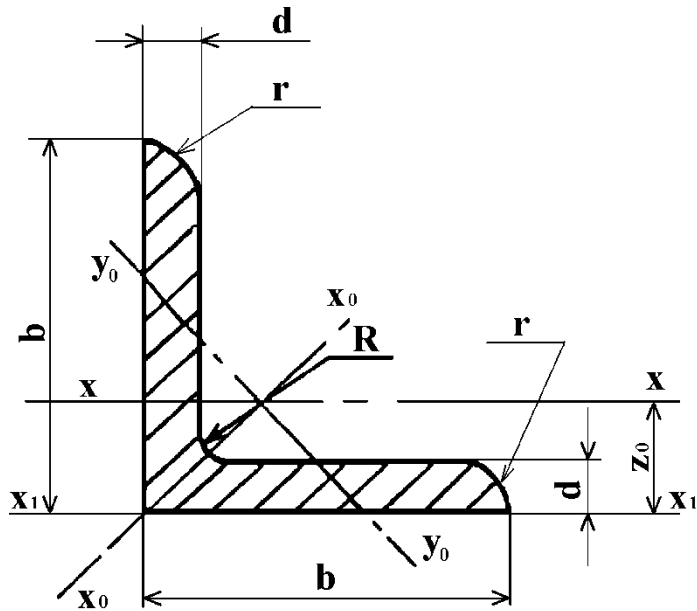
Позначення:

b - ширина полиці;

d - товщина полиці;

J – момент інерції;

i - радіус інерції;

 Z_0 - відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці

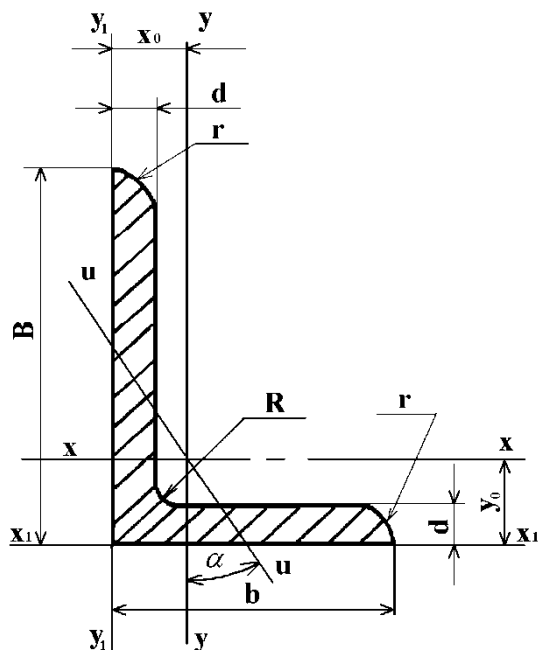
Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу $F, \text{см}^2$	$J_x, \text{см}^4$	$i_x, \text{см}$	$J_{x0\text{max}}, \text{см}^4$	$i_{x0\text{max}}, \text{см}$	$J_{y0\text{min}}, \text{см}^4$	$i_{y0\text{min}}, \text{см}$	$J_{x1}, \text{см}$	$Z_0, \text{см}$	Маса $1\text{м}, \text{кг}$
	b	d										
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33	2,32
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	3,05
		5	4,80	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	3,77
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	3,44
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	4,25
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	3,90
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	4,81
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	50,0	1,78	5,72
6,5	65	6	7,52	29,85	1,99	47,38	2,51	12,32	1,28	17,53	1,83	5,91
			9,84	38,13	1,97	60,42	1,27	15,58	2,48	28,29	1,90	7,73

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу $F, \text{см}^2$	$J_x,$ см^4	$i_x,$ см	$J_{x_{\text{оmax}}}$ см^4	$i_{x_{\text{оmax}}}$ см	$J_{y_{\text{оmin}}}$ см^4	$i_{y_{\text{оmin}}}$ см	J_{x1} см	$Z_0,$ см	Маса $l_m, \text{кг}$
	b	d										
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
		8	10,70	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	8,37
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	9,02
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	10,10
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	6,78
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19	7,36
		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23	8,51
		8	12,3	73,4	2,34	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27	9,65
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43	8,33
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47	9,64
		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51	10,9
		9	15,6	118	2,75	186	3,96	48,6	1,77	219	2,55	12,2

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу	J_x , см ⁴	i_x , см	$J_{Xo\max}$ см ⁴	$i_{Xo\max}$ см	$J_{Yo\min}$ см ⁴	$i_{Yo\min}$ см	J_{x1} см	Z_0 , см	Маса 1м, кг
	b	d										
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68	10,1
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71	10,8
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75	12,2
		10	19,2	179	2,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83	15,1
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91	17,9
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99	20,6
		16	29,7	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06	23,3
11	110	7	15,7	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96	11,9
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00	13,5
12,5	125	8	19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	516	3,36	15,5
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	17,3
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	19,1
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	22,7
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	26,2
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	29,6
14	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	19,4
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	21,5
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	25,5
16	160	10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу F , $см^2$	J_x , $см^4$	i_x , $см$	$J_{Xo\max}$, $см^4$	$i_{Xo\max}$, $см$	$J_{Yo\min}$, $см^4$	$i_{Yo\min}$, $см$	J_{x1} , $см$	Z_0 , $см$	Маса l_m , кг
	b	d										
18	180	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	30,5
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1
20	200	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37	37,0
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42	39,9
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46	42,8
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54	48,7
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70	60,1
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89	74,0
		30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07	87,6
22	220	14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93	47,4
		16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02	53,8
25	250	16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75	61,5
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83	68,9
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91	76,1
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00	83,3
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11	94,0
		28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23	104,5
		30	142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	14753	7,31	111,4

Кутники нерівнобокі (за ГОСТ 8510-86)



Позначення:

B – ширина більшої полиці;

b – ширина меншої полиці;

d – товщина полиці;

J – момент інерції;

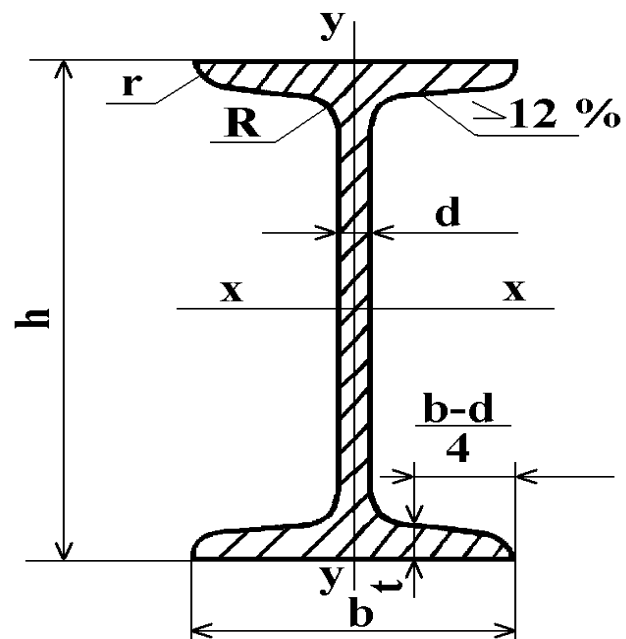
i – радіус інерції;

x_0, y_0 – відстань від центра ваги до зовнішніх граней полиць

Номер профілю	Розміри, мм			Площа F, $см^2$	$J_x, см^4$	$i_x, см$	$J_y, см^4$	$i_y, см$	$J_{U\min}, см^4$	$i_{u\min}, см$	Кут нахилу осі u, $tg\alpha$	$J_{X_1}, см^4$	$J_{Y_1}, см^4$	$x_0, см$	$y_0, см$	Маса 1м, кг
	B	b	d													
5,6/3,6	56	36	4	3,58	11,4	1,78	3,7	1,02	2,19	0,78	0,406	23,2	6,25	0,84	1,82	2,81
			5	4,41	13,8	1,77	4,48	1,01	2,66	0,78	0,404	29,2	7,91	0,88	1,86	3,46
6,3/4	63	40	4	4,04	16,3	2,01	5,16	1,13	3,07	0,87	0,397	33,0	8,51	0,91	2,03	3,17
			5	4,98	19,9	2,00	6,26	1,12	3,72	0,86	0,396	41,4	10,8	0,95	2,08	3,91
			6	5,90	23,3	1,99	7,28	1,11	4,36	0,86	0,393	49,9	13,1	0,99	2,12	4,63
			8	7,68	29,6	1,96	9,15	1,09	5,58	0,85	0,386	66,9	17,9	1,07	2,20	6,03
7/4,5	70	45	5	5,59	27,8	2,23	9,05	1,27	5,34	0,98	0,406	56,7	15,2	1,05	2,28	4,39
7,5/5	75	50	5	6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	69,7	20,8	1,17	2,39	4,79
			6	7,25	40,9	2,38	14,6	1,42	8,48	1,08	0,435	83,9	25,2	1,21	2,44	5,69
			8	9,47	52,4	2,35	18,5	1,40	10,9	1,07	0,430	112	34,2	1,29	2,52	7,43

Номер про- філю	Розміри, мм			Площа F, $см^2$	$J_x,$ $см^4$	$i_x,$ $см$	$J_y,$ $см^4$	$i_y,$ $см$	$J_{U\min}$ $см^4$	$i_{u\min}$ $см$	Кут нахилу осі u, $tg\alpha$	$J_{X_1},$ $см^4$	$J_{Y_1},$ $см^4$	x_0 $см$	y_0 $см$	Маса 1м, кг
	B	b	d													
8/5	80	50	5	6,36	41,6	2,56	12,7	1,41	7,58	1,09	0,387	84,6	20,8	1,13	2,60	4,99
			6	7,55	49,0	2,55	14,8	1,40	8,88	1,08	0,386	102	25,2	1,17	2,65	5,92
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	2,88	19,7	1,58	11,8	1,22	0,384	132	32,2	1,26	2,92	6,17
			6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	145	35,2	1,28	2,95	6,70
			8	11,18	90,9	2,85	27,1	1,56	16,3	1,21	0,380	194	47,8	1,36	3,04	8,77
10/6,3	100	63	6	9,59	98,3	3,2	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	198	49,9	1,42	3,23	7,53
			7	11,1	113	3,19	35,0	1,78	20,8	1,37	0,392	232	58,7	1,46	3,28	8,70
			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	266	67,6	1,50	3,32	9,87
			10	15,5	154	3,15	47,1	1,75	28,3	1,35	0,387	333	85,8	1,58	3,40	12,1
11/7	110	70	6,5	11,4	142	3,53	45,6	2,00	26,9	1,53	0,402	285	74,3	1,58	3,55	8,98
			8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,400	353	92,3	1,64	3,61	10,9
12,5/8	125	80	7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	452	119	1,80	4,01	11,0
			8	16,0	256	4,00	83,0	2,28	48,8	1,75	0,406	518	137	1,84	4,05	12,5
			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	649	173	1,92	4,14	15,5
			12	23,4	365	3,95	117	2,24	69,5	1,72	0,400	781	210	2,00	4,22	18,3
14/9	140	90	8	18,0	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	727	104	2,03	4,49	14,1
			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	911	245	2,12	4,58	17,5
16/10	160	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,20	0,391	1221	300	2,23	5,19	18,0
			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,390	1359	335	2,28	5,23	19,8
			12	30,0	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	1634	405	2,36	5,32	23,6

Номер профілю	Розміри, мм			Площа F, $см^2$	J_x , $см^4$	i_x , $см$	J_y , $см^4$	i_y , $см$	$J_{U\min}$, $см^4$	$i_{u\min}$, $см$	Кут нахилу осі u, $tg\alpha$	J_{X_1} , $см^4$	J_{Y_1} , $см^4$	x_0 , $см$	y_0 , $см$	Маса 1м, кг
	В	b	d													
18/11	180	110	14	34,7	897	5,08	272	2,80	162	2,16	0,385	1910	477	2,43	5,40	27,3
			10	18,3	952	5,80	276	3,12	165	2,42	0,375	1933	444	2,44	5,88	22,2
			12	33,7	1123	5,77	324	3,10	194	2,40	0,374	2342	537	2,52	5,97	26,4
20/ 12,5	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	2920	718	2,79	6,50	27,4
			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,74	0,392	3189	786	2,83	6,54	29,7
			14	43,9	1801	6,41	551	3,59	327	2,73	0,390	3726	922	2,91	6,62	34,4
			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	2,72	0,388	4264	1061	2,99	6,71	39,1
25/16	250	160	12	48,3	3147	8,07	1032	4,62	604	3,54	0,410	6212	1634	3,53	7,97	37,9
			16	63,6	4091	8,02	1333	4,58	781	3,50	0,408	8308	2200	3,69	8,14	49,9
			18	71,1	4545	7,99	1475	4,56	896	3,49	0,407	9358	2487	3,77	8,23	55,8
			20	78,5	4987	7,97	1613	4,53	949	3,48	0,405	10410	2776	3,85	8,31	61,7



Балки двотаврові (за ГОСТ 8239-89)

Позначення:

h – висота балки

b – ширина полиці

d – товщина стінки

t – середня товщина полиці

J – момент інерції

W – момент опору

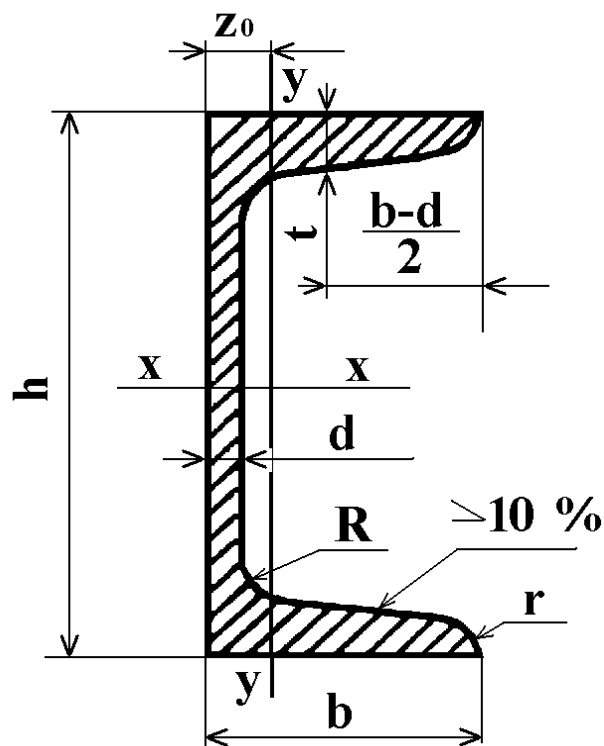
i – радіус інерції

S – статичний момент площі

Номер профілю	Розміри, мм				Площа $F, \text{ см}^2$	$J_x, \text{ см}^4$	$W_x, \text{ см}^3$	$i_x, \text{ см}$	$S_x, \text{ см}^3$	$J_y, \text{ см}^4$	$W_y, \text{ см}^3$	$i_y, \text{ см}$	Маса 1м, кг
	h	b	d	t									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18 ^a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9

20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20 ^a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
Номер профілю	Розміри, мм				Площа F, cm^2	$J_x,$ cm^4	$W_x,$ cm^3	$i_x,$ cm	$S_x,$ cm^3	$J_y,$ cm^4	$W_y,$ cm^3	$i_y,$ cm	Маса lм, кг
	h	b	d	t									
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22 ^a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24 ^a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27 ^a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30 ^a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108

Швелери (за ГОСТ 8420-89)



Позначення:

h – висота балки

b – ширина полиці

d – товщина стінки

t – середня товщина полиці

J – момент інерції

W – момент опору

i – радіус інерції

S – статичний момент площі

Z_0 - відстань від осі y до зовнішньої грані стінки

Номер профілю	Розміри, мм				Площа $F, \text{ см}^2$	$J_x,$ см^4	$W_x,$ см^3	$i_x,$ см	$S_x,$ см^3	$J_y,$ см^4	$W_y,$ см^3	$i_y,$ см	$Z_0,$ см	Маса 1 м, кг
	h	b	d	t										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59

12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3
Номер профілю	Розміри, мм				Площа F, $см^2$	J_x , $см^4$	W_x , $см^3$	i_x , $см$	S_x , $см^3$	J_y , $см^4$	W_y , $см^3$	i_y , $см$	Z_0 , $см$	Маса 1м, кг
	h	b	d	t										
14 ^a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16 ^a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94	16,3
18 ^a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20 ^a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22 ^a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24 ^a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

