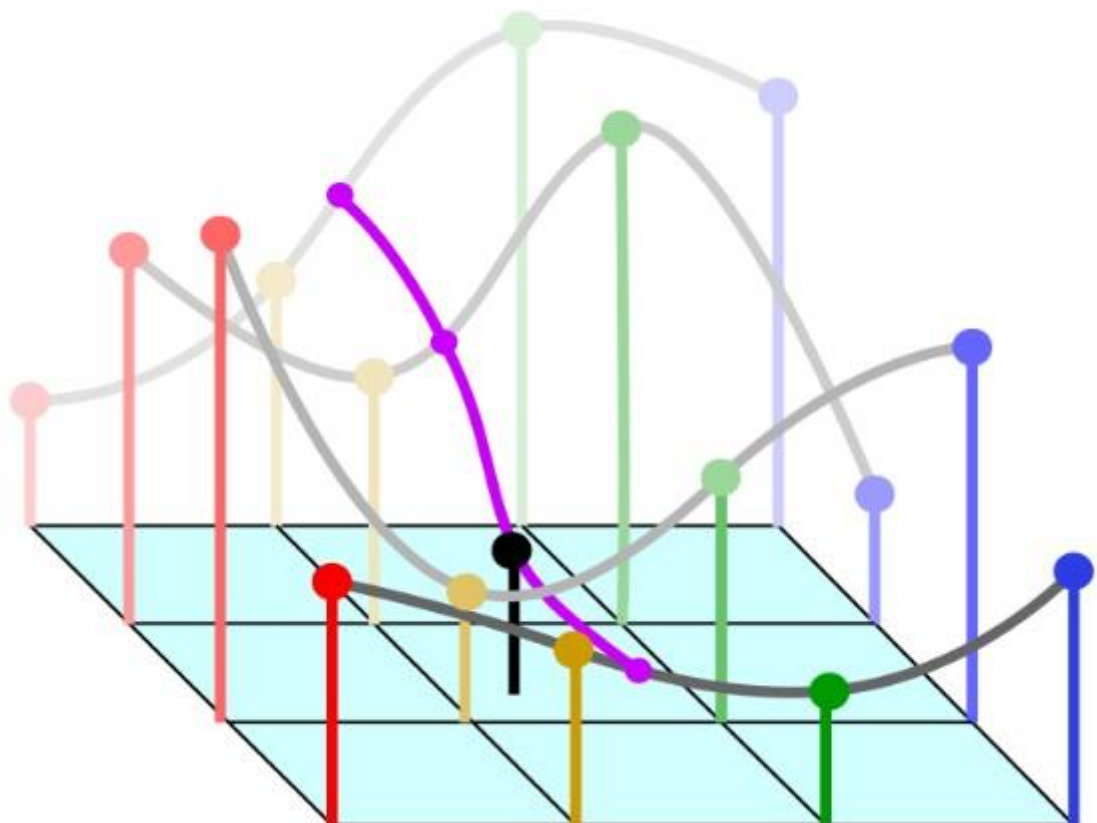


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**ФАКУЛЬТЕТ МЕНЕДЖМЕНТУ**  
Кафедра економічної кібернетики, комп'ютерних наук та  
інформаційних технологій

# **ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ**

Методичні рекомендації  
для практичних занять та самостійної роботи  
здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
ОПП «Комп'ютерні науки» спеціальності 122 «Комп'ютерні  
науки» денної форми здобуття вищої освіти



Миколаїв  
2024

Друкується за рішенням науково-методичної комісії факультету менеджменту Миколаївського національного аграрного університету від 08 лютого 2024 року, протокол № 7.

**Укладачі:**

- О. В. Шербаніна – д-р екон. наук, професор, професор кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;
- С. І. Тищенко – канд. пед. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;
- І. І. Хилько – старший викладач кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;
- О. Ю. Пархоменко – канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;
- В. О. Крайній – канд. екон. наук, доцент кафедри економічної кібернетики, комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Миколаївський національний аграрний університет;

**Рецензенти:**

- І. П. Атаманюк – д-р техн. наук, професор, професор кафедри вищої та прикладної математики, Миколаївський національний аграрний університет;
- А. В. Швед – д-р техн. наук, доцент кафедри інженерії програмного забезпечення, Чорноморський національний університет ім. Петра Могили.

## ЗМІСТ

Мета, завдання курсу, вимоги до основних знань здобувачів вищої освіти.....	4
ПР 1 «Обчислення абсолютної і відносної похибок»...	6
ПР 2 «Оцінка похибки результату арифметичних дій»	12
ПР 3 «Дослідження залежності відносної похибки функції від похибки аргументу» .....	19
ПР 4 «Інтерполяція функції».....	22
ПР 5 «Інтерполювання функції за допомогою полінома Лагранжа».....	24
ПР 6 «Інтерполювання функції за допомогою полінома Ньютона.....	25
ПР 7 «Апроксимація функції» .....	26
ПР 8 «Відокремлення коренів у рівняннях».....	31
ПР 9 «Розв'язання нелінійних рівнянь методом половинного ділення».....	34
ПР 10 «Розв'язання нелінійних рівнянь методом пропорційних частин».....	35
ПР 11 «Розв'язання нелінійних рівнянь методом Ньютона з параметром».....	36
ПР 12 «Розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса з вибором головного елемента».....	37
ПР 13 «Розв'язання лінійних алгебраїчних систем методом простої ітерації».....	38
ПР 14 «Розв'язання системи нелінійних рівнянь методом Ньютона».....	39
Теми рефератів для самостійної роботи.....	40
Питання для поточного та підсумкового контролю знань здобувачів вищої освіти.....	41
Критерії оцінювання результатів навчання та рейтингова оцінка знань здобувачів вищої освіти з дисципліни.....	43
Рекомендована література .....	46

## **МЕТА, ЗАВДАННЯ КУРСУ, ВИМОГИ ДО ОСНОВНИХ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ**

Дисципліна «Чисельні методи» вивчається здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Комп'ютерні науки» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» на першому курсі і є обов'язковою компонентою.

Покликана сформувати у здобувачів необхідний обсяг теоретичних знань та практичних навиків з чисельних методів, навчити їх застосовувати чисельні методи до розв'язування конкретних задач, познайомити з напрямками чисельних методів з використанням сучасної обчислювальної техніки і пакетів прикладних математичних програм.

В процесі проходження курсу здобувачі навчаться досліджувати та розв'язувати прикладні задачі з використанням сучасної обчислювальної техніки і створювати відповідні програми як самостійно так і з допомогою математичних пакетів.

**Мета дисципліни:** сформувати у здобувачів вищої освіти необхідний обсяг теоретичних і практичних знань про чисельні методи розв'язування прикладних задач, математичне моделювання і обчислювальний експеримент, методи оцінки точності одержуваних результатів, розробку алгоритмів і програм для розв'язання обчислювальних задач з урахуванням заданої точності отримуваних результатів.

**Завдання дисципліни:** оволодіння здобувачами вищої освіти знаннями і навичками використання основних чисельних методів, вибору оптимального чисельного методу для рішення поставленої задачі, оцінювання точності отриманого чисельного розв'язку.

**Предмет дисципліни:** чисельні методи розв'язання основних математичних задач з використанням ЕОМ.

Відповідно до Освітньо-професійної програми «Комп'ютерні науки» початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти за спеціальністю 122 «Комп'ютерні науки», галузі знань 12 «Інформаційні технології» визначені компетентності та

програмні результати навчання, для формування яких використовується навчальна дисципліна «Чисельні методи».

***Інтегральна компетентність:***

ІК. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі комп'ютерних наук або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів інформаційних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

***Загальні компетентності:***

ЗК 3. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК 11. Здатність приймати обґрунтовані рішення.

***Спеціальні (фахові) компетентності:***

ФК 1. Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування

ФК4. Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.

***Програмні результати навчання:***

ПРН 2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

ПРН 6. Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1 «ОБЧИСЛЕННЯ АБСОЛЮТНОЇ І ВІДНОСНОЇ ПОХИБОК»

**Мета роботи.** Засвоїти методи обчислення абсолютної та відносної похибок.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

1. Відомі точне число  $A$  та наближене число  $a$ . Обчислити абсолютну похибку та відносну похибку.

2. Визначити в процентах відносну похибку наближеного числа  $a$ , якщо відома абсолютна похибка.

3. Визначити абсолютну похибку наближеного числа  $a$ , якщо відома  $\delta$ .

4. Визначити відносні похибки чисел, отриманих при деяких вимірюваннях. Який результат більш точний?

5. Визначити яка рівність більш точна.

<b>Варіант 1</b>	<b>Варіант 2</b>
1. $A = 31,246$ , $a = 31,25$ .	1. $A = 42,134$ , $a = 42,13$ .
2. $a = 5,7632 \pm 0,0004$ .	2. $a = 2,8723 \pm 0,0005$ .
3. $a = 2,47$ , $\delta = 3\%$ .	3. $a = 12,35$ , $\delta = 6\%$ .
4. $\alpha = 4\text{км } 368\text{м } 27\text{см}$ , $\Delta_\alpha = 10\text{см}$ ; $\beta = 3\text{км } 486\text{м } 49\text{ см}$ , $\Delta_\beta = 8\text{см}$ .	4. $\alpha = 2\text{км } 412\text{м } 69\text{см}$ , $\Delta_\alpha = 13\text{см}$ ; $\beta = 5\text{км } 279\text{м } 41\text{ см}$ , $\Delta_\beta = 29\text{см}$ .
5. $\frac{15}{17} = 0,882$ ; $\sqrt{27} = 5,2$ .	5. $\frac{17}{8} = 2,13$ ; $\sqrt{13} = 3,61$ .
<b>Варіант 3</b>	<b>Варіант 4</b>
1. $A = 132,372$ , $a = 132,37$ .	1. $A = 24,589$ , $a = 24,59$ .
2. $a = 7,5831 \pm 0,0013$ .	2. $a = 11,7428 \pm 0,0025$ .
3. $a = 10,45$ , $\delta = 1,7\%$ .	3. $a = 21,73$ , $\delta = 4,5\%$ .
4. $\alpha = 5\text{т } 2\text{ц } 47\text{кг}$ , $\Delta_\alpha = 7\text{кг}$ ; $\beta = 2\text{т } 6\text{ц } 71\text{кг}$ , $\Delta_\beta = 5\text{кг}$ .	4. $\alpha = 10\text{км}361\text{м } 25\text{см}$ , $\Delta_\alpha = 15\text{см}$ ; $\beta = 7\text{км } 637\text{м } 82\text{см}$ , $\Delta_\beta = 9\text{см}$ .
5. $\frac{22}{13} = 1,69$ ; $\sqrt{45} = 6,7$ .	5. $\frac{13}{7} = 1,86$ ; $\sqrt{35} = 5,92$ .

<p style="text-align: center;"><b>Варіант 5</b></p> <p>1. <math>A = 59,483, \quad a = 59,48.</math>  2. <math>a = 4,2367 \pm 0,0009.</math>  3. <math>a = 45,21, \quad \delta = 5\%.</math>  4. <math>\alpha = 24^\circ 12' 11", \quad \Delta_\alpha = 7";</math>  <math>\beta = 21^\circ 56' 8", \quad \Delta_\beta = 4".</math>  5. <math>\frac{27}{11} = 2,45; \quad \sqrt{15,7} = 3,96.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 6</b></p> <p>1. <math>A = 23,186, \quad a = 23,19.</math>  2. <math>a = 44,8517 \pm 0,0018.</math>  3. <math>a = 16,62, \quad \delta = 3,7\%.</math>  4. <math>\alpha = 34\text{м } 17\text{см } 8\text{мм}, \quad \Delta_\alpha = 5\text{мм};</math>  <math>\beta = 29\text{м } 12\text{см } 4\text{мм}, \quad \Delta_\beta = 7\text{мм}.</math>  5. <math>\frac{15}{7} = 2,143; \quad \sqrt{19,5} = 4,416.</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Варіант 7</b></p> <p>1. <math>A = 42,984, \quad a = 42,98.</math>  2. <math>a = 8,9341 \pm 0,0007.</math>  3. <math>a = 18,94, \quad \delta = 6,8\%.</math>  4. <math>\alpha = 62^\circ 37' 19", \quad \Delta_\alpha = 11";</math>  <math>\beta = 41^\circ 25' 38", \quad \Delta_\beta = 8".</math>  5. <math>\frac{37}{12} = 3,08; \quad \sqrt{23} = 4,796.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 8</b></p> <p>1. <math>A = 87,359, \quad a = 87,36.</math>  2. <math>a = 19,3782 \pm 0,0011.</math>  3. <math>a = 31,84, \quad \delta = 3,1\%.</math>  4. <math>\alpha = 3\text{т } 6\text{ц } 42\text{кг}, \quad \Delta_\alpha = 18\text{кг};</math>  <math>\beta = 6\text{т } 7\text{ц } 93\text{кг}, \quad \Delta_\beta = 22\text{кг}.</math>  5. <math>\frac{20}{7} = 2,86; \quad \sqrt{28} = 5,292.</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Варіант 9</b></p> <p>1. <math>A = 101,435, \quad a = 101,44.</math>  2. <math>a = 1,5237 \pm 0,0003.</math>  3. <math>a = 43,87, \quad \delta = 5,3\%.</math>  4. <math>\alpha = 4\text{ц } 21\text{кг } 507\text{гр}, \quad \Delta_\alpha = 120\text{гр};</math>  <math>\beta = 1\text{ц } 16\text{кг } 490\text{гр}, \quad \Delta_\beta = 50\text{гр}.</math>  5. <math>\frac{36}{17} = 2,118; \quad \sqrt{37} = 6,083.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 10</b></p> <p>1. <math>A = 93,8425, \quad a = 93,843.</math>  2. <math>a = 20,8641 \pm 0,0018.</math>  3. <math>a = 39,418, \quad \delta = 4,8\%.</math>  4. <math>\alpha = 65^\circ 29' 12", \quad \Delta_\alpha = 10";</math>  <math>\beta = 58^\circ 46' 31", \quad \Delta_\beta = 8".</math>  5. <math>\frac{64}{15} = 4,27; \quad \sqrt{67} = 8,19.</math></p>

<p style="text-align: center;"><b>Варіант 11</b></p> <p>1. <math>A = 87,2341, \quad a = 87,234.</math>  2. <math>a = 39,7132 \pm 0,0024.</math>  3. <math>a = 56,862, \quad \delta = 9,1\%.</math>  4. <math>\alpha = 42^\circ 27' 43", \quad \Delta_\alpha = 14";</math>  <math>\beta = 48^\circ 25' 29", \quad \Delta_\beta = 15".</math>  5. <math>\frac{73}{23} = 3,17; \quad \sqrt{52} = 7,21.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 12</b></p> <p>1. <math>A = 16,2734, \quad a = 16,273.</math>  2. <math>a = 28,3167 \pm 0,0018.</math>  3. <math>a = 24,951, \quad \delta = 7,8\%.</math>  4. <math>\alpha = 31^\circ 49' 17", \quad \Delta_\alpha = 11";</math>  <math>\beta = 28^\circ 15' 22", \quad \Delta_\beta = 9".</math>  5. <math>\frac{41}{16} = 2,56; \quad \sqrt{43} = 6,56.</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Варіант 13</b></p> <p>1. <math>A = 11,5348, \quad a = 11,535.</math>  2. <math>a = 32,1627 \pm 0,0029.</math>  3. <math>a = 24,951, \quad \delta = 7,8\%.</math>  4. <math>\alpha = 3\text{т } 451\text{кг } 97\text{гр}, \quad \Delta_\alpha = 537\text{гр};</math>  <math>\beta = 2\text{т } 836\text{кг } 520\text{гр}, \quad \Delta_\beta = 462\text{гр}.</math>  5. <math>\frac{15}{9} = 1,67; \quad \sqrt{24,8} = 4,98.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 14</b></p> <p>1. <math>A = 14,9628, \quad a = 14,963.</math>  2. <math>a = 9,6428 \pm 0,0011.</math>  3. <math>a = 31,693, \quad \delta = 4,2\%.</math>  4. <math>\alpha = 6\text{ц } 63\text{кг } 261\text{гр}, \quad \Delta_\alpha = 400\text{гр};</math>  <math>\beta = 5\text{ц } 72\text{кг } 386\text{гр}, \quad \Delta_\beta = 350\text{гр}.</math>  5. <math>\frac{19}{21} = 0,905; \quad \sqrt{55,7} = 7,463.</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Варіант 15</b></p> <p>1. <math>A = 96,1867, \quad a = 96,187.</math>  2. <math>a = 15,857 \pm 0,008.</math>  3. <math>a = 19,72, \quad \delta = 6,1\%.</math>  4. <math>\alpha = 4\text{м } 57\text{см } 3\text{мм}, \quad \Delta_\alpha = 9\text{мм};</math>  <math>\beta = 5\text{м } 48\text{см } 7\text{мм}, \quad \Delta_\beta = 10\text{мм}.</math>  5. <math>\frac{19}{7} = 2,71; \quad \sqrt{11} = 3,32.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 16</b></p> <p>1. <math>A = 74,234, \quad a = 74,23.</math>  2. <math>a = 29,3274 \pm 0,0016.</math>  3. <math>a = 26,365, \quad \delta = 7,3\%.</math>  4. <math>\alpha = 46^\circ 58' 27", \quad \Delta_\alpha = 10";</math>  <math>\beta = 38^\circ 42' 31", \quad \Delta_\beta = 8".</math>  5. <math>\frac{24}{13} = 1,85; \quad \sqrt{7} = 2,65.</math></p>



<p style="text-align: center;"><b>Варіант 17</b></p> <p>1. <math>A = 23,9283, \quad a = 23,928.</math>  2. <math>a = 18,1768 \pm 0,0012.</math>  3. <math>a = 56,375, \quad \delta = 4,2\%.</math>  4. <math>\alpha = 12\text{ц } 84\text{кг } 850\text{гр}, \Delta_\alpha = 300\text{гр};</math>  <math>\beta = 10\text{ц } 26\text{кг } 900\text{гр}, \Delta_\beta = 250\text{гр}.</math>  5. <math>\frac{83}{19} = 4,37; \quad \sqrt{31,8} = 5,64.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 18</b></p> <p>1. <math>A = 109,867, \quad a = 109,87.</math>  2. <math>a = 38,8072 \pm 0,0011.</math>  3. <math>a = 14,62, \quad \delta = 2,9\%.</math>  4. <math>\alpha = 20\text{м } 83\text{см } 9\text{мм}, \Delta_\alpha = 10\text{мм};</math>  <math>\beta = 17\text{м } 65\text{см } 4\text{мм}, \Delta_\beta = 9\text{мм}.</math>  5. <math>\frac{24}{17} = 1,412; \quad \sqrt{34,5} = 5,87.</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Варіант 19</b></p> <p>1. <math>A = 82,3714, \quad a = 82,371.</math>  2. <math>a = 49,1608 \pm 0,0017.</math>  3. <math>a = 36,605, \quad \delta = 4,3\%.</math>  4. <math>\alpha = 50^\circ 37' 12'', \quad \Delta_\alpha = 11'';</math>  <math>\beta = 40^\circ 49' 28'', \quad \Delta_\beta = 9''.</math>  5. <math>\frac{65}{19} = 3,42; \quad \sqrt{12} = 3,46.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 20</b></p> <p>1. <math>A = 26,4359, \quad a = 26,436.</math>  2. <math>a = 104,368 \pm 0,025.</math>  3. <math>a = 51,74, \quad \delta = 8,4\%.</math>  4. <math>\alpha = 1\text{т } 7\text{ц } 35\text{кг}, \Delta_\alpha = 10\text{кг};</math>  <math>\beta = 3\text{т } 2\text{ц } 74\text{кг}, \Delta_\beta = 28\text{кг}.</math>  5. <math>\frac{30}{7} = 4,29; \quad \sqrt{38,4} = 6,197.</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Варіант 21</b></p> <p>1. <math>A = 86,1873, \quad a = 86,187.</math>  2. <math>a = 13,4128 \pm 0,0029.</math>  3. <math>a = 25,73, \quad \delta = 5\%.</math>  4. <math>\alpha = 10\text{км } 51\text{м } 48\text{см}, \Delta_\alpha = 16\text{см};</math>  <math>\beta = 8\text{км } 370\text{м } 92\text{см}, \Delta_\beta = 12\text{см}.</math>  5. <math>\frac{49}{16} = 3,06; \quad \sqrt{27,9} = 5,28.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 22</b></p> <p>1. <math>A = 1,8067, \quad a = 1,807.</math>  2. <math>a = 23,72 \pm 0,06.</math>  3. <math>a = 75,602, \quad \delta = 6\%.</math>  4. <math>\alpha = 21\text{м } 43\text{см } 7\text{мм}, \Delta_\alpha = 10\text{мм};</math>  <math>\beta = 19\text{м } 55\text{см } 9\text{мм}, \Delta_\beta = 9\text{мм}.</math>  5. <math>\frac{67}{17} = 3,94; \quad \sqrt{95} = 9,747.</math></p>

<p style="text-align: center;"><b>Варіант 23</b></p> <p>1. <math>A = 37,8306, \quad a = 37,831.</math>  2. <math>a = 59,768 \pm 0,004.</math>  3. <math>a = 47,75, \quad \delta = 9\%.</math>  4. <math>\alpha = 15\text{ц } 93\text{кг } 462\text{гр}, \Delta_{\alpha} = 320\text{гр};</math>  <math>\beta = 13\text{ц } 64\text{кг } 890\text{гр}, \Delta_{\beta} = 270\text{гр}.</math>  5. <math>\frac{51}{13} = 3,92 ; \quad \sqrt{37,5} = 6,12.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 24</b></p> <p>1. <math>A = 47,314, \quad a = 47,315.</math>  2. <math>a = 79,108 \pm 0,027.</math>  3. <math>a = 17,65, \quad \delta = 8\%.</math>  4. <math>\alpha = 51^{\circ}43'4", \quad \Delta_{\alpha} = 11";</math>  <math>\beta = 30^{\circ}29'48", \quad \Delta_{\beta} = 7".</math>  5. <math>\frac{52}{19} = 2,74; \quad \sqrt{40} = 6,325.</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Варіант 25</b></p> <p>1. <math>A = 73,4036, \quad a = 73,404.</math>  2. <math>a = 54,3608 \pm 0,0036.</math>  3. <math>a = 59,74, \quad \delta = 7,4\%.</math>  4. <math>\alpha = 2\text{т } 8\text{ц } 48\text{кг}, \quad \Delta_{\alpha} = 12\text{кг};</math>  <math>\beta = 4\text{т } 5\text{ц } 12\text{кг}, \quad \Delta_{\beta} = 25\text{кг}.</math>  5. <math>\frac{39}{17} = 2,29 ; \quad \sqrt{62} = 7,87.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 26</b></p> <p>1. <math>A = 95,173, \quad a = 95,17.</math>  2. <math>a = 72,8075 \pm 0,0409.</math>  3. <math>a = 29,74, \quad \delta = 7\%.</math>  4. <math>\alpha = 13\text{км } 63\text{м } 96\text{см}, \Delta_{\alpha} = 14\text{см};</math>  <math>\beta = 11\text{км } 72\text{м } 83\text{см}, \Delta_{\beta} = 12\text{см}.</math>  5. <math>\frac{57}{16} = 3,56; \quad \sqrt{32,3} = 5,68.</math></p>
<p style="text-align: center;"><b>Варіант 27</b></p> <p>1. <math>A = 33,3248, \quad a = 33,324.</math>  2. <math>a = 69,1578 \pm 0,0217.</math>  3. <math>a = 24,623, \quad \delta = 13\%.</math>  4. <math>\alpha = 55^{\circ}43'27", \quad \Delta_{\alpha} = 11";</math>  <math>\beta = 39^{\circ}44'51", \quad \Delta_{\beta} = 6".</math>  5. <math>\frac{76}{21} = 3,62 ; \quad \sqrt{85} = 9,22.</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>Варіант 28</b></p> <p>1. <math>A = 10,8317, \quad a = 10,832.</math>  2. <math>a = 21,953 \pm 0,061.</math>  3. <math>a = 84,962, \quad \delta = 3,5\%.</math>  4. <math>\alpha = 74\text{м } 95\text{см } 2\text{мм}, \Delta_{\alpha} = 21\text{мм};</math>  <math>\beta = 25\text{м } 48\text{см } 6\text{мм}, \Delta_{\beta} = 8\text{мм}.</math>  5. <math>\frac{27}{39} = 0,69 ; \quad \sqrt{50,6} = 7,11.</math></p>

<b>Варіант 29</b>	<b>Варіант 30</b>
1. $A = 82,416, \quad a = 82,41.$	1. $A = 65,7328, \quad a = 65,733.$
2. $a = 100,8726 \pm 0,0326.$	2. $a = 36,075 \pm 0,042.$
3. $a = 74,52, \quad \delta = 3,4\%.$	3. $a = 72,504, \quad \delta = 1,3\%.$
4. $\alpha = 3\text{т } 9\text{ц } 17\text{кг}, \quad \Delta_\alpha = 13\text{кг};$ $\beta = 2\text{т } 5\text{ц } 78\text{кг}, \quad \Delta_\beta = 10\text{кг}.$	4. $\alpha = 20\text{км } 471\text{м } 2\text{см}, \quad \Delta_\alpha = 14\text{см};$ $\beta = 17\text{км } 83\text{м } 38\text{см}, \quad \Delta_\beta = 10\text{см}.$
5. $\frac{41}{7} = 5,85 ; \quad \sqrt{22,6} = 4,75.$	5. $\frac{13}{8} = 1,63 ; \quad \sqrt{59,1} = 7,69.$

### Запитання для самоконтролю

1. Що вивчає прикладна математика?
2. Які методи називаються чисельними?
3. Які методи обчислень називаються стійкими, а які збіжними?
4. Які існують методи розв'язання математичних задач?
5. Які чисельні методи називаються прямі, а які ітераційні?
6. Що таке ітерація?
7. Сформулюйте алгоритм ітераційного методу.
8. Які основні етапи розв'язання задач?
9. Які існують методи рішення задач?
10. Що таке математична модель?
11. Переваги та недоліки чисельних методів.
12. Сформулюйте характеристики чисельних методів.
13. Які методи рішення задач відносяться до аналітичних?
14. Означення алгоритму.
15. Означення абсолютної похибки. Гранична абсолютна похибка.
16. Означення відносної похибки. Гранична відносна похибка.
17. З яких факторів складається похибка розв'язку задачі?
18. Зв'язок відносної похибки наближеного числа з кількістю вірних знаків цього числа.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2 «ОЦІНКА ПОХИБКИ РЕЗУЛЬТАТУ АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи оцінки похибок результату арифметичних дій.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

1. Визначити абсолютну та відносну похибки  $X$ , використовуючи теореми про похибки арифметичних дій та знайти їх числове значення, якщо відомі значення його компонент  $a, b, c$ .

2. Визначити абсолютну та відносну похибки  $X$ , використовуючи теореми про похибки арифметичних дій та знайти їх числове значення, якщо відомі значення його компонент  $a, b, c, m, n$ .

3. Знайти методом рівних впливів абсолютні похибки  $x$  та  $y$  при яких похибка значення функції  $Z$  не буде перевищувати  $a$ , якщо відомі значення  $x$  та  $y$ .

<b>Варіант 1</b>		
<b>1</b>	$X = \frac{a \cdot b}{\sqrt[3]{c}}$	$a=3,85 \pm 0,01, b=2,0435 \pm 0,0004,$ $c=962,6 \pm 0,1$
<b>2</b>	$X = \left[ \frac{(a+b) \cdot c}{m-n} \right]^2$	$a=4,3 \pm 0,05, b=17,21 \pm 0,02, c=8,2 \pm 0,05,$ $m=12,417 \pm 0,003, n=8,37 \pm 0,005$
<b>3</b>	$Z = 6x^2(\ln y + 3x)$	$a=1$ , якщо $x \approx 5, y \approx 9$
<b>Варіант 2</b>		
<b>1</b>	$X = \frac{\sqrt{a} \cdot b}{c}$	$a=228,6 \pm 0,06, b=86,4 \pm 0,02, c=68,7 \pm 0,05$
<b>2</b>	$X = \frac{m^3(a+b)}{c-d}$	$a=13,5 \pm 0,02, b=3,7 \pm 0,02, c=34,5 \pm 0,02,$ $m=4,22 \pm 0,004, d=23,725 \pm 0,005$
<b>3</b>	$Z = x^3(3 \ln x + 2y^2)$	$a=2$ , якщо $x \approx 6, y \approx 10$

<b>Варіант 3</b>		
1	$X = \frac{\sqrt{ab}}{c}$	$a=3,845\pm 0,004, b=16,2\pm 0,05, c=10,8\pm 0,1$
2	$X = \frac{m(a+b)}{(c-d)^2}$	$a=2,754\pm 0,001, b=11,7\pm 0,04, c=10,536\pm 0,002, m=0,56\pm 0,005, d=6,32\pm 0,008$
3	$Z = e^x(7+6y)$	$a=1,9, \text{ якщо } x\approx 2, y\approx 19,5$
<b>Варіант 4</b>		
1	$X = \frac{a^2b}{c}$	$a=3,456\pm 0,002, b=0,642\pm 0,0005, c=7,12\pm 0,004$
2	$X = \frac{m(a+b)}{\sqrt{c-d}}$	$a=23,16\pm 0,02, b=8,23\pm 0,005, c=145,5\pm 0,08, m=0,28\pm 0,006, d=28,6\pm 0,1.$
3	$Z = 5x(\ln y + 4)$	$a=0,1, \text{ якщо } x\approx 5, y\approx 4$
<b>Варіант 5</b>		
1	$X = \frac{ab^3}{c}$	$a=0,643\pm 0,0005, b=2,17\pm 0,002, c=5,843\pm 0,001$
2	$X = \frac{c(a-b)}{\sqrt{m+n}}$	$a=27,16\pm 0,006, b=5,03\pm 0,01, c=3,6\pm 0,02, m=12,375\pm 0,004, n=86,2\pm 0,05$
3	$Z = y^3(\ln 5 + 6x)$	$a=0,1, \text{ якщо } x\approx 8, y\approx 5, l$
<b>Варіант 6</b>		
1	$X = \frac{ab}{c^2}$	$a=0,3575\pm 0,0002, b=2,63\pm 0,01, c=0,854\pm 0,0005$
2	$X = \frac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$	$a=16,342\pm 0,001, b=2,5\pm 0,03, c=38,17\pm 0,002, m=0,28\pm 0,006, d=9,14\pm 0,005$
3	$Z = y^2(\cos x + 3y)$	$a=2,1, \text{ якщо } x\approx \pi/2, y\approx 9$
<b>Варіант 7</b>		
1	$X = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{c}$	$a=3,14\pm 0,002, b=54\pm 0,5, c=8,235\pm 0,001$
2	$X = \frac{(a^3 + b^2)c}{\sqrt{m-n}}$	$a=5,14\pm 0,002, b=36,5\pm 0,1, c=26,35\pm 0,005, m=14,375\pm 0,004, n=6,2\pm 0,05$
3	$Z = 6x^2(\operatorname{tgy} + 1)$	$a=0,1, \text{ якщо } x\approx 3,5, y\approx \pi/4$

<b>Варіант 8</b>		
1	$X = \frac{a^2 b}{c^3}$	$a=1,6531 \pm 0,0003, b=3,78 \pm 0,002, c=0,158 \pm 0,0005$
2	$X = \frac{\sqrt{a-b} \cdot m}{(c+d)}$	$a=9,542 \pm 0,001, b=3,128 \pm 0,002, c=0,172 \pm 0,001, m=2,8 \pm 0,03, d=5,4 \pm 0,02$
3	$Z = \sqrt{y} \cdot \operatorname{tg} x$	$a=0,1, \text{ якщо } x \approx \pi/4, y \approx 3,7$
<b>Варіант 9</b>		
1	$X = \sqrt{\frac{ab}{c}}$	$a=0,7568 \pm 0,0002, b=2,65 \pm 0,01, c=21,7 \pm 0,02$
2	$X = \frac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$	$a=10,82 \pm 0,03, b=2,786 \pm 0,0006, m=0,28 \pm 0,006, n=14,7 \pm 0,06$
3	$Z = \sqrt{y+2} \cdot \operatorname{tg} x$	$a=0,1, \text{ якщо } x \approx \pi/4, y \approx 5,5$
<b>Варіант 10</b>		
1	$X = \frac{ab^2}{\sqrt{c}}$	$a=54,8 \pm 0,02, b=2,45 \pm 0,01, c=0,863 \pm 0,004$
2	$X = \frac{(2c-1) \cdot (a+b)}{(a-b)}$	$a=2,0435 \pm 0,0001, b=4,2 \pm 0,05, c=0,82 \pm 0,01$
3	$Z = x(\ln x + 2y)$	$a=0,1, \text{ якщо } x \approx 3,5, y \approx 9$
<b>Варіант 11</b>		
1	$X = \frac{a+b}{\sqrt[3]{c}}$	$a=63,8 \pm 0,04, b=6,47 \pm 0,04, c=9,863 \pm 0,007$
2	$X = \frac{(a-b)c^2}{\sqrt{(m+n)^3}}$	$a=10,035 \pm 0,001, b=8,2 \pm 0,05, c=0,92 \pm 0,01, m=1,28 \pm 0,005, n=11,7 \pm 0,06$
3	$Z = x(\ln y + x)$	$a=0,2, \text{ якщо } x \approx 4,5, y \approx 10$
<b>Варіант 12</b>		
1	$X = \frac{\sqrt{a+b}}{c}$	$a=138,6 \pm 0,01, b=74,4 \pm 0,02, c=63,7 \pm 0,05$
2	$X = \frac{(a^2 - b)\sqrt{c}}{\sqrt{m+n} \cdot a}$	$a=15,5 \pm 0,02, b=9,7 \pm 0,02, c=16,5 \pm 0,02, m=7,22 \pm 0,004, n=23,725 \pm 0,005$
3	$Z = x^3(3 \ln x + 2y^2)$	$a=1,5, \text{ якщо } x \approx 6, y \approx 8$

<b>Варіант 13</b>		
1	$X = \frac{\sqrt{a+b}}{c}$	$a=13,845\pm 0,004, b=12,2\pm 0,05, c=15,8\pm 0,1$
2	$X = \frac{\sqrt{a+b^2c}}{\sqrt[3]{(m+n)^2}}$	$a=9,754\pm 0,001, b=5,7\pm 0,04, c=10,536\pm 0,002, m=3,56\pm 0,005, n=14,32\pm 0,008$
3	$Z = e^x(7+5y)$	$a=1,7, \text{ якщо } x\approx 3, y\approx 19$
<b>Варіант 14</b>		
1	$X = \frac{a^2+b}{c}$	$a=6,456\pm 0,002, b=3,642\pm 0,0005, c=7,16\pm 0,004$
2	$X = \frac{\sqrt{a+b}\cdot c}{m+n}$	$a=21,16\pm 0,02, b=7,23\pm 0,005, c=5,5\pm 0,08, m=0,28\pm 0,006, n=25,6\pm 0,1$
3	$Z = 5x(\ln y + 4)$	$a=0,3, \text{ якщо } x\approx 4, y\approx 6$
<b>Варіант 15</b>		
1	$X = \frac{a+b^3}{c}$	$a=2,43\pm 0,005, b=3,17\pm 0,002, c=4,843\pm 0,001$
2	$X = \frac{\sqrt{a^3+b^2+c}}{(m+n)^2}$	$a=17,16\pm 0,006, b=2,03\pm 0,01, c=4,6\pm 0,02, m=8,375\pm 0,004, n=11,2\pm 0,05$
3	$Z = y^3(\ln 5 + 6x)$	$a=0,4, \text{ якщо } x\approx 11, y\approx 7$
<b>Варіант 16</b>		
1	$X = \frac{ab+c}{c^2}$	$a=0,3575\pm 0,0002, b=2,63\pm 0,01, c=0,854\pm 0,0005$
2	$X = \frac{a+\sqrt{b-c}}{mn}$	$a=19,342\pm 0,001, b=20,5\pm 0,03, c=8,17\pm 0,002, m=0,28\pm 0,006, n=9,14\pm 0,005$
3	$Z = y^2(\cos x + 3y)$	$a=2,1, \text{ якщо } x\approx \pi/2, y\approx 3$
<b>Варіант 17</b>		
1	$X = \frac{a+\sqrt{b}}{c}$	$a=22,14\pm 0,002, b=31,1\pm 0,5, c=10,235\pm 0,001$
2	$X = \sqrt{\frac{(a+c)\cdot b^3}{m+n}}$	$a=7,52\pm 0,002, b=18,5\pm 0,1, c=43,35\pm 0,005, m=5,28\pm 0,006, n=13,14\pm 0,007$
3	$Z = 6x^2(\operatorname{tgy} + 1)$	$a=0,2, \text{ якщо } x\approx 4,5, y\approx \pi/4$

<b>Варіант 18</b>		
1	$X = \frac{a^2 + b^2}{c^3}$	$a=12,6531\pm 0,0003, b=6,78\pm 0,002, c=11,158\pm 0,0005$
2	$X = \frac{(a+b-c)^2}{\sqrt{mn}}$	$a=9,542\pm 0,001, b=5,128\pm 0,002, c=2,17\pm 0,001, m=2,8\pm 0,03, d=7,4\pm 0,02$
3	$Z = \sqrt{y} \cdot \operatorname{tg} x$	$a=0,3, \text{ якщо } x \approx \pi/4, y \approx 6,7$
<b>Варіант 19</b>		
1	$X = \sqrt{\frac{a+b}{c}}$	$a=16,7568\pm 0,0002, b=5,65\pm 0,01, c=21,7\pm 0,02$
2	$X = \frac{(a+b)^2 c}{\sqrt[3]{n+m}}$	$a=18,82\pm 0,03, b=4,786\pm 0,0006, c=1,9\pm 0,02, m=0,28\pm 0,006, n=25,7\pm 0,06$
3	$Z = \sqrt{y+2} \cdot \operatorname{tg} x$	$a=0,1, \text{ якщо } x \approx \pi/4, y \approx 6,5$
<b>Варіант 20</b>		
1	$X = \frac{a+b^2}{\sqrt{c}}$	$a=54,8\pm 0,02, b=3,47\pm 0,01, c=4,863\pm 0,009$
2	$X = \sqrt[3]{\frac{5a+b^2-c}{m+n}}$	$a=3,0925\pm 0,0003, b=2,2\pm 0,05, c=1,82\pm 0,01, m=5,28\pm 0,006, n=14,7\pm 0,06$
3	$Z = x(\ln y + x)$	$a=0,3, \text{ якщо } x \approx 5,5, y \approx 7$
<b>Варіант 21</b>		
1	$X = \frac{a^2}{b+c}$	$a=37,8\pm 0,02, b=15,45\pm 0,01, c=18,863\pm 0,005$
2	$X = \frac{a^2 + b + c^2}{mn}$	$a=2,0435\pm 0,0001, b=7,2\pm 0,05, c=5,82\pm 0,01, m=11,28\pm 0,006, n=10,7\pm 0,03$
3	$Z = x(\ln y + x)$	$a=0,2, \text{ якщо } x \approx 1,5, y \approx 6$
<b>Варіант 22</b>		
1	$X = \frac{b}{a+c}$	$a=28,61\pm 0,06, b=6,4\pm 0,02, c=8,7\pm 0,05$
2	$X = \frac{\sqrt{a-b+c}}{m+n}$	$a=103,5\pm 0,02, b=83,7\pm 0,02, c=34,5\pm 0,02, m=43,22\pm 0,004, n=61,725\pm 0,005$
3	$Z = x^3(3 \ln x + 2y^2)$	$a=3, \text{ якщо } x \approx 8, y \approx 12$



<b>Варіант 23</b>		
1	$X = \frac{\sqrt{a}}{b-c}$	$a=3,845\pm 0,004, b=16,2\pm 0,05, c=10,8\pm 0,1$
2	$X = \frac{\sqrt{a} \cdot b - \sqrt{c}}{(m+n)^2}$	$a=9,754\pm 0,001, b=18,7\pm 0,04, c=13,536\pm 0,002, m=6,56\pm 0,005, n=29,32\pm 0,008$
3	$Z = e^x(7 + 6 \cdot y)$	$a=1,3, \text{ якщо } x \approx 2, y \approx 17,5$
<b>Варіант 24</b>		
1	$X = \frac{a^2 - b}{c}$	$a=3,816\pm 0,002, b=2,642\pm 0,0005, c=4,12\pm 0,004$
2	$X = \frac{a + \sqrt{b} \cdot c^2}{\sqrt{m} + \sqrt{n}}$	$a=28,16\pm 0,02, b=11,23\pm 0,005, c=15,5\pm 0,08, m=37,28\pm 0,006, n=38,6\pm 0,02$
3	$Z = 5x(\ln y + 7)$	$a=0,1, \text{ якщо } x \approx 6, y \approx 5$
<b>Варіант 25</b>		
1	$X = \frac{a - b}{c + b}$	$a=7,643\pm 0,0005, b=2,97\pm 0,002, c=5,43\pm 0,001$
2	$X = \frac{c^2 - \sqrt{a} \cdot b}{\sqrt{n} + m}$	$a=17,16\pm 0,006, b=5,03\pm 0,01, c=43,6\pm 0,02, m=15,375\pm 0,004, n=36,2\pm 0,05$
3	$Z = y^3(\ln 5 + 6 \cdot x)$	$a=0,2, \text{ якщо } x \approx 8, y \approx 7$
<b>Варіант 26</b>		
1	$X = \frac{c^3}{a+b}$	$a=0,7575\pm 0,0002, b=2,13\pm 0,01, c=7,854\pm 0,0005$
2	$X = \frac{(\sqrt{a} + b)^2 c}{mn}$	$a=16,342\pm 0,001, b=5,5\pm 0,03, c=18,17\pm 0,002, m=2,28\pm 0,006, n=5,14\pm 0,005$
3	$Z = y^2(\cos x + 3y)$	$a=2, \text{ якщо } x \approx \pi/2, y \approx 12$
<b>Варіант 27</b>		
1	$X = \frac{\sqrt{a^3}}{bc}$	$a=8,24\pm 0,002, b=20\pm 0,5, c=2,305\pm 0,001$
2	$X = \frac{(a+b)\sqrt{c}}{\sqrt[3]{mn}}$	$a=7,14\pm 0,002, b=31,5\pm 0,1, c=26,35\pm 0,005, m=26,28\pm 0,006, n=15,14\pm 0,005$
3	$Z = 6x^2(\operatorname{tgy} + 1)$	$a=0,1, \text{ якщо } x \approx 4,5, y \approx \pi/4$
<b>Варіант 28</b>		

1	$X = \frac{\sqrt[4]{c^3}}{a+b}$	$a=1,6531\pm 0,0003, b=3,78\pm 0,002,$ $c=3,158\pm 0,0005$
2	$X = \frac{\sqrt{a} + \sqrt[3]{b} - \sqrt{c}}{\sqrt{m+n}}$	$a=9,542\pm 0,001, b=3,128\pm 0,002,$ $c=2,172\pm 0,001, m=2,8\pm 0,03, n=14,4\pm 0,02$
3	$Z = \sqrt{y} \cdot \operatorname{tg} x$	$a=0,2$ , якщо $x \approx \pi/4, y \approx 5,7$
<b>Варіант 29</b>		
1	$X = \frac{\sqrt{a+b}}{c}$	$a=7,568\pm 0,0002, b=3,65\pm 0,01,$ $c=20,67\pm 0,02$
2	$X = \frac{\sqrt[3]{a^2 + b^2} - c}{(mn)^2}$	$a=10,82\pm 0,03, b=2,786\pm 0,0006,$ $c=82,67\pm 0,02, m=3,28\pm 0,006, n=4,7\pm 0,06$
3	$Z = \sqrt{y+2} \cdot \operatorname{tg} x$	$a=0,2$ , якщо $x \approx \pi/4, y \approx 8,5$
<b>Варіант 30</b>		
1	$X = \frac{\sqrt[3]{b-a}}{c^2}$	$a=4,8\pm 0,02, b=23,45\pm 0,01, c=2,863\pm 0,004$
2	$X = \frac{a^2 b c^3}{\sqrt[3]{(m-n)^2}}$	$a=5,0435\pm 0,0001, b=2,2\pm 0,05,$ $c=0,82\pm 0,01, m=13,28\pm 0,006, n=9,7\pm 0,06$
3	$Z = x(\ln y + x)$	$a=0,1$ , якщо $x \approx 4,5, y \approx 7$

### Запитання для самоконтролю

1. Означення абсолютної похибки. Гранична абсолютна похибка.
2. Означення відносної похибки. Гранична відносна похибка.
3. З яких факторів складається похибка розв'язку задачі?
4. Пряма задача теорії похибок.
5. Обернена задача теорії похибок.
6. Методи розв'язування оберненої задачі.
7. Граничні абсолютні похибки основних арифметичних дій. Перелічити теореми.
8. Граничні відносні похибки основних арифметичних дій. Перелічити теореми.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3

### «ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ВІДНОСНОЇ ПОХИБКИ ФУНКЦІЇ ВІД ПОХИБКИ АРГУМЕНТУ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи дослідження відносної похибки функції від похибку аргументу.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

#### Завдання для самостійної роботи

##### Алгоритм обчислень

1. Запишіть у першому стовпчику таблиці всі точні значення аргументу  $x$ .

2. Обчисліть наближені значення аргументу  $\tilde{x} = x + \Delta x$ .

3. Знайдіть точні значення функції  $y = f(x)$ .

4. Знайдіть наближені значення функції  $\tilde{y} = f(\tilde{x})$ .

5. Обчисліть абсолютну похибку функції за формулою:

$$\Delta y = |y - \tilde{y}|$$

6. Обчисліть відносну похибку функції за формулою:  $\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{\tilde{y}}$ .

7. Обчисліть відносну похибку аргументу за формулою:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\tilde{x}}$$

8. Знайдіть відношення значень відносної похибки функції та відносної похибки аргументу  $\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$ .

9. Побудуйте графік цього відношення та зробіть висновок за отриманими результатами: якщо відношення значень відносної похибки функції та відносної похибки аргументу не змінюється на всьому інтервалі обчислень, то відносна похибка функції не залежить від відносної похибки аргументу; в протилежному випадку – похибка функції залежить від відносної похибки аргументу.

№ варіанта	Функція	$x \in [a; b]$	крок $x$	$\Delta x$
1.	$y = x^3 - 5x^2 + 2$	[-5; 10]	0.5	0.01
2.	$y = 5 - x + \sqrt{x+10}$	[-3; 9]	0.3	0.02
3.	$y = \frac{x^2}{10} + \sqrt{12-x}$	[-12; 2]	0.2	0.03
4.	$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x^3 - 12$	[10; 25]	0.5	0.5
5.	$y = \sqrt{x^2 - 2x + 16}$	[2; 10]	0.1	0.2
6.	$y = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 5x - 10$	[3; 15]	0.5	0.01
7.	$y = \frac{1}{x+2} + \sqrt{x+2}$	[5; 25]	0.5	0.02
8.	$y = x^3 - 8 - x$	[-10; 10]	0.5	0.04
9.	$y = 1 - \sqrt{x+x^3}$	[1; 20]	0.5	0.05
10.	$y = \frac{1+x^2}{15} - 1$	[-5; 11]	0.4	0.001
11.	$y = \sqrt{10-x} + 3x^3 - 5$	[-10; 5]	0.3	0.03
12.	$y = -6 + \sqrt{x^3 + 30}$	[-3; 16]	0.2	0.04
13.	$y = \frac{1}{x+3} + \sqrt{x+3}$	[5; 25]	0.5	0.02
14.	$y = x^3 - 9 - x$	[-10; 10]	0.5	0.04
15.	$y = 2 - \sqrt{x+x^3}$	[1; 20]	0.5	0.05
16.	$y = x^3 - 9 - 3x$	[-10; 10]	0.5	0.04
17.	$y = 4 - \sqrt{3x+x^3}$	[1; 20]	0.5	0.05
18.	$y = \frac{1+x^2}{16} - x - 1$	[-5; 11]	0.4	0.001
19.	$y = \sqrt{10-3x} + 3x^3 - 6$	[-10; 5]	0.3	0.03
20.	$y = 6 - x + \sqrt{x+11}$	[-3; 9]	0.3	0.02
21.	$y = \frac{x^2}{13} + \sqrt{13-x}$	[-12; 2]	0.2	0.03

22.	$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x^3 - 13$	[10; 25]	0.5	0.5
23.	$y = \sqrt{x^2 - 4x + 16}$	[2; 10]	0.1	0.2
24.	$y = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 5x - 12$	[3; 15]	0.5	0.01
25.	$y = 5 - 3x + \sqrt{x + 13}$	[-3; 9]	0.3	0.02
26.	$y = \frac{x^2}{10} + \sqrt{15 - 2x}$	[-12; 2]	0.2	0.03
27.	$y = \frac{1}{\sqrt{2x}} + x^3 - 15$	[10; 25]	0.5	0.5
28.	$y = \sqrt{x^2 - 2x + 25}$	[2; 10]	0.1	0.2
29.	$y = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 5x - 10$	[3; 15]	0.5	0.01
30.	$y = \frac{1}{x+5} + \sqrt{x+5}$	[5; 25]	0.5	0.02

### Запитання для самоконтролю

1. Означення абсолютної похибки. Гранична абсолютна похибка.
2. Означення відносної похибки. Гранична відносна похибка.
3. З яких факторів складається похибка розв'язку задачі?
4. Пряма задача теорії похибок.
5. Обернена задача теорії похибок.
6. Методи розв'язування оберненої задачі.
7. Граничні абсолютні похибки основних арифметичних дій. Перелічити теореми.
8. Граничні відносні похибки основних арифметичних дій. Перелічити теореми.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 4 «ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ФУНКЦІЙ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи параболічної інтерполяції функції.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

1. Інтерполювати функцію, задану в табличному вигляді:

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$X_n$	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$Y_n$	...	...	...	...	...	...	...	...	...

\*Значення у вузлах інтерполяції обрати довільні в межах заданого інтервалу.

2. Побудувати інтерполяційний поліном для  $m$  – кількість точок.

**1 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=-2$ ,  $x_6=12$ ;  $y_0=7$ ,  $y_6=10$ ;  $m=30$

**2 варіант:**  $n=5$ ;  $x_0=-6$ ,  $x_4=10$ ;  $y_0=8$ ,  $y_4=3$   $m=25$

**3 варіант:**  $n=6$ ;  $x_0=0$ ,  $x_5=20$ ;  $y_0=-10$ ,  $y_5=10$ ;  $m=30$

**4 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=1$   $x_6=25$ ;  $y_0=10$ ,  $y_6=20$ ;  $m=25$

**5 варіант:**  $n=6$ ;  $x_0=-7$ ,  $x_5=12$ ;  $y_0=7$ ,  $y_5=10$ ;  $m=30$

**6 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=-9$ ,  $x_6=5$ ;  $y_0=17$ ,  $y_6=27$ ;  $m=25$

**7 варіант:**  $n=9$ ;  $x_0=-1$ ,  $x_8=12$ ;  $y_0=7$ ,  $y_8=10$ ;  $m=30$

**8 варіант:**  $n=8$ ;  $x_0=-3$ ,  $x_7=10$ ;  $y_0=8$ ,  $y_7=3$   $m=25$

**9 варіант:**  $n=9$ ;  $x_0=-5$ ,  $x_8=20$ ;  $y_0=-10$ ,  $y_8=10$ ;  $m=30$

**10 варіант:**  $n=8$ ;  $x_0=6$   $x_7=25$ ;  $y_0=10$ ,  $y_7=20$ ;  $m=25$

**11 варіант:**  $n=9$ ;  $x_0=-7$ ,  $x_8=19$ ;  $y_0=7$ ,  $y_8=10$ ;  $m=30$

**12 варіант:**  $n=8$ ;  $x_0=-4$ ,  $x_7=15$ ;  $y_0=17$ ,  $y_7=27$ ;  $m=25$

**13 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=-9$ ,  $x_6=5$ ;  $y_0=18$ ,  $y_6=28$ ;  $m=25$

**14 варіант:**  $n=9$ ;  $x_0=-1$ ,  $x_8=12$ ;  $y_0=8$   $y_8=11$ ;  $m=30$

**15 варіант:**  $n=6$ ;  $x_0=-7$ ,  $x_5=12$ ;  $y_0=8$ ,  $y_5=11$ ;  $m=30$

- 16 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=-9$ ,  $x_6=5$ ;  $y_0=16$ ,  $y_6=26$ ;  $m=25$   
**17 варіант:**  $n=9$ ;  $x_0=-1$ ,  $x_8=13$ ;  $y_0=7$ ,  $y_8=12$ ;  $m=30$   
**18 варіант:**  $n=8$ ;  $x_0=-3$ ,  $x_7=11$ ;  $y_0=9$ ,  $y_7=3$   $m=25$   
**19 варіант:**  $n=9$ ;  $x_0=-5$ ,  $x_8=21$ ;  $y_0=-11$ ,  $y_8=11$ ;  $m=30$   
**20 варіант:**  $n=8$ ;  $x_0=6$   $x_7=26$ ;  $y_0=10$ ,  $y_7=21$ ;  $m=25$   
**21 варіант:**  $n=9$ ;  $x_0=-7$ ,  $x_8=20$ ;  $y_0=7$ ,  $y_8=11$ ;  $m=30$   
**22 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=-2$ ,  $x_6=13$ ;  $y_0=7$ ,  $y_6=10$ ;  $m=30$   
**23 варіант:**  $n=5$ ;  $x_0=-6$ ,  $x_4=10$ ;  $y_0=9$ ,  $y_4=3$   $m=25$   
**24 варіант:**  $n=6$ ;  $x_0=0$ ,  $x_5=22$ ;  $y_0=-11$ ,  $y_5=11$ ;  $m=30$   
**25 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=1$   $x_6=24$ ;  $y_0=10$ ,  $y_6=20$ ;  $m=25$   
**26 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=-2$ ,  $x_6=12$ ;  $y_0=6$ ,  $y_6=12$ ;  $m=30$   
**27 варіант:**  $n=5$ ;  $x_0=-6$ ,  $x_4=10$ ;  $y_0=9$ ,  $y_4=2$   $m=25$   
**28 варіант:**  $n=6$ ;  $x_0=0$ ,  $x_5=21$ ;  $y_0=-13$ ,  $y_5=13$ ;  $m=30$   
**29 варіант:**  $n=7$ ;  $x_0=1$   $x_6=24$ ;  $y_0=10$ ,  $y_6=20$ ;  $m=25$   
**30 варіант:**  $n=6$ ;  $x_0=-7$ ,  $x_5=15$ ;  $y_0=9$ ,  $y_5=12$ ;  $m=30$

### Запитання для самоконтролю

1. Постановка задачі наближення функцій.
2. Задача про наближення функції узагальненим поліномом.
3. Що називається інтерполяцією?
4. Що називають вузлами інтерполяції?
5. Що таке наближення функції?
6. Назвати способи інтерполяції.
7. Сформулюйте задачу інтерполяції.
8. В чому полягає основна умова інтерполяції?
9. Який поліном називається інтерполяційним?
10. Обґрунтувати метод оберненої матриці для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
11. Алгоритм розв'язування СЛАР методом оберненої матриці для інтерполяції функції.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5 «ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ФУНКЦІЙ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОЛІНОМА ЛАГРАНЖА»

**Мета роботи.** Засвоїти методи інтерполяції функції за допомогою поліному Лагранжа.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

Знайти наближене значення функції при даному значенні аргументу за допомогою інтерполяційного багаточлена Лагранжа, якщо функція задана:

а) в нерівновіддалених вузлах таблиці; б) в рівновіддалених вузлах таблиці;

а)  $x = 4,15$

$X_i$	$Y_i$
1,1	$\frac{2\alpha}{7}$
1,7	$\frac{10+\alpha}{4}$
2,3	$\frac{2\alpha}{5}$
3,0	$\frac{\alpha}{2}$
3,6	$\frac{3\alpha}{8}$
4,0	$\frac{\alpha}{3}$

б)  $x = 2,79 + \frac{\alpha}{50}$

$X_i$	$Y_i$
1,23	10,758
1,59	9,261
1,95	7,529
2,31	5,964
2,67	3,729
3,03	2,167

**Примітка.**  $\alpha$ - дві останні цифри залікової книжки.

### Запитання для самоконтролю

1. Що називається інтерполяцією?
2. Назвати способи інтерполяції.
3. В чому полягає основна умова інтерполяції?
4. Поліном Лагранжа та його властивості.
5. Алгоритм запису поліному Лагранжа.



## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 6 «ІНТЕРПОЛЯЦІЯ ФУНКЦІЙ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОЛІНОМА НЬЮТОНА»

**Мета роботи.** Засвоїти методи інтерполяції функції за допомогою поліному Ньютона.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

Знайти наближені значення функції при значеннях аргументу  $x = 0,5 + \frac{\alpha}{100}$  і  $x = 2,5 - \frac{\alpha}{500}$  за допомогою інтерполяційних багаточленів Ньютона з скінченними різницями, якщо функція задана таблично:

$X_i$	0,7	1	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8
$Y_i$	$\frac{5\alpha}{3}$	$\frac{3\alpha}{4}$	$\frac{2\alpha}{5}$	$\frac{\alpha+1}{7}$	$\frac{\alpha}{7}$	$\frac{\alpha}{9}$	$\frac{\alpha}{10}$	$\frac{\alpha}{13}$

**Примітка.**  $\alpha$ - дві останні цифри залікової книжки.

### Запитання для самоконтролю

1. Що називається інтерполяцією?
2. Поліном Ньютона з розділеними різницями.
3. Послідовність запису поліному Ньютона з розділеними різницями.
4. Як визначити скінчені різниці  $k$ -го порядку?
5. Сформулюйте властивості скінчених різниць.
6. Перший інтерполяційний багаточлен Ньютона.
7. Другий інтерполяційний багаточлен Ньютона.
8. В яких випадках застосовують перший інтерполяційний багаточлен Ньютона, а в яких – другий?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 7 «АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи апроксимації функцій.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

1. Апроксимувати функцію задану в табличній формі використовуючи метод найменших квадратів.

2. З'ясувати, чи відповідає отриманий поліном заданій функції.

3. Побудувати поліном та функцію.

#### Варіант № 1

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,01	0,09	0,1	0,2	0,9	1
$Y_i$	2	2,3	2,6	2,9	3	4	6,5	6,7	8,8	8,9	9	9,1	9,2	9,8	10

#### Варіант № 2

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X_i$	0	1	2	3,1	4,6	6	7,2	9,6	9,9	10	11	12	13,2	15
$Y_i$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

#### Варіант № 3

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-9	-8	-7	-6	-5,6	-4	-3,9	-2	-1,6	0	0,9	1	2	3	6
$Y_i$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	17	19

#### Варіант № 4

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$X_i$	10	11	12	13	14	15,5	16,8	17,8	18,9	19,9	21	22	23,5	26,7	27	28
$Y_i$	-1,3	-1,2	1	2,6	2,8	3,9	4,5	8,6	8,4	8,6	8,9	8,1	8,9	9	9,1	9,2

#### Варіант № 5

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X_i$	1,1	1,3	2,5	2,9	3,6	3,5	3,9	4	4,6	5	6,9	8	8,3	10
$Y_i$	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14

**Варіант № 6**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$Y_i$	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14	-15

**Варіант № 7**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	0,1	0,2	0,3	0,54	0,6	0,7	0,71	0,75	1,02	1,03	1,06	1,2	1,3	1,5	2
$Y_i$	2	2,5	3,6	3,4	3,5	4	4,6	5	6,5	7	8	9	10	11	10,2

**Варіант № 8**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-20	-19	-15	-10	-8	-5	-1	2,3	3,6	5	8,9	10,1	12,9	13,9	15,9
$Y_i$	10	11	12	13,6	14,5	18,9	19	19,1	20	21	22,3	24,9	25,8	26,3	29

**Варіант № 9**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	1	2	5	8	9	10	12	13,6	14	15	16,9	20	20,3	20,9	21
$Y_i$	-8	-7,5	-7,2	-6	-5,5	-4	-3	-1	3	5	4	5,6	9	10	11

**Варіант № 10**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	0,1	0,2	0,25	0,9	1	1,2	1,9	2	3,5	4	6,3	8	9,6	10	10,5
$Y_i$	-1	0	1	1,2	1,9	2	2,3	3	4	5,3	6	7	8	8,8	10

**Варіант № 11**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	3	5	7
$Y_i$	5	4	3	2,9	2,8	2,75	2,3	2,7	2,6	1	0,5	1,4	1,35	1,2	1,19

**Варіант № 12**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-12	-10	-9	-8	-5	-3	-1,9	0	6	9	10	12	13	14	15
$Y_i$	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	1	2,92

**Варіант № 13**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	1	2	6	9	10	15	20	21	29	30	35	39	40	41	50
$Y_i$	14	13	12	11	10	9	5	4	3	2,3	2	1,9	1	0,9	0,5

**Варіант № 14**

I	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-12	-10	-9	-8	-5	-3	-1,9	0	6	9	10	12	13	14	15
$Y_i$	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	1	2,92

**Варіант № 15**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,01	0,08	0,1	0,2	0,9	1
$Y_i$	2	2,4	2,6	2,8	3	5	6,5	6,8	8,8	8,9	9	9,1	9,2	9,7	10

**Варіант № 16**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X_i$	0	1	2	3,2	4,5	6	7,3	9,7	9,9	10	11	12	13,3	15
$Y_i$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

**Варіант № 17**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-9	-8	-7	-6	-5,5	-4	-3,8	-2	-1,5	0	0,8	1	2	3	6
$Y_i$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	17	19

**Варіант № 18**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$X_i$	10	11	12	13	14	15,4	16,7	17,9	18,8	19,9	21	22	23,4	26,6	27	28
$Y_i$	-1,3	-1,2	1	2,5	2,8	3,8	4,6	8,7	8,3	8,6	8,9	8,2	8,8	9	9,1	9,2

**Варіант № 19**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X_i$	1,1	1,4	2,6	2,9	3,5	3,6	3,9	4	4,5	5	6,8	8	8,6	10
$Y_i$	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14

**Варіант № 20**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$Y_i$	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14	-15

**Варіант № 21**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	0,1	0,2	0,3	0,53	0,6	0,7	0,72	0,76	1,02	1,04	1,06	1,2	1,4	1,6	2
$Y_i$	2	2,7	3,5	3,4	3,6	4	4,5	5	6,4	7	8	9	10	11	10,5

**Вариант № 22**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-20	-19	-15	-11	-8	-5	-1	2,4	3,7	5	8,8	10,2	12,9	13,8	15,9
$Y_i$	10	11	12	13,5	14,4	18,8	19	19,3	20	21	22,4	24,7	25,9	26,5	29

**Вариант № 23**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	1	2	5	8	9	10	12	13,6	14	15	16,9	20	20,3	20,9	21
$Y_i$	-8	-7,6	-7,1	-6	-5,4	-4	-3	-1	3,1	5	4	5,7	8	10	11

**Вариант № 24**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	0,1	0,2	0,26	0,9	1	1,3	1,9	2	3,4	4	6,2	8	9,5	10	10,7
$Y_i$	-1	0	1	1,3	1,9	2	2,4	3	4	5,4	6	7	8	8,7	10

**Вариант № 25**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	3	5	7
$Y_i$	5	4	3	2,9	2,8	2,73	2,2	2,8	2,6	1	0,6	1,5	1,34	1,21	1,2

**Вариант № 26**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0,03	0,08	0,1	0,2	0,8	1
$Y_i$	2	2,4	2,6	2,8	3	4	6,6	6,9	8,5	8,9	9	9,1	9,3	9,7	10

**Вариант № 27**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X_i$	0	1	2	3,1	4,7	6	7,4	9,5	9,9	10	11	12	13,4	15
$Y_i$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3

**Вариант № 28**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$X_i$	-9	-8	-7	-6	-5,7	-4	-3,7	-2	-1,4	0	0,8	1	2	3	6
$Y_i$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	16	18	19

**Вариант № 29**

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$X_i$	10	11	12	13	14	15,3	16,7	17,5	18,7	19,8	21	22	23,7	26,3	27	28
$Y_i$	-1,3	-1,2	1	2,5	2,8	3,95	4,5	8,6	8,4	8,6	8,8	8,1	8,7	9	9,1	9,2

### Варіант № 30

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X_i$	1,1	1,3	2,5	2,7	3,7	3,5	3,9	4	4,5	5	6,8	8	8,5	10
$Y_i$	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14

### Запитання для самоконтролю

1. Сформулюйте означення апроксимації.
2. Назвіть види апроксимації.
3. Обґрунтуйте метод найменших квадратів.
4. Дайте означення коваріації, дисперсії.
5. Що характеризує коваріація, дисперсія?
6. Що називається регулярною частиною полінома.
7. Пояснити призначення збурення полінома.
8. Як визначається коефіцієнт детермінації?
9. Для чого використовується критерій Фішера?
10. Матричний метод найменших квадратів.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 8 «ВІДОКРЕМЛЕННЯ КОРЕНІВ»

**Мета роботи.** Засвоїти методи відокремлення коренів.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

1. Відокремити корені рівняння графічним та аналітичним методами.

1	$8x^5 - 10x^4 + 10 = 0$ $(6x - 5)^2(x + 4) = 0$ $\ln(x) - 3x + 2 = 0$	2	$x^9 + x^7 - x^5 = 0$ $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} = 0$ $-x(3x^2 - x^4 - 1) = 0$
3	$x^8 - x^6 - x^4 = 0$ $2x^3 - 3x^2 - 12x + 12 = 0$ $\frac{2x + 1}{x^2 - 2} = 0$	4	$10x^8 + 11x^6 - x^4 - 11 = 0$ $(x - 1)(x - 4)(9x - 3) = 0$ $\frac{x^2 + 4x - 1}{x^2 - 4x - 1} = 0$
5	$x^4 + 12x^3 - 20x^2 + 9 = 0$ $(7x - 1)(4x + 2)(5x - 3) = 0$ $\frac{7x}{2} + \frac{2}{x} = 0$	6	$\frac{12x^3}{7} - x^2 - 3x + 5 = 0$ $(x + 2)^2(3x - 4) = 0$ $\ln(1,5x) - 1,7x + 3 = 0$
7	$\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - 6x - 4 = 0$ $(2x - 1)^2(x + 4) = 0$ $x^3 - 3x^2 + 2,5 = 0$	8	$x^4 + 24x^3 + 16x^2 - 80 = 0$ $x^3 - 3x^2 - 3,5 = 0$ $\frac{x - 2}{x^2 + 5} = 0$
9	$2x^3 - 51x^2 - 432x - 422 = 0$ $2 - x - \ln(x) = 0$ $2x^3 + 9x^2 - 4 = 0$	10	$x^3 + 9x^2 - 21x + 5 = 0$ $(3x^2 + 7)(x + 8) = 0$ $x^2 - \ln(1 + x) - 3 = 0$
11	$x^3 + 16x^2 + 64x - 81 = 0$ $1 - \ln(x^2) + 2x = 0$ $\left(\frac{9x - 5}{x + 2}\right)^3 = 0$	12	$x^3 + 4x^2 - 7x + 9 = 0$ $(5x^2 + 1)(x + 3) = 0$ $\ln(x^2) - 4 - x - 2x^2 = 0$

13	$\frac{x^4}{4} + x^3 - 2x^2 = 0$ $(x-3)(x^2 - 2x - 12) = 0$ $x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$	14	$-5x^7 + 7x^5 + 9x^3 - 23 = 0$ $\ln(x^2 + 8x - 9) + 7x = 0$ $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0$
15	$2x^3 + x^2 - 9x - 16 = 0$ $\ln(x-9) + (x^2 - 5x + 6) = 0$ $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} - \frac{x+3}{x^2-4} = 0$	16	$x^3 + 2x^2 - 5x + 2 = 0$ $-x^2 + 6x - 5 + \ln(x+10) = 0$ $\frac{x+1}{2x^2+9} - 2x = 0$
17	$-13x^3 + 15x^2 - 18x + 23 = 0$ $2\arctg(x) - 1 + 2x = 0$ $\frac{x^2-4}{-4x+9} = 0$	18	$2x^3 + 32x^2 - 3x + 17 = 0$ $x^2 - \ln(2x-3) = 0$ $2\arctg(x) - 3x + 2 = 0$
19	$3x^3 - 7x^2 + 5x + 50 = 0$ $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$ $-21\arctg(2x-1) - 8x + 5 = 0$	20	$3x^3 - 6x^2 - 28x - 24 = 0$ $21x^3 - 6x^2 - 4 = 0$ $x - \ln(x+2) = 0$
21	$x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 8 = 0$ $(6x^2 - 5)(3x + 2) = 0$ $\frac{5x-4}{x^2-8x+7} = 0$	22	$x^3 - 27x^2 - 14x + 120 = 0$ $(5x-7)(26-14x+9x^2) = 0$ $\frac{2x-5}{x-2} + \frac{x-5}{x-1} + 9 = 0$
23	$4x^3 - 19x^2 - 46x + 120 = 0$ $\ln(64x^2 + 8x + 1) = 0$ $\frac{x+5}{x-5} - \frac{2x-3}{2x+5} = 0$	24	$-6x^3 + 7x + 19 = 0$ $(36-x)(7x^2 - 9x + 20) = 0$ $\frac{x+1}{2x-2} + \frac{x+4}{2x+3} = 0$
25	$3x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 2 = 0$ $(4x-9)(x^2 - 10x + 24) = 0$ $\frac{3x-2}{x+1} - \frac{x+2}{3x+7} = 0$	26	$x^3 - 5x^2 + 3x - 6 = 0$ $(x-9)(x^2 - 2x - 24) = 0$ $\frac{x+2}{x-3} + \frac{x-1}{x+3} - 1 = 0$
27	$11x^4 - 4x^3 - 20x^2 = 0$ $(x-3)^2(x-2) = 0$ $\frac{5x-3}{x+2} - \frac{4x+3}{4-5x} = 0$	28	$-4x^3 + 5x^2 + 22x - 24 = 0$ $(x^2 + 4x + 3)(3-x) = 0$ $\frac{x+5}{x-2} - \frac{x+3}{x+2} - \frac{2}{x^2-4} = 0$
29	$-10x^3 + 40x^2 - 50x + 24 = 0$ $(x+9)(x^2 + 3x + 2) = 0$ $\frac{4x-3}{2x+7} - \frac{3x-2}{x+3} = 0$	30	$-x^3 - 17x^2 + 25x + 50 = 0$ $(x^2 - 3)(2-7x) = 0$ $\frac{x-2}{3x-1} + \frac{x+1}{3x+2} + 6 = 0$



## Запитання для самоконтролю

1. Класифікація рівнянь.
2. Які рівняння відносяться до трансцендентних рівнянь?
3. Які рівняння відносяться до алгебраїчних рівнянь?
4. Які рівняння називаються лінійними (нелінійними)?
5. Що таке розв'язок рівняння?
6. Які способи використовуються для відокремлення коренів?
7. Суть відокремлення коренів нелінійних рівнянь.
8. Етапи відокремлення ізольованих коренів.
9. Скільки коренів має нелінійне рівняння  $n$ -го порядку?
10. Які теореми використовуються для аналітичного методу відокремлення коренів?
11. Алгоритм відокремлення коренів аналітичним методом.
12. Методи уточнення коренів.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 9 «РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ ПОЛОВИННОГО ДІЛЕННЯ»

**Мета роботи.** Засвоїти навички розв'язання нелінійних рівнянь методом половинного ділення.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

Обчислити методом половинного ділення дійсний корінь рівняння  $x^4 + \alpha x^3 + 2x^2 - 100\alpha = 0$  на відрізку  $[2; 5]$  з точністю  $\varepsilon = 0,0001$ .

**Примітка.**  $\alpha$ - дві останні цифри залікової книжки.

### Запитання для самоконтролю

1. Класифікація рівнянь.
2. Які рівняння відносяться до трансцендентних рівнянь?
3. Які рівняння відносяться до алгебраїчних рівнянь?
4. Які рівняння називаються лінійними (нелінійними)?
5. Що таке розв'язок рівняння?
6. Суть методу половинного ділення.
7. Коли найчастіше використовується метод половинного ділення?
8. Алгоритм методу половинного ділення.
9. За якої умови припиняється застосування методу половинного ділення?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 10 «РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ ПРОПОРЦІЙНИХ ЧАСТИН»

**Мета роботи.** Засвоїти навички розв'язання нелінійних рівнянь методом пропорційних частин.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

Обчислити методом пропорційних частин (методом хорд) дійсний корінь рівняння  $x^4 + \alpha x^3 + 2x^2 - 100\alpha = 0$  на відрізку  $[2; 5]$  з точністю  $\varepsilon=0,0001$ .

**Примітка.**  $\alpha$ - дві останні цифри залікової книжки.

### Запитання для самоконтролю

1. Які рівняння називаються лінійними (нелінійними)?
2. Що таке розв'язок рівняння?
3. Суть методу хорд.
4. Чим відрізняються метод хорд та метод пропорційних частин?
5. Для розв'язання яких задач використовують метод хорд?
6. Як обирається нерухома точка?
7. Отримати розрахункову формулу в методі пропорційних частин.
8. Початкові умови в методі хорд.
9. За якої умови припиняється застосування методу хорд?
10. Як обчислюється оцінка похибки цього методу?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 11 «РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ НЬЮТОНА З ПАРАМЕТРОМ»

**Мета роботи.** Засвоїти навички розв'язання нелінійних рівнянь методом Ньютона з параметром.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

Обчислити методом Ньютона з параметром дійсний корінь рівняння  $x^4 + \alpha x^3 + 2x^2 - 100\alpha = 0$  з початковим наближенням до кореня  $x_0=2$  і точністю  $\varepsilon=0,0001$ .

**Примітка.**  $\alpha$ - дві останні цифри залікової книжки.

### Запитання для самоконтролю

1. Які рівняння називаються лінійними (нелінійними)?
2. Що таке розв'язок рівняння?
3. Суть методу Ньютона для розв'язання рівнянь.
4. Як вибирається початкове наближення у методі Ньютона?
5. При яких обмеженнях на функцію  $f$  процес Ньютона збігається?
6. При якому значенні  $f$  метод Ньютона не використовується?
7. Коли використовується метод Ньютона з параметром?
8. Суть методу Ньютона з параметром.
9. Розрахункова формула у модифікованому методі Ньютона.
10. За якої умови припиняється застосування методу Ньютона з параметром?
11. Як обчислюється оцінка похибки методу Ньютона з параметром?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 12 «РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ ГАУСА З ВИБОРОМ ГОЛОВНОГО ЕЛЕМЕНТА»

**Мета роботи.** Засвоїти навички розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса з вибором головного елемента.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel.

### Завдання для самостійної роботи

Знайти розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь  $AX=F$ , з точністю  $\varepsilon=0,01$ , де:

$$A = \begin{bmatrix} 5+\alpha & 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1+\alpha & 1 & -4 \\ 2 & -2 & 4+\alpha & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 3+\alpha \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \alpha \\ -4+\alpha \\ 7+\alpha \\ 9+\alpha \end{bmatrix}.$$

**Примітка.**  $\alpha$ - дві останні цифри залікової книжки.

### Запитання для самоконтролю

1. Який вигляд має система лінійних алгебраїчних рівнянь?
2. Який матричний вигляд СЛАР?
3. Що є розв'язком СЛАР?
4. Яка СЛАР є сумісною, несумісною, визначеною, невизначеною, виродженою та невиродженою.
5. Які СЛАР еквівалентні?
6. Суть методу Гауса з вибором головного елемента?
7. Необхідна і достатня умови методу Гаусу.
8. Чи можна знайти розв'язок системи лінійних рівнянь методом Гауса без вибору головного елемента та чи співпаде він із розв'язком, отриманим методом Гауса з вибором головного елемента?

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 13 «РОЗВ'ЯЗАННЯ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ПРОСТОЇ ІТЕРАЦІЇ»

**Мета роботи.** Засвоїти навички розв'язання лінійних алгебраїчних систем методом простої ітерації.

**Обладнання:** ПК

**Програмне забезпечення:** табличний редактор MS Excel

### Завдання для самостійної роботи

Знайти розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь  $AX=F$ , з точністю  $\varepsilon=0,01$ , де:

$$A = \begin{bmatrix} 5+\alpha & 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1+\alpha & 1 & -4 \\ 2 & -2 & 4+\alpha & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 3+\alpha \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \alpha \\ -4+\alpha \\ 7+\alpha \\ 9+\alpha \end{bmatrix}.$$

**Примітка.**  $\alpha$ - дві останні цифри залікової книжки.

### Запитання для самоконтролю

1. Який вигляд має система лінійних алгебраїчних рівнянь?
2. Який матричний вигляд СЛАР?
3. Що є розв'язком СЛАР?
4. Суть методу простої ітерації для системи рівнянь.
5. Умови збіжності ітераційного процесу.
6. Оцінка похибки наближеного процесу методу ітерації.
7. Приведення системи лінійних рівнянь до вигляду, зручному для ітерацій.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 14 «РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ НЬЮТОНА»

*Мета роботи.* Засвоїти розв'язання системи нелінійних рівнянь методом Ньютона.

*Обладнання:* ПК

*Програмне забезпечення:* табличний редактор MS Excel

### Завдання для самостійної роботи

Знайти дійсний розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} F(x, y) = \alpha x^2 y - 5x + 7y + 2\alpha = 0 \\ G(x, y) = xy^2 - 3x + y - 2 = 0 \end{cases}$$

з початковим наближенням  $[1, 1; 0, 8]$  з точністю  $\varepsilon = 0,001$ .

*Примітка.*  $\alpha$ - дві останні цифри залікової книжки.

### Запитання для самоконтролю

1. За допомогою формули Тейлора отримати формулу Ньютона для розв'язування системи двох рівнянь.
2. Який критерій зупинення процесу ітерацій?
3. Метод ітерацій для нелінійної системи рівнянь.

## ТЕМИ РЕФЕРАТІВ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Означення абсолютної похибки. Гранична абсолютна похибка. Означення відносної похибки. Гранична відносна похибка.
2. Етапи розв'язування задач. Похибки при їх розв'язуванні.
3. Пряма задача теорії похибок. Обернена задача теорії похибок. Методи розв'язування оберненої задачі.
4. Схема Горнера.
5. Ланцюгові дроби.
6. Означення визначника. Основні властивості визначників.
7. Ідея методу Краута для обчислення визначників.
8. Метод простої ітерації.
9. Визначення власного значення та власного вектору матриці. Сутність методу безпосереднього розвернення.
10. Ідея методу Крилова для знаходження характеристичного рівняння.
11. Розрахункова формула у модифікованому методі Ньютона.
12. Теорема про збіжність процесу ітерації.
13. Розрахункові формули в методі ітерації для системи двох рівнянь.
14. Критерій зупинення процесу в методі Ньютона для системи двох рівнянь.
15. Поняття «інтерполяції». Вузли інтерполяції. Означення залишкового члена інтерполяційної формули
16. Параболічне інтерполювання
17. Загальний вигляд інтерполяційного багаточлена Лагранжа для нерівновіддалених та рівновіддалених вузлів.
18. Формула Лагранжа для лінійного інтерполювання. Формула Лагранжа для квадратичного інтерполювання. Теорема про оцінку інтерполяційної формули Лагранжа.
19. Схеми застосування інтерполяційного багаточлена Лагранжа на практиці.
20. Схема Ейткіна. Рекурентна формула в схемі Ейткіна.
21. Скінчені різниці. Властивості скінчених різниць. Означення практично сталих скінчених різниць.
22. Перший інтерполяційний багаточлен Ньютона.
23. Другий інтерполяційний багаточлен Ньютона.
24. Означення поділених різниць. Інтерполяційний багаточлен Ньютона з поділеними різницями.
25. Поняття «екстраполювання». Екстраполювання вперед та екстраполювання назад. Визначення оберненого інтерполювання.



## ПИТАННЯ ДЛЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

1. Означення абсолютної похибки. Гранична абсолютна похибка.
2. Означення відносної похибки. Гранична відносна похибка.
3. Етапи розв'язування задач. Похибки при їх розв'язуванні.
4. Пряма задача теорії похибок.
5. Обернена задача теорії похибок.
6. Методи розв'язування оберненої задачі.
7. Що таке інтерполяція?
8. Що називають вузлами інтерполяції?
9. В яких випадках будують інтерполяційний багаточлен?
10. Загальний вигляд інтерполяційного багаточлена Лагранжа для нерівновіддалених та рівновіддалених вузлів.
11. Формула Лагранжа для лінійного інтерполювання.
12. Формула Лагранжа для квадратичного інтерполювання.
13. Теорема про оцінку інтерполяційної формули Лагранжа.
14. Схема застосування інтерполяційного багаточлена Лагранжа на практиці.
15. Перший інтерполяційний багаточлен Ньютона.
16. Другий інтерполяційний багаточлен Ньютона.
17. В яких випадках застосовують перший інтерполяційний багаточлен Ньютона, а в яких - другий?
18. Означення поділених різниць.
19. Інтерполяційний багаточлен Ньютона з поділеними різницями.
20. Чи має місце інтерполяційна формула Ньютона з поділеними різницями для рівновіддалених вузлів?
21. До якого типу методів належить метод простої ітерації?
22. Що приймають за початкове наближення в методі простої ітерації?
23. Умови збіжності процесу ітерації для нелінійних рівнянь.
24. Етапи відокремлення ізольованих коренів.
25. Скільки коренів має нелінійне рівняння  $n$ -го порядку?
26. Рівняння парного степеня може мати непарне число коренів? Чому?

27. Отримати розрахункову формулу в методі пропорційних частин.
28. Початкові умови в методі хорд.
29. Коли зупиняється процес ітерації в методі хорд?
30. Теорема про оцінку наближеного кореня.
31. За допомогою формули Тейлора отримати розрахункову формулу в методі Ньютона.
32. Якій умові повинно задовольняти початкове наближення в методі Ньютона?
33. При яких обмеженнях на функцію  $f$  процес Ньютона збігається?
34. При якому значенні  $f'$  метод Ньютона не використовується?
35. Розрахункова формула у модифікованому методі Ньютона.
36. До якого виду треба привести функцію  $f$  в методі ітерації?
37. Теорема про збіжність процесу ітерації.
38. Розрахункові формули в методі ітерації для системи двох рівнянь.
39. За допомогою формули Тейлора отримати формулу Ньютона для розв'язування системи двох рівнянь.
40. Критерій зупинення процесу в методі Ньютона для системи двох рівнянь.
41. В чому суть чисельного диференціювання?
42. В чому суть чисельного інтегрування?
43. Розрахункові формули методу прямокутників і трапецій.
44. Виведення формули Сімпсона.
45. Алгоритм Сімпсона з автоматичним вибором кроку.
46. Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь.
47. Метод Ейлера.
48. Метод Рунге-Кутта.

## **КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ ТА РЕЙТИНГОВА ОЦІНКА ЗНАНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ З ДИСЦИПЛІНИ**

*Оцінювання знань здобувачів вищої освіти під час практичних занять та виконання індивідуальних завдань проводиться за такими критеріями:*

1) розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються.

2) вміння та навички застосовувати знання з логіки для розв'язання прикладних задач, виконання практико-орієнтованих завдань.

3) складання словника основних термінів, що розкривають зміст кожної теми програми курсу.

***Проміжний контроль знань*** здійснюється у вигляді атестацій, які проводяться за результатами обов'язкових контрольних заходів, що передбачені навчальною програмою.

### ***Оцінювання поточної навчальної діяльності.***

Оцінювання знань здобувачів вищої освіти під час практичних занять та виконання індивідуальних завдань з дисципліни проводиться за такими критеріями: систематичність роботи на лекційних та практичних заняттях, рівень знань, продемонстрований у відповідях і виступах, активність при обговоренні питань, результати виконання і захисту практичних робіт та інше. Форми оцінювання поточної навчальної діяльності є стандартизованими: тестування, виконання контрольних робіт, індивідуальних робіт, підготовка докладів з обраної тематики і включають контроль теоретичної і практичної підготовки.

### ***Оцінювання індивідуальних завдань здобувачів.***

Бали за індивідуальні завдання нараховуються здобувачеві лише при успішному їх виконанні та захисті. Кількість балів, яка нараховується за різні види індивідуальних завдань залежить від їх об'єму та значимості. Вони додаються до суми балів, набраних здобувачем вищої освіти за поточну навчальну діяльність. При оцінюванні індивідуальних завдань увага приділяється також їх правильному оформленню та змістовому наповненню.

**Рейтингова оцінка знань здобувачів вищої освіти з  
дисципліни**

<b>№ п/п</b>	<b>Форма контролю</b>	<b>Контроль протягом семестру</b>	<b>Максимальна/ мінімальна кількість балів</b>
1.	Аудиторна робота в т.ч.:		
	- практичні роботи та опитування	9	18/9
2.	Самостійна робота в т.ч.:		
	- опрацювання теоретичного матеріалу та тести для самоконтролю	8	16/8
	- складання словника термінів	1	3/2
	- індивідуальне завдання	1	4/3
	- розрахунково-графічна робота	1	4/3
3.	Підсумковий тест	1	10/8
4.	Науково-дослідна робота та неформальна освіта	1	5/3
	<b>Всього</b>	x	<b>60/36</b>
5.	Екзамен	1	40/24
	<b>Разом по дисципліні</b>		<b>100/60</b>

***Оцінювання самостійної роботи здобувачів вищої освіти.***

Самостійна робота здобувачів, яка передбачена в темі поряд з аудиторною роботою, оцінюється під час поточного контролю теми на відповідному занятті. Засвоєння тем, які виносяться лише на самостійну роботу контролюється при підсумковому модульному контролі. При оцінюванні результатів самостійної роботи здобувачів вищої освіти враховується особистий внесок здобувача та коректність висновків.

В кінці семестру здобувачі вищої освіти складають екзамен з курсу.

***Підсумковий контроль знань здобувачів вищої освіти з дисципліни здійснюється шляхом складання екзамену в письмовій формі. Варіативні завдання, що виносяться на іспит,***

включають два теоретичних питання та одне практичне завдання. До екзамену допускається здобувачі вищої освіти, які засвоїли теоретичний матеріал, пройшли тестування, виконали згідно з вимогами всі роботи, відпрацювали пропущенні заняття та набрали не менше 36 балів.

*Творча робота здобувача вищої освіти* оцінюється кафедрою економічної кібернетики і математичного моделювання. Вона включає: участь в науково-дослідній роботі – до 10 балів; виступи в наукових гуртках і конференціях – до 10 балів; участь у внутрівузівських олімпіадах – до 10 балів.

**Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти,  
та шкала оцінювання – екзамен**

<b>Сума балів за всі види освітньої діяльності</b>	<b>Оцінка ECTS</b>	<b>Оцінка за національною шкалою</b>
90 - 100	A	5 (відмінно)
82 - 89	B	4 (добре)
75 - 81	C	4(добре)
64 - 74	D	3 (задовільно)
60 - 63	E	3 (задовільно)
35 - 59	FX	не зараховано з можливістю повторного складання 2 (незадовільно)
0 - 34	F	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни 2 (незадовільно)

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Березовський В. Є., Ковальов Л. Є. Медведєва М. О. Чисельні методи з прикладами реалізації мовою Python : навчальний посібник. Умань : ВПЦ «Візаві», 2023. 88 с.
2. Богач І. В., Краковецький О. Ю., Крилик Л. В. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь засобами MathCAD : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2020. 107 с.
3. Волонтир Л. О, Зелінська, О. В., Потапова Н. А., Чіков І. А. Чисельні методи : навчальний посібник. Вінниця : ВНАУ, 2020. 322 с.
4. Гавриш В. І., Мельник Н. Б. Чисельні методи : навчальний посібник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2018.
5. Голубєва К. М., Денисов С. В., Кашпур О. Ф., Ключин Д. А., Риженко А. І. Чисельні методи інтегрування : методичні рекомендації для студентів факультету комп'ютерних наук та кібернетики, ОП «Інформатика». Київ : Видавництво Людмила, 2019. 55 с.
6. Гончаров О. А., Васильєва Л. В., Юнда А. М. Чисельні методи розв'язання прикладних задач : навчальний посібник. Суми : Сумський державний університет, 2020. 142 с.
7. Задачин В. М., Конюшенко І. Г. Чисельні методи : навчальний посібник. Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. 180 с.
8. Коваль С. С., Рилова Н. В. Методичні вказівки щодо виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни «Чисельні методи» для студентів усіх форм навчання зі спеціальності 122 «Комп'ютерні науки». Кременчуг, 2018. 66 с.
9. Колесницький О. К., Арсенюк І. Р., Мєсюра В. І. Чисельні методи : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2017. 130 с.
10. Крилик Л. В., Богач І. В., Лісовенко А. І. Чисельні методи. Чисельне інтегрування функцій : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2019. 74 с.
11. Лященко М. Я., Головань М. С. Чисельні методи : навчальний посібник. Київ : Либідь, 1996. 288 с.
12. Мамчук В. І. Числові методи : навчальний посібник. Київ : НАУ, 2015. 388 с.
13. Москвіна С. М. Числові методи : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2013. 326 с.

14. Новожилова О. В. Чисельні методи : методичні рекомендації щодо виконання лабораторних робіт. Миколаїв : ДВНЗ Миколаївський політехнічний коледж, 2018. 75 с.
15. Прикладна математика : навчальний посібник / О. В. Шобаніна, В. П. Клочан, І. В. Клочан та ін. Миколаїв : МНАУ, 2018. 164 с.
16. Прикладна математика : метод. реком. з вивчення дисципліни та виконання контрольних завдань для студентів заочної форми навчання / уклад. О. В. Шобаніна, С. І. Тищенко, М. А. Домаскіна, М. О. Єгорова, І. І. Хилько, А. М. Жорова. Миколаїв : МНАУ, 2016. 56 с.
17. Ремез. Н. С., Кисельов В. Б., Дичко А. О., Мінаєва Ю. Ю. Чисельні методи розв'язання технічних задач : підручник. Одеса : Видавничий дім «Гельветика», 2022. 186 с.
18. Самойленко О. М. Методи обчислень : навчальний посібник. Миколаїв : МНУ, 2015. 128 с.
19. Сізова Н. Д., Шаповалова О. О. Чисельні методи : лабораторний практикум. Харків : ХНУБА, 2020. 150 с.
20. Степанець О. В. Числові методи : комп'ютерний практикум : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 82 с.
21. Третиник В. В., Любашенко Н. Д.. Методи обчислень : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 138 с.
22. Фельдман Л. П., Петренко А. І., Дмитрієва О. А. Чисельні методи в інформатиці : підручник. Київ : Видавнича група ВНУ. 2006. 480 с.
23. Чисельні методи в комп'ютерних науках : навчальний посібник. Т. 1 / В. А. Андруник, В. А. Висоцька, В. В. Пасічник та ін. Львів : Новий Світ-2000, 2018. 470 с.
24. Чисельні методи в комп'ютерних науках : навчальний посібник. Т. 2 / В. А. Андруник, В. А. Висоцька, В. В. Пасічник та ін. Львів : Новий Світ-2000, 2018. 536 с.
25. Чисельні методи : метод. реком. для практ. занять та самост. роботи здобувачів початкового рівня (короткий цикл) вищої освіти ОПП «Комп'ютерні науки» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» денної форми здобуття вищої освіти / уклад. О. В. Шобаніна, С. І. Тищенко, І. І. Хилько, В. О. Крайній. Миколаїв : МНАУ, 2023. 48 с.

Навчальне видання

## **ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ**

Методичні рекомендації

**Укладачі:**

**Шебаніна** Олена В'ячеславівна  
**Тищенко** Світлана Іванівна  
**Хилько** Іван Іванович  
**Пархоменко** Олександр Юрійович  
**Крайній** Володимир Олексійович

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 3,00.

Наклад 50 прим. Зам. № \_\_\_\_\_

Надруковано у видавничому відділі  
Миколаївського національного аграрного університету  
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від  
20.02.2013 р.