

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-енергетичний факультет

Кафедра агроінженерії

# **ТЕОРІЯ І ТЕХНОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

*Конспект лекцій*

для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти ОПП  
«Агроінженерія» спеціальності 208 «Агроінженерія» денної та заочної форми  
здобуття вищої освіти  
Частина 2.

МИКОЛАЇВ  
2024

**УДК 001.891.3**

**ТЗЗ**

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від «01» жовтня 2024 р., протокол № 2.

Укладачі:

О.С. Садовий – канд. техн. наук, доцент кафедри агроінженерії, Миколаївський національний аграрний університет.

І.М. Суковіцина – асистент кафедри агроінженерії, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

В. А. Грубань – канд. техн. наук, доцент кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації та технічного сервісу. Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний аграрний університет, 2024

## ЗМІСТ

ЗАВДАННЯ І МЕТОДИ ТЕОРЕТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ	3
МОДЕЛЮВАННЯ В НАУКОВІЙ І ТЕХНІЧНІЙ ТВОРЧОСТІ	19
ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ	31
КОНТРОЛЬНІ ЗАПІТАННЯ	<b>Ошибка!</b>
	<b>Закладка не</b>
	<b>определена.6</b>
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	37

## **ЗАВДАННЯ І МЕТОДИ ТЕОРЕТИЧНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ**

Метою теоретичних досліджень є виділення в процесі синтезу знань істотних зв'язків між досліджуваним об'єктом і навколишнім середовищем, пояснення й узагальнення результатів емпіричного дослідження, виявлення загальних закономірностей і їх формалізація.

Теоретичне дослідження завершується формуванням теорії, не обов'язково пов'язаної з побудовою її математичного апарату. Теорія проходить у своєму розвитку різні стадії від якісного пояснення й кількісного вимірювання процесів до їх формалізації і залежно від стадії може бути представлена як у вигляді якісних правил, так і у вигляді математичних рівнянь (співвідношень).

**Завданнями теоретичного дослідження** є: узагальнення результатів дослідження, знаходження загальних закономірностей шляхом обробки і інтерпретації дослідних даних; поширення результатів дослідження на ряд подібних об'єктів без повторення всього обсягу досліджень; вивчення об'єкта, неприступного для безпосереднього дослідження; підвищення надійності експериментального дослідження об'єкта (обґрунтування параметрів і умов нагляду, точності вимірювань). При проведенні теоретичних досліджень, заснованих на загальнонаукових методах аналізу й синтезу, широко використовують розчленування й об'єднання елементів досліджуваної системи (об'єкта, явища).

**Метод розчленування** запропонував французький філософ і природодослідник Р. Декартом. У своїй роботі «Правила для керівництва розуму» він пише: «Звільніть питання від всіх зайвих уявлень і зведіть його до найпростіших елементів». У процесі розчленування виділяють істотні й

неістотні параметри, основні елементи й зв'язки між ними. Слід, проте, відзначити, що кожен об'єкт можна розчленувати різними способами і це істотно вплине на проведення теоретичних досліджень, оскільки залежно від способу розчленування процес вивчення об'єкту може спроститися або при неправильному розчленуванні, навпаки, ускладнитися. Після розчленування об'єкта вивчають вид взаємозв'язку елементів і здійснюють моделювання цих елементів. Нарешті, елементи об'єднують в складну модель об'єкта.

На всіх етапах побудови моделі об'єкта здійснюють його спрощення і вводять певні допущення. Останні повинні бути усвідомленими й обґрунтованими. Невірні допущення можуть приводити до серйозних помилок при формулюванні теоретичних висновків. При побудові моделей об'єкта дослідження треба використовувати самі загальні принципи й закономірності. Це дозволяє врахувати всі допущення, прийняті при отриманні формалізованих теорій, і точно визначати область їх вживання.

Протилежним розчленуванню є метод об'єднання й пов'язаний з ним комплексний підхід до вивчення об'єкта, які частіше за все об'єднуються під назвою «загальна теорія систем» або «системологія».

Загальна теорія систем виникла на основі вивчення деяких біологічних об'єктів і явищ і була вперше сформульована Л. Берталанфі.

З часом у структурі загальної теорії систем виділили два напрями. Мета першого напрямку - розвиток ОТС як деякої філософської концепції, що включає такі поняття, як принцип системності, системний підхід, системний аналіз і т.д.

В іншому напрямі загальна теорія систем є деяким математичним апаратом, що претендує на строгий опис закономірностей формуванні розвитку будь-яких систем.

ОТС базується на трьох постулатах. Перший постулат затверджує, що функціонування систем будь-хто природу може бути описано на основі розглядів формальних структурно-функціональних зв'язків між окремими елементами систем. Вплив матеріалу, з якого складаються елементи систем,

виявляється в формальних характеристиках, системи (її структурі, динаміці і т.д.). Другий постулат полягає в тому, що організація системи може бути визначена на основі дослідів, проведених з зовні за допомогою фіксації полягань тільки тих елементів системи, що безпосередньо взаємодіють з її оточенням. Третій постулат полягає в тому, що організація системи повністю визначає її функціонування й характер взаємодії з навколишнім середовищем. Ці постулати дають можливість визначити організацію системи, виходячи з характеристик взаємодії із зовнішнім середовищем і характеристики взаємодії, виходячи з організації системи.

Вимога вивчати об'єкт у всіх його зв'язках одержала в загальній теорії систем свій подальший розвиток у формі ряду принципів: системності (цілісне представлення об'єктів); релятивності системи (будь-яку безліч предметів можна розглядати як систему і як несистему); універсальності системи. Цей принцип направлений проти абсолютизації окремих систем і способів їх утворення, тобто будь-яку безліч можна розглядати як систему і як несистему в певних аспектах і фіксованих умовах.

Теоретичні дослідження включають: аналіз фізичної природи процесів, явищ; формулювання гіпотези дослідження; побудова (розробка) фізичної моделі; проведення математичного дослідження; аналіз теоретичних рішень; формулювання висновків. Якщо не вдається виконати математичне дослідження, то формулюють робочу гіпотезу в словесній формі із залученням графіків, таблиць і т.д. У технічних науках необхідно прагнути вживання математичної формалізації висунутих гіпотез і висновків.

У процесі теоретичних досліджень доводиться безперервно ставити і вирішувати різноманітні за типами й складності завдання в формі суперечностей теоретичних моделей, що вимагають дозволу. (В логічно-психологічному аспекті завдання - це непогоджені або суперечливі інформаційні процеси (системи), співвідношення між якими викликає потребу в їх перетворенні. В процесі вирішення завдання суперечності між вказаними

інформаційними процесами або системами усуваються. Структурно будь-яке завдання включає умови й вимоги. Умови - це визначення інформаційної системи, з якої виходить виходити при вирішенні завдання. Вимоги, - це мета, до якої потрібно прагнути. Умови й вимоги можуть бути початковими, залученими й шуканими. Початкові умови даються в первинному формулюванні завдання (початкові дані). Якщо їх виявляється недостатньо для вирішення завдання, то дослідник вимушений залучати нові дані, так звані залучені. Шукані дані або шукані умови - це залучені умови, які вимагається відшукати в процесі вирішення завдання.

Умови й вимоги завдання знаходяться в суперечності, вони неодноразово стикаються, зіставляються, зближуються між собою. Таке перетворення структурних компонентів завдання продовжується до тих пір, поки не буде вирішене саме завдання.

Процес проведення теоретичних досліджень складається звичайно з декількох стадій. Оперативна стадія включає перевірку можливості усунення технічної суперечності, оцінку можливих змін в середовищі, що оточує об'єкт, аналіз можливості перенесення вирішення завдання з інших галузей знання (відповісти на запитання: «Як розв'язуються в інших галузях знань завдання, подібні до даної?»), вживання «зворотного» вирішення (відповісти на запитання: «Як розв'язують завдання, зворотні до даної, і чи не можна використовувати ці вирішення, узявши їх із знаком мінус?») або використання «прообразів» природи (відповісти на запитання: «Як розв'язуються в природі більш менш подібні завдання?»). Друга стадія дослідження є синтетичною, в процесі якої визначають вплив зміни однієї частини об'єкта на побудову інших його частин, визначають необхідні зміни інших об'єктів, що працюють разом з даним, оцінюється можливість вживання зміненого об'єкта по новому, і знайденої технічної ідеї при вирішенні інших завдань.

Виконання названих попередніх стадій дає можливість приступити до стадії постановки завдання, в процесі якої визначають кінцеву мету вирішення

завдання, перевіряють можливість досягнення цієї ж мети вирішення завдання «обхідними» (можливо, більш простими) засобами, вибирають найефективніший шлях вирішення завдання і визначають необхідні кількісні показники. В зв'язку з цим при необхідності уточнюють вимоги стосовно конкретних умов практичної реалізації одержаного вирішення завдання.

Аналітична стадія включає визначення ідеального кінцевого результату (відповісти на питання: «Що бажано одержати в найідеальнішому випадку?»), виявляють перешкоди, що заважають отриманню ідеального результату, їх причини, визначають умови, що забезпечують отримання ідеального результату з метою знайти, за яких умов зникне «перешкода».

Постановка завдання є найскладнішою частиною її вирішення. Вміння побачити приховане основне завдання на самому початку вирішення, а отже, вміння поставити завдання, виділити його з величезної маси оточуючих обставин і, нарешті, дістатися до його завуальованої суті - запорука успіху в досягненні поставленої мети. Чим швидше завдання ставлять, тим швидше воно приходить в полягання рішення. Все це вказує на те, що чітке формулювання основного відношення завдання – найважливіший етап його вирішення. Слід при цьому мати на увазі, що перетворення на початку розпливчастого формулювання завдання в чітке, визначену (переформулювання) часто полегшує вирішення завдання.

Вирішення теоретичних завдань повинно носити творчий характер. Творчі рішення часто не укладаються в наперед намічені плани. Іноді оригінальні рішення з'являються «раптово», після, здавалося б, тривалих і безплідних спроб. Часто вдачі рішення виникають у фахівців суміжних областей знання, на яких не тисне вантаж відомих рішень. Творчі рішення представляють по суті розрив звичних уявлень і поглядів на явища з іншої точки зору. Слід особливо підкреслити, що власні творчі думки (оригінальні рішення) виникають тим частіше, чим більше сил, праці, часу затрачується на



постійне міркування шляхів рішення теоретичного завдання, тим глибше науковець захоплений дослідницькою роботою.

При розробці теорії разом з вищевикладеними, методами використовують і інші. Чималу роль при створенні будь-яких теорій грають, наприклад, логічні методи й правила, що носять нормативний характер. До числа таких правил відносять правила висновку, утворення складних понять з простих, встановлення істинності складних висловів і т.д. Спеціальними принципами побудови теорій служать також принципи формування аксіоматичних теорій, критерії несуперечності, повноти і незалежності систем аксіом і гіпотез та ін.

**Теоретичні дослідження** грають велику роль у процесі пізнання об'єктивної дійсності, оскільки вони дозволяють глибоко проникнути в суть природних явищ, створювати постійно наукову картину світу, що розвивається. Теоретичне дослідження є функцією мислення, яка полягає в тому, щоб відкривати, перевіряти, частково освоювати різні області природи, створювати й розвивати світогляд.

У цьому процесі пізнання природа розкривається все більш повно, але з кожною новою підтвердженою гіпотезою виникає все більше проблем. Таким чином, із зростанням об'єктивних знань одночасно збільшується і область відкритих питань, що підлягають вирішенню, оскільки кожна знайдена відповідь лише наближає до пізнання абсолютної істини, але не може досягти її.

**Використання математичних методів у дослідженнях.** Вирішення практичних завдань математичними методами послідовно здійснюють шляхом математичного формулювання завдання (розробки математичної моделі), вибору методу проведення дослідження одержаної математичної моделі, аналізу одержаного математичного результату.

Математичне формулювання задачі звичайно представляють у вигляді чисел, геометричних образів, функцій, систем рівнянь і т.п. Опис об'єкта (явища) може бути представлений за допомогою безперервної або дискретної, детермінованої або стохастичної і іншими математичними формами.

Математична модель є системою математичних співвідношень - формул, функцій, рівнянь, систем рівнянь, що описують ті або інші сторони об'єкта, що вивчають, явища, процесу.

Першим етапом математичного моделювання є постановка завдання, визначення об'єкта й мети дослідження, завдання критеріїв (ознак) вивчення об'єктів і керування ними. Неправильна або неповна постановка завдання може звести нанівець результати всіх подальших етапів.

Вельми важливим на цьому етапі є встановлення меж області впливу об'єкта, що вивчають. Межі області впливу об'єкта визначають областю значущої взаємодії із зовнішніми об'єктами. Дана область може бути визначена на основі наступних ознак: межі області охоплюють ті елементи, дія яких на досліджуваний об'єкт не дорівнює нулю; за цими межами дія досліджуваного об'єкта на зовнішні об'єкти прагне до нуля. Облік області впливу об'єкта при математичному моделюванні дозволяє включити в цю модель усі істотні чинники й розглядати модельовану систему як замкнуту, тобто, з відомим ступенем наближення, незалежну від зовнішнього середовища. Останнє значно спрощує математичне дослідження.

Наступним етапом моделювання є вибір типу математичної моделі. Вибір типу математичної моделі є найважливішим моментом, що визначає напрям усього дослідження. Звичайно послідовно будують декілька моделей. Порівняння результатів їх дослідження з реальністю дозволяє встановити якнайкращу з них.

На етапі вибору типу математичної моделі за допомогою аналізу даних пошукового експерименту встановлюють; лінійність або нелінійність, динамічність або статичність, стаціонарність або нестаціонарність, а також ступінь детермінованості досліджуваного об'єкта або процесу.

Лінійність встановлюють за характером статичної характеристики досліджуваного об'єкта. Під статичною характеристикою об'єкта розуміють зв'язок між величиною зовнішньої дії на об'єкт (величиною вхідного сигналу) і

максимальною величиною його реакції на зовнішню дію (максимальною амплітудою вихідної характеристики системи). Під вихідною характеристикою системи розуміють зміну вихідного сигналу системи в часі. Якщо статична характеристика досліджуваного об'єкта виявляється лінійною, то моделювання цього об'єкта здійснюють з використанням лінійних функцій. Нелінійність статичної характеристики й наявність запізнювання в реагуванні об'єкта на зовнішню дію є яскравими ознаками нелінійності об'єкта. В цьому випадку для його моделювання повинна бути прийнята нелінійна математична модель.

Вживання лінійної математичної моделі значно спрощує її подальший аналіз, оскільки така модель дозволяє користуватися принципом суперпозиції. Принцип суперпозиції стверджує, що коли на лінійну систему впливають декілька вхідних сигналів, то кожний з них фільтрується системою так, як ніби ніякі інші сигнали на неї не діють. Загальний вихідний сигнал лінійної системи за принципом суперпозиції утворюється в результаті підсумовування її реакції на кожний вхідний сигнал.

Встановлення динамічності або статичності здійснюють за поведінкою досліджуваних показників об'єкта в часі. Стосовно детермінованої системи можна говорити про статичність або динамічність за характером її вихідної характеристики. Якщо середнє арифметичне значення вихідного сигналу на різних відрізках часу не виходить за допустимі межі, визначені точністю методики вимірювання досліджуваного показника, то це свідчить про статичність об'єкта. Стосовно систем вірогідності їх статичність встановлюється за мінливістю рівня її відносної організації. Якщо мінливість цього рівня не перевищує допустимі межі, то система визначається як статична.

Дуже важливим є вибір відрізків часу, на яких встановлюється статичність або динамічність об'єкта. Якщо об'єкт на малих відрізках часу виявився статичним, то при збільшенні цих відрізків результат не зміниться. Якщо ж статичність встановлена для крупних відрізків часу, то при їх

зменшенні результат може змінитися і статичність об'єкта може перейти в динамічність.

При виборі типу (класу) моделі об'єкта вірогідності важливе встановлення його стаціонарності. Звично про стаціонарність або нестаціонарність об'єктів вірогідності судять по зміні в часі параметрів законів розподілу випадкових величин. Частіше за все для цього використовують середнє арифметичне випадкової величини  $M(t)$  і середнє квадратичне відхилення випадкових величин  $a, (i-1, 2 \dots, n)$  від середнього арифметичного й середнього квадратичного відхилення в часі.

Встановлення загальних характеристик об'єкта дозволяє вибрати математичний апарат, на базі якого будують математичну модель. Так, для детермінованих об'єктів можна використовувати апарат лінійної і нелінійної алгебри теорію диференціальних і інтегральних рівнянь, теорію автоматичного регулювання.

Адекватним математичним апаратом для моделювання об'єктів вірогідності є теорія детермінованих і випадкових автоматів з детермінованими й випадковими середовищами, теорія випадкових процесів, теорія марківських процесів, евристичне програмування, методи теорії інформації, методи теорії керування і оптимальні моделі.

При описі квазидетермінованих об'єктів можна використовувати теорію диференціальних рівнянь з коефіцієнтами, що підкоряються певним законам.

Мета й задачі, що ставлять при математичному моделюванні, грають важливу роль при виборі типу (класу) моделі. Практичні завдання вимагають простого математичного апарату, а фундаментальні – складнішого, допускають проходження ієрархії математичних моделей, починаючи від чисто функціональних і закінчуючи моделями, що використовують твердо встановлені закономірності і структурні параметри.

Не менший вплив на вибір моделі надає аналіз інформаційного масиву, одержаного як результат аналітичного огляду результатів досліджень інших

авторів або пошукового експерименту. Розподіл масиву на залежні й незалежні чинники, на вхідні й вихідні змінні, попередній пошук взаємозв'язку між різними даними вибірки дозволяє визначити адекватний математичний апарат.

Аналіз інформаційного масиву дозволяє встановити безперервність або дискретність досліджуваного показника й об'єкта в цілому.

У безперервних об'єктах усі сигнали є безперервними функціями часу. В дискретних об'єктах усі сигнали квантуються за часом у амплітуді. Якщо сигнали квантуються тільки за часом, тобто представляються у вигляді імпульсів з рівною амплітудою, то такі об'єкти називають дискретно-безперервними.

Встановлення безперервності об'єкта дозволяє використовувати для його моделювання диференціальні рівняння. В свою чергу, дискретність об'єкта дає можливість використання для математичного моделювання апарату теорії автоматів.

Окрім вищевикладеного на встановлення типу (класу) математичної моделі може надати істотний вплив необхідність певного відображення гіпотези.

Облік мети й завдання математичного моделювання, характеру гіпотези й аналізу інформаційного масиву дозволяють конкретизувати модель, тобто у вибраному типі (класі) моделей визначати їх вигляд. Вибір виду математичної моделі в даному класі є третім етапом математичного моделювання. Даний етап пов'язаний із завданням областей визначення досліджуваних параметрів об'єкта, тобто значення, що є допустимими, і встановленням залежностей між ними. Для кількісних (числових) параметрів залежності задають у вигляді систем рівнянь (алгебраїчних або диференціальних), для якісних – використовують табличні способи завдання функцій.

Якщо параметри описуються суперечливими залежностями, то визначають їх вагові коефіцієнти, виражені в частках одиниці, балах. Тим самим суперечливі залежності переводять у вірогідність.

Для опису складних об'єктів з великою кількістю параметрів можливе розбиття об'єкта на елементи (підсистеми), встановлення ієрархії елементів і опис зв'язків між ними на різних рівнях ієрархії.

Особливе місце на етапі вибору виду математичної моделі займає опис перетворення вхідних сигналів у вихідні характеристики об'єкта.

Якщо на попередньому етапі було встановлено, що об'єкт є статичним, то побудову функціональної моделі здійснюють за допомогою алгебраїчних рівнянь. При цьому окрім найпростіших алгебраїчних залежностей використовують регресійні моделі й системи алгебраїчних рівнянь.

Якщо наперед відомий характер зміни досліджуваного показника, то число можливих структур алгебраїчних моделей різко скорочується і перевага віддається тій структурі, яка виражає саму загальну закономірність або загальновідомий закон. Якщо характер зміни досліджуваного показника наперед невідомий, то здійснюють пошуковий експеримент. Перевагу віддають тій математичній формулі, що дає найкращий збіг з даними пошукового експерименту.

Результати пошукового експерименту й апріорний інформаційний масив дозволяють встановити схему взаємодії об'єкта із зовнішнім середовищем за співвідношенням вхідних і вихідних величин. У принципі можливе встановлення чотирьох схем взаємодії:

одновимірно-одновимірна схема – на об'єкт впливає тільки один чинник, а його поведінку розглядають за одним показником (один вихідний сигнал);

одновимірно-багатовимірна схема – на об'єкт впливає один чинник, а його поведінку оцінюють за багатьма показниками; багатовимірно-одновимірна

схема – на об'єкт впливає декілька чинників,

а його поведінку оцінюють за одним показником; багатовимірно-багатовимірна

схема – на об'єкт впливає безліч чинників і

його поведінку оцінюють за безліччю показників.

Вибір виду моделі динамічного об'єкта зводять до складання диференційних рівнянь. Модель динамічного об'єкта може бути побудована і в класі алгебраїчної функцій. Проте такий підхід є обмеженим, оскільки не дозволяє в математичному описі врахувати вплив вхідних дій на динаміку виходу без істотної перебудови самих алгебраїчних функцій (структури й коефіцієнтів).

За повною моделі віддають перевагу математичним моделям, побудованим в класі диференціальних рівнянь. Якщо змінні, що цікавлять дослідника, є тільки функціями часу, то для моделювання використовують звичайні диференціальні рівняння. Якщо ж ці змінні є також функціями просторових координат, то для опису таких об'єктів недостатньо звичайних і слід користуватися складнішими диференціальними рівняннями в приватних похідних.

Методологія моделювання динамічних систем в класі диференціальних рівнянь істотно залежить від схеми взаємодії об'єкта з середовищем і ступеня знання входу і виходу об'єкта.

Процес вибору математичної моделі об'єкта закінчується її попереднім контролем. При цьому здійснюють наступні види контролю: розміру; порядків; характеру залежностей; екстремальних ситуацій; граничних умов; математичної замкнутості; фізичного значення; стійкості моделі.

**Аналітичні методи.** Другим етапом вирішення практичних завдань математичними методами є вибір методу дослідження моделі. Вибір методу дослідження математичної моделі безпосередньо пов'язаний з такими поняттями, як зовнішня і внутрішня правдоподібність дослідження.

Під зовнішньою правдоподібністю дослідження розуміють очікуваний ступінь адекватності математичної моделі реальному об'єкту за властивостями, що цікавлять дослідника.

Під внутрішньою правдоподібністю дослідження розуміють очікуваний ступінь точності вирішення одержаних рівнянь, що прийняті за математичну модель об'єкта.

Якщо вид моделі вже вибрано, то зовнішню правдоподібність моделі вважають фіксованою й вибір методу дослідження цілком визначається необхідним ступенем внутрішньої правдоподібності.

У переважній більшості випадків при виборі методу дослідження керуються принципом відповідності зовнішньої і внутрішньої правдоподібності, аналогічним відомому правилу наближених обчислень: ступінь точності обчислень повинен відповідати ступеню точності початкових, даних. Проте залежно від умов і завдань дослідження можливі відхилення від принципу. Перерахуємо деякі з них:

1) якщо йдеться про розробку нового єдиного методу досліджень, який передбачає застосування до широкого, попередню не фіксованого, класу моделей, то потрібно прагнути максимальної внутрішньої правдоподібності дослідження незалежно від рівня зовнішньої правдоподібності;

2) якщо здійснюють перевірку зовнішньої правдоподібності моделі, то внутрішня правдоподібність вибраного методу перевірки повинна бути максимальною;

3) якщо модель настільки проста, що для неї легко одержати точне рішення, то штучно знижувати строгість вирішення безглуздо.

В інших випадках перевагу віддають «принципу рівної правдоподібності».

Вибір методу дослідження тим ефективніше, чим більше є відомостей про кінцеве вирішення завдання. Такі відомості можуть бути одержані шляхом досліджень моделі або її елементів.

У процесі досліджень здійснюють порівняння величин окремих членів рівнянь у діапазоні зміни змінних і параметрів завдання, що вирішують. Відносно малі доданки відкидають, нелінійні залежності замінюються на



лінійні. Деякі з компонентів моделі апроксимуються грубими рівняннями. Все це дозволяє швидко одержати грубе вирішення завдання.

Знання, хоча б найгрубіше, якісних і кількісних характеристик шуканого вирішення допомагає, при виборі точності методу дослідження. Іноді навіть грубе вирішення виявляється достатнім. Як приклад можна привести завдання про пошук експериментального значення функції. Якщо точка екстремуму є стаціонарною, то навіть груба помилка в її відшуканні мало позначиться на підрахунку цього значення. Тому вживання високоточних методів пошуку такого екстремуму нераціональне. Громіздкі точні обчислення в цьому випадку створюють лише ілюзію точності. В разі вживання грубої математичної моделі не слід застосовувати громіздкі обчислювальні методи.

Вибір методу дослідження математичної моделі багато в чому приречений її виглядом.

Статичні системи, представлені за допомогою алгебраїчної рівнянь, досліджуються за допомогою визначників, методу ітерацій, методів Крамера і Гауса. В разі утруднень з аналітичними вирішеннями використовуються наближені методи: графічний метод; метод хорд; метод дотичних; метод ітерацій. В останньому випадку, який вимагає контролю точності (числа значущих цифр) залежно від грубості обчислювального методу, доцільне вживання ПК. Дослідження динамічних режимів функціонування об'єкта, представлених у класі диференціальних рівнянь, також зумовлюється класом, до якого відноситься вирішуване рівняння.

Якщо в результаті вирішення алгебраїчних рівнянь виходять числа, то при рішенні диференціальних рівнянь виходять функції.

Для вирішення диференціальних рівнянь широко використовуються метод розділення змінних, метод підстановки, метод інтегруючого множника, метод якісного аналізу і т.п. Для отримання наближених рішень використовують метод послідовних наближень, метод функціональних рядів, метод Рунге - Кутта, чисельні методи інтеграції і т.п.

Вирішення одержаного рівняння аналітичними методами є надзвичайно складним і звичайно в літературі не приводиться. Для практичного використання воно може бути вирішено з допомогою ПК.

**Імовірно-статистичні методи.** В багатьох випадках необхідно досліджувати не тільки детерміновані, але й випадкові, вірогідність (стохастичні) процеси. Звичайно технологічні процеси виконують в умовах безперервно змінної обстановки: вимушені простої машин; нерівномірна робота транспорту; безперервна зміна зовнішніх (наприклад, метеорологічних) чинників і т.д. Ті або інші події можуть відбутися або не відбутися, в зв'язку з цим доводиться аналізувати випадкові, вірогідні або стохастичні зв'язки, в яких кожному аргументу відповідає безліч значень функції. Нагляди показали, що, не дивлячись на випадковий характер зв'язку, розсіювання має цілком певні закономірності. Для таких статистичних законів теорія вірогідності дозволяє представити результат не однієї якої-небудь події, а середній результат випадкових подій і тим точніше, чим більше число аналізованих явищ. Це пов'язано з тим, що не дивлячись на випадковий характер подій, вони підкоряються певним закономірностям, що розглядаються в теорії вірогідності.

**Теорія вірогідності** вивчає випадкові події і базується на наступних основних показниках. Сукупність безлічі однорідних подій випадкової величини  $x$  складає первинний статистичний матеріал. Сукупність, що містить самі різні варіанти масового явища, називають **генеральною сукупністю або великою вибіркою  $N$** . Звичайно вивчають лише частину генеральної сукупності, так званою вибірковою сукупністю або малою вибіркою.

Теорія вірогідності розглядає теоретичні розподіли випадкових величин і їх характеристики. Математична статистика займається способами обробки й аналізу емпіричних подій. Ці дві споріднені науки складають єдину математичну теорію масових випадкових процесів, широко вживану в наукових дослідженнях

Методи теорії вірогідності й математичної статистики часто застосовують в теорії надійності, яку широко використовують в різних галузях науки й техніки. Під **надійністю** розуміють властивість виробу (об'єкту) виконувати задані функції (зберігати встановлені експлуатаційні показники) протягом необхідного періоду часу. Забезпечення надійності (виключення відмов, порушень працездатності) продукції стало одним з основних народногосподарських завдань. В теорії надійності відмови розглядають як випадкові події. Для кількісного опису відмов застосовують математичні моделі – функції розподілу вірогідності інтервалів часу. Найбільш часто застосовують закони нормального й експоненціального розподілу, закон Вейбулла й деякі інші.

Основним завданням теорії надійності є прогнозування (прогноз з тією або іншою вірогідністю) різних показників безвідмовної роботи (довговічності, терміну служби і т.д.), що пов'язані зі знаходженням вірогідності.

Для дослідження складних процесів характеру вірогідності застосовують **метод Монте-Карло**, за допомогою якого відшуковують найкращі вирішення безлічі даних варіантів. Цей метод статистичного моделювання або статистичних випробувань заснований на використанні випадкових чисел, що моделюють процеси вірогідності. Результати вирішення методу дозволяють встановити емпіричні залежності досліджуваних процесів. Математичною основою методу є закон великих чисел, розроблений П. Л. Чебишевим, який формулюється так: при великому числі статистичних випробувань вірогідність того, що середньоарифметичне значення випадкової величини прагне її математичного очікування, дорівнює 1.

Послідовність вирішення завдань методом Монте-Карло зводиться до збору, обробки й аналізу статистичних наглядів досліджуваного процесу: відбору головних, відкиданню другорядних чинників і складанню адекватної математичної моделі (рівнянь, графіків, циклограм і т.д.); складанню алгоритмів і рішенням завдання на ЕОМ.

Вище наголошено на особливостях лише деяких математичних методів теоретичних досліджень. Детальне їх вивчення й отримання практичного досвіду вживання можливе шляхом ознайомлення із спеціальною літературою залежно від профілю дослідження.

## **МОДЕЛЮВАННЯ В НАУКОВІЙ І ТЕХНІЧНІЙ ТВОРЧОСТІ**

Методи теорії подібності й моделювання широко застосовують в різних наукових дослідженнях. Моделювання можна визначити як метод практичного або теоретичного опосередкованого оперування об'єктом. При цьому досліджують не сам об'єкт, а проміжний допоміжний, знаходиться в деякій об'єктивній відповідності з самим пізнаваним об'єктом і здатний на окремих етапах пізнання представляти в певних відносинах об'єкт, що вивчається, а також давати по дослідженню моделі їм формацію про об'єкт.

При моделюванні важлива та допомога, яку воно надає при розкритті якісних і кількісних властивостей явищ однакової фізичної природи і явищ, різнорідних за своїм фізичним станом. У природі внаслідок її матеріальної єдності є деякі загальні співвідношення й найпростіші форми, що дозволяють робити широкі практичні узагальнення, в ряді випадків відволікаючись у процесі пізнання від деталей явищ, що відбуваються. Таким чином, при моделюванні завжди повинні бути присутні деякі співвідношення, що встановлюють умови переходу від моделі до досліджуваного об'єкту (оригіналу). Такі співвідношення носять назву масштабів. Моделювання включає наукові дослідження, направлені на рішення як загально філософських

і загальнонаукових проблем, так і на вирішення конкретних науково-технічних завдань, де моделювання виступає як інструмент дослідження. Прийоми аналізу й апарат вирішення при цьому різні, але метод однаково вимагає встановлення критеріїв подібності.

Подібність явищ, що характеризують відповідністю величин беруть участь в явищах, що вивчаються, оригіналах, що відбуваються, і в моделях. За ступенем відповідності параметрів моделі й оригіналу може бути трьох видів.

**Абсолютна подібність, що** вимагає повної тотожності полягань або явищ у просторі та часі, є абстрактним поняттям.

**Повна подібність** – подібність тих процесів, що протікають у часі й просторі, які достатньо повно з метою даного дослідження визначають явище, що вивчається. Наприклад, можна вважати, що синхронний генератор має повну електромеханічну подібність іншому генератору, якщо всі процеси змін струмів, напруг, обертаючих моментів на валу, зміна в часі й просторі розподілу магнітних і електричних полів відрізняються в цих генераторах тільки масштабами. При цьому нагріваючі або механічні напруги в окремих деталях генератора можуть бути неподібними, оскільки вони не роблять істотного впливу на належні дослідженню електромеханічні явища. Проте вони можуть бути найістотнішими при дослідженні тепломеханічних процесів і т.д.

**Неповна подібність** пов'язана з вивченням процесів тільки в часі, або тільки в просторі. Так, електромеханічні процеси в синхронному генераторі можуть бути подібні в часі, без дотримання геометричної подібності полів усередині машини.

**Наближена подібність** реалізується при деяких спрощуючих допущеннях, що приводять до спотворень, попередньо оцінюваних кількісно.

З погляду адекватності фізичної природи моделі й оригіналу моделювання може бути фізичне, здійснюване при однаковій фізичній природі явищ, що вивчаються; аналогове, вимагаюче відповідності в тому або іншому значенні параметрів порівнюваних процесів. Наприклад, однакової форми

рівнянь, що описують фізично різномірні явища: математичне, передбачаюче формальні перетворення рівнянь, що полегшують їх вирішення. Так, якщо диференціальне рівняння (А), що описує фізичний процес, перетворено в рівняння (В), то, встановивши відповідні функціональні зв'язки, можна розглядати А і В як подібні процеси. Умови нелінійної подібності можуть бути знайдені для систем, параметри яких залежать від параметрів режиму.

**Теореми про подібність.** Всі перераховані вище види подібності підкоряються деяким загальним закономірностям, які прийнято називати теоремами подібності. Цих теорем три.

**Перша теорема подібності.** Біля явищ, подібних у тому або іншому значенні (фізично, математично і т.д.), можна знайти певні поєднання параметрів, звані критеріями подібності, що мають однакові значення. Слід помітити, що справедливе й зворотне положення: якщо критерії подібності чисельно однакові, то й явища подібні.

Перша теорема про подібність справедлива і в складніших випадках, коли рівняння процесів на перший погляд неоднакові, але введення змінних масштабів параметрів часу або простору дає можливість встановити відповідність між оригіналом і моделлю. Можливі, наприклад, два випадки подібності: звичне геометричне, коли куб перетвориться в подібний куб (іншого розміру), і так зване афінне, коли куб перетвориться в паралелепіпед. Можуть реалізовуватися й складніші перетворення, наприклад, коли кулю (глобус) представляють у вигляді площинної моделі (карти); це - конформне перетворення.

**Друга теорема подібності.** Всяке повне рівняння фізичного процесу, записане в певній системі одиниць, може бути представлено у вигляді залежності між безрозмірними співвідношеннями з тих, що входять у рівняння параметрів, які й є критеріями подібності. Теорема вказує на можливість свого роду заміни змінних і скорочення їх числа з  $m$  розмірних до  $n$  безрозмірних величин, з переходом до критерійного рівняння. Таким чином, спрощується

обробка аналітичних і експериментальних досліджень, оскільки зв'язок між безрозмірними критеріями подібності  $x$  частіше за все простіше. Цей перехід дозволяє розповсюдити результати дослідження, проведеного стосовно конкретного явища на ряд подібних.

**Третя теорема подібності.** Необхідними й достатніми умовами подібності є пропорційність подібних параметрів, що входять в умови однозначності, й рівності критеріїв подібності явища, що вивчається.

**Види моделей.** Теорія подібності й моделювання, що є, по суті, теорією постановки й обробки експериментальних і аналітичних досліджень, що проводять, здатна значною мірою дозволити багато виникаючих при цьому труднощів. Проте подібність і моделювання не можуть ставати й не стали окремою наукою, оскільки ці властивості полягають у наявності деякої структури статичної і динамічної, що подібна або розглядається як подібна структура іншої системи. Будь-яка модель, таким чином, це природний або штучний об'єкт, що знаходиться відповідно до об'єкту, що вивчають, або якої-небудь з його сторін.

У процесі вивчення модель служить відносно самостійним «квазіоб'єктом», що дозволяє одержати при його дослідженні деякі знання про об'єкт, що вивчають. Моделі всіх видів поступово набувають все більшого значення, дозволяючи проводити наукові дослідження різних процесів, уточнювати теорію роботи різних установок, перевіряти висновки й одержувати більш повне й наочне уявлення, чим це можна б було зробити тільки на підставі розрахунку. Моделі мають велике значення з погляду навчання, дозволяючи неодноразово відтворювати аварійні режими машин, апаратів і систем, вивчаючи при цьому їх у прискореному часі, необхідному для отримання потрібного досвіду. Моделі забезпечують обробку психологічної сумісності нових машин, апаратів і систем, і людини.

**Концептуальні моделі** припускають розробку й використання моделей, сформованих наглядом в процесі навчання і нагляду за об'єктом під час його

функціонування. Моделі дозволяють оцінювати значущість властивостей цілісності, виявляти властивості системи й приходити в деяке полягання, визначуване її власною структурою. Іноді виділяють логічні моделі, що будують за допомогою апарату математичної логіки, а формальну побудову використовують далі для змістовної їх інтерпретації.

**Кібернетичні моделі** ґрунтуються на отриманні співвідношень між вхідними й вихідними функціями для якогось чорного або сірого ящика, що представляє явище, що вивчають, без розкриття його внутрішньої структури.

**Квазіаналогові моделі й електронні моделі** займаються синтезом ланцюгів, що є моделями різних об'єктів, мають особливо велике значення в даний час при вирішенні завдань, що виникають при проектуванні й експлуатації великих систем технічного призначення.

Електронне моделювання дозволяє успішно вирішувати завдання об'єктів і явищ шляхом створення моделі з комбінованих, операційних блоків і проведення синтезу моделей. Набір універсальних комбінаційних операційних блоків дозволяє створювати універсальні й спеціалізовані аналогові машини, пов'язані з універсальними цифровими обчислювальними машинами.

Останнім часом багато уваги надають завданням синтезу на відміну від завдань аналізу. Синтез вимагає не просто визначення характеру процесу за заданих йому початкових умов, але визначення таких дій на систему (і таке її моделювання), при яких вдалося б виявити характер і величину дій, що забезпечують в даній системі такий характер процесів, який бажано додати процесам в проектованій або вже функціонуючій системі.

Модель відкриває великі можливості перевіряти передумови різних співвідношень і допущень, прийнятих при математичному описі різних процесів, що виникають в аварійних умовах, і відтворювати всі дії персоналу в умовах, близьких до природних, необхідних для усунення аварійних ситуацій, тобто здійснити психологічне моделювання операцій. Подібність і моделювання не тільки не знаходяться в суперечності з аналітичними



методами, що застосовують цифрові обчислювальні машини, але, навпаки, підкріплюють їх, забезпечуючи перевірку аналітичних методів, сприяючи впевненості в їх вживаннях.

**Організація й обробка результатів експерименту в критерійній формі.** Величезні швидкості обчислень сучасних обчислювальних машин забезпечують швидкість аналітичних рішень. Проте при помилках фізичного або формального характеру машина може видати так же швидко й упевнено неправильне рішення. Тому особливого значення набуває апробація програм для обчислювальних машин з погляду коректності закладених у них фізичних положень і правильності неминучих спрощень. Ця перевірка повинна проводитися на основі методів подібності й моделювання.

Пристрої, призначені для вирішення систем диференціальних і диференціально-різницевих рівнянь, одержали назву неалгоритмічних, оскільки вони на кожному кроці процесу працюють неалгоритмічно, тоді як весь процес визначається як якась послідовність роботи цих пристроїв.

Роль експерименту, а разом з цим і моделювання, збільшується з розвитком і вдосконаленням обчислювальних машин. Експеримент є не тільки шляхом безпосереднього вирішення тих або інших науково-технічних завдань, але й допомагає знаходити найкращий спосіб аналітичного вирішення.

Моделі різних видів і різного роду (фізичні, аналогові й математичні) повинні застосовуватися спільно й одночасно з цифровими обчислювальними машинами при дослідженні роботи різних технічних систем, аналізі розвитку й керування їх функціонуванням. Тобто у всіх галузях наукових і науковотехнічних знань звертають увагу на створення фізико – цифроаналогових комплексів, що забезпечують єдиний багатоаспектний підхід до дослідження. Оцінку достовірності будь-якого дослідження, в тому числі й із застосуванням моделювання, дає експеримент, проведений за спеціальною програмою. Критерійна програма проведення експериментів (уявних, математичних або фізичних) дає оцінку результату, що розповсюджується на

клас явищ (а не тільки на одиничні явища) у вигляді узагальненої критерійної залежності, й дозволяє відсіяти вплив сторонніх, випадкових чинників. Особливо вдало вирішують завдання, що виникають при вивченні різних складних систем і пов'язані із знаходженням сукупності варійованих чинників, при яких цільова функція екстремальна. Методи планування експерименту дозволяють вирішити це завдання з мінімальним числом дослідів при надійній статистичній інтерпретації на кожному етапі. Переваги направлено експерименту, оброблюваного в критерійній формі, взагалі великі й істотні також при квазіаналоговому електронному моделюванні, при всіх різновидах математичного моделювання.

Слід звертати увагу на можливість відшукування функцій правдоподібності, тобто певної математичної форми, що допомагає характеризувати результати експерименту, що проводять як в натурі, так і на будь-кому, в тому числі квазіаналогових моделях. Поєднання теорії планування експерименту й теорії подібності дозволяє ввести поняття «критерійна функція відгуку». Тут, на відміну від теорії планування експерименту варіації виконують не в окремих величинах, а в критерійних співвідношеннях. Такого роду співвідношення дозволяють відразу одержувати області доцільних параметрів. Ці області представлені у вигляді просторів, будуть особливо важливими при дослідженнях складних систем, що проводяться на квазіаналогових електронних і інших моделях. Вирішуючи завдання оптимізації, знаходять області, де є тенденції до певного мінімуму зміни цільової функції. При вивченні великих систем моделювання виступає як могутній засіб безпосереднього зв'язку теорії і досвіду, як інструмент перевірки практикою створюваних теорій і розрахунків методу, як засіб прискорення випробування надійності, перевірки знову зконструйованої апаратури.

Для використання моделювання в технічних, інженерних завданнях істотне значення має автоматизація отримання критеріїв подібності за допомогою обчислювальних машин. Далі моделювання повинне розвиватися

при поєднанні методів теорії подібності, планування експерименту, регресійного аналізу, досліджень при неповній інформації вірогідності. Критерійні залежності в поєднанні з методами планування експерименту й статичними методами полегшують завдання оптимізації складних систем.

Збільшення складності й розмірів систем вимагає постійного вдосконалення моделювання й перевірки одержаних результатів шляхом експерименту.

Чітко провести будь-який (фізичний або обчислювальний) експеримент, об'єктивно оцінити відомості про процес, що вивчається, і розповсюдити матеріал, одержаний в одному дослідженні, на серію інших досліджень можна тільки при правильній їх постановці й обробці.

Критерійна обробка результатів досліджень дозволяє скоротити число необхідних експериментів за рахунок зменшення числа варійованих чинників, розповсюдити результати кожного з цих експериментів на необмежено великий клас подібних процесів.

Для визначення критеріїв подібності необхідно знати початкові й граничні значення, значення параметрів режиму, що не змінюються і т.д. Критерійне планування експерименту (КПЕ) (теорія планування експерименту) й теорія подібності, сприяюча якнайкращій організації експерименту і обробці його результатів, в даний час практично об'єдналися

**Фізична подібність і моделювання.** Поставлене завдання може бути здійснене: 1) при натурному моделюванні, коли в об'єкт, що підлягає дослідженню, не вносять змін і не створюють спеціальних установок (виробничий експеримент); при моделюванні, здійснюваному шляхом узагальнення відомостей про явища або окремі процеси, що відбуваються в природі, і т.д.; 2) на спеціальних моделях і стендах.

Фізична модель (наприклад, енергосистеми) є мініатюрною копією фізично реальної системи. Для всякої моделі завжди чітко формулюється круг завдань, який вирішуватимуть з її допомогою. Це виявляє ті частини системи,

що повинні бути відтворені на моделі з найбільшою повнотою й точністю, що вимагає теорія подібності (умови дотримання критеріїв подібності) і практична необхідність.

Для проведення такого дослідження необхідно створити модель, що має параметри, при яких критерії подібності моделі однакові з відповідними критеріями подібності оригіналу. Можливі також випадки, коли модель спеціально не споруджують, а замість неї застосовують які-небудь відповідні установки, що забезпечують при експерименті отримання процесів, «близьких до оригінальних». Потім вибирають найістотніші для даного процесу критерії подібності, для чого заздалегідь оцінюють параметри, що входять в ці критерії.

Відомі критерії дозволяють вибрати масштаби, при яких враховуються як постановку завдання, так і можливості устаткування. Невдалий вибір масштабів може привести до тому, що параметри устаткування моделі відрізнятимуться від розрахункових. Тому кожному дослідженню на моделі повинна передувати ретельна перевірка всіх її параметрів. Перед проведенням експерименту слід заздалегідь перевірити роботу устаткування моделі по окремих її частинах. І лише після того, як одержано повну впевненість, що всі елементи моделі окремо подібні відповідним елементам оригіналу, можна зібрати модель у цілому, дотримуючи граничні умови при з'єднанні її окремих елементів. Підготовлена таким чином модель дає можливість провести експерименти, одержати достовірні дані й обробити їх у критерійних залежностях.

**Аналогова подібність і моделювання.** Якщо явища в двох системах, що зіставляють, мають різну фізичну природу, але деякі найцікавіші для даного дослідження процеси, що відбуваються в двох системах, описують формально однаковими диференціальними рівняннями, то можна сказати, що одна система є прямою моделлю, аналогом іншої (структурне моделювання є різновидом аналогового моделювання, при якому диференціальні рівняння, що описують фізичний процес, представляються окремими елементами). Вживання прямих моделей-аналогів обмежено, оскільки не для всіх завдань можна виявити

аналогію і підібрати модель. В цьому відношенні структурні моделі, що поелементно моделюють окремі математичні операції, більш універсальні й забезпечують велику точність.

Прикладом електричних моделей прямої аналогії є розрахункові моделі постійного струму, що використовують постійний струм як аналог змінного струму. При цьому електрична схема системи змінного струму відтворюється за допомогою активних опорів, а ЕДС генераторів електростанцій - за допомогою джерел постійного струму. Розрахункові моделі змінного струму частково (для сталого режиму) виявляються фізичними моделями, а частково аналоговими (для перехідного режиму). Досліджувані схеми представляються комплексними опорами й ЕДС з відповідним зсувом фаз. Розрахунок перехідного процесу складної системи представляє значні труднощі і вимагає для свого виконання багато часу. Прагнення спростити цю роботу привело, з одного боку, до створення спеціалізованих аналогових моделей, а з іншою - до широкого використання для дослідження таких процесів типових (універсальних) структурних аналогових моделей. При такому моделюванні масштаби забезпечуючі подібність на ПК, є в загальному випадку розмірними величинами, що зв'язують параметри системи з машинними змінними - напругами на входах і виходах вирішальних блоків.

Вимоги до точності й достовірність результатів моделювання різні залежно від поставлених завдань і характеру досліджень. Дослідження, що стосуються проектних розробок, а також оцінки й відносного зіставлення варіантів, не вимагають високої точності результатів. Проте точність результатів має дуже велике значення, якщо дослідження проводять стосовно конкретної схеми, а одержані результати необхідно розповсюдити на ряд оригіналів. При отриманні на основі моделювання характеристик тих або інших явищ необхідно враховувати чинники, що обумовлюють розбіжність результатів, одержуваних в моделях і в оригіналах. До цих чинників відносяться неточності, обумовлені визначенням або завданням параметрів

оригіналу, що входять в критерії подібності й відтворенням параметрів на моделі (ці неточності можна звести до деяких сумарних неточностей відтворення критеріїв подібності); погрішностями вимірювань при проведенні дослідів (ці погрішності можуть бути зменшені багатократним повторенням вимірювань, вибором приладів належної точності); неповним обліком в моделі чинників, що явно впливають на головні процеси (здійснення наближеного моделювання замість точного).

Непостійність випадкова змінюються параметрів, що входять в критерії подібності, призводить до того, що критерії подібності також виявляються схильними випадковим варіаціям. Тому при оцінці достовірності результатів моделювання систем, що мають такі параметри, необхідно також враховувати вплив випадкових чинників.

Точність результатів експериментальних досліджень реальної системи, дослідів на фізичній моделі, процедури моделювання на ПК і чисельного вирішення систем рівнянь, що описують досліджуваний процес, повинна оцінюватися різно. В першому випадку «натура» - розглядається конкретне явище; в другому «фізична модель» - фізично відтворюються певні сторони явища на основі теорії подібності стохастично певних систем; в третьому «ПК» - відтворюються математичні закономірності, відображені в рівняннях описуваного процесу; в четвертому «ЕОМ» – здійснюється чисельна інтерпретація цих закономірностей. Звично в практичних додатках оцінка достовірності результатів моделювання з урахуванням погрішностей завдання й відтворення критеріїв подібності зводиться до двох завдань: до оцінки впливу стохастичних варіацій критеріїв подібності й до оцінки погрішності реалізації наближеного моделювання замість точного. Оцінка погрішностей моделювання, пов'язаних з неточністю відтворення критеріїв подібності, вимагає вивчення характеру зв'язку між досліджуваним процесом і кількісними відхиленнями критеріїв подібності. Одержана інформація дозволяє об'єктивно

вирішити питання про необхідну точність співпадання критеріїв подібності, відповідного ступеня їх впливу на досліджуваний процес.

Погрішності наближеного моделювання виявляються двома коректуючими один одного шляхами. По-перше, перевіркою послідовним моделюванням, коли моделюючи одну й ту ж систему в різних масштабах, при різних коефіцієнтах лінеаризації, можна одержати уявлення про можливий спотворюючий ефект моделювання. По-друге, дослідженням рівнянь, встановлених в основу наближених критеріїв подібності й проведенням серій дослідів і розрахунків з різним поєднанням величин, що входять в наближені критерії.

## **ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

Аналіз випадкових погрішностей ґрунтується на теорії випадкових помилок, що дає можливість з певною гарантією обчислити дійсне значення зміряної величини й оцінити можливі помилки.

Основу теорії випадкових помилок складають припущення про те, що при великому числі вимірювань випадкові погрішності однакової величини, але різного знаку, зустрічаються однаково часто; великі погрішності зустрічаються рідше, ніж малі (вірогідність появи погрішності зменшується із зростанням її величини); при нескінченно великому числі вимірювань істинне значення вимірюваної величини дорівнює середньоарифметичному значенню всіх результатів вимірювань, а поява того або іншого результату вимірювання як випадкової події описується нормальним законом розподілу.

Для проведення дослідів із заданою точністю й достовірністю необхідно знати ту кількість вимірювань, при якій експериментатор упевнений в позитивному результаті. В процесі обробки експериментальних даних слід виключати грубі помилки ряду. Поява цих помилок цілком вірогідна, а наявність їх відчутно впливає на результат вимірювань. Проте перш ніж виключити те або інше вимірювання, необхідно переконатися, що це дійсно груба помилка, а не відхилення внаслідок статистичного розкиду. Відомо декілька методів визначення грубих помилок статистичного ряду. Найпростішим способом виключення з ряду різко вимірювання, що виділяється, є правило трьох сигм: розкид випадкових величин від середнього значення не повинен перевищувати.

При обробці результатів вимірювань і наглядів широко використовують методи графічного зображення, оскільки результати вимірювань, представлені в табличній формі, іноді не дозволяють достатньо наочно характеризувати закономірності процесів, що вивчаються. Графічне зображення дає найнаочніше уявлення про результати експерименту, дозволяє краще зрозуміти фізичну суть досліджуваного процесу, виявити загальний характер функціональної залежності змінних величин, що вивчаються, встановити наявність максимуму або мінімуму функції.

Для графічного зображення результатів вимірювань (наглядів), як правило, застосовують систему прямокутних координат. Перш ніж будувати графік, необхідно знати хід (течія) досліджуваного явища. Як правило, якісні закономірності й форма графіка експериментатору орієнтовно відомі з теоретичних досліджень.

Точки на графіку необхідно сполучати плавною лінією так, щоб вони по можливості проходили ближче до всіх експериментальних точок. Якщо з'єднати крапки прямими відрізками, то одержимо ламану криву. Вона характеризує зміну функції за даними експерименту. Звичайно функції мають плавний характер. Тому при графічному зображенні результатів вимірювань слід



проводити між точками плавні криві. Різке викривлення графіка пояснюється погрішностями вимірювань. Якби експеримент повторили із застосуванням засобів вимірювань більш високої точності, то одержали б менші погрішності, а ламана крива більше б відповідала плавній кривій.

Проте можуть бути й виключення, оскільки іноді досліджують явища, для яких в певних інтервалах спостерігається швидка стрибкоподібна зміна однієї з координат. Це пояснюється суттю фізико - хімічних процесів, наприклад фазовими перетвореннями вологи, радіоактивним розпадом атомів у процесі дослідження радіоактивності і т.д. В таких випадках необхідно особливо ретельно сполучати точки кривої.

Іноді при побудові графіка одна-дві точки різко віддаляються від кривої. В таких випадках спочатку слід проаналізувати фізичну суть явища, і якщо немає підстави вважати наявність стрибка функції, то таке різке відхилення можна пояснити грубою помилкою або промахом. Це може виникнути тоді, коли дані вимірювань заздалегідь не досліджувалися на наявність грубих помилок вимірювань. У таких випадках необхідно повторити вимірювання в діапазоні різкого відхилення даних виміру. Якщо колишнє вимірювання виявилось помилковим, то на графік наносять нову точку. Якщо ж повторні вимірювання дадуть колишнє значення, необхідно до цього інтервалу кривої віднести особливо уважно й ретельно проаналізувати фізичну суть явища.

Масштаб по координатних осях звичайно застосовують різний. Від вибору його залежить форма графіка – він може бути плоским (вузьким) або витягнутим (широким) уздовж осі. Вузькі графіки дають велику погрішність по осі  $y$ ; широкі по осі  $x$ .

У деяких випадках будують номограми, що істотно полегшують вживання для систематичних розрахунків складних теоретичних або емпіричних формул у певних межах вимірювання величин. Номограми можуть відображати алгебраїчні вирази і тоді складні математичні вирази можна вирішувати порівняно простими графічними методами. Побудова номограм -

операція трудомістка. Проте, будучи раз побудованою, номограма може бути використана для знаходження будь-якої із змінних, що входять в номограмірованне рівняння. Вживання ЕОМ істотно знижує трудомісткість номограміровання

**Елементи теорії планування експерименту.** Математична теорія експерименту визначає умови оптимального проведення дослідження, в тому числі й при неповному інформуванні фізичної суті явища. Для цього використовують математичні методи при підготовці й проведенні дослідів, що дозволяє досліджувати й оптимізувати складні системи й процеси, забезпечувати високу ефективність експерименту й точність визначення досліджуваних чинників. Забезпечується також ефективне керування експериментом при неповному знанні механізму явищ.

Експерименти звичайно проводять невеликими серіями по наперед злагодженому алгоритму.

Після кожної невеликої серії дослідів проводять обробку результатів наглядів і ухвалюють строго обґрунтоване рішення про те, що робити далі.

При використанні методів математичного планування експерименту можливо: вирішувати різні питання, пов'язані з вивченням складних процесів і явищ; проводити експеримент з метою адаптації технологічного процесу до оптимальних умов його протікання, що змінюються, і забезпечувати таким чином високу ефективність його здійснення і ін.

Теорія математичного експерименту містить ряд концепцій, що забезпечують успішну реалізацію завдань дослідження. До них відносяться концепції рандомізації, послідовного експерименту, математичного моделювання, оптимального використання простору чинника й ряд інших.

Принцип рандомізації полягає в тому що в план експерименту вводять елемент випадковості. Для цього план експерименту складають так, щоб ті систематичні чинники, що важко піддаються контролю, враховувалися статистично й потім виключалися в дослідженнях як систематичні помилки.

При послідовному проведенні експеримент виконують не одночасно, а поетапно, з тим щоб результати кожного етапу аналізувати й ухвалювати рішення про доцільність проведення подальших досліджень. У результаті експерименту одержують рівняння регресії, які часто називають моделлю процесу. Для конкретних випадків математичну модель створюють виходячи з цільової спрямованості процесу й завдань дослідження, з урахуванням необхідної точності вирішення й достовірності початкових даних, що звичайно проводять за критерієм Фішера. Оскільки ступінь полінома, адекватно того, що описує процес, передбачити неможливо, то спочатку намагаються описати явище лінійною моделлю, а потім, якщо вона неадекватна, підвищують ступінь полінома, тобто проводять експеримент поетапно.

## **КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Завдання й методи теоретичного дослідження.
2. Методи розчленовування й об'єднання елементів системи.
3. Загальна теорія систем (ЗТС). Три постулати ЗТС.
4. Етапи теоретичного дослідження. Умови й вимоги.
5. Методологія математичного моделювання.
6. Математична модель. Визначення об'єкта й мети дослідження.
7. Вибір класу математичної моделі.
8. Вибір типу математичної моделі.
9. Схеми взаємодії системи із середовищем.
10. Принцип суперпозиції.
11. Вибір структури математичної моделі.
12. Попередній контроль моделі.
13. Експериментальні дослідження.
14. Класифікація й структура експерименту.
15. Планування експерименту.
16. Багатофакторне планування.
17. Погрішності вимірів.
18. Оформлення результатів дослідження.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гайдучок В. М., Затхей Б. І., Лінник М. К. Теорія і технологія наукових досліджень : навчальний посібник. Львів : Афіша, 2019. 232 с.
2. Клименко М. О., Фещенко В. П., Вознюк Н. М. Основи та методологія наукових досліджень : навч. посібник. Київ : Аграрна освіта, 2018. 351 с.
3. Стрелкова Г. Г., Федосенко М. М., Замулько А. І., Іщенко О. С. Основи наукових досліджень : навчальний посібник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 120 с. URL: <https://ela.kpi.ua/bitstreams/d1ae877a-3fc0-4875-8846-7c193b8dd727/download>.
4. Тверезовська Н. Т., Сидоренко В. К. Методологія педагогічного дослідження : навчальний посібник. Київ : Центр учбової літератури. 2020. 440 с.
5. Швець С. В., Швець У. С. Основи системного аналізу : навчальний посібник. Суми : Сумський державний університет, 2017. 126 с.
6. Шейко В. М., Кушнарєнко Н.М. Організація та методика науководослідницької діяльності : підручник. Київ : Знання-прес, 2003. 295 с.



Навчальне видання

# ТЕОРІЯ І ТЕХНОЛОГІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Конспект лекцій

Укладачі: **Садовий** Олексій Степанович  
**Суковіцина** Ірина Миколаївна

Формат 60×84 1/16. Ум. друк. арк. 5,5,  
Тираж 20 прим. Зам. № \_\_

Надруковано у видавничому відділі  
Миколаївського національного аграрного університету  
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.