

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Інженерно-енергетичний факультет

Кафедра тракторів та сільськогосподарських машин,
експлуатації і технічного сервісу

НАДІЙНІСТЬ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОЇ ТЕХНІКИ

курс лекцій

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП
«Агроінженерія» спеціальності 208 «Агроінженерія» денної форми
здобуття вищої освіти

МИКОЛАЇВ
2024

УДК 631.3:629.017

Н17

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від «11» листопада 2024 р., протокол №3.

Укладач:

Д. Д. Марченко – канд. тех. наук, доцент кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

Г. О. Іванов – канд. тех. наук, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін, Миколаївський національний аграрний університет.

В. В. Аулін – докт. тех. наук, професор кафедри експлуатації та ремонту машин, Центральноукраїнський національний технічний університет.

ЗМІСТ

	стор.
ВСТУП.....	5
ЛЕКЦІЯ № 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ.....	8
1.1. Основні визначення і поняття теорії надійності. Надійність при розробці та експлуатації технічних засобів.....	8
1.2. Основні поняття та визначення.....	12
ЛЕКЦІЯ №2. ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДІЙНОСТІ ТА АНАЛІТИЧНІ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ НИМИ ПРИ РАПТОВИХ ВІДМОВАХ.....	16
2.1. Ймовірність справної (безвідмовної) роботи.....	16
2.2. Середній час безвідмовної роботи.....	18
2.3. Середній час між відмовами.....	19
2.4. Щільність розподілу відмов.....	20
2.5. Інтенсивність відмов.....	20
ЛЕКЦІЯ №3. КРИТЕРІЇ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ ВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ.....	25
3.1. Три класи систем управління.....	25
3.2. Імовірність відновлення. Частота відновлення.....	27
3.3. Інтенсивність відновлення.....	27
3.4. Коефіцієнт готовності.....	28
ЛЕКЦІЯ № 4. ВИДИ РОЗПОДІЛІВ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ВИКОРИСТОВУВАНИХ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ.....	29
4.1. Види розподілів.....	29
4.2. Експоненціальний розподіл.....	30
4.3. Нормальний розподіл.....	33
ЛЕКЦІЯ № 5. РОЗПОДІЛЕННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ.....	38
5.1. Біноміальний розподіл.....	38
5.2. Розподіл Релея.....	40
5.3. Розподіл Вейбула.....	41
5.4. Найпростіший потік подій.....	43

ЛЕКЦІЯ №6. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ НЕРЕЗЕРВОВАНИХ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ.....	47
6.1. Розрахунок надійності не відновлювальних виробів. Формалізований опис структур систем автоматичного управління.....	47
6.2. Розрахунок не відновлювальних нерезервованих систем.....	50
6.3. Гамма-відсотковий ресурс.....	53
6.4. Залежність інтенсивності миттєвих відмов елементів від їх режиму роботи.....	54
ЛЕКЦІЯ № 7. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ.....	57
7.1. Метод поправочних коефіцієнтів.....	57
7.2. Метод розрахункових графіків.....	58
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	66

ВСТУП

Проблема підвищення ефективності використання МТП обумовлена низькою рентабельністю більшості підприємств АПК країни, відсутністю методичних і програмних засобів, що дозволяють оперативно обґрунтовувати і проектувати раціональну організацію використання агрегатів вітчизняної та зарубіжної сільськогосподарської техніки з урахуванням різноманіття умов і варіантів функціонування підприємств.

Поряд з передовими досягненнями та досвідом при вирішенні цих питань необхідно враховувати реальні умови виробництва на сільськогосподарських підприємствах АПК України, їх специфічні умови функціонування, спеціалізацію виробництва та інші фактори.

У сформованих умовах, коли спостерігається зниження обсягів сільськогосподарського виробництва і старіння машинно-тракторного парку особливо актуальним стає проблема ефективного використання вітчизняної та закордонної техніки. Крім того, велика увага приділяється проблемі підвищення якості та надійності створюваної вітчизняної сільськогосподарської техніки та закупівель зарубіжної.

Вимоги до техніки безперервно зростають як до якості, так і діапазону виконання сільськогосподарських операцій, та підвищення надійності і продуктивності. Це призводить до збільшення завантаженості техніки.

Надійність - одна з головних оцінок якості та експлуатаційних переваг вітчизняної та зарубіжної сільськогосподарської техніки.

З іншого боку збільшення напрацювання на кожний агрегат призводить до збільшення відмов, а відповідно і часу перебування техніки в ремонті, тому забезпечення надійності окремих деталей і складальних одиниць, а також тракторів і сільськогосподарських машин в комплексі має вирішальне значення. Простої таких високопродуктивних агрегатів через недостатню надійності, а як наслідок відмов, призводять до затягування агротехнічних термінів, що в кінцевому рахунку позначається на втратах врожаю.

З точки зору надійності необхідно підвищувати безвідмовність і коефіцієнт готовності вітчизняної та зарубіжної техніки, експлуатованої в АПК України, що є важливою, актуальною задачею в даний час.

Курс дисципліни «Надійність сільськогосподарської техніки» направлений на надання майбутнім фахівцям теоретичних знань та практичних навиків, доцільного їх використання при розрахунку задач з надійності сільськогосподарської техніки із застосуванням прогресивних прикладних розрахункових комплексів.

Викладання курсу спрямовано на створення у студентів достатньо широкої підготовки в галузі надійності с.г. машин, проектування прогресивних технологічних процесів, організації рентабельного ремонтного виробництва на підприємствах різного рівня.

Метою викладання навчальної дисципліни «Надійність сільськогосподарської техніки» являється отримання знань і практичних навичок по вирішенню науково-технічних проблем підвищення надійності використання сільськогосподарської техніки з метою успішної підготовки фахівців в галузі агропромислового виробництва.

Основними завданнями вивчення навчальної дисципліни «Надійність сільськогосподарської техніки» є підготовка фахівців агропромислового виробництва, які здатні забезпечити самостійне розв'язування виробничих проблем надійності машин та обладнання.

У результаті вивчення навчальної дисципліни «Надійність сільськогосподарської техніки» студент повинен:

знати:

- методика оцінки і прийняття оптимальних рішень підвищення надійності машин;
- сучасні способи забезпечення працездатності с.г. машин;
- методи проектування прогресивних технологічних процесів;
- типові проектні рішення щодо ремонтної бази господарств та підрозділів;
- організацію ремонтного виробництва на підприємствах різного рівня;
- будову та основи використання сучасного ремонтно-технологічного обладнання.

вміти:

- планувати випробування машин на надійність і визначати її кількісні показники;
 - проектувати раціональні технологічні ремонтні процеси;
 - обґрунтовано підбирати типові проекти для створення та реконструкції ремонтно-обслуговуючої бази і її окремих підрозділів;
 - обґрунтовувати техніко-економічну доцільність впровадження інженерних рішень у виробництво;
 - визначати і прогнозувати ресурс машин і механізмів;
 - виконувати основні ремонтні операції.
- мати уяву про технічну творчість, методи і напрями наукових досліджень в галузі машинобудування.

Кредитно-трансферна схема вивчення дисципліни

«Надійність сільськогосподарської техніки» курс лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агроінженерія» спеціальності 208

«Агроінженерія» денної форми здобуття вищої освіти

№ п/п	Найменування розподілу	К-ть годин/кредитів		
		Лекції	ЛЗ (ПЗ)	Всього
3-й семестр				
1	Модуль 1. Фізичні основи надійності	8	8	16/0,54
2	Модуль 2. Методи визначення показників надійності	10	10	20/0,66
3	Модуль 3. Методи випробування і контролю с.г. техніки на надійність	10	10	20/0,66
4	Модуль 4. Граничні та допустимі значення параметрів надійності	8	10	18/0,6
Всього		36	38	76 (2,46)

ЛЕКЦІЯ № 1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

1.1. Основні визначення і поняття теорії надійності. Надійність при розробці та експлуатації технічних засобів

Під терміном «надійність» розуміють властивість систем виконувати всі задані функції за певних умов експлуатації протягом заданого часу із збереженням значень основних параметрів в заздалегідь встановлених межах.

Надійність – найважливіший технічний параметр апаратури, її кількісні характеристики обов'язково вказують у технічному завданні на розробку виробу.

Теорія надійності вивчає роботу систем і пристроїв з урахуванням кількості зовнішніх і внутрішніх впливів з метою визначення характеристик надійності і вироблення методів розрахунку і способів забезпечення морального функціонування.

З погляду теорії надійності всі сучасні автоматизовані системи управління можна розділити на два класи: системи малого масштабу і системи великого масштабу. Системи малого масштабу призначені для управління локальними об'єктами і процесами. Вони зазвичай володіють малою кількістю підсистем і простими зв'язками між ними. Системи великого масштабу утворюються з блокованих комплексних підсистем і локальних об'єктів, управління якими здійснюється за допомогою ієрархічної структури. У системи великого масштабу можуть бути об'єднані територіально роз'єднані об'єкти. У контурах управління можлива робота людини-оператора.

Системи управління являють собою сукупності елементів і пристроїв, пов'язаних один з одним. Вони призначені для виконання ряду технічних функцій і повинні володіти певним рівнем надійності. Функції та структури систем взаємопов'язані. Залежно від функцій, реалізованих системою, змінюється її структура. Структура системи та її технічна реалізація змінюються до тих пір, поки не буде досягнутий необхідний рівень надійності.

Системи управління характеризуються як початковими показниками надійності, так і потенційними можливостями їх збільшення. Одна з основних

можливостей, – використовуючи методи декомпозиції, здійснити розбиття системи на підсистеми з подальшим введенням надмірності.

Найважливішим засобом підвищення рівня надійності є використання сучасних керованих ЦВМ. При цьому виникає можливість реалізації необхідних законів управління незалежно від апаратних засобів і зміни параметрів виконавчих механізмів, використовувати системи адаптивного та інтелектуального управління. Застосування ЦВМ дозволяє створювати системи з повною централізацією обчислювального процесу для управління і контролю. Системи управління можуть мати і децентралізовану, наприклад, багатопроцесну структуру, що дозволяє забезпечувати рівномірне завантаження і мати підвищену надійність системи.

Для забезпечення надійності важливе значення має кваліфікація і досвід оператора. При автоматичному управлінні оператор виконує функції контролю і резервування управління. При появі відмов автоматичної апаратури оператор може її відключити і перейти на ручне управління, якість якого залежить від імовірності помилок оператора.

Якщо за основу класифікації прийняти критерій надійності, то системи управління можна розділити на два класи: прості і складні. У простих системах відмова будь-якого елемента приводить до відмови всієї системи, а в складних системах відмова будь-якого елемента може призвести до погіршення якості управління, але повна відмова не наступить. Можливо резервування і без погіршення якості.

При аналізі та синтезі технічних систем в теорії надійності використовують три типи моделей технічних систем:

- модель ідеального функціонування, що вивчає перетворення, які здійснює система над вхідними сигналами, без урахування питань працездатності;
- модель працездатності, що аналізує надійність системи;
- загальна модель, що враховує функціональну надійність роботи системи.

Звичайно, теорія надійності найчастіше використовує модель працездатності, що є абстракцією певного рівня. Закони теорії надійності, отримані на цих моделях, підтверджуються практичними випробуваннями реальних систем на надійність.

Результати випробувань обробляють методами математичної статистики. Широке застосування математичних засобів не може вважатися специфічною особливістю теорії надійності. Широка математизація відбувається у всіх галузях науки і практичної діяльності, це основний шлях науково-технічного процесу майбутнього двадцять першого сторіччя.

Основні питання досліджуваного курсу надійності можуть бути сформульовані наступним чином:

- математичний апарат теорії надійності;
- кількісні критерії (параметри) надійності елементів і систем;
- методи інженерного розрахунку надійності апаратури;
- обґрунтування вимог до надійності;
- аналіз факторів, що впливають на надійність з причини появи відмов;
- шляхи підвищення надійності апаратури;
- наукові методи експлуатації апаратури з урахуванням її надійності;
- обґрунтування режимів профілактичних робіт, норм запасних елементів,

методів відшукування несправностей, збору та аналізу статистичних даних про відмови.

Вихідні дані, якими володіє проектувальник системи управління, дуже обмежені. Зазвичай це результати короточасних випробуванні нових вузлів в лабораторних умовах, а також статистичні дані про надійність подібних пристроїв в умовах експлуатації, часто відрізняються від тих, для яких призначається розроблена система. Незважаючи на це розрахунки надійності слід починати на самих ранніх етапах розробки нових засобів автоматизації, починаючи з етапу планування та розробки технічного завдання. Це значно зменшує вартість нових засобів автоматизації. На наведеному графіку (рис. 1) криві 1, 2, 3, 4 визначають сумарну вартість виробу в залежності від своєчасності організації роботи із забезпечення надійності. По вертикальній осі відкладається сумарна вартість витрат, по горизонтальній – етапи розробки. Якщо розрахунки та заходи щодо забезпечення надійності проводяться на останньому етапі – етапі впровадження (крива 1), то виріб зазвичай відбраковується замовником, як що не задовольняє технічним завданням щодо забезпечення часу безвідмовної роботи. Всю роботу, починаючи з ескізного

проектування, доводиться повторити і намічені асигнування будуть значно перевершені. Аналогічна ситуація буде і в тому разі (крива 2), коли питанням надійності приділяється увага починаючи з моменту передачі виробу у виробництво. Забезпечення надійності на стадії технічного проектування дозволяє добитися значного поліпшення показників вартості (крива 3). Найкраще рішення досягається тоді, коли розрахунки щодо забезпечення надійності проводяться вже на етапі планування (крива 4). Випущена апаратура буде найбільш досконалою при максимально низькій її собівартості. Таким чином, дослідження з теорії надійності повинні бути підпорядковані одній меті – розробка дієвих методів підвищення і збереження надійності при проектуванні, виготовленні та експлуатації.

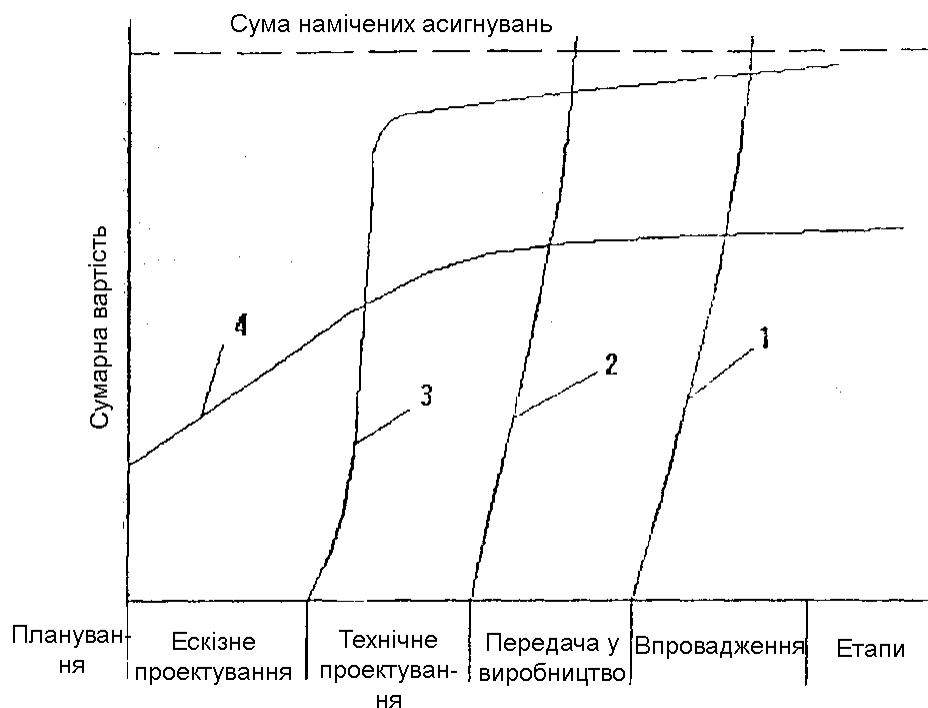


Рис. 1. Вартість виробу в залежності від часу організації роботи по забезпеченню надійності

Теорія надійності – наука молода. Однак основою її є теорія ймовірностей, основні поняття якої зародилися в XVI-XVII століттях. Класичні дослідження в цій області пов'язані з іменами видатних учених: Бернуллі (1654-1705), Муавра (1667-1754), Лапласа (1749-1824), Пуассона (1781-1840), Пірсона (1857-1936) та ін.

До числа вітчизняних учених, які зробили вагомий внесок у розвиток теорії ймовірностей, слід віднести Чебишева П.Л. (1821-1894) та його учнів Маркова А.А.

(1856-1922) і Колмогорова А.І., Хіічіна А.І., Гнеденко Б.В., Линник Ю.В., Смирнова Н.В. та ін.

1.2. Основні поняття та визначення

Виклад теорії надійності необхідно почати з визначення основних понять.

Елемент – один або кілька однотипних пристроїв, предметів, випробовуваних зразків, мають кількісні характеристики надійності, що враховуються при розрахунку надійності всього з'єднання. Слід відрізнити дане поняття від подібного, прийнятого в теорії автоматичного управління. У теорії надійності елемент має самостійне функціональне значення, до нього можуть бути визначені основні показники надійності. Це може бути і деталь, і вузол, і прилад, залежно від того, яка кількісна характеристика враховується самостійно при розрахунку надійності. Так система автоматизованого електроприводу (СЛЕП) може бути розбита па елементи функціональної схеми. Часто параметри надійності укрупнених елементів невідомі або відсутні і доводиться дробити їх на більш дрібні, аж до радіоелементів.

Осередок – окрема механічна конструкція, яка не має самостійного функціонального призначення.

Вузол (блок) – кілька деталей, осередків, об'єднаних для виконання певної функції, але не мають, як ціле, самостійного експлуатаційного призначення. Приклади вузлів: лічильник циклів, реєстр команд, шифратор і дешифратор, суматор і т.д.

Пристрій – з'єднання деталей, вузлів, що мають самостійне експлуатаційне призначення. Наприклад, блок живлення, арифметичний пристрій та ін.

Прилад – група блоків, що має конструктивно самостійне призначення.

Установка – група приладів.

Система – пристрій, що складається з декількох установок. Система – сукупність взаємопов'язаних об'єктів, що служить для самостійного виконання певного завдання. Принципово система може бути розбита на будь-яке число елементів, необхідне для розрахунку її надійності. Ця розбивка повинна зупинитися на рівні таких функціональних елементів, для яких можуть бути визначені основні показники надійності.

Всі системи можна розділити на дві групи: відновлювані (після відмов їх можна ремонтувати) і не відновлювані. Системи можуть бути одноразово і багаторазово використані.

Розрізняють два стани системи (об'єкта): працездатний (РБС) і непрацездатний (НРС). Працездатним станом називається такий стан системи, при якому значення всіх параметрів, що характеризують здатність виконувати технологічне завдання, відповідають вимогам нормативно-технічної та конструктивної документації. Якщо хоча б один з параметрів не відповідає зазначеним вимогам, то стан системи (об'єкта) є непрацездатним.

Перехід з РБС в НРС називається відмовою. Відмова – часткова або повна втрата властивостей елемента, яка істотним чином знижує або призводить до повної втрати працездатності. Формулювання відмови для конкретного технічного об'єкта є однією з найважливіших завдань при розрахунку надійності. В основі класифікації відмов може бути ряд ознак.

Відмови можуть бути остаточними (стійкими) або перемежованими. Остаточні виникають внаслідок необоротних процесів в елементах. Для відновлення РБС необхідно проводити ремонт або заміну виробу. При перемежованій відмові виріб втрачає працездатність через випадкові зміни режимів роботи і параметрів. Система може сама відновити працездатність при зміні умов експлуатації. Наприклад, відмова (відключення від мережі) може виникнути при короткочасному зникненні напруги. Це перемежована відмова. Якщо напруга відновиться, об'єкт може бути знову включений, працездатність його зберігається. Перемежовані відмови істотно відрізняються від остаточних з причин, зовнішніх проявах і наслідків. Частим випадком відмови є збій. При збої відбувається короткочасне порушення режимів роботи (часто з самовідновленням). Причини збоїв можуть бути різними, наприклад, електромагнітні обурення.

За характером виникнення відмови можуть бути розділені на раптові і поступові. Раптові відмови, як правило, не виникають миттєво, якщо тільки ці відмови не викликані зовнішніми катастрофічними впливами, то вони виникають в результаті накопичення внутрішніх необоротних змін. Часто ці зміни не контролюються і не мають зовнішніх проявів. Коли зміни досягають критичного

значення, виникає раптова відмова. Поступові (параметричні) відмови пов'язані з тимчасовим старінням матеріалів, змінами характеристик і параметрів, механічним зносом. Сума тимчасових змін призводить до виходу параметрів за допуски, виріб стає непридатним. Катастрофічні зовнішні впливи малоімовірні, однак, у ряді випадків вимагають особливої уваги. У окремих, особливо відповідальних установках розробниками повинні також враховуватися можливості раптових відмов, викликані недбаліми або невмілими діями обслуговуючого персоналу.

В основу класифікації можна покласти зв'язок між відмовами. Відмови можуть бути первинними і вторинними. Первинні відмови виникають за будь-яких причин, крім дії інших відмов в системі. Вторинні відмови виникають в результаті впливу інших відмов. Таким чином може простежуватися послідовність: спочатку виникають первинні відмови, вони є причинами вторинних відмов і повного розладу технологічного процесу і системи управління. Теорія надійності найчастіше досліджує поведінку систем до первинних відмов. Якщо відмови виявляються незалежними один від одного, то математичний опис дозволяє розглядати зміну параметрів окремих елементів на базі теорії випадкових незалежних процесів. Для незалежних відмов ймовірність появи одних відмов не впливає на появу інших. В основу класифікації відмов можна покласти і інші принципи: ознаки появи – явні і неявні, ступінь впливу – повні або часткові, за характером та обсягом усунення – пошкодження, аварії та інші.

Несправність – зміна характеристик системи без зміни якості функціонування всієї апаратури. Будь-яка система характеризується рядом параметрів, одні з яких виступають як основні, а інші – як другорядні. Перші характеризують виконання системою заданих функцій, а другі – зручність експлуатації, зовнішній вигляд та ін. Система справна, якщо вона відповідає всім пропонованим вимогам, тобто всі її параметри, як основні, так і другорядні, знаходяться в заданих межах. Вихід будь-якого параметра із цих меж означає несправність.

Система працездатна, якщо вона нормально виконує свої функції і її основні параметри знаходяться в межах норми. Втрата працездатності означає відмову.

Розглянуті визначення дозволяють зробити висновок про те, що надійність можна характеризувати як здатність виробу працювати безвідмовно в заданих умовах експлуатації. При цьому розрізняють прості і складні системи. У простих системах відмова елементів призводить до повної втрати працездатності або переходу на резервний режим управління. Складні системи мають здатність при відмові елементів продовжувати виконання своїх функцій, але зі зниженою ефективністю.

На підставі понять працездатності і відмови конкретизується опис властивостей систем, що характеризують надійність виробу. До них відносяться:

- безвідмовність – властивість зберігати РБС протягом деякого заданого часу або напрацювань;
- збереженість – властивість елемента або системи зберігати РБС протягом заданого часу зберігання;
- ремонтпридатність – властивість елемента або системи, що полягає в пристосованості до виявлення відмов і відновленню РБС в процес обслуговування і ремонту;
- відновлюваність – властивість елемента або системи до придбання повної або часткової працездатності при проведенні ремонтних робіт після відмови;
- довговічність – час до настання граничного стану.

Всі об'єкти, в свою чергу, можуть бути класифіковані за принципом відновлюваності: об'єкти відновлювані і не відновлювані.

Не відновлювані об'єкти застосовуються тільки до першої відмови. Найчастіше це елементи електротехнічних і радіотехнічних пристроїв. Відновлювані об'єкти використовуються після відмов за умови проведення відповідних профілактичних і ремонтних робіт.

Відновлювані об'єкти, в свою чергу, діляться на дві групи: відновлювані поза процесом застосування та відновлювані в процесі застосування. Характерним прикладом другого може служити хімічне виробництво, не допускає перерв у роботі.

ЛЕКЦІЯ №2. ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДІЙНОСТІ ТА АНАЛІТИЧНІ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ НИМИ ПРИ РАПТОВИХ ВІДМОВАХ

2.1. Ймовірність справної (безвідмовної) роботи

Для оцінки надійності використовують імовірнісні характеристики випадкової величини T , званої тривалістю безвідмовної роботи або напрацюванням об'єкту від початку експлуатації до першої відмови. Більш точно, під напрацюванням T розуміють тривалість або обсяг роботи, вимірювані в годинах, циклах або обсязі продукції від початку експлуатації до першої відмови. Найчастіше T вимірюється в годинах і називається часом (або тривалістю) безвідмовної роботи.

Основною характеристикою випадкової величини є її закон розподілу: співвідношення між можливими значеннями випадкової величини і відповідними ймовірностями її появи. Закон розподілу описується за допомогою чисельних показників роботи. До числа основних показників відносяться:

- ймовірність безвідмовної роботи;
- середній час безвідмовної роботи;
- середній час між відмовами;
- щільність розподілу відмов;
- інтенсивність відмов;
- середня частота відмов;
- сумарна частота відмов;
- середній час відновлення.

При вивченні теорії надійності необхідно насамперед чітко визначити основні показники надійності, розібратися в залежностях між ними і визначити їх можливі кількісні значення.

Тривалість безвідмовної роботи елемента T є «віком» елемента до моменту, коли відбудеться відмова. Ця величина не може бути негативною і має дискретне або неперервний розподіл у часі. Практичний інтерес представляє безперервний розподіл. Функцією розподілу (інтегральним законом розподілу) випадкової величини T називається функція $F(t)=P\{T\leq t\}$, обумовлена як ймовірність того, що елемент відмовив до моменту часу t .

Для розрахунків надійності зручніше користуватися функцією, додаткової до $F(t)$. Ця функція $P(t)$ і називається ймовірністю безвідмовної роботи. Вона задає ймовірність того, що елемент не відмовить до моменту часу t . Очевидно, що $P(t)=P[T>t]$ і ця функція є монотонно спадною функцією часу. Крім того, при $t=0$, $P(0)=1$ – в початковий момент експлуатації виріб завжди працездатний; при $t=\infty$ $P=0$.

При випробуванні партії виробів ймовірність безвідмовної роботи може бути визначена з формули

$$P(t) = \lim \frac{N_0 - \sum_{k=1}^{t/\Delta t} n_k}{N_0} = \frac{N(t)}{N_0},$$

де N_0 – число виробів на початку випробування;

n_k – число виробів, які вийшли з ладу в інтервалі часу Δt_k ;

t – час, для якого визначається ймовірність безвідмовної роботи;

Δt_k – прийнята тривалість інтервалу часу спостереження;

$N(t)$ – число виробів, справно працюючих в інтервалі $[0, t)$.

При експериментальних дослідженнях використовується статистична оцінка ймовірності події $P(t)$.

$$P(t) = \lim \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$

де N_0 – число виробів, поставлених на випробування;

$n(t)$ – число виробів, які вийшли з ладу.

Очевидно, що ймовірність відмови $Q(t)=1-P(t)=F(t)$. Функції $P(t)$ і $Q(t)$ утворюють півдорозі групу подій $P(t)+Q(t)=1$ (рис. 2).

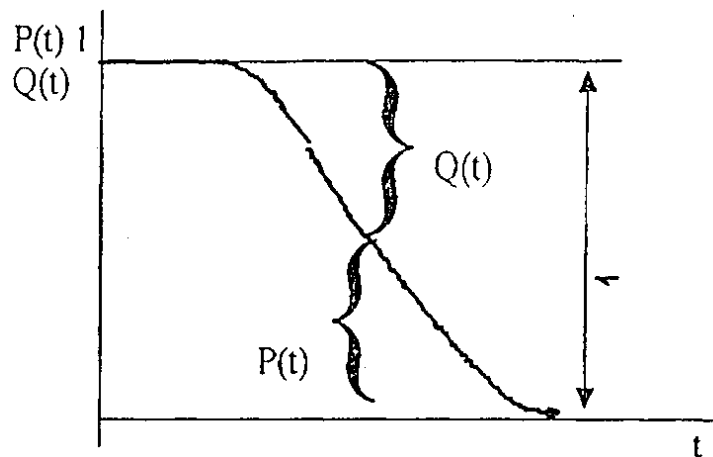


Рис. 2. Графік функції $P(t)$

Визначимо вірогідність безвідмовної роботи па кінцевому інтервалі часу $[t_1, t_2]$. Якщо прийняти, що безвідмовність на інтервалі $(0, t_1)$ - $P(t_1)$ і на інтервалі (t_1, t_2) - $P(t_1, t_2)$, то, очевидно маємо

$$P(t_1) \cdot P(t_1, t_2) = P(t_2),$$

звідси

$$P(t_1, t_2) = P(t_2) / P(t_1).$$

2.2. Середній час безвідмовної роботи

Середній час безвідмовної роботи однотипних елементів визначається з виразу

$$T_{cp} = \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} t_k,$$

де t_k – час безвідмовної роботи k -елемента.

Так як важко визначити $\sum t_k$, зручно користуватися іншим виразом

$$T_{cp} \approx \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^m n_k t_{cpk},$$

де $t_{cpk} = 0,5 \cdot (t_{k-1} + t_k)$; $m = t / \Delta t_k$;

t – час, протягом якого вийшли з ладу всі елементи;

Δt_k – величина інтервалу часу.

Величина T_{cp} дозволяє визначити кількість запасних елементів, необхідних для безвідмовної роботи в заданому інтервалі часу. Однак T_{cp} у елементів для ремонту зазвичай відрізняється від T_{cp} після ремонту. Тому надійність однакових пристроїв, що мають різну елементну базу, різна. Вона може бути однаковою лише в тому випадку, якщо елементи не зношуються, тобто не залежать від часу. У реальних пристроях цього бути не може.

У загальному випадку під середнім часом безвідмовної роботи розуміється математичне очікування часу безвідмовної роботи.

$$T_{cp} = M[T] = \int_0^{\infty} tF(t)dt.$$

Покажемо аналітичну залежність між розглянутими величинами. Нехай T – час безвідмовної роботи, t – час, протягом якого потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи. Ймовірність відмови за час t : $Q(t)=F(t)$; ймовірність безвідмовної роботи $P(t)=1-Q(t)=1-F(t)$; звідси $dQ/dt=dF(t)/dt$ і $Q'(t)=P'(t)$.

Середній час безвідмовної роботи:

$$T_{cp} = \int tQ'(t)dt \text{ чи } T_{cp} = -\int tP'(t)dt.$$

Інтегруємо по частинах:

$$T_{cp} = -[tP(t)] + \int P(t)dt, \text{ але } [tP(t)] = 0. \text{ Отже } T_{cp} = \int P(t)dt.$$

Раніше було показано, що $P(t) \approx N(t)/N_0$, отже, число елементів, які будуть безвідмовно працювати до моменту часу t $N(t) = N_0P(t)$. За інтервал Δt число відмовили елементів $n(t)$ дорівнюватиме $n(t) = N(t) - N(t + \Delta t)$. З урахуванням того, що $N(t) = N_0P(t)$ і $N(t + \Delta t) = N_0P(t + \Delta t)$, отримаємо $n(t) = N_0[P(t) - P(t + \Delta t)]$.

2.3. Середній час між відмовами

Насамперед відзначимо, що в поняття середній час між відмовами не входить час, що витрачається на ремонт виробу. Розглядається відрізок часу між моментом усунення наслідків від попередньої відмови і виникненням чергової. Тому цей критерій не враховує ряд важливих експлуатаційних якостей виробу, що виявляються при усуненні відмов.

З урахуванням цього зауваження за середній час між відмовами приймається математичне очікування безвідмовної роботи між сусідніми відмовами.

$$t_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n t_k,$$

де n – число відмовили елементів;

t_k – час безвідмовної роботи між $(k-1)$ і k -відмовами.

Якщо випробування проводиться для декількох зразків, то отримаємо вираз

$$t_{cp} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M t_{cpi} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^n t_k,$$

де M – число зразків;

i – число випробовуваних зразків;

t_{cpi} – середній час між відмовами i -зразка.

2.4. Щільність розподілу відмов

Введемо поняття щільності розподілу відмов $f(t)$ (або частоти відмов) у вигляді

$$f(t) = -dP(t)/dt.$$

Оскільки, як вказувалося раніше

$$P(t) + Q(t) = 1 \text{ і } Q(t) = 1 - P(t), \text{ то } f(t) = -dP(t)/dt.$$

Дійсно, крива $P(t)$ монотонно убиває, її похідна негативна; сама ж ймовірність безвідмовної роботи завжди позитивна.

Неважко переконатися, що

$$\int f(t) dt = \int (dQ(t))/dt = Q(t) = Q(\infty) - Q(0) = 1, \text{ так як } Q(\infty) = 1 \text{ і } Q(0) = 0.$$

Інтегральне рівняння $\int f(t) dt = 1$ дає можливість для розрахунку $f(t)$, а по ньому $P(t)$ і $Q(t)$.

Щільність розподілу відмов $f(t)$ показує, як нарастає в часі число відмов. Зазвичай статистичні випробування виробляються в певному інтервалі часу $[t_1, t_2]$. Щільність розподілу відмов може бути визначена зі співвідношення

$$f(t_1, t_2) = \frac{n(t_1, t_2)}{N_0(t_2 - t_1)},$$

де $n(t_1, t_2)$ – число поламаних елементів за інтервал часу $[t_1, t_2]$;

N_0 – число поставлених на випробування елементів.

Легко також отримати вираз для ймовірності безвідмовної роботи у вигляді

$$P(t) = 1 - Q(t) = \int_0^{\infty} f(t) dt - \int_0^t f(t) dt = \int_t^{\infty} f(t) dt.$$

Таким чином, маємо

$$Q(t) = \int_0^t f(t) dt; P(t) = \int_t^{\infty} f(t) dt.$$

2.5. Інтенсивність відмов

Відношення числа відмовили виробів на одиницю часу до середнього числа виробів, що продовжують безвідмовно працювати, є інтенсивність відмов.

$$\lambda(t) = \frac{n(t)}{N(t)\Delta t},$$

де $n(t)$ – число відмовили елементів у відрізку часу від $t=-\Delta t/2$ до $t=\Delta t/2$;

$$N(t)=1/2(N_{k-1}+N_k);$$

$N_{k-1}(t)$ – число безвідмовно працюючих елементів на початку інтервалу часу Δt ;

N_k – число безвідмовно працюючих елементів в кінці інтервалу Δt .

Інтенсивність відмов називають λ -характеристикою. Вона показує, яка частина елементів виходить з ладу в одиницю часу по відношенню до середнього числа безвідмовно працюючих елементів. Інтенсивність відмов – це умовна щільність ймовірності виникнення відмов виробу до моменту часу t при припущенні, що до цього моменту відмова не відбулась.

$$\lambda(t)=f(t)/P(t).$$

На початку експлуатації $P(t)\approx 1$ і значення функцій $\lambda(t)$ і $f(t)$ співпадають. Але в міру експлуатації величина $P(t)$ зменшується і $\lambda(t)$ стає більше $f(t)$. Імовірність безвідмовної роботи $P(t)$ протягом гарантійного терміну задається у вигляді часток одиниці, зазвичай 0,9; для високонадійних систем – 0,99 або навіть 0,999. Кількість дев'яток в цих цифрах визначає, таким чином, ступінь надійності виробів (ймовірність безвідмовної роботи), і маркується, в ряді випадків, на виробках або наводиться в паспортні дані. Це число дозволяє проводити необхідні розрахунки характеристик надійності.

При статистичних випробуваннях в інтервалі часу Δt для розрахунків $\lambda(t)$ і $f(t)$ користуються залежностями

$$\lambda(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp}\Delta t} \quad f(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0\Delta t},$$

де $N_{cp}=(N_0+N(t))/2$.

Неважко переконатися, що ці вирази відрізняються значеннями, находячи в знаменнику N_0 і N_{cp} . На всьому інтервалі експлуатації високонадійних систем $\lambda(t)\approx f(t)$.

Приклад. На випробування поставлено 10 мільйонів (10^7) діодів. Через 10 тисяч годин відмовило 40 тисяч діодів. За Подальший інтервал 100 годин вийшло з ладу 500 діодів. Розрахувати щільність розподілу відмов $f(t_1,t_2)$ і інтенсивність відмов $\lambda(t_1,t_2)$ за інтервал 100 годин.

$$\text{Маємо } N(\Delta t_1)=10^7;$$

$$N(\Delta t_1+\Delta t_2)=10^7-40\cdot 10^3-500=9959500;$$

$$N_{cp}=1/2 [N(\Delta t_1)+N(\Delta t_1+\Delta t_2)]=9979700;$$

$$f(\Delta t_2)=500/10^7 \cdot 100=0,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год};$$

$$\lambda(\Delta t_2)=500/ (9,979 \cdot 10^7 \cdot 100)=0,501 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год}.$$

Звернемо увагу на те, що відмінність $f(\Delta t_2)$ від $\lambda(\Delta t_2)$ враховується тільки в третьому знаку результатів розрахунку.

Умовно робота елементів і систем характеризується трьома етапами: доведення, нормальної експлуатації, старіння. Як видно з наведеного нижче рис. 3, перший етап $(0, t_1)$ – етап доведення, відрізняється невеликою кількістю поступових відмов, основними тут є раптові відмови. Виходять з ладу елементи з малим запасом міцності. Попереднє тренування деталей підвищує експлуатаційну надійність. Другий етап $[t_1, t_2]$ – період нормальної експлуатації, характеризується пониженим рівнем і зразковою постійністю інтенсивності відмов. Переважають раптові відмови. Тривалість цього періоду залежить від середнього терміну служби елементів і від умов експлуатації. І, на сам кінець, третій етап від t_2 і далі, період старіння, обумовлений зносом і старінням елементів, і характерний значним зростанням числа відмов. Настає час фізичного та морального зносу, подальша експлуатація системи недоцільна.

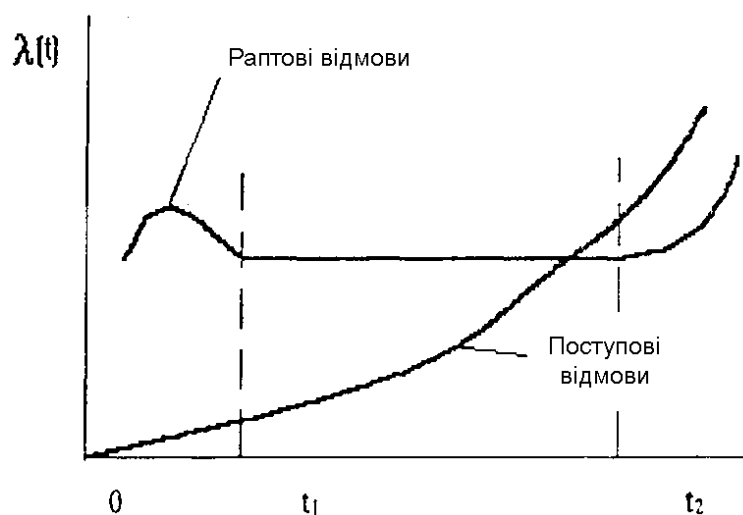


Рис. 3. Функції зміни інтенсивності відмов у часі

Інтенсивність відмов (λ -характеристика) є однією з найважливіших величин в теорії надійності, пов'язаних з розглянутими раніше іншими величинами. Покажемо зв'язок між λ -характеристикою і ймовірністю безвідмовної роботи $P(t)$.

З виразу для λ -характеристики

$$\lambda(t)=f(t)/P(t),$$

маючи на увазі, що

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d[1 - P(t)]}{dt} = \frac{dP(t)}{dt},$$

маємо

$$\lambda(t) = -\frac{dP(t)/dt}{P(t)}.$$

Про інтегруємо цей вираз

$$\int_0^t \lambda(t)dt = -\int_0^t \frac{dP(t)/dt}{P(t)}dt = -\int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} = -\ln P(t),$$

звідси маємо

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}.$$

Іншими словами, зв'язок між інтенсивністю відмов і ймовірністю безвідмовної роботи однозначний.

Коли ефект старіння елементів невідчутний, $\lambda=\lambda_1=\text{const}$, маємо експонентний закон надійності $P(t)=e^{-\lambda_1 t}$, тобто ймовірність безвідмовної роботи убуває з часом по експоненціальній кривій (рис. 4). Таку криву називають функцією надійності. Вона має велике значення для практичного використання, коли необхідно знати, з якою ймовірністю система управління здатна виконати завдання, що вимагає певної тривалості безвідмовної роботи. Через λ -функцію можна виразити середній час безвідмовної роботи (середній наробіток об'єкта до відмови) $T_{\text{ср}}$.

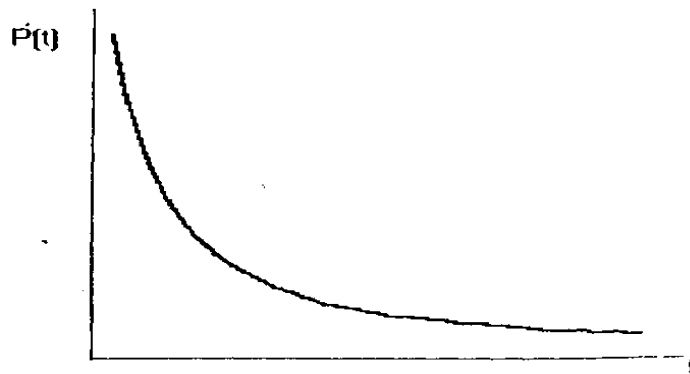


Рис. 4. Експоненціальна крива

$$T_{cp} = + \int_0^{\infty} P(t) dt \quad \text{і} \quad P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

Маємо

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} dt$$

Якщо $\lambda = \lambda_1 = \text{const}$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} e^{-\int_0^t \lambda_1 dt} dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} dt = -1/\lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} d(-\lambda_1 t) = -\frac{1}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \Big|_0^{\infty} = 1/\lambda_1$$

Тут $\lambda_1 = 1/T_{cp}$ – середнє число відмов в одиницю часу.

При експоненціальному законі надійності $P(t) = e^{-\lambda_1 t}$, якщо $\lambda_1 = 1/T_{cp}$ і $t = T_{cp}$, $P(t) = e^{-1} = 0,368$.

Таким чином, при часу роботи не відновлюваного об'єкта, рівному середнього наробітку до відмови T_{cp} ймовірність безвідмовної роботи зменшується в e раз, де e – основа натуральних логарифмів.

Відзначимо, що для високонадійних не відновлювальних радіо компонентів середнє напрацювання для першої відмови є поняттям умовним, оскільки час експлуатації складних систем набагато менше T_{cp} .

Наприклад, для окремо взятого резистора $\lambda_1 = \text{const} = 0,1 \cdot 10^{-6}$ 1/час; $T_{cp} = 1/\lambda_1 = 1/(0,1 \cdot 10^{-6}) = 10^7$ годин. Це $417 \cdot 10^3$ діб, або 1140 років. Але якщо взяти телевізор третього покоління з числом резисторів 50000, $T_{cp} = 1140/50000 \approx 0,23$ року.

З урахуванням інших особливостей роботи ймовірність безвідмовної роботи телевізорів в рік не перевершить 0,9. Таким чином при випуску чергової партії телевізорів потрібно передбачити ремонт 10% від числа партії, що випускається та створення відповідної ремонтної бази і певна кількість запчастин до них.

Цей приклад ілюструє необхідність ретельного опрацювання питань надійності. Помилка в розрахунках в одну або іншу сторону призведе або до збільшення вартості ремонтної бази і невиправданого збільшення необхідних запчастин, або до створення дефіциту запчастин і появи черг для проведення

ремонтних робіт. В обох випадках неминучі значні матеріальні втрати, які набагато перевищують вартість проведення розрахунків надійності.

ЛЕКЦІЯ №3. КРИТЕРІЇ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ ВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ

3.1. Три класи систем управління

У системах управління використовуються дуже дорогі матеріали та обладнання. За деякими даними вартість хімічно чистого кремнію, використовуваного для електротехнічних потреб, в два рази більше золота при одній і тій же вазі; вартість систем управління верстатів в два, два з половиною рази вище вартості самих верстатів. Тому при експлуатації прагнуть електрообладнання та системи управління багаторазово відновлювати. Дуже важливо правильно визначити величину запасних частин з тим, щоб забезпечити нормальну експлуатацію систем управління, з одного боку, але й не нехтувати виробничим капіталом не вживаних і незатребуваних запасних частин – з іншого.

Залежно від призначення розрізняють три класи систем управління. До першого класу відносяться системи, які за умовами експлуатації не можуть ремонтуватися під час роботи. Від них вимагається безвідмовна робота протягом заданого часу $P_1(t)=P(t)$. Системи другого класу тривало знаходяться в стані готовності, а використовуються короткочасно, у разі потреби. Ці системи повинні в довільний момент часу бути готовими до роботи і не мати несправностей на протязі заданого часу. Апаратура систем другого класу ремонтується під час експлуатації. Характеристикою таких відновлюваних систем є ймовірність успішного використання

$$P_2(t, \tau)=k_r(t)P(\tau).$$

де $P_2(t, \tau)$ – ймовірність того, що система в момент часу t буде в справному стані і безвідмовно пропрацює протягом часу τ ;

k_r – коефіцієнт готовності: вірогідність того, що апаратура в довільний момент часу готова до роботи;

$P(\tau)$ – ймовірність безвідмовної роботи в інтервалі тривалістю τ ;

t – момент початку використання системи;

τ – час, необхідний для вирішення даного завдання.

До третього класу відноситься апаратура, що використовується безперервно. Наприклад, апаратура обчислювального центру повинна найбільшу частину часу працювати безвідмовно.

Системи третього класу працюють за циклічним режимом. У цикл входять період експлуатації і період відновлення (рис. 5).

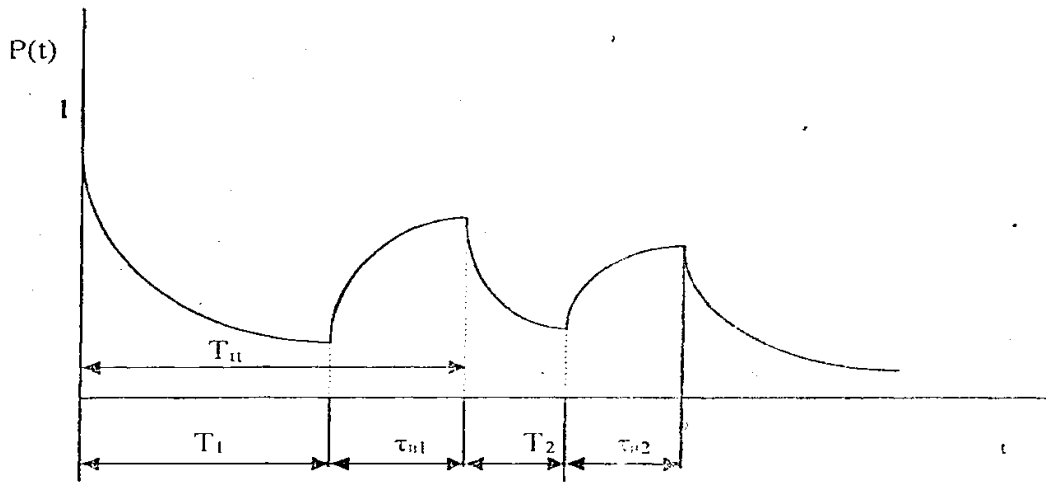


Рис. 5. Цикли експлуатації і відновлення систем

Позначимо через T – час знаходження апаратури в експлуатації, τ – час відновлення. Вважаємо, що число циклів кінцеве і рівне k . На i -циклі маємо

$$T_k + \tau_{вк} = T_{ц},$$

де T_k – час перебування виробу в експлуатації;

$\tau_{вк}$ – час відновлення (ремонт);

$T_{ц}$ – час циклу.

Позначимо, як і раніше, через T_k математичне очікування наробітку об'єкта від $k-1$ відновлення до k -відмови. Для T_k , як показано раніше, маємо

$$T_k = M\{T_i\} = \int_0^{\infty} t f_k(t) dt = - \int_0^{\infty} t dP_k(t) = \int_0^{\infty} P_k(t) dt$$

Для багатьох систем час роботи виробу багато більше часу відновлення $T_k \gg \tau_{вк}$. Тоді $T_{ц} \approx T_k$ і якщо через ω_k позначити частоту потоку відмов, то матимемо $\omega_k = 1/T_k$.

3.2. Імовірність відновлення. Частота відновлення

Для систем багаторазової дії важливим параметром поряд з імовірністю безвідмовної роботи є ймовірність відновлення. Ця ймовірність залежить від того, наскільки швидко досягається відновлення робочого стану системи після відмови. Таким чином за ймовірність відновлення $s(t)$ приймається ймовірність відновлення системи управління за час $T < \tau$, де τ – норма відновлення.

$$s(t) = s[t \leq \tau].$$

Властивості функції $s(t)$: $s(0) = 0$; $s(\infty) = 1$; $s(t)$ – позитивна функція, наростаюча у часі (рис. 6).

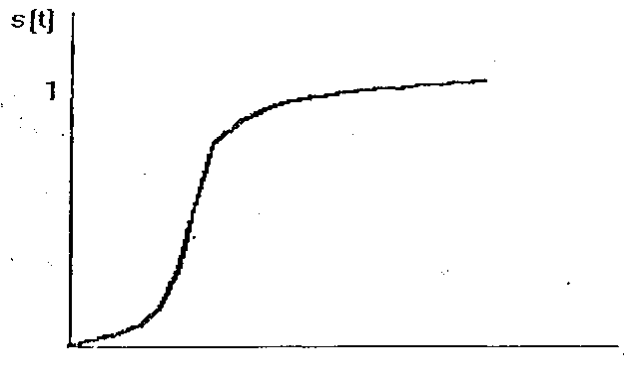


Рис. 6. Графік функції вірогідності відновлення

Функція $s(t)$ є визначальною при аналізі ремонтпридатності систем управління.

Для статистичного визначення $s(t)$ використовують вираз

$$s(t) = N_B / N_{OB},$$

де N_B – число відновлених виробів;

N_{OB} – загальне число виробів, відновлених на момент $t=0$.

Частота відновлення

Похідну функції $s(t)$ назвемо частотою відновлення $a_B(t)$. Маємо

$$a_B(t) = ds(t)/dt \text{ і } a_B(t) = n_B(\Delta t) / N_{OB}(\Delta t),$$

де $n_B(\Delta t)$ – число відновлених виробів на інтервалі часу $(t - \Delta t/2, t + \Delta t/2)$.

3.3. Інтенсивність відновлення

За аналогією з λ -функцією, позначимо через $\mu(t)$ інтенсивність відновлення.

$$\mu(t) = a_B / (1 - s(t)).$$

Інтенсивність відновлення – це умовна щільність розподілу часу відновлення для моменту часу t за умови, що до цього часу відновлення виробу не відбулося. Ще раз підкреслимо, що система управління може знаходитися в двох станах: $x(t)=1$ – стан працездатності і $x(t)=2$ – стан ремонту. Поведінку системи може бути описано за допомогою графа переходів (рис. 7). На ньому за допомогою кругів з номером позначено стан системи, а за допомогою дуг зі стрілками – напрям переходів і ймовірності цих переходів за інтервал часу Δt .

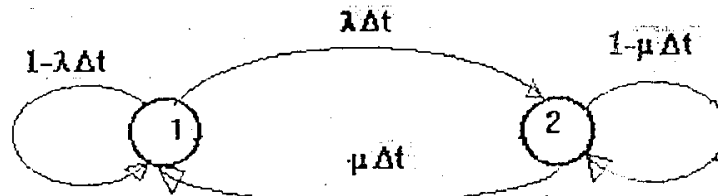


Рис. 7. Графік переходів стану системи

Проробимо з функцією $\mu(t)$ ті ж операції, що і з λ -функцією.

$$\mu(t) = \frac{a_B(t)}{1-s(t)} = \frac{d[s(t)]/dt}{1-s(t)} = -\frac{d[1-s(t)]/dt}{1-s(t)};$$

$$\int_0^t \mu(t) dt = -\int_0^t \frac{d[1-s(t)]}{1-s(t)}; \quad \int_0^t \mu(t) dt = -\ln[1-s(t)].$$

Звідси

$$e^{\int_0^t \mu(t) dt} = 1-s(t); \quad s(t) = 1 - \exp\left[-\int_0^t \mu(t) dt\right].$$

Якщо інтенсивність відновлення є постійною величиною, $\mu(t)=\mu_1=\text{const}$, то $s(t)=1-e^{-\mu_1 t}$. Цей експонентний закон зміни $s(t)$ найбільш часто використовується в теоретичних розрахунках. На практиці зазвичай експонентний закон не досягається і результати розрахунків виходять з деяким запасом.

3.4. Коефіцієнт готовності

Для оцінки працездатності в довільний момент часу t вводяться поняття коефіцієнта готовності $k(t)$ – ймовірність того, що об'єкт знаходиться в працездатному стані. $k(t)$ – єдина узагальнена координата, що дозволяє судити про працездатність системи в періоди експлуатації $T_1, T_2 \dots$ і в періоди ремонту

(відновлення) $\tau_{B1}, \tau_{B2} \dots$. Іноді $k(t)$ називають нестационарним коефіцієнтом готовності. Для статистичних розрахунків $k(t)$ використовують вираз:

$$k(t) = N(t) / N_0(t),$$

де $N(t)$ – число виробів, що знаходяться в працездатному стані в будь-який момент часу;

$N_0(t)$ – загальне число виробів в момент часу $t=0$ (на початку експлуатації), що знаходяться в експлуатації, в ремонті і в запасі.

Якщо припустити, що число циклів експлуатації велике, то значення T_k і τ_k можна усереднити і ввести поняття стаціонарного коефіцієнта готовності K_r

$$K_r = \sum T_i / (\sum T_i + \sum \tau_B).$$

Стаціонарний коефіцієнт готовності K_r – це ймовірність того, що апаратура працездатна в довільний, достатньо віддалений від початку експлуатації момент часу $k_a = \lim_{t \rightarrow \infty} k(t)$.

І, нарешті, в теорії ймовірності використовують поняття стаціонарного коефіцієнта оперативної готовності (КОГ) $КОГ = R(t, t_0)$.

Припустимо, виріб пропрацював досить тривалий період часу, можливо моторесурс вичерпаний повністю. Яка ймовірність його безвідмовної роботи ще протягом часу t_0 ? КОГ і визначає можливість подальшого використання виробу протягом деякого часу t_0 . КОГ визначає ймовірність безвідмовної роботи після великого часу експлуатації $КОГ = k(t) \cdot P(t+t_0)$.

ЛЕКЦІЯ № 4. ВИДИ РОЗПОДІЛІВ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ВИКОРИСТОВУВАНИХ В ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

4.1. Види розподілів

При дослідженні надійності систем з використанням апарату класичної теорії ймовірності можна виділити два етапи:

1. Аналіз роботи системи з метою визначення ймовірності відмови в певний фіксований момент часу. У загальному випадку час роботи до відмови є випадковою величиною.

2. Аналіз роботи системи протягом часу експлуатації. Розподіл ймовірностей відмов у часі підпорядковується певним законам і має надзвичайно важливе значення.

Найбільш важливими і часто використовуваними видами розподілів є:

- Експоненціальний;
- Нормальний;
- Біноміальний;
- Релея;
- Вейбулла.

Цими видами розподілів їх число, що використовується в даний час в загальній теорії надійності, не вичерпується. Їх загальна кількість з сучасними модифікаціями налічує близько двадцяти. Однак, необхідно насамперед розглянути ті види розподілів, які найбільш широко використовуються в теорії надійності систем автоматичного управління.

4.2. Експоненціальний розподіл

Експоненціальний розподіл в багатьох сенсах є основним в теорії надійності. Воно дає найбільш прості залежності для розрахунків надійності. Якщо в розрахунках використовують інші закони розподілу експоненціальним, як правило, користуються для попередньої оцінки надійності виробу.

Як показано раніше, у найпростішому випадку, коли процеси старіння відсутні, має місце сталість інтенсивності відмов, що відповідає випадку експоненціального розподілу. Експоненціальний розподіл дає хороший опис тривалості безвідмовної роботи пристроїв, які не змінюють своїх імовірнісних характеристик з плином часу.

Основними величинами, що характеризують експонентний закон розподілу, є:

- інтенсивність відмов – λ (через неї виражається ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ і ймовірність відмови $Q(t)$);
- напрацювання до відмови T_i ;
- дисперсія D .

Як показано раніше, при $\lambda = \text{const}$, ймовірність безвідмовної роботи визначається виразом $P(t) = e^{-\lambda t}$ і носить експонентний характер. При $t=0$ $P(t)=1$, при $t \rightarrow \infty$ $P(\infty)=0$. Сполучена з $P(t)$ характеристика безвідмовної роботи $Q(t) = 1 - P(t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Напрацювання до відмови T_i має вигляд

$$T_i = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Щільність розподілу відмов

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}.$$

Дисперсія (D) дозволяє оцінити розсіювання можливих значень випадкової величини навколо її середнього значення. Відхилення випадкової величини від її середнього значення можуть бути позитивними і негативними. Тому середнє значення відхилень випадкової величини дорівнює нулю. Для оцінки розсіювання можливих значень випадкової величини можна користуватися або абсолютними значеннями відхилень, або їх квадратами. Найчастіше йдуть шляхом обчислення середнього значення квадрата відхилення, яке і називають дисперсією.

Дисперсією (розсіюванням) дискретної випадкової величини називають математичне очікування квадрата відхилення випадкової величини від її математичного очікування.

Для обчислення дисперсії часто використовують наступну теорему: дисперсія дорівнює різниці між математичним очікуванням квадрата випадкової величини X і квадрата її математичного очікування.

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2.$$

Для експоненціального розподілу дисперсію обчислюють на підставі вираження

$$D = \int_0^{\infty} t^2 \lambda e^{-\lambda t} dt - \frac{1}{\lambda^2}.$$

Інтегруючи по частинам

$$D = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Вираз $D = 1/\lambda^2$ і використовують в практичних розрахунках.

Важливою властивістю експоненціального розподілу є те, що залишковий час життя вже пропрацьованого елемента не залежить від тривалості періоду попередньої роботи. Цю властивість іноді називають властивістю відсутності післядії. Воно говорить про те, що вже пропрацював будь-який час і не відмовив елемент з експоненціальним розподілом часу безвідмовної роботи не гірше абсолютно нового. Ця властивість має важливі чисто прикладні наслідки, з неї випливає, що оскільки вже пропрацьований елемент за статистичними характеристикам не відрізнити від абсолютно нового, то не має сенсу проводити будь-які планові заміни, якщо відомо, що елемент ще не відмовив. Крім того, для статистичних оцінок середнього рівня безвідмовної роботи достатньо мати дані лише про сумарний час спостереження (про сумарну напрацьованість) і про число відмов, які сталися, а інформація від попередньої напрацьованості різних елементів при цьому виявляється неістотною. Ця інваріантність від часу легко доводиться з виразу

$$P(t+\tau)=P(t)\cdot P(\tau).$$

Звідки

$$P(\tau) = \frac{P(t+\tau)}{P(t)} = \frac{e^{\lambda(t+\tau)}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda\tau}.$$

У виразі $P(\tau)=e^{-\lambda\tau}$ немає залежності від t , ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі $[t, t+\tau]$ інваріантна по відношенню до часу. Для високонадійних виробів з малим терміном експлуатації при $\lambda t \ll 1$ можна від експоненціального закону $P(t)=e^{-\lambda t}$ перейти до лінійного закону розподілу $\lambda=\alpha=\text{const}$.

$$P(t)=1-\alpha t; Q(t)=1-P(t)=1-(1-\alpha t)=\alpha t.$$

Якщо система управління складається з послідовно з'єднаних елементів або блоків при експоненціальному розподілі сумарне значення інтенсивності відмов системи визначається з виразу

$$\lambda = \sum_{i=1}^k n_i \lambda_i,$$

де n_i – число елементів i -типу;

λ_i – інтенсивність відмов кожного типу;

k – число різних типів елементів у системі.

Приклад 1. Система управління складається з наступних елементів, які мають експоненціальний розподіл часу роботи до відмови:

- 10 діодів, $\lambda_d = 2 \cdot 10^{-6}$ 1/Год;
- 4 транзистори, $\lambda_T = 10 \cdot 10^{-6}$ 1/Год;
- 20 опорів, $\lambda_o = 1 \cdot 10^{-6}$ 1/Год;
- 10 конденсаторів, $\lambda_k = 2 \cdot 10^{-6}$ 1/Год.

Знайти $\lambda_{сист}$ системи.

Інтенсивність відмов системи $\lambda_{сист}$ визначається з виразу

$$\lambda_{сист} = \sum_{i=1}^4 n_i \lambda_i \quad \lambda = (10 \cdot 2 + 4 \cdot 10 + 20 \cdot 1 + 10 \cdot 2) \cdot 10^{-6} = 100 \cdot 10^{-6}$$

Приклад 2. Електролітичний конденсатор має наступні дані $\lambda = 0,01$ 1/год, термін його експлуатації $t = 50$ годин. Визначити основні показники надійності за умови експоненціального розподілу ймовірності відмов.

Рішення маємо з наведених вище залежностей:

- $P(50) = e^{-0,01 \cdot 50} = e^{-0,5} = 0,607$;
- $Q(50) = 1 - P(50) = 1 - 0,607 = 0,393$;
- $T_1 = 1/\lambda = 1/0,01 = 100$ год;
- $D = 1/\lambda^2 = 1/0,01^2 = 10000$ год².

4.3. Нормальний розподіл

Закон нормального розподілу найпростіше показати на конкретному прикладі. Припустимо, що ми маємо партію однакових резисторів. Задана величина опору резистора – 100 Ом. Однак найчастіше має відхилення величини реального опору кожного резистора від величини 100 Ом. Визначимо точне значення опору кожного резистора партії і складемо таблицю, де в першій строчці вкажемо величину опору, а в другій – число резисторів N, що має цей опір.

R, Ом	85-87	87-89	91-93	93-95	95-97	97-99	99-101
N, шт	1	1	5	11	47	58	70
R, Ом	101-103	103-105	105-107	107-109	109-111	111-113	113-115
N, шт	62	40	27	12	3	0	1

Якщо побудувати залежність $N=f(R)$, то отримаємо деякий закон відхилення опору резисторів від заданої середньої величини. У загальному випадку аргумент цієї функції позначають через X . Ця залежність частоти випадання подій від заданого значення параметра наведена на рис. 8.

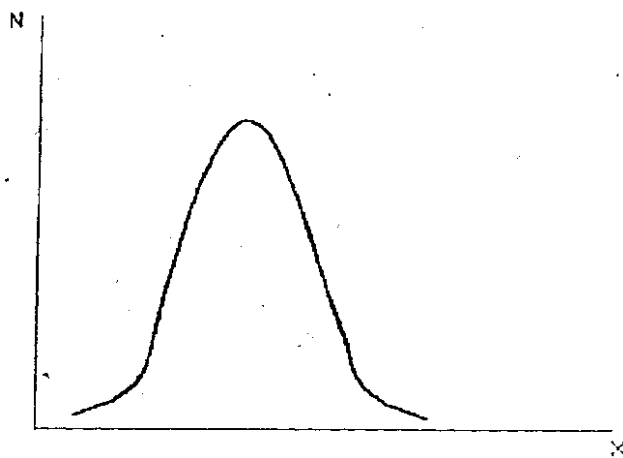


Рис. 8. Графік функції щільності нормального розподілу

Приведений закон щільності розподілу помилок у функції можливих значень параметра і є законом нормального розподілу. При великій кількості експериментів цей закон з високою ступеню точності збігається з теоретичною кривою нормального розподілу, яка має вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x)^2}{2\sigma^2}},$$

де x – випадкова величина (у нашому випадку можливе значення опору резистора);

x – середньоарифметичне значення (математичне очікування) при кінцевому числі подій (в даному випадку вимірювань);

σ – середньоквадратичне відхилення $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x - x)^2}{n - 1}}$.

Крива нормального розподілу володіє рядом специфічних особливостей. Площа, що охоплюється кривою розподілу в зоні σ (на рис. 9 заштрихована) становить 68,2% від усієї площі; в зоні 2σ – 95,4%, в зоні 3σ – 99,73%. Таким чином, практично всілякі прояви подій з імовірністю 0,997 впираються в зону 3σ .

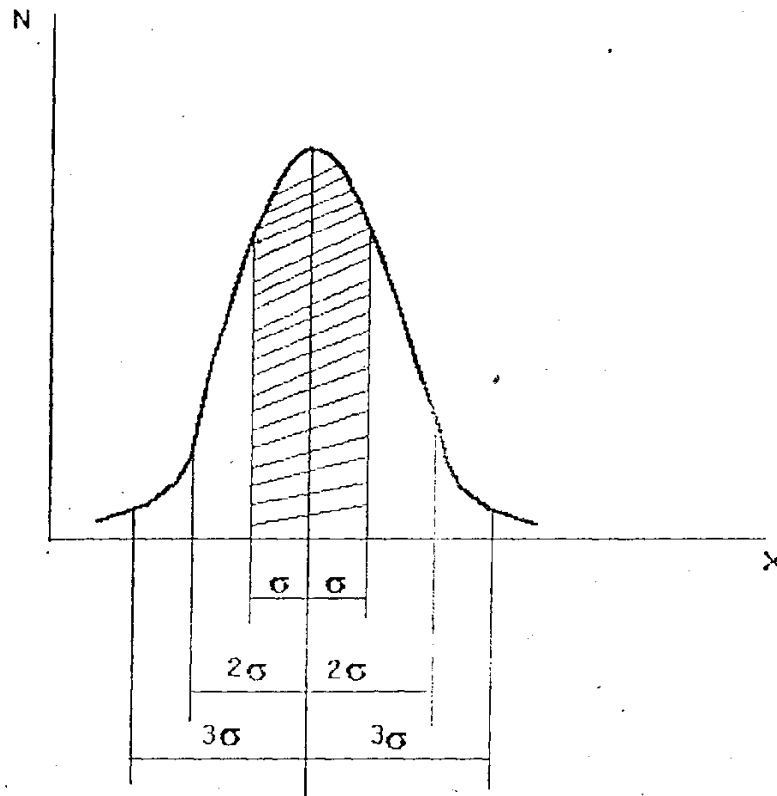


Рис. 9. Крива нормального розподілу

Криву нормального розподілу часто називають кривою Гауса. Властивості кривої Гауса часто використовують на практиці.

Приклад. У партії 50 штук конденсаторів. За технічними умовами значення їх ємності повинно бути в межах $1 \text{ мкФ} \pm 5\%$. Середнє значення за результатами вимірювань – 1 мкФ . Середнє арифметичне значення $\sigma = 0,05 \text{ мкФ}$. Скільки відсотків конденсаторів, виявляться вийшли за задані межі при суцільній перевірці даної партії конденсаторів.

Відповідно до властивостями кривої Гауса 68,2% конденсаторів впадуться в задані межі; непридатними виявляться 31,8% конденсаторів. Необхідно проводити суцільну перевірку конденсаторів партії.

Крива Гауса має область визначення параметрів від $-\infty$ до $+\infty$. Для випадку напрацювання на відмову виробу час t може бути тільки позитивним. Тому при визначенні функції $P(t)$ приймається область існування t від 0 до ∞ .

Розрахункові формули для $P(t)$, $Q(t)$, і $f(t)$ в інтервалі $[0, T_1]$ виглядають наступним чином

$$P(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^t \exp\left[-\frac{(x-T_1)^2}{2\sigma^2}\right] dx ;$$

$$Q(t) = 1 - P(t) \quad Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(x - T_1)^2}{2\sigma^2}\right] dt ;$$

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} \quad f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(x - T_1)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Криві функції $P(t)$, $f(t)$ і $\lambda(t)$ для нормального розподілу представлені на рис.

10. При цьому $f(t)$ будується, як похідна від $P(t)$.

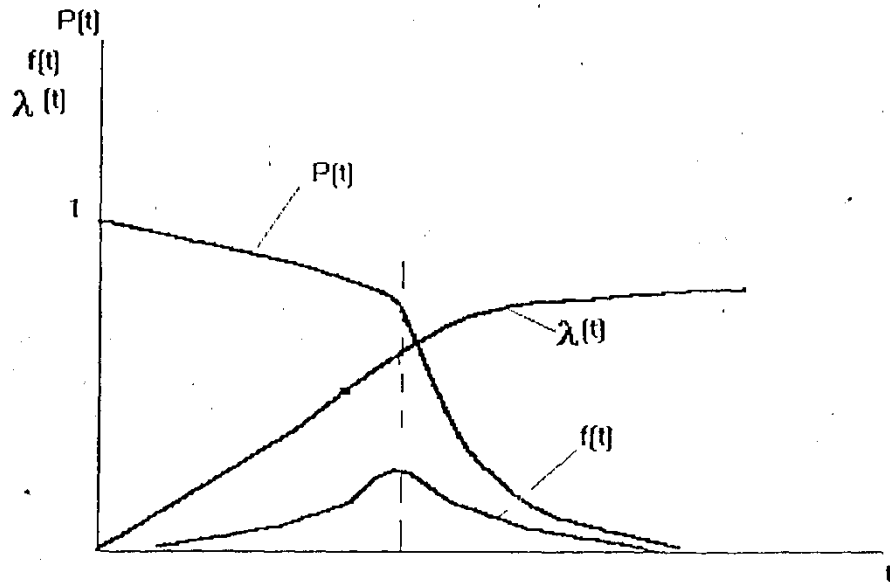


Рис. 10. Криві функцій $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$

При дослідженні імовірності відмови на малому відрізку часу $t \ll \sigma$ використовується нормальний розподіл з нормованим множником. Цей розподіл називають усіченим нормальним розподілом. Він має місце при обмеженні інтервалу можливих значень змінної випадкової величини. Введемо поняття функції щільності усіченого розподілу $f_1(t)$ у вигляді:

$$f_1(t) = cf(t),$$

де $f(t)$ – щільність розподілу по Гаусу;

c – нормований множник.

Умовою знаходження нормованого множника c є те, що подія обов'язково здійсниться на заданому інтервалі $[t_1, t_2]$.

$$\int_{t_1}^{t_2} f_1(t) dt = 1 \quad \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) dt = c \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt \quad 1 = c \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

Звідси

$$c = \frac{1}{\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt}$$

Підставами сюди вирази для $f(t)$ у вигляді $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp - \frac{(x - T_1)^2}{2\sigma^2}$

використовуючи підстановки у вигляді:

$$u = \frac{t - T_1}{\sigma} \text{ чи } u_1 = \frac{t_1 - T_1}{\sigma}; \quad u_2 = \frac{t_2 - T_1}{\sigma},$$

і, позначивши через F_u вираз $\frac{1}{2\pi} \int_0^u \exp \frac{u^2}{2} du$, отримаємо вираз для нормованого

множника c :

$$c = \frac{1}{F(u_1) - F(u_2)}$$

Для знаходження ймовірності безвідмовної роботи $P(t)$ перейдемо до змінної t існуючої в межах $t_1 \leq t \leq t_2$:

$$P(t) = c \left[\frac{1}{2} - F\left(\frac{t - T_1}{\sigma}\right) \right].$$

Приклад. За технічними умовами для електролітичних конденсаторів типу К50-18 середнє напрацювання на відмову складає 5000 годин при $\sigma=500$ годин. Конденсатор в умовах нормальної експлуатації пропрацював 4000 годин. Яка ймовірність того, що він безвідмовно пропрацює ще 1500 годин, якщо закон розподілу наробітку до відмови нормальний усічений?

Маємо $T_1=5000$ год, $t_1=4000$ год, $t_2=4000+1500=5500$ год.

$$u_1 = \frac{t_1 - T_1}{\sigma} = \frac{4000 - 5000}{500} = -2$$

$$\text{Звідси } u_2 = \frac{t_2 - T_1}{\sigma} = \frac{5500 - 5000}{500} = 1$$

По таблиці Гаусової функції:

$$F(u_1) = -F(u_2) = -0,471;$$

$$F(u_2) = -F(u_1) = 0,341;$$

$$c = \frac{1}{F(u_1) - F(u_2)} = \frac{1}{0,341 + 0,471} = \frac{1}{0,778};$$

$$P(t_1, t_2) = c \left[\frac{1}{2} - F(u_2) \right] = \frac{1}{778} \left(\frac{1}{2} - 0,341 \right) = \frac{0,159}{0,778} = 0,2 .$$

З 80% випадків конденсатор при подальшій експлуатації повинен відмовити.

ЛЕКЦІЯ № 5. РОЗПОДІЛЕННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ

5.1. Біноміальний розподіл

Як відомо з курсу математики, розкладання бінома Ньютона має вигляд:

$$(p + q)^n = C_n^n p^n + C_n^{n-1} p^{n-1} q + \dots + C_n^k p^k q^{n-k} + \dots + C_n^0 q^n .$$

Загальний член розкладання має вигляд $C_n^k p^k q^{n-k}$. Але якщо позначити через p імовірність настання події, а через $q=1-p$ – ймовірність ненастання події, через C_n^k – число сполучень із n можливих подій по k подій, то ймовірність появи k разів подій в n випробуваннях визначається з формули Бернуллі.

$$p_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k} .$$

Але цей вид запису формули Бернуллі такий же як і вид запису загального члена розкладання ряду Ньютона. Формула Бернуллі є аналітичним виразом біноміального розподілу. Ця форма розподілу названа біноміальною бо праву частину формули Бернуллі можна розглядати як форму запису загального члена розкладання бінома Ньютона.

У своїй основній формі біноміальний розподіл описує події, що мають два результати, що взаємно виключають один одного. Наприклад, радіодеталі можуть бути в двох станах: працездатному (РБС) і непрацездатному (НРС).

Приклад 1. У коробці знаходяться 100 радіоелементів, з них 90 – РБС, 10 – НРС. Знайти правило розрахунку ймовірності, якщо робити вибірки з одного, двох і т.д. елементів.

Якщо $k=1$, тобто вибирати щоразу по одному елементу $p=0,9$, $q=0$, $p+q=1$; $0,9+0,1=1,0$.

При $k=2$ можливі три варіанти:

- обидва РБС $p \cdot p = p^2$;
- обидва НРС $q \cdot q = q^2$;

- один РБС, один НРС $2pq$.

Загальна ймовірність $(p+q)^2=p^2+2pq+q^2$.

При $k=3$ можливі чотири варіанти:

- три РБС p^3 ;
- 2РБС+1НРС $3p^2q$;
- 1РБС+2НРС $3pq^2$;
- 3НРС q^3 .

Загальна ймовірність $(p+q)^3=p^3+3p^2q+3pq^2+q^3$.

В загальному випадку, якщо робити вибір з k -елементів

$$(p+q)^k = p^k + C_k^1 p^{k-1} q + \dots + C_k^2 p^{k-2} q^2 + \dots + q^k$$

Даний розподіл дає можливість розрахувати ймовірність появи m сприятливих подій, в даному випадку – вибірки всіх РБС із загального числа n подій (з 100 радіоелементів).

$$P_n^m = C_n^m p^m q^{n-m}$$

Математичне сподівання $M(n)$ для сприятливих подій (вибірки РБС).

$$M(n)=n \cdot p,$$

де p – ймовірність успішного результату вибірки з 1 елемента.

Дисперсія

$$D(n)=n \cdot p \cdot q.$$

Приклад 2. У партії мікросхем з 100 штук ймовірність НРС=0,02. Яка ймовірність того, що у вибірці з 4-х елементів хоча б одна мікросхема буде НРС?

Маємо $n=100$, $k=4$, $(p+q)^4=p^4+4p^3q+6p^2q^2+4pq^3+q^4$; $p=1-q=1-0,002=0,998$.

Ймовірність того, що хоча б одна мікросхема у вибірці з 4-х елементів буде НРС

$$Q_{100}^4 = 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4; \quad Q(t) = 1 - P(t); \quad Q_{100}^4 = 1 - p^4;$$

$$Q_{100}^4 = 1 - 0,998^4 = 0,0776$$

Кількість несприятливих результатів (хоча б одна з мікросхем НРС) приблизно дорівнює 8%, тобто кожна дванадцята вибірка їх 4-х елементів може містити 1 НРС елемент.

Закон біноміального розподілу часто використовується при розрахунку необхідного резерву деталей експлуатованого електрообладнання.

5.2. Розподіл Релея

Цей розподіл здається у вигляді

$$P(t) = \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_p^2}\right];$$

$$Q(t) = 1 - \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_p^2}\right];$$

$$f(t) = \frac{t}{\sigma_p^2} \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma_p^2}\right].$$

Тут σ_p – середньоквадратичне відхилення, але в масштабі Релея. Зв'язок між цим параметром Релея і середньоквадратичним відхиленням є однозначним і виражається у вигляді залежності:

$$\sigma_p = \frac{\sigma}{\sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}} = 1,526 \sigma.$$

Математичне очікування:

$$M\{T\} = T_1 = \sigma_p \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1,253 \sigma_p = 1,912 \sigma.$$

Дисперсія:

$$D = \sigma^2 = (2 - \pi/2) \sigma_p^2 = 0,429 \sigma_p^2.$$

Інтенсивність відмов:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{t}{\sigma_p^2}.$$

Характерною ознакою розподілу Релея є лінійність наростання в часі інтенсивності відмов (рис. 11). Цей вид розподілу найбільш часто використовується для розрахунку надійності об'єктів з малим терміном експлуатації. Прикладом може служити САУ ракетних установок з терміном дії 10-20 хвилин.

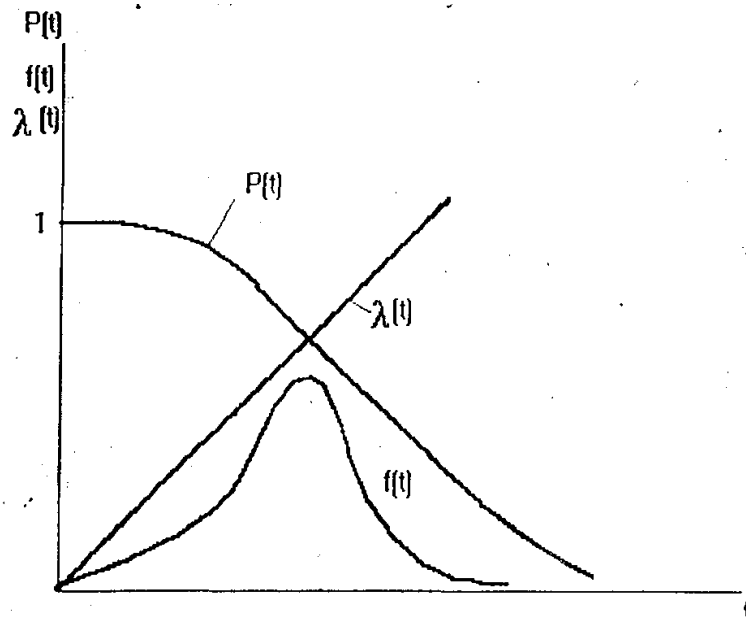


Рис. 11. Характеристики розподілу Релея

5.3. Розподіл Вейбула

Розподіл Вейбула є найбільш загальним видом розподілу. Інші види розподілів (за винятком нормального і біноміального) можуть бути отримані з цього розподілу при відповідній зміні коефіцієнтів. Розподіл Вейбула використовується для опису втомних явищ, відмов електровакуумних приладів, поломок підшипників і в інших випадках. В даний час це одне з найпопулярніших параметричних розподілів.

Розподіл Вейбула задається у вигляді

$$Q(t) = 1 - \exp(-\lambda t^m) \text{ для } t \geq 0,$$

де $\lambda, m > 0$.

Отже

$$P(t) = \exp(-\lambda t^m);$$

$$f(t) = \lambda m t^{m-1} \exp(-\lambda t^m);$$

$$\lambda(t) = \lambda m t^{m-1};$$

$$M\{T\} = T_1 - \int P(t) dt = T_1 - \int \exp(-\lambda t^m) dt = \frac{T(1/m + 1)}{\lambda^{1/m}};$$

$$D = \frac{T(2/m + 1) - T(1/m + 1)}{\lambda^{2/m}},$$

де λ – масштабний параметр або показник інтенсивності розподілу, характер розподілу залежить від λt ;

m – показник розподілу Вейбула, при $m=1$ маємо експоненціальний розподіл;

T_1 – час напрацювання до відмови.

Характер функцій $P(t)$, $\lambda(t)$, $f(t)$ залежить від величини показника розподілу Вейбула (рис. 12).

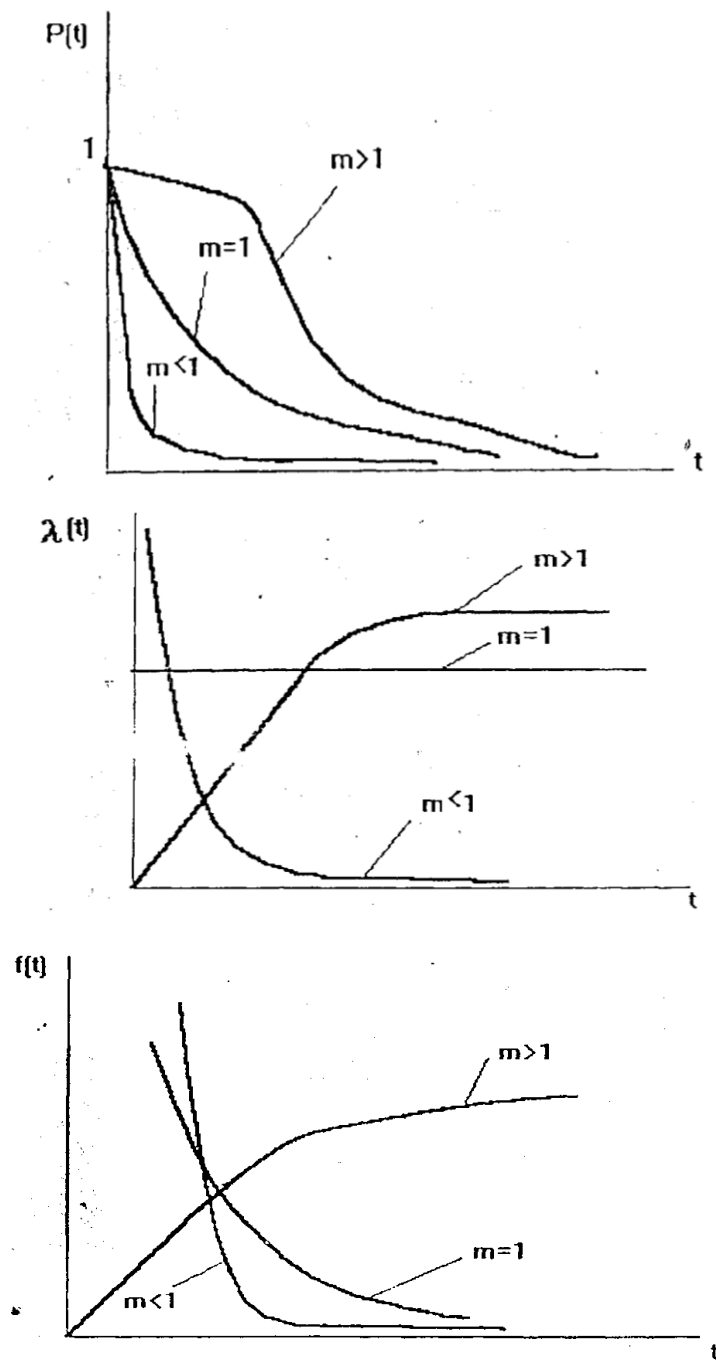


Рис. 12. Залежності $P(t)$, $\lambda(t)$, $f(t)$ розподілу Вейбула

У висновку слід підкреслити, що кожному з розглянутих вище розподілів відповідає своя ніша в розрахунках надійності систем автоматичного управління.

5.4. Найпростіший потік подій

Потоком подій називають послідовність подій, які настають у випадкові моменти часу. До числа найпростіших потоків подій належать, наприклад, послідовність відмов елементів систем автоматичного управління, надходження викликів на телефонну станцію, потік замовлень на ремонт електрообладнання та ін.

Найпростіший потік подій (або марковський потік першого роду) володіє рядом істотних властивостей. До них відносяться: стаціонарність, відсутність післядії і ординарність.

Властивість стаціонарності полягає в тому, що ймовірність появи n подій (наприклад відмов) на будь-якому проміжку часу Δt залежить тільки від значень n і Δt і не залежить від положення Δt на тимчасовій осі. Ця властивість характерна для нестаріючих виробів. Наприклад, ймовірність появи n відмов на проміжках часу $[1, 7]$; $[10, 16]$; $[T_1+6]$ однаковою тривалістю Δt , рівній шести одиницям часу, рівні між собою. Іншими словами, якщо потік має властивість стаціонарності, то ймовірність появи n відмов за проміжок тривалістю t є функція, що залежить тільки від n і t .

Властивість відсутності післядії характеризується тим, що ймовірність появи n подій на будь-якому проміжку часу не залежить від того, з'явилися або не з'являлися події в моменти часу, передують початку аналізованого проміжку. Передісторія потоку відмов (їх число і розподіл у часі) не позначається на ймовірності появи нових відмов у найближчому майбутньому. Можливі випадкові сплески відмов, але вони не відбиваються на роботі системи. Властивості системи після відновлення не погіршуються. Отже, якщо потік має властивість післядії, то має місце взаємна незалежність появи того чи іншого числа відмов у непересічні проміжки часу.

Властивість ординарності характеризується тим, що ймовірність появи більше однієї події (відмови) за малий проміжок часу надто мала в порівнянні з ймовірністю появи тільки однієї події. Поява двох і більше відмов за малий проміжок часу практично неможливо. Отже, якщо потік має властивість ординарності, то за нескінченно малий проміжок часу може з'явитися не більше однієї відмови.

Найпростішим (пуассонівським) називають потік подій, який володіє властивостями стаціонарності, відсутності післядії і ординарності. Найпростіший

потік відмов характерний для складних нерезервованих систем, виконаних з високонадійних елементів.

Математичною моделлю найпростішого потоку подій (відмов) є формула Пуассона.

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}.$$

Якщо інтенсивність відмов λ відома, то ймовірність k -відмов $P_k(t)$ за час t визначається з цієї залежності.

Ця формула відображає всі властивості найпростішого потоку. Дійсно, з формули видно, що ймовірність k -відмов за час t є функцією k і t , що характеризує властивість стаціонарності. У формулі немає інформації про події (відмови), що мали місце до початку аналізованого проміжку часу; це характеризує властивість відсутності наслідків.

Переконаємося, що має місце властивість ординарності. Насамперед, виведений раніше закон експоненціального розподілу виходить з формули Пуассона, якщо припустити, що $k=0$, $P_0(t)=e^{-\lambda t}$, розглядаючи цей закон як умова безвідмовної роботи (число відмов $k=0$). У цьому сенсі експоненціальне розподіл є граничним.

Якщо допустити наявність одного відмови $k=1$, $P_1(t)=\lambda t e^{-\lambda t}$. Імовірність появи більше одного відмови може бути отримана з виразу

$$P_{k>1}(t) = 1 - P_0(t) - P_1(t) = 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t}.$$

Використовуємо розкладання $e^{-\lambda t}$

$$e^{-\lambda t} = 1 - \lambda t + (\lambda t)^2 / 2! - \dots$$

Звідси отримаємо

$$P_{k>1}(t) = 1 - 1 + \lambda t - (\lambda t)^2 / 2! - \dots - \lambda t + (\lambda t)^2 - (\lambda t)^3 / 2! = \lambda t^2 / 2! - \dots$$

Неважко бачити, що при малих t $P_{k>1}(t) \approx 0$.

При малих значеннях t ймовірність появи більш однієї події надто мала в порівнянні з імовірністю настання однієї події, що характеризує властивість ординарності.

Приклад. Середнє число відмов елементів складного пристрою в одну хвилину дорівнює двом. Знайти ймовірності того, що за п'ять хвилин настане: а) дві

відмови; б) менше двох відмов; в) не менше двох відмов. Потік відмов передбачається найпростішим.

За умовою $\lambda=2$, $t=5$. За Формулі Пуассона

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!}.$$

а) для двох відмов $k=2$:

$$P_2(5) = \frac{(2 \cdot 5)^2 e^{-2 \cdot 5}}{2!} = \frac{100 \cdot 0,000045}{2} = 0,00025 \quad \text{– подія практично неможлива.}$$

б) для випадку менше двох відмов маємо суму двох ймовірностей:

$$\text{«не було жодної відмови» } P_0(5) = e^{-\lambda t} = e^{-2 \cdot 5} = 0,000045;$$

$$\text{«була одна відмова» } P_1(5) = \lambda t e^{-\lambda t} = 5 \cdot 2 e^{-2 \cdot 5} = 10 e^{-10} = 0,00045;$$

Звідси $P_{k < 2}(5) = P_0(5) + P_1(5) = 0,000045 + 0,00045 = 0,000495$ – подія також практично неможлива.

в) для випадку «не менше двох відмов» розрахунок може бути заснований на тому, що два варіанти – «менше двох відмов» і «не менше двох відмов» утворюють повну групу подій.

$$P_{k \geq 2}(5) = 1 - P_{k < 2}(5) = 1 - 0,000495 = 0,999505 \quad \text{– подія практично достовірна.}$$

Іноді відсутність післядії для відновлюваних виробів прийняти не можливо. Тоді в якості моделей реального потоку відмов часто використовують стаціонарні потоки з обмеженою післядією. Обмежена післядія виявляється в тому, що ймовірність появи відмови на проміжку Δt залежить від напрацювання від останньої відмови і не залежить від того, коли сталися попередні відмови. Такі моделі описуються за допомогою пуассонівського розподілу. Якщо час напрацювання виробу $T_{i\Sigma}$ набагато більше, ніж час експлуатації t , а час напрацювання окремих елементів T_i набагато більше, ніж $T_{i\Sigma}$, то застосування пуассонівського розподілу завжди виправдано. Необхідно підкреслити, що ці умови виконуються для більшої частини складних радіотехнічних виробів. Наприклад, можливі такі цифри:

- час напрацювання радіоелементів $T_i = 10^6 - 10^7$ годин;
- час напрацювання радіотехнічних виробів $T_{i\Sigma} = 10000$ годин;
- розрахунковий час експлуатації $t = 2000$ годин.

Але все таки для більшості складних технічних пристроїв такі співвідношення часу напрацювання елементів і виробів не зберігаються. Специфіка пусконаладжувальних робіт, режимів експлуатації та ремонту, наявність фізичного старіння обладнання та погіршення його характеристик визначають зміну в часі інтенсивності відмов λ . Вона не може бути прийнята постійною або приймається постійною в жорстко заданих інтервалах часу. На наведеному графіку (рис. 13) залежність $\lambda(t)$ від часу умовно розбита на три зони. У зоні I проводяться пусконаладжувальні роботи, усуваються технологічні та конструктивні недоліки, відбувається припрацювання виробу. У зоні II здійснюється режим нормальної експлуатації. Тут можна вважати $\lambda(t)=const$ і застосовувати для розрахунку надійності експонентний закон розподілу. У зоні III з'являється фізичне старіння і погіршення характеристик обладнання. Для розрахунку надійності на цій ділянці використовують закон розподілу Вейбула з $m>1$.

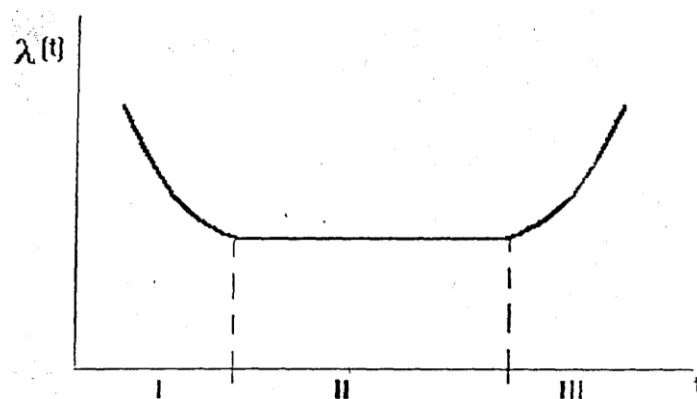


Рис. 13. Залежність $\lambda(t)$ від часу

Сучасні системи автоматичного управління – складні відновлювані виробы. Після відмови окремих елементів або вузлів вони замінюються або відновлюються. При використанні у виробі дуже великого числа навіть високонадійних елементів відмови можуть бути досить частими. При цьому середня частота відмов прагне до деякого числа a . Якщо після відновлення виріб повністю відновлює споживчі властивості, то, при приблизно постійному періоді відмов, потік відмов є стаціонарним. Якщо відновлення відбувається після кожного відмови – потік має властивість ординарності. Це дозволяє застосовувати для складних виробів пуассонівський закон.

Для наближеної оцінки можливості застосування пуасонівського закону для складних виробів, виконаних з великого числа елементів може застосовуватися

формула $\frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i}{(\sum_{i=1}^n \lambda_i)^2} \leq 0,1$. Якщо умова порушується, то це означає, що або виріб

складається з малого числа елементів, або один з елементів системи володіє різко відрізняється (значно більшою) інтенсивністю відмов. В останньому випадку використовується закон фактичного розподілу відмов для цього елементу.

При ескізному проектуванні нових виробів для оцінки завжди використовують експонентний закон розподілу.

ЛЕКЦІЯ №6. МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НАДІЙНОСТІ НЕРЕЗЕРВОВАНИХ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

6.1. Розрахунок надійності не відновлювальних виробів. Формалізований опис структур систем автоматичного управління

Сучасні системи автоматичного управління складаються з великої кількості компонентів, виконують складні і різноманітні функції, мають розгалужені структури, вони відносяться до розряду складних систем. Необхідною умовою дослідження та розрахунку таких систем з позицій надійності є чіткий і однозначний опис їх структури. Під структурою системи будемо розуміти склад її елементів (блоків) з чітким визначенням їх функцій і взаємодії між ними для виконання заданих функцій. При дослідженні конкретних систем автоматичного управління ці дані витягуються з технічної документації. Від структурної схеми потім переходять до аналітичної форми запису і подальшого аналізу характеристик надійності системи. Таким чином формалізований графічний опис структури системи є необхідною проміжною ланкою від технічної документації до аналітичної форми запису і подальшого аналізу надійності системи.

Структурні схеми для аналізу надійності відрізняються від структурних схем, використовуваних в теорії автоматичного управління. Їх іноді називають надійнісно-функціональними схемами. Прийmemo наступне визначення: надійнісно-

функціональною схемою називається структурна схема, що складається з елементів, пов'язаних між собою і дозволяє за допомогою набору формальних правил для довільної сукупності стану працездатності або відмови всіх елементів однозначно визначити стан працездатності або відмови системи по кожній з виконуваних нею функцій. Таким чином стан системи в даний момент часу однозначно визначається набором станів її елементів, а як вони прийшли до даного стану – ролі не грає. У цьому сенсі розглянуті системи можна назвати системами без післядії. Відзначимо й те, що всі елементи і система в цілому по кожній реалізованій функції мають тільки два можливих стани – працездатність і відмову.

Якщо взяти за основу типову функціональну схему САУ (рис. 14), то неважко побачити, що вихідним параметром схеми є швидкість або положення вихідного валу. Відхилення вихідного параметра від величини, заданої технічними вимогами, є відмова САУ.

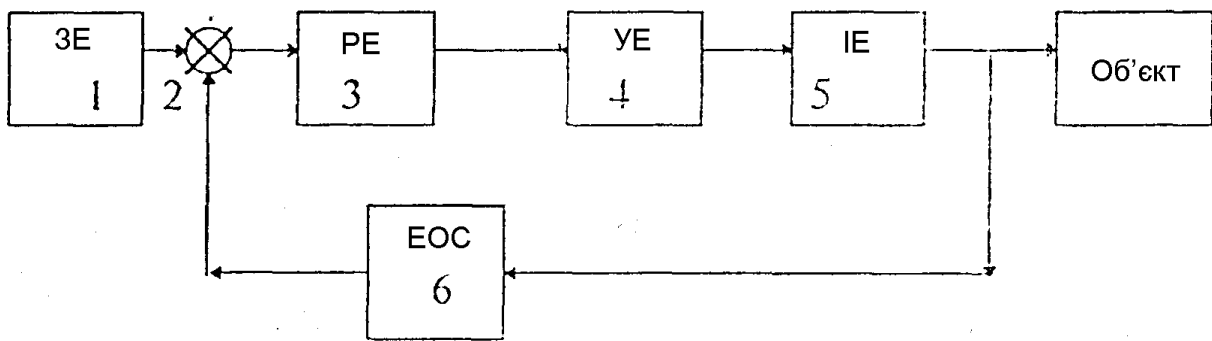


Рис. 14. Функціональна схема САУ

Відмова будь-якого з шести елементів САУ (1 – заданого елемента, 2 – блоку порівняння, 3 – регулюючого елемента, 4 – підсилювального елемента, 5 – виконуючого елемента, 6 – елемента зворотного зв'язку) веде до повної відмови САУ в цілому. З позицій надійності якщо відмова кожного із блоків (елементів) схеми веде до повної відмови системи в цілому, то всі ці блоки (елементи) повинні бути з'єднані послідовно. В даному випадку всі шість блоків повинні бути з'єднані послідовно (рис. 15).

$$P_{САУ}(t) = \prod P_i(t).$$

Тут $P_i(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи i -блоку;

$P_{САУ}(t)$ – ймовірність безвідмовної роботи САУ.

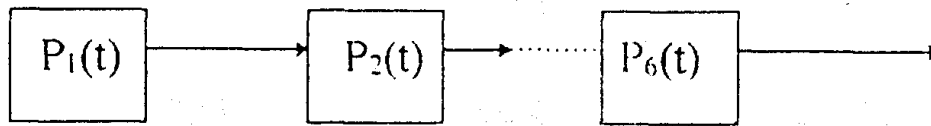


Рис. 15. Основне з'єднання системи

Структура з мінімально необхідним числом блоків (елементів), що забезпечує виконання поставлених технічних вимог, називається основним (послідовним) з'єднанням системи. Черговість блоків (елементів) у схемі значення не має.

В умовах реальної експлуатації до будь-якої системи пред'являються вимоги по надійності, які можуть бути не забезпечені основним (послідовним) з'єднанням. У цьому випадку структура САУ з позицій надійності має ускладнюватися. Можливо, наприклад, паралельне з'єднання, коли деяка функція виконується, якщо в працездатному стані знаходяться хоча б один з елементів системи.

У схемі, що забезпечує живлення обмотки збудження (ОЗ) з баластним опором R_6 (рис. 16) два акумулятори АБ1 і АБ2 через випрямлячі VS1 і VS2 включені паралельно. З позиції надійності акумуляторні батареї включені паралельно, зі структурною надмірністю.

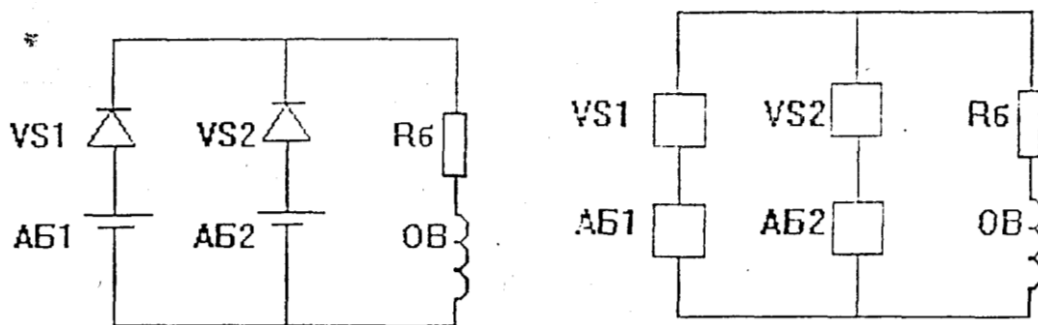


Рис. 16. Схема живлення обмотки збудження

Крім паралельного застосовують інші види складних структурних з'єднань. Особливо високі вимоги пред'являються до проблем надійності в системах електропостачання. Наприклад, ланцюгова лінія електропостачання (рис. 17) забезпечує підвищену надійність. Вихід з ладу будь-якого елемента 1-8 не веде до виходу з ладу системи електропостачання.

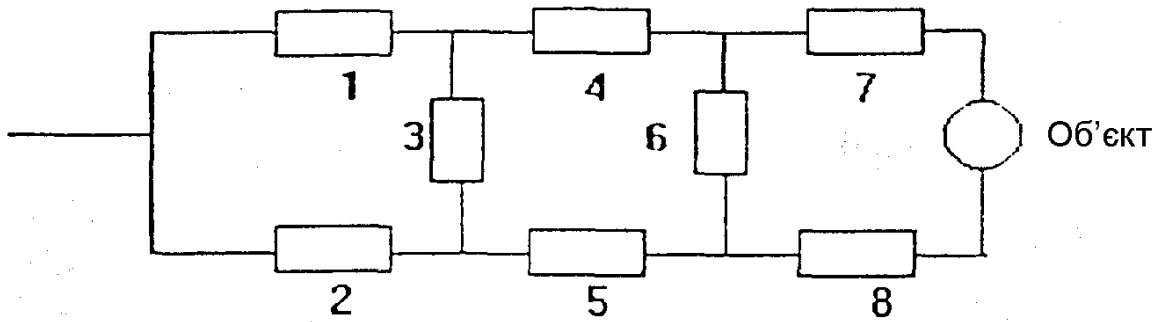


Рис. 17. Ланцюгова лінія електропостачання

Необхідно ще раз підкреслити, що незважаючи на зовнішню схожість і близькість за змістом функціональні схеми відрізняються від відповідних схем систем автоматичного управління. Блоки надійнісних схем відображають властивості структур щодо виконуваних ними функцій.

6.2. Розрахунок не відновлювальних нерезерованих систем

Розрахунок надійності не відновлювальних нерезерованих систем проводиться на підставі наступного алгоритму:

1. Точне формулювання поняття відмови системи, визначенням критеріїв, їх значень і допустимих відхилень. Це найбільш важкий етап, що вимагає вичерпних знань про фізичну сутність і принципи побудови системи управління.

2. Розбивка системи автоматичного керування на окремі елементи. При цьому, якщо у будь-якого великого блоку відомі його параметри надійності, його подальша розбивка, деталізація припиняється. Але за відсутності показників надійності блоки іноді змушені розбивати до складових компонентів, показники надійності яких відомі.

3. Точне формулювання відмови окремих елементів.

4. Виходячи із заданих експлуатаційних параметрів розрахунок надійності окремих елементів.

5. Складання розрахункової схеми і виконання розрахунку надійності САУ в цілому.

Показники надійності деяких елементів зведені в таблиці 1. Тут величина λ наводиться з розкидом в деякому діапазоні. При наявності цього діапазону рекомендується користуватися лінійною апроксимацією для точного визначення

параметра λ . Наприклад, транзистори середньої потужності мають дані $1 \leq I_{\text{доп}} < 10$ А, $\lambda = 1 \div 3$. Побудуємо залежність $\lambda = f(I)$ в вигляд лінійної функції (рис. 18) і для кожного конкретного транзистора отримаємо уточнене значення λ .

Таблиця 1

Показники надійності деяких радіоелементів

Найменування	$\lambda \cdot 10^6$
Транзистори кремнієві, малопотужні, 101-200	0,4-0,7
Транзистори германієві, малопотужні, 10-99	0,5-1,0
Транзистори кремнієві, середньої потужності $1 \leq I_{\text{доп}} < 10$ А,	1,0-3,0
Транзистори потужні, високовольтні типу ТКЕ $I_{\text{доп}} < 163$ А,	3,0-12,0
Діоди кремнієві, малопотужні $I_{\text{доп}} < 0,2$ А	0,05-0,10
Конденсатори малої ємності $c \leq 10000$ пФ	0,02-0,05
Мікросхеми малого ступеня інтеграції	0,2-0,8
Операційні підсилювачі К140, К153, К553	0,5-1,0
Підсилювачі інтегральні підвищеної потужності	1,0-5,0
Резистори (поверхневі та об'ємні) $P_{\text{доп}} \leq 2$ Вт	0,02-0,07
Штепсельні роз'єми малогабаритні, ШРМГ, на один контакт	0,05-0,12
Пайка, на одне з'єднання	0,02

Якщо структура складається з не відновлювальних радіоелементів, що володіють високими показниками надійності, то при послідовному з'єднанні і найпростішому потоці відмов для системи з N елементів маємо $\lambda_i = \sum \lambda_k$

Інтенсивність відмов системи визначається як сума інтенсивності відмов послідовно з'єднаних елементів.

Напрацювання па відмову $T_1 = 1/\lambda$; ймовірність безвідмовної роботи $P(T) = \exp(-\lambda t)$.

Розрахунок показників надійності гранично простий.

Приклад. Визначити показники надійності транзисторного підсилювача, виконаного на дискретних елементах. Він складається з наступних елементів:

- малопотужні кремнієві транзистори – 4 шт;
- транзистори середньої потужності – 2 шт,
- резистори типу МЛТ – 18 шт;
- конденсатори малої ємності – 6 шт;

- конденсатори великої ємності – 2 шт.

Монтаж здійснюється на друкованій платі; під'єднання плати до системи здійснюється через роз'єм ШРГ-11, в якому задіяні 8 пар контактів. Вважаємо, що потік відмов у елемента і у виробі в цілому є найпростішим, а також, що відмова будь-якого з перерахованих елементів веде до відмови підсилювача в цілому. Складемо специфікацію (таблиця 2).

Таблиця 2

№	Найменування елементів	Кількість	$\lambda \cdot 10^6$ 1/год для одного елемента	$\lambda \cdot 10^6$ 1/год для групи елементів
1	Транзистори малопотужні	4	0,7	2,8
2	Транзистори середньої потужності	2	2,0	4,0
3	Резистори МЛТ	18	0,03	0,54
4	Конденсатори малої ємності	6	0,04	0,24
5	Конденсатори великої ємності	2	2,0	4,0
6	Контактні роз'єми	8	0,1	0,8
7	Пайки	84	0,02	0,17

Сума показників інтенсивності:

$$\lambda_{yc} = \sum \lambda_i = 10,52 \cdot 10^{-6} \text{ 1/Год.}$$

Напрацювання на відмову

$$T_1 = 1/\lambda_{yc} = 10^6/10,52 = 94,7 \cdot 10^3 \text{ годин.}$$

Маючи ці дані можна розрахувати ймовірність безвідмовної роботи для будь-якого, наперед заданого часу експлуатації t .

6.3. Гамма-відсотковий ресурс

Для високонадійних виробів часто в якості показника надійності застосовується показник – гамма-відсотковий ресурс. Це напрацювання, протягом якої об'єкт не досягає граничного стану із заданою ймовірністю $1-\gamma$. Гамма-відсотковий ресурс – це напрацювання, протягом якої об'єкт зберігає працездатний стан з імовірністю $P(t)=1-\gamma$. Зазвичай γ задається у вигляді частки одиниці – 0,1; 0,01; 0,001; для відповідальних високонадійних виробів задається $\gamma=0,01$ і в спеціальних установках підвищеної надійності $\gamma=0,001$. Значення γ визначає

величину $P(t)$ при прийнятих у вищенаведеному прикладі $P(t)=\exp(-\lambda_{yc}t)=1-\gamma$. Знайдемо звідси величину t – час напрацювання, протягом якого забезпечується заданий показник надійності $\exp(-\lambda_{yc}t)=1/(1-\gamma)$, звідси $t=1/\lambda_{yc}\ln(1/(1-\gamma))$; підставивши числові значення, отримані у вищенаведеному прикладі, маємо $t=1/10,54 \cdot 10^{-6}(\ln(1/(1-0,01)))$.

З властивостей нескінченно малих величин маємо:

$$\ln(1+\alpha) \approx \alpha \text{ і } t=94,7 \cdot 10^3 \cdot 0,01005=0,952 \cdot 10^3 \approx 39,6 \text{ діб.}$$

Звернемо увагу на те, що незважаючи на використання високонадійних елементів, час напрацювання t виробу вийшло невелике, біля 40 діб.

Час безвідмовної роботи може бути істотно збільшений при використанні сучасної технології та елементної бази. Насамперед виключається або зводиться до мінімуму використання контактних роз'ємів, що істотно впливають на надійність виробів. Прагнуть використовувати з'єднувальні колодки або пайку; використовують в якості елементної бази інтегральні схеми і т.д.

Приклад. Проведемо розрахунок надійності підсилювача, аналогічного підсилювача з вищенаведеного прикладу, але виконаного на основі інтегральної схеми середнього ступеня інтеграції. Специфікація в цьому випадку буде виглядати так (таблиця 3).

Таблиця 3

№	Найменування	Кількість	Показник групи $\lambda \cdot 10^6$ 1/год
1	Підсилювач з потужністю виходу 20 Вт	1	2,02
2	Резистори	4	0,123
3	Конденсатори малої ємності	2	0,084
4	Конденсатори великої ємності	1	2,05
5	Пайки	24	0,05

Задаємося, як і раніше $\gamma=0,01$. Маємо $T_1=1/\lambda_{yc}=10^6/4,25=240 \cdot 10^3$ годин при $\gamma=0,01$ $t_\gamma=2,4 \cdot 10^3$ годин ≈ 100 діб.

Відзначимо жорсткість вимог при $\gamma=0,01$, істотно знижуючи експлуатаційний період виробу.

6.4. Залежність інтенсивності миттєвих відмов елементів від їх режиму роботи

У таблиці 1 інтенсивності відмов наводяться показники, відповідні ідеальним умовам експлуатації елементів. За ідеальні умови приймаються лабораторні умови і деякі задані розрахункові значення зовнішніх факторів, що впливають на роботу виробів. При зміні зовнішніх факторів або завантаження елементів інтенсивності відмов λ починають зростати. Облік змін умов експлуатації, приводить до зміни λ , здійснюється за допомогою коефіцієнтів навантаження. Під коефіцієнтом навантаження K_n розуміється відношення робочого значення навантаження до її номінального значення. Теоретично K_n може вимірюватися в межах $0 \leq K_n \leq \infty$. Якщо $K_n=0$, то це означає відсутність даного виду навантаження. У ряді випадків $K_n=0$ означає, що режим роботи елемента відповідає деякому початкового (часто найбільш сприятливому) режиму. Наприклад, при врахуванні температури навколишнього середовища підтримується рівної 20°C .

При розрахунках надійності систем автоматичного управління для різних елементів навантаженням вважають:

- для транзисторів, резисторів і інтегральних мікросхем підвищеної потужності – розсіювана потужність;
- для конденсаторів – допустима напруга за постійною або змінною складовою;
- для діодів і тиристорів – допустиме значення прямого струму.

У деяких випадках доводиться враховувати вплив декількох факторів; наприклад, для високовольтних потужних транзисторів – розсіювана потужність на колекторі і амплітуда робочої напруги.

При обліку теплового навантаження під K_n приймають відношення різниці робочої температури елемента і температури навколишнього середовища до номінальної різниці тих же температур.

При врахуванні вібраційного навантаження під K_H приймають відношення дійсного прискорення елемента до прискорення земного тяжіння $g=9,81 \text{ м/с}^2$.

Властивостями функції $\lambda=f(K_H)$, виходячи з досвіду експлуатації, є:

1. При $K_H=0$ інтенсивність відмов елементів відповідає деякому значенню $\lambda_0=f(0)$. Проведені в таблицях значення λ зазвичай відповідають λ_0 ;
2. Функція $\lambda=f_1(K_H)$ є монотонно зростаючою;
3. При $K_H=0$ похідна функції $f_1(K_H)$ дорівнює нулю. На початку експлуатації λ не змінюється, також як і режим роботи;
4. Похідна $\lambda'(K_H)$ є монотонно зростаючою.

Позначимо $\lambda'(K_H)=f_2(K_H)$. Припустимо, розглядаються малі зміни режиму роботи, які призводять до деякого зростання функцій $\Delta\lambda(K_H)$ і $\Delta\lambda'(K_H)$. Припускаємо, в силу монотонності функцій, що вони можуть бути лінеаризовані в околиці малого значення ΔK_H . Прирости функцій можна записати у вигляді $\Delta\lambda=a\lambda(K_H)\Delta K_H$; $\Delta\lambda'=v\lambda'(K_H)\Delta K_H$, де a і v – коефіцієнти пропорційності; $\lambda(K_H)$ і $\lambda'(K_H)$ – значення функцій при заданому значенні навантаження. При $\Delta K_H \rightarrow 0$ отримаємо $\lim_{\Delta K_H \rightarrow 0}(\Delta\lambda/\Delta K_H)=a\lambda$; $\lambda'=a\lambda$ і $\lim_{\Delta K_H \rightarrow 0}(\Delta\lambda'/\Delta K_H)=a\lambda'$; $\lambda''=v\lambda'$. Після нескладних перетворень одержимо лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку $\lambda''-av\lambda=0$. При початкових умовах $\lambda(0)=\lambda_0$ і $\lambda'(0)=0$ рішення цього рівняння має вигляд $\lambda=\lambda_0 \text{ch}(h, K_H)$.

Якщо замість гіперболічного косинуса використовувати його розкладення в ряд, отримаємо

$$\lambda = \lambda_0 \left[1 + \frac{(hK_H)^2}{2!} + \frac{(hK_H)^3}{3!} + \dots + \frac{(hK_H)^i}{i!} + \dots \right].$$

Іноді можна використовувати рішення в канонічному вигляді $\lambda = \lambda_0 \frac{e^{hK_H} - e^{-hK_H}}{2}$. Тут h – поправочний коефіцієнт, що враховує особливості функціонування конкретного елемента. Значення h для, різних видів навантажень для радіо компонентів представимо у вигляді таблиці 4.

Таблиця 4

Значення поправочного коефіцієнта h

Найменування елемента	Значення поправочного коефіцієнта h
-----------------------	---------------------------------------

	Електричне навантаження	Теплове навантаження	Вібраційне навантаження
1	2	3	4
Транзистори германієві малопотужні	1,2-1,4	0,9-1,5	0,8
Транзистори кремнієві малопотужні	0,5	0,3-0,5	-
Транзистори середньої потужності $P_{к\ дом} \leq 2-3$ Вт	0,8-1,2	0,5-0,8	0,8-10
Транзистори великої потужності $P_{к\ дом} \leq 25$ Вт	1,2-1,5	0,8-1,0	1,0-1,3
Транзистори граничної потужності $P_{к\ дом} \leq 500$ Вт	2,0-4,0	1,0-1,3	1,3-1,6
Діоди малопотужні $I_H \leq 0,3$ А	0,3	0,2-0,6	-
Діоди германієві $I_H \leq 0,3$ А	0,4	0,3-0,6	0,5
Діоди з $I_H \leq 10$ А	0,5-0,8	0,5-0,8	-
Діоди великої потужності $I_H \leq 300$ А	0,8-1,2	0,9-1,5	-
Резистори недротяні $I_{дом} \leq 2$ Вт	1,2-2,0	0,3-0,8	0,3
Конденсатори керамічні слюдяні, синтетичні $C \leq 0,01$ мкФ	3,0	0,5-0,85	0,3
Конденсатори паперові $0,01 \leq C \leq 10$ мкФ	2,5-4,0	1,2-1,6	0,5

1	2	3	4
Конденсатори електролітичні К50, К53	-	0,5-0,6	-
Мікросхеми малого і середнього ступеня інтеграції	0,5	0,5	-
Реле на струм до 1 А	2,3	-	-
Трансформатори силові для блоку живлення $0,1 \leq S \leq 3 \text{кВА}$	1,3	1-1	-

При необхідності одночасного обліку декількох видів навантаження вважаємо, що навантаження діють незалежно один від одного і результуюча інтенсивність відмов обчислюється за формулою:

$$\lambda = \lambda_0 \prod_{i=1}^S ch(h_i K_{Hi}),$$

де S – число видів навантажень, що враховуються. При малому значенні навантаження $h_i K_{Hi} \ll 1$ формула перетворюється $\lambda = \lambda_0 \left[1 + \sum_{i=1}^S (h_i K_{Hi}) \right]$.

ЛЕКЦІЯ № 7. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ

7.1. Метод поправочних коефіцієнтів

Другим способом врахування впливу навантаження є метод поправочних коефіцієнтів. Величини поправочних коефіцієнтів K визначають виходячи з досвіду експлуатації аналогічних виробів (елементів). Значення поправочних коефіцієнтів задаються у вигляді таблиць або графіків, складених в реальних умовах експлуатації виробів (елементів) в різних галузях промисловості, вони часто носять суто галузевий характер. Інтенсивність відмов одного і того ж виробу (елементу) в значній мірі залежить від того, де вони використовуються і визначаються з виразу $\lambda = K\lambda_0$, де K – поправочний коефіцієнт. Значення K можуть бути визначені в наведеній нижче таблиці 5.

Умови експлуатації	К
Лабораторні умови	1
Стаціонарні цехові умови	10-16
На кораблях, в захищених відсіках	28
На автопричепках	36-50
На залізничних платформах	40-42
Бортові системи літаків	120-160
На керованих снарядах	280
На ракетах дальньої дії	700

7.2. Метод розрахункових графіків

Метод розрахункових графіків, заснований на використанні експериментальних даних, результатів випробувань та експлуатаційних даних дає найбільш достовірні результати. На підставі досвідчених і експлуатаційних даних будуються графіки залежності інтенсивності відмов від значень основних параметрів і фізичних умов роботи. Ці графіки і використовуються при заданих значеннях параметрів і умовах роботи. Як приклад, криві залежності λ від температури навколишнього середовища різних значень відносно робочої напруги $K_{HU} = U_p / U_{pH}$. При $U_p = U_{pH}$ маємо $K_{HU} = 1,0$. Маючи задане значення температури t_0 , і напруги U_p легко визначити шукане значення λ .

Розрахунок надійності трифазної мостової схеми випрямлення.

Розрахункове завдання: розрахувати наробіток до відмови трифазного мостового випрямляча (рис. 19), що працює на обмотку збудження двигуна постійного струму; напруга мережі змінного струму 380/220 В, напруга мережі постійного струму $U_{дН} = 220$ В, номінальне значення струму обмотки збудження $I_{дН} = 21$ А; умови експлуатації – цехові; вважати, що потік відмов – найпростіший.

а) Формулювання відмов. Під відмовою в проектуваному джерелі живлення розуміється будь-які зміни режиму роботи джерела, при якому напруга на навантаженні знижується більш, ніж на 20%. Причинами коливання вихідної напруги можуть бути тільки відмови елементів схеми. Провалу вихідної напруги, які викликані наднормативними коливаннями напруги мережі не розглядаються як

відмови. Це відмова всієї установки в цілому. Вважаємо, що коливання напруги в мережі можуть досягати +10-15% (не є відмовою).

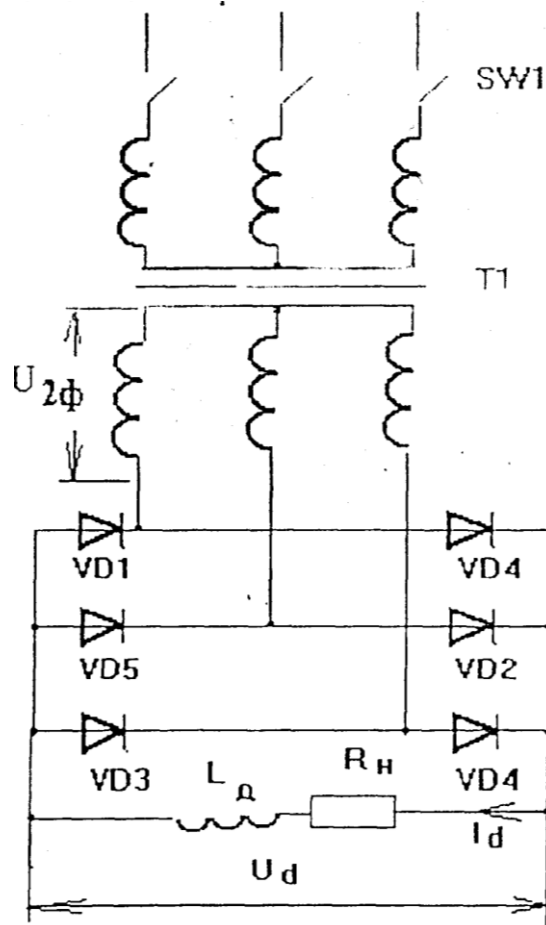


Рис. 19. Схема трифазного мостового випрямляча

б) Розрахунок параметрів схеми.

б.1.Вентильна група.

Середній струм вентилів:

$$I_{VCP} = I_d / 3 = 21 / 3 = 7 \text{ А.}$$

Врахуємо коефіцієнт запасу за рахунок нестандартної форми струму – $K_3 = 1,1$.

Умова вибору вентилів по струму:

$$I_n \geq K_3 \cdot I_{VCP} = 1,1 \cdot 7 = 7,7 \text{ А.}$$

Найближчий діод за довідником - ВД-10; $I_n = 10 \text{ А}$.

Максимальна робоча напруга на вентилі:

$$U_{Vm} = U_{2\text{лин}} = 1,057 U_{d0} = 1,057 \cdot 220 = 232 \text{ В.}$$

Врахуємо можливе підвищення напруги мережі на 10% і введемо 20% запас на перенапруження – $K_{31} = 1,1$, $K_{32} = 1,2$. Умова вибору діодів по напрузі:

$$U_{\text{пн}} \geq K_{31} \cdot K_{32} \cdot U_{\text{вм}} = 1,1 \cdot 1,2 \cdot 232 = 304 \text{ В.}$$

Вибираємо діоди четвертого класу. Для даного типу діодів (по таблиці) – $\lambda_{\text{вО}} = (0,5-1,5) \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$

б.2. Трансформатор силовий узгоджувальний:

$$U_{2\text{ф}} = U_{\text{дО}} / 2,34 = 220 / 2,34 = 94 \text{ В; } K_{\text{тр}} = U_{1\text{ф}} / U_{2\text{ф}} = 220 / 94 = 2,34;$$

$$S_{\text{т}} = 1,057 (U_{\text{дн}} \cdot I_{\text{дн}}) / (\eta_{\text{тр}} \cdot \eta_{\text{перетв}}) = 1,057 (220 \cdot 21) / (0,95 \cdot 0,99) = 5200 \text{ ВА.}$$

За каталогом вибираємо силова узгоджувальний трансформатор типу ТСП 6,0/0,7; $S_{\text{тн}} = 6 \text{ kVA}$, $U_{2\text{ф}} = 105 \text{ В.}$

За рахунок переключення відпайок трансформатора напруга може бути знижено до 100 В. З урахуванням п'ятивідсоткового внутрішнього падіння напруги забезпечується задана випрямлена напруга навантаження $U_{2\text{ф}} = 94 \text{ В.}$ По таблиці знаходимо $\lambda_{\text{тРО}} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$

б.3. Автоматичний вимикач

В якості автоматичного вимикача можна використовувати вимикач типу АК-50-6,3 з номінальним струмом $I_{\text{н}} = 6-10 \text{ А.}$

По таблиці знаходимо величину інтенсивності відмови автоматичного вимикача $\lambda_{\text{ЛО}} \approx 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$ При відсутності даних по автоматичним вимикачам можна використовувати відповідні дані для контакторів $\lambda_{\text{ЛО}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$

б.4. Визначення часу напрацювання на відмову трифазної схеми випрямлення

Час напрацювання на відмову схеми випрямлення визначається за допомогою підсумовування інтенсивностей відмови окремих елементів

$$T_1 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} = \frac{1}{6\lambda_{\text{вО}} + \lambda_{\text{тРО}} + \lambda_{\text{ЛО}}} = \frac{1}{(6+5+12) \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{23} = 43,5 \cdot 10^3 \text{ год.}$$

Необхідно відзначити, що отримане значення T_1 є оціночним, наближеним. У розрахунку не враховувався ні реальний характер розподілу, ні умови експлуатації.

с) Облік умов експлуатації.

При обліку умов експлуатації формулюється поняття відмови для елементів, визначаються фізичні прояви і показники відмов для груп однотипних елементів, розраховуються або вибираються з таблиць або графіків відповідні значення коефіцієнтів навантаження.

с.1. Трансформатор силовий узгоджувальний

Урахування ступеня впливу електричних, теплових, механічних явищ на працездатність електричних елементів і систем здійснюється за допомогою $K_H \cdot h$, де K_H – коефіцієнт навантаження, h – ваговий показник, що враховує ступінь впливу тих чи інших факторів.

Якщо в процесі експлуатації малоімовірно вплив, наприклад, вібрації, ваговий коефіцієнт h може приймати значення, менше одиниці, скажімо $h=0,4$. А ваговий показник, що враховує ступінь впливу електричних факторів визначить величину h , більше одиниці, наприклад $h=1,5$.

Понад 98% відмов трансформаторів малої та середньої потужності, з досвіду більш ніж віковою експлуатації, викликається пробоем ізоляції обмоток, тобто причинами, залежними від електричних факторів. Решта 2% пов'язані з механічними пошкодженнями, що приводять найчастіше до зникнення контактів на клемнику. У трансформаторах великої потужності, при $S > 400$ kVA, з'являються додаткові види відмов, що носять тепловий характер (перегрів, закипанням масла, виходу з ладу досить складної системи охолодження і т.д.). При будь-яких видах відмов вони є повними і призводять до відмови джерела живлення.

Коефіцієнт навантаження по потужності трансформатора визначається наступним чином:

$$K_{HP} = S_p / S_H = U_d \cdot I_d \cdot K_{cx} / \eta \cdot S_H = 5200 / 6000 = 0,865.$$

Ваговий показник по електричному навантаженні h_e вибирається по таблиці $h_e = 1,5$. Звідси:

$$ch \cdot h_e \cdot K_{nc} = (\exp(h_e \cdot K_{nc}) + \exp(-h_e \cdot K_{nc})) / 2 = (e^{1,331} + e^{-1,331}) / 2 = 2,018.$$

Відзначимо, що врахування реальних режимів роботи призводить до зростання інтенсивності відмов у два рази. Коефіцієнт теплового навантаження визначається з виразу:

$$K_{H\Theta} = (\Theta_p - \Theta_{nc}) / (\Theta_{доп} - \Theta_{max\ nc}),$$

де Θ_p і $\Theta_{доп}$ – робоча і допустима температура, можуть бути взяті однаковими і рівними 135°C ;

Θ_{nc} – температура навколишнього середовища, в середньому рівна 20°C ;

$\Theta_{max\ nc}$ – максимальна температура навколишнього середовища, рівна 40°C .

$$\text{Отже } K_{H\Theta} = (135 - 20) / (135 - 40) = 1,21.$$

Теплове навантаження великого впливу на надійнісні показники не матиме, оскільки всі величини температур знаходяться в робочих допустимих межах, тому значення вагового показника дорівнює одиниці.

$$\text{Звідси } ch \cdot h_{\Theta} \cdot K_{nc} = (\exp(h_{\Theta} \cdot K_{nc}) + \exp(-h_{\Theta} \cdot K_{nc})) / 2 = (e^{1,21} + e^{-1,21}) / 2 = 1,97.$$

Нарешті, вважаємо, що вібраційне навантаження на трансформатор, за умовами роботи, відсутня. Таким чином, інтенсивність відмов трансформатора, з урахуванням реальних умов роботи, дорівнює:

$$\lambda_{tr} = \lambda_{tr0} \cdot Pch \cdot h_1 \cdot K_{H1} = 5 \cdot 10^6 \cdot 1,97 \cdot 2,018 = 20 \cdot 10^6 \text{ 1/год.}$$

с.2.Вентильна група

Відмови в напівпровідникових діодів мають два прояви:

- пробою – коротке замикання структури;
- обрив структури – втрата провідності.

Інтенсивність відмов:

$$\lambda_{VO} = \lambda_{VKZO} + \lambda_{VBP0},$$

де λ_{VO} – сумарна складова;

λ_{VKZO} – складова, що залежить від короткого замикання;

λ_{VBP0} – складати, залежна від обриву структури.

Зазвичай, на підставі експлуатаційних даних приймається $\lambda_{VKZO} = 90\%$; $\lambda_{VBP0} = 10\%$, тобто співвідношення між складовими приймається як 9:1.

Проведемо розрахунок інтенсивності відмов з урахуванням коефіцієнтів навантаження. При цьому врахуємо дві складові причини збільшення інтенсивності відмов: електричну та теплову. Електрична складова характеризується двома величинами: струмом і напругою.

Коефіцієнт навантаження по струму вентиля:

$$K_{H1} = I_{VCP} / I_{П} = 7 / 10 = 0,7; h_e = 0,5 \text{ (по таблиці).}$$

Коефіцієнт навантаження по температурі

$$K_{H\Theta} = (\Theta_p - \Theta_{nc}) / (\Theta_{доп} - \Theta_{макс nc}) = (135 - 20) / (135 - 40) = 1,21; h_{30} = 0,5.$$

Отже

$$ch \cdot h_{1\Theta} \cdot K_{H1} = 1,06;$$

$$ch \cdot h_{2\Theta} \cdot K_{H2} = 1,106;$$

$$ch \cdot h_{3\Theta} \cdot K_{H3} = 1,19.$$

Для діодів середньої потужності $\lambda_{VO}=0,5-1,5 \cdot 10^{-6}$ 1/год. Вибираємо $\lambda_{VO}=1,2 \cdot 10^{-6}$ 1/год. З виразу $\lambda_{VO}=\lambda_{KZO}+\lambda_{VKZ}/9=1,1\lambda_{KZ}$, маємо $\lambda_{KZ}=(\lambda_{VO}/1,1) \cdot 10^{-6}=1,1 \cdot 10^{-6}$ 1/год.

Відмова типу короткого замикання будь-якого з шести діодів вентиляльної групи веде до короткого замикання на вторинній стороні трансформатора. У цьому випадку автомат повинен відключити схему від мережі, тобто відбувається повна відмова. З позицій відмов всі діоди утворюють послідовно з'єднану структуру. Інтенсивність відмов випрямляча, викликана коротким замиканням, визначається простим підсумовуванням або шестиразовим збільшенням (по числу діодів) величини:

$$\lambda_{KZ}=\lambda_{VKZO}Pch \cdot h_i \cdot K_{Hi}=1,1 \cdot 1,06 \cdot 1,06 \cdot 1,19 \cdot 10^{-6}=1,51 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$$

Для шести діодів, тобто для вентиляльної групи в цілому маємо для

$$\lambda_{HKT}=\lambda_{VKZ}6 \cdot 1,51 \cdot 10^{-6}=9,06 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$$

Облік відмов типу обриву структури.

При відмові одного з шести вентилів трифазної мостової схеми випрямлення напруга зменшується на 1/6, тобто стає рівним $U_d=5/6U_{дн}=0,83U_{дн}$.

Але за визначенням відмови тільки зниження напруги на величину 20% і більше означає відмову джерела живлення в цілому. Отже обрив структури одного діода вентиляльної групи не є відмовою випрямляча. Відмова настає, якщо у двох діодів відбувається відмова типу обриву структури.

Час напрацювання на відмову T_i складається з двох відрізків часу і від початку експлуатації до виходу з ладу одного з шести вентилів $t_1=1/6\lambda_{OBR}$ і t_2 – час між виходом з ладу першого і подальшим виходом одного з п'яти вентилів, які залишилися $t_2=1/5\lambda_{OBR}$. Відзначимо, що $t_2>t_1$.

З таблиці 1 вибираємо $\lambda_{VO}=1,2 \cdot 10^{-6}$ 1/год. З мостової схеми маємо

$$\lambda_{VCX}=\lambda_{VO}Pch \cdot h_i \cdot K_{Hi}=1,2Pch \cdot h_i \cdot K_{Hi}=1,68.$$

Але відмови типу обриву мають місце в 10% випадків, отже

$$\lambda_{VOBR}=0,1\lambda_{VCX}=0,1 \cdot 1,68 \cdot 10^{-6} \approx 0,17 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$$

Звідси:

$$t_1=1/6\lambda_{OBR}=10^6/6 \cdot 0,17=0,98 \cdot 10^6 \text{ год;}$$

$$t_2=1/5\lambda_{OBR}=10^6/5 \cdot 0,17=1,17 \cdot 10^6 \text{ год;}$$

$$T_{\text{ОБР}} = t_1 + t_2 = 0,98 \cdot 10^6 + 1,17 \cdot 10^6 = 2,15 \cdot 10^6 \text{ год.}$$

Для вентиляльної групи в цілому:

$$\lambda_{\text{ВОБР}} = 1 / T_{\text{ОБР}} = 1 / 2,15 \cdot 10^6 = 0,46 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$$

Повна інтенсивність відмов випрямляча λ_v складається з $\lambda_{\text{ВОБР}}$ і $\lambda_{\text{ВКЗ}}$.

$$\lambda_v = \lambda_{\text{ВОБР}} + \lambda_{\text{ВКЗ}} = (9,06 + 0,46) \cdot 10^{-6} = 9,52 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$$

с.3. Автоматичний вимикач

Основним функціональним призначенням автоматичного вимикача є оперативне підключення навантаження до мережі, а також аварійне відключення її при тепловому перевантаженні і миттєвих перевантаженнях (функції забезпечення теплового і максимального захисту). Відмови, пов'язані з обгорання головних контактів і несправностями механічної частини автоматичних вимикачів.

Характерною особливістю елементів САУ подібних автоматичним вимикачам є наявність трьох режимів роботи:

1. Сталий режим – режим включеного стану. За час цього режиму допускається певне число оперативних включень і виключень.
2. Режим відключення аварійних перевантажень. Кількість аварійних перевантажень, як правило, нормується. Але частота аварійних перевантажень розробнику невідома.
3. Режим відключеного стану – режим зберігання.

Кожен з режимів характеризується своєю інтенсивністю відмов. При зберіганні враховуються умови зберігання. Інтенсивність відмов при зберіганні $\lambda_{\text{ХР}}$ коливається в межах $(1,01 - 0,1) \cdot \lambda_p$. При цьому нижня межа – 0,1 приймається при зберіганні на складі, верхня межа – 1,01 – в цеху.

Для автоматичних вимикачів типу АК, АП, АО, АЗ700 в технічних умовах даних з надійності немає, але обмовляється число оперативних включень. Наприклад, для автоматичних вимикачів АК-50 $T=2000$. При однозмінному режимі роботи число оперативних включень не перевищує за зміну десяти. Це дозволяє орієнтовно розрахувати ресурс виробу T_γ при однозмінній експлуатації.

$$T_\gamma = N \cdot t / n = 2000 \cdot 24 / 10 = 4800 \text{ год,}$$

де n – число оперативних включень за зміну;

N – допустиме гарантоване включення за зміну;

t – число годин у добі.

Гарантований ресурс виробу $\gamma = 0,1$. Звідси $P(T_\gamma) = 1 - \gamma$. Інтенсивність відмов можна розрахувати з виразу

$$P(t) = \exp(-\lambda_{cp} \cdot t); \quad P(T_\gamma) = e(-\lambda_{cp} \cdot T_\gamma) = 1 - \gamma.$$

Звідси

$$\lambda_{cp} = \frac{\ln \frac{1}{1 - \gamma}}{T_\gamma} = \frac{0,1054}{4800} = 22 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$$

Інтенсивність відмов на один цикл включення.

$$\lambda_\gamma = 22 \cdot 10^{-6} / 2000 = 11 \cdot 10^{-9} \text{ 1/год.}$$

Імовірність безвідмовної роботи виробу з урахуванням трьох режимів роботи.

$$P(t) = \exp[-\lambda_p \cdot t_p + \lambda_{xp} \cdot t_{xp} + \lambda_{cp} \cdot T_{ц} \cdot h],$$

де $T_{ц}$ – середній час циклу;

h – число циклів;

λ_{cp} – інтенсивність відмов при аварійному спрацьовуванні.

Інтенсивність відмов автоматичного виключення протягом часу роботи без відключення вибирається з таблиці $\lambda_{po} = (2-5) \cdot 10^{-6}$ 1/год. Якщо вибрати $\lambda_{po} = 3 \cdot 10^{-6}$ 1/год і $\lambda_{xp} = 0,05 \lambda_{po}$, маємо

$$\lambda_{xp} = 0,05 \lambda_{po} = 0,05 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 0,15 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$$

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Залужний А. М. Теорія надійності пристроїв та систем управління : навч. посіб. Житомир : ЖІТІ, 2002. 320 с.
2. Болотній О. Г. Методичні вказівки до практичних занять з теорії надійності. Житомир : ЖДТУ, 2012. 84 с.
3. Залужний А. М. Розрахунок показників надійності : довідникові матеріали до практичних занять. Житомир : ЖІТІ, 1999. 76 с.
4. Запара Є. С. Надійність машин і комплексів : конспект лекцій. для студентів спеціальності 133 Галузеве машинобудування. Дніпро : НТУ «ДП», 2019. 99 с.
5. Канарчук В. Є., Полянський С. К., Дмитрієв М. М. Надійність машин : підруч. для студ. напрямку «Інженерна механіка». Київ : Либідь, 2003. 424 с.
6. Грабар І. Г. Основи надійності машин : навч. посіб. Житомир : ЖІТІ, 1998. 298 с.
7. Надійність та довговічність обладнання : конспект лекцій для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня зі спеціальності 133 Галузеве машинобудування за освітньо-професійною програмою Галузеве машинобудування / уклад.: І. В. Бельмас. Кам'янське : ДДТУ, 2017. 38 с.
8. Барнік М. А., Афтаназів І. С., Сівак Ш. О. Технологічні методи забезпечення надійності деталей машин. Київ : КИ, 2004. 148 с.
9. ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення. Чинний від 1996-01-01. Київ : Ін-т проблем надійності машин і споруд, 1996. 79 с.
10. ДСТУ 2861-94. Надійність техніки. Аналіз надійності. Основні положення. Чинний від 1997-01-01. Вид. офіц. Київ : Ін-т проблем надійності машин і споруд, 1997. 19 с..
11. ДСТУ 2862-94. Надійність техніки. Методи розрахунків показників надійності. Загальні вимоги. Чинний від 1997-01-01. Вид. офіц. Київ : Держстандарт України, 1996. 24 с.
12. ДСТУ 2863-94. Надійність техніки. Програма забезпечення надійності. Загальні вимоги. Чинний від 1997-01-01. Вид. офіц. Київ : Держстандарт України, 1996. 32 с.

Навчальне видання

НАДІЙНІСТЬ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОЇ ТЕХНІКИ

Методичні рекомендації

Укладач: **Марченко** Дмитро Дмитрович

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 4,18.

Тираж 100 прим. Зам. № ____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №4490 від 20.02.2013 р.