

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ



Інженерно-енергетичний факультет
Кафедра загальнотехнічних дисциплін

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ:
методичні рекомендації для виконання лабораторних робіт
здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
ОПП "Агроінженерія" спеціальності 208 "Агроінженерія"
денної та заочної форми здобуття вищої освіти

Миколаїв
2024

УДК 539.3/.6

М 55

Рекомендовано до друку рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 11.11.24, протокол №3.

Укладачі:

Д. В. Бабенко – канд. техн. наук, професор, перший проректор, Миколаївський національний аграрний університет.

Н. А. Доценко – д-р. пед. наук, професор, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

Г. О. Іванов – канд. техн. наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін, Миколаївський національний аграрний університет

О. А. Горбенко – канд. техн. наук, доцент кафедри агроінженерії, Миколаївський національний аграрний університет

© Миколаївський національний аграрний університет, 2024

© Доценко Н. А., 2024

Зміст

Вступ.....	4
1.Задача №1.1 «Визначення геометричних характеристик плоских симетричних перерізів із сортаменту прокатної сталі»	5
1.2. Задача 1.2. «Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів»	7
1.3. Задача 1.3. «Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів із прокатної сталі для трьох елементів».....	9
1.4. Завдання для самостійного виконання з теми «Геометричні характеристики плоских перерізів»	13
2.1. Задача №2 «Центральний розтяг та стиск стрижнів»	16
2.2. Завдання для самостійного виконання з теми «Центральний розтяг та стиск стрижнів»	17
3.1.Задача №3 «Кручення»	18
3.2. Завдання для самостійного виконання з теми «Кручення».....	21
4.1.Задача №4 «Згин».....	22
4.2. Завдання для самостійного виконання з теми «Згин»	27
5.1. Перелік підсумкових питань	28
Додаток 1	31
Література	42

Вступ

Завданням механіки матеріалів і конструкцій є узагальнення інженерного досвіду створення машин та споруд, розроблення наукових засад проектування та конструювання надійних виробів, удосконалення методів оцінки міцності. У методичних рекомендаціях представлено приклади виконання задач для лабораторних робіт з курсу механіки матеріалів і конструкцій в контексті наступних тем: поняття геометричних характеристик плоских перерізів та їх знаходження, розрахунок інженерних об'єктів на центральний розтяг та стиск, кручення, згин, визначення переміщень при згині, статично невизначені системи, складний опір, стійкість стиснутих стрижнів.

Методичні рекомендації для виконання лабораторних робіт здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПІ «Агроінженерія» спеціальності 208 «Агроінженерія» денної та заочної форми здобуття вищої освіти складаються з 6 задач. Номер варіанту та схеми обирається згідно до останніх цифр залікової книжки.

Методичні рекомендації можуть використовуватися здобувачами вищої освіти та викладачами під час очної, дистанційної або змішаної форм навчання для виконання лабораторних робіт.

1. Задача №1.1 «Визначення геометричних характеристик плоских симетричних перерізів із сортаменту прокатної сталі»

На рис. 1 зображено плоский переріз конструкції, яка складається з двотаврової балки №20 (позиція 5) та чотирьох нерівносторонніх кутників 70x45x5 (позиції 1, 2, 3 та 4). Необхідно знайти осьові моменти інерції I_{xc} , I_{yc} для даного перерізу, моменти опору перерізу W_{xc} , W_{yc} та радіуси інерції i_x , i_y .

1. Виконуємо креслення перерізу на міліметровому папері, вказуємо розміри та вибираємо осі координат з початком в центрі ваги кожного елемента конструкції (рис. 1).

2. Випишуємо дані з таблиці сортаменту (додаток 1). Переводимо значення всіх параметрів із мм в см. Необхідно пам'ятати про приведення всіх показників до однакових одиниць виміру.

Таблиця 1. Вихідні дані до задачі 1

Двотаврова балка №20	Кутник нерівносторонній 70x45x5
$h=200\text{мм}=20\text{см}$	$B=70\text{мм}=7\text{см}$
$b=100\text{мм}=10\text{см}$	$b=45\text{мм}=4,5\text{см}$
$I_x=1840\text{см}^4$	$x_0=1,05\text{см}$
$I_y=115\text{см}^4$	$y_0=2,28\text{см}$
$F=26,8\text{см}^2$	$F=5,59\text{см}^2$
	$I_x=27,8\text{см}^4$
	$I_y=9,05\text{см}^4$

Знайти: I_{xc} ; I_{yc} ; W_{xc} ; W_{yc} ; i_x ; i_y .

1. Розрахуємо центри ваги кожної із складових частин конструкції:

$$C_5 = C_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} \quad C_1 \begin{cases} x_1 = -x_0 = -1,05 \text{ см} \\ y_1 = \frac{h}{2} + y_{01} = \frac{20}{2} + 2,28 = 12,28 \text{ см} \end{cases}$$

$$C_2 \begin{cases} x_2 = 1,05 \text{ см} \\ y_2 = 12,28 \text{ см} \end{cases} \quad C_3 \begin{cases} x_3 = 1,05 \text{ см} \\ y_3 = -12,28 \text{ см} \end{cases} \quad C_4 \begin{cases} x_4 = -1,05 \text{ см} \\ y_4 = -12,28 \text{ см} \end{cases}$$

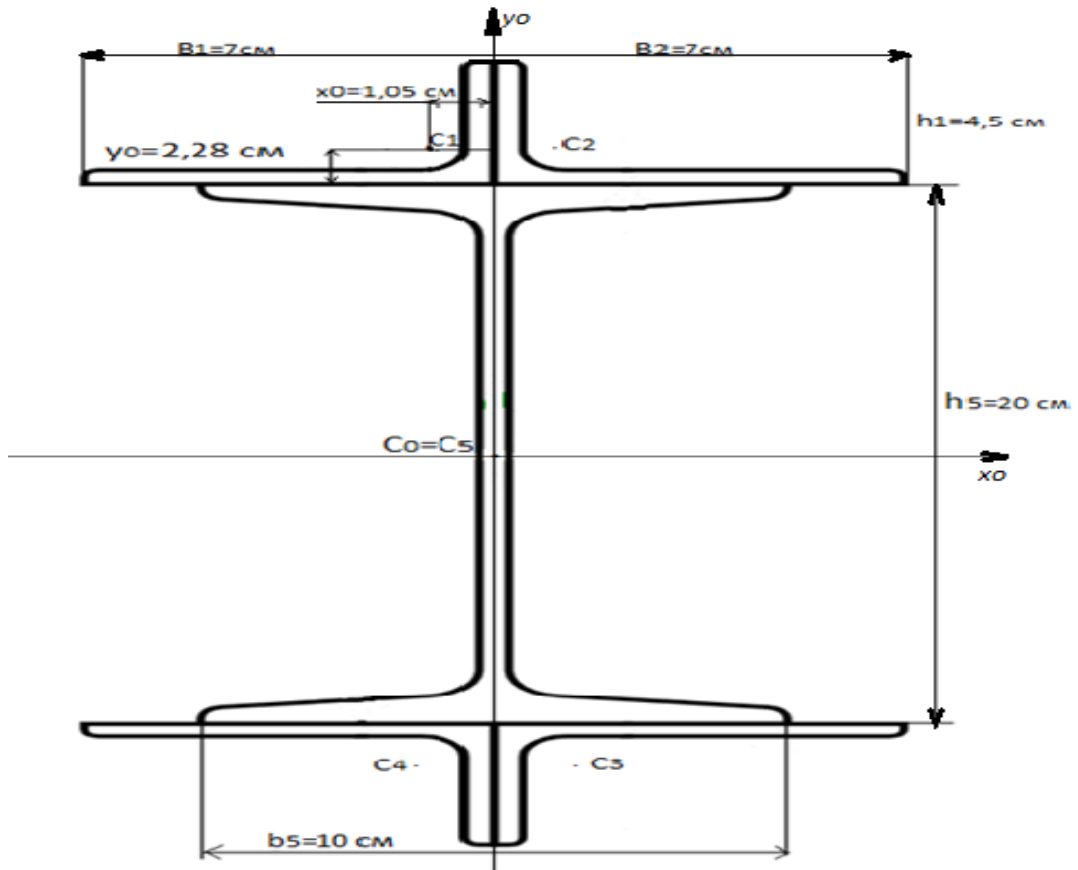


Рис. 1. Рисунок до задачі 1 «Визначення геометричних характеристик плоских симетричних перерізів із сортаменту прокатної сталі»

2. Знаходимо момент інерції відносно осей

$$I_{xc} = I_{x_1} + I_{x_2} + I_{x_3} + I_{x_4} + I_{x_5} + F_1 y_1^2 + F_2 y_2^2 + F_3 y_3^2 + F_4 y_4^2 + F_5 y_5^2 =$$

$$27,8 + 27,8 + 27,8 + 27,8 + 1840 + 5,59 \cdot 12,28^2 + 5,59 \cdot 12,28^2 + 5,59 \cdot (-12,28)^2 + 5,59 \cdot (-12,28)^2 + 26,8 \cdot 0^2 = 5323 \text{ см}^4 \quad (1)$$

$$I_{yc} = I_{y_1} + I_{y_2} + I_{y_3} + I_{y_4} + I_{y_5} + F_1 x_1^2 + F_2 x_2^2 + F_3 x_3^2 + F_4 x_4^2 + F_5 x_5^2 =$$

$$9,05 + 9,05 + 9,05 + 9,05 + 115 + 5,59 \cdot (-1,05)^2 + 5,59 \cdot (-1,05)^2 + 5,59 \cdot 1,05^2 + 5,59 \cdot 1,05^2 + 26,8 \cdot 0^2 = 175,85 \text{ см}^4 \quad (2)$$

3. Знаходимо моменти опору перерізу:

$$W_{xc} = \frac{I_{xc}}{y_{max}} = \frac{5323}{\frac{h_5}{2} + b_1} = \frac{5323}{10 + 4,5} = \frac{5323}{14,5} = 367,1 \text{ см}^3 \quad (3)$$

$$W_{yc} = \frac{I_{yc}}{x_{max}} = \frac{175,85}{B_1} = \frac{175,85}{7} = 25,12 \text{ см}^3 \quad (4)$$

4. Розраховуємо радіуси інерції:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{xc}}{\Sigma F}} = \sqrt{\frac{5323}{51,26}} = 10,41 \text{ см} \quad (5)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_{yc}}{\Sigma F}} = \sqrt{\frac{175,85}{51,26}} = 1,89 \text{ см} \quad (6)$$

$$\Sigma F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 = 5,59 + 5,59 + 5,59 + 5,59 + 26,8 = 49,16 \text{ см}^2 \quad (7)$$

Відповідь:

$$I_{xc} = 5323 \text{ см}^4; I_{yc} = 175,85 \text{ см}^4;$$

$$W_{xc} = 367,1 \text{ см}^3; W_{yc} = 25,12 \text{ см}^3;$$

$$i_{xc} = 10,19 \text{ см}; i_{yc} = 1,85 \text{ см}$$

1.2. Задача 1.2. «Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів»

На рис. 2 зображено плоский несиметричний переріз із зміщеним центром ваги. Переріз складається з круга діаметром $a=8$ см і вирізаного а ньому отвору круглої форми діаметром $b=2$ см. Необхідно знайти координати центру ваги конструкції X_c ; Y_c , осьові моменти інерції I_{xc} ; I_{yc} моменти опору перерізу W_{xc} ; W_{yc} та радіуси інерції i_{xc} ; i_{yc} .

Дано: $a=8$ см; $b=2$ см.

Знайти: X_c ; Y_c ; I_{xc} ; I_{yc} ; W_{xc} ; W_{yc} ; i_{xc} ; i_{yc} .

1. Знайти площі кожної з фігур. Т.я. площа фігури F_2 є вирізаною, то її приймаємо зі знаком “-”

$$F_1 = \pi R^2 \quad F_1 = 3,14 \cdot 4^2 = 50,24 \text{ см}^2 \quad (8)$$

$$F_2 = \pi R^2 \quad F_2 = -3,14 \cdot 1^2 = -3,14 \text{ см}^2 \quad (9)$$

2. Центр першої фігури приймаємо за початковий центр ваги конструкції:

$$C_1 \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 0 \end{cases} \quad C_2 \begin{cases} x_2 = 0 \\ y_2 = -1 \end{cases}$$

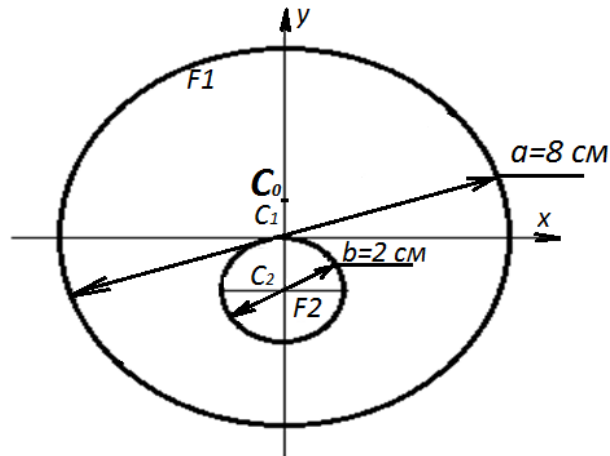


Рис.2. Рисунок до задачі 2 «Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів»

3. Знаходимо центри ваги конструкції

$$y_c = \frac{\sum S_x}{\sum F} = \frac{3,14}{47,1} = 0,07 \text{ см} \quad (10)$$

$$x_c = \frac{\sum S_y}{\sum F} = \frac{0}{47,1} = 0 \text{ см} \quad (11)$$

$$\sum F = F_1 + (-F_2) = 47,1 \text{ см}^2 \quad (12)$$

$$S_{x_1} = F_1 \cdot y_1 = 50,24 \cdot 0 = 0 \quad (13)$$

$$S_{x_2} = F_2 \cdot y_2 = -3,14 \cdot (-1) = 3,14 \quad (14)$$

$$S_{y_1} = F_1 \cdot x_1 = 0 \quad (15)$$

$$S_{y_2} = F_2 \cdot x_2 = 0 \quad (16)$$

$$\text{Координати центра ваги в точці } C_0 = \begin{cases} x_c = 0 \\ y_c = 0,07 \text{ см} \end{cases}$$

4. Знаходимо моменти інерцій відносно осей:

$$I_{x_1} = I_{y_1} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 8^4}{64} = 200,96 \text{ см}^4 \quad (17)$$

$$I_{x_2} = I_{y_2} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 2^4}{64} = 0,79 \text{ см}^4 \quad (18)$$

5. Знаходимо координати центрів ваги кожної із складових частин конструкції по відношенню до центру ваги всієї конструкції:

$$C_1 \begin{cases} x_1' = x_1 - x_c = 0 \\ y_1' = y_1 - y_c = -0,07 \end{cases} \quad (19)$$

$$C_2 \begin{cases} x_2 = x_2 - x_c = 0 \\ y_2 = y_2 - y_c = -1 - 0,07 = -1,07 \end{cases} \quad (20)$$

6. Знаходимо моменти інерції всієї конструкції:

$$I_{x_c} = I_{x_1} - I_{x_2} + F_1(y_1)^2 - F_2(y_2)^2 = 200,96 - 0,79 + 50,24 \cdot (0,07)^2 - 3,14 \cdot (-1,07)^2 = 196,83 \text{ см}^4 \quad (21)$$

$$I_{y_c} = I_{y_1} - I_{y_2} + F_1(x_1)^2 - F_2(x_2)^2 = 200,96 - 0,79 + 50,24 \cdot (0)^2 - 3,14 \cdot (0)^2 = 200,17 \text{ см}^4 \quad (22)$$

7. Знаходимо моменти опору перерізу:

$$W_{x_c} = \frac{I_{x_c}}{y_{max}} = \frac{196,83}{4,07} = 48,36 \text{ см}^3 \quad (23)$$

$$W_{y_c} = \frac{I_{y_c}}{x_{max}} = \frac{200,17}{4} = 50,04 \text{ см}^3 \quad (24)$$

8. Знаходимо радіуси інерції:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{x_c}}{\Sigma F}} = \sqrt{\frac{196,825}{47,1}} = 2,05 \text{ см} \quad (25)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_{y_c}}{\Sigma F}} = \sqrt{\frac{200,175}{47,1}} = 2,06 \text{ см} \quad (26)$$

$$\Sigma F = F_1 - F_2 = 50,24 - 3,14 = 47,1 \text{ см}^2 \quad (27)$$

Відповідь: $X_c=0$; $Y_c=0,07$ см; $I_{x_c} = 196,83 \text{ см}^4$; $I_{y_c} = 200,17 \text{ см}^4$;
 $W_{x_c} = 48,36 \text{ см}^3$; $W_{y_c} = 50,04 \text{ см}^3$; $i_x = 2,05$ см; $i_y = 2,06$ см

1.3. Задача 1.3. «Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів із прокатної сталі для трьох елементів»

Для поперечного перерізу, що складається із декількох фігур, необхідно:

1) накреслити переріз в відповідному масштабі, вказати всі необхідні розміри і вибрати осі (при розрахунку всі необхідні дані потрібно брати із таблиці сортаменту);

2) визначити координати центра ваги;

3) обчислити осьові і відцентрові моменти інерції відносно центральних осей;

4) зробити перевірку правильності виконання.

Дано:

1) кутник нерівносторонній № 70x45x5;

2) швелер №14;

3) лист №16.

Схема розташування фігур зображена на рис. 3.



Рис. 3. Схема розташування фігур

Примітка: площа та момент інерції для листа знаходиться як для прямокутника. За схемою висоту листа приймаємо рівною висоті швелера, за умовою його товщини $b = 16\text{мм} = 1,6\text{ см}$. Розрахуємо параметри листа.

$$F_3 = h \cdot b = 14 \cdot 1,6 = 22,4 \text{ см}^2 \quad (28)$$

$$I_{x3} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1,6 \cdot 14^3}{12} = 365,87 \text{ см}^4 \quad (29)$$

$$I_{y3} = \frac{hb^3}{12} = \frac{1,6^3 \cdot 14}{12} = 4,78 \text{ см}^4 \quad (30)$$

Таблиця 2. Вихідні дані до задачі

№1. Кутник нерівносторонній № 70x45x5	№2. Швелер №14	№3. Лист №16
$B_1 = 70\text{мм} = 7\text{см}$ $b_1 = 45\text{мм} = 4,5\text{см}$ $x_{01} = 1,05\text{см}$ $y_{01} = 2,28\text{см}$ $F_1 = 5,59\text{см}^2$ $I_{x1} = 27,8\text{см}^4$ $I_{y1} = 9,05\text{см}^4$ $\text{tg}\alpha = 0,404$	$h_2 = 140\text{ мм} = 14\text{см}$ $b_2 = 58\text{ мм} = 5,8\text{см}$ $d_2 = 4,9\text{ мм} = 0,49\text{см}$ $t_2 = 8,1\text{ мм} = 0,81\text{см}$ $F_2 = 15,6\text{см}^2$ $I_{x2} = 491\text{см}^4$ $I_{y2} = 45,4\text{ см}^4$ $Z_{02} = 1,67\text{ см}$	$b_3 = 16\text{ мм} = 1,6\text{ см}$ $h_3 = 140\text{ мм} = 14\text{ см}$ $F_3 = 22,4\text{ см}^2$ $I_{x3} = 365,86\text{ см}^4$ $I_{y3} = 4,778\text{ см}^4$

Знайти: I_{xc} ; I_{yc} ; W_{xc} ; W_{yc} ; i_{xc} ; i_{yc} .

1. Одну із фігур приймаємо з нульовими координатами за початок відліку. В нашому випадку це лист.

$$C_3 \begin{cases} x_3 = 0 \\ y_3 = 0 \end{cases}$$

$$C_1 \begin{cases} x_1 = -\left(\frac{1}{2}b_3 + b_2 + (B_1 - x_{0_1})\right) = -\left(\frac{1}{2} \cdot 1,6 + 5,8 + (7 - 1,05)\right) = -12,55 \\ y_1 = \frac{1}{2}h_2 - y_{0_1} = \frac{14}{2} - 2,28 = 4,72 \end{cases}$$

$$C_2 \begin{cases} x_2 = -\left(\frac{1}{2}b_3 + Z_{0_2}\right) = -\left(\frac{1}{2} \cdot 1,6 + 1,67\right) = -2,47 \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

2. Знайти центр ваги всієї конструкції.

$$x_c = \frac{\sum S_y}{\sum F} = \frac{-70,16 - 38,53 + 0}{43,59} = -2,49 \quad (31)$$

$$S_{y_1} = F_1 \cdot x_1 = 5,59 \cdot (-12,55) = -70,16 \text{ см}^3 \quad (32)$$

$$S_{y_2} = F_2 \cdot x_2 = 15,6 \cdot (-2,47) = -38,53 \text{ см}^3 \quad (33)$$

$$S_{y_3} = F_3 \cdot x_3 = 22,4 \cdot 0 = 0 \text{ см}^3 \quad (34)$$

$$\sum F = F_1 + F_2 + F_3 = 5,59 + 15,6 + 22,4 = 43,59 \text{ см}^2 \quad (35)$$

$$S_{x_1} = F_1 \cdot y_1 = 5,59 \cdot (4,72) = 26,39 \text{ см}^3 \quad (36)$$

$$S_{x_2} = F_2 \cdot y_2 = 15,6 \cdot 0 = 0 \text{ см}^3 \quad (37)$$

$$S_{x_3} = F_3 \cdot y_3 = 22,4 \cdot 0 = 0 \text{ см}^3 \quad (38)$$

$$y_c = \frac{\sum S_x}{\sum F} = \frac{26,39}{43,59} = 0,61 \quad (39)$$

Координати центру ваги:

$$C_0 \begin{cases} x_c = -2,49 \\ y_c = 0,61 \end{cases}$$

3. Знаходимо центр ваги кожної із складових частин конструкції по відношенню до центра ваги всієї конструкції.

$$C_1 \begin{cases} x'_1 = x_1 - x_c = -12,55 - (-2,49) = -10,06 \\ y'_1 = y_1 - y_c = 4,72 - 0,61 = 4,12 \end{cases}$$

$$C_2 \begin{cases} x'_2 = x_2 - x_c = -2,47 - (-2,49) = 0,02 \\ y'_2 = y_2 - y_c = 0 - 0,61 = -0,61 \end{cases}$$

$$C_3 \begin{cases} x'_3 = x_3 - x_c = 0 - 2,49 = -2,49 \\ y'_3 = y_3 - y_c = 0 - 0,61 = -0,61 \end{cases}$$

4. Розрахуємо осьові моменти інерції:

$$I_{x_c} = I_{x_1} + I_{x_2} + I_{x_3} + F_1(y_1')^2 + F_2(y_2')^2 + F_3(y_3')^2 = 27,8 + 491 + 365,86 + 5,59 \cdot (4,12)^2 + 22,4 \cdot (-0,61)^2 + 15,6 \cdot (-0,61)^2 = 884,66 + 94,89 + 8,34 + 5,81 = 993,7 \text{ см}^4 \quad (40)$$

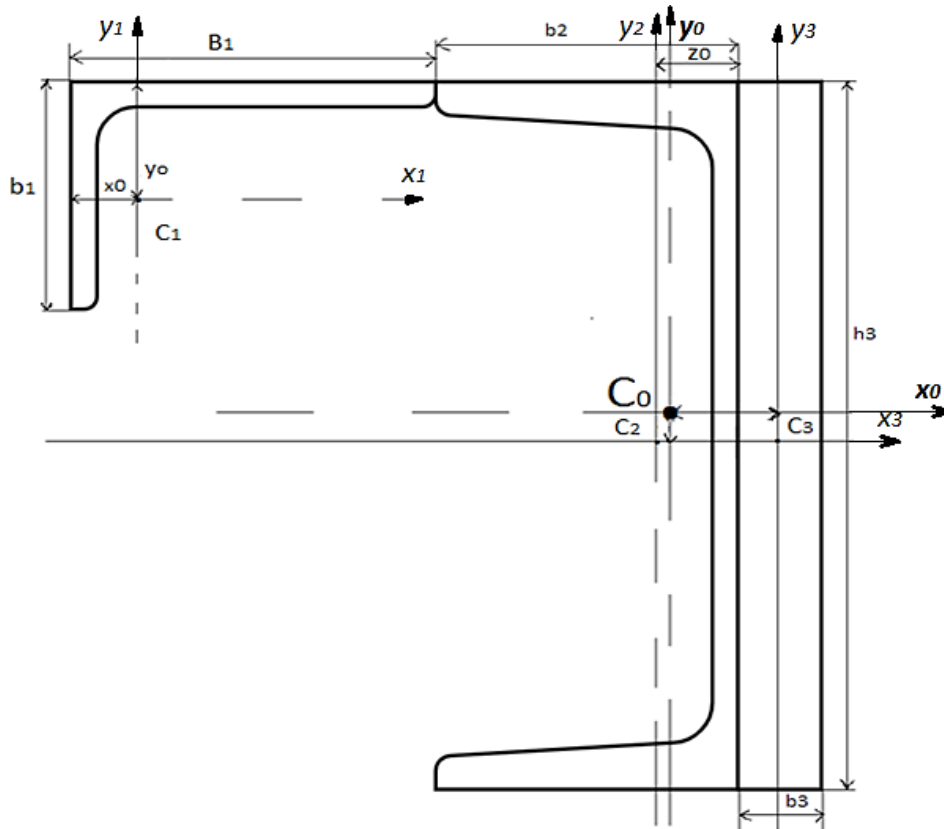


Рис. 4. Рисунок до задачі 3 «Визначення геометричних характеристик плоских несиметричних перерізів із прокатної сталі для трьох елементів»

$$I_{y_c} = I_{y_1} + I_{y_2} + I_{y_3} + F_1(x_1')^2 + F_2(x_2')^2 + F_3(x_3')^2 = 9,05 + 45,4 + 4,78 + 5,59 \cdot (-10,06)^2 + 15,6 \cdot (-0,02)^2 + 22,4 \cdot (2,49)^2 = 59,23 + 565,73 + 0,01 + 138,88 = 763,85 \text{ см}^4 \quad (41)$$

5. Знаходимо відцентровий момент інерції всієї конструкції:

$$I_{x_c y_c} = I_{x_1 y_1} + F_1 x_1' y_1' + I_{x_2 y_2} + F_2 x_2' y_2' + I_{x_3 y_3} + F_3 x_3' y_3' \quad (42)$$

6. Для симетричних фігур:

$$I_{x_2 y_2} = I_{x_3 y_3} = 0 \text{ см}^4 \quad (43)$$

Для кутника:

$$I_{x_c y_c} = \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (44)$$

Для нерівностороннього кутника:

$$I_{x_1 y_1} = \frac{I_u - I_v}{2} \cdot \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{27,8 - 9,05}{2} \cdot 2 \cdot 22^\circ = 9,375 \cdot 0,9657 = 9,05 \text{ см}^4 \quad (45)$$

$$I_{x_c y_c} = 0 + 0 + 9,05 + 5,59 \cdot (-10,06) \cdot 4,12 + 15,6 \cdot (-0,61) \cdot (0,02) + 22,4 \cdot (2,49) \cdot (-0,61) = 9,05 - 231,69 - 0,19 - 34,02 = -256,85 \text{ см}^4 \quad (42a)$$

7. Виконаємо перевірку:

$$I^{u/v} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2}\right)^2 + 4(I_{x_c y_c})^2} \quad (46)$$

$$I^{u/v} = \frac{993,7 + 363,85}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{993,7 - 363,85}{2}\right)^2 + 4 \cdot (-256,85)^2} = 878,78 \pm \sqrt{13208 + 263887} = 878,78 \pm \sqrt{277095} = 878,78 \pm 526,4 \quad (46a)$$

$$I_u = 1405,28$$

$$I_v = 352,48$$

Перевірка:

$$I_{x_c} + I_{y_c} = I_u + I_v \quad (47)$$

$$993,7 + 363,85 = 1405,28 + 352,48$$

$$1757,76 = 1756,55$$

Обчислимо похибку:

$$\Delta = \left| \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\Delta_1} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{1757,76 - 1756,55}{1757,76} \right| \cdot 100\% = 0,07\%$$

Похибка є допустимою: $\Delta = 0,07\% \leq 5\%$

1.4. Завдання для самостійного виконання з теми «Геометричні характеристики плоских перерізів»

1. Номери профілів вказані в завданні до роботи. Значення розмірів профілів вказані в таблиці сортаменту (див. додаток). Виконати креслення заданого перерізу в масштабі згідно до варіанту.

2. Вибрати допоміжні координатні осі.

3. Знайти координати центру ваги перерізу.

4. Визначити геометричні характеристики складових частин перерізу.

5. Визначити осьові та відцентрові моменти інерції площі перерізу відносно допоміжних центральних осей.

6. Визначити положення головних центральних осей інерції перерізу.








7. Визначити величини головних центральних моментів інерції перерізу.



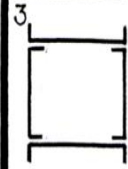
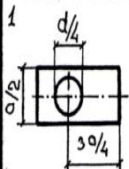
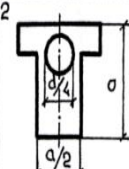
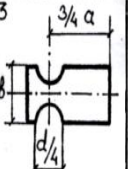


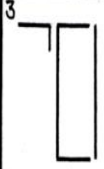


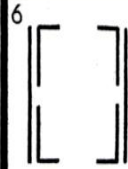
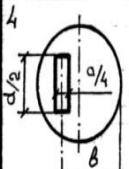
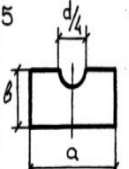
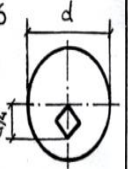

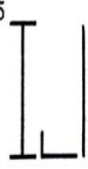


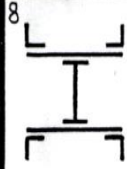
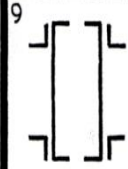
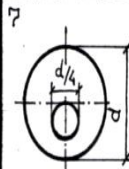
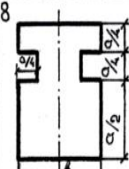
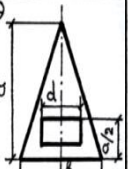



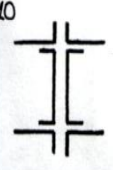

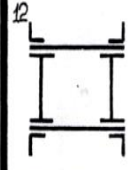
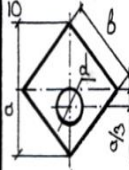
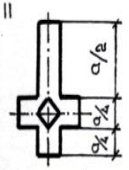
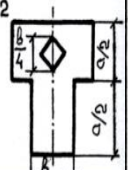




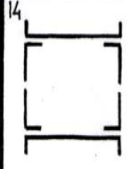
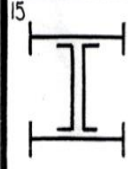
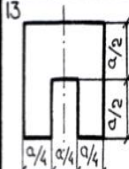
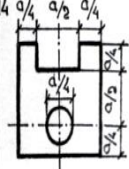
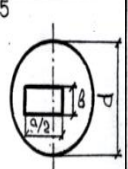

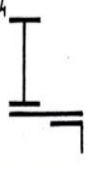
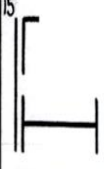

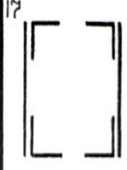

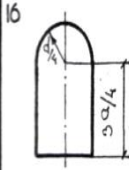
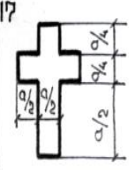
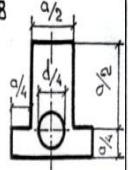



8. Визначити осьові моменти перерізу.

9. Визначити величини головних радіусів інерції перерізу.

10. Виконати перевірку.

Таблиця 3.

№	№ профілів							Розміри		
					Лист 			a, мм	b, мм	c, мм
1	24	20	8	18	10	9/9	56x36x5	80	40	20
2	12	14	22	20	20	12,5/12	80x50x6	100	60	40
3	27	18	10	14	14	16/10	63x40x6	60	20	16
4	30	22	24	33	12	20/12	110x70x80	40	30	60
5	10	24a	12	16a	8	11/8	63x40x5	40	40	100
6	18	27	27	24	10	14/10	90x56x6	40	20	100
7	20	16	14	12	16	18/12	70x45x5	30	50	80
8	22	18	30	22	18	20/16	160x100x10	80	60	20
9	18 a	10	16	16	20	5/5	80x50x5	90	60	16
10	16	22a	27	20	14	8/6	180x110x10	60	30	10
11	14	27	22a	24	12	10/7	75x50x8	60	10	20
12	33	18	16a	18	10	16/10	90x56x8	70	24	10
13	24	33	20	20	18	14/12	63x40x6	40	40	20
14	30	20a	18	16a	16	7,5/5	110x63x10	100	80	60
15	24a	40	24	22a	20	11/7	56x36x4	40	10	80
16	36	22	20	27	10	9/9	90x56x6	80	25	60
17	22a	24	16	18	14	6,5/6	160x100x10	88	30	40
18	12	10	22	16	12	7/5	75x50x5	80	40	48
19	16	30	12	14	18	10/6,5	100x63x8	100	80	60
20	22	24a	24	18a	20	9/6	160x100x14	96	48	20
21	18	27	16a	12	16	10/10	110x70x8	80	64	24
22	14	36	33	24	10	5/4	140x90x8	100	40	20
23	20	22	14	10	12	8/8	100x63x6	120	60	40
24	10	18	20	22	18	14/9	80x50x6	60	48	16
25	16	24	18	8	14	9/7	140x90x10	96	60	30

ЗАДАЧА № 1			ЗАДАЧА № 2			ЗАДАЧА № 3		
1 	2 	3 	1 	2 	3 	1 	2 	3 
4 	5 	6 	4 	5 	6 	4 	5 	6 
7 	8 	9 	7 	8 	9 	7 	8 	9 
10 	11 	12 	10 	11 	12 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	13 	14 	15 	13 	14 	15 
16 	17 	18 	16 	17 	18 	16 	17 	18 

2.1. Задача №2 «Центральний розтяг та стиск стрижнів»

Для заданого статично визначеного стрижня необхідно:

- 1) побудувати епюру поздовжніх сил;
- 2) із умови міцності по нормальних напруженнях підібрати поперечний переріз стрижня на кожній ділянці;
- 3) побудувати епюру нормальних напружень;
- 4) визначити загальне подовження поперечних перерізів, прийнявши $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Дано:

$$F = 0,002 \text{ м}^2 = 20 \text{ см}^2;$$

$$l_1 = 0,3 \text{ м}; l_2 = 0,3 \text{ м}; l_3 = 0,3 \text{ м}; l_4 = 0,3 \text{ м};$$

$$P_1 = 5 \cdot 10^3 \text{ Н}; P_2 = 5 \cdot 10^3 \text{ Н}; P_3 = 20 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

1. Розрахуємо поздовжню силу на кожній ділянці стрижня. Для цього пронумеруємо їх, починаючи з вільного кінця. Якщо дія сили викликає розтяг, то приймаємо знак «+», якщо стиск, то знак «-».

- I. $N_{1-1} = N_{2-2} = 0;$
- II. $N_{3-3} = N_{4-4} = P_1 = 5 \cdot 10^3 \text{ Н};$
- III. $N_{5-5} = N_{6-6} = P_1 - P_2 = 5 \cdot 10^3 - 5 \cdot 10^3 = 0;$
- IV. $N_{7-7} = N_{8-8} = P_1 - P_2 - P_3 = (5 - 5 - 20) \cdot 10^3 = (-15 \cdot 10^3) \text{ Н}$

2. Площа поперечного перерізу стрижня:

$$F_1 = F = 0,002 \text{ м}^2;$$

$$F_2 = 2F = 0,004 \text{ м}^2$$

3. Знаходимо нормальні напруження в перерізах.

$$\sigma = \frac{N}{F} \quad (48)$$

$$\sigma_{1-1} = \sigma_{2-2} = \frac{0}{0,002} = 0 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{3-3} = \sigma_{4-4} = \frac{5 \cdot 10^3}{0,002} = 2500 \cdot 10^3 = 2,5 \cdot 10^6 = 2,5 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_{5-5} = \sigma_{6-6} = \frac{0}{0,004} = 0;$$

$$\sigma_{7-7} = \sigma_{8-8} = \frac{(-15 \cdot 10^3)}{0,004} = -3750 \cdot 10^3 = (-3,75) \cdot 10^6 = -3,75 \text{ МПа.}$$

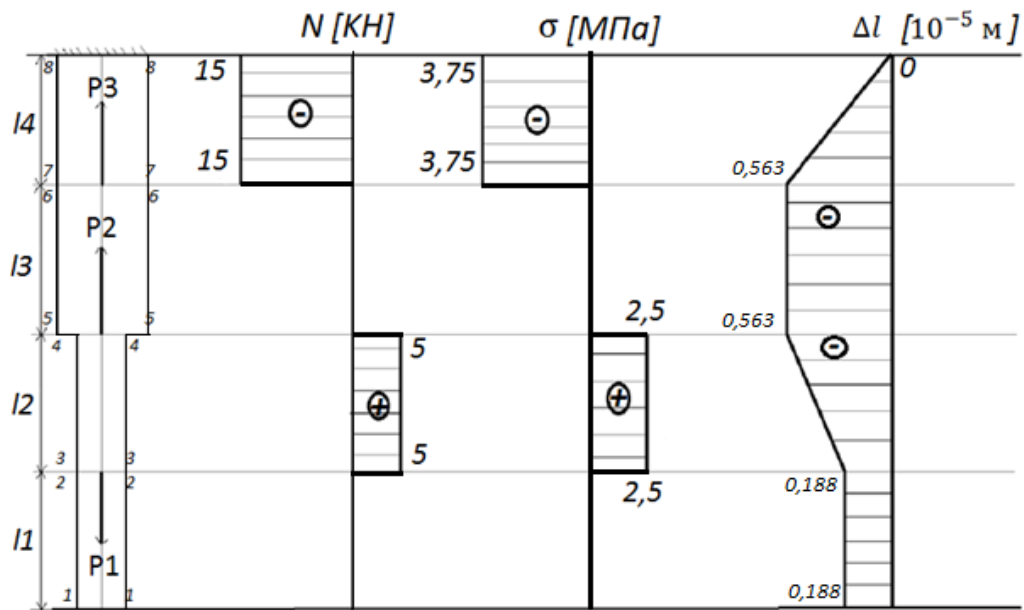


Рис.5. Розрахунок ступінчастого стрижня на розтяг-стиск

4. Визначаємо укорочення або подовження на ділянках стрижня. Будуємо епюру Δl , починаючи із защемленого кінця стрижня, додаючи значення деформації на кожній ділянці перерізу.

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF} \quad (49)$$

$$\Delta l_I = \frac{0 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = 0 \text{ м}$$

$$\Delta l_{II} = \frac{5 \cdot 10^3 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = \frac{375}{10^8} = 375 \cdot 10^{-8} = 0,375 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$\Delta l_{III} = \frac{0 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,004} = 0 \text{ м}$$

$$\Delta l_{IV} = \frac{(-15) \cdot 10^3 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,004} = -563 \cdot 10^{-8} = (-0,563) \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

5. Знаходимо загальне подовження або укорочення

$$\Delta l = (l_I + l_{II} + l_{III} + l_{IV}) \quad (50)$$

$$\Delta L = (0 + 0,375 - 0,563 + 0) = (-0,188) \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

Відповідь: відбувається укорочення стрижня.

2.2. Завдання для самостійного виконання з теми «Центральний розтяг та стиск стрижнів»

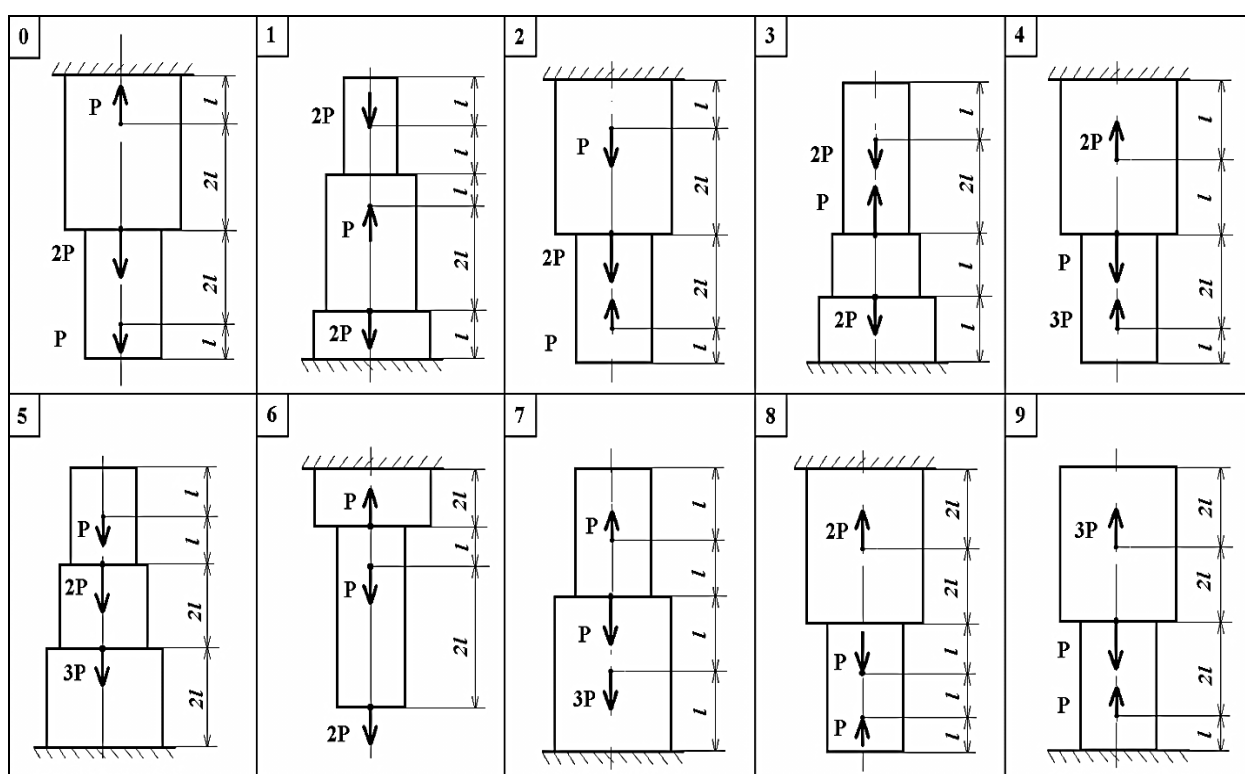
Для заданого статично визначеного стрижня необхідно: побудувати епюру поздовжніх сил; із умови міцності по нормальних напруженнях підібрати поперечний переріз стрижня; побудувати епюру

нормальних напружень; визначити загальне подовження поперечних перерізів, прийнявши $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Таблиця 4

Варіанти завдань для виконання задачі

Параметри задачі	Числові варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_1 , кН	40	50	65	40	80	55	60	45	50	30
P_2 , кН	90	55	70	50	60	70	80	35	55	45
P_3 , кН	100	60	35	65	70	90	70	30	70	85
l , м	0,3	0,4	0,5	0,3	0,9	0,1	0,3	0,7	0,8	0,4



3.1. Задача №3 «Кручення»

На сталевий вал діють чотири моменти. Необхідно:

- 1) побудувати епюру моментів кручення;
- 2) при заданому значенні $[\tau]$ визначити діаметр валу із розрахунку на міцність і округлити його величину до ближнього більшого значення, відповідно рівного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180 і 200 мм;
- 3) побудувати епюру кутів закручування;

4) знайти найбільший відносний кут закручування (на 1 пог. м). Модуль зсуву для сталі приймаємо: $G = 8 \cdot 10^4$ МПа

Дано:

$$M_1 = M_3 = 1700 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_2 = M_4 = 700 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$a = b = c = d = 1,7 \text{ м}$$

$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа} = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$$

$$I_p = 0,1 \cdot d^4$$

$$[\tau] = 65 \text{ МПа}$$

1. Визначаємо значення моментів кручення на кожній ділянці валу та будуємо епюру (рис. 6). Вважається, що приймаємо крутний момент додатнім, якщо при погляді на переріз зі сторони зовнішньої нормалі він повертає переріз за ходом годинникової стрілки.

$$M_{I-I} = -M_4 = -700 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{II-II} = -M_4 + M_3 = -700 + 1700 = 1000 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{III-III} = -M_4 + M_3 - M_2 = -700 + 1700 - 700 = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{IV-IV} = -M_4 + M_3 - M_2 + M_1 = -700 + 1700 - 700 + 1700 = 2000 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

2. При заданому значенні $[\tau]$ визначаємо діаметр валу:

$$W = \frac{M_{кр(max)}}{[\tau]} \quad (51)$$

$$W = \frac{2000}{65 \cdot 10^6} = 30,8 \cdot 10^{-6} = 30,8 \text{ см}^3$$

Для круглого поперечного перерізу:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = 0,2 \cdot d^3 \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{W}{0,2}} \quad (52)$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{30,8}{0,2}} = 5,36 \text{ см}$$

Приймаємо діаметр валу рівний 50 мм.

Розраховуємо похибку:

$$\Delta = \frac{53,6 - 50}{53,6} \cdot 100\% = 6,7\% > 5\%, \text{ тому приймаємо } \varphi = 60 \text{ мм}$$

Тобто необхідно прийняти вал більшого діаметру із ряду:
 $\varnothing=60\text{мм}$.

3.Визначаємо кути закручування і будуємо епюру

$$\varphi = \frac{M_i \cdot a}{G \cdot I_p} \quad (53)$$

$$\varphi_I = \frac{-700 \cdot 1,7}{8 \cdot 10^{10} \cdot (0,1 \cdot (0,06)^4)} = -0,0119 \text{ рад}$$

$$\varphi_{II} = \frac{1000 \cdot 1,7}{8 \cdot 10^{10} \cdot (0,1 \cdot (0,06)^4)} = 0,017 \text{ рад}$$

$$\varphi_{III} = \frac{300 \cdot 1,7}{8 \cdot 10^{10} \cdot (0,1 \cdot (0,06)^4)} = 0,0051 \text{ рад}$$

$$\varphi_{IV} = \frac{2000 \cdot 1,7}{8 \cdot 10^{10} \cdot (0,1 \cdot (0,06)^4)} = 0,034 \text{ рад}$$

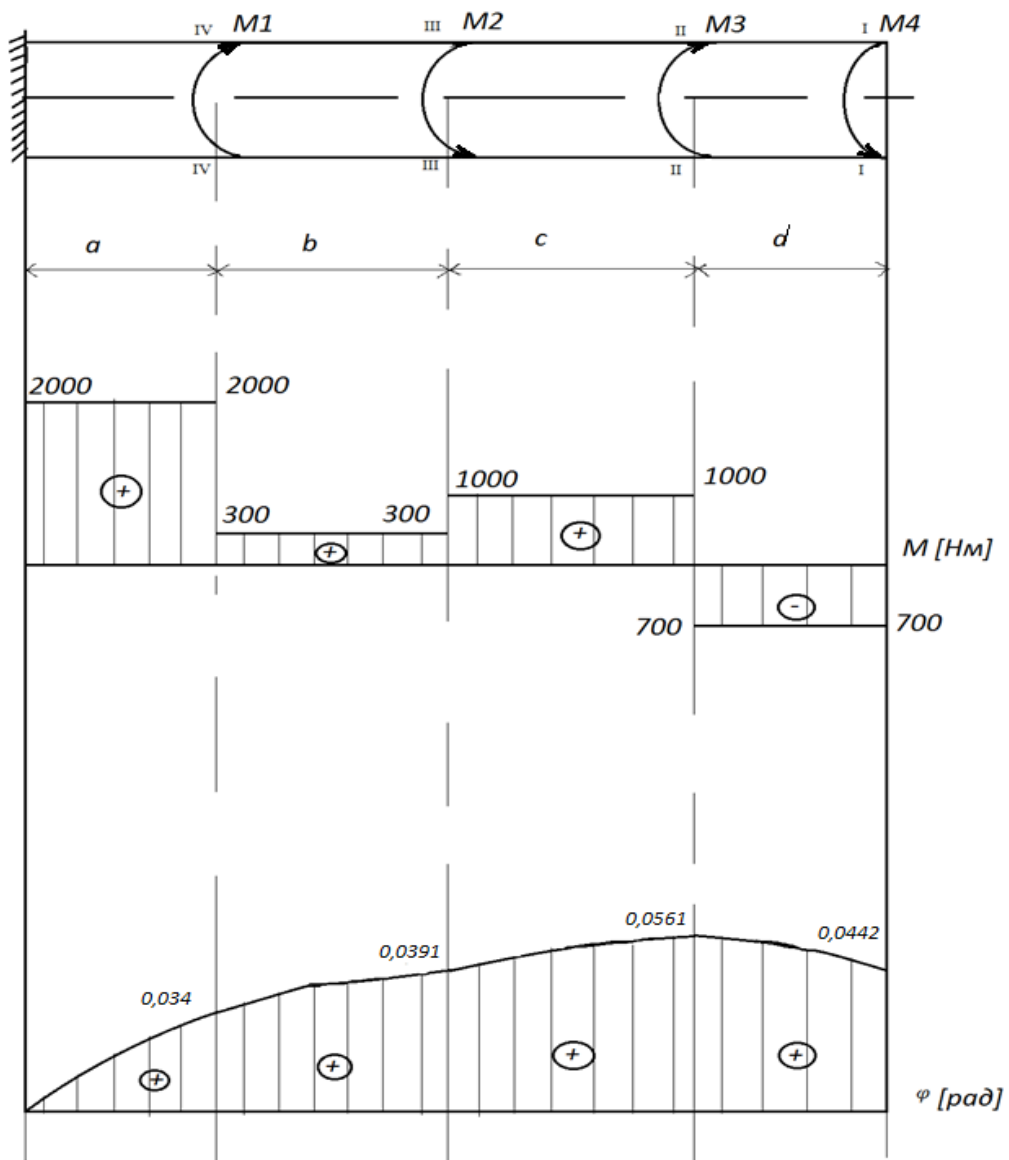


Рис.2.6. Побудова епюр крутних моментів та кутів закручування

Загальний кут закручування складає:

$$\varphi = \varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{III} + \varphi_{IV} \quad (54)$$

$$\varphi = -0,0119 + 0,017 + 0,0051 + 0,034 = 0,0442 \text{ рад}$$

Будуємо епюру кутів закручення відносно затиснення валу. Вона будується від жорсткого защемлення, значення на кожній ділянці додаються.

4.Визначаємо найбільший відносний кут закручення:

$$\theta = \frac{\varphi_{max}}{l} = \frac{0,034}{1,7} = 0,02 \text{ рад/м} \quad (55)$$

Відповідь: $\theta = 0,02 \text{ рад/м}$

3.2. Завдання для самостійного виконання з теми «Кручення»

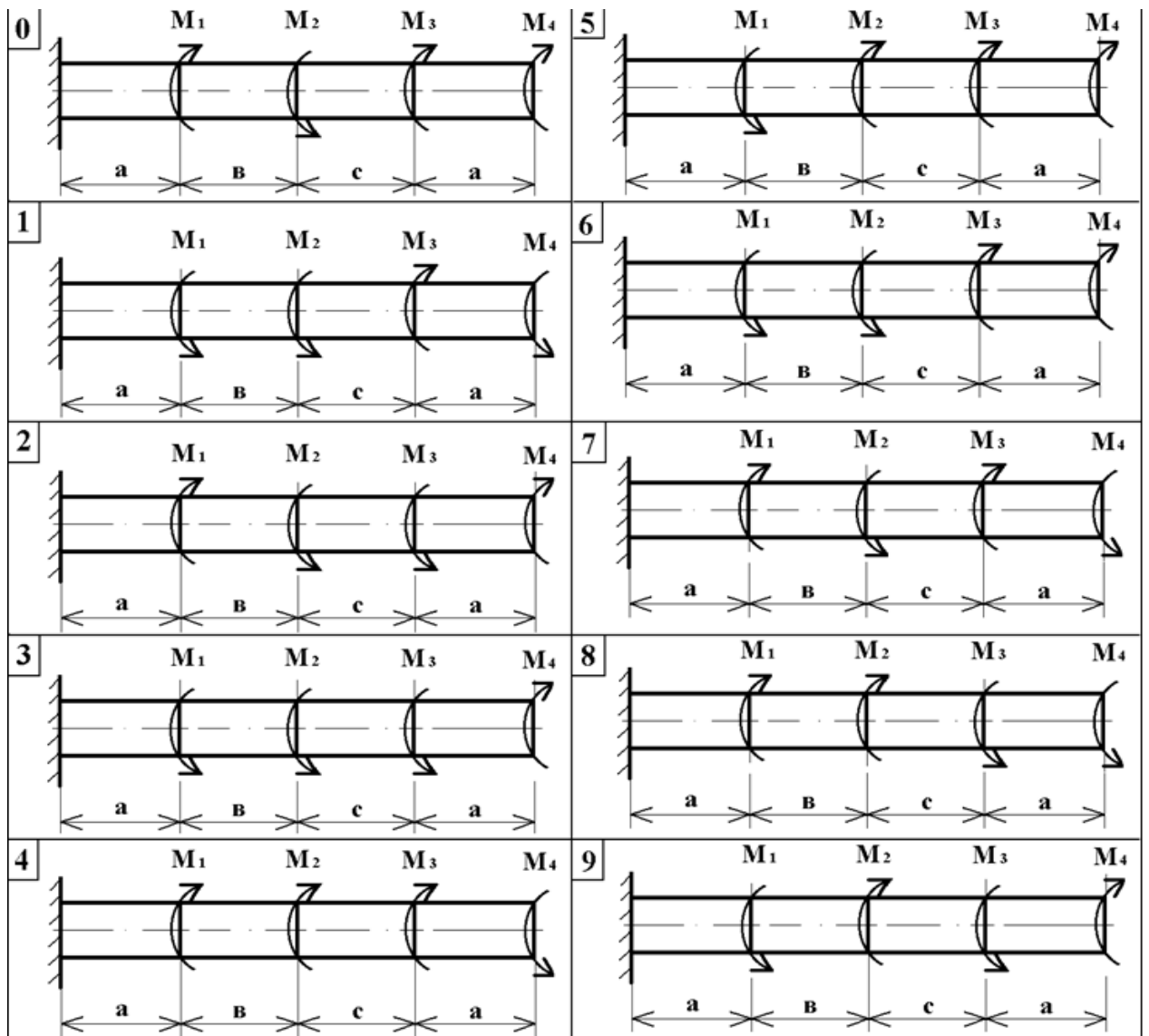
На сталевий вал діють чотири моменти. Необхідно:

- 1) побудувати епюру моментів кручення;
- 2) при заданому значенні $[\tau]$ визначити діаметр валу із розрахунку на міцність і округлити його величину до ближнього більшого значення, відповідно рівного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180 і 200 мм;
- 3) побудувати епюру кутів закручування;
- 4) знайти найбільший відносний кут закручування (на 1 пог. м).

Таблиця 5

Завдання для самостійного виконання

№	a, м	b, м	c, м	M ₁ , кНм	M ₂ , кНм	M ₃ , кНм	M ₄ , кНм	[τ], МПа
1	1,1	1,1	1,1	110	110	110	110	35
2	1,2	1,2	1,2	120	120	120	120	40
3	1,3	1,3	1,3	130	130	130	130	45
4	1,4	1,4	1,4	140	140	140	140	50
5	1,5	1,5	1,5	150	150	150	150	55
6	1,6	1,6	1,6	160	160	160	160	60
7	1,7	1,7	1,7	170	170	170	170	65
8	1,8	1,8	1,8	180	180	180	180	70
9	1,9	1,9	1,9	190	190	190	190	75
0	2,0	2,0	2,0	200	200	200	200	80



4.1. Задача №4 «Згин»

Для консольної статично визначеної балки необхідно:

- визначити опорні реакції;
- побудувати епюри поперечних сил і моментів згинання;
- із умови міцності по нормальних напруженнях підібрати:

а) діаметр d круглого поперечного перерізу;

б) висоту h і ширину b прямокутного поперечного перерізу, прийнявши $b = 0,5h$;

в) побудувати епюри нормальних і дотичних напружень в небезпечних перерізах.

Дано: балку розмірами $a_1=1,5\text{м}$; $a_2=2\text{м}$; $l=5,5\text{м}$;

$P=5\text{кН}$; $q=15\text{кН/м}$; $[\sigma]=10\text{МПа}$

1. Визначаємо реакції опор за рівнянням рівноваги. В точці А маємо жорстке защемлення. В точці жорсткого защемлення

маємо три складові реакції R_A , Z_A і пару сил з моментом заземлення M_A .

$$\begin{cases} \Sigma Z_1 = 0; & Z_A = 0 \\ \Sigma Y_1 = 0; & -R_A - P + q \cdot a_2 = 0 \\ \Sigma \Sigma M_{iA} = 0; & -q \cdot a_2 \cdot \frac{a_2}{2} + P \cdot a_1 + M_A = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Sigma Z_1 = 0; & Z_A = 0 \\ \Sigma Y_1 = 0; & -R_A - 5 \cdot 10^3 + 15 \cdot 10^3 = 0 \\ \Sigma M_{iA} = 0; & -15 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + 5 \cdot 10^3 + M_A = 0 \end{cases}$$

Звідси визначаємо реакції: $R_A = 25 \cdot 10^3$ кН; $M_A = 22,5$ кН·м.

Поперечні сили у відповідних перерізах балки мають такі значення:

$$Q_{(Y)1} = Q_{(Y)2} = Q_{(Y)3} = 0;$$

$$Q_{(Y)4} = q \cdot 0,5 = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ кН};$$

$$Q_{(Y)5} = q \cdot 0,5 - P = 7,5 - 5 = 2,5 \text{ кН};$$

$$Q_{(Y)6} = q \cdot 2 - P = 15 \cdot 2 - 5 = 25 \text{ кН}$$

2. Згинальні моменти у відповідних перерізах балки мають такі значення:

$$M_{(X)1} = M_{(X)2} = M_{(X)3} = 0;$$

$$M_{(X)4} = M_{(X)5} = -\left(q \cdot \frac{a_2}{4} \cdot \frac{a_2}{8}\right) = -(15 \cdot 0,5 \cdot 0,25) = -1,87 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{(X)6} = -\left(q \cdot a_2 \cdot \frac{a_2}{2}\right) + P \cdot a_1 = -(15 \cdot 2 \cdot 1) + 0,5 \cdot 1,5 = -22,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3. Із умови міцності по нормальним напруженням підбираємо:

а) балку круглого перерізу з діаметром d .

$$W_{kp} = \left| \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} \right| = \frac{22,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 2250 \text{ см}^3 \quad (56)$$

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0,1 \cdot d^3 \quad (57)$$

$$W_{kp} = 2250 = W_x = 0,1 \cdot d^3 \quad (58)$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_x}{0,1}} = \sqrt[3]{\frac{2250}{0,1}} = \sqrt[3]{22500} = 28,2 \text{ см}$$

б) балку прямокутного поперечного перерізу, прийнявши $b=0,4 \cdot h$.

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{0,4 \cdot h^3}{6} \quad (59)$$

$$W_{кр} = 2250 \text{ см}^3;$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{W_{кр} \cdot 6}{b}} = \sqrt[3]{\frac{2250 \cdot 6}{0,4}} = 32,3 \text{ см} \quad (60)$$

4. Будуємо епюру нормальних і дотичних напружень в перерізах з максимальним значенням моменту M_{\max} і максимальним значенням поперечної сили Q_{\max} . Таким перерізом виявився переріз в точці 6.

а) для круглого поперечного перерізу:

Нормальні напруження:

$$\sigma_{(1)} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{22,5 \cdot 10^3}{0,1 \cdot d^3} = \frac{22,5 \cdot 10^3}{0,1 \cdot (0,282)^3} = 10 \text{ МПа} \quad (61)$$

$$\sigma_{(2)} = 0;$$

$$\sigma_{(3)} = -10 \text{ МПа.}$$

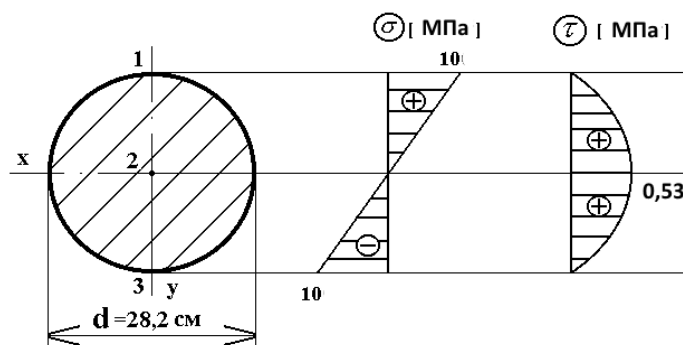


Рис. 8. Побудова епюр для круглого поперечного перерізу

Дотичні напруження знаходяться за формулою:

$$\tau = \frac{Q_y \cdot S_x}{I_x \cdot b} \quad (62)$$

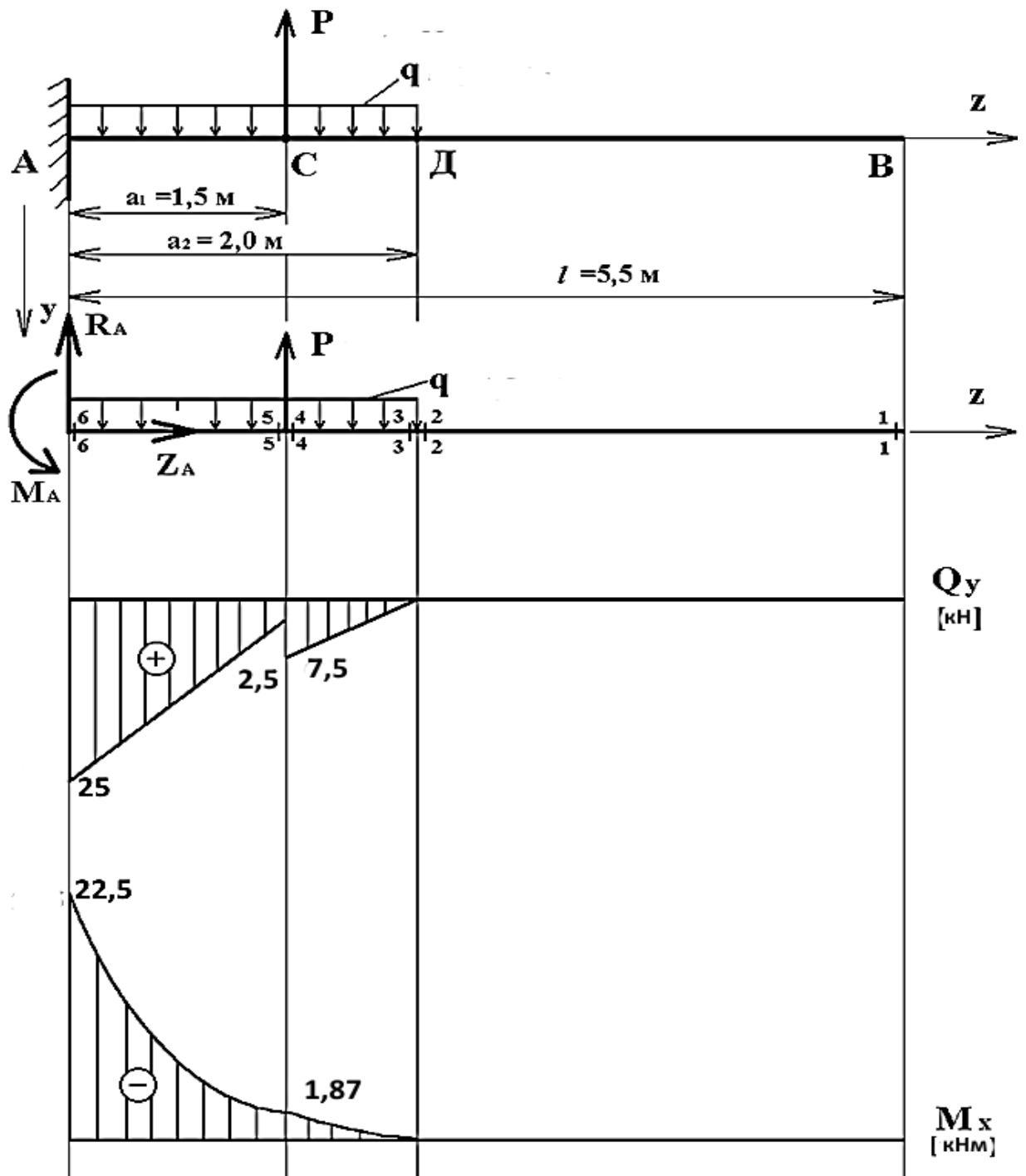


Рис. 7. Побудова епюр поперечної сили та згинального моменту

$$\tau_{(1)} = \tau_{(3)} = 0; \quad (63)$$

$$\tau_{(2)} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q_y \max}{F} = \frac{4}{3} \cdot \frac{Q_y \max}{\Pi R^2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (0,141)^2} = 0,53 \text{ МПа} \quad (64)$$

б) для квадратного поперечного перерізу:

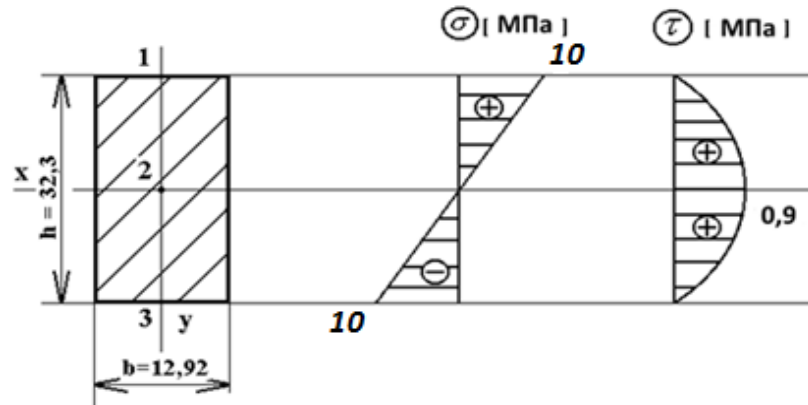


Рис 9. Побудова епюр для квадратного поперечного перерізу

Нормальні напруження:

$$\sigma_{(1)} = \frac{M_{max}}{Wz} = \frac{M_{max}}{b \cdot h^2 / 6} = \frac{22,5 \cdot 10^3}{0,13 \cdot 0,32^2 / 6} = 10 \text{ МПа}; \quad (65)$$

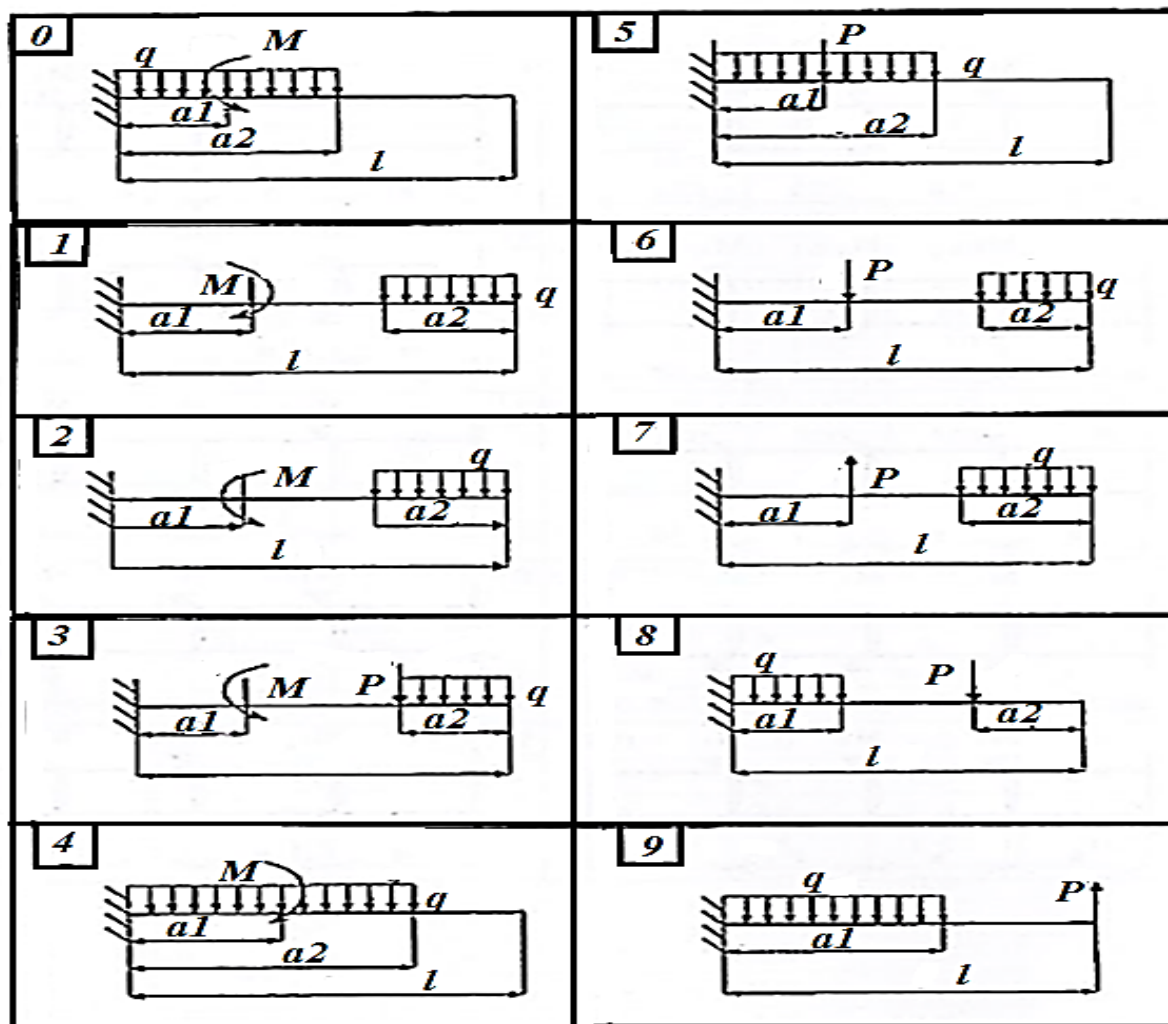
$$\sigma_{(2)} = 0;$$

$$\sigma_{(3)} = -10 \text{ МПа}$$

Дотичні напруження : $\tau_{(1)} = \tau_{(3)} = 0;$

$$\tau_{(2)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{Y max}}{F} = \frac{3}{2} \cdot \frac{25 \cdot 10^3}{b \cdot h} = \frac{3 \cdot 25 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,1292 \cdot 0,323} = 0,9 \text{ МПа}$$

4.2. Завдання для самостійного виконання з теми «Згин»



Таблиця 6.

Варіанти завдань для самостійного виконання

№	L,m	a ₁ ,m	a ₂ ,m	M, кН·м	P, кН	Q, кН/м	[σ], МПа
1	5,0	1,0	2,0	10	5	5	12
2	4,0	1,5	1,5	20	10	10	10
3	3,5	1,0	1,5	3	3	3	8
4	4,5	2,0	1,0	4	4	4	12
5	5,5	1,5	2,0	5	5	5	10
6	5,0	2,0	1,5	6	6	6	8
7	4,5	2,0	0,5	7	7	7	12
8	4,0	1,0	1,0	8	8	8	10
9	3,0	1,8	0,9	9	9	9	8
10	4,5	1,5	1,5	10	10	10	12

5.1. Перелік підсумкових питань

1. Поняття чистого зсуву. Закон Гука при чистому зсуві.
2. Статично невизначені задачі при розтяганні і стисканні. Вплив неточності виготовлення елементів і температури на величину зусиль в них.
3. Четверта теорія міцності. Теорія міцності граничних напружень стану (теорія Мора).
4. Практичний розрахунок з'єднань, які працюють на зсув: а) розрахунок заклепочних та болтових з'єднань; б) розрахунок зварних з'єднань.
5. Закон Гука при плоскому та об'ємному напруженому стані.
6. Поздовжні сили і їх епюри при центральному розтяганні (стисканні). Диференціальні залежності між поздовжніми силами і зовнішнім навантаженням при центральному розтяганні (стисканні).
7. Випробування матеріалів на стискання.
8. Напруження в перерізах, нахилених до осі стержня при центральному розтяганні (стисканні).
9. Види навантажень і схематизація елементів конструкцій. Основні об'єкти, які вивчаються в курсі механіки матеріалів і конструкцій.
10. Задачі науки «Механіка матеріалів і конструкцій» та її значення для інженерної освіти. Зв'язок курсу механіки матеріалів і конструкцій з загальноосвітніми, загально інженерними та спеціальними дисциплінами. Короткі історичні відомості.
11. Напруження і деформації при центральному розтяганні (стисканні). Закон Гука. Переміщення перерізів бруса при центральному розтяганні (стисканні). Епюри переміщень.

12. Екстремальні дотичні напруження при плоскому напруженому стані. Коло Мора при плоскому напруженому стані.

13. Екстремальні дотичні напруження при плоскому напруженому стані. Коло Мора при плоскому напруженому стані.

14. Види найпростіших деформацій стержня. Внутрішні зусилля стержнів та їх визначення. Метод перерізів. Поняття про напруження і деформації в точці.

15. Напруження в нахилених площадках при плоскому напруженому стані. Головні напруження та головні площадки в плоскому напруженому стані.

16. Плоске згинання. Основні типи опорних зв'язків. Визначення опорних реакцій. Внутрішні сили при згинанні. Диференціальні залежності між M_x , Q_y і q . Правила спрощеної побудови епюр M_x і Q_y .

17. Основні властивості твердого деформованого тіла. Основні припущення і принципи в механіці матеріалів і конструкцій.

18. Головні деформації. Аналогія між залежностями для напруженого та деформованого стану в точці.

19. Загальні поняття теорії міцності. Перша, друга, третя теорії міцності.

20. Залежності між модулями пружності при розтяганні та при зсуві. Потенціальна енергія при зсуві.

21. Випробування матеріалів на розтягання. Діаграма розтягання.

22. Визначення крутних моментів та побудова їх епюр. Напруження та деформації при крученні стержня, який має круглий поперечний переріз.

23. Поняття напруженого стану в точці та його види. Закон парності дотичних напружень при плоскому напруженому стані.

24. Дійсна діаграма розтягання.

25. Зміна об'єму матеріалу при деформації. Потенціальна енергія при об'ємному напруженому стані.

26. Дотичні напруження при згинанні. Формула Жуковського. Епюри дотичних напружень.

27. Головні осі і головні моменти інерції. Радіус інерції. Еліпс інерції та його властивості.

28. Методи розрахунку деталей машин та елементів конструкцій:

- за руйнуючим навантаженням;

- за допустимим напруженням.

29. Момент інерції відносно паралельних осей. Залежність між моментами інерції при повороті осей.

30. Геометричні характеристики плоских перерізів. Основні поняття. Моменти інерції найпростіших фігур.

Додаток

Сортамент прокатної сталі

Кутники рівносторонні (за ГОСТ 8509-86)

Позначення:

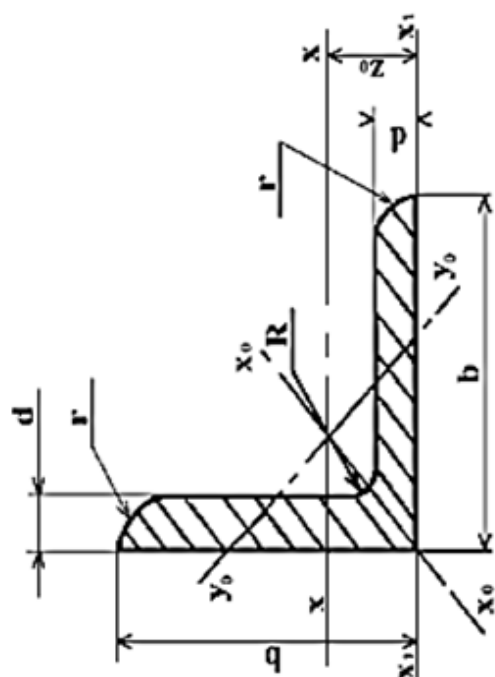
b - ширина полиці;

d - товщина полиці;

J - момент інерції;

i - радіус інерції;

Z_0 - відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці



Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу F, см ²	J_x , см ⁴	i_x , см	$J_{x_{0max}}$, см ⁴	$i_{x_{0max}}$, см	$J_{y_{0min}}$, см ⁴	$i_{y_{0min}}$, см	J_{x1} , см ⁴	Z_0 , см	Маса 1М, кг
	b	d										
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33	2,32
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	3,05
		5	4,80	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	3,77
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	3,44
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	4,25
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	3,90
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	4,81
6,5	65	6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	50,0	1,78	5,72
		6	7,52	29,85	1,99	47,38	2,51	12,32	1,28	17,53	1,83	5,91
			9,84	38,13	1,97	60,42	1,27	15,58	2,48	28,29	1,90	7,73

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу F, см ²	J_x , см ⁴	i_x , см	$J_{x_{max}}$ см ⁴	$i_{x_{max}}$ см	$J_{y_{min}}$ см ⁴	$i_{y_{min}}$ см	J_{x1} см ⁴	Z_0 , см	Маса 1м, кг
	b	d										
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
		8	10,70	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	8,37
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	9,02
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	10,10
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	6,78
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19	7,36
		7	10,8	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23	8,51
		8	12,3	73,4	2,34	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27	9,65
		6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43	8,33
9	90	7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47	9,64
		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51	10,9
		9	15,6	118	2,75	186	3,96	48,6	1,77	219	2,55	12,2

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу	$J_x, \text{см}^4$	$i_x, \text{см}$	$J_{x0 \max}, \text{см}^4$	$i_{x0 \max}, \text{см}$	$J_{y0 \min}, \text{см}^4$	$i_{y0 \min}, \text{см}$	$J_{x1}, \text{см}$	$Z_0, \text{см}$	Маса $1\text{м}, \text{кг}$
	b	d										
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68	10,1
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71	10,8
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75	12,2
		10	19,2	179	2,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83	15,1
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91	17,9
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99	20,6
11	110	16	29,7	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06	23,3
		7	15,7	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96	11,9
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00	13,5
		8	19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	516	3,36	15,5
12,5	125	9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	17,3
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	19,1
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	22,7
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	26,2
		16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	29,6
		9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	19,4
14	140	10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	21,5
		12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	25,5
		10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
16	160	12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
		18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4

Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу F , см^2	J_x , см^4	i_x , см	$J_{x_{\text{о max}}}$, см^4	$i_{x_{\text{о max}}}$, см	$J_{y_{\text{о min}}}$, см^4	$i_{y_{\text{о min}}}$, см	J_{x_1} , см^4	Z_0 , см	Маса 1м , кг
	b	d										
18	180	11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	30,5
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1
20	200	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37	37,0
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42	39,9
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46	42,8
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54	48,7
22	220	20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70	60,1
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89	74,0
		330	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07	87,6
		14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93	47,4
25	250	16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02	53,8
		16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75	61,5
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83	68,9
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91	76,1
25	250	22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00	83,3
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11	94,0
		28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23	104,5
		30	142,0	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	14753	7,31	111,4

Кутники верівнобокі (за ГОСТ 8510-86)

Позначення:

B — ширина більшої полиці;

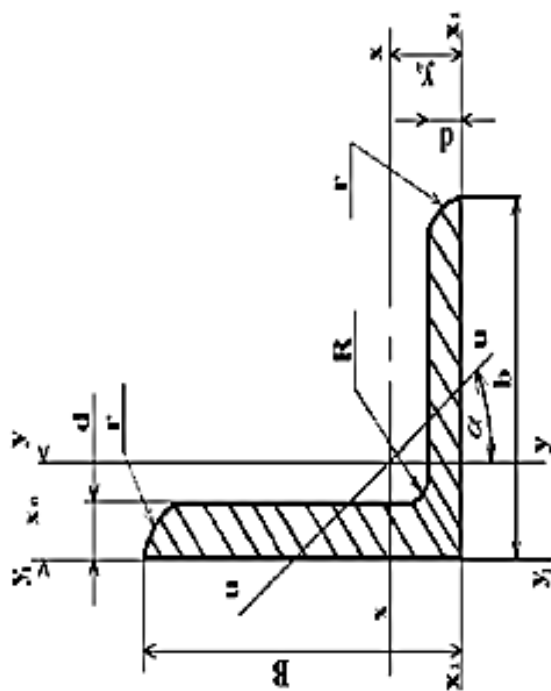
b — ширина меншої полиці;

d — товщина полиці;

J — момент інерції;

i — радіус інерції;

x_0, y_0 - відстань від центра ваги до зовнішніх граней полиць



Номер про-філю	Розміри, мм		Площа F , $см^2$	J_x , $см^4$	i_x , $см$	J_y , $см^4$	i_y , $см$	$J_{U_{min}}$, $см^4$	$i_{U_{min}}$, $см$	Кут нахил u до осі y , $tg\alpha$	J^{X_1} , $см^4$	J^{Y_1} , $см^4$	x_0 , $см$	y_0 , $см$	Маса m , $кг$
	B	b													
5,6/3,6	6	6	3,58	11,4	1,78	3,7	1,02	2,19	0,78	0,406	23,2	6,25	0,84	1,82	2,81
			4,41	13,8	1,77	4,48	1,01	2,66	0,78	0,404	29,2	7,91	0,88	1,86	3,46
6,3/4	63	40	4,04	16,3	2,01	5,16	1,13	3,07	0,87	0,397	33,0	8,51	0,91	2,03	3,17
			4,98	19,9	2,00	6,26	1,12	3,72	0,86	0,396	41,4	10,8	0,95	2,08	3,91
			5,90	23,3	1,99	7,28	1,11	4,36	0,86	0,393	49,9	13,1	0,99	2,12	4,63
7/4,5	70	45	7,68	29,6	1,96	9,15	1,09	5,58	0,85	0,386	66,9	17,9	1,07	2,20	6,03
7,5/5	75	50	5,59	27,8	2,23	9,05	1,27	5,34	0,98	0,406	56,7	15,2	1,05	2,28	4,39
			6,11	34,8	2,39	12,5	1,43	7,24	1,09	0,436	69,7	20,8	1,17	2,39	4,79
7,5/5	75	50	7,25	40,9	2,38	14,6	1,42	8,48	1,08	0,435	83,9	25,2	1,21	2,44	5,69
			9,47	52,4	2,35	18,5	1,40	10,9	1,07	0,430	112	34,2	1,29	2,52	7,43

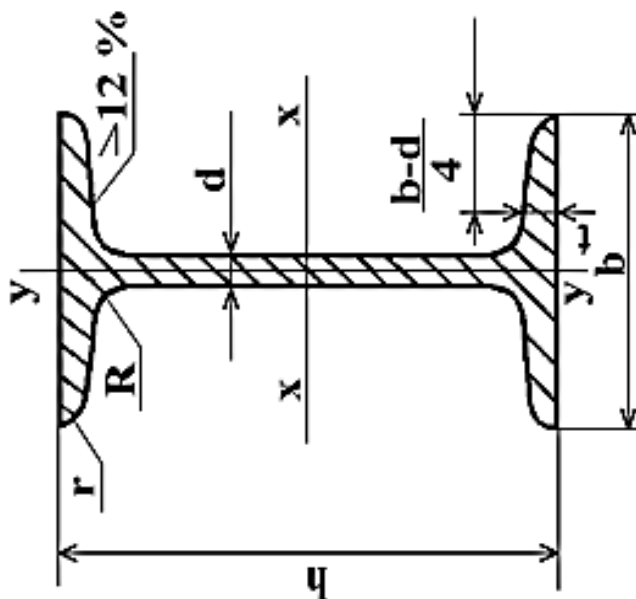
Номер про-філо	Розміри, мм			Площа $F, \text{см}^2$	$J_{x_1}, \text{см}^4$	$i_{x_1}, \text{см}$	$J_{y_1}, \text{см}^4$	$i_{y_1}, \text{см}$	$J_{U \min}, \text{см}^4$	$i_{U \min}, \text{см}$	Кут нахил у осі $u, \text{tg} \alpha$	$J_{x_1}, \text{см}^4$	$J_{y_1}, \text{см}^4$	$x_0, \text{см}$	$y_0, \text{см}$	Маса $1\text{м}, \text{кг}$
	B	b	d													
8/5	80	50	5	6,36	41,6	2,56	12,7	1,41	7,58	1,09	0,387	84,6	20,8	1,13	2,60	4,99
			6	7,55	49,0	2,55	14,8	1,40	8,88	1,08	0,386	102	25,2	1,17	2,65	5,92
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	2,88	19,7	1,58	11,8	1,22	0,384	132	32,2	1,26	2,92	6,17
			6	8,54	70,6	2,88	21,2	1,58	12,7	1,22	0,384	145	35,2	1,28	2,95	6,70
			8	11,18	90,9	2,85	27,1	1,56	16,3	1,21	0,380	194	47,8	1,36	3,04	8,77
10/ 6,3	100	63	6	9,59	98,3	3,2	30,6	1,79	18,2	1,38	0,393	198	49,9	1,42	3,23	7,53
			7	11,1	113	3,19	35,0	1,78	20,8	1,37	0,392	232	58,7	1,46	3,28	8,70
			8	12,6	127	3,18	39,2	1,77	23,4	1,36	0,391	266	67,6	1,50	3,32	9,87
			10	15,5	154	3,15	47,1	1,75	28,3	1,35	0,387	333	85,8	1,58	3,40	12,1
11/7	110	70	6,5	11,4	142	3,53	45,6	2,00	26,9	1,53	0,402	285	74,3	1,58	3,55	8,98
			8	13,9	172	3,51	54,6	1,98	32,3	1,52	0,400	353	92,3	1,64	3,61	10,9
			7	14,1	227	4,01	73,7	2,29	43,4	1,76	0,407	452	119	1,80	4,01	11,0
12,5/ 8	125	80	8	16,0	256	4,00	83,0	2,28	48,8	1,75	0,406	518	137	1,84	4,05	12,5
			10	19,7	312	3,98	100	2,26	59,3	1,74	0,404	649	173	1,92	4,14	15,5
			12	23,4	365	3,95	117	2,24	69,5	1,72	0,400	781	210	2,00	4,22	18,3
14/9	140	90	8	18,0	364	4,49	120	2,58	70,3	1,98	0,411	727	104	2,03	4,49	14,1
			10	22,2	444	4,47	146	2,56	85,5	1,96	0,409	911	245	2,12	4,58	17,5
16/10	60	100	9	22,9	606	5,15	186	2,85	110	2,20	0,391	1221	300	2,23	5,19	18,0
			10	25,3	667	5,13	204	2,84	121	2,19	0,390	1359	335	2,28	5,23	19,8
			12	30,0	784	5,11	239	2,82	142	2,18	0,388	1634	405	2,36	5,32	23,6
			14	34,7	897	5,08	272	2,80	162	2,16	0,385	1910	477	2,43	5,40	27,3

Номер про-філю	Розміри, мм			Площа F , см ²	J_x , см ⁴	i_x , см	J_y , см ⁴	i_y , см	J_U^{\min} , см ⁴	i_U^{\min} , см	Кут нахил у осі u , $tg\alpha$	J_{X_1} , см ⁴	J_{Y_1} , см ⁴	x_0 , см	y_0 , см	Маса M , кг	
	B	b	d														
18/11	180	110	10	18,3	952	5,80	276	3,12	165	2,42	0,375	1933	444	2,44	5,88	22,2	
			12	33,7	1123	5,77	324	3,10	194	2,40	0,374	2342	537	2,52	5,97	26,4	
20/12,5	200	125	11	34,9	1449	6,45	446	3,58	264	2,75	0,392	2920	718	2,79	6,50	27,4	
			12	37,9	1568	6,43	482	3,57	285	2,74	0,392	3189	786	2,83	6,54	29,7	
			14	43,9	1801	6,41	551	3,59	327	3,59	327	2,73	3726	922	2,91	6,62	34,4
			16	49,8	2026	6,38	617	3,52	367	3,52	367	2,72	4264	1061	2,99	6,71	39,1
25/16	250	160	12	48,3	3147	8,07	1032	4,62	604	3,54	0,410	6212	1634	3,53	7,97	37,9	
			16	63,6	4091	8,02	1333	4,58	781	3,50	0,408	8308	2200	3,69	8,14	49,9	
			18	71,1	4545	7,99	1475	4,56	896	3,49	0,407	9358	2487	3,77	8,23	55,8	
			20	78,5	4987	7,97	1613	4,53	949	3,48	0,405	10410	2776	3,85	8,31	61,7	

Балки двогаврові (за ГОСТ 8239-89)

Позначення:

- h – висота балки
- b – ширина полиці
- d – товщина стінки
- t – середня товщина полиці
- J – момент інерції
- W – момент опору
- i – радіус інерції
- S – статичний момент площі



Номер профілю	Розміри, мм				Площа F , $см^2$	J_x , $см^4$	W_x , $см^3$	i_x , $см$	S_x , $см^3$	J_x , $см^4$	W_y , $см^3$	i_y , $см$	Маса 1м, кг
	h	b	d	t									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18 ^a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20 ^a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7

Номер профілю	Розміри, мм					Площа F , см ²	J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_y , см	Маса 1м, кг
	h	b	d	t										
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0	
22 ^a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8	
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3	
24 ^a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4	
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5	
27 ^a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9	
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5	
30 ^a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2	
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2	
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6	
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0	
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5	
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5	
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6	
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108	

Швелери (за ГОСТ 8420-89)

Позначення:

h – висота балки

b – ширина полиці

d – товщина стінки

t – середня товщина полиці

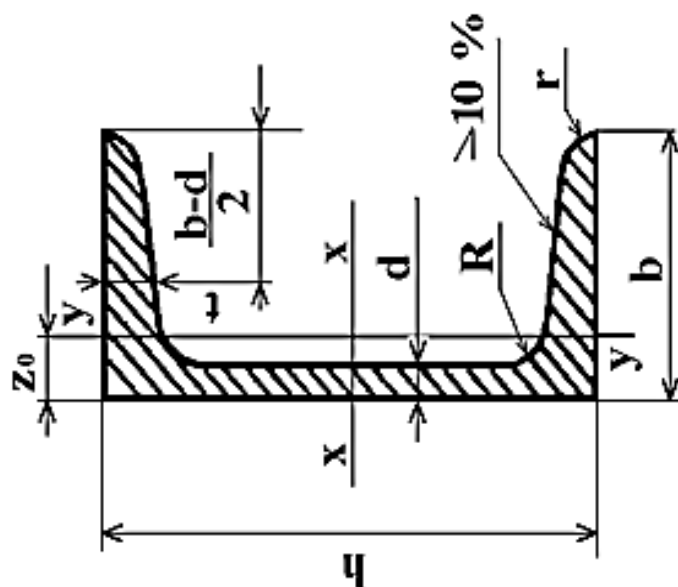
J – момент інерції

W – момент опору

i – радіус інерції

S – статичний момент площі

Z_0 – відстань від осі y до зовнішньої грані стінки



Номер профілю	Розміри, мм				Площа F , см^2	J_x , см^4	W_x , см^3	i_x , см	S_x , см^3	J_x , см^4	W_y , см^3	i_y , см	Z_0 , см	Маса 1м , кг
	h	b	d	t										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3

Номер профілю	Розміри, мм				Площа F, см ²	J_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	J_x , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	Z_0 , см	Маса 1м, кг
	h	b	d	t										
14 ^a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16 ^a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94	16,3
18 ^a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20 ^a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22 ^a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24 ^a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

Література

1. Бабенко Д. В., Доценко Н. А., Горбенко О. А. Механіка матеріалів і конструкцій. Частина 1: практикум для навчання на основі інтерактивного графічно-цифрового контенту : навчальний посібник. Миколаїв : МНАУ, 2021. 176 с.
2. Філатов Г. В. Опір матеріалів в задачах і прикладах: Розрахунок статично визначуваних стержневих систем. Кн. 1 : навч. посіб. Київ : Видавництво Ліра-К, 2019. 360 с.
3. Yang X., Song S., Sun L., Zhang D., Liu X., Ding S. Curriculum Construction and Reform for "Mechanics of Materials" Based on the Training of Outstanding Engineers. *Lifelong Education*. 2020. Vol.9. P. 240. doi:10.18282/le.v9i6.1350.
4. Guo H. S., Luo Y. S., Cao Y. X., Liu J., Tu Y. Exploration on the construction of the gold course of mechanics of materials in applied undergraduate civil engineering major. 2021. doi:10.1201/9781003144977-105.
5. Devin V., Tkachuk V., Skorobogatov D. (Use of the mdsolids software in studying discipline "*Material and construction mechanics*"). Open educational e-environment of modern university. 2018. doi:10.28925/2414-0325.2018.5.7787.
6. Prashant K. *Mechanics of Materials: A Friendly Approach*. 2022. doi:10.1142/12590.
7. Механіка матеріалів і конструкцій : навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю «Прикладна механіка» / А. Є. Бабенко та ін. Київ : НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2017. 191 с.
8. Огородніков В. А., Грушко О. В., Архіпова Т. Ф. Механіка матеріалів та конструкцій : навч. посібник. Вінниця : ВНТУ, 2018. 91 с.
9. Бондаренко Л. Ю., Вершков О. О., Антонова Г. В. Лабораторний практикум з механіки матеріалів і конструкцій : навч. посіб. Мелітополь : ТДАТУ, 2017. 183 с.
10. Бабенко Д. В., Горбенко О. А., Доценко Н. А. Механіка матеріалів і конструкцій: практикум : навчальний посібник.

Миколаїв : МНАУ, 2017. 384 с. URL : <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/3207>.

11. Бабенко Д. В., Горбенко О. А., Доценко Н. А. Механіка матеріалів і конструкцій : практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища. Миколаїв : МНАУ, 2018. 384 с.

12. Куценко А., Бондар М., Чаусов М. Механіка матеріалів. Київ : Центр навчальної літератури, 2019. 560 с.

13. Мельник О. Є. Опір матеріалів : метод. реком. до вивч. дисц. / Донецький нац. ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського ; каф. загальноінженерних дисциплін та обладнання. Кривий Ріг : ДонНУЕТ, 2020. 121 с.

14. Кострицький В. Г., Саух О. М. Опір матеріалів : практикум для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавр спеціальності 015.18 Професійна освіта (технологія виробництва і переробка продуктів сільського господарства), 015.20 Професійна освіта (транспорт) денної та заочної форм навчання. Херсон : Видавництво ХДУ, 2017. 112 с

15. Cicci D., Cicci D. Fundamentals of Engineering Mechanics: Basic Concepts in: Mechanics of Materials. Dynamic Solutions Publishing, 2022. 234 p.

16. Rushchitsky J. Foundations of Mechanics of Materials. *Ventus Publishing ApS*, 2021. 150 p.

17. Литвинов О. І., Василюк В. І., Федорина Т. П. Механіка матеріалів і конструкцій : методичний посібник. Ніжин : вид. НДУ ім. Гоголя, 2020. 180 с.

18. Курс «Механіка матеріалів і конструкцій». Платформа дистанційного навчання MOODLE МНАУ. URL: <https://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=355>

Навчальне видання

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ

Методичні рекомендації

Укладачі: **Бабенко** Дмитро Володимирович
Доценко Наталія Андріївна

Редактор: Н. А. Доценко

Комп'ютерний набір: Н. А. Доценко

Дизайн і верстка: Н. А. Доценко

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 2,75

Тираж 20 прим. Зам. №_

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету.
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК№4490 від 20.02.2013р.