МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет агротехнологій

Кафедра землеробства, геодезії та землеустрою

Вища геодезія

Методичні рекомендації

для виконання практичних робіт здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Геодезія та землеустрій» спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» денної форми здобуття вищої освіти

МИКОЛАЇВ
2024

УДК 528.23
В41

Друкується за рішенням науково-методичної комісії факультету агротехнологій Миколаївського національного аграрного університету від 3.10.2024 р. протокол № 3 .

Укладач:

Ю. В. Задорожній – старший викладач кафедри землеробства, геодезії та землеустрою, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

А. В. Дробітько – д-р с.–г. наук, професор, професор кафедри виноградарства та плодоовочівництва, декан факультету агротехнологій, Миколаївський національний аграрний університет.
Л. А. Бульба – ФОП «Бульба Л.А.», Баштанський район, Миколаївська область.

ЗМІСТ

ВСТУП

Вища геодезія – розділ геодезії, який використовує результати високоточних геодезичних, астрономічних, гравіметричних та супутникових вимірювань, вивчає форму, розміри та гравітаційне поле Землі, займається створенням державних геодезичних мереж, розв'язує геодезичні задачі на поверхні еліпсоїда та в просторі.

Мета та завдання вивчення навчальної дисципліни «Вища геодезія» полягає у формуванні в майбутніх фахівців теоретичних знань про фігуру та гравітаційне поле Землі, поверхні відносності, системи координат та напрацювання здобувачами вищої освіти практичних навичок проведення високоточних геодезичних вимірювань.

Після вивчення курсу здобувач вищої освіти повинен:

знати

– сучасні теорію, принципи, методи і засоби вимірювання з вищої геодезії;

– математичну теорію обробки результатів вимірів з вищої геодезії; основи теорії сферичної і сфероїдичної геодезії; способи розв'язання сферичних і сфероїдичних трикутників;

– обчислення геодезичних широт, довгот та азимутів на референц-еліпсоїді; основи фізичної геодезії, розв'язання задач на визначення потенціалу сили тяжіння.

вміти

– виконувати розрахунок точності мереж тріангуляції, трилатерації, полігонометрії;

– виконувати дослідження і перевірки високоточних приладів для вимірювання кутів;

– вимірювати кути в тріангуляції різними способами;

– вимірювати зенітні відстані;

– розраховувати точність виконання геодезичних робіт на геополігонах;

– аналізувати результати

– математичної обробки вимірів з метою прогнозування рухів земної поверхні;

– робити перехід від однієї системи висот до іншої;

– обчислювати поправки у виміряні на поверхні Землі напрямки за перехід на поверхню референц-еліпсоїда при обробці астрономогеодезичних мереж; порядок розв’язання сфероїдичного трикутника з виміряними сторонами.

– порядок розв’язання сфероїдичного трикутника з виміряними сторонами за методом Лежандра; переобчислення геодезичних координат у прямокутні;

– технологію обчислення гравіметричних та астрономо-геодезичних відхилень прямовисних ліній;

– встановлення астрономо-геодезичних відхилень прямовисних ліній у проміжних пунктах методом інтерполювання.

Практична робота №1
Обчислення довжин дуг меридіана та паралелей
Основні параметри земного еліпсоїда.

Еліпсоїдом обертання називається геометричне тіло, утворене обертанням еліпса навколо його малої осі.

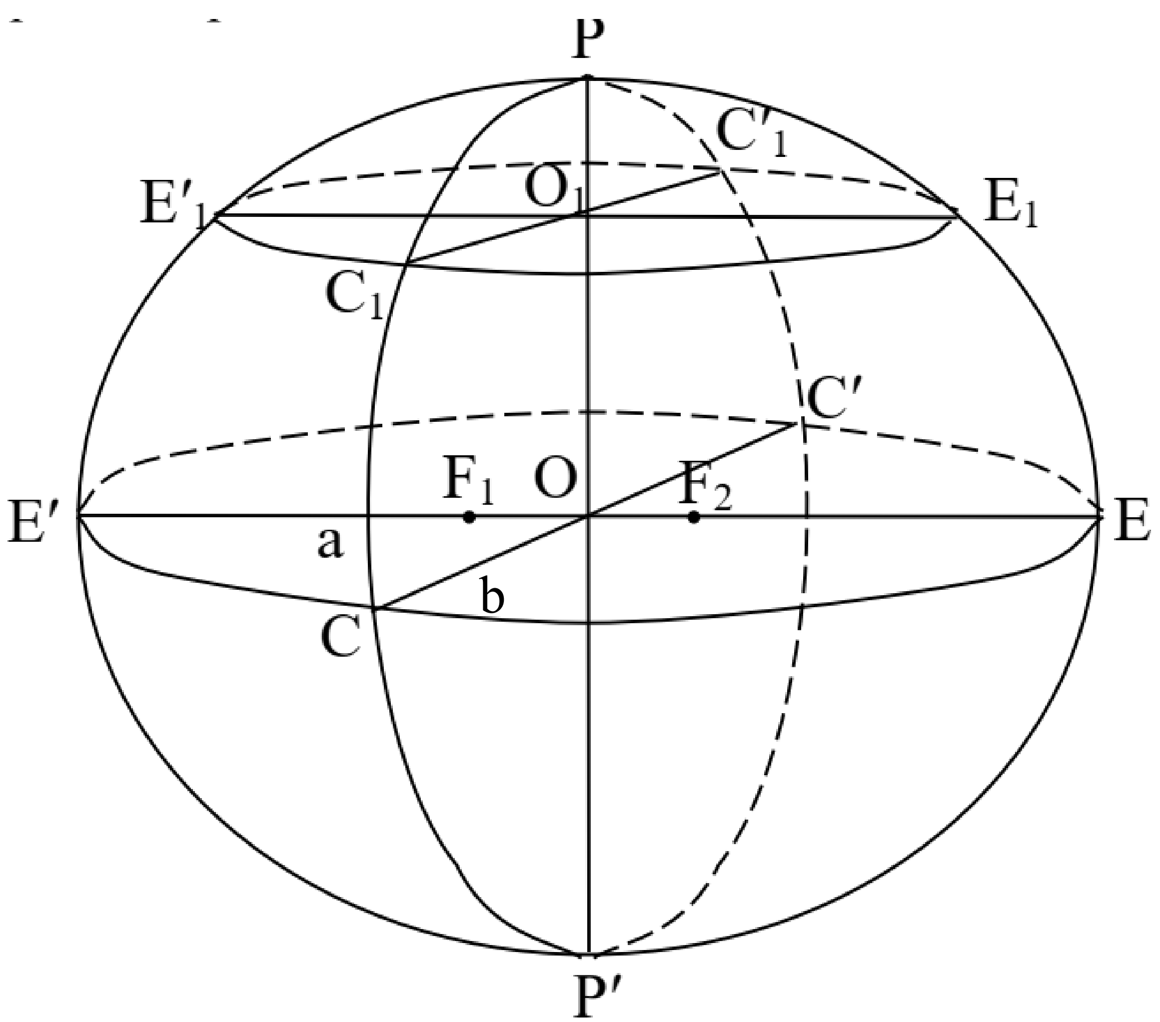

Рис.1.1 Земний еліпсоїд

де: О – центр еліпсоїда; Р – північний полюс; Р' –південний полюс; РР' – вісь обертання еліпсоїда; F_1 і F_2 – точки фокуса еліпсоїда; *a* – велика піввісь ; *b* – мала піввісь; ЕСЕ'С' - екватор; $E_1C_1E'_1C'_1$ - паралель; $PE_1EP'E'_1$ і $PC'_1C'P'CC_1$ – меридіани.

Меридіаном називається перетин поверхні еліпсоїда площиною, що проходить через малу піввісь еліпсоїда. Меридіани являють собою еліпс. Наприклад, $PE_1EP'E''_1$ і $PC'_1C'P'CC_1$ – меридіани.

Паралеллю називається перетин поверхні еліпсоїда площиною, перпендикулярної до осі обертання еліпсоїда. Паралель являє собою окружність. Наприклад: $E_1C_1E'_1C'_1$ – паралель.

Найбільша паралель (ЕСЕ'С'), площина якої проходить через центр еліпсоїда, називається екватором. Екватор є окружністю радіуса **а**, де **а** – велика піввісь еліпсоїда.

Лінійним ексцентриситетом називається відстань від центра еліпсоїда О до кожного з його фокусів F_1 або F_2. Лінійний ексцентриситет обчислюється за формулою:

$$OF_1 = OF_2 = \sqrt{a^2 - b^2}, \qquad (1.1)$$

де а – велика піввісь; b – мала піввісь.

Відношення лінійного ексцентриситету до великої півосі називається **першим ексцентриситетом** меридіанного еліпса:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, \qquad (1.2)$$

де е – перший ексцентриситет.

Відношення лінійного ексцентриситету до малої півосі називається **другим ексцентриситетом** меридіанного еліпса

$$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}, \qquad (1.3)$$

де е' – другий ексцентриситет.

Полярне стиснення еліпсоїда обчислюється за формулою:

(1.4)

$$\alpha = \frac{a-b}{a},$$

де **a і b** - велика і мала півосі еліпсоїда.

Лінійні величини **a і b** (велика й мала півосі) визначають розміри еліпсоїда.

Відносні величини. **α, e и e'** (полярне стиснення, перший і другий ексцентриситети) визначають форму еліпсоїда. Земний еліпсоїд – еліпсоїд, що характеризує фігуру й розміри Землі. Референц-еліпсоїд - земний еліпсоїд, прийнятий у конкретній країні для обробки геодезичних вимірів і встановлення системи геодезичних координат В Україні в цей час застосовуються референц-еліпсоїд Красовского (а = 6378245 м, α = 1:298,3) і загальноземний

еліпсоїд (а = 6378137 м, α = 1:298,2572221).

Теоретична частина

Сторони знімальної трапеції аркушу карти заданого масштабу є лініями меридіанів та паралелей на поверхні земного еліпсоїду. Тому обчислення натуральних розмірів та площі знімальної трапеції – це визначення частини поверхні еліпсоїду в межах ліній меридіанів та паралелей, які окреслюють лист карти заданого масштабу. Розміри знімальної трапеції на поверхні еліпсоїду описуються наступними параметрами:

- південна a_1 та північна a_2 сторони, які на поверхні еліпсоїду є дугами паралелей з широтами відповідно B_1 та B_2.

Дуги a_1 та a_2 окреслюються меридіанами з довготами L_1 та L_2 . Для північних широт завжди $a_1 > a_2$;

- західна та східна сторони c , які на поверхні еліпсоїду є дугами меридіанів, окреслених паралелями з широтами B_1 та B_2 , тому завжди рівні між собою;
- діагональ d трапеції

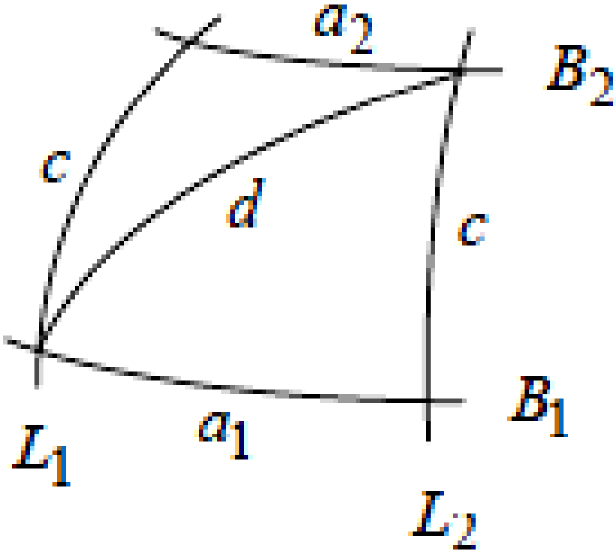

Рис.1.2 Сторони знімальної трапеції.

Значення параметрів обчислюють за формулами:

$$a_1 = \frac{L_2 - L_1}{\rho} N_1 \cos B_1 ; \qquad a_2 = \frac{L_2 - L_1}{\rho} N_2 \cos B_2 ; \qquad (1.5)$$

$$c = M_m \frac{B_2 - B_1}{\rho} ; \qquad (1.6)$$

$$d = \sqrt{a_1 a_2 + c^2} ; \qquad (1.7)$$

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} ; \qquad (1.8)$$

$$N = \frac{a}{W} ; \qquad (1.9)$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{W^3} ; \qquad (1.10)$$

$$B_m = \frac{B_1 + B_2}{2} \qquad (1.11)$$

де a_1 – південна сторона трапеції;
a_2 – північна сторона трапеції;

c – східна і західна сторони трапеції;
d – діагональ трапеції;
B_1 – широта південної сторони трапеції;
B_2 – широта північної сторони трапеції;
B_m – середня широта трапеції;
L_1 – довгота західної сторони трапеції;
L_2 – довгота східної сторони трапеції;
N_i – радіус кривизни перерізу вертикалу на відповідній широті;
W – перша функція геодезичної широти;
M – радіус кривизни меридіанного перерізу;
a – велика піввісь референц-еліпсоїда;
e_2 – перший ексцентриситет референц-еліпсоїда.

При обчисленні довжин сторін трапеції в масштабі листа карти начення a_1 , a_2 , c , d множать на коефіцієнт $\frac{100}{n}$, де n – знаменник масштабу. Тоді обчислені параметри виражаються у сантиметрах, для нанесення їх на папір. Формула забезпечує розрахунок площі трапеції із середньою квадратичною помилкою не більше m_P =0.0005 $км^2$.

Хід роботи:

1. Оберіть місто згідно номеру варіанту і нанесіть його на фрагмент карти 1:1 000 000.
2. Визначте номенклатуру аркушу масштабу 1:1 000 000 в якому розташовується місто і заштрихуйте цей аркуш на фрагменті карти.
3. Визначте і випишіть номенклатуру обраного аркушу на схематичне зображення аркушу трапеції внизу. Визначте і випишіть координати рамок трапеції даного аркушу.
4. Визначте і нанесіть положення міста в аркуші масштабу 1:1 000 000.
5. Для визначення номенклатури аркушу, масштабу 1:100 000 скористайтеся схемою, наданою нижче. На схемі аркуш карти масштабу 1:1 000 000 розділено на 12×12=144 аркушів. На схему випишіть координати рамок Вашої трапеції і номенклатуру аркушу масштабу 1:1 000 000.
6. Розбийте проміжки координат у 6º по довготі і в 4º по широті на 12 частин кожний.
7. Обчисліть широти і довготи кожного аркушу, масштабу 1:100 000.
8. Встановіть, в якому аркуші знаходиться місто, нанесіть його.
9. На схемі масштабу 1:100000 внизу, позначте місто, перенесіть номенклатуру аркушу і координати рамок трапеції.
10. Розрахуйте параметри рамки трапеції відповідно отриманих даних

(широт і довгот рамок Вашої трапеції).

11. Для визначення розмірів ліній паралелей і меридіанів, що будуть відображені, переобчисліть їх у сантиметри.

12. На аркуші паперу формату А-3 нанесіть **прямі лінії**, довжина яких відповідає параметрам трапеції у відповідному масштабі.

13. Підпишіть аркуш стандартним шрифтом. Зверху посередині – назва міста висотою 7 мм., у правому верхньому куті – номенклатуру аркушу масштабу 1:100000 висотою 5 мм, знизу – вказати значення масштабу, висотою 7 мм. Біля перетину паралелей і меридіанів підписати відповідні широти і довготи висотою 3 мм.

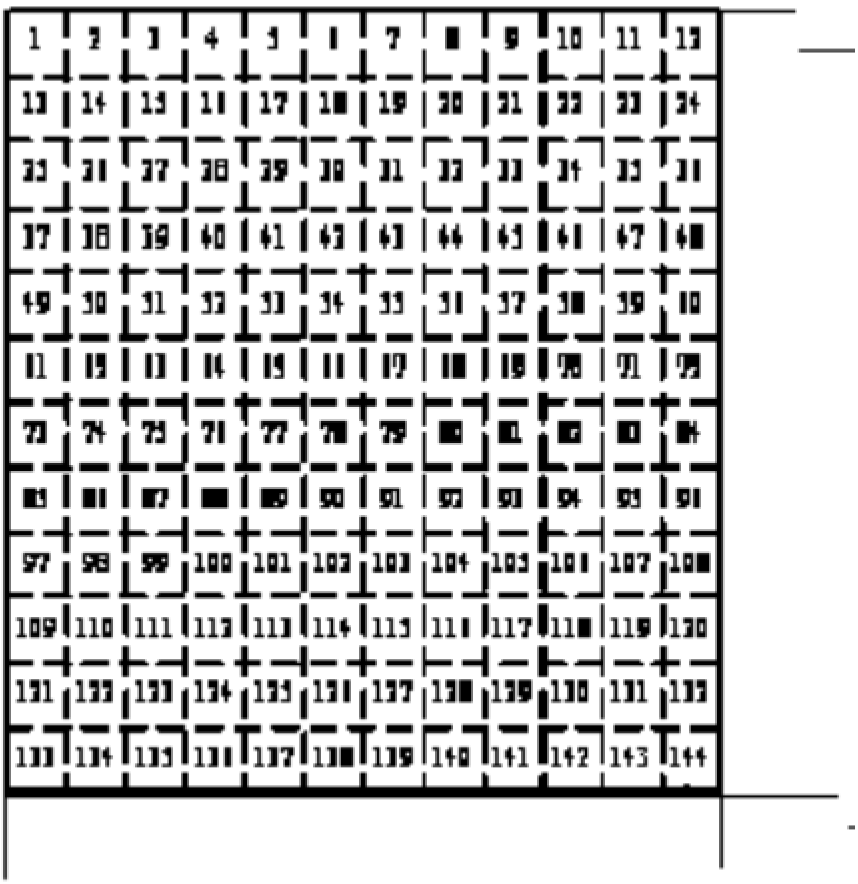

Рис.1.3 Визначення координат рамок трапеції.

Таблиця 1.1

Координати міст

Варіант	*Місто*	*Координати*		*Варіант*	*Місто*	*Координати*	
		B	*L*			*B*	*L*

1	Київ	50°27′16″	30°31′25″	9	Чернівці	48°32′32″	28°06′53″
2	Одеса	46°28′38″	30°43′57″	10	Луцьк	50°45′33″	25°20′32″
3	Луганськ	48°34′01″	39°19′01″	11	Харків	49°58′50″	36°15′09″
4	Чернігів	51°30′19″	31°17′05″	12	Миколаїв	46°57′57″	31°59′50″
5	Суми	50°55′17″	34°48′01″	13	Львів	49°50′17″	24°01′23″
6	Вінниця	49°13′58″	28°28′51″	14	Полтава	49°35′37″	34°32′26″
7	Черкаси	49°25′42″	32°03′43″	15	Ужгород	48°37′00″	22°18′00″
8	Севастополь	44°35′19″	33°31′20″				

Практична робота №2
Обчислення розмірів знімальної трапеції.

Обчислити розміри рамки й площа знімальної трапеції.

У нашому прикладі:

Н - 42 -25

Розрахунки виконати для референц - еліпсоїда Красовского:

a = 6 378 245, 000 00 м;

b = 6 356 863, 018 77 м;

α = 1:298,3 = 0,003 352 329 869;

e^2 = 0,006 693 421 623;

e'^2 = 0,006 738 525 415

По номенклатурі за допомогою таблиці 2.1 визначити масштаб карти (плану) і розмір знімальної трапеції:

Таблиця 2.1

Номенклатура аркушів карт

Номенклатура	Масштаб	Розмір трапеції по:	
		широті	довготі
Н – 42	1:1000 000	4°	6°
Н – 42 – 25	1:100 000	20′	30′
Н – 42 – 25 – В	1:50 000	10′	15′
Н – 42 – 25 – В – г	1:25 000	5′	7′30″
Н – 42 – 25 – В – г – 2	1:10 000	2′ 30″	3′45″
Н – 42 – 25 – (215)	1:5 000	1′ 15″	1′ 52,5″
Н – 42 – 25 – (215 – і)	1:2 000	25″	37,5″

У нашому прикладі:

Номенклатура Н - 42 - 1

масштаб карти (плану) 1:100 000

По першій букві номенклатури, що позначає пояс аркушів карт за допомогою таблиці 2.2 визначити широту верхньої й нижньої рамки карти масштабу 1:1000 000 :

Таблиця 2.2

Широти рамки карти

пояс		Широта рамки трапеції масштабу 1:1000 000		пояс		Широта рамки трапеції масштабу 1:1000 000	
№	буква	нижньої	верхньої	№	буква	нижньої	верхньої
1	A	0°	4 °	13	M	48 °	52 °
2	B	4 °	8 °	14	N	52 °	56 °
3	C	8 °	12 °	15	O	56 °	60 °
4	D	12 °	16 °	16	P	60 °	64 °
5	E	16 °	20 °	17	Q	64 °	68 °
6	F	20 °	24 °	18	R	68 °	72 °
7	G	24 °	28 °	19	S	72 °	76 °
8	H	28 °	32 °	20	T	76 °	80 °
9	I	32 °	36 °	21	U	80 °	84 °
10	J	36 °	40 °	22	V	84 °	88 °
11	K	40 °	44 °	23	W	88 °	90 °
12	L	44 °	48 °				

У нашому прикладі:

- широта верхньої рамки - 32 °, нижньої - 28 °. По групі цифр, що випливає за буквою, що позначає номер колонки карт визначити довготу лівої й правої рамки карти масштабу 1:1000 000:

$L_{п.}$ = (№колонки – 30) × 6 ° (2.1)

$L_{л.} = L_{п.}$ - 6 ° (2.2)

У нашому прикладі:

$L_{п.}$=(№колонки – 30) × 6 ° = (42 - 30) ° 6 ° = 72 °

$L_{л.}$ = Lп. - 6 ° = 72 ° - 6 ° = 66 °

По другій групі цифр, що позначає положення аркуша карти масштабу 1:100 000 в аркуші карти масштабу 1:1000 000 за допомогою таблиці 2.3 визначити широту верхньої й нижньої рамки карти масштабу 1:100 000, для чого:

- знайти в таблиці 2.3 ячейку з відповідною цифрою;
- у лівому стовпці таблиці прочитати значення широти, яке треба додати до широти нижньої рамки карти масштабу 1:1000 000;

- визначити широту верхньої й нижньої рамки карти масштабу 1:100000

У нашому прикладі:
− для карти Н – 42 –25 у таблиці 3 ячейки 25 відповідають значення широти верхньої – 3°20', нижньої –3°00'
− широта нижньої рамки карти масштабу 1:1000 000 - 28º
− широта нижньої рамки карти Lл.. = 28 º+ 3°00' = 31°00'
− широта нижньої рамки карти Lп.. = 28 º+ 3°20' = 31°20'

Аналогічно визначають довготу лівої й правої рамки:
- у нижньому рядку таблиці прочитати значення довготи, яке треба додати до довготи лівої рамки карти масштабу 1:1000 000;
- визначити довготу лівої й правої рамки карти масштабу 1:100000.
− для карти Н – 42 –25 у таблиці 2.3 ячейки 25 відповідають значення довготи лівої – 0°00', правої – 0°30'
− довгота лівої рамки карти масштабу 1:1000 000 - 66 °
− широта нижньої рамки карти Вн. = 66 º+ 0°00' = 66°00'
− широта верхньої рамки карти Вв. = 66 º+ 0°30' = 66°30'

Таблиця 2.3

Довготи для карти Н – 42 –25

3°40'	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
3°20'	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**
3°00'	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**
2°40'	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**
2°20'	**49**	**50**	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
2°00'	**61**	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**	**71**	**72**
1°40'	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**	**81**	**82**	**83**	**84**
1°20'	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**
1°00'	**97**	**98**	**99**	**100**	**101**	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**

Продовж. табл. 2.3

0°40'	**109**	**110**	**111**	**112**	**113**	**114**	**115**	**116**	**117**	**118**	**119**	**120**
0°20'	**121**	**122**	**123**	**124**	**125**	**126**	**127**	**128**	**129**	**130**	**131**	**132**
0°00'	**133**	**134**	**135**	**136**	**137**	**138**	**139**	**140**	**141**	**142**	**143**	**144**

0° 0°30' 1° 1°30' 2° 2°30' 3° 3°30' 4° 4°30' 5° 5°30' 5°

Практична робота №3
Рішення сферичного трикутника

Теоретична частина

Частина сфери, укладена між трьома попарно пересічними дугами великих кіл, називається сферичним трикутником. Вершини сферичного трикутника позначаються великими літерами A, B, C, а протилежні їм сторони однойменними малими буквами a, b, c. Сторони сферичного трикутника – дуги сфери з радіусом R, тому вони можуть виражатися у градусній мірі. Сторони і кути при вершинах називаються елементами сферичного трикутника. Розглядаємо сферичні трикутники, елементи яких (сторони і кути) менше 180º. Такі трикутники називаються трикутниками Ейлера.

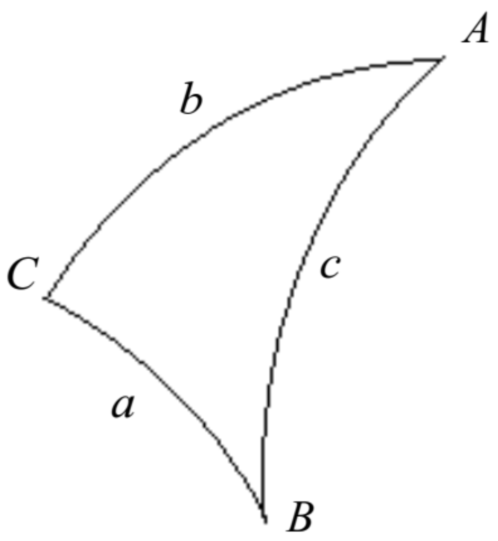

Рис.3.1 Сферичний трикутник

Властивості сферичних трикутників:

Крім трьох ознак рівності плоских трикутників, для сферичних трикутників вірна ще одна: два сферичних трикутника рівні, якщо їх відповідні кути рівні. Для сторін сферичного трикутника виконується нерівності трикутника :

- кожна сторона менше суми двох інших сторін і більше їх різниці.
- сума всіх сторін $a + b + c$ завжди менше 2π.
- величина 2π - $(a + b + c)$ називається **сферичним дефектом**.
- сума кутів сферичного трикутника $s = \alpha + \beta + \gamma$ завжди менше 3π і більше π.
- величина $s - \pi = \varepsilon$ називається **сферичним надлишком** або **сферичним ексцесом**.

• площа сферичного трикутника визначається за формулою $S = R^2 \varepsilon$.
• Якщо від двох кутів сферичного трикутника віднімемо третій, отримаємо кут, менший π.
• На відміну від плоского трикутника, у сферичного трикутника може бути два, і навіть три тупих кута.

Для того, щоб вирішити сферичний трикутник необхідно знати три з шести його елементів. При вирішенні сферичних трикутників використовуються чотири основні теореми сферичної тригонометрії.

1. Теорема косинуса сторони.

У сферичному трикутнику косинус сторони дорівнює добутку косинусів двох інших сторін плюс добуток синусів тих же сторін на косинус кута між ними:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \qquad (3.1)$$

2. Теорема косинуса кута.

У сферичному трикутнику косинус кута дорівнює негативному добутку косинусів двох інших кутів плюс добуток синусів цих кутів на косинус сторони між ними:

$$\cos A = - \cos B \cos C + \sin B \sin З\cos a \qquad (3.2)$$

3. Теорема котангенсів або чотирьох сусідніх елементів;

У сферичному трикутнику для чотирьох сусідніх елементів (наприклад A, c, B, a) котангенс крайнього кута, помножений на синус середнього кута дорівнює добутку котангенс крайньої сторони на синус середньої боку, мінус твір косинусів середніх елементів

$$ctgA \sin B = ctg\, a \sin c - \cos B \cos c \qquad (3.3)$$

4. Теорема синусів:

У сферичному трикутнику відношення синуса кута до синусу протилежної сторони є величина постійна:

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} = M \qquad (3.4)$$

де M – константа – модуль сферичного трикутника. При розрахунках використовувати незалежні рішення, тобто визначати шукані елементи тільки через задані, застосовуючи для цього перші три теореми. Для перевірки правильності рішення використовується теорема синусів.

Рішення сферичних трикутників виконується у наступному порядку:

1. Записати задані елементи трикутника.
2. Накреслити довільний сферичний трикутник і відзначити на ньому задані елементи.
3. За допомогою основних теорем сферичної тригонометрії встановити зв'язок між заданими і шуканими елементами, пам'ятаючи про те, що рішення має бути незалежним.
4. Привести формули до робочого виду, для чого невідомий елемент перенести в ліву частину, а відомі в праву.

5. Знайти значення шуканих елементів, намагаючись при цьому не робити зайвих проміжних записів (краще взагалі обходитися без них). Якщо калькулятор дає шукані елементи в градусах і долях градусів, перевести десяткові частки градусів в хвилини і частки хвилин. Слід пам'ятати, що головне значення функції arctg знаходиться в інтервалі від -90º до +90º. Якщо отримане значення arctg негативне, необхідно до результату додати 180º.
6. Провести контроль за теоремою синусів.
7. Записати відповідь.

Хід роботи:

1. У сферичному трикутнику задано: дві сторони: a, b та кут між ними C. Визначити сторону c і кути A, B.

Таблиця 2.1

Вихідні дані для визначення сторони **c** і кутів A, B.

N	a	b	C	N	a	b	C
1	83 ° 53.1 '	90 ° 17.2	162 ° 56.6 '	*16*	92 ° 28.8 '	92 ° 20.3 '	160 ° 54.4 '
2	86° 54.9 '	11° 52.1 '	34° 46.1 '	*17*	88° 59.1 '	7° 49.1 '	28° 39.5 '

Продовж. табл.2.1

3	20° 35.7 '	62° 47.3 '	138° 31.9 '	*18*	21° 59.1'	64° 50.6'	142° 36.1'

4	59° 26.2 '	66° 48.9 '	115° 15.2 '	*19*	61° 29.4'	62° 45.7'	110° 08.6'
5	32° 00.4 '	35° 17.6 '	83° 35.2 '	*20*	27° 58.2 '	37° 20.9 '	87° 39.4 '
6	22° 39.1 '	64° 50.7 '	144° 38.2 '	*21*	0° 54.1 '	16° 10.7 '	66° 45.1 '
7	102° 02.1 '	94° 21.5 '	158° 22.2 '	*22*	1° 01.6 '	2° 10.7 '	40° 49.3 '
8	84° 53.7 '	9° 50.2 '	32° 43.7 '	*23*	36° 12.4 '	0° 54.2 '	55° 46.8 '
9	23° 20.3 '	66° 57.2 '	145° 40.3 '	*24*	92° 01.3 '	2° 14.3 '	78° 53.8 '
10	63° 30.5 '	59° 40.1 '	104° 30.7 '	*25*	38° 17.6 '	1° 32.8 '	2° 14.5 '
11	23° 50.1 '	38° 42.5 '	92° 10.6 '	*26*	1° 50.6 '	0° 43.8 '	45° 10.4 '
12	112° 32.3 '	97° 22.6 '	155° 45.1 '	*27*	2° 15.4 '	3° 01.9 '	73° 46.9 '
13	80° 51.6 '	12° 46.2 '	37° 46.7 '	*28*	0° 29.5 '	3° 11.7 '	86° 56.8 '
14	24° 42.4 '	67° 22.3 '	151° 10.4 '	*29*	56° 23.9 '	73° 12.7 '	122° 57.6 '
15	65° 30.8 '	54° 34.3 '	99° 40.5 '	*30*	38° 08.7 '	33° 10.4 '	78° 23.7 '

2. Задані три кути сферичного трикутника A, B, C. Визначити три сторони a, b, c.

Таблиця 2.2

Вихідні дані для визначення сторін a,b,c.

N	A	B	C	N	A	B	C
1	101 ° 25.4 '	69 ° 10.7 '	55 ° 45.6 '	*16*	58 ° 27.4 '	61 ° 45.7 '	72 ° 30.5 '
2	126° 04.9 '	133° 57.1 '	128° 18.4 '	*17*	101° 28.2 '	43° 55.7 '	82° 14.3 '
3	113° 50.4 '	131° 35.6 '	139° 11.7 '	*18*	79° 09.5 '	66° 30.4 '	136° 55.1 '
4	87° 42.1 '	81° 55.6 '	55° 45.7 '	*19*	28° 45.2 '	85° 23.4 '	97° 51.8 '
5	111° 10.7 '	56° 45.3 '	87° 36.8 '	*20*	60° 09.2 '	72° 45.1 '	56° 41.8 '
6	38° 40.6 '	98° 12.5 '	65° 14.7 '	*21*	128° 12.5 '	137° 23.8 '	145° 54.1 '
7	81° 33.5 '	62° 45.1 '	74° 36.7 '	*22*	81° 29.2 '	96° 34.2 '	116° 42.7 '
8	129° 11.1 '	130° 25.7 '	108° 45.8 '	*23*	151° 29.4 '	124° 30.2 '	140° 22.7 '
9	64° 18.1 '	104° 10.3 '	82° 45.1 '	*24*	63° 18.6 '	57° 52.4 '	70° 35.9 '
10	129° 02.3 '	125° 23.8 '	139° 54.2 '	*25*	93° 27.8 '	110° 50.2 '	81° 22.6 '
11	58° 18.8 '	97° 51.2 '	76° 13.4 '	*26*	102° 50.1 '	100° 17.5 '	136° 44.3 '
12	83° 32.8 '	55° 13.4 '	70° 42.1 '	*27*	148° 07.3 '	101° 42.8 '	125° 16.7 '
13	116° 30.7 '	130° 25.4 '	119° 54.2 '	*28*	133° 09.5 '	80° 15.2 '	109° 42.1 '
14	69° 18.7 '	97° 05.5 '	39° 53.1 '	*29*	83° 11.7 '	80° 25.6 '	116° 45.9 '
15	120° 07.1 '	150° 25.5 '	140° 40.4 '	*30*	59° 10.2 '	73° 52.1 '	122° 35.2 '

Практична робота №4

Перетворення геодезичних (еліпсоїдальних) координат B,

L, H
в прямокутні (просторові) координати X, Y, Z

Теоретична частина

Перетворення геодезичних (еліпсоїдальних) координат B, L, H в прямокутні (просторові) координати X, У, Z здійснюється за формулами:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}; \tag{4.1}$$

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}; \tag{4.2}$$

$$X = (N + H)\cos B \cos L \tag{4.3}$$

$$Y = (N + H)\cos B \sin L \tag{4.4}$$

$$Z = (N(1 - e^2) + H)\sin B \tag{4.5}$$

$$N = \frac{a}{W} \tag{4.4}$$

де B і L – відповідно геодезичні широта і довгота пункту;
H – висота пункту над прийнятим референц-еліпсоїдом;
N – радіус кривизни першого вертикалу;
e – ексцентриситет меридіанного еліпсу;
a – велика піввісь еліпсоїда;
b – мала піввісь еліпсоїда.

Для зворотного переходу від просторових координат X, У, Z до геодезичних B, L, H виконуються ітерації при обчисленні широти B і висоти H з використанням наступного алгоритму:

1) Обчислюється допоміжна величина D:

$$D = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{4.5}$$

2) Аналізують значення D:

якщо D = 0, то

$$B = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{Z}{|Z|} \qquad (4.6)$$

$$L = 0$$

$$H = Z \sin B - a\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \qquad (4.6)$$

якщо D> 0, то обчислюють

$$L_a = \arcsin\left(\frac{Y}{D}\right) \qquad (4.7)$$

при цьому, якщо:

$Y < 0$ та $X > 0$ то $L = 2\pi - L_a$ (4.8)

$Y < 0$ та $X < 0$ то $L = \pi + L_a$ (4.9) (4.10)

$Y > 0$ та $X < 0$ то $L = \pi - L_a$ (4.11)

$Y > 0$ та $X > 0$ то $L = L_a$

2) Аналізують значення Z:

якщо Z = 0, то

$$B = 0$$

$$H = D - a$$

У всіх інших випадках використовується наступна схема перетворення:

1) Знаходять допоміжні величини r, c, p за формулами:

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \qquad (4.12)$$

$$c = \arcsin\left(\frac{Z}{r}\right) \qquad (4.13)$$

$$p = \frac{e^2 a}{2r} \qquad (4.14)$$

2) проводять обчислення методом ітерацій (наближення):

$$s_1 = 0$$

$$b = c + s_1 \qquad (4.15)$$

$$s_2 = arcsin\left(\frac{p * \sin(2b)}{\sqrt{1 - e^2 sin^2 b}}\right) \qquad (4.16)$$

Якщо $|s_1 - s_2| > 0.0001$, встановлюють $s_1 = s_2$ і обчислення повторюють, починаючи з обчислення b.

Якщо $|s_1 - s_2| < 0.0001$, ітерації припиняють, і обчислюють значення координат:

$$B = b$$

$$(4.17)\quad H = D\cos B + Z\sin B - a\sqrt{1 - e^2\sin^2 B}$$

Хід роботи:

1. Вихідними даними служать координати пункту тріангуляції в системі координат WGS 84.

Таблиця 4.1

Вихідні дані

назва	град	хв	сек
B	*48*	*10*	*53*
L	*39*	*05*	*19*
H	***64,000***		
Параметри еліпсоїда WGS-84			
a	6378137,0000 м		
b	6356752,3142 м		

Для індивідуалізації завдання до секунд широти точки додається номер групи, до секунд довготи точки N (номер варіанту), а до висоти – N метрів.

Приклад: Якщо номер групи 1, а номер варіанту 15 то,

$$B = 48^\circ 10' 53'' + 00^\circ 00' 01'' = 48^\circ 10' 54''$$

$$L = 39^\circ 05' 19'' + 00^\circ 00' 15'' = 39^\circ 05' 34''$$

$$H = 64{,}000 + 15 = 79{,}000 \text{ м}$$

Перетворення геодезичних (еліпсоїдальних) координат B, L, H в прямокутні (просторові) координати X,Y,Z.

Таблиця 4.2

Розрахунок прямокутних координат X,Y,Z

$a=$	
$b=$	
$e=$	
$B=$	
$\sin B=$	
$W=$	
$N=$	
$\cos B=$	
$L=$	
$\cos L=$	
$H=$	
$X=$	
$\sin L=$	
$Y=$	
$H=$	
$Z=$	

Практична робота №5
Редукування геодезичних вимірів з еліпсоїда на площину в проекції Гаусса-Крюгера

Теоретична частина.

Обчислення поправок в напрямки за кривизну зображення геодезичних ліній на площині виконують окремо через поправки в напрямки. Поправки в прямі АВ і обернені ВА напрямки за кривизну зображення сторін на площині в проекції Гауса - Крюгера обчислюють за формулами

(5.1) $$\delta_{ab} = \frac{1}{3} f (x_a - x_b) \cdot (2y_a + y_b)$$

(5.3) $$\delta_{ba} = \frac{1}{3} f (x_a - x_b) \cdot (y_a + 2y_b)$$

(5.4) $$f = \frac{\rho}{2R_m{}^2} \qquad R_m = \frac{c}{1 + e'^2 \cdot \cos^2 B_m} \qquad c = a\sqrt{1 + e'^2}$$

де *x* – наближені абсциси точок А, В на площині, виражені в кілометрах;

y – наближені ординати точок А, В на площині в кілометрах, відраховані від осьового меридіану зони в проекції Гаусса-Крюгера, *y=y`- 500*, при цьому з ординати прибирають номер зони;

e' – другий ексцентриситет;

Rm – радіус сфери, який дорівнює середньому радіусу кривизни поверхні еліпсоїду, на середній широті трикутника *Bm*.

Правильність обчислення поправок δ_{ab} в напрямки контролюють по сферичних надлишках трикутників. У трикутнику з вершинами А,В,С, обчислюють поправки δі в кожний кут трикутника, як різниці поправки у правий напрямок і поправки у лівий напрямок по ходу годинникової стрілки.

$$\delta_A = \delta_{ac} - \delta_{ab} \qquad \delta_B = \delta_{ba} - \delta_{bc} \qquad \delta_C = \delta_{cb} - \delta_{ca} \qquad (5.5)$$

Сума поправок δ_i у кожному трикутнику дорівнює сферичному надлишку ε, взятому з оберненим знаком, тобто:

$$\sum \delta_i = -\varepsilon_i \qquad (5.6)$$

Визначають величини кутів трикутника на площині, для чого обчисленні поправки δ_i вводять у кути A, B, C за формулами:

$$a = A - \delta_A \qquad (5.7)$$

Редукцію довжини сторони S з еліпсоїда на площину виконують за формулами:

$$S = s\left(1 + \frac{y_m^{\ 2}}{2R_m^{\ 2}} + \frac{\Delta y^2}{24R_m^{\ 2}} - \frac{y_m^{\ 4}}{12R_m^{\ 4}}\right) \qquad (5.8)$$

де s – довжина геодезичної лінії в метрах;
y_m – середня ордината лінії;
Δ_y – різниця ординат кінців лінії.

По заданому азимуту вихідної сторони на поверхні еліпсоїда, обчислюють дирекційний кут цієї сторони на площині:

$$\alpha \quad (5.9) \quad A_{AB} - \gamma - \delta_{ab}$$

$$\gamma = l \sin B_A + \frac{l^3}{3\rho^2} \sin B_A \cos^2 B_A (\quad (5.10) \quad \cos^2 B_A + 2e'^4 \cos^4 B_A)$$

Зближення меридіанів розраховують за формулою:

де l – зональна довгота точки, виражена у градусах.

$$l = L_A - L_0 \qquad (5.11)$$

1. Обчислити сферичний надлишок в трикутнику ABC, вибравши вихідні дані з таблиці за номером варіанта N. В трикутнику: A=N, B=N+1, C=N+2.
2. Провести редукцію довжини сторони S з еліпсоїда на площину по точках A=N, B=N+1.
3. Визначити дирекційний кут лінії AB на площині через азимут лінії AAB на еліпсоїді, зближення меридіанів γ, та поправку δab.

Таблиця 5.1

Вихідні дані

N	*Місто*	*Координати*				*Геодезична лінія sn-n+1 (м)*	*Азимут лінії An-n+1*
		B	*L*	*x(м)*	*y(м)*		
1	Вінниця	49°13′58″	28°28′51″	5446081,821	5594141,101	529036,234	80 23 10,7
2	Київ	50°27′16″	30°31′25″	5574740,847	6308660,778	831573,709	99 23 16,4
3	Луганськ	48°34′01″	39°19′01″	5356369,826	7514210,877	1509014,033	275 24 53,5
4	Луцьк	50°45′33″	25°20′32″	5593176,629	5372677,783	104111,007	219 49 16,7
5	Львів	49°50′17″	24°01′23″	5489961,057	5283843,519	849422,891	105 31 39,6
6	Миколаїв	46°57′57″	31°59′50″	5161567,102	6392680,209	67121,096	250 44 29,3
7	Одеса	46°28′38″	30°43′57″	5131212,245	6302801,687	314896,495	37 43 06,0
8	Полтава	49°35′37″	34°32′26″	5470192,785	6596329,448	391137,707	191 02 15,8
9	Севастополь	44°35′19″	33°31′20″	4913222,641	6525099,421	483913,462	3 47 17,1
10	Суми	50°55′17″	34°48′01″	5603498,720	6605017,781	1517137,326	265 32 37,5
11	Ужгород	48°37′00″	22°18′00″	5360505,547	4587575,475	1286067,567	90 31 31,6
12	Умань	48°45′01″	30°13′03″	5372574,942	6287861,516	694481,337	80 09 13,8
13	Харків	49°58′50″	36°15′09″	5499060,118	7294163,151	589498,710	265 26 12,8
14	Черкаси	49°25′42″	32°03′43″	5458766,914	6430030,819	621793,541	262 47 54,3
15	Чернівці	48°32′32″	28°06′53″	5355276,623	5579382,688	625424,07	66 44 33,0
16	Чернігів	51°30′19″	31°17′05″	5687514,946	6372560,130		

Практична робота №6
Обчислення відхилень прямовисних ліній
Теоретична частина:

Відхилення прямовисної лінії від нормалі до еліпсоїда характеризується двома малими кутами ξ і η, складовими ухилення прямовисній лінії.

Таким чином, геодезичні координати визначаються напрямком геодезичної вертикалі, яке не можна знайти з астрономічних спостережень. Тому геодезичні координати знаходяться з вимірювань відстаней і кутів на поверхні Землі. Тобто, геодезичні координати завжди пов'язані з конкретним еліпсоїдом, основні параметри якого, велику піввісь і стиснення, необхідно знати при перерахунку координат з однієї системи в іншу.

Астрономічні координати (φ, λ) пов'язані з прямовисною лінією і визначаються на сфері.

Якщо відомі геодезичні (B, L) та астрономічні (φ, λ) координати точки, то проекції відхилення прямовисної лінії (ξ, η) обчислюються за формулами:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \varphi - B \\ \eta &= (\lambda - L)\cos\varphi \end{aligned}\right\}, \qquad (6.1)$$

а відхилення прямовисної лінії (u) – за формулою:

$$\left.\begin{aligned} B &= \varphi - \xi \\ L &= \lambda - \eta\sec\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (6.2)$$

або

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= B + \xi \\ \lambda &= L + \eta\cos\varphi \end{aligned}\right\}, \qquad (6.3)$$

де ξ - відхилення прямовисної лінії в площині меридіана;

η - відхилення прямовисної лінії в площині першого вертикала.

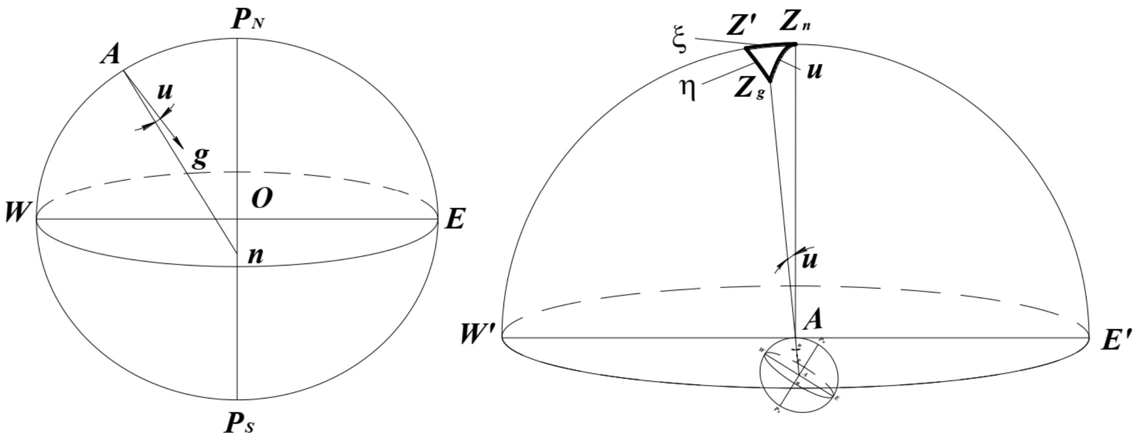

Рис. 6.1 Астрономо-геодезичні відхилення прямовисної лінії

де А – точка на поверхні еліпсоїда;
Ag, AZg – прямовисна лінія;
An, AZn – нормаль до поверхні еліпсоїда;
u - відхилення прямовисної лінії;
WAPNEPS, W'Z'ZnE' – меридіан еліпсоїда та допоміжної небесної сфери;
ξ –відхилення прямовисної лінії в площині меридіана;
η –відхилення прямовисної лінії в площині першого вертикала.

Складова η відхилення прямовисної лінії у першому вертикалі може бути визначена також шляхом порівняння астрономічного азимута а деякого напряму з його геодезичним азимутом А за формулою

$$\eta = (a - A)\ \mathrm{ctg}\ \varphi. \qquad (6.4)$$

Таблиця 6.1

Вихідні дані для розрахунку відхилення прямовисної лінії

№	*B*			*L*			*φ*			*λ*			*a*			*A*		
	°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″	°	′	″
1	51	21	40	37	36	37	51	21	51	37	36	50	217	08	21	217	08	11
2	50	22	42	36	39	39	50	22	52	36	39	52	51	16	33	51	16	23
3	49	23	44	35	42	41	49	23	53	35	42	54	331	00	12	331	00	02
4	48	24	46	34	45	43	48	24	54	34	45	56	162	58	46	162	58	36
5	52	10	18	34	03	15	52	10	28	34	03	28	83	37	12	83	37	02
6	53	11	20	35	06	17	53	11	29	35	06	30	119	05	27	119	05	17
7	54	12	22	36	09	19	54	12	30	36	09	32	264	11	43	264	11	32
8	55	13	24	37	12	21	55	13	31	37	12	34	101	59	23	101	59	12
9	56	14	26	38	15	23	56	14	32	38	15	36	344	15	52	344	15	41
10	57	15	28	39	18	25	57	15	33	39	18	38	8	57	03	8	56	52

11	56	16	30	40	21	27	56	16	36	40	21	40	126	40	35	126	40	24
12	55	17	32	41	24	29	55	17	39	41	24	42	298	44	08	298	43	57
13	54	18	34	40	27	31	54	18	42	40	27	44	262	39	51	262	39	40
14	53	19	36	39	30	33	53	19	45	39	30	46	14	14	25	14	14	15
15	52	20	38	38	33	35	52	20	48	38	33	48	158	34	16	158	34	06

Хід роботи:

1. Обчислити відхилення прямовисної лінії, якщо відомі геодезичні координати точки спостереження B, L, та її астрономічні координати φ, λ.

ξ = __________" η= __________" u= __________"

2. Проконтролювати відхилення прямовисної лінії в площині головного вертикалу по азимутах.

η= __________"

Практична робота №7
Рішення геодезичних задач на поверхні сфери і еліпсоїда
Теоретична частина

Пряма геодезична задача на сфері.

Завдання: на сфері радіуса R лежать дві точки Q_1 (φ_1, λ_1) і Q_2 (φ_2, λ_2), де φ - географічна широта, λ - географічна довгота. Точки з'єднані ортодромією (лінія найкортшої відстані). При цьому α – її азимут, σ - довжина її геодезичної лінії s, виражена в частках радіусу сфери. За цими даними потрібно знайти координати φ_2 і λ_2, а також зворотний азимут α_2 в точці Q_2.

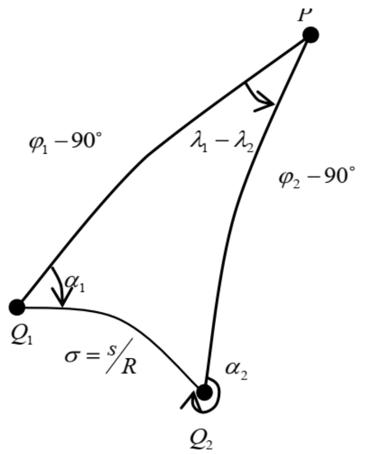

Рис. 7.1 Сферичний полярний трикутник

Поєднавши задані точки з полюсом, побудуємо сферичний полярний трикутник. За теоремою косинусів сферичної тригонометрії визначимо широту:

$$\sin\varphi_2 = \sin\varphi_1 \cdot \cos\sigma + \cos\varphi_1 \cdot \sin\sigma \cdot \cos\alpha_1 \qquad (7.1)$$

З теореми котангенсів маємо:

$$\mathrm{ctg}\sigma \cdot \cos\varphi_1 = \sin\varphi_1 \cdot \cos\alpha_1 + \sin\alpha_1 \cdot \mathrm{ctg}(\lambda_2 - \lambda_1) \qquad (7.2)$$

Визначення приростів довгот ω і довготи шуканої точки λ_2:

$$tg\omega = tg(\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{\sin\sigma \cdot \sin\alpha_1}{\cos\sigma \cdot \cos\varphi_1 - \sin\sigma \cdot \sin\varphi_1 \cdot \cos\alpha_1} \qquad (7.3)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \omega \qquad (7.4)$$

Визначення зворотнього азимуту лінії α_2:

$$tg\alpha_2 = \frac{\cos\varphi_1 \cdot \sin\alpha_1}{\cos\varphi_1 \cdot \cos\sigma \cdot \cos\alpha_1 - \sin\varphi_1 \cdot \sin\sigma} \qquad (7.5)$$

Обернена геодезична задача на сфері.

Завдання: на сфері задано точки Q_1 і Q_2 географічні координати яких φ_1, λ_1, і φ_2, λ_2 відомі.

Потрібно знайти довжину геодезичної лінії *s* між цими точками, а також її прямий α_1 і зворотний α_2 азимути.

За теоремою косинусів знаходимо:

$$\cos\sigma = \sin\varphi 1 \cdot \sin\varphi 2 + \cos\varphi 1 \cdot \cos\varphi 2 \cdot \cos\omega \tag{7.6}$$

Далі визначають довжину геодезичної лінії s:

- якщо $\sigma>0$ $\qquad s=R\cdot\sigma$ (7.7)
- якщо $\sigma<0$ $\qquad s=R\cdot(\pi-|\sigma|)$ (7.8)

По теоремі котангенсів отримуємо:

$$tg\alpha_1 = \frac{\cos\varphi_2 \cdot \sin\omega}{\cos\varphi_1 \cdot \sin\varphi_2 - \sin\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2 \cdot \cos\omega} \tag{7.9}$$

$$tg\alpha_2 = \frac{\cos\varphi_1 \cdot \sin\omega}{\cos\varphi_1 \cdot \sin\varphi_2 \cdot \cos\omega - \sin\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2} \tag{7.10}$$

Пряма геодезична задача на еліпсоїді.

Рішення головних геодезичних задач на еліпсоїді здійснюється на короткі відстані. Перш за все, маються на увазі відстані ~ 30 км. Сферичний трикутник спроектуємо на нову сферу, близьку до поверхні еліпсоїда. Радіус сфери приймемо рівним радіусу кривизни першого вертикалу N_m, обчисленому за середньою геодезичною широтою $B_m = (B_1 + B_2) / 2$. Точку перетину нормалі широти B_m з віссю обертання еліпсоїда приймемо за центр сфери. Сторони трикутника Q_1Q_2P спроектуємо на нову сферу променями, проведеними з її центру.

При такому зображенні різниця довгот *l* на еліпсоїді буде точно дорівнювати різниці довгот ω на сфері, довжина геодезичної лінії *s* і її азимути α практично рівні довжині ортодромії і її азимутам A. Завдання: на сфероїді лежать дві точки Q_1 (B_1, L_1) і Q_2 (B_2, L_2), де B - географічна широта, L - географічна довгота. За цими даними потрібно знайти координати B_2 і L_2, а також зворотний азимут A_2 в точці Q_2. Всі кутові величини виражені в радіанах. Пряму задачу вирішують послідовними наближеннями за формулами:

$$\beta = \frac{s \cdot \cos A_m}{M_m}; \qquad \delta = \frac{s \cdot \sin A_m}{N_m \cdot \cos B_m}; \tag{7.11}$$

$$\alpha = l \cdot \sin B_m; \qquad b = \beta \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \delta^2 + \alpha^2}{24}\right); \tag{7.12}$$

$$M_m = \frac{c}{V_m^{\;3}} \qquad l = \delta \cdot \left(1 + \frac{\alpha^2 - \beta^2}{24}\right); \tag{7.13}$$

$$\theta = \alpha \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot \beta^2 + 2 \cdot \delta^2 - 2 \cdot \alpha^2}{24}\right); \tag{7.14}$$

$$N_m = \frac{c}{V_m}; \qquad c = a\sqrt{1 + e'^2}; \tag{7.15}$$

$$V_m = \sqrt{1 + e'^2 \cdot \cos^2 B_m} \tag{7.16}$$

У першому наближенні $B_m = B_1$, $l = 0$ та $A_m = A_1$. У дугому та інших:

$$B_m = B_1 + b; \qquad A_m = A_1 + \theta \tag{7.17}$$

Ітерації проводять до того моменту, поки відповідні значення сусідніх ітерацій не будуть рівні до 0,001". Кінцеве значення шуканих величин визначають по останніх значеннях розрахованих величин:

$$B_2 = B_1 + b; \qquad L_2 = L_1 + l; \qquad A_2 = A_1 + a \pm 180^\circ \tag{7.18}$$

Обернена геодезична задача на еліпсоїді.

Завдання: на сфероїді задано точки Q_1 і Q_2 геодезичні координати яких B_1, L_1, і B_2, L_2 відомі.

Потрібно знайти довжину геодезичної лінії s між цими точками, а також її прямий A_1 і зворотний A_2 азимути.

По координатах точок знайти:

$$b = B_2 - B_1 \tag{7.19}$$

$$l = L_2 - L_1 \tag{7.20}$$

$$B_m = \frac{B_2 + B_1}{2} \tag{7.21}$$

$$M_m = \frac{c}{V_m^{\;3}} \tag{7.22}$$

$$N_m = \frac{c}{V_m} \tag{7.22}$$

$$c = a\sqrt{1+e'^2} \tag{7.23}$$

$$V_m = \sqrt{1+e'^2 \cdot \cos^2 B_m} \tag{7.24}$$

Далі обчислюють коефіцієнти:

$$Q = b \cdot M_m \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot l^2 + l^2 \cdot \sin^2 M_m}{24}\right) \tag{7.25}$$

$$P = l \cdot N_m \cdot \cos B_m \cdot \left(1 + \frac{b^2 - l^2 \cdot \sin^2 B_m}{24}\right) \tag{7.26}$$

$$\theta = l \cdot \sin B_m \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot b^2 + 2 \cdot l^2 - 2 \cdot l^2 \cdot \sin^2 M_m}{24}\right) \tag{7.27}$$

Рішення задачі завершується визначенням шуканих величин:

Хід роботи:

1. Вирішити пряму геодезичну задачу для сфери, радіус якої відповідає середньому радіусу Землі R=6371100 м, вихідні дані вибрати по номеру варіанта N: φ_1=49°24'41"+N'N"; λ_1=32°02'12"+N'N"; α= 91°04'38"+N'N"; s=28567,812 м+Nкм.

sinφ_2 = ___________; φ_2= ________° ______' _______"

tgω== ___________; ω =________° ______' _______"

λ_2=________° ______' _______"

tgα_2== ___________; α_2 = ________° ______' _______"

2. Вирішити обернену геодезичну задачу для сфери, радіус якої відповідає середньому радіусу Землі R=6371100 м, вихідні дані вибрати по номеру варіанта N: φ1=49°15'41"+N'N"; λ1=32°09'12"+N'N"; φ2=49°08'09"+N'N"; λ2=32°00'34"+N'N";

cosσ = ___________; σ= ________° ______' _______"

s=__________________м
tgα1== __________; α1 = _______° _____' ______"
tgα2== __________; α2 = _______° _____' ______"

3. Вирішити пряму геодезичну задачу на поверхні еліпсоїда Красовський-40, вихідні дані вибрати по номеру варіанта N: B1=49°16'37"+N'N"; L1=32°09'43"+N'N"; A= 50°36'13"+N'N"; s=15178,224 м+Nкм. Обчислення провести методом ітерацій. Кількість ітерацій – не більше чотирьох.
B_2= _______° _____' ______"
L_2 =_______° _____' ______"
A_2=_______° _____' ______"

4. Вирішити обернену геодезичну задачу на поверхні еліпсоїда Красовський-40, вихідні дані вибрати по номеру варіанта N: B1=49°22'02"+N'N"; L1=32°11'13"+N'N"; . B2=49°30'00"; L2=32°20'00".

s= ________________м
A1 =_______° _____' ______"
A2=_______° _____' ______"

Практична робота №8

Проєктування планово-висотної геодезичної мережі для забезпечення земельно-кадастрових робіт

1.1. Завдання

Для забезпечення земельно-кадастрових робіт на навчальній топографічній карті масштабу 1:10 000 (У-34-37-В-в-4) запроектувати систему ходів полігонометрії 1 розряду з однією вузловою точкою та показати схему ходів на копії учбової топографічної карти.

Для визначення висот пунктів полігонометрії 1 розряду застосувати систему нівелірних ходів IV класу з однією вузловою точкою.

Координати та висоти вихідних пунктів для прив'язки ходів полігонометрії та нівелювання наведені в таблиці.

Таблиця 8.1

Координати та висоти вихідних пунктів

Назва пункту	Координати, км		Висоти, м
	X	*Y*	*H*
A	6 064 780,71	4 311 911,32	159,732
D	6 064 705,25	4 312 972,48	151,025
B	6 068 192,34	4 312 811,57	212,787
E	6 068 795,21	4 311 225,05	205,617
C	6 067 466,45	4 314 631,26	158,388
F	6 067 941,53	4 313 829,76	171,314

Хід роботи:

1. На топографічній карті графічно визначити довжини сторін (S_i) у ходах полігонометрії, довжини замикальних ходів між вузловою точкою та відповідними вихідними пунктами (L_i) та обчислити ступінь прямолінійності ходів полігонометрії між вузловою точкою та відповідними вихідними пунктами ($k_{прям.}$).
2. Обчислити середню квадратичну похибку визначення положення вузлової точки у запроектованій системі ходів полігонометрії 1 розряду.
3. Обчислити середню квадратичну похибку визначення висоти вузлової точки у запроектованій системі ходів нівелювання IV класу.

4. Визначити відповідність запроектованої планово-висотної геодезичної мережі вимогам “Інструкції з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500”.

1.2. Оцінка точності системи ходів полігонометрії

Визначити ступінь прямолінійності ходів полігонометрії за формулою:

$$k_{прям.} = \Sigma S_i / L_i \,, \qquad (8.1)$$

де ΣS_i – сума довжин сторін у ході полігонометрії між вузловою точкою та відповідними вихідними пунктами;

L_i - довжина замикальної і ходу між вузловою точкою та відповідним вихідним пунктом.

Обчислити середні квадратичні похибки вимірювання довжин сторін за формулою:

$$m_{Si}^2 = \mu^2 Si + \lambda^2 Si^2, \qquad (8.2)$$

де μ = 0,009 – коефіцієнт випадкового впливу похибок лінійних вимірювань;

λ = 0,002 - коефіцієнт систематичного впливу похибок лінійних вимірювань;

S_i - довжина сторін між пунктами полігонометрії в метрах;

mS_i - середня квадратична похибка вимірів довжин сторін в сантиметрах (із інструкції).

Для проведення обчислень виміряйте і внесіть і таблицю довжини окремих сторін S_i запроектованих ходів, та довжини замикаючих L_i по цих ходах. Довжини проміряти лінійкою, з точністю до десятих долей міліметра.

Таблиця 8.2

Визначення коефіцієнту прямолінійності ходів

Номера пунктів	Довжина сторін, м	Номера пунктів	Довжина сторін, м	Номера пунктів	Довжина сторін, м
1 хід		2 хід		3 хід	
А		В		С	

$\Sigma\ S_i$					
L_j					
$k_{прям.}$					

1.2.3. Обчислити середню квадратичну похибку визначення положення кінцевої (вузлової) точки по запроектованих ходах між відповідними вихідними пунктами та вузловою точкою за формулою:

$$m^2_{вузл.} = [m_S^2] + [D^2_{n+1,i}] * m\beta^2 / \rho^2 , \qquad (8.3)$$

де m_S – середні квадратичні похибки вимірювання довжин ліній ходу полігонометрії 1 розряду в сантиметрах;

m_β - нормативна середня квадратична похибка вимірювання кутів в полігонометрії 1 розряду в секундах;

ρ=206265" - число секунд в радіані (для визначення $m_{вузл.}$ в сантиметрах прийняти при розрахунках ρ = 2062,65");

$D_{n+1,i}$ – відстань між i точкою та кінцевою (вузловою) точкою ходу полігонометрії в метрах (визначається графічно на схемі полігонометрії)

1.2.4. Обчислити середню квадратичну похибку визначення положення вузлової точки в запроектованій системі ходів полігонометрії за формулою:

$$M_{вузл} = \frac{1}{\sqrt{P_{вузл}}} = \frac{1}{\sqrt{\qquad\qquad}} = \qquad (8.4)$$

де $P_{вузл.} = \Sigma P_j$ - сумарна вага вузлової точки (сума ваги вузлової точки по трьом ходам полігонометрії).

Таблиця 8.3

Оцінка точності визначення положення кінцевої точки ходу полігонометрії

Номера точок	m_S, см	m_S^2	$D_{n+1,i}$, м	$D^2_{n+1,i}$	$m^2_{вузл.}$	Вага вузлової точки, $P_j = 1/m^2_{вузл.}$
1	2	3	4	5	6	7
Хід від пункту А до вузлової точки						
A						
Сума	xxx		xxx			
Хід від пункту В до вузлової точки						
B						

Список літератури

1. Казаченко Л. М. Вища геодезія: навчальний посібник. Харків : ХНАДУ, 2021. 129 с

2. Третенков В. М. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт по спецкурсу «Вища геодезія: Основні геодезичні роботи». Одеса :ОДАБА,2019. 52 с

3. Калинич І. В., Гриник Г. Г., Ничвид М. Р. Геодезія : навчальний посібник. Ужгород : ДВНЗ «УжНУ», 2020. 248 с.

4. Розум Р. І., Буряк М. В., Вітровий А. О., Волошин Р. В. Геодезія та землеустрій : монографія. Тернопіль : ТНЕУ, 2020. 247 с.

Навчальне видання

ВИЩА ГЕОДЕЗІЯ

Методичні рекомендації

Укладач: **Задорожній** Юрій Володимирович

Формат 60х84 1/16. Ум. друк. арк. 2,5.
Тпраж 50 прим. Зам. №_____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013р.