УДК 515.2

УТВОРЕННЯ ЛІНІЙЧАТИХ ПОВЕРХОНЬ ТВІРНОЮ ПОСТІЙНОЇ ДОВЖИНИ

***В.П.Табацков**, кандидат технічних наук, доцент*
***І.В.Балицький**, старший викладач*
***А.П.Бойко**, асистент*
Миколаївський державний аграрний університет

Рух відрізка постійної довжини в просторі може бути задано ковзанням його кінців по двом просторовим напрямним. При цьому утворяться лінійчаті поверхні різноманітної форми в залежності від виду напрямних.

У даній роботі здійснено визначення виду цих поверхонь аналітичним і графічним методами.

Аналітичний метод полягає в тому, що рух відрізка задається ковзанням по двом напрямним:

$$I \Rightarrow \begin{cases} x_0 = x(\varphi), \\ y_0 = y(\varphi), \\ z_0 = z(\varphi) \end{cases} \quad \text{та} \quad I \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x(\psi), \\ y_1 = y(\psi), \\ z_1 = z(\psi). \end{cases} \qquad (1)$$

При цьому рівняння поверхні, що проходить через обидві криві має вигляд:

$$Z = XW(AX + BY + CZ) + YV(AX + BY + CZ), \qquad (2)$$

де $W = W(\varphi)$, $V = V(\psi)$.

Якщо припустити, що $AX + BY + CZ = U$, то рівняння (2) приймає вигляд:

$$Z(\mathrm{j}) = X(\mathrm{j})WU + Y(\mathrm{j})VU \, . \qquad (3)$$

Завдяки тому, що криві (1) є складовою частиною поверхні (3), можна записати:

$$Z(\mathrm{j}) = X(\mathrm{j})WU + Y(\mathrm{j})VU \, ;$$

$$Z(\mathrm{y}) = X(\mathrm{y})WU + Y(\mathrm{y})VU \, . \qquad (4)$$

Виключаючи із рівнянь (3)-(4) параметри ***V, U, W,*** одержимо:

$$\begin{aligned} &X\left(Z_0 Z_1 Y_0 - Y_1 Z_0^2\right) + Y\left(Z_0^2 X_1 - Z_0 Z_1 X_0\right) + \\ &+ Z\left(Z_0 X_0 Y_1 - Z_0 X_1 Y_0\right) = 0 \end{aligned} \qquad (5)$$

Постійність довжини відрізка виражаємо умовою:

$$\begin{cases} \dfrac{X - X_0}{X_1 - X_0} = \dfrac{Y - Y_0}{Y_1 - Y_0} = \dfrac{Z - Z_0}{Z_1 - Z_0}, \\ l^2 = \left(X_0 - X_1\right)^2 + \left(Y_0 - Y_1\right)^2 + \left(Z_0 - Z_1\right)^2. \end{cases} \qquad (6)$$

Виключаючи із рівнянь (1),(5),(6) і рівняння прямої, що проходить через дві задані точки, параметри y і j, отримаємо шукане рівняння поверхонь у змінних ***X, Y, Z***, у яких твірна має постійну довжину ***L***.

Графічно цю задачу можна вирішити двома способами:

а) Задано дві направляючі g (g_1;g_2) і b(b_1;b_2) (рис. 1).

Нехай твірна АВ, що ковзає своїми кінцями А і В по g і b, має задану довжину 1. Якщо припустити, що центр А сфери (R = 1) переміщується по кривій, то точки перетину кривої b зі сферою визначає положення кінця відрізка В. Використовуючи методи нарисної геометрії, знаходимо точки перетину кривої b зі сферою в кожний з моментів руху центра сфери. Сімейство радіусів сфери (R = 1) від центра А, що рухається, до точок перетину кривої з поверхнями b визначає лінійчату поверхню з постійною довжиною твірної.

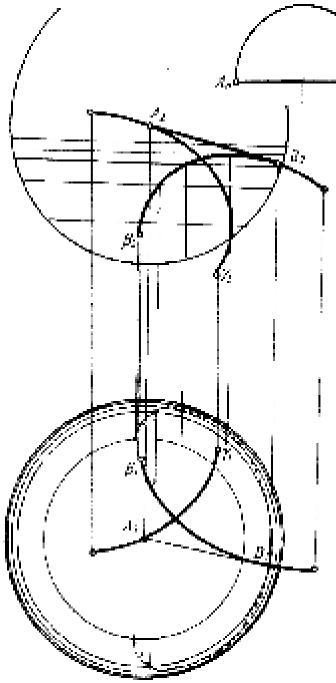

Рис. 1

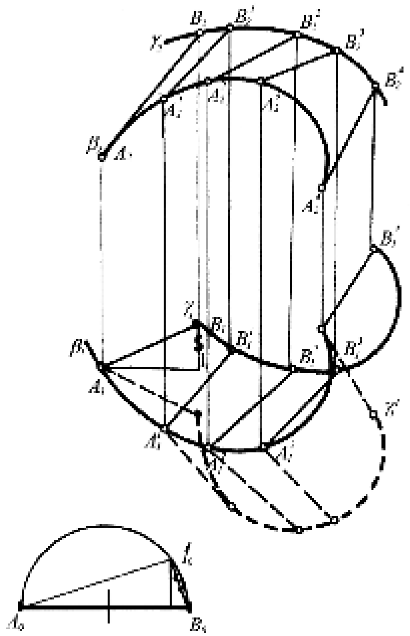

Рис.2

б) Задано твірну $b(b_1;b_2)$, напрямну і одну проекцію g_2 (рис. 2). Переміщаючи фронтальну проекцію відрізка AB довільним чином, ми знаходимо горизонтальну проекцію цього відрізка наступним шляхом:

- на півколі d=AB із точки A робимо засічку циркулем і знаходимо різницю координат точок A і B відносно площини Π_2;
- по лінії зв'язку проекції B2 відкладемо різницю координат точок A і B від точки A1*. Таким чином, ми визначили горизонтальну проекцію B твірної AB. Сімейство отриманих твірних визначає шукану поверхню.

Приклад. Нехай фронтальні проекції твірних представлені у вигляді півкола $1_2 4_2 7_2$ і прямою $1'_2 7'_2$ (рис.3), а горизонтальна проекція $1_1 4_1 7_1$ у вигляді еліпса. Побудуємо горизонтальну проекцію поверхні, якщо твірна дорівнює 1 і ковзає своїми кінцями, залишаючись паралельною профільній площині проекцій.

На рис. 3 легко прослідкувати за графічною побудовою ортогональних проекцій шуканої поверхні.

Побудовані в такий спосіб поверхні володіють тією важливою властивістю, що сконструйовані по їх типу перекриття чи каркаси будуть складатися з балок визначеної довжини, що дуже важливо в техніці і будівництві, зокрема в сільськогосподарському будівництві (рис.4).

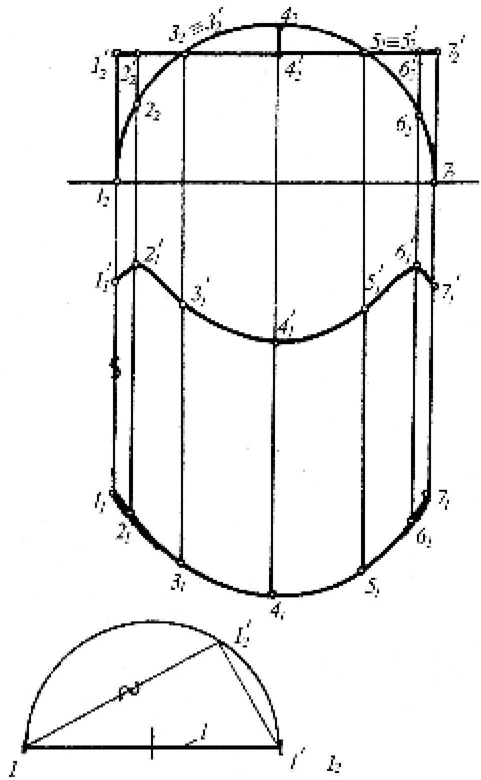

Рис.3

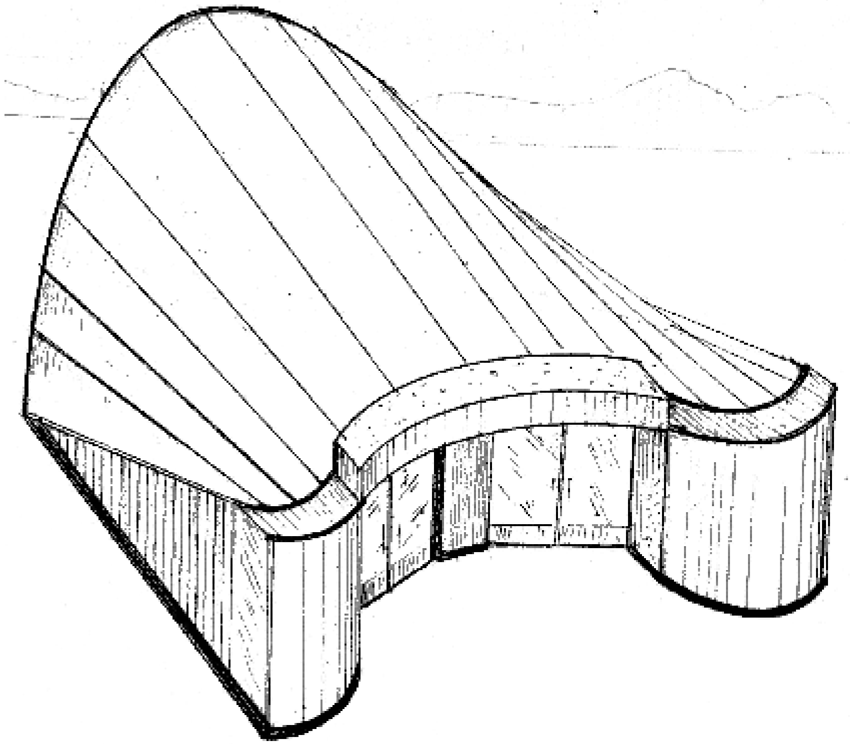

Рис. 4.

ЛІТЕРАТУРА

1.Бубеников А.В., Громов М.Я. Начертательная геометрия. -М.: “Высшая школа”, 1988.

2.Гордон В.О., Семенов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии.-М.: “Наука”, 1988.

3.Каліновська та інші. Нарисна геометрія. -К.:, НМКВО, 1990.