

НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПЛАСТИН З ЕЛІПТИЧНИМ ОТВОРОМ, ПІДКРІПЛЕНИМ ТОНКИМ КІЛЬЦЕМ

А.П.Бойко, асистент

Миколаївський державний аграрний університет

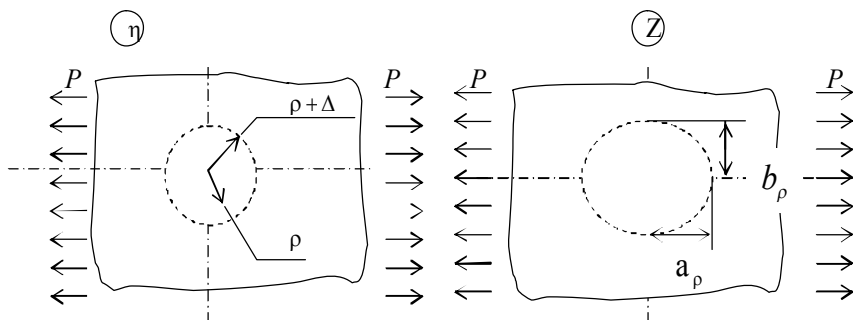
Пропонується наближений метод розрахунку напруженого стану пластин з еліптичним отвором, що підлягає рівномірному розтягання уздовж осі X .

Оскільки рішення для не кругових областей дуже складне, використовуємо конформне відображення [1]. Уведемо функцію, що відображає одиничне коло на еліпс, а зовнішність еліпса — на зовнішність одиничного кола [3]:

$$Z = \omega(\eta) = R \left(\eta + \frac{m}{\eta} \right), \quad (1)$$

де $R = \frac{a+b}{2}$; $m = \frac{a-b}{a+b}$ — еліптичність.

$$Z = x + iy; \quad \eta = \rho \cdot e^{i\theta}. \quad (2)$$



Якщо радіусу одиничної окружності дати малі збільшення $\Delta = (0,1 \div 0,4) \rho$, то за формулами (3) одержуємо відповідні еліпси на площині Z

$$\left. \begin{aligned} a_{\rho} &= R \left(\rho + \frac{m}{\rho} \right) \\ a_{\rho} &= R \left(\rho - \frac{m}{\rho} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

де a, b – півосі внутрішнього еліпса підкріплення;

a_{ρ}, b_{ρ} – півосі зовнішнього еліпса підкріплення (лінія спаю).

Область пластини між двома еліпсами приймається за підкріплювальне кільце.

Жорсткість отриманих кілець перемінна, але в околиці точки $\theta = \frac{\pi}{2}$, де напруження максимальні, на невеликій площадці жорсткість можна вважати постійною.

Кільця вважаємо абсолютно гнучкими, тобто працюючими тільки на розтягання-стиск.

Розглядалися еліптичні отвори з еліптичністю $m = 0,2; 0,3; 0,4; -0,2; -0,3$, у яких відношення півосей $\frac{b}{a}$ відповідно: **0,428; 0,538; 0,666; 1,15; 1,86**. Еліптичні отвори з відношенням півосей $\frac{b}{a} < 1$ розташовані більшою віссю уздовж зусиль, що розтягують, а з відношенням $\frac{b}{a} > 1$ – поперек. $\frac{b}{a} = 1$ – відповідає круговому отвору.

Використовувалося повне рішення задачі про концентрацію напружень на контурі еліптичного отвору, що отримане за допомогою апарата теорії функцій комплексного перемінного:

$$\sigma_{\theta} = \frac{\rho}{2H^2} \left\{ \begin{aligned} &\left[\rho^8 + (1 + m^2)\rho^6 + 2m\rho^4 + m(2 - m) \right. \\ &\left[(1 + m^2)\rho^2 + m^2 \right] - \left[\rho^8 + 4m\rho^6 + \right. \\ &\left. \left. + 3(1 + m^2)\rho^4 + m^2(9 - 4m - m^2)\rho^2 + m^4 \right] \right\}; \\ &\left. \times \cos 2\theta + 2m\rho^2(\rho^2 + 1)^2 \cos^2 2\theta \right\}; \end{aligned}$$

$$\sigma_{\rho} = \frac{\rho}{2H^2} \left\{ \begin{aligned} & \left[\rho^8 - (1+m^2)\rho^6 + 2m\rho^4 - m(2-m) \right. \\ & \left. \left[(1+m^2)\rho^2 - m^2 \right] + \left[\rho^8 - 4m\rho^6 + \right. \right. \\ & \left. \left. + 3(1+m^2)\rho^4 - m^2(3+m^2)\rho^2 + m^4 \right] \times \right. \\ & \left. \times \cos 2\theta - 2m\rho^2(\rho^2 - 1)^2 \cos^2 2\theta \right\} \quad (4) \end{aligned} \right.$$

$$\tau_{\rho\tau} = -\frac{P}{2H^2} \left\{ \begin{aligned} & \left[\rho^8 + 2(1-m)\rho^6 - (3+m+2m^2) \right. \\ & \left. (1-m)\rho^4 + 2m^2(1-m)\rho^2 - m^2 + \right. \\ & \left. + 2m\rho^2(1-\rho^4) \cos 2\theta \right] \sin 2\theta. \end{aligned} \right.$$

Визначалися приведені напруження на контурі вирізу по енергетичній теорії міцності

$$\sigma_{np} = \sqrt{\sigma_{\theta}^2 - \sigma_{\theta} \cdot \sigma_{\rho} + \sigma_{\rho}^2 + 3\tau_{\rho\theta}^2}. \quad (5)$$

Коефіцієнт концентрації напружень визначався як відношення максимальних приведених напружень на контурі вирізу до максимальних напружень на зовнішній границі пластини

$$k = \frac{\sigma_{np, \max}}{\rho}. \quad (6)$$

Результати розрахунку представлені у вигляді залежності коефіцієнта концентрації напружень від відношення площі поперечного перерізу ($f_n = c_n \cdot t$) кільця до півосі b_n еліпса (табл.).

Із запропонованих результатів можна бачити, що підкріплююче еліптичний отвір кільце різко зменшує концентрацію напружень.

Запропонована наближена схема розрахунку напруженого стану пластин з еліптичним отвором може використовуватися в практичних розрахунках на міцність вищезгаданих конструкцій.

**Залежність коефіцієнта концентрації напружень
від розмірів підкріплюючого кільця**

b/a	N	1	2	3	4	5
0,428	$\varphi = \frac{f_n}{b_n}$	0	0,135	0,23	0,3	0,36
	k	1,85	1,75	1,62	1,48	1,39
0,538	$\varphi = \frac{f_n}{b_n}$	0	0,122	0,21	0,283	0,339
	k	2,08	1,87	1,69	1,53	1,41
0,666	$\varphi = \frac{f_n}{b_n}$	0	0,108	0,194	0,26	0,317
	k	2,32	2	1,76	1,58	1,45
1,5	$\varphi = \frac{f_n}{b_n}$	0	0,078	0,147	0,207	0,259
	k	4	2,42	2,11	1,75	1,55
1,86	$\varphi = \frac{f_n}{b_n}$	0	0,073	0,138	0,196	0,248
	k	4,73	2,96	2,22	1,95	1,68

ЛІТЕРАТУРА

- 1.И.Г.Араманович, Г.Л.Лунц, Л.Э.Эльсгольц Функции комплексного переменного. – М.: Наука, 1968.
2. Вайнберг Д.В. Концентрация напряжений в пластинах около отверстий и выкружек. Справочное пособие. – К.: Техніка, 1969. – 220с.
- 3.Кочанов Ю.П. Применение теории функций комплексного переменного к решению плоской задачи теории упругости.: Учебное пособие. – Николаев: НКИ, 1976. – 78с.