

1970. - 226с.

6. Випускна робота на здобуття освітньо-кваліфікаційного рівня "Магістр" за спеціальністю 8.091902 - "Механізація сільського господарства". Миколаївський державний аграрний університет, Миколаїв, 2004. Артюх В.О. "Розробка технології зміцнення деталей сільськогосподарської техніки з метою підвищення зносостійкості пар тертя."

7. Бабей Ю.И., Бутаков Б. И., Сысоев В.Г Поверхтносное упрочнение металов. - М.: Наук. Думка, 1995. - 256 с.

8. Костецкий Б.И. Трение и износ. - М.: Машиностроение, 1979. - 318с.

УДК 539.374

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ І НАПРУЖЕНЬ В НЕОБМЕЖЕНІЙ ПЛАСТИНІ З ПІДКРІПЛЕНИМИ КРУГОВИМИ ОТВОРАМИ

О.Г.Руденко, кандидат технічних наук

І.В.Балицький, старший викладач

Миколаївський державний аграрний університет

Запропоновано метод для визначення коефіцієнта концентрації напружень і зон пластичних деформацій в пластині з підкріпленими круговими отворами.

Предложен метод для определения коэффициента концентрации напряжений и зон пластических деформаций в пластине с подкрепленными круговыми отверстиями.

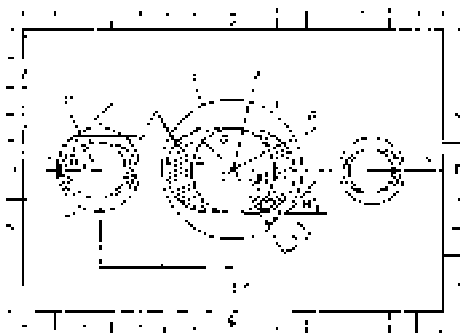
Пружнопластичне деформування пластин з одним або декількома отворами досліджено в роботах [1, 2, 3, 4]. Необхідно підкреслити, що контури цих отворів не підкріплені кільцями або накладками. Що стосується питання про визначення залишкових напружень і деформацій в пластинчатих елементах конструкцій з отворами, то воно ще недостатньо вивчене. В роботі [5] пропонується метод визначення залишкових деформацій і напружень в нескінченній пластині з отворами (без підкріплень), яка сприймає двовісне розтягування (стиск).

Постановка проблеми. В сучасних інженерно-технічних спорудах і машинах в якості конструктивних елементів широко використовуються елементи, які представляють собою тонкі пластини з

Вісник аграрної науки Причорномор'я,
Випуск 1, 2005

отворами. Ці елементи складають, як правило, за вагою порівняно невелику частину конструкції, але суттєво впливають на її міцність і жорсткість. Навколо отворів виникають зони концентрації напружень і при певних навантаженнях навколо них можуть виникати зони пластичних деформацій. Для безпечної роботи конструкції необхідно визначити зони концентрації напружень і вивчити характер розповсюдження зон пластичних деформацій.

В даній роботі розглядається необмежена пластина, яка ослаблена рядом кругових отворів, центри яких лежать на одній прямій. Контури отворів підкріплені пружними кільцями. Кільця мають товщину H , ширину b , де $h \leq H \leq 2,5h$, $0 \leq b \leq 2h$, де h — товщина пластини. Модуль пружності кільця може відрізнитися від модуля пружності пластини (рис. 1, 2). На нескінченності пластина сприймає неоднаковий двовісний розтяг (стиск) зусиллями інтенсивності p і q . Величини цих зусиль такі, що в кільцях виникають зони пластичних деформацій, які не перетинають контури L_j отворів.



**Рис.1. Пластина з підкріпленими круговими отворами:
1 і 2 – відповідно зони пластичних і пружних деформацій**

Напружений стан в пластині будемо описувати рівняннями плоскої теорії пружності [6], а в кільцях — рівняннями пружно-пластичного згину кривого бруса для матеріалу з лінійним зміцненням [7] (рис.3). Напружений стан тих кілець, в яких не виникають зони пластичних деформацій, будемо описувати рівнян-

нями пружного згину кривого бруса.

Серединну площину пластини приймемо за комплексну площину XOY , а початок координат розмістимо в центрі j -го отвору.

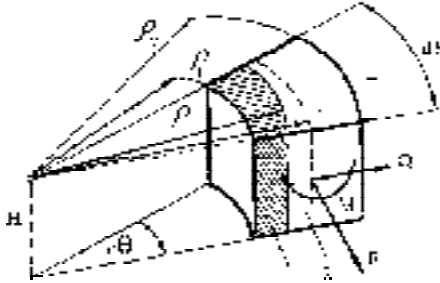


Рис.2. Елемент кільця:
1 і 2 – відповідно зони пластичних і пружних деформацій

Граничні умови запишемо із умови рівності вектора сил і зміщень на контурі L_j , який розділяє пластину і кільце [8]. В подальшому для зручності запису індекс j будемо опускаати, маючи на увазі, що розглядається j -й отвір.

$$j_1(t) + t j_f(t) + \overline{y_1(t)} = \frac{i}{h} \int_0^{\tilde{s}} \frac{e^{ia}}{r_0} \Pi_1(\tilde{s}) d\tilde{s} + c_1;$$

$$k j_1(t) - t j_f(t) - \overline{y_1(t)} = -2m \int_0^{\tilde{s}} e^{ia} \Pi_2(\tilde{s}) d\tilde{s} + c_2, \quad (1)$$

де $j_1(z)$ і $y_1(z)$ – комплексні потенціали Колосова-Мусхелішвілі, $k = \frac{3-n}{1+n}$, u і m – коефіцієнти Пуасона і модуль зсуву для пластини, Π_1 і Π_2 – комплексні функції, які залежать від параметрів деформації і силових факторів, що діють в кільцях.

$$\Pi_1(\tilde{s}) = (F - iQ) - i \frac{d}{dq} (F - iQ);$$

$$\Pi_2(\tilde{s}) = Q - ie_0; \quad Q = \frac{1}{r_0} \int_0^{\tilde{s}} \frac{d}{dq} [M - (r_0 - r)F] \Big|_p^{\tilde{y}}$$

де F , Q , і M — відповідно розтягувальна, перерізувальна сили і згинальний момент, які діють в поперечному перерізі кільця (рис. 2); e_0 і Q — відповідно відносне видовження елемента ds контура L і кут повороту дотичної до L при деформації; r_0 — радіус кривизни контура L ; r — радіус кривизни осьової лінії кільця; t — афікс точки на контурі L ; α — кут зовнішньої нормалі до контура L з віссю OX (рис.1); \tilde{s} — довжина дуги контура L , яка відраховується від деякої його точки; c_1 і c_2 — довільні сталі.

На рис.3 показана крива пружнопластичного згину матеріалу кільця. Криву деформування на деякій ділянці AB в зоні пластичних деформацій будемо апроксимувати прямою лінією. Введемо параметр

пластичності $\kappa^* = \frac{E_p}{E} (0 \leq \kappa^* \leq 1)$, де $E_p = \tan \tilde{\alpha}$, E — модуль пружності матеріалу кільця. Якщо $\kappa^* = 0$, то це випадок ідеальнопластичного матеріалу, якщо $\kappa^* = 1$, то матеріал кільця деформується пружно. Для всіх інших значень κ^* — це матеріал з лінійним зміцненням.

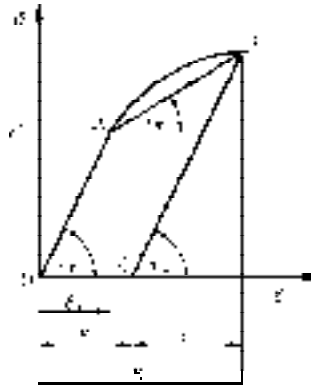


Рис.3 Крива деформування зразка матеріалу кільця:
 OA – ділянка пружного деформування; AB – лінійна апроксимація
 кривої деформування в зоні пластичних деформацій

При виводі рівнянь пружнопластичного згину кривого бруса (кільця) використовувались ті ж гіпотези, що і при пружному деформуванні, а саме: гіпотеза плоских перерізів і відсутність тиску повздовжніх волокон один на одного.

На основі цього рівняння пружнопластичного згину j -го кільця мають вигляд [7]:

$$e = \frac{F}{g} + \frac{M \alpha}{g \xi} D_p + \frac{1}{r} A_r \frac{\ddot{\theta}}{\theta}; \quad b = \frac{dQ}{dq} = \frac{F}{g} + \frac{M}{g} D_p, \quad (2)$$

де e — деформація волокна з радіусом кривизни r для j -го кільця; g , D_p , A_r — функції, які залежать від фізико-геометричних характеристик кільця і параметра r_T ; r_T — радіус кривизни волокна, який розділяє в кільці зону пластичних деформацій від пружних.

Рівняння пружного деформування кілець можна отримати з виразу (2) за умовами, що параметр пластичності $\kappa^* = 1$:

$$e \zeta = \frac{F}{g} + \frac{M \alpha}{g \xi} D_e + \frac{1}{r} A_e \frac{\ddot{\theta}}{\theta}; \quad b \zeta = \frac{F}{g} + \frac{M}{g} D_e. \quad (3)$$

Згідно прийнятими гіпотезами деформації і напруження по перерізу кільця розподіляються по закону:

$$e = \frac{r_0}{r} (e_0 - b) + b, \quad r_1 \leq r \leq r_0; \quad (4)$$

$$s = \frac{F}{S} + \frac{M \alpha}{S \xi} D_p + \frac{1}{r} A_p \frac{\ddot{\theta}}{\theta}, \quad r_T \leq r \leq r_0; \quad (5)$$

$$s = \frac{F}{S} + \frac{M \alpha}{S \xi} D_p + \frac{\alpha(1 - \kappa^*)}{\xi r_T} + \frac{\kappa^* \ddot{\theta}}{r \theta} A_p \frac{\ddot{\theta}}{\theta}, \quad r_1 \leq r \leq r_T. \quad (6)$$

При розв'язуванні пружнопластичних задач додатковим невідомим

мим є межа зон пластичних деформацій, яка в нашому випадку характеризується параметром Γ_T . Для визначення Γ_T використаємо умову пластичності. В силу прийнятих гіпотез всі волокна кілець знаходяться в стані лінійного розтягу або стиску, що дозволяє умову пластичності, з врахуванням виразу (4), привести до вигляду:

$$e_T = \frac{\Gamma_0}{\Gamma_T} (e_0 - b) + b, \quad (7)$$

де e_T — деформація, яка відповідає межі плинності матеріала кілець.

Граничні умови (1), рівняння пружнопластичного згину кілець (2) і умови пластичності (7) складають повну систему рівнянь для визначення напруженого стану пластини, кілець і зон пластичних деформацій.

Використовуючи конформне відображення і метод рядів, розв'язок задачі приводиться до розв'язування необмеженої системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, яка розв'язувалась методом послідовних наближень. За перше наближення використовувався пружний розв'язок задачі.

Якщо пластина сприйняла такі навантаження, що в кільцях виникли зони пластичних деформацій, то при усуненні зовнішніх навантажень пластина не повертається в свій початковий ненапружений стан, в кільцях виникають залишкові деформації і напруження. Щоб вяснити, як зміниться напружений стан в кільцях при розвантаженні, розглянемо ідеалізований стан, коли лінія ВС (рис.3) паралельна ОА, тобто зміна напружень при розвантаженні має чисто пружний характер і залежить від пружних постійних, що і при початковому навантаженні.

Деформацію в точці В можна представити в такому вигляді

$$e = \tilde{e} + e\zeta,$$

де \tilde{e} — залишкова деформація, $e\zeta$ — пружна деформація, яка зникає в кільці після повного розвантаження.

Тоді

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - \epsilon\zeta. \quad (8)$$

З теореми А.А.Ільюшина [9] про розвантаження (як наслідок) випливає, що при повному знятті зовнішнього навантаження залишкові деформації і напруження дорівнюють різниці між їх значеннями, знайденими по теорії пластичності для заданих зовнішніх сил, і значеннями деформацій і напружень, які для тих же зовнішніх сил обчислені по теорії пружності.

Для перевірки прийнятих допущень і дослідження впливу геометричних характеристик кілець і параметрів навантаження пластин на її напружено-деформований стан були проведені числові експерименти. При цьому знаходились коефіцієнти концентрації напружень

$K = \frac{S}{q}$ і параметри пластичних зон. Межа зон пластичних деформацій характеризувалась параметром

$$w = \frac{r_r - r_1}{b},$$

де $b = r_0 - r_1$ — ширина кільця. Значення w змінюється в межах $0 \leq w \leq 1$. Якщо $w = 0$, то зони пластичних деформацій в кільці відсутні. Якщо $w = 1$, то зони пластичних деформацій досягають контура L .

Якщо товщину H кільця прийняти рівною товщині h пластини, а модулі пружності кільця і пластини однакові, то розглядувана пластинка перетворюється на пластину з круговими отворами, контури яких не підкріплені. В цьому випадку є можливість перевірити запропонований метод розв'язування задачі з іншими відомими методами.

Якщо відстань l між отворами взяти достатньо великою, то вплив отворів на концентрацію напружень на їх контурах відсутній і в цьому випадку пластину з отворами можна вважати (в плані концентрації напружень) як пластину з одним отвором.

У випадку двовісного однакового $\Gamma = q$ розтягу пластини з одним круговим отвором межею зони пластичних деформацій є

коло радіуса r_T . Значення параметра $\frac{r_T}{r_0}$ залежно від параметра навантаження $Q = q/S_T$ наведено в таблиці 1. В цій таблиці наведено точні значення $\frac{r_T}{r_0}$, які отримані в роботі [4]. Розходження результатів не перевищує 8%.

Таблиця 1

Значення параметра r_T / r_0
від параметра навантаження Q

Q	За даними роботи [9]	За даними авторів	Похибка %
0,5	1	1	0
0,56	1,135	1,088	4,2
0,62	1,31	1,21	7,6

Для випадку одностороннього розтягу пластини ($\rho = 0$, $q \neq 0$) з одним круговим отвором в таблиці 2 наведено залежність в точці А отвору (рис.1) коефіцієнта концентрації напружень K і параметра пластичних зон ω від величини навантаження $Q = q/S_T$.

З таблиці 2 видно, що пружнопластичне деформування пластини приводить до зменшення коефіцієнта K . Чим більше розвинені зони пластичних деформацій, тим менше значення коефіцієнта концентрації напружень в точці А пластини.

Таблиця 2

Залежність коефіцієнта K і параметра пластичних зон ω від величини навантаження Q

Q	K	ω
0,312	3,2	0
0,412	2,47	0,58
0,512	2,04	0,85

Для прикладу знайдемо залишкові деформації і напруження в пластині товщиною h з круговим отвором радіуса r_1 . Пластина на нескінченності зазнає двовісний розтяг однаковими зусиллями інте-

нсивності $\Gamma = q$. Матеріал пластини сталь 40X, у якої $E = 2,05 \cdot 10^5$ МН/м²; $S_T = 430$ МН/м²; $\kappa^* = 0,069$.

Контур отвору, радіус якого r_1 , окреслимо круговим контуром L , радіус якого r_0 . В цьому випадку маємо кільце, механічні характеристики якого співпадають з механічними характеристиками пластини.

Для отримання конкретного числового результату припустимо, що $r_0 = 10h$, $r_1 = 8h$ тобто ширина кільця $b = 2h$.

Як показує розв'язок цієї пружнопластичної задачі, при навантаженні $q/\sigma_T = 0,6$ в пластині виникає зона пластичних деформацій, утворюючи кільцеву зону, внутрішній радіус якої $r_1 = 8h$ а зовнішній $r_T = 9,65h$. Слід підкреслити, що при даному навантаженні з точного розв'язку [4] $r_T = 10h$. Таким чином, в даному випадку похибка в визначенні межі зони пластичних деформацій складає 3,5%.

В таблиці 3 приведені значення деформацій ϵ і коефіцієнта концентрації напружень $K_{пл}$ в різних точках пластини, які характеризуються параметром Γ , при навантаженні $q/\sigma_T = 0,6$ і $r_T = 9,65h$. Тут приведені і значення коефіцієнта концентрації напружень $K_{пр}$ при пружному деформуванні пластини.

Таблиця 3

Значення деформацій і напружень в пластині з круговим отвором при дії зовнішнього навантаження і після повного розвантаження

ρ/h	$K_{пр}$	$K_{пл}$	$\epsilon \cdot 10^3$	$\tilde{\epsilon} \cdot 10^3$	σ_θ	$\tilde{\sigma}_\theta$	\tilde{K}
—	—	—	—	—	МН/м ²	МН/м ²	—
8	1,95	1,69	2,41	0,072	405	-63	-0,26
8,5	1,84	1,68	2,27	0,07	403	-39	-0,16
9	1,74	1,67	2,14	0,068	402	-14	-0,06
9,5	1,64	1,66	2,03	0,062	400	6	0,02
10	1,56	1,6	1,93	0,06	386	12	0,05

Як видно з приведених даних для цього параметру навантаження q/σ_T за рахунок появи зон пластичних деформацій коефіцієнт концентрації напружень на контурі отвору знизився на 13,3%.

В цій же таблиці приведені значення залишкових деформацій $\tilde{\epsilon}$, значення залишкових напружень $\tilde{\sigma}_\theta$ і коефіцієнта концентрації залишкових напружень \tilde{K} для тих же розглянутих точок пластини при її повному розвантаженні. Що стосується кутових деформацій b , то при двовісному однаковому навантаженні ($\rho = q$) пластини вони відсутні.

Як видно з таблиці 3, залишкові деформації контура отвору складають біля 3% від тих деформацій, які мав контур отвору при навантаженні $\frac{q}{\sigma_T} = 0,6$.

Слід підкреслити, що контур отвору при пружнопластичному деформуванні знаходився під дією стискуючих залишкових напружень, величини яких складають майже 15% від тих напружень, які діяли на контур до розвантаження пластини. Тому, якщо навантаження на пластину знову прикласти тим же чином, пластичні деформації в пластині не появляються до тих пір, поки навантаження не стануть більшими за первісні навантаження, і в цьому випадку пластини стає міцнішою.

ЛІТЕРАТУРА

1. Галин Л.А. Плоская упругопластическая задача. – Прикладная математика и механика, 1946, т.10, вып.3, С.367-386.
2. Керимов Р.Ю., Хорошун Л.П. Упругопластическое напряженное состояние пластинки с отверстием. -Изд. АН АЗССР, Сер физ.-техн. и мат., 1965, №3, С.123-127.
3. Космодамианский А.С. Упругопластическая задача для изотропного массива, ослабленного бесконечным рядом одинаковых выработок //Изд. АН СССР, Сер мех. и машиностр.- 1961.- №4.- С.187-190.
4. Черепанов Г.П. Об одном методе решения упругопластической задачи. – Прикладная механика и математика.- 1963.-т.27.- вып.3.- С.428-435.
5. Руденко А.Г. Определение остаточных деформаций и напряжений в многосвязной пластине //Судостроение.- 1985.- Вып.34.- С.22-28.
6. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. - М.: Наука,1966. – 703с.
7. Руденко А.Г. Приближенный метод решения упругопластической задачи для пластинки с круговым отверстием, подкрепленным кольцом //Труды НКИ. – Николаев.- 1974. – Вып.84.- С.91-97.
8. Савин Г.Н., Тульчий В.И. Пластинки, подкрепленные составными кольцами и упругими накладками. -К.:Изд-во "Наукова думка".- 1971.- 268с.
9. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.: Изд-во АН СССР.-1963. – 260с.