МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет агротехнологій

Кафедра землеробства, геодезії та землеустрою

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агрономія» спеціальності 201 «Агрономія» денної форми здобуття вищої освіти

МИКОЛАЇВ

2025

УДК 631/635.001.55

О-75

Друкується за рішенням науково-методичної комісії факультету агротехнологій Миколаївського національного аграрного університету від 15 травня 2025 р., протокол № 10.

Укладач:

І. В. Смірнова – доцент кафедри землеробства, геодезії та землеустрою, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

О. М. Дробітько – канд. с.-г. наук, голова фермерського господарства «Олена» Вознесенського району Миколаївської області;

А. В. Панфілова – д-р с.-г. наук, професорка, завідувачка кафедри рослинництва та садово-паркового господарства, Миколаївський національний аграрний університет.

ЗМІСТ

ВСТУП

Ефективність і якість наукової роботи, результативність досліджень в агрономії визначається методичним рівнем планування і постановки польових і лабораторних експериментів та методами проведення статистичної обробки експериментальних даних.

Метою навчальної дисципліни «Основи наукових досліджень в агрономії» є сформувати у здобувачів вищої освіти освітньої спеціальності 201 Агрономія ступеня вищої освіти «бакалавр» освітньої кваліфікації бакалавр з агрономії систему знань і навичок з методів і організації проведення досліджень у сфері землеробства, рослинництва, агрохімії, фізіології рослин.

Завдання курсу – освоїти і закріпити на практичних заняттях найважливіші розділи дисципліни, в тому числі :

- основні поняття і елементи методики польового досліду;
- розміщення варіантів у польовому досліді;
- планування польового досліду;
- техніка закладання та проведення польового досліду;
- документація та звітність в науково-дослідній роботі;
- математична статистика, емпіричні та теоретичні розподіли;
- розрахунки статистичних характеристик;
- статистичні методи перевірки гіпотез;
- дисперсійний аналіз одно- та багатофакторних дослідів;
- кореляція, регресія, складання рівнянь регресії для лінійної та криволінійної залежностей.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен ***знати:***

- сутність загальнонаукових і спеціальних методів досліджень в агрономії;
- польовий дослід як основний метод в агрономії, принципи його планування та проведення;
- методику і техніку закладання польового досліду;
- зміст спостережень у польовому досліді;
- особливості закладання та проведення інших спеціальних методів дослідження в агрономії;
- методику виконання статистичного аналізу експериментальних даних і використання його результатів для їх інтерпретації.

На підставі набутих знань студент повинен ***уміти:***

- закласти польовий, вегетаційний чи лізиметричний досліди;

- відповідно до програми досліджень провести в них обліки і спостереження;
- здійснити статистичний аналіз експериментальних даних відповідно до обраного методу і дати оцінку якості проведеному досліду;
- вести необхідну документацію дослідів та складати на її основі науковий звіт.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1
Тема: Обчислення статистичних характеристик малої вибірки за кількісної мінливості

Завдання: Обчислити статистичні характеристики малих вибірок за вихідними даними, наведеними в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

Урожайність соняшнику залежно від рівномірності внесення добрив, т/га

Внесення добрив	Повторність			
	I	II	III	IV
Рівномірне	1,8	1,9	1,6	1,5
Нерівномірне	1,9	0,8	2,4	1,9

***Приклад*:** Обчислити статистичні характеристики малих вибірок за вихідними даними, наведеними в таблиці 1.2.

Для малих вибірок обчислюють такі статистичні характеристики: середні арифметичні, дисперсії, стандартні відхилення, коефіцієнти варіювання, помилки вибіркових середніх, граничні оцінки середніх арифметичних, відносні помилки вибіркових середніх, точність досліду.

Таблиця 1.2

Урожайність соняшнику залежно від рівномірності внесення добрив, т/га

Внесення добрив	Повторність			
	I	II	III	IV
Рівномірне	1,6	1,8	1,5	1,5
Нерівномірне	1,8	0,7	2,2	1,7

Середня арифметична ($\overline{x}$). Для обчислення цієї характеристики варіюючі ознаки (результати спостережень) позначають знаком ***X***, а кількість повторностей – n. Тоді середню арифметичну розраховують за формулою

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}.$$

Для варіанта з рівномірним внесенням добрив середня арифметична

$$\overline{X_1} = \frac{\sum X}{n} = \frac{1{,}6 + 1{,}8 + 1{,}5 + 1{,}5}{4} = \frac{6{,}4}{4} = 1{,}6 \text{ т/га}.$$

Для варіанта з нерівномірним внесенням добрив середня арифметична

$$\overline{X_2} = \frac{\sum X}{n} = \frac{1,8 + 0,7 + 2,2 + 1,7}{4} = \frac{6,4}{4} = 1,6 \text{ т/га.}$$

Отже, середні арифметичні однакові, але **розмах варіювання (R)** в них різний. За рівномірного внесення добрив $\boldsymbol{R_1=X_{max}-X_{min}=1,8-1,5=0,3}$, а за нерівномірного $\boldsymbol{R_2=X_{max}-X_{min}=2,2-0,7=1,5}$, тобто урожайність соняшнику сильніше варіює за нерівномірного внесення добрив, коли створюється строкатість родючості грунту.

Середня арифметична є основною статистичною характеристикою кожного варіаційного ряду, а всі інші характеристики лише пояснюють основну.

Дисперсія ($\boldsymbol{S^2}$) - це середній квадрат відхилень кожного члена варіаційного ряду ($\boldsymbol{X_1, X_2, \ldots X_n}$)від середньої арифметичної; це показник, який повніше за розмах варіації характеризує варіаційні ряди. Дисперсія обчислюється за формулою

$$\boldsymbol{S^2 = \frac{\sum\left(X - \overline{x}\right)^2}{n - 1}}.$$

Для її розрахунків складається допоміжна таблиця 1.3, в яку вносять результати спостережень (дані з таблиці 1.2).

Таблиця 1.3

Обчислення квадратів відхилень від середньої арифметичної

Внесення добрив							
Рівномірне				Нерівномірне			
n	X	$X-\overline{x}$	$(X-\overline{x})^2$	n	X	$X-\overline{x}$	$(X-\overline{x})^2$
1	1,6	0	0	1	1,8	0,2	0,04
2	1,8	0,2	0,04	2	0,7	-0,9	0,81
3	1,5	-0,1	0,01	3	2,2	0,6	0,36
4	1,5	-0,1	0,01	4	1,7	0,1	0,01
	$\overline{x}=1,6$	$\sum(X-\overline{x})=0$	$\sum(X-\overline{x})^2=0,06$		$\overline{x}=1,6$	$\sum(X-\overline{x})=0$	$\sum(X-\overline{x})^2=1,22$

Підставивши одержані дані (суми квадратів відхилень) у наведену формулу отримаємо такі дисперсії:

$$S_1^2 = \frac{0,06}{4-1} = 0,02; \qquad S_2^2 = \frac{1,22}{4-1} = 0,41.$$

Їх порівняння показує, що в другому варіанті, де добрива внесені нерівномірно, дисперсія була в двадцять разів більшою, ніж за рівномірного внесення добрив.

Дисперсія використовується не лише для характеристики варіювання досліджуваних показників, а й для обчислення стандартного відхилення (***S***).

Стандартне відхилення ***(S)*** обчислюється за формулою

$$\boldsymbol{S = \sqrt{S^2}}\ .$$

Для першого варіанта $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{0{,}02} = 0{,}14$ т/га, а для другого $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{0{,}41} = 0{,}64$ т/га.

Стандартне відхилення виражається у тих же одиницях, що і середня арифметична.

Якщо у дослідженнях порівнюють мінливість ознак, що мають різні одиниці виміру (центнери, штуки, сантиметри тощо), то дисперсія і також стандартне відхилення для таких порівнянь непридатні. У таких випадках доцільно користуватися коефіцієнтом варіювання.

Коефіцієнт варіювання (V) – це відношення стандартного відхилення до середньої арифметичної, що виражається у відсотках і обчислюється за формулою

$$\boldsymbol{V\% = \frac{S \cdot 100}{\bar{x}}}\ .$$

Для першого варіанта $V_1 = \frac{0{,}14 \cdot 100}{1{,}6} = 8{,}75\%$, для другого $V_2 = \frac{0{,}64 \cdot 100}{1{,}6} = 40{,}0\%$.

Отже, строкастість родючості грунту, призводить до невирівняності урожайності соняшнику, тому що варіювання врожаю значно більше за нерівномірного внесення добрив.

Правило: варіювання умовно вважають незначним, якщо коефіцієнт його не перевищує 10%; середнім, коли коефіцієнт варіювання перебуває в межах 10-20%; значним, коли він перевищує 20%.

Варіювання врожаю більшості польових культур становить 8-12%. Менше варіювання врожаю у культур звичайного рядкового способу сівби, більше – у просапних.

Середні арифметичні мають свої помилки, які спричиняються внаслідок неповного представництва вибіркової сукупності. Ці помилки властиві лише вибірковому методу досліджень, а їх чисельне значення залежить від ступеня мінливості досліджуваних ознак і обсягів вибірки.

Помилку вибіркової середньої ($\boldsymbol{S\bar{x}}$) обчислюють за формулою

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}.$$

У наведеному прикладі для першого варіанту

$S_{\bar{x}1} = \sqrt{\frac{0,02}{4}} = 0,07$, а для другого $S_{\bar{x}2} = \sqrt{\frac{0,41}{4}} = 0,32$.

Значення помилок використовують для **інтервальної оцінки середніх арифметичних** за формулою

$$\bar{x} \pm t \cdot S_{\bar{x}}.$$

За оцінки на рівні імовірності $P_{0,95}$ значення t дорівнює 3,18 , а за $P_{0,99}$ – 5,84.

З урахуванням цих показників межове значення середньої арифметичної для першого варіанта становить

1,6±3,18·0,07, та 1,6±5,84·0,07.

Це означає, що на рівні $P_{0,95}$ межові величини середньої арифметичної будуть 1,38÷1,82, а на рівні $P_{0,99}$ – 1,19÷2,01.

Відносною помилкою вибіркової середньої називають відношення помилки вибіркової середньої арифметичної, вираженої у відсотках, і визначають за формулою

$$S_{\bar{x}}\% = \frac{S_{\bar{x}} \cdot 100}{\bar{x}}.$$

Для варіанта з рівномірним внесенням добрив відносна помилка вибіркової середньої $S_{\bar{x}1}\% = \frac{0,07 \cdot 100}{\overline{1,6}} = 4,38\%$, а для варіанта з нерівномірним внесенням добрив $S_{x2}\% = \frac{0,32 \cdot 100}{1,6} = 20,0\%$.

Залежно від значення відносної помилки роблять висновки про точність досліду – це різниця між 100 % і відносною помилкою ($T=100\% - S_{\bar{X}}\%$).

Правило: умовно точність вважають високою, якщо її значення не перевищує 3 %, середньою – коли воно становить 3-6 % і низькою коли перевищує
7 %.

Для збільшення високої точності досліду, слід дбати про те, щоб дослідження проводилися на вирівняних за родючістю площах.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2

Тема: Обчислення статистичних характеристик великої вибірки за кількісної мінливості

Завдання: Обчислити статистичні характеристики великої вибірки за даними по кількості личинок клопа черепашки на 1 м^2. Варіаційний ряд включає 50 повторень: 33, 29, 11,38, 63, 14, 34. 10, 53, 2, 37, 17, 22, 13, 50, 28, 16, 33, 33, 28, 2, 23, 39, 48, 32, 31, 26, 27, 46, 18, 53, 32, 43, 59, 26, 70, 39, 29, 36, 37, 25, 47, 69, 31, 39, 49, 47, 35, 57, 26.

Приклад: Обчислити статистичні характеристики великої вибірки, яка включає довжину стебла 40 рослин озимої пшениці (таблиця 2.1).

Розміщують довжину стебла 40 рослин у зростаючому порядку: 27, 31, 33, 33, 35, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 37, 37, 37, 37, 37, 37, 37, 37, 37, 38, 38, 38, 38, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 40, 40, 41, 41, 42, 43, 44.

Визначаємо число груп

$$Ч_г = \sqrt{n} = \sqrt{40} = 6.$$

Визначаємо інтервал групи

$$i = \frac{X_{мах} - X_{міn}}{Ч_г} = \frac{44-27}{6} = 3.$$

Таблиця 2.1

Допоміжна таблиця для обробки варіаційного ряду великої вибірки довжини стебла озимої пшениці

Інтервал групи	Середнє значення групи, X	Частота f	fX	X^2	fX^2
27-29	28	1	28	784	784
30-32	31	1	31	961	961
33-35	34	3	102	1156	3468
36-38	37	25	925	1369	34225
39-41	40	7	280	1600	11200
42-44	43	3	129	1849	5547
	$\bar{x} = 37{,}4$	$\sum f = 40$	$\sum fX = 1495$	$\sum X^2 = 7719$	$\sum fX^2 = 56185$

Розрахунки проводять у такій послідовності:

Середня арифметична

$$\bar{x} = \frac{\sum f \cdot X}{n} = \frac{1495}{40} = 37{,}4 \text{ см.}$$

Дисперсія

$$S^2 = \frac{\sum f(X-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum fX^2 - (\sum fX)^2 \div n}{n-1} = \frac{56185 - 1495^2 \div 40}{39} = 7{,}95$$

Стандартне відхилення

$$\boldsymbol{S = \sqrt{S^2} = \sqrt{7{,}95} = 2{,}82}\ \text{см.}$$

Коефіцієнт варіації

$$\boldsymbol{V = \frac{S \cdot 100}{\bar{x}} = \frac{2{,}82 \cdot 100}{37{,}4} 7{,}54\%}.$$

Помилка вибіркової середньої

$$\boldsymbol{S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{2{,}82}{\sqrt{40}} = \frac{2{,}82}{6{,}32} = 0{,}45}\ \text{см.}$$

Відносна помилка вибіркової середньої

$$\boldsymbol{S_{\bar{x}}\% = \frac{S_{\bar{x}} \cdot 100}{\bar{x}} = \frac{0{,}45 \cdot 100}{37{,}4} = 1{,}20\%}.$$

Інтервальну оцінку середньої на рівнях імовірності складають:
за $P_{0,95}$:

$$\boldsymbol{\bar{x} \pm t_{0,95} \cdot S_{\bar{x}};}$$
$$\boldsymbol{37{,}4 \pm 2{,}04 \cdot 0{,}45;}$$
$$\boldsymbol{37{,}4 \pm 0{,}92(36{,}48 \div 38{,}32).}$$

за $P_{0,99}$:

$$\boldsymbol{\bar{x} \pm t_{0,99} \cdot S_{\bar{x}};}$$
$$\boldsymbol{37{,}4 \pm 2{,}75 \cdot 0{,}45;}$$
$$\boldsymbol{37{,}4 \pm 1{,}24 \cdot (36{,}16 \div 38{,}64).}$$

***Висновки*:**

1. Середня арифметична висоти рослин озимої пшениці дорівнює 37,4 см.
2. Коефіцієнт варіації 7,54% свідчить про незначне варіювання висоти рослин.
3. Значення відносної помилки 1,2% свідчить про досить високу точність обчислення середньої арифметичної.
4. До даного варіаційного ряду на рівні $P_{0,95}$ належать рослини висотою 36,5-38,3 см, а на рівні $P_{0,99}$ – 36,2-38,6 см. Усі інші дати, що не ввійшли до інтервалу оцінки на обох рівнях надійної імовірності, не належать до даного варіаційного ряду і вважаються нехарактерними для нього.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №3

Тема: Обчислення статистичних характеристик вибірки за якісної мінливості

Завдання: Після збирання картоплі виявилося, що у сорту Луговська із 100 бульб (N_1) не ураженими фітофторозом було 85 (n_1), а у сорту Слов'янка із 100 бульб (N_2) – лише 97 (n_2).

***Приклад*:** Після збирання картоплі виявилося, що у сорту Гатчинський із 100 бульб (N_1) якісними були 80 (n_1), а у сорту Іскра із 100 бульб (N_2) – лише 70 (n_2).

Обчислити статистичні характеристики.

Для аналізу варіаційних рядів якісної мінливості обчислюють такі статистичні характеристики: частку наявності ознаки (p); частку відсутності ознаки (q); показник мінливості якісної ознаки – стандартне відхилення (S); коефіцієнт варіації (V) і помилку частки (S_p).

Частка наявності ознаки (р) – це відношення кількості об'єктів з даною ознакою (n) до загального обсягу вибірки (N). Обчислюють її за формулою $p = n : N$.

Визначають частку наявності ознаки p_1 і p_2 у кожного з наведених сортів:

$$P_1 = n_1 \div N_1 = 80 \div 100 = 0{,}80 \text{ або } 80\%;$$

$$P_2 = n_2 \div N_2 = 70 \div 100 = 0{,}70 \text{ або } 70\%.$$

Частка відсутності ознаки – це різниця між одиницею і часткою наявності ознаки. Цю частку обчислюють за формулою $q = 1 - p_1$. Для досліджуваних сортів Гатчинська і Іскра частка відсутності ознаки q_1 і q_2 відповідно становитиме:

$$q_1 = 1\text{-}p1 = 1\text{-}0{,}8 = 0{,}2 \text{ частка або}20\%;$$

$$q_2 = 1\text{-}p2 = 1\text{-}0{,}7 = 0{,}3 \text{ частка або}30\%.$$

Якщо досліджуваний об'єкт має лише дві градації, **показник мінливості *S*** обчислюють за формулою $S = \sqrt{P \cdot q}$.

Для сорту Гатчинська $S = \sqrt{p_1 \cdot q}_1 = \sqrt{0.2 \cdot 0.8} = \sqrt{0.16} = 0.40$, а для сорту Іскра $S = \sqrt{p_2 \cdot q_2} = \sqrt{0.3 \cdot 0.7} = \sqrt{0.21} = 0.46$.

Максимальне значення (0,5) мінливості мають за умови, якщо $p = q = 0{,}5$ ($S_{max} = \sqrt{p \cdot q} = \sqrt{0{,}5 \cdot 0{,}5} = 0{,}5$).

Якщо об'єкт досліджень має не дві, а більше градацій, то для такої вибірки показник якісної мінливості (S) обчислюють за формулою $S = \sqrt[n]{p_1 p_2 ... p_n}$, де p_1, p_2, $...p_n$ – частка ознак із загального обсягу вибірки; n – кількість градацій ознак.

Показник мінливості використовується для визначення **коефіцієнта варіювання (V_p)** як відношення показника мінливості (S) до його максимального значення (S_{max}) вираженого в процентах.

Обчислюється коефіцієнт варіювання в процентах за формулою

$$V_p = \frac{S \cdot 100}{S_{max}}.$$

Для сорту Гатчинська коефіцієнт варіювання становитиме:

$$V_{p1} = \frac{S_1 \cdot 100}{S_{max}} = \frac{0,4 \cdot 100}{0,5} = 80\%,$$

для сорту Іскра

$$V_{p2} = \frac{S_2 \cdot 100}{S_{max}} = \frac{0,46 \cdot 100}{0,5} = 92\%.$$

Максимальне значення коефіцієнта варіювання – 100% буває за $S = S_{max} = 0,5$.

Для оцінки точності у визначенні вибіркових середніх арифметичних за якісної мінливості вираховують **помилку вибіркової середньої арифметичної** за формулою

$$S_p = \frac{S}{\sqrt{N}}.$$

Стосовно до альтернативної мінливості вона матиме вигляд

$$S_p = \frac{S}{\sqrt{N}} = \frac{\sqrt{pq}}{N} = \sqrt{\frac{pq}{N}}.$$

Для сорту Гатчинська $S_{p1} = \sqrt{\frac{p_1 q_1}{N}} = \sqrt{\frac{0.8 \cdot 0.2}{100}} = 0.040$, а для сорту Іскра $S_{p2} = \sqrt{\frac{p_2 q_2}{N}} = \sqrt{\frac{0.7 \cdot 0.3}{100}} = 0.046$.

Інтервальну оцінку помилки вибіркової середньої роблять за формулою $P \pm t \cdot S_p$.

На рівні імовірності $P_{0,95}$ значення $t=1,98$, а на рівні $P_{0,99}$ $t=2,63$.

Для сорту Гатчинська ці інтервали становитимуть для рівня $P_{0,95}$ $0,80 \pm 1,98 \cdot 0,04$ тобто 0,80±0,08(0,72÷0,88), а для рівня $P_{0,99}$ 0,80±2,63·0,04 тобто 0,8±0,105(0,72÷0,90).

Для сорту Іскра на цих рівнях, відповідно, інтервали становитимуть $0,70 \pm 1,98 \cdot 0,046$ або $0,70 \pm 0,09 (0,61 \div 0,79)$ і $0,70 \pm 2,63 \cdot 0,046$ або $0,70 \pm 0,12 (0,58 \div 0,82)$.

Результати спостережень дозволять вважати, що частка здорових бульб картоплі сорту Гатчинська може становити 72-88%, а сорту Іскра – 61-79%. Це означає, що сорт Гатчинський стійкіший до хвороб, ніж сорт Іскра.

Для визначення достовірності різниці між частками наявності ознак обчислюють **фактичний критерій Стюдента (*$t_ф$*)**

$$t_{ô} = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{N_1} + \frac{p_2 q_2}{N_2}}} = \frac{0,80 - 0,70}{\sqrt{\frac{0,80 \cdot 0,20}{100} + \frac{0,70 \cdot 0,3}{100}}} = \frac{0,10}{\sqrt{0,0016 + 0,0021}} = \frac{0,10}{0,06} = 1,66.$$

Фактичний критерій Стюдента порівнюють з теоретичним, який приймають за додатком 1 за числом ступенів вільності $\gamma = 100$.

$$\gamma_p = (N_1 - 1) + (N_2 - 1) = (100 - 1) + (100 - 1) = 99 + 99 = 198.$$

При $\gamma_р$, що дорівнює 100 і більше, критерій $t_{0,95}$=1,96, а $t_{0,99}$=2,58.

Якщо фактичний критерій Стюдента $t_ф$ дорівнює теоретичному або більший за нього, то різниця достовірна і навпаки. Користуючись цим правилом, роблять **висновок:** оскільки критерій Стюдента фактичний між варіантами становить 1,66, що значно менше теоретичних критеріїв на обох рівнях надійної імовірності, то у картоплі сорту Іскра зниження здорових бульб недостовірне порівняно з сортом Гатчинський.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №4

Тема: Підготовка даних про врожайність до статистичного аналізу

Завдання:

1. Обчислити середню арифметичну зважену, якщо з площі 5 га зібрали по 4,23 т пшениці озимої, а з площі 8 га – по 5,37 т.
2. Провести бракування сумнівних дат, якщо у досліді, де вивчався вплив доз добрив на урожайність пшениці озимої за повторностями, вона була 6,58; 3,35; 5,62; 5,58 т/га.
3. Відновити втрачену дату, якщо у досліді, де вивчався вплив різних попередників на урожайність пшениці озимої, цю урожайність у різних повтореннях показано у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Урожайність пшениці озимої після різних попередників, т/га

Номер варіанта	Попередники	Повторність			
		I	II	III	IV
1	Багаторічні трави на один укіс	$X_{відн}$	5,27	5,31	5,29
2	Вико-овсяна сумішка	4,58	4,63	4,89	4,87
3	Горох	4,53	4,67	4,75	4,91
4	Кукурудза на силос	2,53	2,64	2,78	2,45

Заокруглення чисел експерименту слід представляти тризначними числами. Наприклад: урожайність цукрових буряків 52,8 т/га; пшениці озимої – 5,34 ц/га. Показники, менші за одиницю, виражаються тисячними – 0,529 (насіння люцерни 0,317 т/га).

Число округлюється до більшого, якщо після нього стоять цифри 5 і більше, та навпаки.

Наприклад, число 0,8523 округлюється до 0,852, а число 0,8545 – до 0,855.

Обчислення середніх арифметичних

Прості середні арифметичні обчислюються як результат ділення суми спостережень на їх кількість

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n}.$$

Однак, у дослідах трапляються ситуації, коли різні рівні врожайності культури стосуються різних площ. Наприклад, з площі 3 га зібрали по 37,3 центнерів пшениці озимої, а з площі 5 га – по 48,7 центнерів. Проста середня арифметична склала б $\frac{37,3+48,7}{2} = 43ц/га$. Але оскільки площі різні, то слід обчислювати середню арифметичну зважену ($x_{зв}$) за формулою

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + ... + x_n f_n}{\sum f},$$

де x_1, x_2, …x_n. – варіююча ознака (у нашому прикладі врожайність пшениці озимої);

f – частота (площа посіву пшениці озимої певного варіанта).

Підставивши у формулу чисельні значення цих показників отримуємо

$$\overline{x_{зв}} = \frac{37,3 \cdot 3 + 48,7 \cdot 5}{3+5} = \frac{111,9 + 243,5}{8} = \frac{355,4}{8} = 44,4 \text{ ц/га.}$$

Отриманий результат суттєво відрізняється від визначеного за формулою середньої арифметичної простої, що вказує на необхідність користування в цих випадках формулою середньої зваженої.

Бракування сумнівних дат. За аналізу даних у межах кожного варіанта (за повторностями) деякі з них можуть значно відрізнятися від інших і викликати сумнів щодо їх належності до певних варіаційних рядів. Сумнівні дати можна об'єктивно бракувати лише методами математичної статистики.

Наприклад, у досліді, де вивчався вплив доз добрив на урожайність пшениці озимої за повторностями, вона була 62,4; 45,7; 53,2; 55,8 ц/га.

Щоб установити, що всі ці дані належать до одного варіаційного ряду, їх числові значення розміщують у зростаючому порядку: 45,7; 53,2; 55,8; 62,4.

Найбільш сумнівними є найменша дата - 45,7 та найбільша - 62,4.

Для перевірки їх сумнівності кожній з дат дають відповідний номер – 45,7 (X_1); 53,2 (X_2); 55,8 (X_{n-1}); 62,4(X_n) і обчислюють критерій τ_n за формулами:

$$\tau_1 = \frac{X_2 - X_1}{X_{n-1} - X_1} = \frac{53.2 - 45.7}{55.8 - 45.7} = \frac{7.5}{10.1} = 0,746,$$

$$\tau_n = \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n - X_2} = \frac{62.4 - 55.8}{62.4 - 53.2} = \frac{6.6}{9.2} = 0,717.$$

Розрахункові критерії τ порівнюють з їх теоретичними значеннями і роблять висновки за таким правилом: якщо розрахункові критерії (τ_1 τ_2) більші за теоретичні або дорівнюють їм, то дата (спостереження), що перевіряться, є сумнівною і її треба вибракувати. Теоретичні значення критерії в τ приймають за додатком 2 згідно з числом повторностей (n) і рівнем надійної імовірності $P_{0,95}$ чи $P_{0,99}$. При $n = 4$ критерії τ теоретичні відповідно становлять $\tau_{0,95}$=0,955 і $\tau_{0,99}$=0,991.

Висновки:

1. Оскільки τ_1=0,746 менше $\tau_{0,95}$(0,955) та $\tau_{0,99}$(0,991), то дата 45,7 не викликає сумніву і її не слід вибраковувати.
2. Оскільки τ_n = 0.717 теж менше $\tau_{0,95}$(0,955) і $\tau_{0,99}$(0,991), то вона теж не викликає сумніву і її не слід вибраковувати.

Слід зазначити, що бракування дат за наведеними формулами можливе, якщо кількість повторностей у досліді становить не менше 4 та коли $X_1 \neq X_2$, а $Xn \neq Xn\text{-}1$, тому що при цьому дати не можуть бути сумнівними, отже і не потребують перевірки.

Відновлення втрачених дат. Унаслідок випадання дат на деяких ділянках певною мірою ускладнюється статистичний аналіз досліду.

Причинами випадання можуть бути сильні зливи (дуже замулюють окремі ділянки), град (випадає смугами), випадкове пошкодження зернових культур і соняшнику птахами, шкідниками, хворобами, наїзди транспорту на придорожні ділянки тощо. Випадання дат можливе і в результаті їх бракування. Це може сильно вплинути на зміну середніх збільшуючи їх, що, в свою чергу, призводить до виникнення помилок. Проте, їм можна запобігти, відновлюючи втрачені дати за формулою

$$X_{відн} = \frac{lV + nP - \sum X}{(l-1)(n-1)}\ ,$$

де $X_{відн}$ – дата, що відновлюється; l – кількість варіантів; V – сума дат у тому варіанті, де є втрачена дата; n – кількість повторностей; P – сума дат у повторенні, де є втрачена дата; $\sum X$ – сума дат у досліді, за винятком втраченої дати ($X_{відн}$).

Так, наприклад, у досліді, де вивчався вплив різних попередників на урожайність озимої пшениці, цю урожайність у різних повтореннях показано у табл.(4.2).

Підставивши у наведену формулу замість букв їх числові значення, отримуємо

$$X_{відн} = \frac{4 \cdot 80 + 4 \cdot 154 - 670}{(4-1)(4-1)} = \frac{2660}{9} = 29{,}6 \text{ ц/га.}$$

Таблиця 4.2

Урожайність озимої пшениці після попередників, ц/га

Номер варіанта	Попередники	Повторність			
		I	II	III	IV
1	Багаторічні трави на один укіс	49,2	51,3	53,2	53,4
2	Вико-овсяна сумішка	46,2	48,1	49,1	51,4
3	Горох	44,8	47,0	47,1	49,2
4	Кукурудза на силос	25,0	27,4	27,6	$X_{відн}$

Відновлену дату 29,6 ц/га ставлять на місце втраченої і проводять далі відповідну статистичну обробку.

При втраті одночасно кількох дат в одному досліді можна використовувати метод статистичної обробки для досліду з неповним числом дат.

Перетворення вихідних (початкових) дат

Деякі результати досліджень не підпорядковуються законам нормального розподілу. Зрідка мають місце неоднорідність вибірок, значне варіювання в межах варіантів досліду. Прикладом таких результатів є: кількість бур'янів у різних місцях посіву; поширення хвороб і шкідників на дослідних ділянках; результати досліджень, виражені у балах або відсотках, що наближаються до нуля.

Залежно від фактичних даних у конкретних дослідах перетворення виконують за відповідними формулами.

У дослідах, де вираховують кількість бур'янів у посівах або їх насіння у грунті, кількість шкідників чи поширення хвороб, та коли результати виражені великими числами, перетворення роблять добуванням кореня квадратного з числа ***X***.

Наприклад, кількість насіння бур'янів у грунті становить 7225 шт/м^2. Перетворене значення ***X*** становитиме

$$\boldsymbol{X_{перетв} = \sqrt{X} = \sqrt{7225} = 85}.$$

Ці дані використовують у дисперсійному або інших аналізах, а в кінці аналізів оберненим перетворенням переходять до вихідних дат. Наприклад, у дисперсійному аналізі значення найменшої істотної різниці (НІР) становить 24 шт./м^2 насіння бур'янів. Підносимо це число до квадрата (24^2=276) і одержаний результат порівнюємо з різницею між фактичними (до перетворення) значеннями кількості бур’янів у грунті за варіантами.

Вибір методу статистичної обробки даних

Якщо дані не викликають сумніву, обчислюють середні арифметичні для кожного варіанта, вибирають метод статистичної обробки і виконують відповідний аналіз. Наприклад дисперсійний. Вибір статистичного аналізу залежить від методу розміщення варіантів у польових дослідах.

Для дослідів, варіанти в яких розміщені за методом рендомізації (випадковим), застосовують дисперсійний аналіз. У решті випадків застосовують не дисперсійні методи статистичної обробки.

Результати дослідів зі стандартним методом розміщення варіантів обробляють різницевим методом, а з систематичним методом розміщення – дробовим.

Показники якісної мінливості обробляють визначенням достовірності різниць між частками наявності ознак за допомогою критерію Стюдента (t).

Залежність між різними показниками рослин, рослинами та їх середовищем визначають за допомогою кореляційних аналізів.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №5

Тема: Оцінка істотності різниці вибіркових середніх за t-критерієм та за найменшою істотною різницею (НІР)

Завдання:

Вихідні дані для виконання завдання наведено в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

Значення вихідних дат для завдання

Передостання цифра шифру (X_1)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
26 20 26 21 32	22 26 29 23 27	23 25 27 29 31	26 27 28 29 31	24 26 28 30 32	25 27 29 31 33	37 38 41 43 46	31 35 39 43 47	34 37 40 43 46	33 39 42 45 48
Остання цифра шифру (X_2)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
25 32 35 33 27	20 36 44 35 26	18 41 47 41 28	23 43 51 43 30	28 38 45 39 33	45 22 14 21 40	54 29 18 25 51	64 36 25 34 67	57 42 31 38 54	70 53 36 47 73

Для розрахунків завдання необхідно виписати із таблиці 5.1 дві вибірки вихідних даних відповідно до шифру залікової книжки.

Приклад.

Вибірка 1: 36, 39, 42, 45, 48.

Вибірка 2: 27, 36, 42, 38, 31.

Позначають спостереження вибірки 1 через X_1, а вибірки 2 – через X_2, складають допоміжну таблицю 5.2, в яку заносять значення вибірок 1 та 2.

В наведеній таблиці підраховуємо окремо суми по обох вибірках, тобто $\sum X_1$ та $\sum X_2$. Визначаємо середні арифметичні значення по кожній вибірці $\bar{x}_1$ та $\bar{x}_2$, відхилення кожного значення вибірки від її середньоарифметичного, тобто $X_1-\bar{x}_1$; $X_2-\bar{x}_2$ та квадрати цих відхилень - $(X_1-\bar{x}_1)^2$; $(X_2-\bar{x}_2)^2$.

Таблиця 5.2

Обчислення квадратів відхилень від середньої арифметичної

№ п/п	Вибірка 1 (X_1)	Вибірка 2 (X_2)	Відхилення від середніх		Квадрати відхилень	
			$X_1-\bar{x}_1$	$X_2-\bar{x}_2$	$(X_1-\bar{x}_1)^2$	$(X_2-\bar{x}_2)^2$
1	36	27	-6	-7,8	36	60,84
2	39	36	-3	1,2	9	1,44
3	42	42	0	7,2	0	51,84
4	45	38	3	3,2	9	10,24
5	48	31	6	-3,8	36	14,44
Суми	210	174	0	0	90	138,8
$\bar{x}$	42	34,8				

Середня арифметична ($\bar{x}$). Для обчислення цієї характеристики варіюючі ознаки (результати спостережень) позначають знаком ***X***, а кількість повторностей – n.

Для вибірки 1 середня арифметична становитиме:

$$\overline{X_1} = \frac{\sum X}{n} = \frac{36+39+42+45+48}{5} = \frac{210}{5} = 42,$$

для вибірки 2 $\overline{X_2} = \frac{\sum X}{n} = \frac{27+36+42+38+31}{5} = \frac{174}{5} = 34{,}8$.

Різниця середніх (d_x)

$$d_x = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 42-34{,}8=7{,}2.$$

Дисперсія (S^2) - це середній квадрат відхилень кожного члена варіаційного ряду ($X_1, X_2, \dots X_n$) від середньої арифметичної; це показник, який повніше за розмах варіації характеризує варіаційні ряди. Дисперсія обчислюється за формулою

$$S^2 = \frac{\Sigma\left(X-\bar{x}\right)^2}{n-1}.$$

Підставивши суми квадратів відхилень з таблиці 4 у наведену формулу отримаємо такі дисперсії:

$$S_1^2 = \frac{90}{5-1} = 22{,}5; \qquad S_2^2 = \frac{138{,}8}{5-1} = 34{,}7.$$

Дисперсія використовується не лише для характеристики варіювання досліджуваних показників, а й для обчислення стандартного відхилення (***S***).

Стандартне відхилення *(S)* обчислюється за формулою

$$S = \sqrt{S^2}\ .$$

Для першої вибірки $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{22{,}5} = 4{,}74$, а для другої $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{34{,}7} = 5{,}89$.

Середні арифметичні мають свої помилки, які спричиняються внаслідок неповного представництва вибіркової сукупності. Ці помилки властиві лише вибірковому методу досліджень, а їх чисельне значення залежить від ступеня мінливості досліджуваних ознак і обсягів вибірки.

Похибку вибіркової середньої ($S_{\bar{x}}$**)** обчислюють за формулою

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{S^2}{n}}\ .$$

Для першої вибірки $S_{\bar{x}1} = \sqrt{\frac{22{,}5}{5}} = 2{,}12$,

для другої $S_{\bar{x}2} = \sqrt{\frac{34{,}7}{5}} = 2{,}63$.

Помилка різниці середніх (S_d) обчислюється за формулою

$$S_d = \sqrt{S_{\bar{x}_1}^{\ 2} + S_{\bar{x}_2}^{\ 2}}\ ;$$

$$S_d = \sqrt{2{,}12^2 + 2{,}63^2} = 3{,}38\ .$$

Довірчий інтервал розраховують за формулою

$$\bar{X} \pm t_{05} S_{\bar{x}}\ .$$

Для вибірки 1 довірчий інтервал

$\bar{x}_1 \pm t_{05} S_{\bar{x}1};$

$42 \pm 2{,}78 \cdot 2{,}12;$

$42 \pm 5{,}9(36{,}1 \div 47{,}9).$

Для вибірки 2 довірчий інтервал

$\bar{x}_2 \pm t_{05} S_{\bar{x}2};$

$34{,}8 \pm 2{,}78 \cdot 2{,}63;$

$34{,}8 \pm 7{,}3(27{,}5 \div 42{,}1).$

Фактичний критерій Стьюдента розраховують за формулою

$$t_ф = \frac{d_{\bar{x}}}{S_d} = \frac{7,2}{3,38} = 2,13.$$

Число ступенів свободи γ= n_1+n_2 –2=5+5-2=8. Порівнюючи фактичне значення критерію Стьюдента $t_ф$=2,13 з теоретичним при різних рівнях значущості і при ступені свободи γ = 8 t_{05}=2,31, t_{01}=3,36, приходимо до висновку, що $t_ф$ менше від теоретичного на 5% рівні значущості і менше на 1% рівні і таким чином різниця вибіркових середніх за t-критерієм на обох рівнях неістотна.

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховуємо за формулами:

$$НІР_{05}= t_{05}S_d= 2,31\cdot3,38=7,81;$$

$$НІР_{01}= t_{01}S_d=3,36\cdot3,38=11,37.$$

Порівнюємо різницю середніх із значенням НІР (7,2<7,81) на 5% рівні значущості та (7,2<11,37) на 1% рівні значущості й приходимо до висновку, що різниця вибіркових середніх по НІР на обох рівнях значущості неістотна.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 6

Тема: Дисперсійний аналіз однофакторного вегетаційного досліду

***<u>Суть дисперсійного аналізу</u>*:** У польовому досліді, розміщеному методом рендомізованих повторень, урожай змінюється залежно від варіантів, повторень, а також від випадкових причин – неврахованої зміни умов навколишнього середовища або індивідуальної мінливості самих рослин. Останні дві причини також впливають на помилки досліду. Англійський математик Р. Фішер виразив ці зміни сумами квадратів таких розсіювань: варіантів – C_V ; повторень – C_P; помилки – C_Z. Їх сума і є сумою квадратів загального розсіювання ($C_У$). Тоді $C_У=C_V+C_P+C_Z$.

Для кожного розсіювання обчислюють число ступенів свободи (γ):

варіантів - $\gamma_v = l - 1$;

повторень - $\gamma = n - 1$;

помилок - $\gamma_z = (l - 1)(n - 1)$;

загального розсіювання – N-1;

де $N = l{\cdot}n$, (l – кількість варіантів, $\cdot n$ – кількість повторень).

Діленням певної суми квадратів відхилень на число ступенів свободи отримують дисперсію – S^2. Дисперсія – це розсіювання даних досліду і розчленування загального варіювання врожаю чи інших показників на складові частини. Звідси і назва методу – дисперсійний аналіз. Найбільш застосовувані дисперсія варіантів (S_V^2) та дисперсія помилки (S_Z^2), яку ще називають дисперсією залишку.

Співвідношення цих двох дисперсій є тим основним критерієм, що має змогу дати загальну оцінку достовірності різниці між середніми арифметичними або загальну оцінку достовірності досліду. Цей критерій позначають першою літерою прізвища автора дисперсійного аналізу Фішера. Критерій Фішера визначають за формулою

$$F_{факт} = S_V^2 \div S_Z^2 .$$

Розрахувавши критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$), його порівнюють із теоретичним критерієм ($F_{теор}$) на певних рівнях надійної імовірності (додатки 3 і 4) і роблять висновки. Якщо критерій Фішера фактичний (розрахований) дорівнює критерію теоретичному або більший від нього (***$F_{факт} \geq F_{теор}$***), достовірність різниць між середніми арифметичними доведена. Це означає, що в досліді є одна пара або кілька пар варіантів, між середніми арифметичними яких є достовірна різниця. Якщо ***$F_{факт} < F_{теор}$***, то достовірних різниць між середніми арифметичними немає.

Буває, що ***$F_{факт}$*** лише дещо менший від ***$F_{теор}$*. Дотримуючись вищенаведеного правила, слід робити висновок про те, що достовірних різниць у досліді немає. Однак продовження аналізу часто дає змогу знайти цю різницю хоч між однією парою варіантів. Тому в таких випадках не варто зупинятися лише на розрахунках критерію ***F***, а треба знаходити найменшу істотну різницю (НІР). З цим статистичним показником порівнюють різницю (***d***) між середніми арифметичними. Якщо ***d*** $\geq$ НІР, то між варіантами доведена істотність різниці. Докази ведуть, як правило, на рівнях надійної імовірності $P_{0,95}$ та $P_{0,99}$.

Дисперсійний аналіз є найдосконалішим методом статистичної обробки даних. Його переваги полягають у виділенні із загального варіювання його компонентів, розрахуванні узагальненої помилки всього досліду (***S_x***) на основі більшої кількості спостережень, ніж для індивідуальних помилок окремих пар варіантів у недисперсійних методах. Так, при 5-ти варіантах і 4-х повторностях число ступенів свободи помилки γ_Z становить (5-1)(4-1)=12, у той час як для кожного варіанта досліду окремо воно становить 4-1=3, тобто в 4 рази менше, а для пари варіантів (4-1)+(4+1)=6.

Дисперсійний аналіз досить ефективний для багатофакторних дослідів, оскільки дає змогу визначити достовірність не лише дії факторів окремо, а й їх взаємодії.

Висновок про точність усього досліду роблять наприкінці дисперсійного аналізу на основі числового значення відносної помилки $S_x\%$, яку визначають за формулою

$$S_x\% = \frac{S_x \cdot 100}{\overline{\overline{X_N}}},$$

де $S_x\%$ - узагальнена помилка досліду, $\overline{X_N}$ – середня арифметична всього досліду.

Без обчислення помилки досліду дисперсійний аналіз вважається незакінченим, а висновки неповними.

Основна відміна дисперсійних аналізів полягає у формулах і в переліках тих сум квадратів, що розраховуються:

1) неповна рендомізація - $\boldsymbol{C_У=C_V+C_P+C_Z}$;

2) повна рендомізація - $\boldsymbol{C_У=C_V+C_Z}$;

3) латинський квадрат і латинський прямокутник

$$\boldsymbol{C_У=C_V+C_P+C_Z+C_C};$$

4) двофакторний дослід

$$\boldsymbol{C_У=C_P+C_а+C_в+C_{ав}+C_{ас}+C_{вс}+C_{авс}+C_Z}.$$

<u>Завдання:</u> Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного досліду по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 6.1).

Таблиця 6.1

Урожаї зеленої маси гороху, г/посудину

Номер варіанта	Повторення		
	I	II	III
1	24,3	23,4	25,5
2	23,7	24,3	25,5
3	24,0	24,3	25,5
4	24,0	24,9	25,5
5	24,0	25,2	25,5

<u>Приклад:</u> Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного досліду по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 6.2).

Дози добрив по варіантах: 1 варіант – 0, 2 – 10, 3 – 20, 4 – 30, 5 – 40 г на посудину.

Кожний варіант вивчається в трьох посудинах.

Таблиця 6.2

Урожаї зеленої маси гороху, г/посудину

Номер варіанта	Повторення			Сума за варіантом, $\sum \boldsymbol{V}$	Середня за варіантом, $\boldsymbol{\overline{X}}$
	I	II	III		
1	16,5	17,3	17,5	51,3	17,1
2	18,7	20,4	18,5	57,6	19,2
3	20,7	21,2	19,0	60,9	20,3
4	21,3	23,8	22,1	67,2	22,4
5	23,1	24,3	25,5	72,9	24,3
				$\sum X = 309{,}9$	$\boldsymbol{\overline{X}}_N= =20{,}7$

В однофакторному вегетаційному досліді загальне варіювання результативної ознаки розкладається на два компоненти:

C_y = C_v + C_z, тобто на варіювання варіантів і випадкове варіювання.

Статистичний аналіз даних проводять в три етапи:

1 етап. Складають розрахункову таблицю 6.2, в якій визначають суми і середні по варіантах, загальну суму ($\sum X$) і середнє арифметичне по всьому досліду ($\overline{X}_N = \sum X:N$).

2 етап. Розраховують суми квадратів відхилень по формулах та визначають фактичне значення критерія Фішера $F_{факт}$:

- загальне число спостережень у досліді:

$N = l \cdot n = 5 \cdot 3 = 15$;

- корегуючий фактор (поправка):

$C = (\sum X)^2 : N = (309,9)^2 : 15 = 6402,5;$

- загальна сума квадратів відхилень:

$C_y = \sum X^2 - C = (16,5^2 + 17,3^2 + 17,5^2 + \ldots + 25,5^2) - 6402,5 = 6507,71 - 6402,5 = 105,21;$

- сума квадратів відхилень для варіантів:

$C_v = \sum V^2 : n - C = (51,3^2 + 57,6^2 + 60,9^2 + 67,2^2 + 72,7^2) : 3 - 6402,5 = 19488,51 : 3 - 6402,5 = 93,67;$

- сума квадратів відхилень залишку (помилки):

$C_z = C_y - C_v = 105.21 - 93.67 = 11,54.$

Одержані дані розрахунків заносять до таблиці 6.3, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$).

Таблиця 6.3

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{факт}$	$F_{теор}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	105,21	14	-	-	-	-
Варіантів	93,67	4	23,42	20,3	3,48	5,99
Помилки	11,54	10	1,15			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$\boldsymbol{S_V^2 = C_V : \gamma_V = 93,67:4 = 23,42;\; S_Z^2 = C_Z : \gamma_Z = 11,54:10 = 1,15.}$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$\boldsymbol{F_{факт} = S_V^2 : S_Z^2 = 23,42:1,15 = 20,3.}$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів γ=3 (більша дисперсія) та помилки γ_Z=9 (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,48 і при $P_{0,99}$ – 5,99.

Правило: якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами досліду вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{факт}$=1694,93, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,48 і 5,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап.

Для оцінки конкретних різниць розраховують:

а) помилку досліду ($S_{\overline{X}}$)

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_Z^2 \div n} = \sqrt{0,29 \div 3} = 0,27 .$$

б) помилку різниці S_d

$$S_d = S_{\overline{X}} \cdot 1,41 = 0,27 \cdot 1,41 = 0,381 \text{ ц/га } (1,41=\sqrt{2}).$$

в) найменшу істотну різницю (НІР) в абсолютних і відносних показника:

НІР=$S_d \cdot t_{05}$=2,23 0,88=1,96;

$$HIP\% = \frac{t_{05} \cdot S_d}{\overline{X}} 100 = \frac{2,23 \cdot 0,88}{20,66} 100 = 9,5\%.$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить 2,23.

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 6.4.

Таблиця 6.4

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Номер варіанта	Дози добрив, г/посудину	Середній урожай, $\overline{X}$	Різниця d	
			г/посудину	%
1	-	17,1	-	-
2	10	19,2	2,1	12,28
3	20	20,3	3,2	18,71
4	30	22,4	5,3	30,99
5	40	24,3	7,2	42,1
$НІР_{05}$		-	1,96	9,5

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА**: ***якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні***.

Висновок: внесення добрив в дозах 10, 20, 30, 40 г/посудину істотно підвищує врожайність зеленої маси гороху (у всіх варіантах різниця з контролем – d більше НІР).

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 7

Тема: **Дисперсійний аналіз двофакторного вегетаційного досліду**

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного досліду по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 7.1).

Таблиця 7.1

Урожаї зеленої маси гороху, г/посудину

Номер варіанта	Повторення		
	I	II	III
1	24,3	23,4	25,5
2	23,7	24,3	25,5
3	24,0	24,3	25,5
4	24,0	24,9	25,5
5	24,0	25,2	25,5

Приклад: Виконати дисперсійний аналіз даних однофакторного вегетаційного досліду по вивченню дії добрив на урожай зеленої маси гороху (таблиця 7.2).

Таблиця 7.2

Урожаї зеленої маси гороху, г/посудину

Номер варіанта	Повторення			Сума за варіантом, $\sum V$	Середня за варіантом, $\overline{X}$
	I	II	III		
1	16,5	17,3	17,5	51,3	17,1
2	18,7	20,4	18,5	57,6	19,2
3	20,7	21,2	19,0	60,9	20,3
4	21,3	23,8	22,1	67,2	22,4
5	23,1	24,3	25,5	72,9	24,3
				$\sum X = 309,9$	$\overline{X}_N = 20,7$

Дози добрив по варіантах: 1 варіант – 0, 2 – 10, 3 – 20, 4 – 30, 5 – 40 г на посудину. Кожний варіант вивчається в трьох посудинах.

В однофакторному вегетаційному досліді загальне варіювання результативної ознаки розкладається на два компоненти:

$\mathbf{C_y = C_v + C_z}$, тобто на варіювання варіантів і випадкове варіювання.

Статистичний аналіз даних проводять в три етапи:

1 етап. Складають розрахункову таблицю 7.2, в якій визначають суми і середні по варіантах, загальну суму ($\sum X$) і середнє арифметичне по всьому досліду ($\overline{X}_N = \sum X:N$).

2 етап. Розраховують суми квадратів відхилень по формулах та визначають фактичне значення критерія Фішера $F_{факт}$:

- загальне число спостережень у досліді: $N = l \cdot n = 5 \cdot 3 = 15$;

- корегуючий фактор (поправка):

$C = (\sum X)^2 : N = (309{,}9)^2 : 15 = 6402{,}5$;

- загальна сума квадратів відхилень:

$C_y = \sum X^2 - C = (16{,}5^2 + 17{,}3^2 + 17{,}5^2 + \ldots + 25{,}5^2) - 6402{,}5 = 6507{,}71 - 6402{,}5 = 105{,}21$;

- сума квадратів відхилень для варіантів:

$C_v = \sum V^2 : N = (51{,}3^2 + 57{,}6^2 + 60{,}9^2 + 67{,}2^2 + 72{,}7^2) : 3 - 6402{,}5 = 19488{,}51 : 3 - 6402{,}5 = 93{,}67$;

- сума квадратів відхилень залишку (помилки):

$C_z = C_y - C_v = 105{,}21 - 93{,}67 = 11{,}54$.

Одержані дані розрахунків заносять до таблиці 7.3, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$).

Таблиця 7.3

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{факт}$	$F_{теор}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	105,21	14	-	-	-	-
Варіантів	93,67	4	23,42	20,3	3,48	5,99
Помилки	11,54	10	1,15			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S_V^2 = C_V : \gamma_V = 93{,}67:4 = 23{,}42; \quad S_Z^2 = C_Z : \gamma_Z = 11{,}54:10 = 1{,}15.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$$F_{факт} = S_V^2 : S_Z^2 = 23{,}42:1{,}15 = 20{,}3.$$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів γ=3 (більша дисперсія) та помилки γ_Z=9 (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,48 і при $P_{0,99}$ – 5,99.

Правило: якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами досліду вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{факт}$=1694,93, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$Є, що становлять відповідно 3,86 і 6,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап. Для оцінки конкретних різниць розраховують:

а) помилку досліду ($S_{\overline{X}}$ **)**

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_Z^2 \div n} = \sqrt{0,29 \div 4} = 0,27 .$$

б) помилку різниці S_d

$$S_d = S_{\overline{X}} \cdot 1,41 = 0,27 \cdot 1,41 = 0,381 \text{ ц/га } (1,41=\sqrt{2}).$$

в) найменшу істотну різницю (НІР) в абсолютних і відносних показника:

$НІР=S_d{\cdot}t_{05}=2,23\ 0,88=1,96;$

$$НІР\% = \frac{t_{05} \cdot S_d}{\overline{X}} 100 = \frac{2,23 \cdot 0,88}{20,66} 100 = 9,5\% .$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить 2,23. Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 7.4.

Таблиця 7.4

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Номер варіанта	Дози добрив, г/посудину	Середній урожай, $\overline{X}$	Різниця d	
			г/посудину	%
1	-	17,1	-	-
2	10	19,2	2,1	12,28
3	20	20,3	3,2	18,71
4	30	22,4	5,3	30,99
5	40	24,3	7,2	42,1
$НІР_{05}$		-	1,96	9,5

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА**: ***якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні***.

Висновок: внесення добрив в дозах 10, 20, 30, 40 г/посудину істотно підвищує врожайність зеленої маси гороху (у всіх варіантах різниця з контролем – d більше НІР).

ПРАКТИЧНА РОБОТА №8

Тема: Дисперсійний аналіз однофакторного польового досліду

<u>Завдання:</u> Виконати дисперсійний аналіз одно факторного польового досліду. Виконується на базі даних про врожайність озимої пшениці після різних попередників, які наведені в таблиці 8.1.

Таблиця 8.1

Урожайність озимої пшениці після різних попередників, ц/га

Номер варіанта	Попередник	Повторення			
		I	II	III	IV
1	Багаторічні трави на один укіс	49,2	51,3	53,2	53,4
2	Вико-вівсяна сумішка	46,2	48,1	49,1	51,4
3	Горох	44,8	47,0	47,1	49,2
4	Кукурудза на силос	25,0	27,4	27,6	29,6

<u>Приклад:</u>Дисперсійний аналіз виконується на базі даних про врожайність озимої пшениці після різних попередників в 3 етапи.

1 етап.

Таблиця 8.2

Урожайність озимої пшениці після різних попередників, ц/га

Номер варіанта	Попередник	Повторення				Сума за варіантом, $\sum V$	Середня за варіантом, $\overline{X}$
		I	II	III	IV		
1	Багаторічні трави на один укіс	49,2	51,3	53,2	53,4	207,1	51,8
2	Вико-вівсяна сумішка	46,2	48,1	49,1	51,4	194,8	48,7
3	Горох	44,8	47,0	47,1	49,2	188,1	47,0
4	Кукурудза на силос	25,0	27,4	27,6	29,6	109,6	27,4
Сума за повторенням, $\sum P$	-	165,2	173,8	177,0	183,6	$\sum X = \sum\sum P = \sum\sum V = 69$	$\overline{X}_N = 43,7$

2 етап.

Вибирають довільний початок, значення якого має бути цілим числом, близьким до загальної середньої (***A***=44) і складають таблицю 8.3 відхилень поділяночних урожаїв від довільного початку (***X-A***) та визначають суми відхилень за варіантами ($\sum V_A$), повтореннями ($\sum P_A$) і суму сум за варіантами і повтореннями(***L***).

Таблиця 8.3

Відхилення дат від довільного початку (X-A)

Номер варіанта	Повторення				$\sum V_A$
	I	II	III	IV	
1	5,2	7,3	9,2	9,4	31,1
2	2,2	4,1	5,1	7,4	18,8
3	0,8	3,0	3,1	6,2	13,1
4	-19,0	-16,6	-16,4	-14,4	-66,4
$\sum P_A$	-10,8	-2,2	1,0	8,6	L=-3,4

Всі одержані відхилення та їх суми підносять до квадрата і записують до таблиці 8.4.

Таблиця 8.4

Квадрат відхилень дат від довільного початку

Номер варіанта	Повторення				$(\sum V_A)^2$
	I	II	III	IV	
1	27,04	53,29	84,64	88,36	967,21
2	4,84	16,81	26,01	54,76	353,44
3	0,64	9,0	9,61	38,44	171,61
4	361	275,56	268,96	207,36	4408,96
$(\sum P_A)^2$	116,64	4,84	1,0	73,96	L^2=11,56

Корегуючий фактор $C = \frac{L^2}{N} = \frac{11,56}{16} = 0,72$.

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_Y = \sum (X-A)^2 - C = (27,04 + 53,29 + 84,64 + 88,36 + 4,84 + 16,81 + 26,01 + 54,76 + 0,64 +$$
$$+ 9,0 + 9,61 + +38,44 + 361 + 275,56 + 268,96 + 207,36) - 0,72 = 1526,32 - 0,72 = 1525,6\,.$$

Сума квадратів повторень

$$C_P = (\sum P_A)^2 \div l - C = (116,64 + 4,84 + 1 + 73,96) \div 4 - 0,72 = 196,44 \div 4 - 0,72 = 48,39.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_V = (\sum V_A)^2 \div n - C = (967,21 + 353,44 + 171,61 + 4408,96) \div 4 - 0,72 =$$
$$= 5901,22 \div 4 - 0,72 = 1475,31 - 0,72 = 1474,59.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$$C_Z = C_y - C_P - C_V = 1525{,}59 - 48{,}39 - 1474{,}59 = 2{,}61.$$

Обчислюють число ступенів вільності загального розсіювання (γ_Y), повторень (γ_P), варіантів (γ_V) та помилки (γ_Z):

$$\gamma_Y = N - 1 = 16 - 1 = 15;$$

$$\gamma_P = n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_V = l - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_Z = (l-1)(n-1) = (4-1)(4-1) = 3 \cdot 3 = 9;$$

Одержані дані розрахунків заносять до лівої частини таблиці 8.5, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$)

Таблиця 8.5

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{факт}$	$F_{теор}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	1525,59	15	-	-	-	-
Повторень	48,39	3	-	-	-	-
Варіантів	1474,59	3	491,53	1694,93	3,86	6,99
Помилки	2,61	9	0,29	-	-	-

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$$S_V^2 = C_V : \gamma_V = 1474{,}59 : 3 = 491{,}5;$$

$$S_Z^2 = C_Z : \gamma_Z = 2{,}61 : 9 = 0{,}29.$$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою

$$F_{факт} = S_V^2 : S_Z^2 = 491{,}53 : 0{,}29 = 1694{,}93.$$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів γ=3 (більша дисперсія) та помилки γ_Z=9 (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,86 і при $P_{0,99}$ – 6,99.

Правило: якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами досліду вважається достовірною.

Висновок: у нашому прикладі $F_{факт}$=1694,93, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,86 і 6,99, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап. Далі розраховують **узагальнену помилку досліду ($S_{\overline{X}}$)**

та **помилку різниці S_d** за формулами:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_Z^2 \div n} = \sqrt{0{,}29 \div 4} = 0{,}27;$$

$$S_d = S_{\overline{X}} \cdot 1{,}41 = 0{,}27 \cdot 1{,}41 = 0{,}381 \text{ ц/га } (1{,}41 = \sqrt{2}).$$

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховують, як правило, на двох рівнях надійної імовірності ($P_{0,95}$ і $P_{0,99}$) за такими формулами:

$$\mathbf{НІР_{0,95}=S_d \cdot t_{0.95};}$$

$$\mathbf{НІР_{0,99}=S_d \cdot t_{0.99}.}$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить на рівнях імовірності $P_{0,95}$ і $P_{0,99}$, відповідно 2,26 і 3,25.

Для характеристики істотності приватних різниць і точності досліду розраховують:

- **найменшу істотну різницю:**

$НІР_{0,95}=Sd \cdot t_{0.95}$ 0,381·2,26=0,86 ц/га;

$НІР_{0,99}=Sd \cdot t_{0.99}$=0,381·3,25=1,24 ц/га;

- **відносну помилку всього досліду**

$$S_{\overline{X}}\% = \frac{S_{\overline{X}} \cdot 100}{\overline{X_N}} = \frac{0{,}27 \cdot 100}{43{,}7} = 0{,}62\%;$$

- **точність досліду**

Т%=100-0,62=99,32%.

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 8.6.

Таблиця 8.6

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Номер варіанта	Попередник	$\overline{X}$	Різниця d	НІР 0,95	НІР 0,99	$S_{\overline{X}}\%$	Т%
1	Багаторічні трави на один укіс	51,8	-	-	-	-	-
2	Виковівсяна сумішка	48,7	-3,1	0,86	1,24	0,62	99,36
3	Горох	47,0	-4,8				
4	Кукурудза на силос	27,4	-24,4				

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР на обох рівнях надійної імовірності, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА**: ***якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні***.

Висновки:

- оскільки критерій Фішера фактичний становить 1694,93, що значно більше за $F_{0,95}$ (3,86) і $F_{0,99}$(6,99), то різниця між усіма окремими варіантами досліду достовірна на обох рівнях надійної імовірності;
- точність обчислення середніх арифметичних висока, тому що значення $S_{\bar{X}}\%$ не перевищує 3 %;
- зниження врожайності в другому варіанті проти контролю істотне, тому що різниця між середніми цих варіантів більша від НІР на обох рівнях імовірності, у третьому і четвертому варіантах зниження врожайності тим більш істотне на обох рівнях імовірності.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №9

Тема: Дисперсійний аналіз двофакторного польового досліду

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз двофакторного польового досліду з вивченням глибини оранки та норм азоту під озиму пшеницю (табл. 9.1).

Таблиця 9.1

Урожайність озимої пшениці за різних глибин обробітку ґрунту та норм внесення азоту, ц/га

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність			
		I	II	III	IV
20-22	N_{30}	46,3	45,4	53,0	51,1
	N_{60}	50,2	53,7	51,8	56,7
	N_{90}	61,4	55,2	62,5	58,2
10-12	N_{30}	51,9	55,2	55,9	55,5
	N_{60}	53,6	58,8	57,1	58,2
	N_{90}	63,7	62,9	66,6	65,1

***Приклад*:** Виконати дисперсійний аналіз двофакторного польового досліду з вивченням глибини оранки та норм азоту під озиму пшеницю (табл. 9.2). Статистичну обробку даних двофакторного польового досліду проводять методом дисперсійного аналізу поетапно.

1 етап.

Таблиця 9.2

Урожайність озимої пшениці за різних глибин обробітку грунту та норм внесення азоту, ц/га

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Сума за варіантом $\sum V$	Серед-ня за варіант $\overline{X}$
		I	II	III	IV		
20-22	N_{30}	48,1	46,3	54,0	52,7	201,1	50,3
	N_{60}	50,6	54,2	52,4	58,8	216,0	54,0
	N_{90}	61,0	55,3	62,8	58,4	237,5	59,4
10-12	N_{30}	52,6	55,3	56,7	54,9	219,58	54,9
	N_{60}	54,2	59,1	57,4	57,8	228,5	57,1
	N_{90}	64,0	62,2	66,1	65,4	257,7	64,4
Сума за повторення, $\sum P$		330,5	332,4	349,4	348,0	$\sum X$= 1360,3	$\overline{X}_N$ = 56,7

2 етап.

За довільний початок приймаємо А=57 і підраховуємо відхилення дат від нього (таблиця 9.3).

Таблиця 9.3

Відхилення дат від довільного початку (Х-А)

Глибина оранки (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Сума за варіантом, $\sum V$
		I	II	III	IV	
20-22	N_{30}	-8,9	-10,7	-3,0	-4,3	-26,9
	N_{60}	-6,4	-2,8	-4,6	1,8	-12,0
	N_{90}	4,0	-1,7	5,8	1,4	9,5
10-12	N_{30}	-4,4	-1,7	-0,3	-2,1	-8,5
	N_{60}	-2,8	2,1	0,4	0,8	0,5
	N_{90}	7,0	5,2	9,1	8,4	29,7
Сума за повторення, $\sum P$		-11,5	-9,6	7,4	6,0	L=-7,7

Далі розраховують квадрати відхилень дат від довільного початку (таблиця 9.4).

Таблиця 9.4

Квадрати відхилень дат від довільного початку (Х-А)^2

Глибина оранки, см (фактор А)	Норма азоту (фактор В)	Повторність				Квадрат суми за варіантом, $(\sum V)^2$
		I	II	III	IV	
20-22	N_{30}	79,21	114,49	9,00	18,49	723,61
	N_{60}	40,96	7,84	21,16	3,24	144,00
	N_{90}	16,00	2,89	33,64	1,96	90,25
10-12	N_{30}	19,36	2,89	0,09	4,41	72,25
	N_{60}	7,84	4,41	0,16	0,64	0,25
	N_{90}	49,00	27,04	82,81	70,56	882,09
Квадрат суми за повторення, $(\sum P)^2$		132,25	92,16	54,76	36,00	L^2=59,29

Кількість варіантів $\boldsymbol{l = l_A \cdot l_B = 2 \cdot 3 = 6}$.

Загальне число дат (спостережень) $N = l \cdot n = 6 \cdot 4 = 24$.

Корегуючий фактор

$C = L^2 \div N = 59{,}29 \div 24 = 2{,}47$.

Загальне розсіювання

$$C_Y = \sum (X - A)^2 - C = (79{,}21 + 114{,}49 + ... + 82{,}81 + 70{,}56) - 2{,}47 =$$
$$= 618{,}09 - 2{,}47 = 615{,}62.$$

Регулювання повторень

$$C_P = (\sum P)^2 \div l - C = (132{,}25 + 92{,}16 + 54{,}76 + 36{,}00) \div 6 - 2{,}47 =$$
$$= 315{,}17 \div 6 - 2{,}47 = 50{,}06.$$

Розсіювання варіантів

$$C_V = (\sum V)^2 \div n - C = (723{,}25 + 144{,}00 + 90{,}25 + 72{,}25 + 0{,}25 + 882{,}09) \div$$
$$\div 4 - 2{,}47 = 457{,}64.$$

Випадкове розсіювання (помилка)

$$C_Z = C_y - C_P - C_V = 615{,}62 - 50{,}06 - 475{,}64 = 89{,}92.$$

3 етап. На цьому етапі статистичної обробки даних двофакторного досліду визначають так звані головні ефекти факторів, що вивчаються, і їх взаємодію.

Щоб мати уявлення про ефективність кожного фактора, необхідно попередньо скласти таблицю 9.5 про суму квадратів, яку беруть з таблиці 9.4.

Таблиця 9.5

Таблиця для обчислення дії і взаємодії факторів

Глибина оранки, см (фактор А)	Норма азоту (фактор В)			$\sum A^2$
	N_{30}	N_{60}	N_{90}	
20-22	723,61	144,00	9,025	957,86
10-12	72,25	0,25	882,09	954,59
$\sum B^2$	795,86	144,25	972,34	$\sum X^2 = 1912{,}45$

Розсіювання за фактором А

$$C_A = \sum A^2 \div (l_B \cdot n) - C = (957{,}86 + 954{,}59) \div (3 \cdot 4) - 2{,}47 = 156{,}9.$$

Розсіювання за фактором В

$$C_B = \sum B^2 \div (l_A \cdot n) - C = (795{,}86 + 144{,}25 + 972{,}34) \div (2 \cdot 4) - 2{,}47 = 236{,}59.$$

Розсіювання за взаємодією факторів АВ

$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 475{,}64 - 156{,}9 - 236{,}59 = 82{,}15$.

Число ступенів вільності всіх розсіювань:

$\gamma_Y=N-1=24-1=23;\ \gamma_A=l_A-1=2-1=1;\ \gamma_B=l_B-1=3-1=2;$

$\gamma_P=n-1=4-1=3;\ \gamma_{AB}=(l_A-1)(l_B-1)=(2-1)((3-1)=2;$

$\gamma_Z=\gamma_Y-\gamma_P-\gamma_A-\gamma_B-\gamma_{AB}=23-3-1-2-2=15.$

Після цього складають таблицю 9.6 про результати дисперсійного аналізу, попередньо розрахувавши дисперсії і критерії Фішера.

Таблиця 9.6

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	γ	S^2	$F_{факт}$	$F_{теор}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	615,62	23	-	-	-	-
Повторень	50,06	3	-	-	-	-
Фактор А	156,9	1	156,90	26,19	4,54	8,68
Фактор В	236,59	2	118,30	19,75	3,60	6,36
Взаємодії АВ	82,15	2	41,07	6,86	3,6	6,36
Помилки	89,92	15	5,99	-	-	-

Дисперсії окремо для факторів А і В та їх взаємодії:

$$S_A^2 = C_A \div \gamma_A = 156,9 \div 1 = 156,9;$$

$$S_B^2 = C_B \div \gamma_B = 236,59 \div 2 = 118,30;$$

$$S_{AB}^2 = C_{AB} \div \gamma_{AB} = 82,15 \div 2 = 41,07;$$

$$S_Z^2 = C_Z \div \gamma_Z = 89,92 \div 15 = 5,99.$$

Критерії Фішера фактичні:

$$F_A = S_A^2 \div S_Z^2 = 156,9 \div 5,99 = 26,19;$$

$$F_B = S_B^2 \div S_Z^2 = 118,30 \div 5,99 = 19,75;$$

$$F_{AB} = S_{AB}^2 \div S_Z^2 = 41,07 \div 5,99 = 6,86.$$

Оскільки критерії Фішера фактичні F_A, F_B, F_{AB} становлять відповідно 26,19; 19,75 та 6,86, що значно більше за теоретичні критерії на обох рівнях імовірності, то глибини оранки та норми азоту достовірно впливають на врожайність озимої пшениці.

4 етап.

Щоб встановити, між якими середніми існує істотна різниця, розраховують:

- **узагальнену помилку для всього досліду**

$$S_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{S_Z^2}{n}} = \sqrt{\frac{5,99}{4}} = 1,22.$$

- **узагальнену помилку для фактора А**

$$\boldsymbol{S_A = \sqrt{S_Z^2 \div (l_B \cdot n)} = \sqrt{5,99 \div (3 \cdot 4)} = 0,71.}$$

- **узагальнену помилку для фактора В**

$$S_в = \sqrt{S_Z^2 \div (l_A \cdot n)} = \sqrt{5,99 \div (2 \cdot 4)} = 0,86.$$

- **помилку різниці для всього досліду**

$$S_d = S_{\bar{x}} \cdot 1,41 = 1,22 \cdot 1,41 = 1,72 \text{ ц}$$

- **помилку різниці для фактора А**

$$S_{dA} = S_A \cdot 1,41 = 0,71 \cdot 1,41 = 1,0 \text{ ц}$$

- **помилку різниці для фактора В**

$$\boldsymbol{S_{dB} = S_{\hat{A}} \cdot 1,41 = 0,86 \cdot 1,41 = 1,21} \text{ ц}$$

Далі розраховують найменші істотні різниці (НІР):

- **всього досліду**

$$HIP_{0,95} = S_d \cdot t_{0,95} = 1,72 \cdot 2,13 = 3,66 \approx 3,7 ц / га,$$

$$HIP_{0,99} = S_d \cdot t_{0,99} = 1,72 \cdot 2,95 = 5,07 \approx 5,1 ц / га.$$

- **фактора А**

$$HIP_{0,95} = S_{dA} \cdot t_{0,95} = 1 \cdot 2,13 = 2,13 \approx 2,1 ц / га,$$

$$HIP_{0,99} = S_{dA} \cdot t_{0,99} = 1 \cdot 2,95 = 2,95 \approx 3,0 ц / га.$$

- **фактора В**

$$HIP_{0,95} = S_{dB} \cdot t_{0,95} = 1,21 \cdot 2,13 = 2,58 \approx 2,6 ц / га,$$

$$HIP_{0,99} = S_{dB} \cdot t_{0,99} = 1,21 \cdot 2,95 = 3,57 \approx 3,6 ц / га.$$

Відносна помилка всього досліду

$$S_{\overline{X}}\% = \frac{S_{\overline{X}} \cdot 100}{\overline{X}_N} = \frac{1,22 \cdot 100}{56,7} = 2,15\% .$$

Низька відносна помилка свідчить про високу точність проведення досліджень. Точність досліду Т=100-2,15=97,85%. Після наведених розрахунків, складають підсумкову таблицю 9.7, на основі якої роблять висновки про вплив факторів А (глибини оранки), В (норми азоту) та їх взаємодії АВ на врожайність пшениці озимої.

Таблиця 9.7

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу даних двофакторного досліду

<table>
<tr><th rowspan="2">Глибина оранки, см (фактор A)</th><th rowspan="2">Дози азоту (фактор B)</th><th rowspan="2">$\overline{X}$</th><th colspan="2">Різниця за фактором</th><th colspan="2">НІР</th><th rowspan="2">$S_{\overline{X}}$%</th><th rowspan="2">T%</th></tr>
<tr><th>A</th><th>B</th><th>0,95</th><th>0,99</th></tr>
<tr><td rowspan="3">20-22</td><td>N_{30}</td><td>50,3</td><td></td><td></td><td rowspan="8">3,7</td><td rowspan="8">5,1</td><td rowspan="8">2,15</td><td rowspan="8">97,85</td></tr>
<tr><td>N_{60}</td><td>54,0</td><td></td><td>3,7</td></tr>
<tr><td>N_{90}</td><td>59,4</td><td></td><td>9,1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">10-12</td><td>N_{30}</td><td>54,9</td><td>4,6</td><td></td></tr>
<tr><td>N_{60}</td><td>57,1</td><td>3,1</td><td>2,2</td></tr>
<tr><td>N_{90}</td><td>64,4</td><td>5,0</td><td>9,5</td></tr>
<tr><td colspan="3">$НІР_{0,95}$ за факторами</td><td>2,1</td><td>2,6</td></tr>
<tr><td colspan="3">$НІР_{0,99}$ за факторами</td><td>3,0</td><td>3,6</td></tr>
</table>

Висновки

За фактором А – використання оранки на глибину 10-12 см замість оранки на 20 - 22 см діє істотний приріст урожаю озимої пшениці на всіх фонах удобрення.

За фактором В – на фоні глибокої оранки істотний приріст урожаю на обох рівнях надійної імовірності забезпечує внесення обох підвищених норм азоту, а на фоні мільчої оранки – лише внесення N_{90}.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 10

Тема: Дисперсійний аналіз досліду, проведеного методом латинського квадрату

Завдання: виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського квадрату 5×5 в досліді з ячменем (табл.10.1).

Таблиця 10.1

Схема розміщення досліду і урожаї ячменю

Ряди	Стовпчики				
	1	2	3	4	5
1	34,2D	32,3C	33,4A	32,6B	34,6E
2	41,5B	34,9A	39,8E	36,8C	38,4D
3	34,6E	28,8B	38,1D	32,5A	36,3C
4	35,2A	34,2D	37,6C	40,2E	34,7B
5	32,7C	33,5E	27,8B	33,3D	32,5A

Приклад: виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського квадрату 5×5 в досліді з ячменем.

1 етап. Складаємо розрахункову таблицю 10.2.

Таблиця 10.2

Схема розміщення досліду і урожаї ячменю

Ряди	Стовпчики					Суми по		Середні по варіантам
	1	2	3	4	5	ря-дам P	варіан-там V	
1	35,3D	31,1C	32,6A	33,4B	33,8E	166,2	163,5A	32,7
2	40,8B	33,7A	39,3E	37,7C	37,3D	188,8	162,2B	32,44
3	35,8E	27,7B	37,2D	31,8A	35,8C	168,3	173,7C	34,74
4	34,2A	35,3D	36,9C	40E	33,9B	180,3	178,8D	35,76
5	32,2C	33,7E	26,4B	33,7D	31,2A	157,2	182,6E	35,52
Сума по стовпчикам, ∑C	178,3	161,5	172,4	176,6	172	∑X = 860,8		$\bar{X}$ = 34,43

Латинськими буквами позначені варіанти.

2 етап. Вибирають довільний початок, значення якого має бути цілим числом, близьким до загальної середньої (***A***=35) і складають таблицю 10.3 відхилень поділяночних урожаїв від довільного початку (***X-A***) та визначають суми відхилень за варіантами ($\sum V_A$), рядами ($\sum P_A$), стовпчиками ($\sum C_A$) і суму сум за варіантами, рядами і стовпчиками (***L***).

Перевіряють правильність розрахунків по рівності

$\sum P=\sum C=\sum V=L=-14,2$

Таблиця 10.3

Відхилення дат від довільного початку (X-A)

Ряди	Стовпчики					Суми по	
	1	2	3	4	5	$\sum P_A$	$\sum V_A$
1	0,3D	-3,9C	-2,4A	-1,6B	-1,2E	-8,8	-11,5A
2	5,8B	-1,3A	4,3E	2,7C	2,3D	13,8	-12,8B
3	0,8E	-7,3B	2,2D	-3,2A	0,8C	-6,7	-1,3C
4	-0,8A	0,3D	1,9C	5E	-1,1B	5,3	3,8D
5	-2,8C	-1,3E	-8,6B	-1,3D	-3,8A	-17,8	7,6E
$\sum C_A$	3,3	-13,5	-2,6	1,6	-3	L=-14,2	

Всі одержані відхилення та їх суми підносять до квадрата і записують до таблиці 10.4.

Таблиця 10.4

Квадрат відхилень дат від довільного початку

Ряди	Стовпчики					Суми по	
	1	2	3	4	5	$(\sum P_A)^2$	$(\sum V_A)^2$
1	0,09 D	15,21C	5,76A	2,56B	1,44E	77,44	132,25A
2	33,64B	1,69A	18,49E	7,29C	5,29D	190,44	163,84B
3	0,64E	53,29B	4,84D	10,24A	0,64C	44,89	1,69C
4	0,64A	0,09D	3,61C	25E	1,21B	28,09	14,44D
5	7,84C	1,69E	73,96B	1,69D	14,44A	316,84	57,76E
$(\sum C_A)^2$	10,89	182,25	6,16	2,56	9	L^2=201,64	

Загальне число дат (спостережень) $N=n\cdot n=5\cdot 5=25$.

Корегуючий фактор $C=\dfrac{L^2}{N}=\dfrac{201,64}{25}=8,07.$

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_Y=\sum(X-A)^2-C=(0,09+15,21+5,76+2,56+...+14,44)-8,07=291,28-8,07=283,21.$$

Сума квадратів відхилень стовпчиків

$$C_c=(\sum C_A)^2\div n-C=(10,89+182,25+6,76+2,56+9)\div 5-8,07=211,46\div 5-8,07=34,22.$$

Сума квадратів відхилень рядів

$$C_p=(\sum P_A)^2\div n-C=(77,44+190,44+44,89+28,09+316,84)\div 5-8,07=$$

$$=657,7\div 5-8,07=123,47.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_{\text{v}}=(\sum V_A)^2\div n-C=(132,25+163,84+1,69+14,44+57,76)\div 5-8,07=$$

$$=369,98\div 5-8,07=65,93.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$C_Z = C_y - C_P - C_V = 283{,}21 - 34{,}22 - 123{,}47 - 65{,}93 = 59{,}59.$

Обчислють число ступенів вільності загального розсіювання (γ_Y), рядів (γ_P), варіантів (γ_V), стовпчиків (γ_c) та помилки (γ_Z):

$$\gamma_Y = N - 1 = 25 - 1 = 24;$$
$$\gamma_P = n - 1 = 5 - 1 = 4;$$
$$\gamma_V = n - 1 = 5 - 1 = 4;$$
$$\gamma_c = n - 1 = 5 - 1 = 4;$$
$$\gamma_Z = \gamma_Y - \gamma_P - \gamma_V - \gamma_c = 24 - 4 - 4 - 4 = 12.$$

Одержані дані розрахунків заносять до лівої частини таблиці 10.5, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$).

Таблиця 10.5

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{факт}$	$F_{теор}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	283,21	24	-	-	-	-
Стовпців	34,22	4	-	-	-	-
Рядів	123,47	4	-	-	-	-
Варіантів	65,93	4	16,48	3,32	3,26	5,41
Помилки	59,59	12	4,97			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$S_V^2 = C_V : \gamma_V = 65{,}93:4 = 16{,}48$;

$S_Z^2 = C_Z : \gamma_Z = 59{,}59:12 = 4{,}97.$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$F_{факт} = S_V^2 : S_Z^2 = 16{,}48:4{,}97 = 3{,}32.$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів γ=4 (більша дисперсія) та помилки γ_Z=12 (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,26 і при $P_{0,99}$ – 5,41. Якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами досліду вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{факт}$=3,32, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 3,26 і 5,41, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап.

Далі розраховують **узагальнену помилку досліду ($S_{\overline{X}}$)** та **помилку різниці S_d** за формулами:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_Z^2 \div n} = \sqrt{4.97 \div 5} = 0.99\ ;$$

$$\boldsymbol{S_d = S_{\overline{X}} \cdot 1{,}41 = 0{,}99 \cdot 1{,}41 = 1{,}4}$$ ц/га (*1,41*=√*2*).

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховують, як правило, на двох рівнях надійної імовірності ($P_{0,95}$ і $P_{0,99}$) за такими формулами:

$$\boldsymbol{НІР_{0,95}=S_d \cdot t_{0.95};}$$
$$\boldsymbol{НІР_{0,99}=S_d \cdot t_{0.99}.}$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить на рівнях імовірності $P_{0,95}$ і $P_{0,99}$, відповідно 2,18 і 3,06.

$НІР_{0,95}=Sd \cdot t_{0.95}$ =1,4·2,18=3,06 ц/га;

$НІР_{0,99}=Sd \cdot t_{0.99}$=1,4·3,06=4,28 ц/га.

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 10.6.

Таблиця 10.6

Підсумкова таблиця дисперсійного аналізу

Варіанти (сорти)	Урожай, ц/га	Різниця з стандартом, ц/га
A (St)	32,7	-
B	32,4	-0,3
C	34,7	2,0
D	35,8	3,1
E	36,5	3,8
НІР	-	3,06

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР на обох рівнях надійної імовірності, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА**: ***якщо різниці більші за значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні***.

Висновок: у варіанті В зниження врожаю неістотне порівняно з стандартом, у варіанті С підвищення врожаю неістотне, а у варіанті D і С підвищення врожаю істотне порівняно з стандартом.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 11

Тема: Дисперсійний аналіз досліду, проведеного методом латинського прямокутника

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського прямокутника4×4×2 в досліді з кукурудзою на зелену масу (табл. 11.1).

Таблиця 11.1

Схема розміщення досліду і урожаї зеленої маси кукурудзи

Ряди	Стовпчики			
	1	2	3	4
1	48,4E	63,9G	35,9B	50,6D
	43,5A	65,5C	46,8F	60,7H
2	65,1G	42,8E	54,5D	34,8B
	67,2C	42,2A	54,8H	35,2F
3	40,8F	51,3H	41,2E	51,8G
	40,8B	48,8D	36,7A	60,5C
4	54,2H	45,4F	52,5G	31,6E
	62,7D	36,9B	59,4C	45,6A

Приклад: Виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського прямокутника4×4×2 в досліді з кукурудзою на зелену масу.

1 етап. Необхідно розрахувати суми по стовпчикам С, рядам Р, варіантам V і загальну суму всіх врожаїв ∑Х. Суми врожаїв по варіантам розраховують сумуванням всіх врожаїв для відповідного варіанту. Перевіряють правильність розрахунків ∑Р=∑С=∑Х.

Таблиця 11.2

Схема розміщення досліду і урожаї зеленої маси кукурудзи

Ряди	Стовпчики				Суми по		Середні по варіантам
	1	2	3	4	рядам Р	варіантам V	
1	49E	64G	35B	50D	413	167A	41,8A
	43A	65C	47F	60H		147B	36,8B
2	64G	42E	55D	35B	393	250C	62,5C
	66C	42A	54H	35F		215D	53,8D
3	40F	50H	40E	51G	365	161E	40,2E
	40B	48D	36A	60C		167F	41,8F
4	53H	45F	53G	30E	385	232G	58,0G
	62D	37B	59C	46A		217H	54,2H
Сума по стовпчикам, ∑С	417	393	379	367	∑X = 1556		$\bar{X}$ = 48,6

Латинськими буквами позначені варіанти.

2 етап. Розраховують суми квадратів, записують їх в таблицю дисперсійного аналізу і визначають критерій F.

Загальне число дат (спостережень) $N=l_a \cdot l_b \cdot n=4 \cdot 4 \cdot 2=32$.

Корегуючий фактор $C=(\sum X)^2 : N = (1556)^2 : 32 = 75660,5$.

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_Y = \sum X^2 - C = (49^2 + 64^2 + 35^2 + ... + 46^2) - 75660,5 = 3269,5.$$

Сума квадратів відхилень стовпчиків

$$C_c = \sum C^2 \div 1 - C = (417^2 + 393^2 + 376^2 + 367^2) \div 8 - 75660,5 = 173.$$

Сума квадратів відхилень рядів

$$C_p = \sum P^2 \div 1 - C = (413^2 + 393^2 + 365^2 + 385^2) \div 8 - 75660,5 = 148.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_v = \sum V^2 \div n - C = (167^2 + 147^2 + 250^2 + ... + 217^2) \div 4 - 75660,5 = 2576.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$$C_Z = C_y - C_P - C_c - C_V = 3269,5 - 148,0 - 173,0 - 2576,0 = 372,5.$$

Обчислюють число ступенів вільності загального розсіювання (γ_Y), рядів (γ_P), варіантів (γ_V), стовпчиків (γ_c) та помилки (γ_Z):

$$\gamma_Y = N - 1 = 32 - 1 = 31;$$

$$\gamma_P = n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_V = l - 1 = 8 - 1 = 7;$$

$$\gamma_c = n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$\gamma_Z = \gamma_Y - \gamma_P - \gamma_V - \gamma_c = 31 - 3 - 7 - 3 = 18.$$

Одержані дані розрахунків заносять до лівої частини таблиці 11.3, на основі яких обчислюють дисперсію варіантів (S_V^2), дисперсію помилки (S_Z^2) та критерій Фішера фактичний ($F_{факт}$).

Таблиця 11.3

Результати дисперсійного аналізу

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{факт}$	$F_{теор}$	
					$P_{0,95}$	$P_{0,99}$
Загальне	3269,5	31	-	-	-	-
Стовпців	148,0	3	-	-	-	-
Рядів	173,0	3	-	-	-	-
Варіантів	2576,0	7	368,0	17,78	2,58	3,85
Помилки	372,5	18	20,69			

Дисперсії розраховують за такими формулами:

$\boldsymbol{S_V^2 = C_V : \gamma_V = 2576{,}0:7 = 368{,}0;}$

$\boldsymbol{S_Z^2 = C_Z : \gamma_Z = 372{,}0:18 = 20{,}69.}$

Критерій Фішера фактичний розраховують за формулою:

$\boldsymbol{F_{факт} = S_V^2 : S_Z^2 = 368{,}0:20{,}69 = 17{,}78.}$

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності варіантів $\gamma=4$ (більша дисперсія) та помилки $\gamma_Z=12$ (менша дисперсія). На перетині цих чисел теоретичне значення критерію Фішера становить при $P_{0,95}$ 3,26 і при $P_{0,99}$ – 5,41. Якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами досліду вважається достовірною. У нашому прикладі $F_{факт}=17{,}78$, що значно більше за $F_{0,95}$ і $F_{0,99}$, що становлять відповідно 2,58 і 3,85, свідчить про достовірність цих різниць на обох рівнях надійної імовірності.

3 етап.

Далі розраховують **узагальнену помилку досліду ($S_{\overline{X}}$)** та **помилку різниці S_d** за формулами:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{S_Z^2 \div n} = \sqrt{20{,}69 \div 4} = 2{,}24m;$$

$$S_d = S_{\overline{X}} \cdot 1{,}41 = 2{,}24 \cdot 1{,}41 = 3{,}22m \quad (1{,}41 = \sqrt{2}).$$

Найменшу істотну різницю (НІР) розраховують, як правило, на двох рівнях надійної імовірності ($P_{0,95}$ і $P_{0,99}$) за такими формулами:

$$НІР_{0,95} = S_d \cdot t_{0,95};$$

$$НІР_{0,99} = S_d \cdot t_{0.,99}.$$

Теоретичне значення критерію Стьюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки), яке у нашому випадку становить на рівнях імовірності $P_{0,95}$ і $P_{0,99}$, відповідно 2,10 і 2,88.

$НІР_{0,95} = Sd \cdot t_{0.95} = 3{,}22 \cdot 2{,}10 = 6{,}8$ т/га;

$НІР_{0,99} = Sd \cdot t_{0.99} = 3{,}22 \cdot 2{,}88 = 9{,}27$ т/га.

Одержані дані заносять до підсумкової таблиці 11.4.

Порівнюючи різниці між дослідними варіантами і контролем та різниці між окремими дослідними варіантами із зазначенням НІР на обох рівнях надійної імовірності, роблять висновок про істотність цих різниць, дотримуючись **ПРАВИЛА**: ***якщо різниці більші за***

значення НІР або дорівнюють йому, то ці різниці істотні.

Таблиця 11.4

Урожай зеленої маси кукурудзи (т/га)

Варіанти (сорти)	Урожай, ц/га	Різниця з стандартом, т/га
A (St)	41,8	-
B	36,8	-5,0
C	62,5	20,7
D	53,8	12,0
E	40,2	-1,6
F	41,8	0,0
G	58,0	16,2
H	54,2	12,4
$НІР_{0,95}$	-	6,8
$НІР_{0,99}$		9,27

Висновок: варіанти C, D, і H істотно перевищують стандарт, усі інші варіанти неістотно відрізняються від контролю.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 12

Тема: Дисперсійний аналіз досліду, проведеного методом розщеплених ділянок

Завдання: Виконати дисперсійний аналіз по схемі латинського прямокутника4×4×2 в досліді з кукурудзою на зелену масу.

Таблиця 12.1

Схема розміщення досліду і урожаї зеленої маси кукурудзи

Ряди	Стовпчики			
	1	2	3	4
1	48,4E	63,9G	35,9B	50,6D
	43,5A	65,5C	46,8F	60,7H
2	65,1G	42,8E	54,5D	34,8B
	67,2C	42,2A	54,8H	35,2F
3	40,8F	51,3H	41,2E	51,8G
	40,8B	48,8D	36,7A	60,5C
4	54,2H	45,4F	52,5G	31,6E
	62,7D	36,9B	59,4C	45,6A

Приклад: В досліді з багаторічними травами на ділянках першого порядку (1000 м^2) вивчалась дія вапнування (0 – без вапна, 1 – по вапну), а на ділянках другого порядку (200 м^2) – п'ять доз фосфорних добрив (0 – без фосфору, 1 – 30, 2 – 60, 3 – 90, 4 – 120 кг P_2O_5 на 1 га). Врожаї наведені в таблиці 2. Опрацювати результати досліду методом дисперсійного аналізу.

Дисперсійний аналіз двофакторного досліду з двома градаціями фактору А ($l_а$=2) і п'ятьма градаціями фактору В (($l_в$=5), поставлений методом розщеплених ділянок в чотирьох повторностях (n=4), проводять в п'ять етапів.

1 етап.

Складають розрахункову таблицю 12.2, в якій розраховують суми рядам P, варіантам V, середні по варіантам і загальну суму всіх врожаїв ∑X. Перевіряють правильність розрахунків ∑P=∑V=∑X.

2 етап.

Розраховують суми квадратів і визначають критерій F.

Загальне число дат (спостережень) $N=l_a \cdot l_b \cdot n=2\cdot5\cdot4=40$**;**

Таблиця 12.2

Вплив вапнування і доз фосфору на врожай сіна багаторічних трав (ц з га)

Фактор А	Фактор В	Повторення, X				Суми по варіантам V	Середні по варіантам
		I	II	III	IV		
0	0	22	20	24	26	92	23,0
	1	26	23	26	29	104	26,0
	2	29	28	31	31	119	29,8
	3	31	35	30	31	127	31,8
	4	31	30	32	30	123	30,8
1	0	25	22	28	24	99	24,8
	1	28	29	32	28	117	29,2
	2	29	31	34	36	130	32,5
	3	34	36	37	32	139	34,8
	4	36	40	42	36	154	38,5
Сума по повторенням, ∑P		417	393	379	367	∑X = 1204	$\overline{X}$ = 30,1

Корегуючий фактор $C=(\sum X)^2 : N = (1204)^2 : 40 = 36240{,}2.$

Загальна сума квадратів відхилень

$$C_Y = \sum X^2 - C = (22^2 + 20^2 + 24^2 + ... + 36^2) - 36240{,}2 = 953{,}6.$$

Сума квадратів відхилень повторень

$$C_p = \sum P^2 \div 1_a l_b - C = (291^2 + 294^2 + 316^2 + 303^2) \div 10 - 36240{,}4 = 37{,}8.$$

Сума квадратів відхилень варіантів

$$C_v = \sum V^2 \div n - C = (92^2 + 104^2 + 119^2 + ... + 154^2) \div 4 - 36240{,}4 = 791{,}1.$$

Сума квадратів відхилень залишку

$$C_Z = C_y - C_P - C_V = 953{,}6 - 37{,}8 - 791{,}1 = 124{,}7.$$

3 етап. Визначають суми квадратів для факторів А, В і взаємодії АВ. Для цього складають таблицю 12.3, в яку записують відповідні суми врожаїв по варіантам з таблиці 12.2, знаходять суми і середні по факторам А і В.

Дисперсійний аналіз даних таблиці 12.3 дає: загальне варіювання C_{A+B+AB} (дорівнює воно C_V=791,1), варіювання факторів А і В. Взаємодію АВ знаходимо по різниці:

$$C_{A+B+AB} = (92^2 + 104^2 + 119^2 + ... + 154^2) \div \text{n} - C = 148126 \div 4 - 36240{,}4 = 791{,}1;$$

$$C_A = \sum A^2 \div l_B n - C = (565^2 + 639^2) \div 5 \times 4 - 36240{,}4 = 136{,}9$$

при $(l_A - 1) = (2 - 1) = 1$ ступені свободи;

$$C_B = \sum B^2 \div l_A n - C = (191^2 + 221^2 + 249^2 + 277^2) \div 2 \times 4 - 36240{,}4 = 610{,}6$$

при $(l_B - 1) = (5 - 1) = 4$ ступенях свободи;

$$C_{AB} = C_{A+B+AB} - C_A - C_B = 791{,}1 - 136{,}6 - 610{,}9 = 43{,}6$$

при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(5 - 1) = 4$ ступенях свободи.

Таблиця 12.3

Таблиця для визначення головних ефектів і взаємодій

Фактор А	Фактор В					Суми А	Середні А
	0	1	2	3	4		
0	92	104	119	127	123	565	28,2=A_0
1	99	117	130	139	154	639	32,0=A_1
Суми В	191	221	249	266	277	∑X=1204	
Середні В	23,9=B_0	27,6=B_1	31,1=B_2	33,2=B_3	34,6=B_4	$\overline{X} = 30{,}1$	

4 етап.

В досліді, поставленому методом розщеплених ділянок, є дві помилки: одна для варіантів А, які вивчаються на більш великих ділянках першого порядку (помилка І), і друга для варіантів В і взаємодії АВ (помилка ІІ). Щоб визначити помилки І і ІІ, треба розкласти суму квадратів залишку C_z на складові компоненти: $C_z = C_{z\,I} + C_{z\,II}$. Сума квадратів $C_{z\,I}$ дає можливість оцінити істотність дії вапна (помилка І), а $C_{z\,II}$ ефект фосфору і взаємодії вапнування з фосфором (помилка ІІ). Розкладання C_z проводять так: розраховують суму квадратів для ділянок першого порядку $C_{z\,I}$, а суму квадратів для ділянок другого порядків $C_{z\,II}$ знаходять за різницею.

Щоб визначити помилку І, складають таблицю 12.4, в яку записують суми урожаїв по ділянкам першого порядку (вапнування). Для першої ділянки першого повторення сума дорівнює 22+26+29+31+31=139 (по таблиці 12.2), другого повторення 20+23+28+35+30=136 і т.д. Правильність розрахунків перевіряють ∑P=∑V=∑X.

Таблиця 12.4

Суми врожаїв по ділянкам першого порядку для визначення помилки І

Фактор А	Повторення				Суми А Середні А
	I	II	III	IV	
0	139	136	143	147	565
1	152	158	173	156	639
Суми Р	291	294	316	303	∑X=1204

Таблиця 12.4 дозволяє визначити загальну суму квадратів відхилень $C_{Z\,I}$, значення C_A і C_p, які визначені раніше, суму квадратів для помилки І:

$$C_Y = (139^2 + 136^2 + ... + 156^2) \div l_B - C = 182208 \div 5 - 36240{,}4 = 201{,}2;$$

$$C_{Z^2} = C_{y^2} - C_{\grave{A}} - C_{Đ} = 201{,}2 - 136{,}9 - 37{,}8 = 26{,}5\,;$$

при (l_A-1)(n-1)=(2-1)(4-1)=3 ступенях свободи;

$$C_{Z^2 I} = C_z - C_{Z\,I} = 124{,}7 - 26{,}5 = 98{,}2.$$

Тепер можна скласти таблицю дисперсійного аналізу і визначити істотність дії і взаємодії факторів по F-критерію (таблиця 12.5).

Таблиця 12.5

Результати дисперсійного аналізу двофакторного досліду 2×5, поставленого методом розщеплених ділянок

Розсіювання	Суми квадратів	Ступені вільності γ	Дисперсія, S^2	$F_{факт}$	F_{05}
Загальне	953,6	39	-	-	-
Повторень	37,8	3	-	-	-
Фактору А	136,9	1	136,90	15,50	10,13
Помилка І	26,5	3	8,83	-	-
Фактору В	610,6	4	152,65	37,32	2,78
Взаємодії АВ	43,6	4	10,90	2,66	2,78
Помилки ІІ	98,2	24	4,09	-	-

Для розрахунку дисперсії суми квадратів ділимо на ступені вільності.

Теоретичне значення критерію Фішера знаходять у додатках 3 і 4 за числом ступеня вільності факторів А, В і взаємодії АВ (чисельник) і відповідних їм помилок І або ІІ (знаменник). Якщо критерій Фішера фактичний дорівнює теоретичному або більший від нього, то різниця між усіма чи окремими варіантами досліду вважається достовірною. Ефект вапнування і фосфору доведено ($F_ф > F_{05}$), взаємодія цих факторів неістотна ($F_ф < F_{05}$).

5 етап. Оцінка істотності часткових різниць:

а) **ділянки першого порядку (вапнування):**

$$S^I_{\bar{x}} = \sqrt{S^2_{Z\,I} \div n} = \sqrt{8{,}83 \div 4} = 1{,}49ц;$$

$$S^{I}{}_{d} = S_{\overline{X}} \cdot 1{,}41 = 1{,}49 \cdot 1{,}41 = 2{,}10ц \;\; (1{,}41=\sqrt{2}).$$

$$НІР^{I}{}_{05}=S^{I}{}_{d} \cdot t_{05}=3{,}18 \cdot 2{,}10=6{,}68 \text{ ц}$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять у додатку 1 за числом ступенів вільності залишкового розсіювання (помилки І).

б) **ділянки другого порядку (дози фосфору):**

$$S^{II}{}_{\bar{x}} = \sqrt{S^2_{Z\,II} \div n} = \sqrt{4{,}09 \div 4} = 1{,}00 \text{ ц;}$$

$$S^{II}{}_{d} = S_{\overline{X}} \cdot 1{,}41 = 1{,}00 \cdot 1{,}41 = 1{,}41ц \;\; (1{,}41=\sqrt{2}).$$

$$НІР^{II}{}_{05}=S^{II}{}_{d} \cdot t_{05}=2{,}06 \cdot 1{,}41=2{,}90 \text{ ц}$$

значення t_{05}=2,06, при 24 ступенях свободи для помилки ІІ.

6 етап. Оцінка істотності головних ефектів:

для головного ефекту вапнування А:

$$S_d = \sqrt{\frac{2S^2{}_{II}}{nl_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}83}{4 \cdot 5}} = 0{,}94ц;$$

$$НІР_{05}=S_d \cdot t_{05}=3{,}18 \cdot 0{,}94=2{,}98 \text{ ц;}$$

для головного ефекту фосфору В:

$$S_d = \sqrt{\frac{2S^2{}_{II}}{nl_A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}09}{4 \cdot 2}} = 1{,}00ц;$$

$$НІР_{05}=S_d \cdot t_{05}=2{,}06 \cdot 1{,}00=2{,}06 \text{ ц.}$$

Отримані значення істотної різниці оцінюють: $НІР^{I}{}_{05}$=6,68 ц – значення різниць між середніми по ділянкам першого порядку – ефект вапнування при різних рівнях фосфорного живлення (a_1b_0 – a_0b_0=24,8-23,0=1,8 ц; a_1b_4- a_0b_4=38,5-30,8=7,7 ц і т. д., див. таблицю 12.2);

$НІР^{II}{}_{05}$=2,90 ц - значення різниць між середніми по ділянкам другого порядку – ефект доз фосфору на вапнованому і невапнованому фоні (a_0b_1 – a_0b_0=26,0-23,0=3,0 ц; a_1b_1- a_1b_0=29,2-24,8=4,4 ц і т. д., див. таблицю 12.2);

$НІР_{05}$=2,98 ц – значення середнього (головного) ефекту вапнування А незалежно від доз фосфору (A_1-A_0=32,0-28,2=3,8 ц);

$НІР_{05}$=2,06 ц – значення середнього (головного) ефекту фосфору незалежно від фону (B_1-B_0=27,6-23,9=3,7 ц; B_2-B_1=31,1-27,6=3,5 ц і т. д.).

Результати досліду і статистичної обробки зручно представити у вигляді графіку.

ПРАКТИЧНА РОБОТА №13

Тема: *Кореляційний та регресійний аналіз прямолінійної залежності*

Завдання: Провести аналіз залежності між довжиною 10 окремих листків пшениці озимої та їх площами (табл. 13.1) визначених на основі індивідуальних вимірів.

Таблиця 13.1

Данні для проведення розрахунків

Номери листків (пар)	Довжина листа, см Х	Площа листа, см^2 У
1	16,1	7,4
2	17,3	8,7
3	18,6	10,3
4	20,0	11,2
5	21,3	12,9
6	21,6	13,2
7	21,8	13,7
8	22,0	14,1
9	22,4	14,3
10	22,8	14,8

Приклад: Виконати кореляційний та регресійний аналізи даних таблиці 13.2, в якій наведено результати визначення відносної вологості (Х) та липкості (У) чорнозему.

Таблиця 13.2

Обчислення кореляційної залежності між відносною вологістю та липкістю ґрунту

Номер пари	Вологість, % Х	Липкість, г/см^2 У	Х^2	У^2	ХУ
1	19,9	0,0	396,01	0,00	0,00
2	20,9	0,6	436,81	0,36	12,54
3	26,1	1,1	681,21	1,21	28,71
4	29,4	1,2	864,36	1,44	35,28
5	30,5	1,7	930,25	2,89	51,85
6	40,3	1,7	1624,09	2,89	68,51
7	44,8	2,6	2007,04	6,76	116,48
8	47,8	3,4	2284,84	11,56	162,52
9	55,6	4,2	3091,36	17,64	233,52
10	58,3	5,8	3398,89	33,64	3387,14
11	64,5	6,3	4160,25	39,69	406,35
12	76,6	7,3	5867,56	53,29	559,18
N=12	∑Х=514,7	∑У=35,9	∑Х^2=25742,67	∑У^2=171,37	∑Х·У=2013,08

Кореляційний аналіз:
Визначають шість допоміжних величин:
$n = 12;$

$\overline{X} = \sum X \div n = 514{,}7 \div 12 = 42{,}89\%;$

$\overline{Y} = \sum Y \div n = 35{,}9 \div 12 = 2{,}99 г/см^2.$

$$\sum (X - \overline{x})^2 = \sum X^2 - (\sum X)^2 \div n = 257742{,}67 - 514{,}7^2 \div 12 = 3666{,}33;$$
$$\sum (Y - \overline{y})^2 = \sum Y^2 - (\sum Y)^2 \div n = 171{,}37 - 35{,}9^2 \div 12 = 63{,}97;$$
$$\sum (X - \overline{x})(Y - \overline{y}) = \sum XY - (\sum X \sum Y) \div n = 2013{,}08 - (514{,}7 \cdot 35.9) \div 12 = 473{,}27.$$

Далі визначають:

- **коефіцієнт кореляції *r***

$$r = \frac{\sum (X - \overline{x})(Y - \overline{y})}{\sqrt{\sum (X - \overline{x})^2 \sum (Y - \overline{y})^2}} = \frac{473{,}27}{\sqrt{3666{,}33 \cdot 63{,}97}} = 0{,}977 \approx 0{,}98.$$

- **помилку коефіцієнта кореляції**

$$S_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}98}{12 - 2}} = \sqrt{\frac{0{,}02}{10}} = 0{,}045.$$

- **критерій достовірності коефіцієнта кореляції**

$$\boldsymbol{t_r = \frac{r}{S_r} = \frac{0{,}98}{0{,}045} = 21{,}78.}$$

Теоретичне значення критерію Стюдента знаходять за числом ступенів вільності

$\boldsymbol{\gamma_r = n - 2 = 12 - 2 = 10,}$

$\boldsymbol{t_{0,95} = 2{,}23; \; t_{0,99} = 3{,}17.}$

Про силу зв'язку роблять висновок за таким правилом: якщо коефіцієнт кореляції дорівнює одиниці, то зв'язок - повний; якщо він становить 0,66-0,99, то зв'язок - сильний; якщо він перебуває в межах 0,33-0,66 – середній і якщо коефіцієнт кореляції менший за 0,33, то зв'язок - слабкий.

Оскільки в нашому прикладі r=0,98, то зв'язок між відносною вологістю та липкістю чорнозему сильний.

Про напрям зв'язку висновок роблять за правилом залежно від знака при коефіцієнті кореляції: якщо він плюсовий, то кореляція пряма, а якщо мінусовий, то зворотна.

У нашому прикладі кореляція пряма.

Про достовірність зв'язку висновок роблять за правилом: якщо критерій достовірності коефіцієнта кореляції фактичний більший за теоретичні його значення або дорівнює їм, то зв'язок достовірний.

Висновок: оскільки критерій фактичний (t_r) становить 21,78, що значно більше теоретичних значень $t_{0,95}$ (2,23) і $t_{0,99}$ (3,17), то зв'язок між відносною вологістю чорнозему і його липкістю достовірний на обох рівнях надійної імовірності.

Регресійний аналіз. Його здійснюють за сильного та достовірного зв'язку і будь-якого напряму (прямого чи зворотного). Під регресією розуміють зміну результативної ознаки Y (функції) при певній зміні однієї або декількох факторіальних (аргумента).

Зв'язок між функцією та аргументом виражають рівнянням регресії, що має такий вигляд

$$Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x}),$$

де b_{yx} - коефіцієнт регресії, який визначається за формулою

$$b_{yx} = \frac{\sum(X-\bar{x})(Y-\bar{y})}{\sum(X-\bar{x})^2} = \frac{473,27}{3666,33} = 0,13 \text{ г/см}^3.$$

Отже, в нашому прикладі за зміни відносної вологості чорнозему на 1 % його липкість змінюється на 0,13 г/см^3.

Підготовивши значення коефіцієнта регресії у рівняння регресії, одержимо робоче рівняння за яким, знаючи відносну вологість чорнозему, можна визначити його липкість.

$$y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x}) = 2,99 + 0,13(X - 42,89) = 0,13X - 2,58;$$

таким чином $y = 0,13X - 2,58$.

Розрахуємо липкість чорнозему за відносної вологості його 76,6% (12 пара) $y = 0,13 \cdot 76,6 - 2,58 = 9,96 - 2,58 = 7,38$ г/см^3 , а фактична липкість склала 7,30 г/см^3 . Точність прогнозування липкості чорнозему за його відносною вологістю розраховують за формулою.

Різниця між розрахунковою липкістю і фактичною становить 7,38-7,30=0,08 г/см^3 або $0,08 \cdot 100 \div 7,30 = 1,1$ %, тому точність досліду дорівнюватиме

$$T\% = 100 - 1,1 = 98,9\ \%.$$

Таким чином, точність прогнозування липкості чорнозему за його відносною вологістю є високою.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 14
Тема: Аналіз криволінійної залежності та складання рівнянь регресії для криволінійної залежності

Завдання: На основі дослідних матеріалів залежність урожайності озимої пшениці від норми висіву (Х) за таблицею 14.1 визначити кореляційне відношення та скласти рівняння регресії.

Таблиця 14.1

Данні для проведення розрахунків

№ пар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Норми висіву, млн шт./га Х	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4	4,1	4,2	4,3	4,4
Урожайність, ц/га Y	32	34	38	46	51	55	57	53	50	44

Наявність криволінійного зв'язку можна визначити за графіком, коли за зростання Х спостерігається спочатку зростання Y, а потім його зменшення (або навпаки).

Приклад: На основі дослідних матеріалів залежність урожайності пшениці озимої від норми висіву (Х) за таблицею 14.2 визначити кореляційне відношення та скласти рівняння регресії.

Таблиця 14.2

Урожайність зерна пшениці озимої (Y) залежно від норми висіву (Х)

№ пар	Норми висіву, млн шт./га Х	Урожай-ність, ц/га Y	$\overline{Y}_x$	$y-\overline{y}_x$	$(y-\overline{y}_x)^2$	$y-\overline{y}$	$(y-\overline{y})^2$
1	3,5	32	33	-1	1	-14	196
2	3,6	34		1	1	-12	144
3	3,7	38	42	-4	16	-8	64
4	3,8	46		4	16	0	0
5	3,9	51	53	-2	4	5	25
6	4,0	55		2	4	9	81
7	4,1	57	55	2	4	11	121
8	4,2	53		-2	4	7	49
9	4,3	50	47	3	9	4	16
10	4,4	44		-3	9	-2	4
		$\overline{y}=46$		$\sum(y-\overline{y}_x)$ =0	$\sum(y-\overline{y}_x)^2$ =68	$\sum(y-\overline{y})$ =0	$\sum(y-\overline{y})^2$ =700

Суть розрахунків таблиці 14.2. При 10 варіантах норм висіву їх доцільно розділити на 5 груп і розраховувати середнє значення y_x для кожної групи. Подальші розрахунки зрозумілі, їх суми використовують для обчислення кореляційного відношення.

Аналіз криволінійної залежності. Для визначення аналізу криволінійної залежності користуються не коефіцієнтом кореляції, а кореляційним відношенням η_{xy} або η_{yx}, яке розраховується за формулою

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\sum(y-\overline{y})^2 - (y-y_x)^2}{\sum(y-\overline{y})^2}} = \sqrt{\frac{700-68}{700}} = 0{,}95.$$

***Висновок*:** оскільки кореляційне відношення становить 0,95 і не виходить за межі 0,66-0,99, то між нормами висіву і врожайністю зерна озимої пшениці зв'язок сильний.

Далі розраховують:

- помилку кореляційного відношення

$$S\eta_{yx} = \sqrt{\frac{1-\eta_{yx}}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0{,}95^2}{10-2}} = 0{,}11.$$

- критерій достовірності фактичний

- $t_\eta = \dfrac{\eta_{yx}}{S\eta_{yx}} = \dfrac{0{,}95}{0{,}11} = 8{,}64.$

Критерій Стюдента теоретичний знаходять за числом ступенів вільності

$\gamma\eta = n-2 = 10-2 = 8$**;** $t_{0,95}=2{,}31$; $t_{0,99}=3{,}36$.

Висновок: оскільки критерій Стьюдента фактичний $t_\eta=8{,}64$ більший за $t_{0,95}$ і $t_{0,99}$, то зв'язок достовірний на обох рівнях надійної імовірності.

Складання рівняння регресії для криволінійної залежності. Оскільки у наведеному прикладі зв'язок сильний і достовірний це дає нам підставу складати рівняння регресії. Графічне зображення залежності урожайності зерна озимої пшениці від норми висіву має форму параболи.

Рівняння параболи загалом має вигляд

$$\boldsymbol{y = a + b_1 x + b_2 X^2}.$$

Вона розраховується за формулою

$$y = \overline{y} + \frac{\sum(X-\overline{x})y}{\sum(X-\overline{x})^2}(X-\overline{x}) + \left[\frac{\sum(X-\overline{x})^2 y - nc\overline{y}}{\sum(X-\overline{x})^4 - nc^2}\right]\cdot\left[(X-\overline{x})^2 - c\right],$$

де С – корегуючий фактор, що визначається як $\sum(X-\overline{x})^2 : n$.

Для розрахунків рівняння параболи складають допоміжну таблицю 14.3.

Таблиця 14.3

Розрахунки вихідних даних для складання квадратичної параболи

Норма висіву, млн./га, X	Урожай ц/га, У	$(X-\bar{x})$	$(X-\bar{x})^2$	$(X-\bar{x})^4$	$(X-\bar{x})y$	$(X-\bar{x})^2y$
3,5	32,	-0,45	0,2025	0,0410	-14,4	6,480
3,6	34	-0,35	0,1225	0,0150	-11,9	4,165
3,7	38	-0,25	0,0625	0,0039	-9,5	2,375
3,8	46	-0,15	0,0225	0,0005	-6,9	1,035
3,9	51	-0,05	0,0025	0	-2,55	0,128
4,0	55	0,05	0,0025	0	2,75	0,138
4,1	57	0,15	0,0225	0,0005	8,55	1,283
4,2	53	0,25	0,0625	0,0039	13,25	3,313
4,3	50	0,35	0,1225	0,0150	17,50	6,125
4,4	44	0,45	0,2025	0,0410	19,80	8,910
$\bar{x}$=3,95	$\bar{y}$=46,0	$\sum(X-\bar{x})$=0	$(X-\bar{x})^2$ =0,825	$(X-\bar{x})^4$= 0,1208	$(X-\bar{x})y$= 16,60	$(X-\bar{x})^2y$ =33,95

Корегуючий фактор

$$C=\frac{\sum(X-\bar{x})^2}{n}=\frac{0,825}{10}=0,0825.$$

Далі підставляють значення сум з таблиці 14.3 та корегуючий фактор у вищенаведену формулу для одержання рівняння регресії

$$\bar{y}=46+\frac{16,6}{0,825}(X-3,95)+\left[\frac{33,95-10\cdot0,0825\cdot46}{0,1208-10\cdot0,0825^2}\right]\cdot\left[(X-3,95)^2-0,0825\right]=46+20,1212X-$$

$$-79,4787+\frac{-4}{0,0527}\cdot(X^2-7,9X+15,6025-0,0825)=46+20,1212X-79,4787-75,9X^2+$$

$$+599,61X-1184,2298+6,2618=619,7312X-75,9X^2-1211,4467.$$

Для перевірки точності прогнозування врожайності зерна пшениці озимої за розрахованим рівнянням регресії, підставляємо норму висіву *X=4* млн. шт./га.

$$y=619,7312\cdot4-75,9\cdot4^2-1211,4467=2478,9248-1214,4-12111,4467=$$

$$=53,0781\approx53,1ц/га.$$

Точність прогнозування урожайності зерна озимої пшениці за нормою висіву розраховують за формулою

$$T\% = \frac{53{,}1 \cdot 100}{55} = 96{,}54\% .$$

Отже прогнозування за отриманою формулою точне, що вказує на можливість практичного використання виведеного рівняння.

Додаток 1

Значення критерію t для 5 і 1 % рівня значущості

Число ступенів вільності	Рівень значущості		Число ступенів вільності	Рівень значущості	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,71	63,66	18	2,10	2,88
2	4,30	9,93	19	2,09	2,86
3	3,18	5,84	20	2,09	2,85
4	2,78	4,60	21	2,08	2,83
5	2,57	4,03	22	2,07	2,82
6	2,45	3,71	23	2,07	2,81
7	2,37	3,50	24	2,06	2,80
8	2,31	3,36	25	2,06	2,79
9	2,26	3,25	26	2,06	2,78
10	2,23	3,17	27	2,05	2,77
11	2,20	3,11	28	2,05	2,76
12	2,18	3,06	29	2,05	2,76
13	2,16	3,01	30	2,04	2,75
14	2,15	2,98	50	2,01	2,68
15	2,13	2,95	100	1,98	2,63
16	2,12	2,92	∞	1,96	2,58
17	2,11	2,90			

Додаток 2

Значення критерію τ для 5 і 1 % рівня значущості

n	τ		n	τ	
	0,05	0,01		0,05	0,01
4	0,955	0,991	14	0,395	0,502
5	0,807	0,916	16	0,369	0,472
6	0,689	0,805	18	0,349	0,449
7	0,610	0,740	20	0,334	0,430
8	0,554	0,683	22	0,320	0,414
9	0,512	0,635	24	0,309	0,400
10	0,477	0,597	26	0,299	0,389
11	0,450	0,566	28	0,291	0,378
12	0,428	0,541	30	0,283	0,369

Додаток 3

Значення критерію F на 5 % рівні значущості (імовірності 95 %)

Ступені вільності для меншої дисперсії (знаменника)	Ступені вільності для більшої дисперсії (чисельника)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	249	252	253
2	18,5	19	19,2	19,3	19	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,28	9,12	9	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,74	8,64	8,58	8,56
4	7,71	6,9	6,59	6,39	6,3	6,16	6,09	6,04	6	5,96	5,91	5,77	5,7	5,66
5	6,61	5,8	5,41	5,19	5,1	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,68	4,53	4,44	4,4
6	5,99	5,1	4,76	4,53	4,4	4,27	4,21	4,15	4,1	4,06	4	3,84	3,75	3,71
7	5,59	4,7	4,35	4,12	4	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,57	3,41	3,32	3,28
8	5,32	4,5	4,07	3,84	3,7	3,58	3,5	3,44	3,39	3,34	3,28	3,12	3,03	2,98
9	5,12	4,3	3,86	3,63	3,5	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,07	2,9	2,8	2,76
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,3	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,91	2,74	2,64	2,59
11	4,84	4	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,86	2,79	2,61	2,5	2,45
12	4,75	3,9	3,49	3,26	3,1	3	2,92	2,85	2,8	2,76	2,69	2,5	2,4	2,35
13	4,46	3,8	3,41	3,18	3	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,6	2,42	2,32	2,26
14	4,6	3,7	3,34	3,11	3	2,85	2,77	2,7	2,65	2,6	2,53	2,35	2,24	2,19
15	4,54	3,6	3,29	3,06	2,9	2,79	2,7	2,64	2,59	2,55	2,48	2,29	2,18	2,12
16	4,49	3,6	3,24	3,01	2,9	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,24	2,13	2,07
17	4,45	3,6	3,2	2,96	2,8	2,7	2,62	2,55	2,5	2,45	2,38	2,19	2,08	2,02
18	4,41	3,6	3,16	2,94	2,8	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,15	2,04	1,98
19	4,38	3,5	3,13	2,9	2,7	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,31	2,11	2	1,94
20	4,35	3,5	3,1	2,87	2,7	2,6	2,52	2,45	2,4	2,35	2,28	2,08	1,96	1,9
21	4,32	3,5	3,07	2,84	2,7	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,05	1,93	1,87
22	4,3	3,4	3,05	2,82	2,7	2,55	2,47	2,4	2,35	2,3	2,23	2,03	1,91	1,84
23	4,28	3,4	3,03	2,8	2,6	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,2	2	1,88	1,82
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,6	2,51	2,43	2,36	2,3	2,26	2,18	1,98	1,86	1,8
25	4,24	3,4	2,99	2,76	2,6	2,49	2,41	2,34	2,25	2,24	2,16	1,96	1,84	1,77
26	4,22	3,4	2,98	2,74	2,6	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	1,95	1,82	1,76
28	4,2	3,3	2,95	2,71	2,6	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	1,91	1,78	1,72
30	4,17	3,3	2,92	2,69	2,5	2,42	2,34	2,27	2,21	2,12	2,09	1,89	1,76	1,69
40	4,08	3,2	2,84	2,61	2,5	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2	1,79	1,66	1,59
50	4,03	3,2	2,79	2,56	2,4	2,29	2,2	2,13	20,7	2,02	1,95	1,74	1,6	1,52
100	3,94	3,1	2,7	2,46	2,3	2,19	2,1	2,03	1,97	1,92	1,85	1,63	1,48	1,39

Додаток 4

Значення критерія F на 5 % рівні значущості (імовірності 99 %)

Ступені свободи для меншої дисперсії (знаменника)	Ступені свободи для більшої дисперсії (чисельника)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6,56	6106	6324	6302	6334
2	98,5	99	99,2	99,3	99,3	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	26,6	26,4	26,2
4	21,2	18	16,7	16	15,5	15,2	15	14,8	14,7	14,5	14,4	13,9	13,7	13,6
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,89	9,47	9,24	9,13
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,1	7,98	7,87	7,72	7,31	7,09	6,99
7	12,3	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7	6,84	6,71	6,62	6,47	6,07	5,85	5,75
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,67	5,28	5,06	4,96
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,8	5,62	5,47	5,35	5,26	5,11	4,73	4,51	4,41
10	10	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,71	4,33	4,12	4,01
11	9,85	7,2	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,4	4,02	3,8	3,7
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,5	4,39	4,3	4,16	3,78	3,56	3,46
13	9,07	6,7	5,74	5,2	4,86	4,62	4,44	4,3	4,19	4,1	3,96	3,59	3,37	3,27
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,29	4,14	4,03	3,94	3,8	3,43	3,21	3,11
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4	3,89	3,8	3,67	3,29	3,07	2,97
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,2	3,89	3,78	3,69	3,61	3,45	3,18	2,96	2,86
17	8,4	6,11	5,18	4,67	4,34	4,1	3,93	3,79	3,68	3,59	3,45	3,08	2,86	2,76
18	8,28	6,01	5,09	5,58	4,25	4,01	3,85	3,71	3,6	3,51	3,37	3	2,78	2,68
19	8,18	5,93	5,01	4,5	4,17	3,94	3,77	3,68	3,52	2,43	3,3	2,92	2,7	2,63
20	8,1	5,85	4,94	4,43	4,1	3,87	3,71	3,56	3,45	3,37	3,23	2,86	2,63	2,53
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,65	3,51	3,4	3,31	3,17	2,8	2,58	2,47
22	7,94	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,75	2,53	2,42
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,3	3,21	3,07	2,7	2,48	2,37
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,9	3,67	3,5	3,36	3,25	3,17	3,03	2,66	2,44	2,33
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,21	3,13	2,99	2,62	2,4	2,29
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,17	3,09	2,96	2,58	2,36	2,25
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,76	3,53	336	323	3,11	3,03	2,9	2,52	2,3	2,18
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,7	3,47	3,3	3,17	3,06	2,98	2,84	2,47	2,24	2,13
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,88	2,8	2,66	2,29	2,05	1,94
50	7,17	5,06	4,2	3,72	3,41	3,18	3,02	2,88	2,78	2,7	2,56	2,18	1,94	1,81
100	6,9	4,82	3,98	3,51	3,2	2,99	2,82	2,69	2,59	2,51	2,36	1,98	1,73	1,59

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Вітченко А. О., Вітченко А. Ю. Основи наукових досліджень у вищій школі : підруч. Київ : ФОП Ямчинський О.В., 2020. 272 с. https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi72/0052991.pdf
2. Дослідна справа в агрономії : навч. посібник у 2 кн. Кн. 1. Теоретичні аспекти дослідної справи / А. О. Рожков та ін. ; за ред. А. О. Рожкова. Харків : Майдан, 2016. 316 с.
3. Колесников О. В. Основи наукових досліджень : навч. посіб. Київ : Центр учбової літератури, 2021. 144 с.
4. Липовий В. Г., Мазур О. В., Мордванюк М. О. Методологія та організація наукових досліджень в агрономії з основами інтелектуальної власності : навч. посіб. Вінниця : ВНАУ, 2020. 242 с.
5. Манько Ю. П., Цюк О. А., Павлов О. С. Методологія, методи і методика досліджень в агрономії : навч. посіб. Вінниця : ТОВ «Нілан-ЛТД», 2016. 96 с.
6. Надикто В. Т. Основи наукових досліджень : навч. посіб. Херсон, 2024. 268 с.
7. Основи наукових досліджень : для виконання контрольної роботи здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агрономія» спеціальності 201 «Агрономія» заочної форми здобуття вищої освіти / уклад. І. В. Смірнова. Миколаїв : МНАУ, 2024. 34 с.
8. Основи наукових досліджень : конспект лекцій для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агрономія» спеціальності 201 «Агрономія» денної та заочної форм здобуття вищої освіти / уклад. І. В. Смірнова. Миколаїв : МНАУ, 2024. 69 с.
9. Основи наукових досліджень : метод. реком. для виконання самостійної роботи здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агрономія» спеціальності 201 «Агрономія» денної та заочної форм здобуття вищої освіти / уклад. І. В. Смірнова, В. В. Гамаюнова. Миколаїв : МНАУ, 2022. 40 с.
10. Основи наукових досліджень : підручник / І. Ш. Невлюдов, Ю. М. Олександров, А. О. Андрусевич, О. О. Чала ; М-во освіти і науки України ; Харків. нац. ун-т радіоелектроніки. Prague : OKTAN PRINT, 2024. 468 с. URL: https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/e942ee5a-

62ee-401c-8a77-3465a73043e8/content

11. Основи наукових досліджень в агрономії : підруч. / В. О. Єщенко та ін. Вінниця : ПП «ТД «Едельвейс і К», 2014. 332 с.
12. Сімакова О. О., Никифоров Р. П. Основи наукових досліджень та інтелектуальна власність : навч. посіб. Кривий Ріг : ДонНУЕТ, 2020. 129 с. URL: http://elibrary.donnuet.edu.ua/2023/1/Simakova_OND_navchal%CA%B9nyy_posibnyk.pdf
13. Ушкаренко В. О., Вожегова Р. А., Голобородько С. П., Коковіхін С. В. Методика польового досліду (зрошуване землеробство) : навч. посіб. Херсон : Олді Плюс, 2024. 448 с.

Навчальне видання

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Методичні рекомендації

Укладач: **Смірнова** Ірина Вікторівна

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 4,44.
Тираж 20 прим. Зам. № ____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного аграрного університету
54008, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 4490 від
20.02.2013 р.