

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНЖЕНЕРНО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКИ, ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ ТА
ЕЛЕКТРОМЕХАНІКИ

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Частина II

методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачами за першим(бакалаврським) рівнем вищої освіти ОПП «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної форми здобуття вищої освіти

2025

УДК 621.3

ТЗЗ

Рекомендовано до друку методичною радою Інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 15.10.2025, протокол № 2.

Укладачі:

- Олександр Циганов – старший викладач кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.
- Андрій Руденко – асистент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Миколаївський національний аграрний університет.

Рецензенти:

- Василь Грубань – канд. тех. наук, доцент, зав. кафедрою кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації і технічного сервісу, Миколаївський національний аграрний університет.
- Каріне Горбунова – канд. пед. наук, доцент, зав. кафедрою методики професійного навчання, Миколаївський національний аграрний університет.

© Миколаївський національний аграрний університет, 2025

ЗМІСТ

Практична робота №1. Розрахунок комплексним методом паралельно сполучених ділянок електричного кола однофазного синусоїдального струму.....	4
Практична робота №2. Розрахунок послідовного з'єднання елементів електричного кола однофазного синусоїдального струму комплексним методом.....	8
Практична робота №3. Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдального струму методом еквівалентних опорів і провідностей.....	12
Практична робота №4. Розрахунок змішаного з'єднання ділянок електричного кола однофазного синусоїдального струму комплексним методом	16
Практична робота №5. Розрахунок електричного кола з взаємною індуктивністю комплексним методом	21
Практична робота №6. Розрахунок трьох-фазного електричного кола, підключеного за схемою «зірка» без нульового провідника, з симетричним навантаженням електроприймачів	31
Екзаменаційні питання з дисципліни «ТОЕ Ч.2».....	35
Список використаних джерел.....	37

Практична робота №1

«Розрахунок комплексним методом паралельно сполучених ділянок електричного кола однофазного синусоїдального струму»

Мета роботи: *Ознайомитися з принципами аналізу електричних кіл однофазного синусоїдального струму комплексним методом. Навчитися виконувати розрахунок параметрів кола за умови послідовного з'єднання резистора, котушки індуктивності та конденсатора, а також будувати відповідну векторну діаграму струмів і напруг.*

Ключові слова: *комплексний метод, синусоїдальний струм, резистор, індуктивність, ємність, векторна діаграма, електричне коло.*

Key words: *complex method, sinusoidal current, resistor, inductance, capacitance, phasor diagram, electrical circuit.*

Задача:

Дві паралельні вітки (рис. 1.1) під'єднані до джерела синусоїдної напруги U частотою f .

Параметри елементів кола задані: $R_1; R_2; L; C$

Необхідно:

- Визначити струми у вітках і в нерозгалуженій частині кола.
- Побудувати векторну (фазорну) діаграму струмів.
- Скласти баланс потужностей у колі.
- Провести розрахунок комплексним методом.

Вихідні дані наведені в таблиці 1 згідно з номером студента у журналі групи.

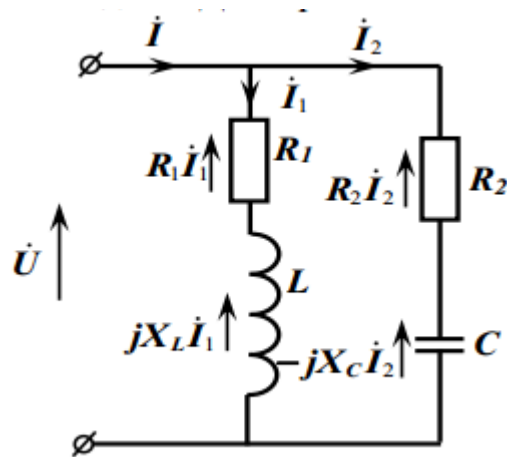


Рис.1. Схема досліджуваного електричного кола.

Таблиця 1. Вихідні дані

Варіант	U, B	$R_1, Ом$	$L \cdot 10^{-3}, Гн$	$R_2, Ом$	$C, мкФ$	$f, Гц$
1	100	10	160	30	200	50
2	110	12	120	33	300	60
3	120	14	320	36	400	50
4	130	16	380	39	500	60
5	140	18	100	43	300	50
6	150	20	150	47	100	60
7	160	22	200	51	500	50
8	170	24	250	56	200	60
9	180	27	300	63	600	50
10	190	30	180	68	300	60
11	200	32	140	32	150	50
12	210	34	220	35	250	60
13	220	36	260	38	350	50
14	230	38	340	41	450	60
15	240	40	360	45	550	50
16	250	42	80	49	650	60
17	260	44	90	53	750	50
18	270	46	110	57	850	60
19	280	48	130	61	950	50
20	290	50	170	65	50	60
21	300	52	190	70	75	50
22	310	54	210	74	125	60
23	320	56	230	78	175	50
24	330	58	240	82	225	60
25	340	60	270	86	275	50
26	350	62	280	90	325	60
27	360	64	290	95	375	50
28	370	66	310	100	425	60
29	380	68	330	105	475	50
30	390	70	350	110	525	60
31	400	72	370	115	575	50
32	410	74	400	120	625	60

Рекомендації до розв'язання задачі

Приклад. Дві паралельні гілки (рис. 1.1) під'єднані до джерела синусоїдної напруги $U(B) = 40B$, з частотою $f = 50\text{Гц}$. Необхідно визначити струми у кожній гілці та в нерозгалуженій ділянці кола, якщо відомі параметри елементів: $R_1 = 6\text{Ом}$; $R_2 = 8\text{Ом}$; $L = 0,0127\text{Гн}$; $C = 400\text{мкФ}$.

Потрібно:

- побудувати векторну діаграму струмів;
- знайти резонансну частоту кола;
- скласти баланс потужностей;
- розв'язати задачу комплексним методом.

Розв'язання

Визначаємо реактивні опори елементів:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад / с};$$

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,0127 = 4\text{Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = 8\text{Ом}.$$

Опори віток:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = 6 + j4 = \sqrt{6^2 + 4^2} e^{j \arctg \frac{4}{6}} = 7,2 e^{j33,25^\circ} \text{Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 8 - j8 = \sqrt{8^2 + 8^2} e^{j \arctg \frac{8}{-8}} = 11,3 e^{-j45^\circ} \text{Ом}.$$

Еквівалентний опір кола:

$$\underline{Z}_E = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{7,2 e^{j33,25^\circ} 11,3 e^{-j45^\circ}}{6 + j4 + 8 - j8} = \frac{81,36 e^{-j11,75^\circ}}{14,56 e^{-j16^\circ}} = 5,59 e^{j4,25^\circ} \text{Ом}.$$

Струми у вітках:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_E} = \frac{40}{5,59 e^{j4,25^\circ}} = 7,16 e^{-j4,25^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{40}{7,2 e^{j33,25^\circ}} = 5,56 e^{-j33,25^\circ} \text{ А}; \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{40}{11,3 e^{-j45^\circ}} = 3,54 e^{j45^\circ} \text{ А}.$$

Побудова векторної діаграми випробуємо масштаб $m_U = 10 \text{ В / см}$;

$$m_I = 1 \text{ А / см}$$

Приклад виконання діаграми рис. 1.2.

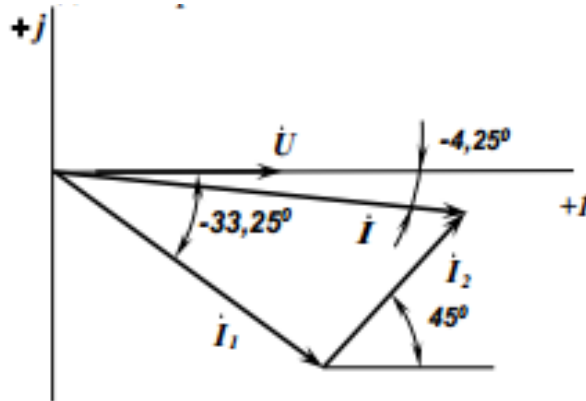


Рис. 1.2. Векторна діаграма.

Комплексна потужність джерела генерації:

$$\bar{S}_g = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = (P + jQ) = 40 \cdot 7,16 e^{j4,25^\circ} = 286,4 e^{j4,25^\circ} = (285,4 + j23,2) \text{ ВА}.$$

Активна потужність джерела $P_{\text{джерела}} = 285,4 \text{ Вт}$, а реактивна

$$Q_{\text{джерела}} = 23,2 \text{ ВАр},$$

Визначаємо активну $P_{\text{сп}}$, і реактивна $Q_{\text{сп}}$, потужність споживачів:

$$P_c = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 5,56^2 \cdot 6 + 3,54^2 \cdot 8 = 285,73 \text{ Вт};$$

$$Q_c = I_1^2 X_L - I_2^2 X_C = 5,56^2 \cdot 4 - 3,54^2 \cdot 8 = 23,4 \text{ ВАр}.$$

Складаємо баланс активної і реактивної потужностей:

$$P_{\text{джерела}} = P_{\text{сп}}; 285,4 \approx 285,73$$

Похибка розрахунку становить 0,12%.

$$Q_{\text{джерела}} = Q_{\text{сп}}; 23,2 \approx 23,4$$

Похибка розрахунку становить 0,86%.

Практична робота №2

«Розрахунок послідовного з'єднання елементів електричного кола однофазного синусоїдального струму комплексним методом»

Мета роботи: – Набути навичок розрахунку параметрів електричного кола однофазного синусоїдального струму при послідовному підключенні резистора, котушки індуктивності та конденсатора з використанням комплексного методу. Навчитися будувати векторну діаграму напруг і струмів.

Ключові слова: послідовне з'єднання, електричне коло, однофазний синусоїдальний струм, комплексний метод, імпеданс, активний опір, індуктивний опір, ємнісний опір, векторна діаграма, фаза струму і напруги.

Key words: series connection, electric circuit, single-phase sinusoidal current, complex method, impedance, active resistance, inductive resistance, capacitive resistance, vector diagram, phase of current and voltage.

Задача.

До кола синусоїдального струму з частотою $f = 50 \text{ Гц}$ (рис. 1.1) послідовно під'єднані дві котушки індуктивності та конденсатор. Необхідно:

- визначити струм у колі та напруги на окремих елементах;
- обчислити резонансну частоту;
- скласти баланс активних і реактивних потужностей;
- побудувати топографічну векторну діаграму напруг;
- виконати розрахунки комплексним методом.

Початкові дані для елементів кола ($R_1; R_2; L_1; L_2; C$) наведені в таблиці 2.1 відповідно до двох останніх цифр номера залікової книжки студента.

Таблиця 2.1. Вихідні дані до задачі.

№	U, В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	$L_1 \cdot 10^{-3}$, Гн	$L_2 \cdot 10^{-3}$, Гн	C, мкФ
1	30	5	6	15	20	100
2	35	6	8	18	22	120
3	40	7	9	20	25	150
4	45	8	10	22	28	180

5	50	9	11	25	30	200
6	55	10	12	28	32	220
7	60	11	13	30	35	240
8	65	12	14	32	38	260
9	70	13	15	35	40	280
10	75	14	16	38	43	300
11	80	15	17	40	45	320
12	85	16	18	43	48	340
13	90	17	19	45	50	360
14	95	18	20	48	52	380
15	100	19	21	50	55	400
16	105	20	22	53	58	420
17	110	21	23	55	60	440
18	115	22	24	58	63	460
19	120	23	25	60	65	480
20	125	24	26	63	68	500
21	130	25	27	65	70	520
22	135	26	28	68	73	540
23	140	27	29	70	75	560
24	145	28	30	73	78	580
25	150	29	31	75	80	600
26	155	30	32	78	83	620
27	160	31	33	80	85	640
28	165	32	34	83	88	660
29	170	33	35	85	90	680
30	175	34	36	88	93	700

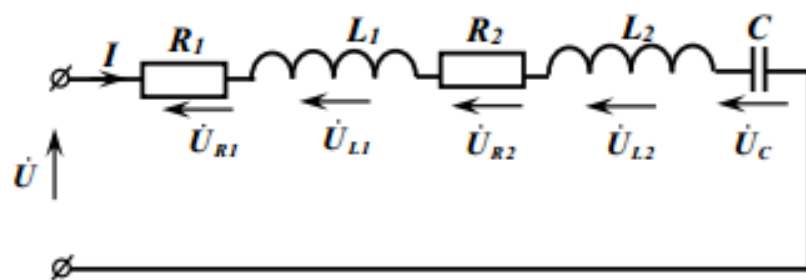


Рис. 2.1. Схема електричного кола для розв'язання задачі.

Приклад розв'язання задачі:

У коло синусоїдального струму з частотою $f = 50 \text{ Гц}$ (рис. 2.1) послідовно під'єднані дві котушки індуктивності та конденсатор. Необхідно

визначити струм у колі, напруги на кожному елементі, а також резонансну частоту.

Потрібно скласти баланс активних і реактивних потужностей, якщо прикладена напруга $U(B) = 70B$, а параметри елементів мають значення:

$$R_1 = 4\text{Ом}; R_2 = 6\text{Ом}; L_1 = L_2 = 0,032\text{ Гн}; C = 200\text{мкФ}.$$

Побудувати топографічну векторну діаграму напруг та виконати розрахунок комплексним методом.

Розв'язання

Визначаємо реактивний опір:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}; \quad X_{L1} = \omega L_1 = 314 \cdot 0,032 = 10 \text{ Ом};$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 314 \cdot 0,032 = 10 \text{ Ом}; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = 16 \text{ Ом}.$$

Повний опір електричного кола:

$$\underline{Z} = R + jX = \sqrt{R^2 + X^2} e^{j \arctg \frac{X}{R}} = (R_1 + R_2) + j(X_{L1} + X_{L2} - X_C) =$$

$$= (4 + 6) + j(10 + 10 - 16) = 10,77 e^{j22^\circ} \text{ Ом}$$

Визначаємо струм:

$$\underline{i} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{70}{10,77 e^{j22^\circ}} = 6,5 e^{-j22^\circ} \text{ А}.$$

Розраховуємо спади напруг на елементах електричного кола:

$$\underline{U}_{R1} = \underline{i} \cdot R_1 = 6,5 e^{-j22^\circ} \cdot 4 = 26 e^{-j22^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{i} \cdot jX_{L1} = 6,5 e^{-j22^\circ} \cdot 10 e^{j90^\circ} = 65 e^{j68^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R2} = \underline{i} \cdot R_2 = 6,5 e^{-j22^\circ} \cdot 6 = 39 e^{-j22^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = \underline{i} \cdot jX_{L2} = 6,5 e^{-j22^\circ} \cdot 10 e^{j90^\circ} = 65 e^{j68^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_C = \underline{i} \cdot (-j) \cdot X_C = 6,5 e^{-j22^\circ} \cdot 16 e^{-j90^\circ} = 104 e^{-j112^\circ} \text{ В}.$$

Комплексна потужність джерела:

$$\underline{\bar{S}}_A = \underline{U}_A \cdot \underline{i}^* = 70 \cdot 6,5 e^{j22^\circ} = 455 e^{j22^\circ} = 455 \cos(22^\circ) + j 455 \sin(22^\circ) =$$

$$= (421,87 - j170,45) \text{ ВА}.$$

Активна потужність джерела $P_{\text{джерела}} = 421,87 \text{ Вт}$, а реактивна

$$Q_{\text{джерела}} = -170,45 \text{ Вар},$$

Розрахунок активної та реактивної потужності споживача:

$$P_c = I^2 R_1 + I^2 R_2 = 6,5^2 (4 + 6) = 422,5 \text{ Вт} .$$

$$Q_c = I^2 X_{L1} + I^2 X_{L2} - I^2 X_C = 6,5^2 (10 + 10 - 16) = 169 \text{ ВАр} .$$

Складаємо баланс потужностей:

$$P_{\text{джерела}} = P_{\text{сп}} ;$$

$$421,87 \approx 422,5$$

Похибка розрахунку становить 0,8%.

$$Q_{\text{джерела}} = Q_{\text{сп}} ;$$

$$170,45 \text{ ВАр} \approx 169 \text{ ВАр}$$

Похибка розрахунку становить 0,8%.

Визначаємо резонансну частоту:

$$f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{(0,032 + 0,032) \cdot 220 \cdot 10^{-6}}} = 42,44 \text{ Гц} .$$

За даними розрахунків складаємо векторну діаграму рис. 2.2.

Побудова векторної діаграми випробуємо масштаб $m_U = 10 \text{ В} / \text{см}$;

$$m_I = 1 \text{ А} / \text{см}$$

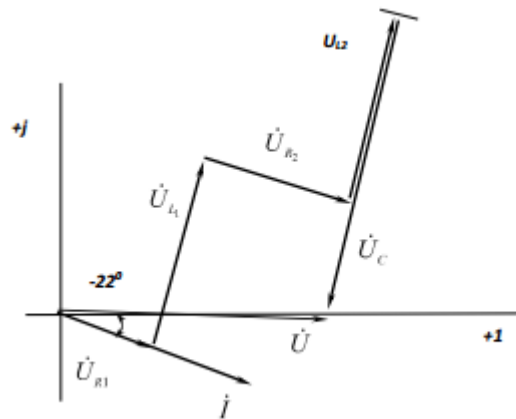


Рис. 2.2. Векторна діаграма

Практична робота №3

«Розрахунок електричного кола однофазного синусоїдального струму методом еквівалентних опорів і провідностей»

Мета роботи: *Набути навичок розрахунку параметрів електричного кола однофазного синусоїдального струму при паралельному з'єднанні резистора, котушки індуктивності та конденсатора з використанням методу еквівалентних опорів і провідностей, а також побудови векторної діаграми.*

Ключові слова: *електричне коло, однофазний синусоїдальний струм, метод еквівалентних опорів, метод еквівалентних провідностей, імпеданс, адмітанс, активний опір, індуктивний опір, ємнісний опір, фаза струму і напруги.*

Key words: *electric circuit, single-phase sinusoidal current, equivalent resistance method, equivalent conductance method, impedance, admittance, active resistance, inductive resistance, capacitive resistance, phase of current and voltage.*

Задача.

Необхідно визначити струми в окремих гілках та в нерозгалуженій частині кола (рис. 3.1), якщо відомі значення: $U(B); R_1; R_2; X_1; X_C$. Потрібно розрахувати активну P , реактивну Q та повну S потужності, а також побудувати векторну діаграму струмів і трикутники струмів, провідностей та потужностей.

Побудувати залежності на графіках:

- зміни струму в колі від частоти $I = (f)$;
- зміни реактивних опорів $X_L = (f); X_C = (f)$ для визначення точки резонансу.

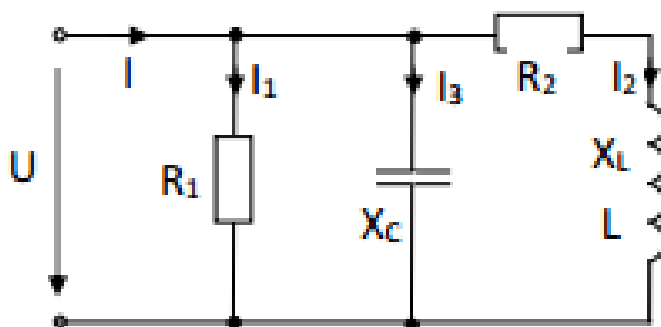


Рис. 3.1. Розрахункове коло.

Таблиця 3.1. Вихідні дані

№ варіанта	$U, В$	$f, Гц$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$X_L, Ом$	$X_C, Ом$
1	24	50	12	20	20	10
2	36	60	18	24	24	16
3	42	50	16	27	10	20
4	127	60	14	30	16	14
5	220	50	13	33	26	18
6	48	60	15	35	14	22
7	60	50	10	37	30	24
8	127	60	8	39	32	8
9	220	50	14	41	10	15
10	36	60	12	43	6	12
11	24	50	9	22	18	9
12	42	60	11	25	20	17
13	48	50	13	28	24	21
14	60	60	15	31	26	25
15	127	50	17	34	28	27
16	220	60	19	36	30	29
17	36	50	20	38	32	31
18	42	60	22	40	34	33
19	48	50	24	42	36	35
20	60	60	26	44	38	37
21	127	50	28	46	40	39
22	220	60	30	48	42	41
23	24	50	32	50	44	43
24	36	60	34	52	46	45
25	42	50	36	54	48	47
26	48	60	38	56	50	49
27	60	50	40	58	52	51
28	127	60	42	60	54	53
29	220	50	44	62	56	55
30	36	60	46	64	58	57

Приклад для розв'язання:

Вихідні данні : $U(B) = 100 \text{ В}; R_1 = 50 \text{ Ом}; R_2 = 6 \text{ Ом}; X_1 = 8 \text{ Ом}; X_C = 50 \text{ Ом}.$

Метод еквівалентних опорів і провідностей

Щоб знайти струм на вході кола, необхідно спочатку визначити провідності окремих гілок, а потім — загальну провідність усього кола.

$$G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ См};$$

$$G_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_L^2} = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0,06 \text{ См};$$

$$B_L = \frac{X_L}{R_2^2 + X_L^2} = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0,08 \text{ См};$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ См};$$

$$G_e = G_1 + G_2 = 0,08 \text{ См};$$

$$B_e = B_L - B_C = 0,06 \text{ См};$$

$$Y_e = \sqrt{G_e^2 + B_e^2} = 0,1 \text{ См}.$$

Визначаємо струм у нерозгалуженій частині кола відповідно до закону Ома:

$$I = Y_e \cdot U = 0,1 \cdot 100 = 10 \text{ А}, \quad \varphi = \arctg \frac{B_e}{G_e} = \arctg \frac{0,06}{0,08} = 36^\circ 50'; \quad \psi_i = \psi_u - \varphi;$$

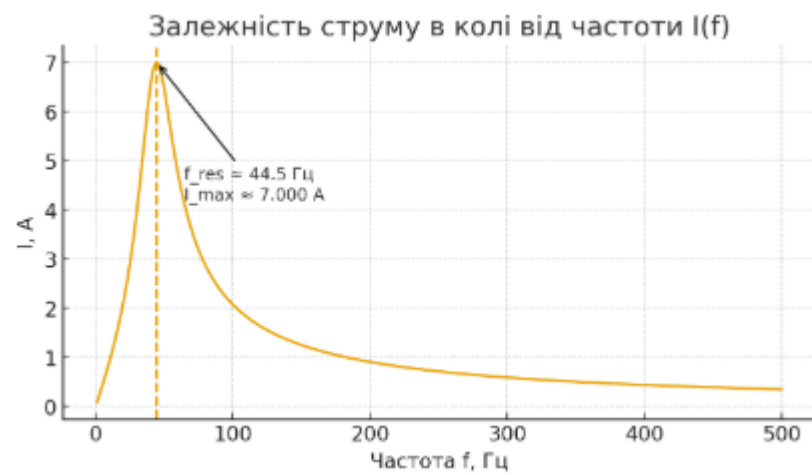
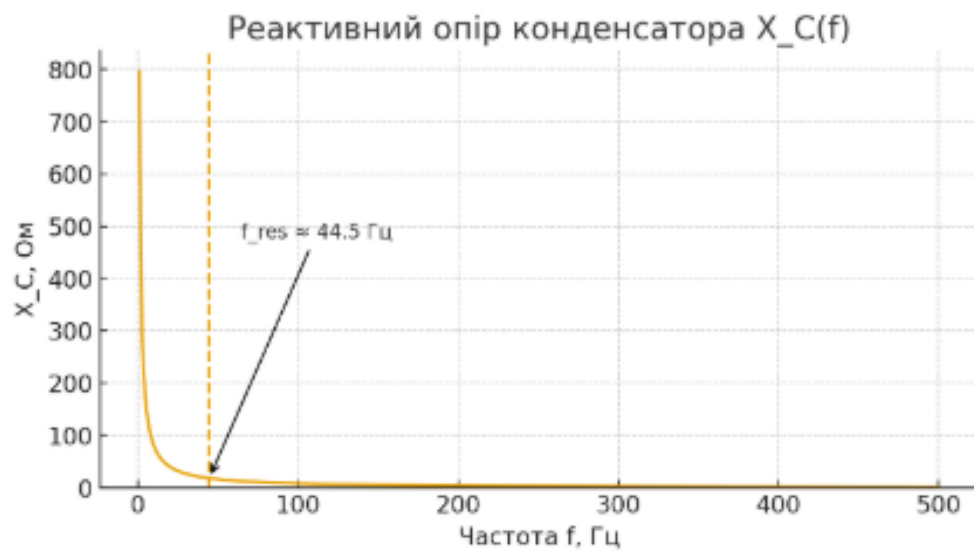
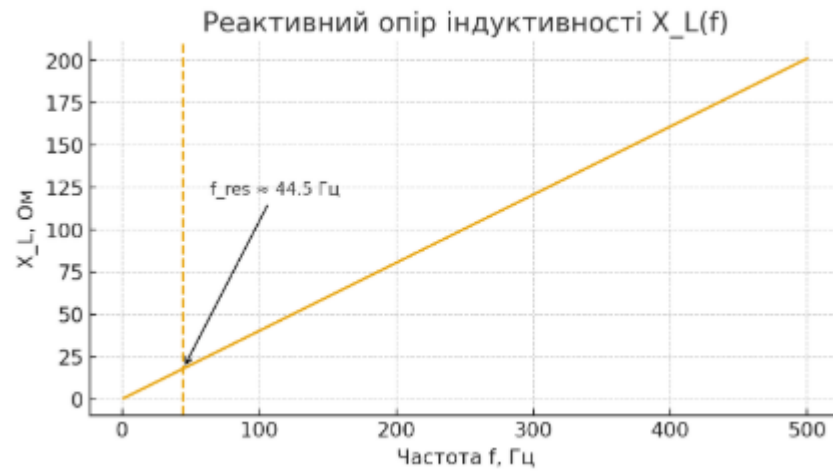
$$i = 10\sqrt{2} \sin(\omega t - 36^\circ 50') \text{ А}.$$

Визначаємо потужність:

$$P = U^2 G_e = 100^2 \cdot 0,08 = 800 \text{ Вт}; \quad Q = U^2 B_e = 100^2 \cdot 0,06 = 600 \text{ вар};$$

$$S = UI = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ ВА}.$$

Побудувати залежності на графіках:



Практична робота №4

«Розрахунок змішаного з'єднання ділянок електричного кола однофазного синусоїдального струму комплексним методом»

Мета роботи: *засвоїти навички розрахунку параметрів електричного кола з однофазним синусоїдальним струмом у разі змішаного з'єднання резистора, котушки індуктивності та конденсатора; навчитися будувати векторні діаграми.*

Ключові слова: *змішане з'єднання, електричне коло, однофазний синусоїдальний струм, комплексний метод, імпеданс, активний опір, індуктивний опір, ємнісний опір, еквівалентна схема, векторна діаграма.*

Key words: *mixed connection, electric circuit, single-phase sinusoidal current, complex method, impedance, active resistance, inductive resistance, capacitive resistance, equivalent circuit, vector diagram.*

Завдання:

До електричного кола (рис. 4.1) прикладено синусоїдальну напругу виду $u = U_m \sqrt{2} \sin(\omega t)$ В.

Відомі параметри елементів: $R_1; R_2; L_1; L_2; C$.

Необхідно, використовуючи комплексний (символічний) метод, обчислити:

- струми в окремих гілках кола;
- напруги на кожній ділянці;
- реактивну та повну потужність кола.

Побудувати векторну діаграму струмів та топографічну діаграму напруг.

Таблиця 4.1 — Вихідні дані

№ варіанта	$U, В$	$R_1, Ом$	$L_1 \cdot 10^{-3}, Гн$	$R_2, Ом$	$L_2 \cdot 10^{-3}, Гн$	$C, мкФ$	$f, Гц$
1	120	10	1.6	3.0	1.4	20	50
2	140	12	1.2	3.3	2.2	30	60
3	160	14	3.2	3.6	2.4	40	50
4	180	16	3.6	3.9	1.1	50	60

5	200	18	1.0	4.3	1.3	30	50
6	220	20	1.5	4.7	4.3	10	60
7	240	22	2.0	5.1	3.3	50	50
8	260	24	2.5	5.6	0.8	20	60
9	280	27	2.7	6.2	0.62	60	50
10	300	30	1.8	6.8	0.91	30	60
11	125	11	2.4	3.2	1.5	25	50
12	145	13	1.7	3.8	2.8	45	60
13	165	15	2.8	4.1	1.9	15	50
14	185	17	3.1	4.4	2.6	35	60
15	205	19	1.9	4.9	3.7	55	50
16	225	21	2.3	5.3	2.1	25	60
17	245	23	3.0	5.8	1.7	65	50
18	265	25	1.4	6.3	3.9	40	60
19	285	28	2.9	6.7	2.5	50	50
20	305	32	3.4	7.1	1.6	60	60
21	130	11	1.5	3.5	1.2	22	50
22	150	13	2.6	3.9	1.9	28	60
23	170	15	1.8	4.2	2.3	32	50
24	190	17	3.3	4.5	3.1	38	60
25	210	19	2.2	4.8	2.9	44	50
26	230	21	2.5	5.2	1.4	52	60
27	250	23	3.7	5.5	2.0	58	50
28	270	26	1.9	6.0	3.2	62	60
29	290	29	2.8	6.5	1.8	68	50
30	310	33	3.5	7.0	2.7	75	60

Приклад розв'язання

До електричного кола (рис. 4.1) підключено синусоїдальну напругу

$$u = 100\sqrt{2} \sin(2500t).$$

Відомі параметри елементів:

$$R_1 = 6\Omega; R_2 = 1\Omega; L_1 = 0,8\text{мГн}; L_2 = 1,2\text{мГн}; C = 40\text{мкФ}.$$

Відомі параметри елементів кола:

Необхідно, використовуючи символічний (комплексний) метод, визначити:

- струми у кожній гілці кола;
- напруги на окремих ділянках;
- реактивну та повну потужність кола.

Також побудувати векторну діаграму струмів і топографічну діаграму напруг.

Відповідно до обраного позитивного напрямку прикладеної напруги встановлюємо такі ж позитивні напрямки струмів у гілках кола.

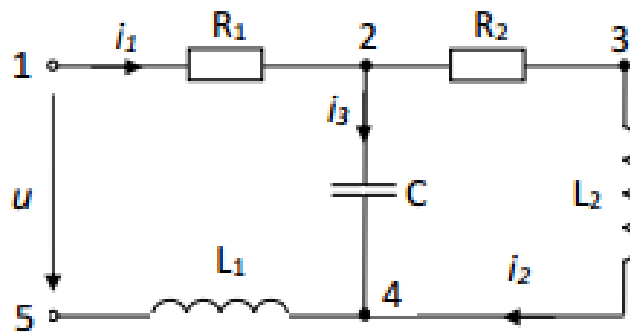


Рис. 4.1. Розрахункове коло.

Визначаємо опори окремих елементів кола:

$$\begin{aligned}x_1 &= \omega L_1 = 2500 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} = 2 \text{ Ом}; \\x_2 &= \omega L_2 = 2500 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ Ом}; \\x_c &= \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{2500 \cdot 40} = 10 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Переходимо до розрахункової схеми, у якій усі параметри подані в комплексній формі. Запишемо вирази для комплексної напруги на клемі кола та комплексних опорів гілок. Оскільки резистор R_1 і котушка L_1 з'єднані послідовно, їх можна розглядати як одну гілку з еквівалентним опором Z_1 . Таким чином:

$$\begin{aligned}\underline{U} &= 100 \text{ В}; \underline{Z}_1 = R_1 + jx_1 = (6 + j2) \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_2 &= R_2 + jx_2 = (1 + j3) \text{ Ом}; \underline{Z}_3 = jx_3 = -jx_c = -j10 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Визначаємо еквівалентний комплексний опір паралельних гілок і всього кола:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{23} &= \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{(1 + j3)(-j10)}{1 + j3 - j10} = \frac{10(3 - j)(1 + j7)}{(1 - j7)(1 + j7)} = \\ &= \frac{10(3 - j + j21 + 7)}{50} = \frac{10 + j20}{5} = (2 + j4) \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_e &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 6 + j2 + 2 + j4 = 8 + j6 = 10e^{j36^\circ 50'} \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Обчислюємо струми, що протікають у гілках кола:

$$I_1 = \frac{U}{Z_e} = \frac{100}{8 + j6} = 8 - j6 = 10e^{-j36^\circ 50'} \text{ А};$$

отже $I_1 = 10 \text{ А}; \psi_{i1} = -36^\circ 50'$.

Використовуючи правило чужої гілки, визначаємо:

$$\begin{aligned} I_2 &= I_1 \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{(8 - j6)(-j10)}{1 + j3 - j10} = \frac{10(-6 - j8)}{(1 - j7)} = \frac{10(-6 - j8)(1 + j7)}{50} = \\ &= \frac{-6 - j8 - j42 + 56}{5} = \frac{5 - j50}{5} = (10 - j10) = 10\sqrt{2}e^{-j45^\circ} A; \end{aligned}$$

отже $I_2 = 14,1 A; \psi_{i_2} = -45^\circ$;

$$\begin{aligned} I_3 &= I_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z_3} = \frac{(8 - j6)(1 + j3)}{1 - j7} = \frac{(8 - j6 + j24 + 18)(1 + j7)}{50} = \\ &= \frac{26 + j18 + j182 - 126}{50} = \\ &= -2 + j4 = 4,48e^{-j63^\circ 50'} = 4,48e^{j116^\circ 30'} A; \end{aligned}$$

отже $I_2 = 4,48 A; \psi_{i_2} = -116^\circ 30'$.

Виконаємо перевірку за першим законом Кірхгофа:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 - I_3 = 0; \\ 8 - j6 - 10 + 2 - j4 &= 0. \end{aligned}$$

Розрахуємо потужність:

$$S = UI = 100(8 + j6) = (800 + j600) \text{ ВА};$$

Отже, $P = 800$, $Q = 600$; $S = 1000$

Щоб побудувати топографічну діаграму, обчислимо напруги на відповідних ділянках кола:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= R_1 I_1 = 6(8 - j6) = (48 - j36) \text{ В}; \\ \underline{U}_{23} &= R_2 I_2 = 1(10 - j10) = (10 - j10) \text{ В}; \\ \underline{U}_{34} &= jx_2 I_2 = j3(10 - j10) = (30 + j30) \text{ В}; \\ \underline{U}_{45} &= jx_1 I_1 = j2(8 - j6) = (12 + j16) \text{ В}; \end{aligned}$$

Відповідно до другого закону Кірхгофа:

$$\begin{aligned} \sum U_k; \\ 48 - j36 + 10 - j10 + 30 + j30 + 12 + j16 - 10 &= 0 \end{aligned}$$

Будуємо векторну діаграму струмів і топографічну діаграму (рис. 4.2), використовуючи алгебраїчну форму подання комплексних напруг.

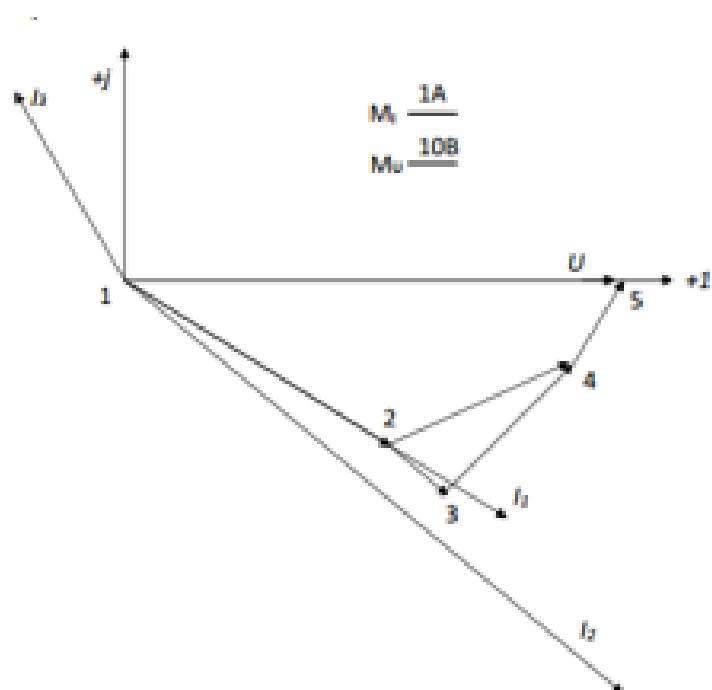


Рис. 4.2.

Практична робота №5

«Розрахунок електричного кола з взаємною індуктивністю комплексним методом»

Мета роботи: *засвоїти методику розрахунку параметрів електричного кола, у якому присутня взаємна індуктивність, за допомогою комплексного методу.*

Ключові слова: *електричне коло, взаємна індуктивність, комплексний метод, однофазний синусоїдальний струм, індуктивне зчеплення, імпеданс, коефіцієнт взаємної індукції, магнітний потік, фаза струму і напруги.*

Key words: *electric circuit, mutual inductance, complex method, single-phase sinusoidal current, inductive coupling, impedance, mutual induction coefficient, magnetic flux, phase of current and voltage.*

Завдання:

До вхідних клем електричного кола (рис. 5.1), фізичні параметри якого наведено в табл. 5.1, підведено синусоїдальну напругу $u = U_m \sin \omega t$ з частотою $f = 50 \text{ Гц}$ та відомим діючим значенням напруги $U, \text{ В}$.

Необхідно виконати:

- Побудову схеми заміщення кола.
- Визначення комплексних опорів, струмів та напруг у колі.
- Побудову векторної діаграми на комплексній площині.
- Запис виразів для миттєвих значень струмів і напруг.
- Розрахунок активної, реактивної та повної потужностей, які споживає коло.

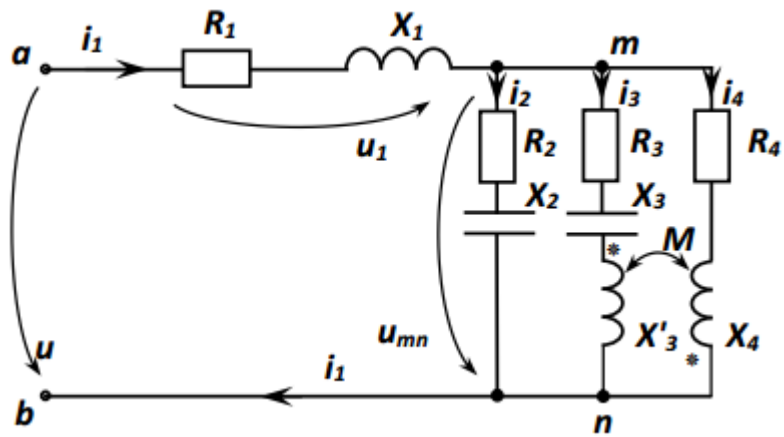


Рис. 5.1.

Таблиця 5.1. Вихідні дані.

№	U, V	$f, Гц$	$R_1, Ом$	$R_2, Ом$	$R_3, Ом$	$R_4, Ом$	$M, Гн$	$X_1, Ом$	$X_2, Ом$	$X_3, Ом$	$X_4, Ом$
1	120	50	10	15	11	43	0.16	30	-24	-20	40
2	140	60	12	18	18	27	0.12	33	-36	-30	20
3	160	50	14	20	22	36	0.32	36	-42	-40	30
4	180	60	16	24	27	18	0.36	39	-30	-50	25
5	200	50	18	27	20	24	0.43	43	-20	-30	15
6	220	60	20	32	39	33	0.39	47	-18	-10	10
7	240	50	22	40	47	18	0.47	51	-25	-50	35
8	260	60	24	47	24	27	0.51	56	-32	-20	45
9	280	50	27	51	16	30	0.56	62	-40	-60	50
10	300	60	30	36	15	20	0.62	68	-50	-30	18
11	125	50	11	17	13	28	0.18	28	-22	-18	26
12	145	60	13	21	15	32	0.25	35	-28	-26	32
13	165	50	15	25	19	35	0.29	40	-35	-20	38
14	185	60	17	28	23	38	0.33	45	-38	-32	42
15	205	50	19	30	28	40	0.37	50	-45	-25	46
16	225	60	21	34	25	42	0.41	54	-20	-28	48
17	245	50	23	37	21	44	0.45	58	-42	-30	52
18	265	60	25	41	18	46	0.49	61	-30	-36	55
19	285	50	28	44	26	48	0.53	64	-46	-40	60
20	305	60	31	48	29	50	0.57	67	-48	-45	62
21	130	50	10	16	12	22	0.20	32	-26	-22	30
22	150	60	12	19	17	26	0.22	38	-34	-28	34
23	170	50	14	23	20	29	0.26	41	-39	-35	39
24	190	60	16	26	24	31	0.28	44	-33	-38	41
25	210	50	18	29	27	34	0.30	48	-37	-30	44
26	230	60	20	33	31	37	0.34	52	-44	-33	49
27	250	50	22	36	34	39	0.38	57	-41	-48	53
28	270	60	24	39	37	41	0.42	60	-49	-50	57
29	290	50	26	42	40	43	0.46	63	-51	-52	59
30	310	60	28	45	43	46	0.50	66	-53	-54	61

Приклад.

До входу електричного кола (рис. 5.1), фізичні параметри якого наведено в таблиці 5.1, прикладено синусоїдну напругу виду $u = U_m \sin \omega t$ з частотою $f = 50 \text{ Гц}$ і діючим значенням напруги $U = 380 \text{ В}$.

Дані:

$$R_1 = 20 \text{ Ом}; R_2 = 30 \text{ Ом}; R_3 = 50 \text{ Ом}; R_4 = 40 \text{ Ом}$$

$$X_1 = 30 \text{ Ом}; X_2 = -40 \text{ Ом}; X_3 = -50 \text{ Ом}; X_4 = 30 \text{ Ом};$$

$$M = 0,15 \text{ Гн}$$

Замінімо подану схему (рис. 5.1) еквівалентною розрахунковою схемою заміщення (рис. 5.2.), у якій магнітний зв'язок між індуктивними опорами X_3 та X_4 представлено у вигляді електричного зв'язку. При цьому активні та реактивні опори гілок замінюємо на їхні комплексні опори $Z_1; Z_2; Z_3; Z_4$, а взаємну індуктивність — на комплексний опір Z_M .

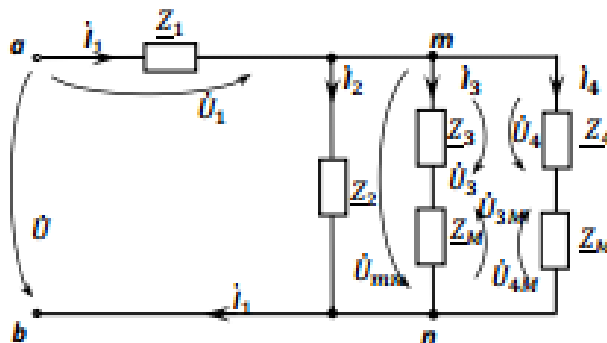


Рис. 5.2.

На схемі (рис. 5.2.) позначаємо умовні додатні напрямки комплексних струмів у гілках. Використовуючи метод еквівалентних перетворень, визначаємо комплексний повний опір кола, комплексне значення загального струму $\dot{I}_1$, а також комплексну міжвузлову напругу $\dot{U}_{AB}$. На основі отриманих величин обчислюємо комплексні струми в паралельних гілках, визначаємо комплексні спади напруг на ділянках кола та будуємо векторну діаграму струмів і напруг у комплексній площині.

Обчислення комплексних опорів, струмів і напруг здійснюється з урахуванням як активних, так і реактивних складових елементів кола. Для кожної гілки визначається її комплексний опір, після чого знаходяться комплексні значення струмів і напруг за допомогою закону Ома в комплексній формі. Це дозволяє врахувати як амплітуду, так і фазу струмів і напруг у всіх ділянках електричного кола.

Розраховуємо комплексний опір вітки:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = 20 + j30 = Z_1 e^{j\phi_1} = 36,1e^{j56,3^\circ} \text{ Ом},$$

В формулі деяке значення $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} = \sqrt{20^2 + 30^2} = 36 \text{ Ом}$ та аргумент $\phi_1 = \arctg(X_1 / R_1) = \phi_1 = \arctg(30 / 20) = 56,3^\circ$.

Комплексні опори віток без врахування взаємної індукції:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_2 &= R_2 + jX_2 = 30 - j40 = 50e^{-j53,1^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_3 &= R_3 + j(X_3' + X_3) = 50 + j(50 - 50) = 50e^{j0^\circ} = 50 \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_4 &= R_4 + jX_4 = 40 + j30 = 50e^{j36,9^\circ} \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Опір вітки №3 є чисто активним, а від так $|\dot{X}_3| = |X_3|$, тобто у вітці є резонанс напруг.

Компенсаційний опір:

$$\begin{aligned}\underline{Z}_M &= j2\pi fM = j \times 2 \times 3,14 \times 50 \times 0,15 = \\ &= j47,12 \text{ Ом} = 47,12e^{j90^\circ} \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Комплексні опори третьої та четвертої віток з врахуванням взаємодії індукції:

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_3 &= \frac{\underline{Z}_3 \times \underline{Z}_4 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_M} = \frac{50 \times (40 + j30) - (j47,12)^2}{40 + j30 + j47,12} = \\ &= \frac{2000 + j1500 - (-2220,3)}{40 - j77,12} = \frac{4220,3 + j1500}{40 + j77,12} = \\ &= \frac{4479e^{j19,6^\circ}}{86,9e^{j62,9^\circ}} = 51,54e^{-j43,3^\circ} \text{ Ом}; \\ \underline{Z}'_4 &= \frac{\underline{Z}_3 \times \underline{Z}_4 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_M} = \frac{4220,3 + j1500}{50 + j47,12} = \frac{4479e^{j19,6^\circ}}{68,7e^{j43,3^\circ}} = \\ &= 65,2e^{-j23,7^\circ} \text{ Ом},\end{aligned}$$

де

$$\underline{Z}_M^2 = (j47,12)^2 = j1500 = -2220,3 \text{ Ом}^2$$

Після виконання перетворень схема заміщення (рис. 5.3) спрощується і набуває вигляду, показаного на рис. 5.4.

Комплексний еквівалентний опір паралельно з'єднаних третьої та четвертої гілок, з урахуванням взаємної індукції між ними при паралельному зустрічному підключенні індуктивностей, обчислюється за формулою :

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_{-34} &= \frac{\underline{Z}_3 \times \underline{Z}_4 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 + 2\underline{Z}_M} = \frac{4220,3 + j1500}{50 + 40 + j30 + 2 \times j47,12} = \\ &= \frac{4479e^{j19,6^\circ}}{153,4e^{j54,1^\circ}} = 29,2e^{-j34,5^\circ} \text{ Ом} = (24,1 - j16,5) \text{ Ом}.\end{aligned}$$

З врахуванням $\underline{Z}_{34}''$ схема заміщення буде мати вигляд рис. 5.3:

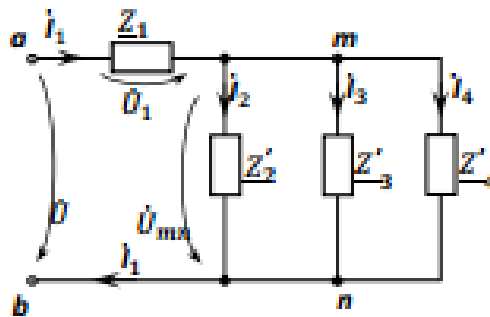


Рис. 5.3.

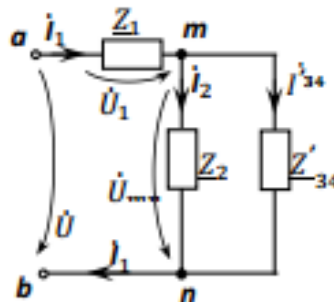


Рис. 5.4.

Комплексний еквівалентний опір, утворений паралельним з'єднанням опорів $\underline{Z}_{34}''$ та $\underline{Z}_2$ (рис. 5.4), визначається як:

$$\begin{aligned}\underline{Z}'_{mn} &= \frac{\underline{Z}'_{-34} \times \underline{Z}_2}{\underline{Z}'_{-34} + \underline{Z}_2} = \frac{29,2e^{-j34,5^\circ} \times 50e^{-j53,1^\circ}}{24,1 - j16,5 + 30 - j40} = \\ &= \frac{1460e^{-j87,6^\circ}}{78,2e^{-j46,2^\circ}} = 18,67e^{-j41,4^\circ} = (14 - j12,4) \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Комплексні еквівалентні потужності:

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}'_{mn} = 20 + j30 + 14 - j12,4 = 38,3e^{j27,4^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексний загальний струм у колі:

$$\dot{I}_1 = \dot{U} / \underline{Z}_e = 300e^{j0^\circ} / 38,3e^{j27,4^\circ} = 7,83e^{-j27,4^\circ} = (6,95 - j3,6).$$

Одночасно є струмом першої вітки і тому комплексний спад напруги:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \underline{Z}_1 \times \dot{I}_1 = 36,1e^{j56,3^\circ} \times 7,93e^{-j27,4^\circ} = 282,7e^{j28,9^\circ} = \\ &= (247,5 + j136,6) \text{ В.}\end{aligned}$$

Комплексні струми:

$$\begin{aligned}\dot{I}_2 &= \dot{U}_{mn} / \underline{Z}_2 = 146,2e^{-j68,8^\circ} / 50e^{-j53,1^\circ} = 2,92e^{-j15,7^\circ} = \\ &= (2,81 - j0,79) \text{ А;} \\ \dot{I}_3 &= \dot{U}_{mn} / \underline{Z}'_3 = 146,2e^{-j68,8^\circ} / 51,54e^{-j43,3^\circ} = 2,84e^{-j25,5^\circ} = \\ &= (2,57 - j1,21) \text{ А;} \\ \dot{I}_4 &= \dot{U}_{mn} / \underline{Z}'_4 = 146,2e^{-j68,8^\circ} / 65,2e^{-j23,7^\circ} = 2,24e^{-j45,3^\circ} = \\ &= (1,58 - j1,59) \text{ А.}\end{aligned}$$

Перевірка. Запишемо рівняння першого закону Кірхгофа для комплексних струмів у вузлі А (див. рис. 5.4):

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_4; \\ 6,95 - j3,6 &= 2,81 - j0,79 + 2,57 - j1,21 + 1,58 - j1,59 \\ (6,95 - j3,6) \text{ А} &\cong (6,96 - j3,59) \text{ А.}\end{aligned}$$

За другим законом Кірхгофа запишемо рівняння комплексних напруг для контуру $a - m - n - b - a$

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_{mn}; 300 = 247,5 + j136,6 + 52,9 - j136,3; \\ 300 \text{ В} &\approx (300,4 + j0,3) \text{ В.}\end{aligned}$$

Отже, розрахунки проведено вірно:

Комплексні спади напруги.

$$\begin{aligned}\dot{U}_3 &= \underline{Z}_3 \times \dot{I}_3 = 50 \times 2,84e^{-j25,5^\circ} = 142e^{-j25,5^\circ} = \\ &= (128,2 - j61,1) \text{ В;} \\ \dot{U}_4 &= \underline{Z}_4 \times \dot{I}_4 = 50e^{j36,9^\circ} \times 2,24e^{-j45,1^\circ} = 112e^{-j8,2^\circ} = \\ &= (110,9 - j16) \text{ В;}\end{aligned}$$

Комплексні падіння напруги на елементах взаємної індуктивності у третій та четвертій вітках:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{3M} &= \underline{Z}_M \times \dot{I}_4 = 47,12e^{j90^\circ} \times 2,24e^{-j45,1^\circ} = 105,6e^{j44,9^\circ} = \\ &= (74,8 + j74,5)V; \quad \dot{U}_{4M} = \underline{Z}_M \times \dot{I}_3 = 47,12e^{j90^\circ} \times 2,84e^{-j25,5^\circ} = \\ &133,8e^{j64,5^\circ} = \\ &= (57,6 + j120,8)V.\end{aligned}$$

Перевірка.

Оскільки комплексна напруга $\dot{U}_{mn}$ прикладена одночасно до третьої та четвертої віток, то з урахуванням взаємної індукції між ними при зустрічному паралельному з'єднанні індуктивностей (рис. 5.4), рівняння напруг матимуть вигляд:

$$\begin{aligned}\text{для вітки III:} \quad \dot{U}_{mn} &= \dot{U}_3 - \dot{U}_{3M} \\ 52,9 - j136,3 &= 128,2 - j61,1 - 74,8 - j74,5 \\ (52,9 - j136,3)V &\approx (54,4 - j135,6)V \\ 146,2e^{-j68,8^\circ} V &\cong 146,1e^{-j68,1^\circ} V;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{для вітки IV:} \quad \dot{U}_{mn} &= \dot{U}_4 - \dot{U}_{4M} \\ 52,9 - j136,3 &= 110,9 - j16 - 57,6 - j120,8 \\ (52,9 - j136,3)V &\cong (53,3 - j136,8)V \\ 146,2e^{-j68,8^\circ} V &\cong 146,8e^{-j68,7^\circ} V.\end{aligned}$$

Перевірка показує про не великі розбіжності в розрахунках.

Розрахунок миттєвих значень струмів та напруг.

Використаємо вже раніше розраховані комплексні значення:

$$\begin{aligned}\dot{U} &= 300e^{j0^\circ} V; \quad \dot{U}_1 = 282,7e^{j28,9^\circ} V; \quad \dot{U}_{mn} = 146,2e^{-j68,8^\circ} V; \quad \dot{U}_3 = 142e^{-j25,5^\circ} V; \\ \dot{U}_4 &= 112e^{-j8,2^\circ} V; \quad \dot{U}_{3M} = 105,6e^{j44,9^\circ} V; \quad \dot{U}_{4M} = 133,8e^{j64,5^\circ} V. \\ \dot{I}_1 &= 7,83e^{-j27,4^\circ} A; \quad \dot{I}_2 = 2,92e^{-j15,7^\circ} A; \quad \dot{I}_3 = 2,84e^{-j25,5^\circ} A; \quad \dot{I}_4 = 2,24e^{-j45,1^\circ} A.\end{aligned}$$

Миттєві значення синусоїдних величин відповідають дійсним частинам їхніх комплексних виразів, поданих в алгебраїчній формі:

$$\dot{U} = 300B;$$

$$u(t) = U_m \sin \omega t = 300\sqrt{2} \sin \omega t = 424 \sin \omega t B;$$

$$\dot{U}_1 = 282,7e^{j28,9^\circ} B;$$

$$u_1(t) = 282,7\sqrt{2} \sin(\omega t + 28,9^\circ) = 399,7 \sin(\omega t + 28,9^\circ) B;$$

$$\dot{U}_{mn} = 133,8e^{-j64,5^\circ} B;$$

$$u_{mn}(t) = 133,8\sqrt{2} \sin(\omega t - 64,5^\circ) = 189,2 \sin(\omega t - 64,5^\circ) B;$$

$$\dot{I}_1 = 7,83e^{-j27,4^\circ} A;$$

$$i_1(t) = 7,83\sqrt{2} \sin(\omega t - 27,4^\circ) = 11,1 \sin(\omega t - 27,4^\circ) A;$$

$$\dot{I}_2 = 2,92e^{-j15,7^\circ} A;$$

$$i_2(t) = 2,92\sqrt{2} \sin(\omega t - 15,7^\circ) = 4,1 \sin(\omega t - 15,7^\circ) A;$$

$$\dot{I}_3 = 2,84e^{-j25,5^\circ} A;$$

$$i_3(t) = 2,84\sqrt{2} \sin(\omega t - 25,5^\circ) = 4 \sin(\omega t - 25,5^\circ) A;$$

$$\dot{I}_4 = 2,24e^{-j45,1^\circ} A;$$

$$i_4(t) = 2,24\sqrt{2} \sin(\omega t - 45,1^\circ) = 3,2 \sin(\omega t - 45,1^\circ) A;$$

$$\dot{U}_3 = 142e^{-j25,5^\circ} B;$$

$$u_3(t) = 142\sqrt{2} \sin(\omega t - 25,5^\circ) = 201 \sin(\omega t - 25,5^\circ) B;$$

$$\dot{U}_4 = 112e^{-j8,2^\circ} B;$$

$$u_4(t) = 112\sqrt{2} \sin(\omega t - 8,2^\circ) = 158,4 \sin(\omega t - 8,2^\circ) B;$$

$$\dot{U}_{3M} = 105e^{j44,9^\circ} B;$$

$$u_{3M}(t) = 105\sqrt{2} \sin(\omega t + 44,9^\circ) = 149,3 \sin(\omega t + 44,9^\circ) B;$$

$$\dot{U}_{4M} = 133,8e^{j64,5^\circ} B;$$

$$u_{4M}(t) = 133,8\sqrt{2} \sin(\omega t + 64,5^\circ) = 189,2 \sin(\omega t + 64,5^\circ) B.$$

Розрахунок потужності кола

$$\begin{aligned}\tilde{S}_1 &= \dot{U}_1 \times \dot{I}_1 = 282,7 e^{j28,8^\circ} \times 7,83 e^{j27,8^\circ} = 2213 e^{j56,6^\circ} = \\ &= (1228 + j1841) \text{ ВА}; \\ \tilde{S}_2 &= \dot{U}_{mn} \times \dot{I}_2 = 146,2 e^{-j68,8^\circ} \times 2,92 e^{j13,7^\circ} = 426,9 e^{-j55,1^\circ} = \\ &= (256,3 - j341,4) \text{ ВА};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{S}_3 &= \dot{U}_{mn} \times \dot{I}_3 = 146,2 e^{-j68,8^\circ} \times 2,84 e^{j25,5^\circ} = 415,2 e^{-j43,3^\circ} = \\ &= (302,2 - j284,8) \text{ ВА}; \\ \tilde{S}_4 &= \dot{U}_{mn} \times \dot{I}_4 = 146,2 e^{-j68,8^\circ} \times 2,24 e^{j43,8^\circ} = 327,5 e^{-j25,0^\circ} = \\ &= (299,9 - j131,7) \text{ ВА}.\end{aligned}$$

Комплексна потужність живильника кола:

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \dot{U} \times \dot{I}_1 = 300 e^{j0^\circ} \times 7,83 e^{j27,8^\circ} = 2349 e^{j27,8^\circ} = \\ &= (2085 + j1081) \text{ ВА}.\end{aligned}$$

Баланс потужностей: сумарна комплексна потужність, спожита всіма ділянками кола, має дорівнювати комплексній потужності, що надходить до кола:

$$\tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3 + \tilde{S}_4 = \tilde{S}$$

До виразу підставляємо числові значення:

$$\begin{aligned}1228 + j1841 + 256,3 - j341,4 - \\ - j284,8 + 299,9 - j131,7 = 2085,5 + j1081 \\ (2086 + j1083) \text{ ВА} \cong (2085 + j1081) \text{ ВА}\end{aligned}$$

Отже, розрахуємо баланс активної та реактивної потужності:

$$\begin{aligned}2086 \text{ Вт} &\cong 2085 \text{ Вт}; \\ 1083 \text{ ВАр} &\cong 1081 \text{ ВАр}\end{aligned}$$

Похибка знаходиться в допустимих межах.

Якщо під'єднати ватметри до третьої та четвертої віток, вони зафіксують активні потужності, споживані цими вітками, які відповідають дійсним частинам комплексних потужностей $\tilde{S}_4; \tilde{S}_3$

$$P_3 = \operatorname{Re}\{\bar{S}_3\} = \operatorname{Re}\{302,2 - j284,8\} = 302,2 \text{ Вт};$$

$$P_4 = \operatorname{Re}\{\bar{S}_4\} = \operatorname{Re}\{229,7 - j131,7\} = 229,7 \text{ Вт}.$$

Теплові втрати у вітках III та IV:

$$P'_3 = R_3 \times I_3^2 = 50 \times 2,84^2 = 403,3 \text{ Вт};$$

$$P'_4 = R_4 \times I_4^2 = 40 \times 2,24^2 = 200,7 \text{ Вт}.$$

Порівнюючи покази ватметрів з тепловими втратами у вітках, можна визначити ефективність енергоспоживання та врахувати всі можливі втрати в колі.

$$P_3 - P'_3 = 302,2 - 403,3 = -101,1 \text{ Вт};$$

$$P_4 - P'_4 = 229,7 - 200,7 = 29,0 \text{ Вт},$$

Виявлено, що частина активної потужності, приблизно $\Delta P \cong 100 \text{ Вт}$, передається з четвертої вітки до третьої через дію взаємної індукції.

Практична робота №6

«Розрахунок трьох-фазного електричного кола, підключеного за схемою «зірка» без нульового провідника, з симетричним навантаженням електроприймачів»

Мета роботи: *засвоїти методику визначення параметрів трифазного електричного кола, підключеного за схемою «зірка» без нульового провідника, з симетричним навантаженням електроприймачів.*

Ключові слова: *трифазне електричне коло, схема «зірка», симетричне навантаження, фазна напруга, лінійна напруга, лінійний струм, потужність, електроприймач, синусоїдальний струм, система змінного струму.*

Key words: *three-phase electrical circuit, star circuit, symmetrical load, phase voltage, line voltage, line current, power, electrical receiver, sinusoidal current, alternating current system.*

Завдання:

- Визначити фазні та лінійні струми і напруги, коефіцієнт потужності, а також активну, реактивну та повну потужності симетричного трифазного приймача, під'єданого до трифазної мережі з лінійною напругою.
- Побудувати розрахункову схему підключення електроприймачів.
- Створити топографічну векторну діаграму струмів і напруг.

Таблиця 6.1 Вихідні дані до задачі

№ Варіанта	Ул, В	R _ф , Ом	X _ф , Ом
1	380	10	-4
2	220	12	10
3	127	14	-12
4	380	16	15
5	220	18	-14
6	127	20	18
7	380	22	-20
8	220	24	16
9	127	27	-10
10	380	30	8

11	220	11	-6
12	127	13	12
13	380	15	-8
14	220	17	14
15	127	19	-16
16	380	21	20
17	220	23	-18
18	127	25	22
19	380	26	-22
20	220	28	24
21	127	32	-24
22	380	34	26
23	220	36	-26
24	127	38	28
25	380	40	-28
26	220	42	30
27	127	44	-30
28	380	46	32
29	220	48	-32
30	127	50	34

Приклад.

Задано: $R_\phi = 40\text{М}; X_\phi = 30\text{М}; U_l = 380\text{В}$.

Розв'язання.

Оскільки кожна фаза навантаження розрахована на напругу, яка в $\sqrt{3}$ рази менша за лінійну напругу мережі, опори приймача необхідно з'єднати за схемою «зірка» (рис. 6.1, а). У такому випадку до кожної фази буде прикладено напругу, діюче значення якої визначається як:

$$U_a = U_b = U_c = U_\phi = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220\text{В}.$$

Оскільки навантаження в трифазному колі є симетричним, потреба у встановленні нейтрального проводу відсутня.

Розрахований опір фази: $Z_\phi = \sqrt{R_\phi^2 + X_\phi^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 50\text{М}$.

Дійсні (ефективні) значення фазних струмів, які одночасно є й лінійними:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi} = I_l = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{220}{5} = 44 \text{ A.}$$

Кутовий зсув між фазами

$$\phi_{ab} = \phi_{bc} = \phi_{ca} = \phi_{\phi} = \arctg\left(\frac{X_{\phi}}{R_{\phi}}\right) = \arctg\left(\frac{3}{4}\right) \cong 37^{\circ}.$$

Повні потужності приймача і фази:

$$S_{\text{прийм.}} = \sqrt{3} U_l I_l = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 44 = 28960 \text{ VA} = 28,96 \text{ kVA};$$
$$S_{\phi} = S_{\text{прийм.}} / 3 = 28960 / 3 = 9,653 \text{ kVA} = 9,653 \text{ kVA}.$$

Активні потужності приймача та фази:

$$P_{\text{прийм.}} = \sqrt{3} U_l I_l \cos \phi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 44 \cdot \cos 37^{\circ} = 23130 \text{ W} = 23,13 \text{ kW};$$
$$P_{\phi} = P_{\text{прийм.}} / 3 = 23130 / 3 = 7710 \text{ W} = 7,71 \text{ kW}.$$

Активна потужність кожної фази розсіюється на її активному (резистивному) опорі, тому:

$$P_{R\phi} = R_{\phi} \cdot I_{\phi}^2 = 4 \cdot 44^2 = 7,71 \text{ kW};$$

Реактивні потужності приймача та фази:

$$Q_{\text{прийм.}} = \sqrt{3} U_l I_l \sin \phi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 44 \cdot \sin 37^{\circ} = 17730 \text{ VAR} = 17,73 \text{ kVAR};$$
$$Q_{\phi} = Q_{\text{прийм.}} / 3 = 17730 / 3 = 5810 \text{ VAR} = 5,81 \text{ kVAR}.$$

Реактивна потужність кожної фази витрачається на формування магнітного поля котушки індуктивності цієї фази:

$$P_{X\phi} = X_{\phi} \cdot I_{\phi}^2 = 12 \cdot 44^2 = 5,81 \text{ kVAR};$$

На рис. 6.1. (б, в) показано векторну діаграму напруг і струмів та трикутник опорів фази.

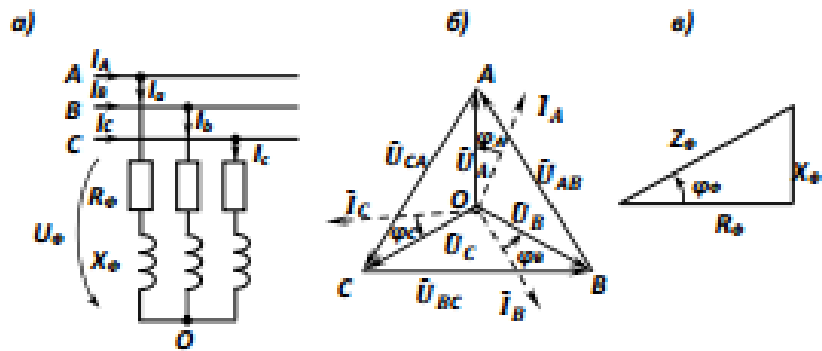


Рис. 6.1.

в) Обрыв фазы с (за відсутності нульового провідника):

У разі обриву фазы с та відсутності нульового провідника трифазне коло перетворюється на звичайне однофазне коло з послідовним з'єднанням навантажень фаз *a* та *b*. При цьому фазні напруги $U_{\phi a}$ і $U_{\phi b}$ мають однакову величину, яка становить половину лінійної напруги U_{AB} .

$$U_{\phi a} = U_{\phi b} = 220 / 2 = 110 \text{ В}$$

Фазні струми:

$$I_{\phi a} = I_{\phi b} = \frac{U_{AB}}{2z_{\phi}} = \frac{220e^{j0^\circ}}{2 \cdot 10e^{j53^\circ}} = 11e^{-j53^\circ} \text{ А};$$

$$I_{\phi c} = 0 \text{ А.}$$

$$I_N = 0 \text{ А.}$$

Активна потужність: $P = 2 \cdot U_{\phi} \cdot I_{\phi} \cdot \cos \varphi_{\phi} = 2 \cdot 110 \cdot 11 \cdot \cos 53^\circ = 1456 \text{ Вт};$

Екзаменаційні питання з дисципліни «ТОЕ Ч.2»

1. Основні визначення і класифікація багатофазних систем. Симетрична трифазна система електрорушійних сил (ЕРС).
2. Співвідношення між фазними і лінійними напругами і струмами трифазного електричного кола при з'єднанні «зіркою». Векторна діаграма напруг.
3. Співвідношення між фазними і лінійними напругами і струмами трифазного електричного кола при з'єднанні «трикутник». Векторна діаграма струмів.
4. Розрахунок симетричного трифазного кола.
5. Розрахунок несиметричного трифазного кола із статичним навантаженням (з'єднання споживача і генератора «зіркою», відомі фазні ЕРС генератора).
6. Розрахунок несиметричного трифазного кола із статичним навантаженням (споживач з'єднано «зіркою», відомі лінійні напруги).
7. Розрахунок несиметричного трифазного кола із статичним навантаженням (відома система лінійних напруг, споживач з'єднаний «трикутником», опори лінійних проводів дорівнюють нулю).
8. Розрахунок несиметричного трифазного кола із статичним навантаженням (відома система лінійних напруг, споживач з'єднаний «трикутником», опори лінійних проводів не дорівнюють нулю).
9. Розрахунок потужності трифазного кола (система має нейтральний провід, відомі фазні напруги генератора).
10. Розрахунок потужності трифазного кола (схема не має нейтрального проводу, відома система лінійних напруг).
11. Вимірювання активної потужності трифазного кола.
12. Вимірювання реактивної потужності трифазного кола.
13. Обертове магнітне поле.
14. Симетричні складові трифазної системи напруг чи струмів.
15. Властивості трифазного кола по відношенню до симетричних складових.
16. Опори симетричного трифазного кола для прямої, зворотної і нульової послідовностей. Розрахункові схеми.
17. Розрахунок симетричного трифазного кола з динамічним навантаженням при несиметричній системі вхідних напруг.
18. Розрахунок трифазного кола при несиметричному споживачі (поперечна несиметрія)
19. Розрахунок трифазного кола при несиметрії в лінії (повздовжня несиметрія).
20. Розкладання періодичної несинусоїдальної ЕРС в тригонометричний ряд Фур'є.

21. Розрахунок миттєвих струмів в лінійному колі з несинусоїдальними джерелами енергії.
22. Діючі та середні за період значення несинусоїдних струмів чи напруг.
23. Потужність кола несинусоїдного струму.
24. Вплив параметрів на форми кривих струму при несинусоїдній напрузі. Коефіцієнти, що характеризують несинусоїдні струми та напруги.
25. Магнітний потік та ЕРС котушки з феромагнітним осердям. Втрати в котушці.
26. Струм в котушці з феромагнітним осердям, якщо знехтувати втратами на гістерезис.
27. Струм в котушці з феромагнітним осердям, з урахуванням втрат на гістерезис.
28. Схеми заміщення та векторні діаграми котушки з феромагнітним осердям.
29. Розрахунок параметрів схеми заміщення котушки з феромагнітним осердям.
30. Причини виникнення перехідних процесів. Закони комутації. Початкові умови.
31. Перехідний, вимушений та вільний режим електричного кола.
32. Послідовність розрахунку перехідного процесу електричного кола класичним методом.
33. Характеристика вільного режиму RL кола.
34. Вмикання RL кола до джерела постійної ЕРС.
35. Вмикання RL кола до джерела синусоїдної ЕРС.
36. Коротке замикання RL кола.
37. Особливості перехідного процесу RL кола з реальною котушкою.
38. Характеристика вільного режиму RC кола.
39. Вмикання RC кола до джерела постійної ЕРС.
40. Вмикання RC кола до джерела синусоїдної ЕРС.
41. Коротке замикання RC кола.
42. Перехідні процеси в електричному колі з послідовним з'єднанням RLC .
43. Аперіодичний розряд конденсатора на RL коло.
44. Коливальний розряд конденсатора на RL коло.
45. Граничний аперіодичний розряд конденсатора на RL коло.
46. Вмикання RLC кола на джерело постійної ЕРС.
47. Операторний метод розрахунку перехідних процесів. Властивості перетворення Лапласа.
48. Закон Ома в операторній формі. Операторні схеми.
49. Закони Кірхгофа в операторній формі.
50. Перехід від зображень струмів до оригіналів. Формула розкладання.
51. Порядок розрахунку перехідного процесу операторним методом.

Список літературних джерел

1. Рудик А. В., Филипчук Л. В., Кулик Н. І. Теоретичні основи електротехніки. Частина 1. Практикум : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2024. 113 с. URL: <https://files.znu.edu.ua/files/Bibliobooks/Inshi78/0057613.pdf>
2. Воробкевича А., Шегедина О., Совин Р. Збірник задач з теоретичних основ електротехніки: навчальний посібник. Львів : Магнолія 2006, 2025. 224 с.
3. Хілов В., Койфман О., Рухлов А. Практикум з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки». Частина 1. Стаціонарні процеси у лінійних колах постійних, гармонійних однофазних, трифазних і полігармонійних струмів. Одеса : Олді+, 2024. 186 с.
4. Хілов В. Теоретичні основи електротехніки. Київ : Каравела, 2021. 468 с.
5. Шегедин О., Маляр В. Теоретичні основи електротехніки : навчальний посібник. . Ч. 1. Львів : Новий Світ – 2000, 2020. 168 с.
6. Кунденко М. П., Мардзявко В. А., Руденко А. Ю. Аналіз технології генерації НВЧ випромінення з визначенням адаптивного типу діодів для подальшого конструювання апаратів для знезараження. *Інтегровані технології та енергозбереження*. 2023. № 2. С. 24–37. URL: <http://ite.khpi.edu.ua/article/view/292410/285462>
7. Кунденко М. П., Піх Є. О. Розробка технологічної схеми НВЧ–установки для сушіння зерна. *Енергетика і автоматика*. 2021. № 2. С. 75–85. DOI: <https://doi.org/10.31548/energiya2021.05.075>
8. The influence of the design of the stator winding of a synchronous-reactive generator on increasing its energy efficiency / O. B. Iegorov et al. *Electrical Engineering & Electromechanics*. 2025. No. 5. P. 3–9. DOI: <https://doi.org/10.20998/2074-272x.2025.5.01>.

Навчальне видання

ТЕОРІЯ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ

Методичні рекомендації

Укладач: **Циганов** Олександр Миколайович

Руденко Андрій Юрійович

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 2,4.

Тираж 20 прим. Зам. № _____

Надруковано у видавничому відділі
Миколаївського національного університету
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.