

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ



Інженерно-енергетичний факультет
Кафедра загальнотехнічних дисциплін

ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.

Модуль "Кінематичний аналіз механізмів":

методичні рекомендації для виконання практичних робіт
здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
ОПП "Агроінженерія" спеціальності 208 "Агроінженерія"
денної та заочної форм здобуття вищої освіти

Миколаїв
2025

УДК 621.01
Т33

Рекомендовано до друку рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету від 08.12.25, протокол №4.

Укладачі:

Н. А. Доценко – д-р. пед. наук, професор, професор кафедри загальнотехнічних дисциплін, Миколаївський національний аграрний університет

Д. В. Бабенко – канд. техн. наук, професор, перший проректор, Миколаївський національний аграрний університет

Рецензенти:

О. А. Горбенко – канд. техн. наук, доцент кафедри агроінженерії, Миколаївський національний аграрний університет

Г. О. Іванов – канд. техн. наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін, Миколаївський національний аграрний університет

© Миколаївський національний аграрний університет, 2025

© Доценко Н. А., 2025

Зміст

Вступ.....	4
1. Кінематичний аналіз механізмів: теоретичні положення.	6
1.1. Побудова планів швидкостей механізму.....	7
1.2. План прискорень шарнірного чотириланкового механізму ...	10
1.3. Питання для самоконтролю	13
1.4. Самостійна робота	13
1.5. Інтерактивний тестовий навчальний тренажер «Структурний аналіз механізмів»	14
1.6. Структурний аналіз важільного механізму.....	15
1.7. Кінематичний синтез важільного механізму	17
1.8. Практична робота № 4 «Кінематичний аналіз механізму методом планів»	19
2. Кінематичне дослідження механізмів методом діаграм	31
2.1. Графічне диференціювання. Метод дотичних	31
2.2. Масштаби при графічному диференціюванні	34
2.3. Послідовність диференціювання методом хорд.....	35
2.4. Послідовність графічного інтегрування.....	38
2.5. Кінематичне дослідження механізмів аналітичними методами.....	39
2.6. Метод замкнених векторних контурів.....	39
2.7. Питання для самоконтролю	44
2.8. Самостійна робота	45
2.9. Інтерактивний тестовий навчальний тренажер «Кінематичне дослідження механізмів графічними та аналітичними методами».....	45
2.10. Практична робота №5 «Кінематичне дослідження механізму методом діаграм»	46
Література.....	49

Вступ

Теорія механізмів і машин посідає провідне місце серед загальнотехнічних дисциплін, які формують інженерну компетентність майбутніх фахівців аграрної галузі. Для здобувачів бакалаврського рівня спеціальності «Агроінженерія» ця дисципліна є основою для розуміння будови, принципів роботи, взаємодії та раціонального використання широкого спектра машинно-тракторної техніки, аграрних механізмів і виробничих агрегатів. Сучасна сільськогосподарська техніка складна та високотехнологічна, а її ефективність значною мірою залежить від правильного функціонування механічних систем, у яких реалізуються різні види руху, передачі енергії та перетворення силових взаємодій. Саме тому засвоєння основ кінематики та динаміки механізмів є ключовою умовою формування інженерного мислення.

Вивчення теорії механізмів і машин дозволяє здобувачам освіти оволодіти загальними принципами побудови механізмів, методами їх класифікації, розумінням структурних особливостей механічних систем і причинно-наслідкових зв'язків між рухами окремих ланок. Знання кінематичних закономірностей є необхідними не лише для аналізу готових конструкцій, а й для розроблення нових технічних рішень, удосконалення існуючих машин та створення інноваційних механізмів з покращеними функціональними характеристиками. Багато інженерних завдань у сфері агроінженерії вимагають уміння проводити кінематичні розрахунки, складати структурні схеми, здійснювати аналіз швидкостей і прискорень, визначати оптимальні параметри механізмів для конкретних умов експлуатації.

Модуль «Кінематичний аналіз механізмів» відіграє особливо важливу роль у підготовці фахівців, адже дозволяє на практиці застосувати теоретичні знання, отримати навички роботи зі схемами механізмів, освоїти методи побудови планів швидкостей і прискорень, а також навчитися ідентифікувати вплив кінематичних

параметрів на якість роботи машин. У процесі виконання практичних робіт здобувачі мають можливість не лише закріпити теоретичні положення, а й сформувати технологічне мислення, що лежить в основі проектування та експлуатації сучасних агротехнічних систем.

Метою цих методичних рекомендацій є надання систематизованих пояснень, алгоритмів і зразків виконання практичних завдань, які сприятимуть ефективній організації самостійної й аудиторної роботи здобувачів вищої освіти. Використання цього матеріалу дозволить студентам усвідомлено підходити до аналізу механізмів, глибше зрозуміти закономірності їх руху, підвищити рівень професійної підготовки та сформувати компетенції, необхідні для подальшої інженерної діяльності в галузі агроінженерії.

1.Кінематичний аналіз механізмів: теоретичні положення.

Визначення траєкторій точок дозволяє усвідомити картину взаємного положення ланок за час одного періоду руху і намітити контур корпусу машини, що особливо важливо при переміщенні ланок усередині нього, коли існує небезпека зіткнення ланок.

При проектуванні механізму, швидкості використовуються для розрахунку сил, потужностей, зносостійкості, а також для визначення дійсного руху машини і прискорень; без прискорень неможливо розрахувати навантаження ланок і рухливих з'єднань.

Кінематичний аналіз існуючого чи проектного механізму проводиться, якщо задано рух ведучої ланки. Задачі кінематичного аналізу можна вирішувати графічними, чи аналітичними методами.

Графічні методи наочні і у багатьох випадках прості. Вони вимагають креслення механізму для ряду положень ведучої ланки за один період руху і виконання, відповідно цим положенням, масштабних побудов планів швидкостей і прискорень.

Для кінематичного аналізу кожен план механізму викреслюється окремо. Однак, якщо необхідно накреслити траєкторію якоїсь точки, то всі плани сполучають на одному кресленні і всі положення цієї точки з'єднуються лінією.

Плани механізмів із двоповідкових структурних груп будують методом засічок.

Швидкості і прискорення окремих точок механізму графічно можна визначити за допомогою миттєвих центрів швидкостей і миттєвих центрів прискорень, методом планів і методом кінематичних діаграм.

Способи визначення швидкостей і прискорень за допомогою їх миттєвих центрів вивчався в курсі теоретичної механіки.

Найбільше поширення отримав універсальний метод планів, що має більш високу точність з усіх графічних методів. Побудова планів швидкостей і прискорень виконують на основі положень, виведених у курсі теоретичної механіки для плоскопаралельного руху твердого тіла і складного руху точки.

Основні положення методу планів швидкостей і прискорень для механізмів із двоповідковими групами були розроблені О. Мором, ще в 1887р.

1.1. Побудова планів швидкостей механізму.

Задача по визначенню швидкостей, яку будемо вирішувати графічною побудовою плану швидкостей, виконується при розрахованих масштабних коефіцієнтах. Розрізняють масштаб і масштабний коефіцієнт. Масштабом фізичної величини називають довжину відрізка в міліметрах, що зображує одиницю цієї величини.

Масштабним коефіцієнтом фізичної величини називають відношення числового значення фізичної величини у властивих їй одиницях до довжини відрізка (у мм), який зображує цю величину графічно. Масштаб і масштабний коефіцієнт є взаємно зворотними величинами. Надалі будемо вказувати тільки масштабні коефіцієнти, що позначаються буквою μ з індексом, що вказує до якої величини вони відносяться. Наприклад, масштабний коефіцієнт довжини – $\mu_l = \frac{l_{OA}}{OA} \frac{\text{м}}{\text{мм}}$

На рис. 1.1. а зображений план шарнірного чотириланкового механізму, побудований у визначеному креслярському масштабі для заданого значення узагальненої координати φ , при відомих довжинах ланок, а також кутовій швидкості початкової ланки ω_1 . Якщо задана частота обертання кривошипа n_1 то для визначення ω_1 використовується співвідношення: $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} (\text{с}^{-1})$

Швидкість обертання кривошипа приймаємо: $\omega_1 = \text{const.}$ Тоді швидкість точки А, яка належить кривошипу 1, визначається за формулою $V_A = \omega_1 \cdot l_{OA}$, яка спрямована перпендикулярно до ланки ОА.

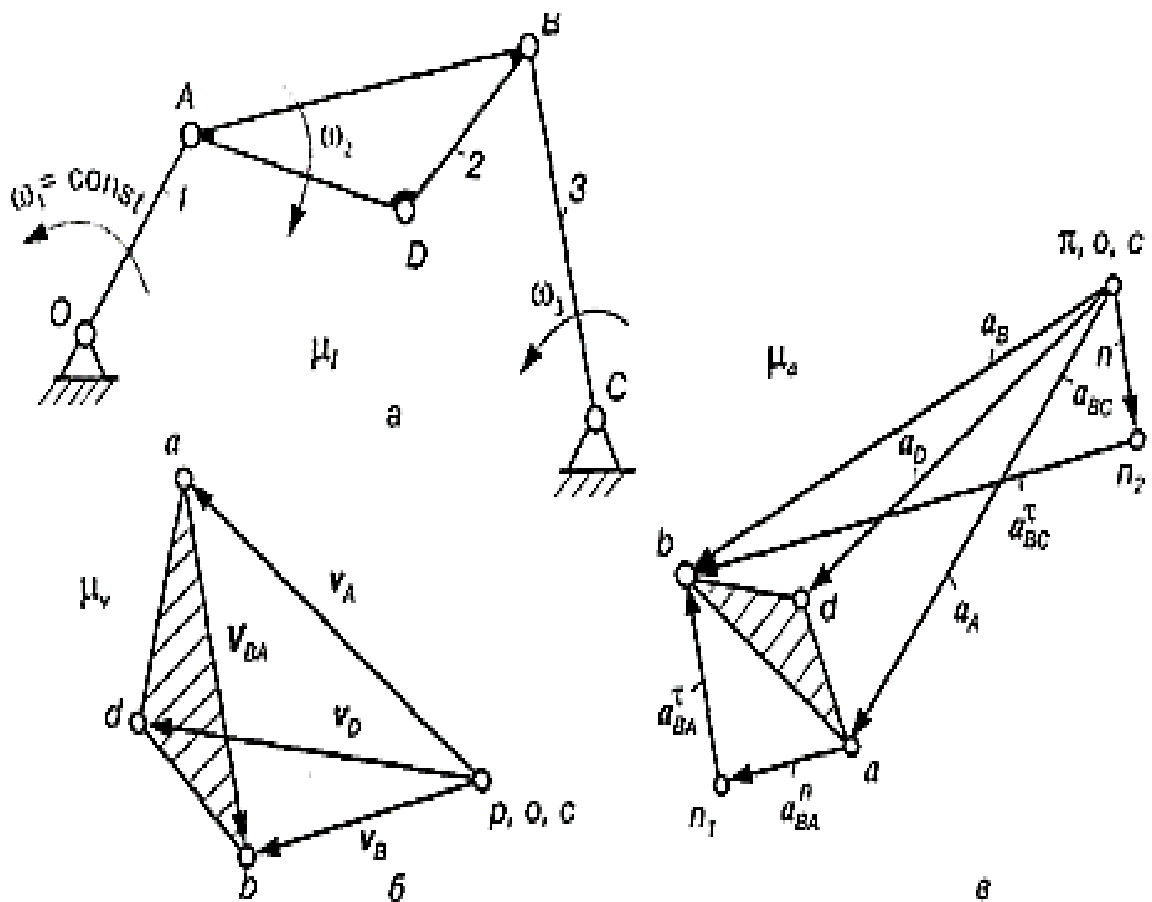


Рис. 1.1. План шарнірного чотириланкового механізму

Відкладаємо вектор цієї швидкості у масштабі $\mu_v = \frac{V_A}{ra} \left(\frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}} \right)$, попередньо вибравши відрізок ra (рис. 1.1, б).

Довжина відрізка ra може бути обрана довільно. Іноді приймають $ra = OA$, тоді побудови проведені при цьому значенні μ_v називають побудовами планів швидкостей в масштабі кривошипа.

Далі знаходимо швидкість точки B , що є загальною для ланок 2 і 3. Скориставшись теоремою про додавання швидкостей у переносному і відносному рухах, запишемо рівняння, які з'єднують швидкості точок B і A , а також B і C .

Переносним рухом вважаємо поступальний рух ланки 2 зі швидкістю V_A точки A , а відносним – обертовий рух ланки 2 зі швидкістю V_{BA} навколо точки A .

Для визначення швидкості т. B складаємо векторні рівняння:

$$\vec{V}_B = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_{BA}}}; \vec{V}_{BA} \perp BA; V_{BA} = \omega_2 \cdot \ell_{AB}; \vec{V}_B = \underline{\underline{\vec{V}_C}} + \underline{\underline{\vec{V}_{BC}}};$$

$$\vec{V}_C = 0; \vec{V}_{BC} \perp BC; \quad (1.1)$$

(Двома лініями підкреслено вектор, відомий по модулю і напрямку, однією лінією, тільки по напрямку).

Векторне рівняння, яке має два невідомих, може бути вирішено графічно. Отже, з рівнянь (1.1) можна знайти вектори швидкостей V_B і V_{BA} графічною побудовою трикутника векторів. Для цього проведемо через точку a (рис. 1.1, б) лінію, яка показує напрямок вектора відносної швидкості V_{BA} , а з полюса p напрямок вектора відносної швидкості V_{BC} . Точка перетину цих ліній визначить точку b , а отже і величину цих векторів у масштабі μ_v : $V_{BA} = ab \cdot \mu_v$, $V_B = pb \cdot \mu_v$

Вектор швидкості V_{BA} , зображається відрізком ab , причому стрілка вектора спрямована до точки b , що відповідає першій букві індексу.

Після того, як визначені швидкості двох точок на ланці 2, можна визначити модуль кутової швидкості цієї ланки (рад/с).

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{AB}} \quad (1.2).$$

Для визначення напрямку кутової швидкості ланки 2 переносимо подумки вектор швидкості V_{BA} в точку B і розглядаємо її умовний рух відносно точки A , в даному випадку рух точки B і відповідно напрямок ω_2 напрямлений за ходом годинникової стрілки.

З рис. 1.1, б видно, що абсолютні швидкості зображені векторами, що виходять з полюса плану швидкостей, а кінці цих векторів лежать на відрізку ab , який зображає на плані швидкостей відносну швидкість V_{BA} ланки 2.

Для визначення швидкості точки D , яка належить ланці 2, але не лежить на AB , скористаємось двома векторними рівняннями:

$$\vec{V}_D = \underline{\underline{\vec{V}_A}} + \underline{\underline{\vec{V}_{DA}}}; \vec{V}_D = \underline{\underline{\vec{V}_B}} + \underline{\underline{\vec{V}_{DB}}}, \text{ побудова яких графічно виконана.}$$

Неважко побачити, що трикутник abd в плані швидкостей

подібний трикутнику ABD на схемі механізму, так як їх сторони взаємноперпендикулярні. Крім того, вершини цих трикутників розташовані подібно, тобто букви обох контурів читаються в одній і тій же послідовності при однаковому напрямку обходу контуру: наприклад, при обході контурів по ходу годинникової стрілки одержуємо abd і ABD .

Зазначена властивість подібності справедлива для будь-якого числа точок на ланці механізму. Звідси випливає теорема подібності: *відрізки прямих ліній, що з'єднують точки тієї самої ланки на плані механізму і відрізки прямих, що з'єднують кінці векторів швидкостей цих точок на плані швидкостей, утворюють подібні і однаково розташовані фігури*. Теорема подібності дає можливість визначити швидкість будь-якої точки ланки, якщо відомі швидкості двох точок цієї ланки.

1.2. План прискорень шарнірного чотириланкового механізму

Рівняння, що використовуються при побудові плану прискорень, відрізняються від рівнянь для побудови плану швидкостей тільки розкладанням повних прискорень на складові. Так повне прискорення точки A є геометрична сума нормального і дотичного прискорень: $\alpha_A = \alpha_A^n + \alpha_A^\tau$

Побудову плану прискорень цього механізму також розпочнемо з першої ланки. Прискорення точки A при $\omega_1 = \text{const}$ визначимо за формулою нормального прискорення $a_A = \alpha_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}$

Вибравши полюс плану прискорень π (рис. 1.2, в) відкладемо від нього відрізок πa , який відповідає прискоренню точки A у

$$\text{масштабі } \mu_a: \quad \mu_a = \frac{\alpha_A}{\pi \alpha}, \quad \text{м/с}^2 \cdot \text{мм}.$$

Прискорення точки A спрямовано по лінії AO від точки A до точки O .

Для знаходження прискорення точки B складемо два векторні рівняння:

$$\vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_A + \vec{\alpha}_{BA}^n + \vec{\alpha}_{BA}^\tau; \quad \vec{\alpha}_B = \vec{\alpha}_C + \vec{\alpha}_{BC}^n + \vec{\alpha}_{BC}^\tau \quad (1.2)$$

Згідно з першим рівнянням системи (1.2) кінець першого вектора $\vec{\alpha}_A$ повинен збігатися з початком вектора α_{BA}^n нормального прискорення точки B відносно A , величина якого визначається за формулою:

$$\alpha_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{\ell_{AB}}, \text{ або } \alpha_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot \ell_{AB} \quad (1.3)$$

У вибраному масштабі цей вектор буде зображено відрізком.

$$\alpha \bar{n}_1 = \frac{\alpha_{BA}^n}{\mu_a}, \text{ мм} \quad (1.4)$$

Прискорення α_{BA}^n направлене вздовж осі ланки AB від точки B до точки A . Через точку n_1 згідно з цим самим рівнянням необхідно провести лінію – напрямок дотичного прискорення α_{BA}^τ , величина останнього невідома, відомий лише його напрямок — перпендикулярний до лінії AB .

Розглянемо друге рівняння (1.2). Прискорення точки C дорівнює нулю, тому точка c збігається з полюсом плану.

Прискорення $\alpha_{BC}^n = \omega_3^2 \cdot \ell_{BC}$ і направлене від точки B до точки C .

Відрізок $\pi n_2 = \frac{\alpha_{BC}^n}{\mu_a}$, який відповідає прискоренню α_{BC}^n , на планів

відкладаємо від точки π . Через точку n_2 проведемо лінію-напрямок дотичного прискорення $\alpha_{BC}^\tau \perp BC$ до перетину з лінією-напрямок прискорення α_{BA}^τ . Точка перетину b цих ліній визначить величину і напрямок прискорення точки B та величини дотичних прискорень (у масштабі μ_a). Прискорення точки D отримаємо методом подібності, побудувавши подібний до ланки ABD трикутник abd . Відрізки ad і bd визначимо із пропорцій:

$$ad = ab \frac{AD}{AB}; \quad bd = ad \frac{BD}{AD} \quad (1.5)$$

Щоб знайти прискорення точки D , можна також записати векторні рівняння, виразивши прискорення точки D через прискорення точок A і B , тобто

$$\vec{\alpha}_D = \vec{\alpha}_A + \vec{\alpha}_{DA}^n + \vec{\alpha}_{DA}^\tau; \quad \vec{\alpha}_D = \vec{\alpha}_B + \vec{\alpha}_{DB}^n + \vec{\alpha}_{DB}^\tau \quad (1.6)$$

Плани прискорень на основі цих рівнянь будуються так само, як і для точки B .

Модуль кутових прискорень ланок 2 і 3 знайдемо за формулами:

$$\varepsilon_2 = \alpha_{BA}^\tau / \ell_{AB}; \quad \varepsilon_3 = \alpha_{BC}^\tau / \ell_{BC} \quad (1.7)$$

Для визначення напрямку ε_2 і ε_3 перенесемо вектори α_{BA}^τ і α_{BC}^τ у точку B і розглянемо, в який бік ці вектори повертають ланки відповідно AB і BC .

Основні властивості планів швидкостей і прискорень для плоских важільних механізмів з ведучою ланкою – кривошипом:

1. Вектори абсолютних швидкостей (прискорень) точок механізму завжди спрямовані від полюса.

2. Вектори відносних швидкостей (повних відносних прискорень) точок однієї ланки з'єднують кінці векторів абсолютних швидкостей (прискорень) цих точок.

3. Вектори відносних швидкостей (повних відносних прискорень) точок однієї ланки утворюють фігури, подібні і однаково розташовані однойменним фігурам на плані механізму. Назва відносної швидкості містить ті ж букви, між якими розташовується вектор відносної швидкості.

4. Напрямок повних відносних і дотичних прискорень залишається таким же як і для швидкостей. Ці прискорення направлені до тієї букви плану прискорень яка стоїть першою в позначенні: прискорення $\vec{\alpha}_{bA}$ направлено до точки b ; прискорення $\vec{\alpha}_{cB}^\tau$ направлено до точки c і т.п.

Крім того, напрямок відрізка який зображає нормального прискорення буде співпадати з напрямком взятим у відповідній

точці ланки до центра її обертання. Наприклад, відрізок $b\bar{n}_1$, який відображає нормального прискорення $\bar{a}_{CB}^n$ на плані прискорень направлений вздовж лінії (паралельно) CB від $C \rightarrow B$.

1.3. Питання для самоконтролю

- 1) Що є метою кінематичного аналізу механізму?
- 2) Чи повинен передувати кінематичному аналізу структурний аналіз механізму?
- 3) Які ланки механізму можуть бути прийняті вхідними?
- 4) Якими методами може виконуватися кінематичний аналіз механізму?
- 5) Що називається планом механізму?
- 6) Як визначається масштаб графічних побудов при графоаналітичному методі кінематичного аналізу?
- 7) Що розуміється під терміном «швидкість», «прискорення»?
- 8) Як визначити швидкості точок ланок механізму графоаналітичним методом?
- 9) Як знайти величину і напрям кутових швидкостей ланок механізму?
- 10) Як направлені нормальні і тангенціальні прискорення точок ланок механізму?
- 11) Як визначити повні відносні і абсолютні прискорення точок ланок механізму?
- 12) Як визначити величину і напрям кутових прискорень ланок механізму?

1.4. Самостійна робота

Для того, щоб відповісти на контрольні питання, пропонується ще раз переглянути пройдений матеріал курсу на платформі дистанційного навчання та відповісти на питання після кожного пункту лекції. Тому необхідно увійти на платформу дистанційного навчання MOODLE, ввести свій логін та пароль, зайти на свою сторінку користувача та зареєструватися на курс. Також на смартфоні або комп'ютері повинен бути завантажений додаток для

читання QR-кодів. Наступним кроком є сканування зображення коду та ознайомлення з теорією або виконання завдання до пройденого матеріалу.

В даному завданні для самоконтролю матеріал до теми «Кінематичний аналіз механізмів» у вигляді мультимедійної презентації. Посилання на ресурс наведено нижче.



Рис. 1.2. Мультимедійна презентація
«Кінематичний аналіз механізмів»

1.5. Інтерактивний тестовий навчальний тренажер «Структурний аналіз механізмів»

В даному тестовому завданні представлено електронний тестовий навчальний тренажер до теми «Кінематичний аналіз механізмів». Посилання на ресурс наведено нижче. Необхідно за допомогою програми сканування QR-кодів відсканувати зображення коду та пройти тест. Після проходження тесту здобувач вищої освіти побачить результат.



Рис. 1.3. Електронний тестовий навчальний тренажер до теми
«Кінематичний аналіз механізмів»

1.6. Структурний аналіз важільного механізму

- Накреслити структурну схему заданого механізму і записати вихідні дані.
- Виконати структурне дослідження важільного механізму.
 - 1) Накреслити структурну схему механізму згідно завдання. Структурною називається така схема механізму, яка зображена без врахування розмірів ланок і масштабу побудови.

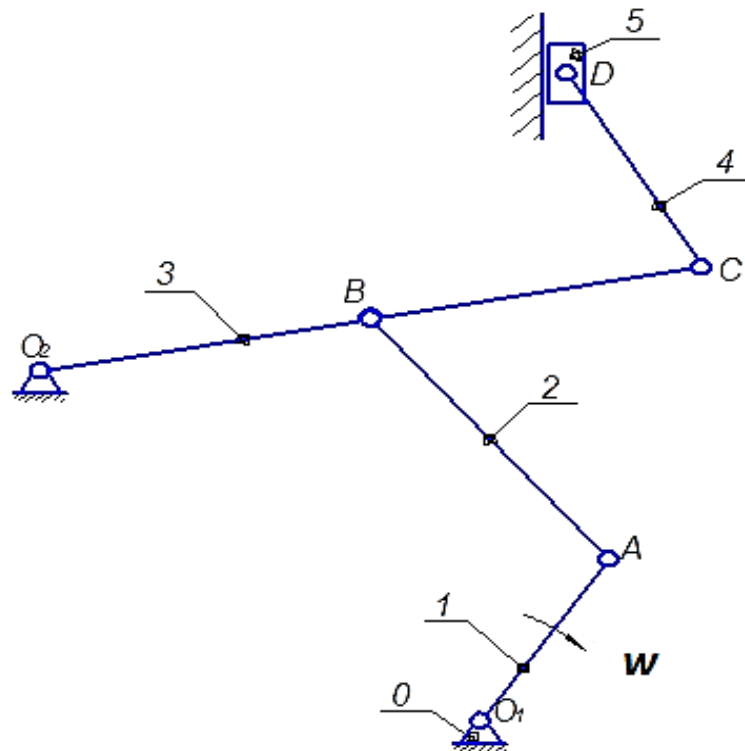


Рис. 1.4. Структурна схема механізму

2) Пронумерувати ланки арабськими цифрами, а кінематичні пари позначити великими буквами латинського алфавіту (рис. 4).

3) Визначити ступінь вільності механізму за формулою Чебишева.

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 \quad (1.8)$$

де n – число рухомих ланок; p_5 і p_4 – відповідно число кінематичних пар п'ятого і четвертого класів. В нашому прикладі: $n=5$, це кривошип 1, шатуни 2 і 4, коромисло 3 і повзун 5; $p_5=7$

(обертальні кінематичні пари O_1, O_2, A, B, C, D і поступальна пара повзун–стояк), $p_4=0$.

Підставивши ці значення в формулу Чебишева, одержимо

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Це означає, що задана схема буде являтися механізмом при одній ведучій ланці. В нашому випадку це ланка 1 – кривошип.

- 4) Розкласти механізм на структурні групи Ассура і визначити їх клас, порядок і вид.
- 5) Від'єднати кінцеву групу (ланки 4 і 5) і зобразити їх окремо.

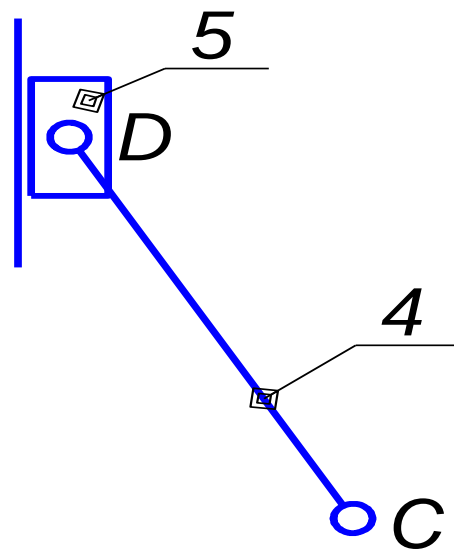


Рис. 1.5. Кінцева група Ассура

Це група Ассура 2 класу, 2 порядку і 2 виду.

- 6) Від'єднати передкінцеву групу (ланки 2 і 3) і зобразити їх окремо.

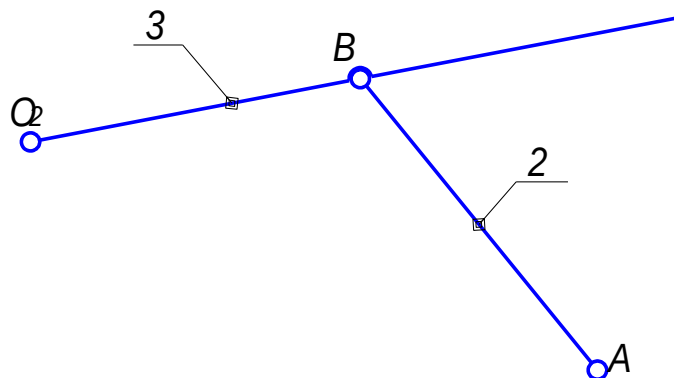


Рис. 1.6. Передкінцева група Ассура

Це група Ассура 2 класу, 2 порядку і 1 виду.

7) Від'єднати і зобразити окремо вихідний механізм (ланки 0 і 1).

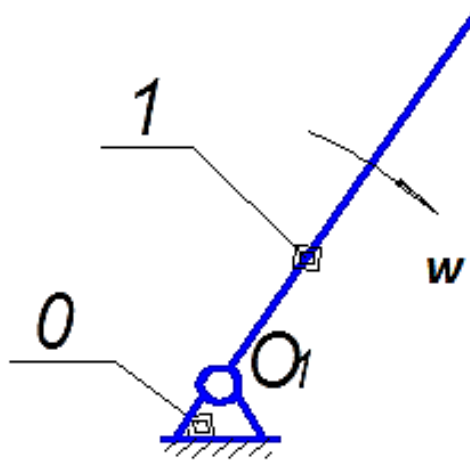


Рис. 1.7. Вихідний механізм

8) Визначити клас механізму в цілому.

Проаналізувавши структуру механізму можемо зробити висновок, що в цілому, це буде механізм 2 класу і утворився він послідовним приєднанням до вихідного механізму (ланки 0 і 1), груп Ассура (спочатку ланки 2 і 3, а пізніше ланки 4 і 5).

Цього порядку утворення механізму (послідовність приєднання груп Ассура) пізніше потрібно придержуватись при кінематичному і кінетостатичному дослідженнях.

1.7. Кінематичний синтез важільного механізму

Кінематична схема механізму і вихідні дані.

Схема механізму побудована в масштабі μ_l із врахуванням всіх розмірів ланок називається кінематичною.

Таблиця 1

Вихідні дані

Позначення					
Величина					

Примітка:

1. В крайньому верхньому положенні ланки 5 кут $\beta = 90^\circ$.

$$2. l_{BC} = l_{BO_2}.$$

1) Виконати кінематичний синтез заданого механізму, визначивши необхідні розміри ланок.

Однією із задач кінематичного синтезу механізмів являється такий підбір розмірів ланок, щоб за весь час роботи механізму задовольнялись наперед поставлені вимоги, а саме: щоб визначені точки ланок рухались по заданих траєкторіях, або за визначеними законами.

Результати синтезу механізму звести в табл. 2.

Таблиця 2

Дійсні розміри ланок

Позначення	O_1A	B	A_2B	B_2C	C
Величина кресленні, мм					
Дійсна величина, м					

2) Накреслити кінематичну схему шарнірно-важільного механізму в заданому положенні в масштабі μ_l . За початок відліку прийняти положення ведучої ланки, яке відповідає початку робочого ходу механізму.

3) Кінематична схема механізму.

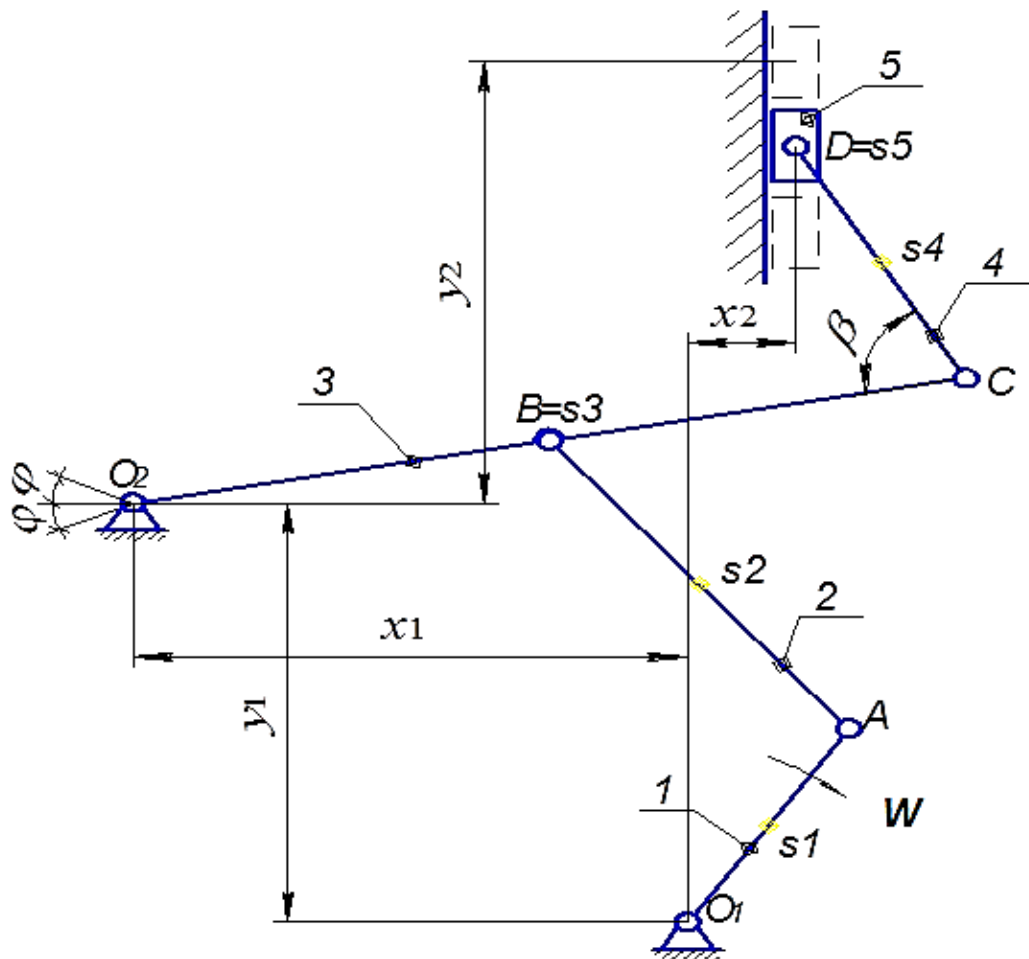


Рис. 8. Кінематична схема механізму

1.8. Практична робота № 4 «Кінематичний аналіз механізму методом планів»

1) Накреслити кінематичну схему шарнірно-важільного механізму в заданому положенні, в масштабі μ_l (рис. 1,а) використовуючи вихідні дані із рис. 1 і табл. 2. За початок відліку прийняти те положення ведучої ланки O_1A , коли ведена ланка D займає крайнє положення на початку робочого ходу. Знайти друге крайнє положення механізму. Пронумерувати ланки, позначити кінематичні пари.

2) Кінематичне дослідження механізму методом планів швидкостей (рис. 1.1, б).

3) Визначимо швидкість точки А.

$$v_A = \omega_1 l_{O_1A}, [м/с] \quad (1.8)$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30}, [\text{рад/с}] \quad (1.9)$$

4) Вибираємо масштаб плану швидкостей.

$$\mu_v = \frac{v_A}{p_v a}, \left[\frac{\text{м/с}}{\text{мм}} \right].$$

Побудову планів швидкостей розпочинаємо для вибраного положення механізму. Із точки p_v – полюса плану швидкостей, відкладемо відрізок довільної величини, так щоб план швидкостей мав необхідні розміри, наприклад $p_v a = 100 \text{ мм}$. Відрізок $p_v a$ направляємо паралельно до ведучої ланки $O_1 A$ від центру її обертання.

5) Визначаємо швидкість точки B , для чого складемо векторні рівняння

$$\begin{cases} \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} \\ \vec{v}_B = \vec{v}_{O_2} + \vec{v}_{BO_2} \end{cases} \quad (1.10)$$

Вектор швидкості $\vec{v}_{BA}$ направляємо паралельно до ланки BA і прикладаємо до кінця вектора швидкості $\vec{v}_A$. Швидкість $\vec{v}_{O_2} = 0$. Вектор швидкості $\vec{v}_{BO_2}$ проводимо із полюса плану швидкостей p_v , паралельно до ланки BO_2 до перетину із вектором швидкості $\vec{v}_{BA}$. На перетині цих векторів одержимо точку b , яку сполучимо із полюсом плану швидкостей p_v . Вектор $\overrightarrow{p_v b}$ показує повну швидкість точки B .

6) Визначаємо швидкість точки C , використовуючи відношення

$$\frac{l_{CO_2}}{l_{BO_2}} = \frac{p_v c}{p_v b} \Rightarrow p_v c = p_v b \frac{l_{CO_2}}{l_{BO_2}} \quad (1.11)$$

тут $p_v c$ і $p_v b$ – відрізки із плану швидкостей.

7) Визначаємо швидкість точки D , для чого складаємо векторні рівняння.

$$\begin{cases} \vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_{DC} \\ \vec{v}_D = \vec{v}_0 + \vec{v}_{D0} \end{cases} \quad (1.12)$$

де $\vec{v}_0 = 0$ – швидкість стояка; $\vec{v}_{D0}$ – швидкість точки D відносно стояка.

Вектор швидкості $\vec{v}_{DC}$ направляємо паралельно до ланки DC і прикладаємо до кінця вектора швидкості $\vec{v}_C$. Вектор швидкості $\vec{v}_D$ проводимо із полюса плану швидкостей перпендикулярно напрямку $y-y$ (так як план повернутий) до перетину із вектором швидкості $\vec{v}_{DC}$.

На перетині цих векторів одержимо точку d , яку сполучимо із точкою p_v . Вектор $\overrightarrow{p_v d}$ показує повну швидкість точки D .

8) Визначимо швидкості точок S_2 , S_3 і S_4 – центрів мас відповідно другої, третьої і четвертої ланок.

Місцезнаходження точок s_2 , s_3 і s_4 знаходимо із умови подібності ланок механізму відповідним відрізкам на плані швидкостей.

$$v_{S_2} = p_v s_2 \cdot \mu_v, \quad v_{S_3} = p_v s_3 \cdot \mu_v, \quad v_{S_4} = p_v s_4 \cdot \mu_v$$

9) Визначимо з рис. 9 дійсні величини швидкостей всіх вказаних на схемі механізму точок.

$$v_B = p_v b \cdot \mu_v, \quad v_C = p_v c \cdot \mu_v, \quad v_D = p_v d \cdot \mu_v, \quad v_{BA} = ab \cdot \mu_v, \quad v_{DC} = cd \cdot \mu_v,$$

Відрізки $p_v b$, $p_v c$, ab і т.д. беруться з планів швидкостей.

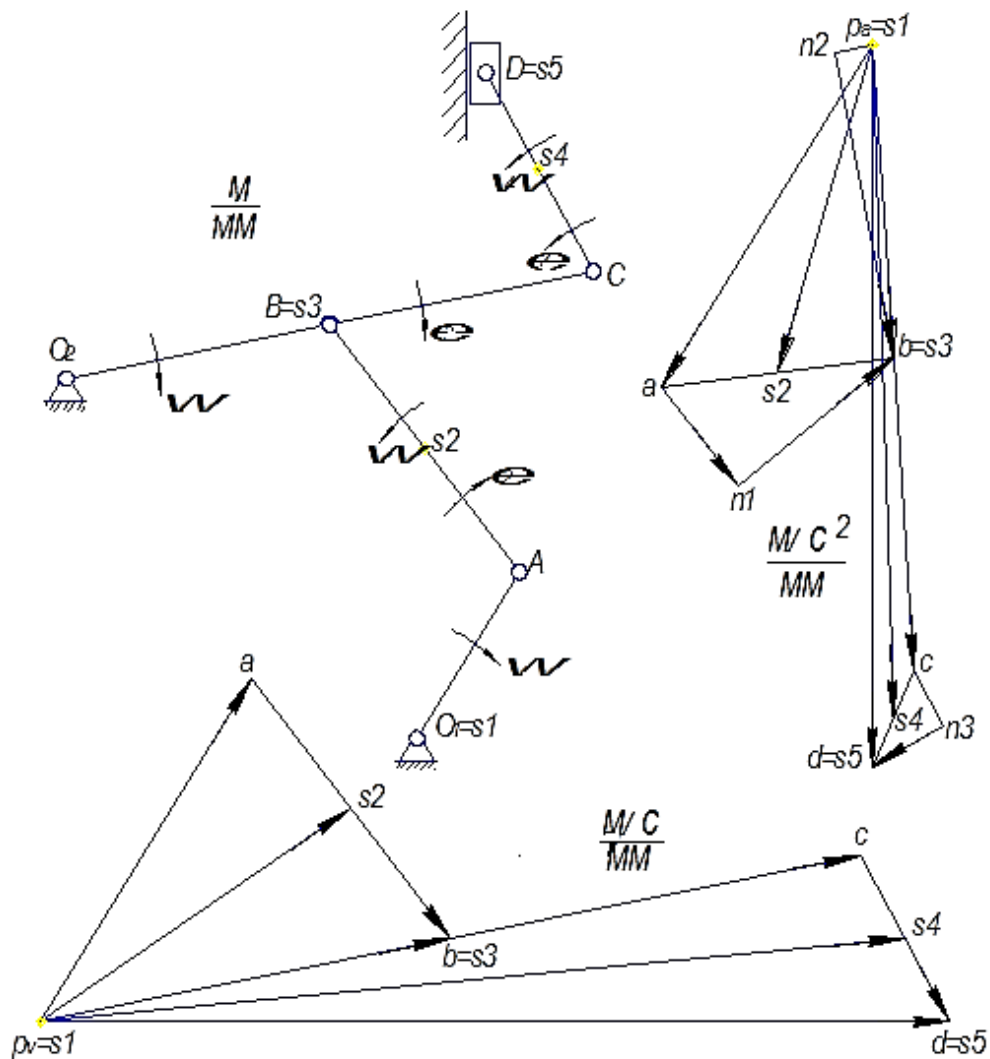


Рис. 1.9. Кінематична схема механізму та
плани швидкостей і прискорень
a – кінематична схема механізму; *б* – повернутий план
швидкостей; *в* – план прискорень.

(План швидкостей побудований повернутим на 90° проти обертання ведучої ланки).

- 10) Кінематичне дослідження механізму методом планів прискорень.

Примітка: Будуємо план прискорень для заданого положення механізму (рис.1.9 в).

Визначимо прискорення точки *A*

$$a_A = \omega_1^2 l_{O_1A}, \left[\frac{M}{C^2} \right] \quad (1.16)$$

- 11) Вибираємо масштаб плану прискорень

$$\mu_a = \frac{a_A}{p_a a}, \left[\frac{m/c^2}{mm} \right] \quad (1.17)$$

Із точки p_a – полюса плану прискорень, відкладемо відрізок довільної величини паралельно кривошипу O_1A до центру його обертання. Величину відрізка $p_a a$ вибираємо так, щоб план прискорень мав необхідні розміри наприклад $p_a a = 100 \text{ мм}$.

12) Визначаємо прискорення точки B , для чого складемо векторні рівняння

$$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau \\ \vec{a}_B = \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{BO_2}^n + \vec{a}_{BO_2}^\tau \end{cases} \quad (1.18)$$

$$\text{де } a_{BA}^n = \frac{v_{BA}^2}{l_{BA}}, \quad a_{BO_2}^n = \frac{v_{BO_2}^2}{l_{BO_2}} \quad (1.19).$$

Відрізки в mm , що потрібно відкласти на плані прискорень

$$an_1 = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}, \quad p_a n_2 = \frac{a_{BO_2}^n}{\mu_a} \quad (1.20).$$

Вектор прискорення $\vec{a}_{BA}^n$ прикладаємо до кінця вектора $\overrightarrow{p_a a}$ і направляємо паралельно ланці BA від точки B до точки A довжиною an_1 . Перпендикулярно до цього вектора проведемо лінію дії прискорення $\vec{a}_{BA}^\tau$. Прискорення $\vec{a}_{O_2} = 0$. Вектор прискорення $\vec{a}_{BO_2}^n$ проводимо із полюса p_a паралельно ланці BO_2 від точки B до точки O_2 довжиною $p_a n_2$. Перпендикулярно до цього вектора проводимо лінію дії прискорення $\vec{a}_{BO_2}^\tau$ до перетину із лінією дії прискорення $\vec{a}_{BA}^\tau$. На перетині цих ліній отримаємо точку b . Сполучимо точку b з полюсом p_a . Вектор $\overrightarrow{p_a b}$ показує повне прискорення точки B .

13) Визначимо прискорення точки C

$$\frac{l_{CO_2}}{l_{BO_2}} = \frac{p_a c}{p_a b} \Rightarrow p_a c = p_a b \frac{l_{CO_2}}{l_{BO_2}} \quad (1.21)$$

тут $p_a c$ і $p_a b$ – відрізки із плану прискорень.

14) Визначимо прискорення точки D , для чого складемо векторні рівняння

$$\begin{cases} \vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau \\ \vec{a}_D = \vec{a}_0 + \vec{a}_{D0}^n + \vec{a}_{D0}^\tau \end{cases} \quad (1.22)$$

де $\vec{a}_0 = 0$ – прискорення стояка; $\vec{a}_{D0}^n = 0$ – нормального прискорення точки D відносно стояка; $\vec{a}_{D0}^\tau$ – прискорення точки D відносно стояка; $a_{DC}^n = \frac{v_{DC}^2}{l_{DC}}$.

Відрізок, що потрібно відкласти на плані прискорень

$$cn_3 = \frac{a_{DC}^n}{\mu_a} \quad (1.23)$$

Вектор прискорення $\vec{a}_{DC}^n$ прикладаємо до кінця вектора $\overrightarrow{p_a c}$ і направляємо паралельно ланці DC від точки D до точки C довжиною cn_3 .

Перпендикулярно до цього вектора проведемо лінію дії прискорення $\vec{a}_{DC}^\tau$. Проводимо із полюса p_a паралельно $y-y$ промінь до перетину із лінією дії прискорення $\vec{a}_{DC}^\tau$.

На перетині цих ліній отримаємо точку d . Вектор $\overrightarrow{p_a d}$ показує повне прискорення точки D .

15) Визначимо з дійсні величини прискорень всіх вказаних на схемі механізму точок.

$$a_B = p_a b \cdot \mu_a, \quad a_C = p_a c \cdot \mu_a, \quad a_D = p_a d \cdot \mu_a, \quad a_{BA}^\tau = n_1 b \cdot \mu_a,$$

$$a_{BO_2}^\tau = n_2 b \cdot \mu_a, \quad a_{DC}^\tau = n_3 d \cdot \mu_a.$$

Відрізки $p_a b$, $p_a d$, $n_1 b$ і т.д. беруться з плану прискорень.

16) Визначимо прискорення точок S_2 , S_3 і S_4 – центрів мас відповідно другої, третьої і четвертої ланок.

Місцезнаходження точок S_2 , S_3 і S_4 знаходимо із умови подібності ланок механізму відповідним відрізкам на плані прискорень.

$$a_{S_2} = p_{aS_2} \cdot \mu_a, a_{S_3} = p_{aS_3} \cdot \mu_a, a_{S_4} = p_{aS_4} \cdot \mu_a$$

17) Визначимо кутові швидкості всіх ланок в заданому положенні механізму, rad/c

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{l_{AB}}, \omega_3 = \frac{v_{BO_2}}{l_{BO_2}}, \omega_4 = \frac{v_{DC}}{l_{CD}} \quad (1.24)$$

18) Визначимо кутові прискорення всіх ланок в заданому положенні механізму, rad/c^2

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^r}{l_{AB}}, \varepsilon_3 = \frac{a_{BO_2}^r}{l_{BO_2}}, \varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^r}{l_{CD}} \quad (1.25)$$

Завдання до практичної роботи

Стрижень 1 обертається з заданою постійною кутовою швидкістю ω_1 . Для заданого положення механізму необхідно:

1. знайти швидкості точок А, В, С, D за допомогою м.ц.ш. і плану швидкостей;
2. знайти кутові швидкості стрижнів 2,3,4 за допомогою м.ц.ш. і плану швидкостей;
3. знайти прискорення точок А, В аналітичним способом і за допомогою плану прискорень.
4. знайти кутове прискорення стрижня 2.

Необхідні дані приведені в таблицях, а відповідні схеми на рисунках.

Стержні з опорами O_1 і O_2 , повзуном і між собою з'єднані шарнірно. Положення механізму визначається кутами φ , α , γ , β , ψ .

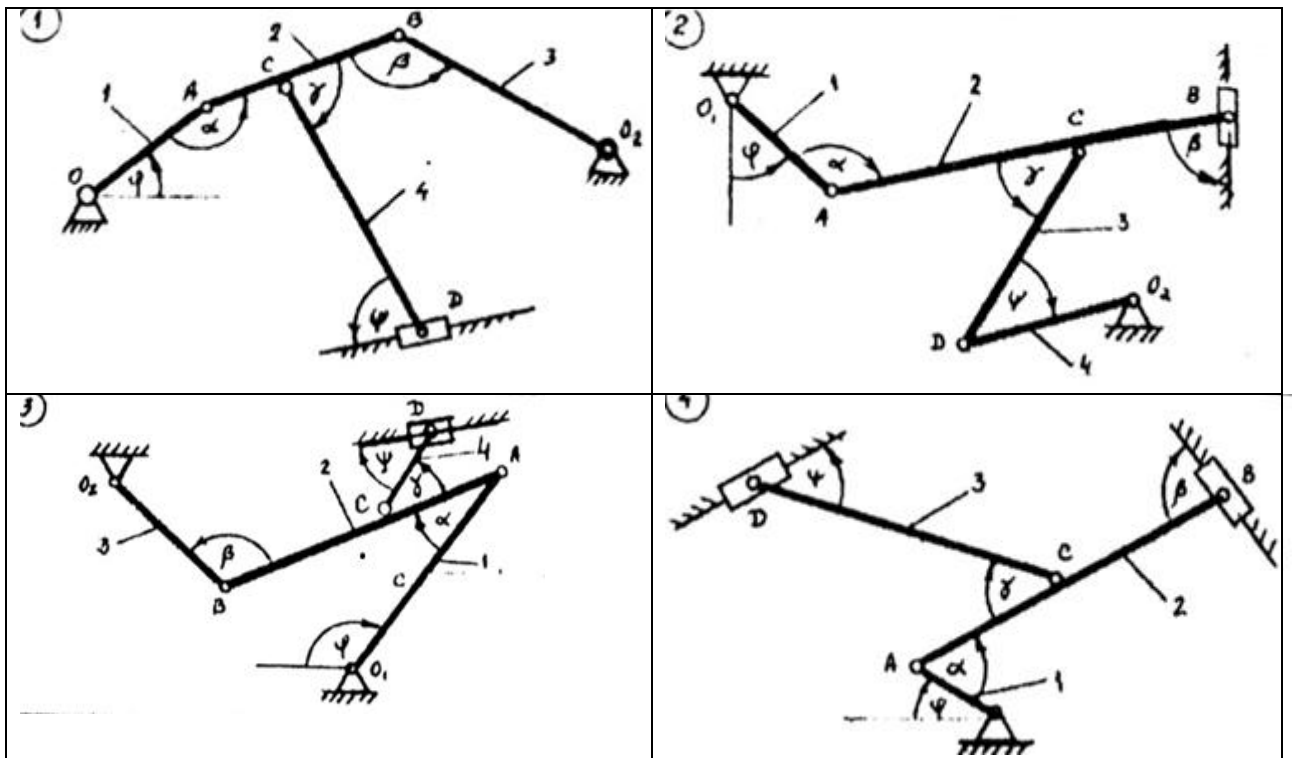
Значення цих кутів приведені в таблицях для кожного варіанту. Дугові стрілки на рисунках показують, як повинні відкладатись кути при побудові механізму.

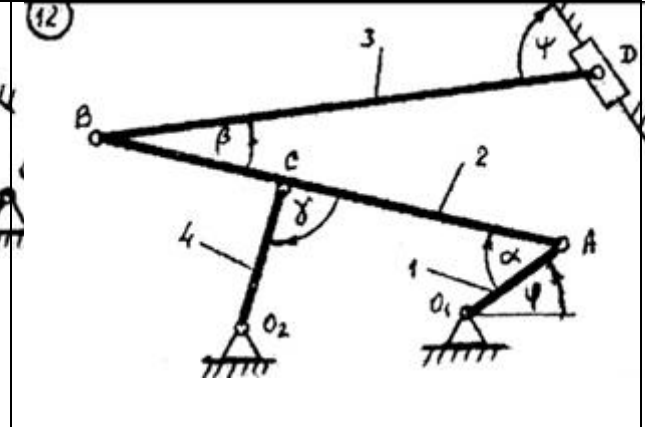
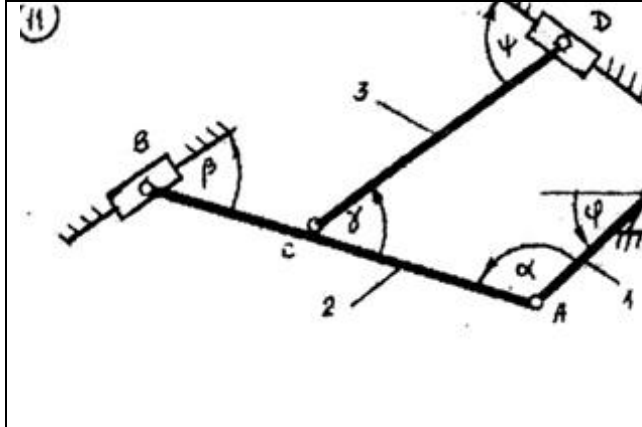
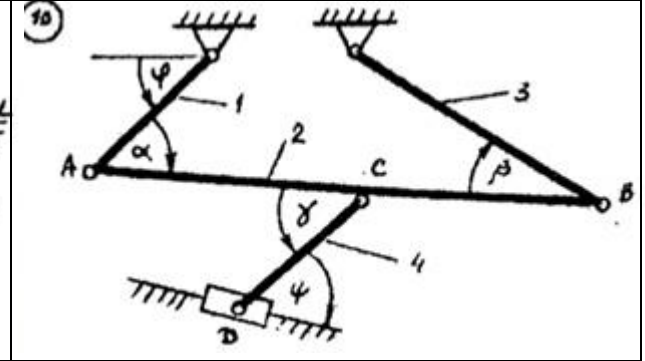
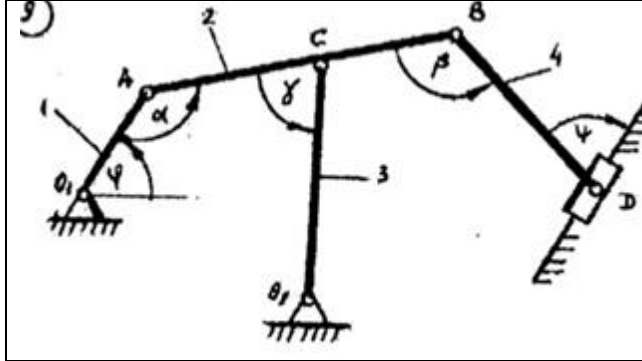
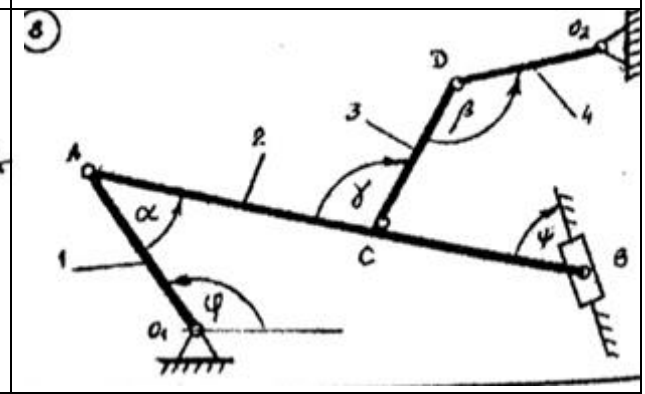
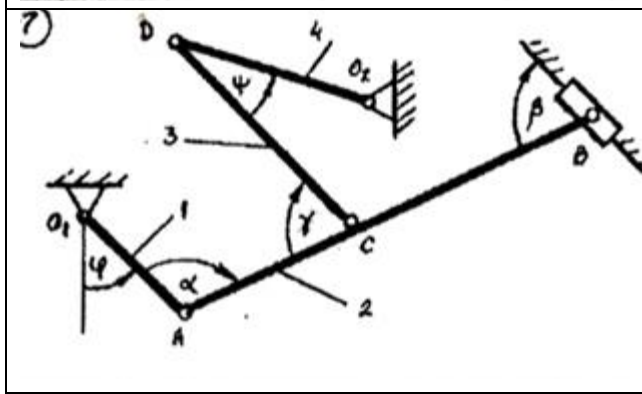
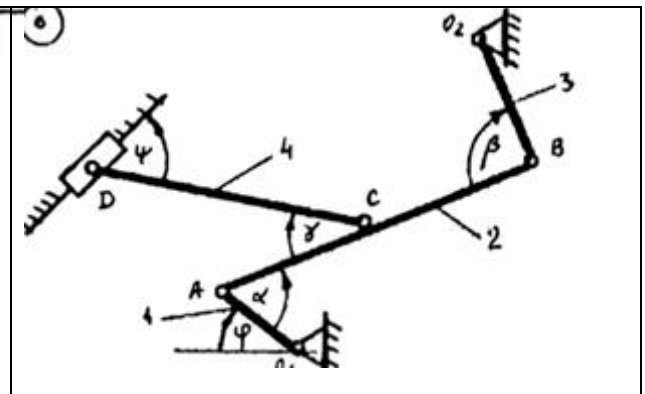
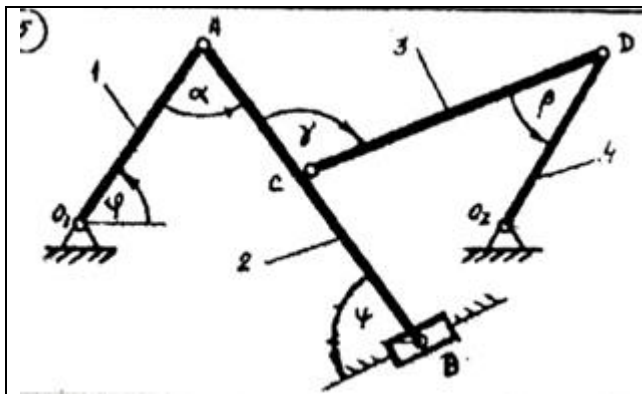
Побудову механізму треба починати з стержня 1 і побудови кутів φ і α . Механізм повинен бути побудований в вибраному масштабі. Це дозволить знаходити відстань до м.ц.ш. простим їх заміром на рисунку. Кутова швидкість ω_1 стержня 1 в усіх варіантах напрямлена проти ходу годинникової стрілки.

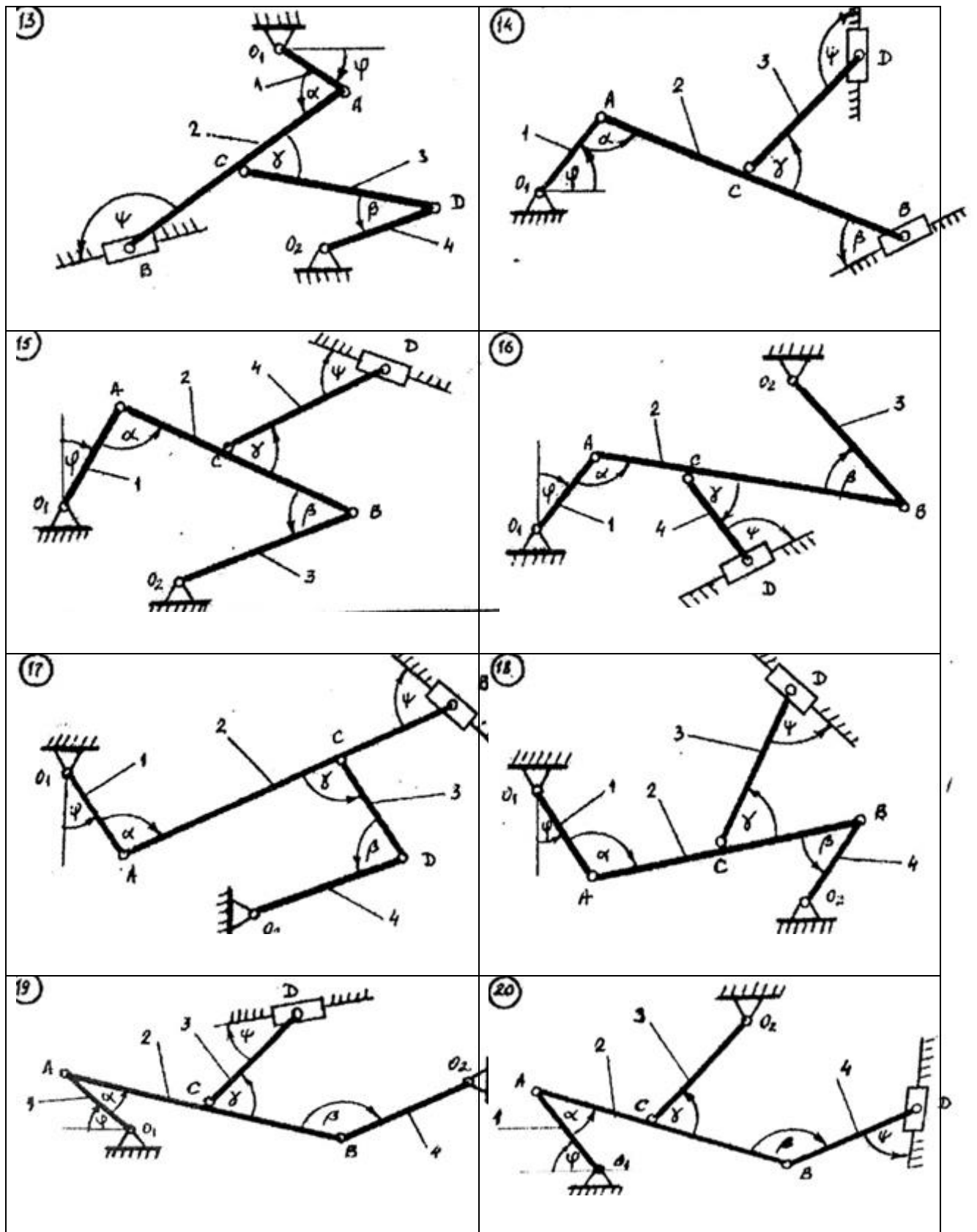
В таблиці 1.1 представлені схеми до практичної роботи. В таблиці 1.2 – числові дані.

Таблиця 1.1

Схеми до практичної роботи «Кінематичний аналіз механізму методом планів»







Варіант	Схема	Геометричні розміри					Кути між стержнями					Кутова швидкість
		l_1	l_2	l_3	l_4	АС	φ	α	γ	β	ψ	ω_1
		м	м	м	м	м	град	град	град	град	град	рад/с
1	1	0,2	0,9	0,4	0,8	0,3	30	120	80	100	60	4
2	1	0,2	0,8	0,5	0,6	0,4	60	120	70	110	60	6
3	1	0,3	1,2	0,5	0,5	0,6	75	110	90	120	50	8
4	1	0,4	1,4	1,2	0,8	0,8	90	80	100	100	40	10
5	1	0,25	1,0	0,5	0,7	0,5	120	60	60	90	45	7
6	1	0,35	1,1	0,6	0,7	0,6	45	90	120	75	60	10
7	2	0,4	1,2	1,2	0,5	0,6	0	90	45	30	60	12
8	2	0,4	1,0	0,8	0,4	0,3	30	120	45	60	60	5
9	2	0,3	1,2	0,9	0,4	0,5	45	120	60	30	30	14
10	2	0,2	0,8	0,8	0,2	0,4	60	150	45	60	45	10
11	2	0,2	0,7	0,8	0,3	0,3	90	150	60	45	75	8
12	2	0,25	1,0	0,8	0,4	0,5	90	210	60	75	60	6
13	3	0,6	1,6	0,4	0,8	0,4	30	60	90	100	60	4
14	3	0,6	1,7	0,5	0,6	0,3	45	60	120	60	45	6
15	3	0,5	1,2	0,5	0,6	0,2	60	75	90	60	30	8
16	3	0,4	1,2	0,6	0,8	0,2	90	60	60	150	60	10
17	3	0,4	1,2	0,4	0,6	0,2	120	75	60	120	30	12
18	3	0,5	1,6	0,8	0,6	0,2	120	90	45	60	40	6
19	4	0,2	0,8	0,8	-	0,4	0	30	45	60	45	12
20	4	0,2	0,7	0,7	-	0,3	30	60	45	30	30	14
21	4	0,2	0,6	0,6	-	0,3	60	30	50	30	45	16
22	4	0,3	0,8	0,7	-	0,4	75	30	45	30	60	10
23	4	0,3	0,8	0,6	-	0,5	90	60	30	45	20	8
24	4	0,25	0,8	0,6	-	0,4	45	45	60	75	60	12
25	5	0,3	1,2	1,0	0,4	0,5	0	145	95	30	45	16
26	5	0,3	1,3	0,8	0,4	0,6	30	75	120	45	30	15
27	5	0,25	1,0	0,7	0,4	0,5	45	60	150	60	50	17
28	5	0,4	1,3	0,9	0,3	0,6	60	75	150	45	45	18
29	5	0,4	1,25	1,0	0,4	0,7	75	80	120	60	30	10
30	5	0,3	1,4	1,2	0,4	0,8	90	60	140	80	30	8

Варіант	Схема	Геометричні розміри					Кути між стержнями					Кутова швидкість
		l_1	l_2	l_3	l_4	АС	φ	α	γ	β	ψ	ω_1
		м	м	м	м	м	град	град	град	град	град	рад/с
31	6	0,3	0,8	0,4	0,9	0,4	0	80	45	30	60	12
32	6	0,3	0,9	0,4	0,8	0,4	30	90	30	60	120	10
33	6	0,2	0,8	0,3	0,6	0,6	45	30	60	120	75	8
34	6	0,4	1,2	0,4	1,2	0,6	60	45	75	45	80	14
35	6	0,4	1,4	0,5	1,1	0,5	75	60	30	90	90	16
36	6	0,35	1,2	0,6	1,3	0,4	90	45	60	80	120	15
37	7	0,5	1,5	1,1	0,6	0,8	0	130	90	45	30	10
38	7	0,45	1,5	1,0	0,5	0,7	30	120	75	60	65	8
39	7	0,3	1,2	0,8	0,4	0,6	45	90	60	40	60	12
40	7	0,35	1,2	0,9	0,5	0,6	60	100	75	45	90	6
41	7	0,25	0,9	0,8	0,4	0,4	75	120	60	50	30	4
42	7	0,2	0,8	0,6	0,3	0,4	90	150	90	30	80	9
43	8	0,4	1,4	1,2	0,6	0,6	120	30	90	150	60	2
44	8	0,4	1,2	1,2	0,5	0,5	90	30	120	120	60	4
45	8	0,3	0,9	0,9	0,4	0,4	75	100	120	90	45	6
46	8	0,3	0,9	0,8	0,5	0,6	60	120	60	120	45	8
47	8	0,25	0,7	0,6	0,4	0,3	45	120	75	90	60	10
48	8	0,25	0,6	0,6	0,3	0,3	30	150	60	135	45	12
49	9	0,3	1,2	1,0	0,6	0,6	0	120	90	100	45	6
50	9	0,3	1,0	0,8	0,5	0,5	30	90	120	90	60	8
51	9	0,4	1,2	1,2	0,6	0,5	45	120	80	110	60	10
52	9	0,35	0,9	1,2	0,6	0,4	60	100	60	75	50	4
53	9	0,25	0,8	1,0	0,6	0,4	75	60	120	90	40	6
54	9	0,2	0,7	0,9	0,6	0,35	0	60	120	120	45	8
55	10	0,4	1,4	1,3	0,6	0,7	90	60	120	45	45	6
56	10	0,3	1,2	1,1	0,5	0,6	30	75	100	60	50	5
57	10	0,35	1,2	1,2	0,6	0,5	45	60	120	45	75	8
58	10	0,25	1,0	1,0	0,5	0,5	60	80	90	75	30	4
59	10	0,2	0,8	0,8	0,4	0,4	75	120	60	90	30	5
60	10	0,2	0,7	0,6	0,6	0,3	90	110	40	60	45	10

2. Кінематичне дослідження механізмів методом діаграм

Задачі дослідження закономірності зміни переміщень, швидкостей і прискорень за повний цикл (період) руху досліджуваного механізму простіше розв'язуються за допомогою *кінематичних діаграм (графіків руху)*.

В практичних задачах ТММ кожна *кінематична діаграма* – це графічне зображення зміни одного з кінематичних параметрів ланки: переміщення, швидкості або прискорення як функції від часу або переміщення початкової ланки механізму (як функції від узагальненої координати). Наприклад, у випадку кривошипно-повзунного механізму для т. В повзуна (рис. 2.3) це залежності $s_B(t)$, $v_B(t)$, $a_B(t)$ або $s_B(\varphi_1)$, $v_B(\varphi_1)$, $a_B(\varphi_1)$. Якщо дослідженню підлягає i -та ланка механізму, яка здійснює обертальний рух, то можна побудувати діаграми $\varphi_i(t)$, $\omega_i(t)$, $\varepsilon_i(t)$, або $\varphi_i(\varphi_1)$, $\omega_i(\varphi_1)$, $\varepsilon_i(\varphi_1)$.

Розглядуваний метод дозволяє при заданій будь-якій з цих діаграм без значних зусиль отримати інші. Методом кінематичних діаграм часто користуються для наочності та виявлення можливих помилок при обчисленні. Переваги цього методу – легкість і те, що результатом є наочне графічне зображення зміни одного з кінематичних параметрів руху від часу, чи узагальненої координати. Варто мати на увазі, що методи графічного диференціювання та інтегрування не завжди можуть забезпечувати достатню точність результатів.

Зазначимо, що до графічного диференціювання та інтегрування необхідно деколи звертатись навіть у тих випадках, коли кінематична функція задана аналітично, але не має достатньо простих формул для визначення похідної чи інтеграла.

2.1. Графічне диференціювання. Метод дотичних

Графічне диференціювання використовується, коли є графік функції, а потрібно отримати графік її похідної. Так, наприклад,

побудовано графік переміщення повзуна кривошипно-повзунного механізму (рис. 2.3), а необхідно побудувати графіки швидкості, прискорення.

Розглянемо теоретичні основи графічного диференціювання.

Використаємо відому залежність $v = \frac{ds(t)}{dt}$. Геометрично похідна функції визначається тангенсом кута нахилу дотичної до графіка функції, проведеної у точці, абсциса якої є точка диференціювання, $f'(x) = \operatorname{tg} \alpha$.

Нехай крива AB (рис. 2.1) є графік деякої функції $y = f(x)$. Проведемо дотичну до графіка у т. M_1 , що відповідає заданій абсцисі x_1 . Відкладемо на осі абсцис вліво від початку прямокутної системи координат відрізок OP (поліусну відстань), що дорівнює одиниці масштабу. З точки P (полюса) проведемо пряму, паралельну дотичній до перетину з віссю ординат. Відрізок $01''$ буде виражати значення похідної $f'(x)$, при заданому значенні x_1 .

$$01'' = OP \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1 \cdot \operatorname{tg} \alpha = f'(x) \quad (2.1)$$

Проведемо з точки $1''$ пряму, паралельну осі $0x$, до перетину з ординатою т. M_1 . Ордината точки перетину $1'$ і дає значення похідної $f'(x)$ при заданому значенні x_1 . Тобто, точка $1'$ буде точкою шуканої диференціальної кривої. У загальному випадку, ордината диференціальної кривої у будь-якій точці є відрізок, пропорційний до кута нахилу дотичної, що проведена у відповідній точці заданої кривої.

Таким чином, для того, щоб побудувати графік похідної за графіком функції, поділимо ділянку AB , заданої кривої, на деяке число частин. Далі, розглянутим методом, неважко знайти у точках поділу заданої кривої значення похідної – тобто точки диференціальної кривої. З'єднавши отримані точки плавною кривою, дістанемо графік функції $y = f'(x)$.

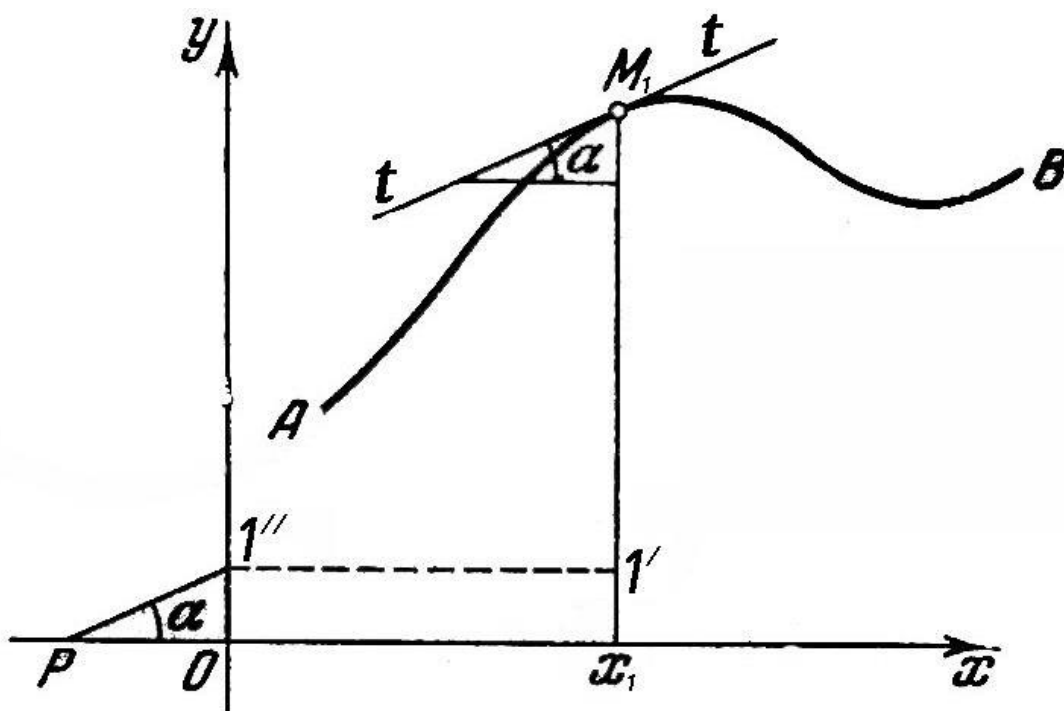


Рис 2. 1. Графічне диференціювання. Метод дотичних.

Диференціювання методом дотичних має відносно низьку точність, оскільки досить складно проводити дотичні до кривих. Більшого поширення набув метод хорд, який є точнішим. Відмінність методу хорд полягає лише у тому, що значення похідної функції знаходять не у точках поділу кривої, а у точках, що ділять навпіл кожний з інтервалів (рис. 2.2, точки $M_1, M_2, M_3 \dots$). Перевагою є те, що при цьому замість дотичних беруться, як правило, з досить великою точністю, хорди, що з'єднують кінцеві точки кожного інтервалу. Метод ґрунтується на відомій теоремі про скінчений приріст функції: якщо функція, що задана графічно, та її перша похідна неперервні, то в будь-якому інтервалі хорда, що стягує дану дугу, паралельна дотичній до кривої, принаймні, в одній точці, яка лежить у середині цього інтервалу.

Зазначимо, що графік похідної буде точнішим при більшій кількості частин поділу кривої. Інтервали не обов'язково повинні бути рівними між собою; їх розмір вибирається з урахуванням того, щоб відповідні частини кривої менше відхилялись від прямої. Особливу увагу треба звернути на ділянки, де крива, яку

диференціюють, має екстремуми; ділянки, у яких лінія значно звивається, слід розбивати на більше число частинок.

2.2. Масштаби при графічному диференціюванні

Припустимо, що задана крива (рис. 2.2) зображає діаграму переміщень, $s_B(t)$. Знаючи масштаб μ_s переміщень та масштаб μ_t часу, для будь-якої точки $M(x,y)$ кривої можна записати $s = y \cdot \mu_s$, $t = x \cdot \mu_t$. Тоді

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \frac{dy}{dx} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha \quad (2.2)$$

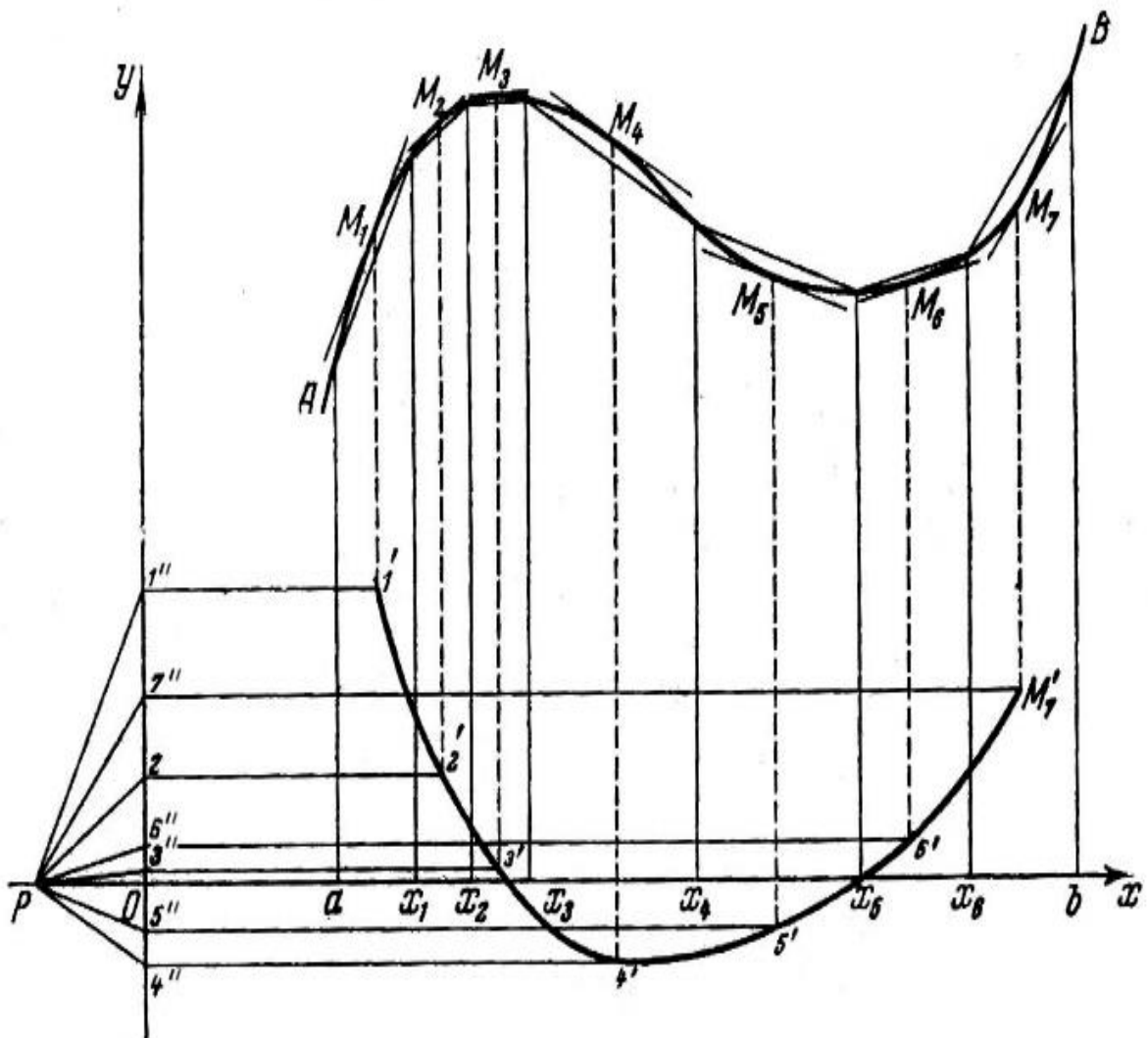


Рис 2. 2. Масштаби при графічному диференціюванні.

Підставимо в (2.2) $v = y'_i \cdot \mu_v$ та $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y'_i}{H}$, де y'_i – відрізки $01''$, $02''$, $03''$,..., які зображають в масштабі μ_v швидкості у відповідних положеннях механізму; H – полюсна відстань OP . Тоді масштаб графіка швидкості μ_v можна визначити за формулою

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{H \cdot \mu_t}, \text{ або, в загальному випадку масштаб диференціальної кривої } \mu_{y'} = \frac{\mu_y}{H \cdot \mu_x}.$$

2.3. Послідовність диференціювання методом хорд

Задано діаграму переміщення кривошипно-повзунного механізму (рис. 2.3, а). Побудуємо діаграму швидкості:

- на заданій кривій відмічають ряд точок $1'$, $2'$, $3'$,..., які з'єднують хордами, тобто, замінюють задану криву ламаною лінією;

- під діаграмою переміщень будуємо нову систему координат так, щоб осі абсцис були паралельними, а ординат – лежали на одній прямій (рис. 2.3, б). Ділимо вісь абсцис на такі ж інтервали, як і на попередньому графіку;

- відкладаємо по осі абсцис ліворуч від початку системи координат довільний відрізок OP_1 – полюсну відстань;

- з точки P_1 проводимо промені P_11'' , P_12'' , P_13'' ,..., паралельні до відповідних хорд кривої переміщень. Ці промені відтинають на осі ординат відрізки $01''$, $02''$, $03''$,..., що пропорційні середній швидкості повзуна посередині відповідних інтервалів часу;

- перенесемо точки $01''$, $02''$, $03''$,..., на середини ординат відповідних ділянок. З'єднаємо точки 0 , $1'$, $2'$,... плавною кривою. Отримана крива і буде діаграмою швидкості.

Маючи діаграму швидкості, аналогічно методом хорд будують, при потребі, діаграму прискорень (рис. 2.3, в).

Зазначимо, якщо діаграму переміщень задано у вигляді функції $s_B(\varphi_1)$ то в результаті графічного диференціювання отримуємо відповідно графіки кінематичних передатних функцій швидкості $s'_B(\varphi_1)$ та прискорення $s''_B(\varphi_1)$ (аналогів швидкості та прискорення).

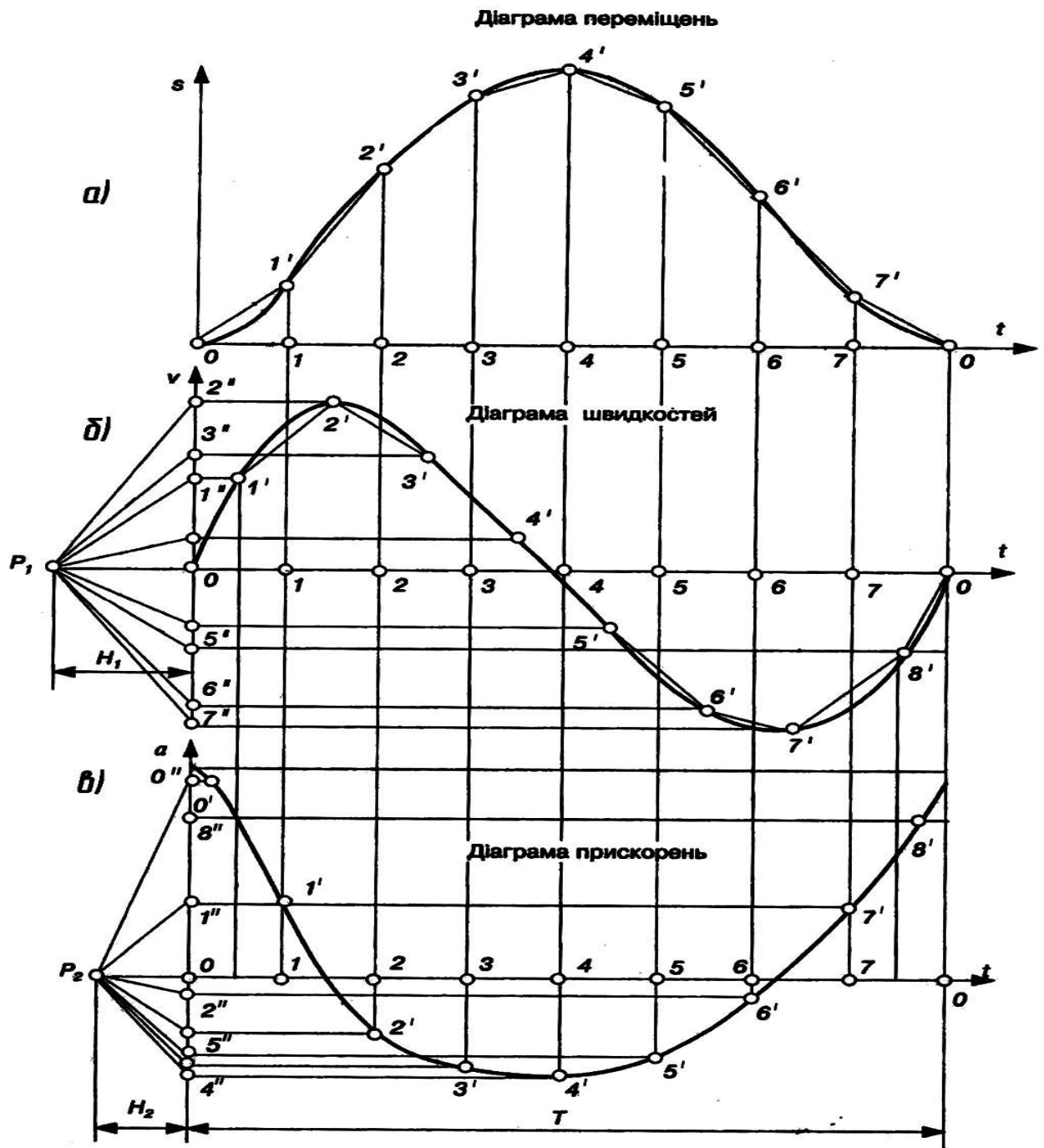


Рис 2. 3. Діаграма переміщення кривошипно-повзунного механізму

Масштаби по осях ординат визначаються за формулами:

– для діаграм швидкостей та прискорень

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{H_1 \cdot \mu_t}, \quad \mu_a = \frac{\mu_v}{H_2 \cdot \mu_t} \quad (2.4)$$

– для діаграм аналогів швидкостей та прискорень

$$\mu_{s'} = \frac{\mu_s}{H_1 \cdot \mu_\varphi}, \quad \mu_{s''} = \frac{\mu_{s'}}{H_2 \cdot \mu_\varphi} \quad (2.5)$$

де H_1, H_2 – відрізки в мм, взято з креслення (рис. 2.3).

Масштаби по осях абсцис μ_φ усіх графіків залишаються звичайно такими ж, як і на графіку переміщень.

Порівнюючи графіки (рис. 2.3), можна встановити такий зв'язок між кінематичними діаграмами:

- зростанню ординат кривої функції, що диференціюється, відповідають додатні значення ординат диференціальної кривої, а зменшенню – від'ємні значення;
- екстремальним значенням функції (максимуми та мінімуми) відповідають нульові значення графіка похідної.
- точкам перегину графіка функції відповідають екстремальні значення диференціальної кривої.

Графічне інтегрування. Побудову графіків швидкості за заданим графіком прискорень та графіків переміщень – за графіком швидкостей виконують так званими прийомами графічного інтегрування.

Існує декілька способів побудови інтегральної кривої: спосіб *хорд*, *площ* та інші.

Розглянемо спосіб хорд. Інтегрування – це дія, обернена диференціюванню. Відповідно послідовність графічного інтегрування за способом хорд обернена послідовності диференціювання за цим способом. Нехай заданим є графік функції швидкості $v(t)$. Знайдемо графік функції переміщення $s(t)$.

2.4. Послідовність графічного інтегрування

1. Ділимо задану криву (рис. 2.4, а) на інтервали – точки 1, 2, 3, ..., на осі абсцис.

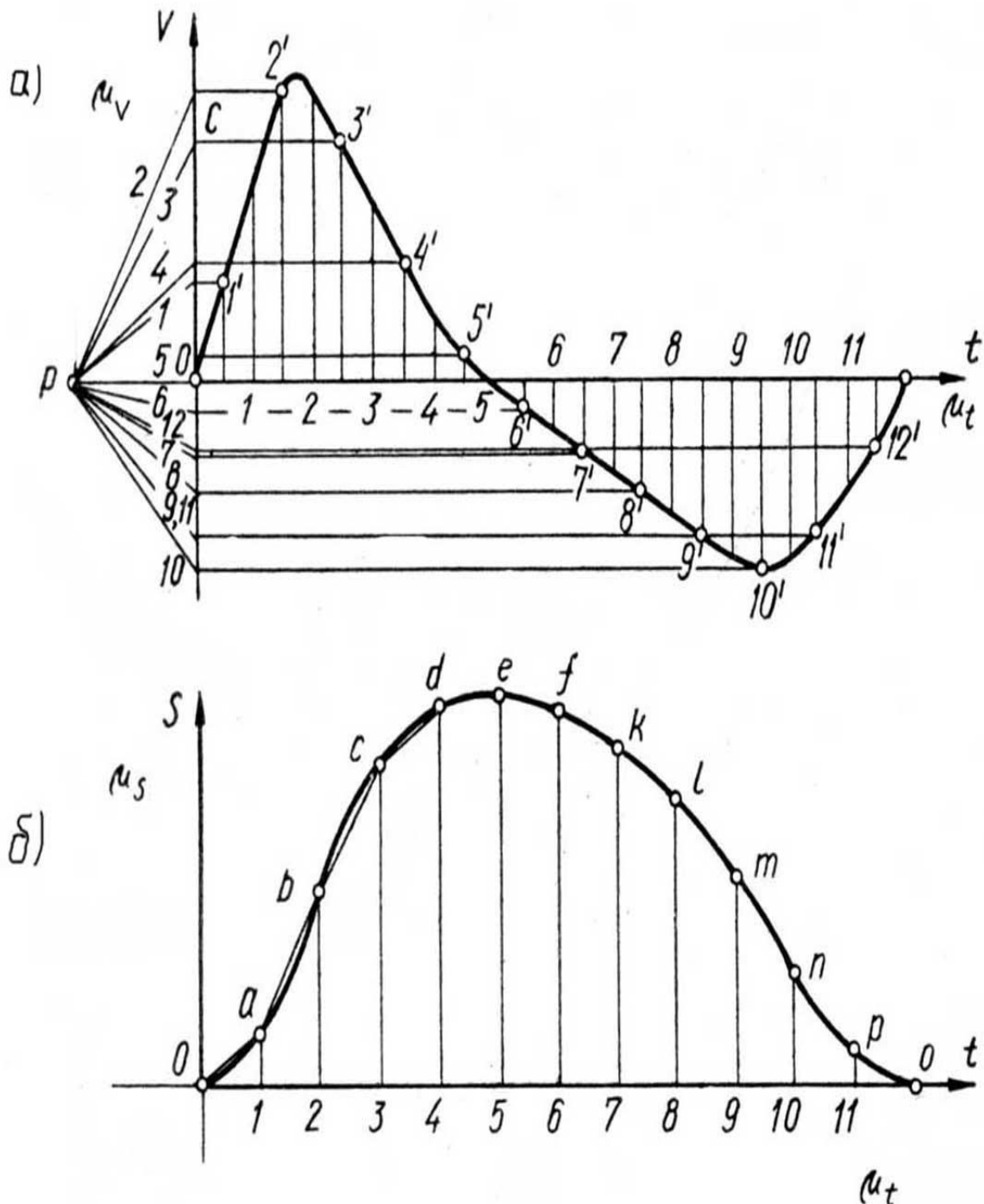


Рис 2. 4. Послідовність графічного інтегрування

2. Проводимо полюсну відстань OP . Ординат 1', 2', 3', ... середини кожного інтервалу проектують на вісь ординат і отримані точки з'єднують з полюсом P .

3. Під діаграмою швидкості будуємо нову систему координат (рис. 2.4, б). Ділимо вісь абсцис на такі ж інтервали, як і на попередньому графіку.

4. З початку нової системи координат O проводять у першому інтервалі лінію Oa паралельно до променя $P1$; з кінця відрізка Oa проводять у другому інтервалі відрізок ab паралельний променю $P2$, і так далі, $bc//P3$, $cd//P4$,... Отриману ламану лінію замінюють плавною кривою, одержують графік переміщень. Масштаб одержаної інтегральної кривої знаходять за формулою $\mu_s = \mu_v \mu_t H$ або, в загальному випадку, $\mu_y = \mu_v \mu_x H$.

2.5. Кінематичне дослідження механізмів аналітичними методами

Широке розповсюдження ЕОМ з різноманітним програмним забезпеченням сприяє все більшому застосуванню аналітичних методів кінематичного дослідження. З великої кількості праць з аналітичного розв'язку задач кінематики, якщо розглядати лише загальні методи, які можна застосувати для будь-яких механізмів, виділяють два їх різновиди: *метод замкнених векторних контурів*, та *метод перетворення координат (матричний метод)*.

Аналітичне розв'язування задач кінематики просторових механізмів рекомендують виконувати *методом перетворення координат*. Застосування цього методу дає змогу визначати кінематичні параметри звичайними алгебричними методами із застосуванням матриць. Перевага матричної форми запису полягає, головним чином, у застосуванні формул множення матриць.

Аналітичне дослідження плоских механізмів зручніше виконувати методом замкнених векторних контурів.

2.6. Метод замкнених векторних контурів

Метод полягає у тому, що кінематичні параметри визначаються у вигляді аналітичних залежностей, що одержують, якщо представити схему механізму замкненими векторними

контурами, утвореними ланками цього механізму. Вихідними даними є структурна схема механізму, розміри ланок та залежності узагальнених координат механізму від часу. Якщо останні не задано, то рівняння записують як функції узагальнених координат, тобто визначають кінематичні передатні функції.

Суть методу замкнених векторних контурів полягає в наступному.

- Ланки механізму зображають у вигляді векторів, які утворюють на схемі механізму один або декілька замкнених векторних контурів (відповідно до кількості груп Ассура).

- Складають векторні рівняння замкненості кожного контуру.

- Обирають прямокутну систему координат та проектують рівняння замкнутості контурів на осі вибраної системи координат.

- В результаті отримують аналітичні залежності положення ланок від узагальнених координат механізму та його розмірів, тобто функцію положень ланок механізму.

- Диференціюють двічі за часом рівняння замкненості контурів у проекціях на осі x , y та отримують, відповідно, систему рівнянь для визначення швидкостей та прискорень ланок механізму. Якщо диференціюють по узагальненій координаті – отримують, відповідно, рівняння для визначення аналогів швидкостей та прискорень.

- Визначають координати, проекції швидкостей та прискорень характерних точок механізму. Визначають модулі швидкостей та прискорень цих точок.

Деякі рекомендації щодо застосування методу замкнених векторних контурів:

- напрямок векторів слід вибирати так, щоб вони вказували послідовність побудови схеми механізму. Спочатку у вигляді вектора зображають початкову ланку механізму. Початок цього вектора – нерухома точка (центр шарніра). Вектори, що зображають ланки в групах Ассура, рекомендують напрямляти до внутрішньої кінематичної пари. Напрямок векторів на нерухомій ланці вибирають довільно;

- записуючи умови замкненості векторних контурів, треба враховувати знаки векторів. Для цього користуються правилом обходу: обходячи кожний векторний контур схеми у довільно вибраному напрямі, векторам, напрям яких збігається з напрямом обходу, присвоюють знак плюс і, навпаки, для векторів, що мають напрям проти напрямку обходу, присвоюють знак мінус;

- прямокутну систему координат зв'язують зі стояком. За початок відліку можна прийняти центр шарніру, що з'єднує початкову ланку зі стояком. Якщо у механізмі є нерухома напрямна для повзуна, то одну з осей координат доцільно проводити паралельно до цієї напрямної.

Зазначимо, якщо механізм утворює декілька замкнених векторних контурів, то послідовність їх розгляду визначається послідовністю приєднання.

Методику одержання розрахункових залежностей розглянемо на прикладі кривошипно-повзунного механізму двоступінчастого двоциліндрового повітряного компресора, структурна схема якого зображена на рис. 2.5, а. Задані розміри всіх ланок та частота обертання n_1 кривошипа 1. Необхідно визначити усі кінематичні параметри ланок та їх характерних точок (центрів мас) S_2, S_4 .

Представимо схему механізму у вигляді двох замкнутих векторних контурів: $OABO$ та $OCDO$ (рис. 5.5, б). У кожен контур входить структурна група Ассура другого класу: $\Pi(2, 3)$ та $\Pi(4, 5)$. Ланки механізму зобразимо у вигляді векторів $\vec{l}_1, \vec{l}_1', \vec{l}_2, \vec{l}_4$, положення повзунів 3, 5 визначатиметься векторами $\vec{l}_3, \vec{l}_5$.

Складемо векторні рівняння замкнутості кожного контура

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{l}_3, \quad (2.6)$$

$$\vec{l}_1' + \vec{l}_4 = \vec{l}_5 \quad (2.7)$$

Рівняння (5.6), (5.7) спроектуємо на осі вибраної прямокутної системи координат xOy (за початок відліку якої прийнято центр шарніра O , а вісь Oy направлено вздовж напрямної повзунів) та запишемо рівняння проекцій.

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 &= 0; \\ l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 &= l_3, \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

$$\left. \begin{aligned} l_1 \sin(\varphi_1 + \pi) + l_4 \sin \varphi_4 &= 0; \\ l_1 \cos(\varphi_1 + \pi) + l_4 \cos \varphi_4 &= l_5 \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

де l_1, l_2, l_4 – відповідно довжини ланок 1, 2, 4; l_3, l_5 – відповідно відстані між центром шарніра O та центрами шарнірів B, D повзунів; φ_1 – узагальнена координата механізму (кут повороту кривошипа); φ_2, φ_4 – відповідно кути повороту ланок 2, 4.

Відлік кутів φ_i , які визначають положення ланок, проводимо від додатного напрямку осі Oy за рухом годинникової стрілки (в напрямку обертання кривошипа). Отже, для визначення величини та напрямку кута повертаємо вісь Oy за годинниковою стрілкою доти, доки стрілка осі Oy не зіллється зі стрілкою вектора. Це й буде позитивним напрямом кута.

Розв'язуючи системи (2.8), (2.9) відносно невідомих φ_2, l_3 та φ_4, l_5 , отримаємо аналітичні залежності положень ланок 2, 3, 4, 5 від узагальненої координати, тобто функції положень ланок. Так для першого контура, з першого рівняння системи (2.8) одержимо:

$$\varphi_2 = \arcsin\left(-\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2}\right) \quad (2.10)$$

а з другого рівняння (2.8) врахувавши (2.10), отримаємо

$$l_3 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \left[\arcsin\left(-\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2}\right) \right] \quad (2.11).$$

Для другого контура всі викладки аналогічні.

Диференціюючи систему (2.8) за часом,

$$l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 + l_2 \omega_2 \cos \varphi_2 = 0, \quad (2.11)$$

$$-l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2 \sin \varphi_2 = v_3, \quad (2.12)$$

з (2.11) отримаємо вираз для кутової швидкості шатуна 2, а з

$$(2.12) - \text{лінійної швидкості повзуна 3} \quad \omega_2 = -\frac{l_1 \omega_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2}$$

$$v_3 = -l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 + l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \quad (2.13)$$

У випадку, коли закон руху початкової ланки невідомий, визначають аналоги швидкостей та прискорень, продиференціювавши системи (2.8) і (2.9) за узагальненою координатою.

Для визначення прискорень двічі диференціюємо за часом систему (2.8), що приводить до рівнянь

$$-l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 - l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 + l_2 \varepsilon_2 \cos \varphi_2 = 0 ;$$

$$l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 - l_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 - l_2 \varepsilon_2 \sin \varphi_2 = a_3 .$$

З (2.13) визначаємо кутове прискорення шатуна 2

$$\varepsilon_2 = \frac{l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2} \quad (2.14)$$

Підставивши значення ε_2 в рівняння (2.14), можна визначити лінійне прискорення повзуна 3.

Координати будь-якої характерної точки механізму, її швидкість та прискорення визначають, використовуючи рівняння проєкцій даної точки на осі координат. Наприклад, для т. S_2 будемо мати

$$\begin{aligned} x_{S_2} &= l_1 \sin \varphi_1 + l_{AS_2} \sin \varphi_2 , \\ y_{S_2} &= l_1 \cos \varphi_1 + l_{AS_2} \cos \varphi_2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Модулі швидкостей та прискорень цієї точки знаходяться за відомими формулами:

$$v_{S_2} = \sqrt{\dot{x}_{S_2}^2 + \dot{y}_{S_2}^2} , \quad a_{S_2} = \sqrt{\ddot{x}_{S_2}^2 + \ddot{y}_{S_2}^2} \quad (2.16)$$

Наведені результати аналітичного дослідження зручні для програмування та реалізації на ЕОМ. Для кінематичного

дослідження механізмів високих класів рекомендують метод замкнутих векторних контурів.

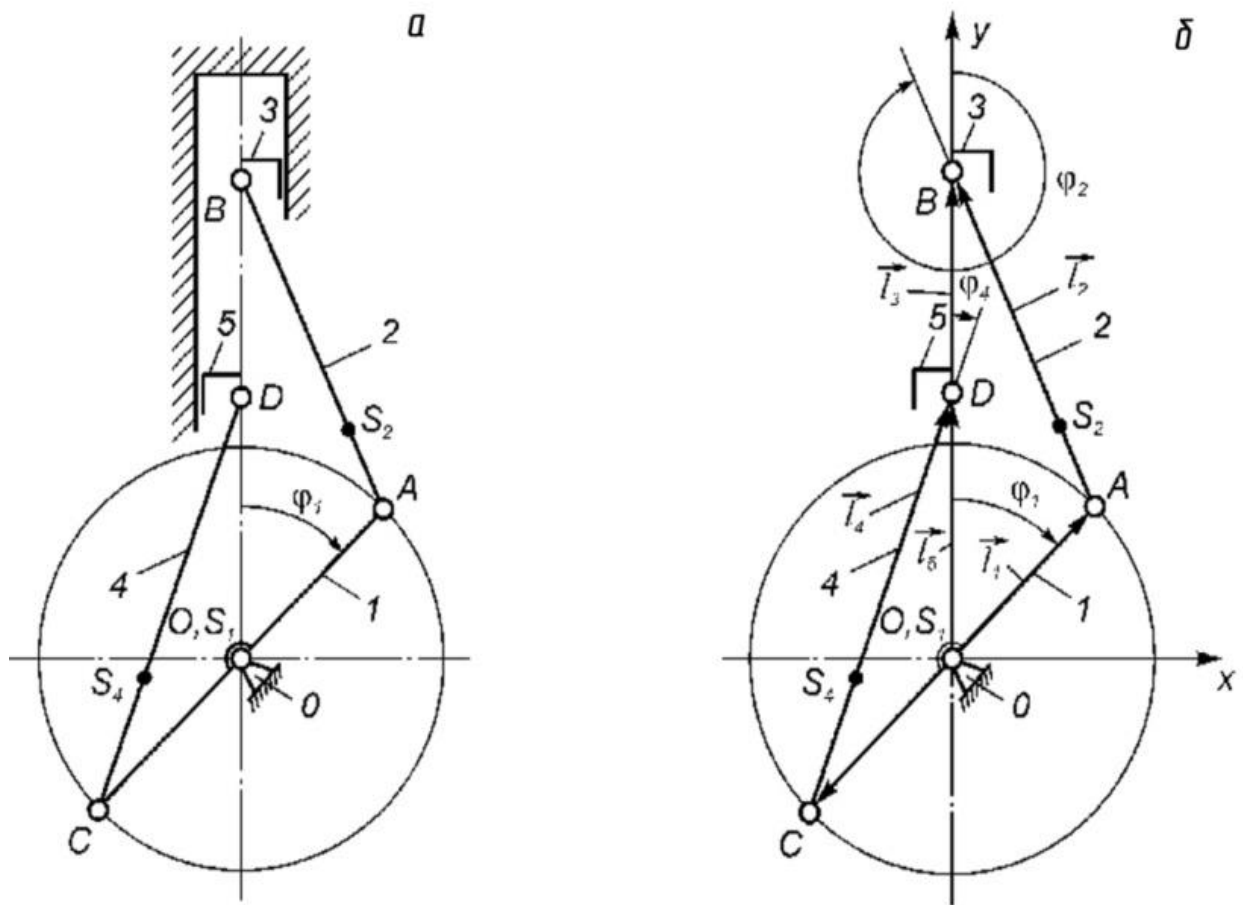


Рис 2. 5. Кривошипно-повзунний механізм двоступінчастого двоциліндрового повітряного компресора

2.7. Питання для самоконтролю

1. Дайте визначення функцій положень механізму.
2. Що таке перша та друга передатні функції механізму?
3. Запишіть формули, які відображають зв'язок між передатними функціями механізму та його кінематичними характеристиками.
4. Переваги аналітичних методів кінематичного дослідження.
5. Суть методу замкнених векторних контурів.
6. Послідовність графічного диференціювання.
7. Послідовність графічного інтегрування.

8. Масштаби при графічному диференціюванні.

2.8. Самостійна робота

Для того, щоб відповісти на контрольні питання, пропонується ще раз переглянути пройдений матеріал курсу на платформі дистанційного навчання та відповісти на питання після кожного пункту лекції. Тому необхідно увійти на платформу дистанційного навчання MOODLE, ввести свій логін та пароль, зайти на свою сторінку користувача та зареєструватися на курс. Також на смартфоні або комп'ютері повинен бути завантажений додаток для читання QR-кодів. Наступним кроком є сканування зображення коду та ознайомлення з теорією або виконання завдання до пройденого матеріалу. В даному завданні для самоконтролю матеріал до теми «Кінематичне дослідження механізмів графічними та аналітичними методами» у вигляді мультимедійної презентації. Посилання на ресурс наведено нижче.



Рис.2.6. Мультимедійна презентація
«Кінематичне дослідження механізмів графічними та
аналітичними методами»

2.9. Інтерактивний тестовий навчальний тренажер «Кінематичне дослідження механізмів графічними та аналітичними методами»

В даному тестовому завданні представлено електронний тестовий навчальний тренажер до теми «Кінематичне дослідження механізмів графічними та аналітичними методами». Посилання на ресурс наведено нижче. Необхідно за допомогою програми сканування QR-кодів відсканувати зображення коду та пройти тест.

Після проходження тесту здобувач вищої освіти побачить результат.



Рис. 2.7. Електронний тестовий навчальний тренажер до теми «Кінематичне дослідження механізмів графічними та аналітичними методами»

2.10. Практична робота №5 «Кінематичне дослідження механізму методом діаграм»

При дослідженні механізмів часто необхідно знайти характер зміни величини пройденого шляху тою чи іншою ланкою від часу або кута повороту кривошипа. Для цього будують діаграму лінійних $S=S(t)$ (якщо ланка здійснює зворотно-поступальний рух); або кутових $\beta=\beta(t)$ (якщо ланка здійснює коливальний рух) переміщень. Розглянемо побудову діаграми переміщення $S=S(t)$ повзуна В для заданого кривошипно-шатунного механізму.

Оскільки прийнято, що початкова ланка рухається рівномірно, то за рівні проміжки часу кривошип повертається на однакові кути.

Переміщення повзунка 3 вимірюється відрізками B_0B_i ($i=0, 1, 2, \dots, 8$ – положення механізму). Будуємо прямокутну систему координат (див. рис.2.8.а), на осі абсцис якої відкладаємо відрізок (0-8), який зображає період (час) T одного оберту кривошипа ОА у масштабі:

$$\mu_t = \frac{T}{(0-8)}, \quad \frac{c}{\text{мм}} \quad (2.17)$$

де $T=60/n_1$, с (n_1 частота обертання кривошипа, об/хв), а на осі ординат лінійні переміщення повзуна у масштабі:

$$\mu_t = \frac{S_{max}}{y_{max}}, \frac{м}{мм} \quad (2.18)$$

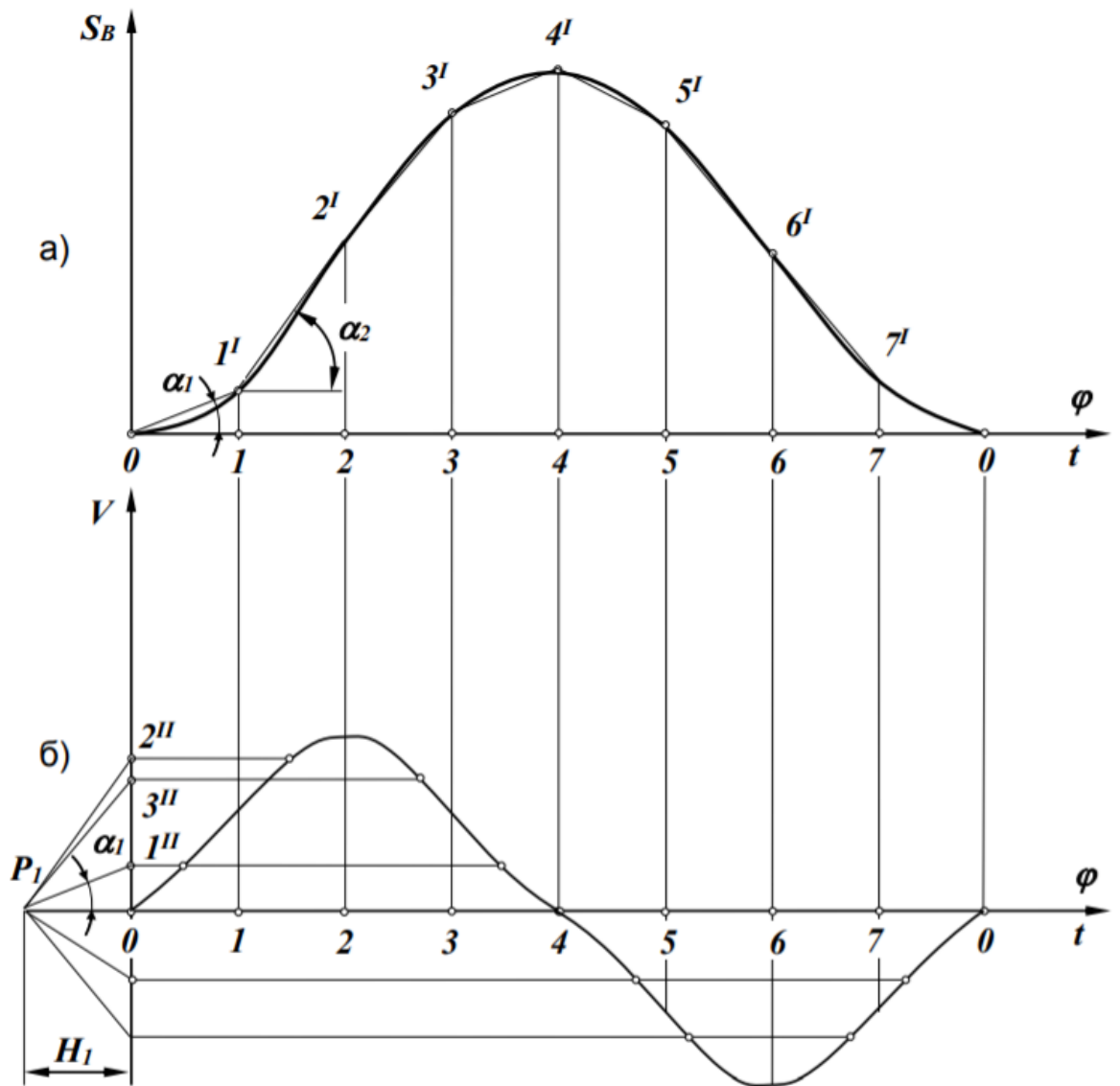


Рис. 2.8. Кінематичне дослідження механізмів графічним методом

де S_{max} – максимальний хід повзунка В ($S_{max}=H=211$, м), y_{max} – відрізок, який зображає максимальний хід повзунка на діаграмі, мм.

Відрізок (0-8) осі абсцис поділяємо на задану кількість рівних частин і у відповідних точках 1,2,3... відкладаємо в масштабі μ_S переміщення точки В повзунка за відповідні проміжки часу у напрямі осі ординат. З'єднавши одержані точки плавною кривою, отримаємо діаграму переміщень точки В повзуна – $S=S(t)$.

Використовуючи діаграму переміщень, можна методом графічного диференціювання визначити швидкості і прискорення точки В повзунка.

Для побудови діаграм швидкостей і прискорень скористаємося методом хорд. За цим методом на діаграмі $S=S(t)$ проводимо хорди 0-1', 1'-2', 2'-3'... (рис 2.8 а), а на діаграмі $v=v(t)$ (рис 2.8 б) з точки P1 – промені P1-1'', P1-2''...P1-7'', які паралельні відповідним хордам, до перетину з віссю Y.

Відрізки 0-1'', 0-2'', 0-3''...0-8'' відкладаємо посередині відповідних інтервалів часу. Отримані точки з'єднуємо плавною кривою і отримуємо з певною точністю діаграму швидкостей $v(t)$. Масштабний коефіцієнт діаграми швидкостей:

де $H1$ – відстань від полюсу P1 до початку координат. Аналогічно, методом хорд будуємо діаграму прискорень.

Згідно до варіантів практичної роботи №4 виконати кінематичне дослідження механізмів методом діаграм.

В таблиці 1.1 (розділ 1) представлені схеми до практичної роботи. В таблиці 1.2 – числові дані.

Література

1. Теорія механізмів і машин : методичні рекомендації для виконання практичних робіт здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ОПП «Агроінженерія» спеціальності 208 «Агроінженерія» денної та заочної форми здобуття вищої освіти / уклад. Н. А. Доценко. Миколаїв : МНАУ, 2024. 44 с. <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/19254>
2. Доценко Н.А. Робоча програма навчальної дисципліни «Теорія механізмів і машин» освітньо-професійна програма для здобувачів вищої освіти першого рівня (2 курс) денної форми здобуття освіти на 2024-2025 навчальний рік. Миколаїв : МНАУ, 2024. 34 с.
3. Бабенко Д. В., Доценко Н. А., Горбенко О. А. Теорія механізмів і машин: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. Миколаїв : МНАУ, 2019. 168 с. URL: <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/6395>
4. А.с. 105892. Теорія механізмів і машин: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища : навч. посіб. / Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко. Миколаїв : МНАУ, 2019. 168 с. Заявл. 30.06.2021. <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/13646>
5. Теорія механізмів і машин : методичні рекомендації до виконання практичних та самостійних робіт в умовах інформаційно-освітнього середовища для здобувачів вищої освіти ступеня «Бакалавр» спеціальностей 208 «Агроінженерія» та 015 «Професійна освіта (Аграрне виробництво, переробка сільськогосподарської продукції та харчові технології)» денної та заочної форм навчання / уклад. Н. А. Доценко. Миколаїв : МНАУ, 2021. 56 с. <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/8665>
6. Прикладна механіка. Практикум : навчальний посібник для здобувачів першого «бакалаврського» рівня вищої освіти ОПП «Біотехнології та біоінженерія» спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія» денної форми здобуття вищої освіти / Г. О. Іванов, В. С. Шебанін, Д. В. Бабенко та ін. Миколаїв : МНАУ, 2024. 236 с. <https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/19187>
7. Прикладна механіка : навчальний посібник для здобувачів першого «бакалаврського» рівня вищої освіти ОПП

«Біотехнології та біоінженерія» спеціальності 162 «Біотехнології та біоінженерія» денної форми здобуття вищої освіти / Г. О. Іванов, В. С. Шебанін, Д. В. Бабенко та ін. Миколаїв : МНАУ, 2024. 316 с.
<https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/19190>

8. Кінденко М. І. Теорія механізмів і машин: навчальний посібник. для студентів технічних спеціальностей всіх форм навчання. Краматорськ: ДДМА, 2021. 82 с.
[http://www.dgma.donetsk.ua/docs/kafedry/opm/metods/02_TMM Konspekt%20lekcij.pdf](http://www.dgma.donetsk.ua/docs/kafedry/opm/metods/02_TMM_Konspekt%20lekcij.pdf)

9. Заховайко О.П., Тимошенко О.В. Теорія механізмів і машин. Лабораторний практикум. Електронне мережне навчальне видання. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 76 с.
<https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/f36118e0-82cb-4e5c-9af2-1b395eff7f20/content>

10. Лук'янов П. В. Теорія механізмів і машин. Практичні завдання. Електронне мережне навчальне видання. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. 104 с.
<https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/cdf7bb9f-f2ca-4d46-8a8d-71bd025d9b7b/content>

11. Теорія механізмів і машин. Синтез і аналіз механізму приводу. Навчальний посібник з кредитного модуля/ Укладач Кірієнко О.А. К.: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2022. 88с.
<https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/aa1b8334-9a56-41c6-8d2a-5f99c479c1d2/content>

12. Babenko, D., Gorbenko, O., Dotsenko, N., & Kim, N. (2018). Theoretical aspects of oil separation process by pressing. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 22(3), 94-98. DOI: 10.31521/2313-092X/2018-3(99)-16

13. Babenko, D., Dotsenko, N., & Gorbenko, O. (2025). Justification of the design parameters of improved equipment for tomato processing. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 29(3), 9-22.
<https://doi.org/10.56407/bs.agrarian/3.2025.09>

14. Shebanin, V., Atamanyuk, I., Gorbenko, O., & Dotsenko, N. (2020). Determining the optimal parameters of machines for processing the seed mass of vegetable and melon crops. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 24(2), 95-103. DOI: 10.31521/2313-092X/2020-2(106)-11

15. Babenko, D., Gorbenko, O., Dotsenko, N., & Kim, N. (2020). Optimization of structural and kinematic parameters of separator of

vegetable and melon crops. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 24(3), 105-112. DOI: 10.31521/2313-092X/2020-3(107)-13

16. Babenko, D., Dotsenko, N., Gorbenko, O., & Kim, N. (2021). Justification of the introduction of a seed separator for vegetable and tomato crops as part of a technological line. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 25(2), 80-87. [https://doi.org/10.31521/2313-092X/2021-2\(110\)-10](https://doi.org/10.31521/2313-092X/2021-2(110)-10)

17. Babenko, D., Dotsenko, N., Batsurosvka, I., & Gorbenko, O. (2022). Determination of the parameters of the use of water-lifting equipment in the conditions of livestock farms. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 26(3), 32-46. [https://doi.org/10.56407/2313-092X/2022-26\(3\)-3](https://doi.org/10.56407/2313-092X/2022-26(3)-3)

18. Babenko, D., Dotsenko, N., Gorbenko, O., & Batsurosvka, I. (2023). Study of the nature of the movement of the crushed mass on the surface of the sieves of the vegetable and melon seed separator. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 27(4), 18-35. <https://doi.org/10.56407/bs.agrarian/4.2023.18>

19. Babenko, D., Dotsenko, N., & Gorbenko, O. (2024). Study of structural and kinematic characteristics of an energy-efficient oil press. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 28(3), 41-54. <https://doi.org/10.56407/bs.agrarian/2.2024.41>

20. Babenko, D., Dotsenko, N., & Gorbenko, O. (2025). Justification of the design parameters of improved equipment for tomato processing. Ukrainian Black Sea Region Agrarian Science, 29(3), 9-22. <https://doi.org/10.56407/bs.agrarian/3.2025.09>

Навчальне видання

**ТЕОРІЯ МЕХАНІЗМІВ І МАШИН.
Модуль "Кінематичний аналіз механізмів"**

Методичні рекомендації

Укладач: **Доценко** Наталія Андріївна
Бабенко Дмитро Володимирович

Редактор: Н. А. Доценко

Комп'ютерний набір: Н. А. Доценко

Дизайн і верстка: Н. А. Доценко

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 3,25

Тираж 20 прим. Зам. №_

Надруковано у видавничому відділі

Миколаївського національного аграрного університету.

54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК№4490 від 20.02.2013р.