

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
МИКОЛАЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Інженерно-енергетичний факультет  
Кафедра загальнотехнічних дисциплін**



**ІНЖЕНЕРНА ТА КОП'ЮТЕРНА ГРАФІКА**

**конспект лекцій**

**для здобувачів першого (бакалаврського) рівня  
вищої освіти ОПП «Харчові технології»  
спеціальності G13 «Харчові технології»  
денної форми здобуття вищої освіти**

**Миколаїв 2026**

УДК 744:004. 92

I-62

Друкується за рішенням науково-методичної комісії інженерно-енергетичного факультету Миколаївського національного аграрного університету.

Протокол № 5 від 19 «лютого» 2026 року.

#### **Укладачі:**

Полянський П.М. – доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін Миколаївського національного аграрного університету;  
Доценко Н.А. – професорка кафедри загальнотехнічних дисциплін Миколаївського національного аграрного університету;  
Іванов Г.О. – доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін Миколаївського національного аграрного університету;  
Степанов С.М. – старший викладач кафедри загальнотехнічних дисциплін Миколаївського національного аграрного університету;  
Баранова О.В. – асистентка кафедри загальнотехнічних дисциплін Миколаївського національного аграрного університету.

#### **Рецензенти:**

Марченко Д. Д. – доцент кафедри тракторів та сільськогосподарських машин, експлуатації та технічного сервісу Миколаївського національного аграрного університету;  
Горбенко О. А. – канд. техн. наук, доцент кафедри агроінженерії, Миколаївський національний аграрний університет

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
Модуль 1. НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ.....	6
1.1 Загальні правила оформлення креслень. Формати, масштаби, основний напис, лінії, шрифти .....	6
1.1.1.Формати.....	6
1.1.2.Масштаби .....	8
1.1.3.Лінії.....	8
1.1.4.Шрифти .....	9
1.1.5.Штриховка .....	11
1.2. Точка, пряма та площина на комплексному кресленні.....	12
1.2.1. Точка на комплексному кресленні .....	12
1.2.2.Пряма на комплексному кресленні. Спосіб прямокутного трикутника .....	13
1.2.3. Взаємне положення двох прямих .....	18
1.2.4.Проекції прямого кута .....	21
1.2.5. Площина на комплексному кресленні .....	23
1.2.6. Точки і прямі в площині .....	26
1.2.7. Прямі, паралельні та перпендикулярні до площини.....	29
1.2.8. Прямі, що перетинаються з площиною .....	31
1.2.9. Паралельність і перпендикулярність двох площин.....	33
1.2.10. Площини, що перетинаються .....	35
1.3. Перетворення комплексного креслення .....	38
1.3.1.Мета і способи перетворення креслення .....	38
1.3.2. Обертання навколо проектуючих прямих .....	39
1.3.3.Плоско-паралельне переміщення. Чотири основні способи перетворення.....	44
1.3.4.Обертання навколо прямих рівня.....	51
1.3.5.Заміна площин проєкцій.....	53
1.4. Багатогранники та їх розгортки.....	61

1.4.1. Перетин багатогранника прямою лінією.....	64
1.4.2. Побудова розгорток багатогранників .....	65
1.5. Питання до модуля «Нарисна геометрія» .....	70
2. МОДУЛЬ 2. ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА .....	73
2.1. Нанесення розмірів на кресленні.....	73
2.1.1. Основні вимоги нанесення розмірів .....	73
2.3. Спряження.....	88
2.4.1. Спряження двох прямих ліній, що перетинаються .....	89
2.4.2. Спряження прямої з колом.....	90
2.4.3. Спряження кіл.....	91
2.4. Лекальні криві.....	94
2.5. Види, розрізи, перерізи.....	102
2.6. Аксонометрія .....	108
2.7. Питання до модуля «Інженерна графіка».....	114
3. МОДУЛЬ 3. КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА.....	118
3.1. Креслення електричної схеми.....	118
3.1.1. Загальні вимоги до виконання схем.....	118
3.1.2. Класифікація схем.....	120
3.1.3. Лінії .....	122
3.1.4. Перелік елементів.....	124
3.1.5. Умовні графічні позначення .....	126
3.3. Питання до модуля «Комп'ютерна графіка» .....	131
ЛІТЕРАТУРА.....	134

## ВСТУП

Дисципліна «Інженерна та комп'ютерна графіка» сприяє розвитку просторового абстрактного мислення, яке необхідне для інженерної та проєкційної діяльності. Здобувачі вищої освіти інженерних спеціальностей у своїй професійній діяльності стикаються з розробкою проєктів конструкцій, механізмів та машин, що потребує знань теорій проєкційних зображень. Конспект лекцій «Інженерна та комп'ютерна графіка» складається із трьох модулів: нарисна геометрія, інженерна графіка та комп'ютерна графіка. Нарисна геометрія вивчає: геометричні методи зображення просторових фігур на площині, за допомогою яких фігури, які мають три виміри, знаходять відображення на площинному рисунку і мають тільки два виміри; методи вирішення геометричних задач, пов'язаних з визначенням розмірів, форми і взаємного розташування фігур. Виготовлення будь-якого виробу починається зі створення його креслення, яке дозволяє не тільки визначити форму і розміри всіх частин виробу, але й отримати наочну уяву про нього, тому важливою умовою успішного вивчення інженерної графіки являється засвоєння стандартів ЄСКД, розуміння їх сутності, правильного застосування правил та вимог, які вони містять. Комп'ютерна графіка вивчає методи та прийоми обробки графічних зображень за допомогою систем автоматизованого проєктування.

## Модуль 1. НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ

### 1.1 Загальні правила оформлення креслень. Формати, масштаби, основний напис, лінії, шрифти

#### 1.1.1. Формати

*Формати листів* визначаються розмірами зовнішньої рамки. Кожному позначенню відповідає певний розмір основного формату. Позначення і розміри форматів наведені в табл.1.1.

Таблиця 1.1. Формати

Позначення форматів	Розміри сторін формату, мм
A0	1189x841
A1	594x841
A2	594x420
A3	297x420
A4	297x210
A5	148x210

Допускається застосування додаткових форматів, утворених збільшенням коротких сторін основних форматів на величину, яка кратна їх розмірам (2,3...9), наприклад додатковий формат A3x4 має розміри 420x1189. Всі формати за винятком A4 можуть розміщуватися як вертикально, так і горизонтально. Кожне креслення має рамку, яка обмежує поле креслення. Внутрішню рамку проводять суцільними основними лініями: з трьох сторін на відстані 5 мм від краю листа, а зліва – на відстані 20 мм. З лівої сторони формату при цьому розміщується поле для підшивки креслення (рис.1.1).

На кресленнях необхідно виконати основний напис, що містить відомості про зображений виріб і інформацію про те, ким виконане дане креслення. Основний напис розміщується в правому нижньому кутку поля креслення. Зміст, розміщення і розміри граф основного напису для креслень представлені на рис. 1.2.



Всі креслення та ескізи, які виконані в навчальному семестрі і підписані викладачем, підлягають брошуруванню в альбом. Креслення збираються в послідовності виконання завдань – зверху титульний аркуш, під ним завдання 01 і т. д.

### 1.1.2. Масштаби

*Масштабом* називається відношення лінійних розмірів зображення предмета на кресленні до дійсних лінійних розмірів предмета. В залежності від розмірів зображуваного предмету, його зображення на кресленнях можуть виконуватися як в натуральну величину, так і зі зменшенням або збільшенням (табл. 1.2).

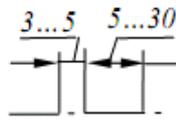
Таблиця 1.2. Масштаби

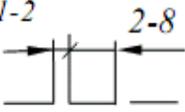
Масштаб зменшення	1:2	1:2,5	1:4	1:5	1:10	...
Масштаб збільшення	2:1	2,5:1	4:1	5:1	10:1	...
Натуральна величина	1:1					

### 1.1.3. Лінії

В навчальних кресленнях найбільш часто використовують шість *типів ліній* (табл. 1.3).

Таблиця 1.3. Типи ліній

	<b>Суцільна товста основна лінія.</b> Товщина $s \approx 0,5 \dots 1,4$ мм (на навчальних кресленнях рекомендується $s \approx 0,8 \dots 1,4$ мм). Призначення: зображення ліній видимого контуру, лінії контуру перерізу (винесеного і того, що входить в склад розрізу), внутрішня рамка креслення та ін..
	<b>Суцільна тонка лінія.</b> Товщина від $s/3$ до $s/2$ . Призначення: зображення лінії контуру накладеного перерізу, лінії розмірні та виносні, лінії штриховки.
	<b>Штрих-пунктирна тонка лінія.</b> Товщина від $s/3$ до $s/2$ . Призначення: зображення ліній осьових і центрових, ліній перерізу, які являються осями симетрії для накладених або винесених перерізів.

	<p><b>Штрихова лінія.</b> Товщина лінії від <math>s/3</math> до <math>s/2</math>. Призначення: зображення ліній невидимого контуру.</p>
	<p><b>Суцільна хвиляста лінія.</b> Товщина лінії від <math>s/3</math> до <math>s/2</math>. Призначення: зображення лінії обриву, ліній розосередження виду і розрізу.</p>
	<p><b>Розімкнена лінія.</b> Товщина лінії від <math>s</math> до <math>1,5s</math>. Призначення: зображення положень січних площин простих і складних розрізів і перерізів.</p>

Зазначимо, що штрих-пунктирні лінії, які застосовуються в якості осьових ліній, повинні перетинатися між собою довгими штрихами.

Штрих-пунктирну лінію, яку використовують в якості осьової лінії кола з діаметром менше 12 мм, рекомендується замінити суцільною тонкою лінією. Штрихи (і проміжки між ними) повинні бути приблизно однакової довжини.

#### **1.1.4.Шрифти**

Розмір *шрифту* визначається висотою прописних (заголовних) літер. Встановлені наступні розміри шрифту: 2,5; 3,5; 5; 7; 10; 14. Ширина літер визначається за відношенням до розміру шрифту або по відношенню до товщини лінії обводки  $d$  (рис. 1.4).

Стандарт встановлює наступні типи шрифту:

*тип А без нахилу* ( $d=h/14$ );

*тип А з нахилом близько  $75^\circ$*  ( $d=h/14$ );

*тип Б без нахилу* ( $d=h/10$ );

*тип Б з нахилом близько  $75^\circ$*  ( $d=h/10$ ).

На навчальних кресленнях рекомендується використовувати шрифт типу Б з нахилом (для розмірних чисел і всіх написів).

Шрифти виконуються з використанням допоміжної сітки (рис. 1.4). Сітку будують тонкими, ледь помітними лініями. Це дозволяє витримувати конструкцію літер та цифр.

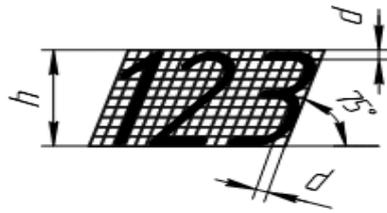


Рис. 1.4. Нахил шрифтів

Форма і конструкція арабських цифр шрифту Б з нахилом наведені на рис. 1.5.



Рис. 1.5. Форма і конструкція арабських цифр

Форма прописних літер з нахилом українського алфавіту (кирилиця) представлено на рис. 1.6. Ширина літер залежить не тільки від розміру шрифту, а і від конструкції самої літери.

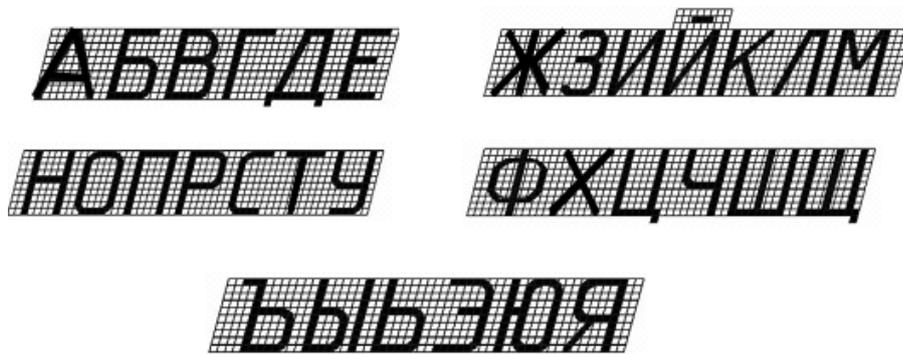


Рис. 1.6. Форма і конструкція великих букв

Форма і конструкція малих букв українського алфавіту шрифту типу Б з нахилом наведені на рис. 1.7.

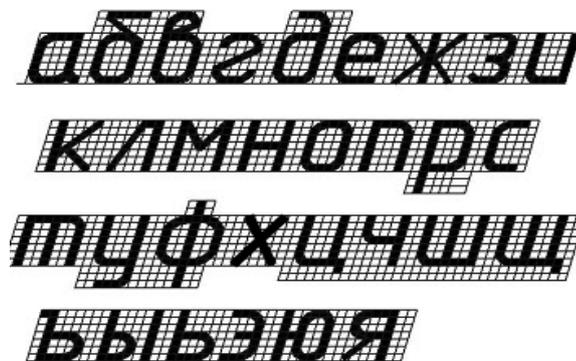


Рис. 1.7. Форма і розміри малих букв

### 1.1.5. Штриховка

Загальні графічні *позначення матеріалів* в розрізах і перерізах повинні відповідати вказаним в табл. 1.4.

Таблиця 1.4. Графічні позначення матеріалів

Матеріали		Позначення
Метали та тверді сплави		
Неметалічні матеріали		
Деревина	в поздовжньому перерізі	
	в поперечному перерізі	

Нахилені паралельні прямі лінії штриховки повинні проводитися під кутом  $45^\circ$ : до ліній рамки креслення (рис. 1.8.а), до осі зображення (рис. 1.8.б), до контуру перерізу (рис. 1.8.в).

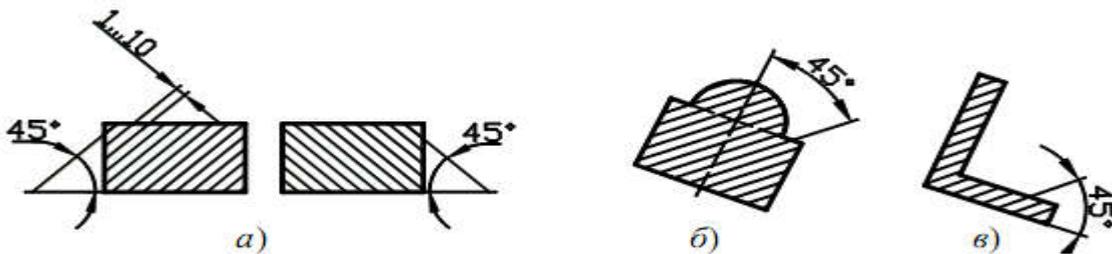


Рис.1.8. Позначення штриховки

Відстань між паралельними лініями штриховки повинна бути однаковою для всіх розрізів і перерізів даної деталі, які виконуються. Вказана відстань повинна складати від 1 до 10 мм в залежності від площі штриховки і необхідності урізноманітнити штриховку суміжних зображень. Для суміжних розрізів або перерізів двох деталей слід обрати нахил ліній штрихування для однієї деталі вправо, для іншої – вліво (зустрічна штриховка).

Якщо лінії штриховки, проведені до ліній рамки креслення під кутом  $45^\circ$ , співпадають по напрямку з лініями контуру або осьовими лініями, то замість кута  $45^\circ$  слід обрати кути  $30^\circ$  або  $60^\circ$  (рис. 1.9).

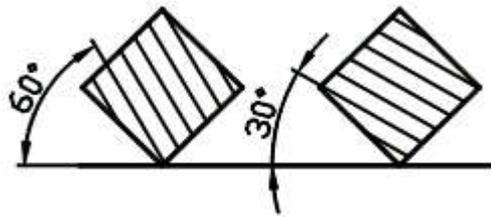


Рис.1.9. Нахил штриховки

Лінії штриховки повинні наноситися з нахилом вліво або вправо, але в одну і ту ж сторону на всіх розрізах або перерізах, які відносяться до однієї і тієї ж деталі, незалежно від кількості листів, на яких ці зображення розміщені.

## 1.2. Точка, пряма та площина на комплексному кресленні

### 1.2.1. Точка на комплексному кресленні

На рис.1.10 а і б представлені відповідно двовимірне та тривимірне комплексні креслення точок  $G$  і  $H$ . Креслення ці безвісні. Вони елементарні і особливих пояснень не потребують.

Іноді приходиться будувати комплексні креслення точок по їх координатам. Координатами  $x, y, z$  точки  $M$  називаються відповідно відстані від даної точки до фіксованих площин проєкцій  $P_3, P_2, P_1$  (рис.1.10 б).

Комплексне креслення в такому випадку буде мати осі проєкцій. Вони будуть базами підрахунку координат: відстань  $MM_3 = OM_x$  – координата  $x$  (абсциса) точки  $M$ ; відстань  $MM_2 = OM_y$  – координата  $y$  (ордината) точки  $M$ ; відстань  $MM_1 = OM_z$  – координата  $z$  (апліката) точки  $M$ .

Чисельні величини, що виражають координати  $x, y, z$  точки в міліметрах, записують в скобках після її найменування. Наприклад:  $A(30,15,25)$ .

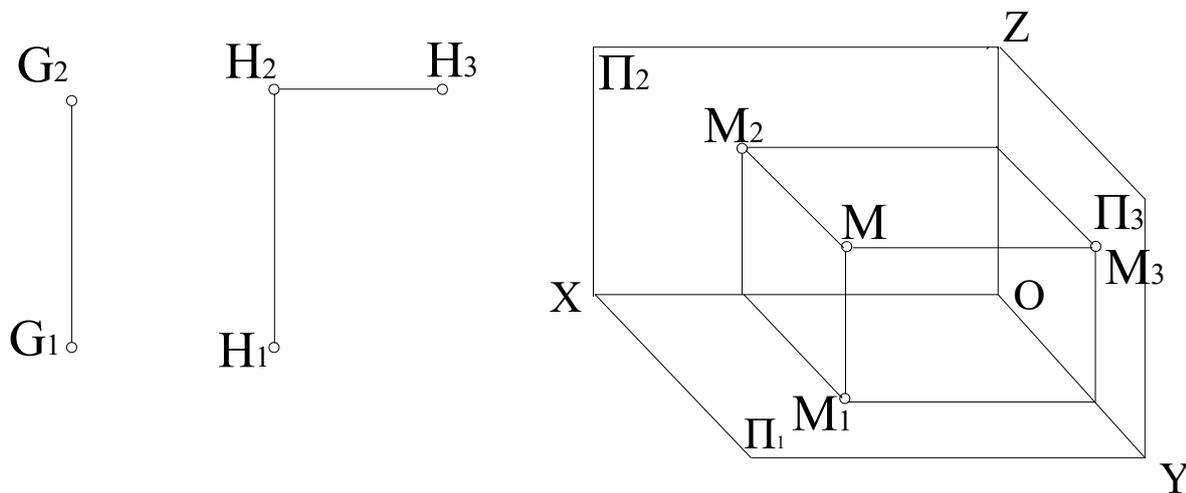


Рис. 1.10. Комплексні креслення

### ***1.2.2. Пряма на комплексному кресленні. Спосіб прямокутного трикутника***

Пряма нескінченна, тобто вона може бути продовжена. Якщо пряма лінія не співпадає з напрямом проектування, то її проекція також являється прямою. В протилежному випадку вона проектується в точку.

На комплексному кресленні пряма лінія може бути задана безпосередньо своїми проекціями (пряма  $q$  на рис. 1.11, а), проекціями двох її точок (точки  $K$  і  $L$  на рис. 1.11, б) або проекціями її відрізка (відрізок  $KL$  на рис. 1.11, в).

Відновлюючи пряму лінію, що розглядається, по її зображенням (проекціям) – рис. 1.11, г, визначаємо, що дана пряма не паралельна і не перпендикулярна ні одній з площин проєкцій:  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ . Такі прямі називаються *прямими загального положення*.

Аналізуючи рис. 1.11, в, г, робимо висновок, що проєкції  $K_1L_1$  і  $K_2L_2$  не дорівнюють по довжині самому відрізку-оригіналу, тобто вони коротші за нього, так як при проектуванні відрізок  $KL$  знаходився під кутом до площини проєкцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ .

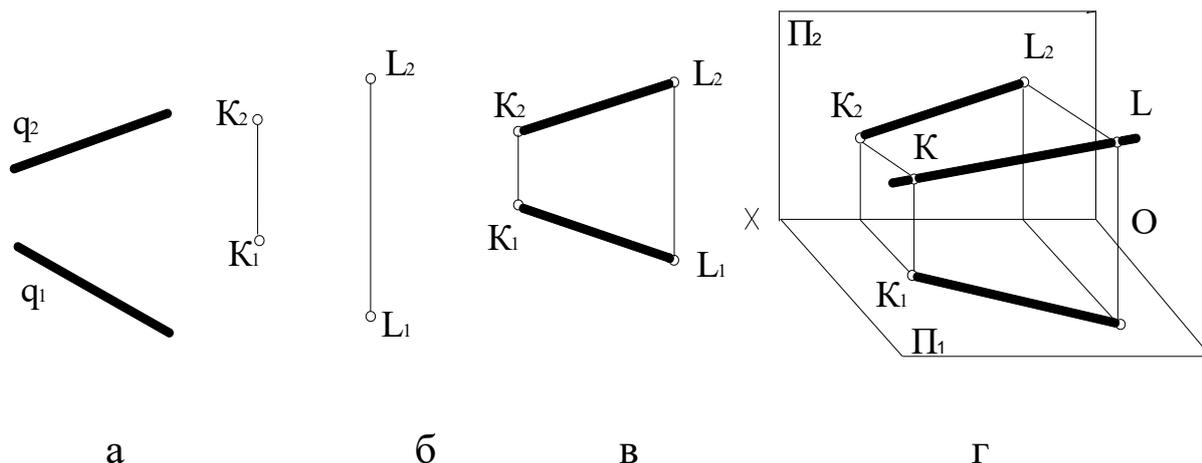


Рис. 1.11. Пряма на комплексному кресленні

Часто доводиться розв'язувати задачі визначення натуральної довжини відрізка прямої загального положення по його комплексному кресленню (рис. 1.12). Проведемо з точки  $P$  пряму  $PS \parallel \Pi_1$ . Отримаємо прямокутний трикутник  $PQS$ . Побудуємо в площині проєкцій  $\Pi_1$  трикутник  $P_1Q_1T$ , що дорівнює трикутнику  $PQS$ . Для цього до катету  $P_1Q_1$  з точки  $Q_1$  побудуємо другий катет  $Q_1T$ , що дорівнює відрізку  $QS$ , тобто перевищенню  $\Delta Z$  одного кінця відрізка над другим (або різниці відстаней кінців відрізка від площини  $\Pi_1$ ).

Таким чином, трикутник  $P_1Q_1T$  дорівнює трикутнику  $PQS$ . Тоді гіпотенуза  $P_1T$  буде дорівнювати гіпотенузі  $PQ$ , тобто самому відрізку-оригіналу  $PQ$ .

Звертаючись до комплексного креслення (рис. 1.12), помічаємо, що всі необхідні елементи для розв'язання поставленої задачі тут є. Є катет  $P_1Q_1$  (горизонтальна проєкція відрізка  $PQ$ ) і відома довжина другого катета  $Q_1T$  (вона дорівнює перевищенню  $\Delta Z$  одного кінця відрізка над другим). Виконавши необхідні побудови в площині  $\Pi_1$ , отримуємо прямокутний трикутник  $P_1Q_1T$ , гіпотенуза  $P_1T$  якого дорівнює натуральній величині даного відрізка. Такий спосіб визначення довжини відрізка прямої загального положення по його комплексному кресленню отримав назву способу *прямокутного трикутника*.

Повернемося до першого зображення на рис.1.12. Кут  $\alpha$  між гіпотенузою  $P_1T$  і проекцією  $P_1Q_1$  дорівнює куту нахилу відрізка-оригіналу  $PQ$  до горизонтальної площині проєкцій  $\Pi_1$ . Таким чином, в даній задачі одночасно була визначена і натуральна величина кута  $\alpha$  нахилу прямої загального положення (відрізка  $PQ$ ) до горизонтальної площині проєкцій  $\Pi_1$ .

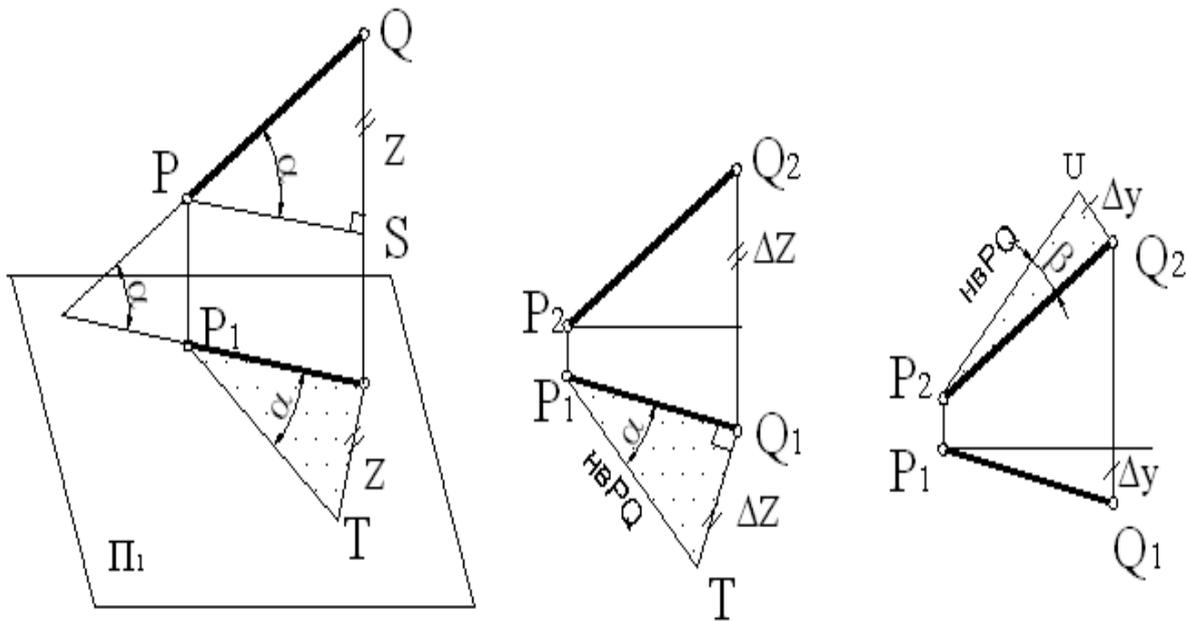


Рис. 1.12. Визначення натуральної величини відрізка

Розмірковуючи аналогічним чином у відношенні фронтальної площини проєкцій  $\Pi_2$ , знову визначимо ту ж саму натуральну величину відрізка  $PQ$  до фронтальної площини проєкцій  $\Pi_2$ . Читачеві рекомендується самостійно виконати схему, взявши замість площини  $\Pi_1$  площину  $\Pi_2$ .

Повернемося до комплексного креслення (рис. 1.12). Прямокутний трикутник будемо у фронтальній площині проєкцій  $\Pi_2$ . Тут одним з катетів буде проєкція  $P_2Q_2$ , а другим – відрізок  $Q_2U$ , що дорівнює різниці відстаней  $\Delta y$  кінців відрізка від площини проєкцій  $\Pi_2$ . Тоді гіпотенуза  $P_2U$  є та ж сама натуральна величина відрізка  $PQ$ , а кут  $\beta$  між гіпотенузою і проєкцією  $P_2Q_2$  являється натуральною величиною кута  $\beta$  нахилу відрізка-оригіналу  $PQ$  до фронтальної площини проєкцій  $\Pi_2$ .

**Прямі окремого положення** – це прямі, або паралельні, або перпендикулярні кожній з площин проєкцій:  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ .

Прямі паралельні до площин проєкцій  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  називаються *прямими рівня*, так як всі точки такої прямої знаходяться на одному рівні по відношенню до відповідної площини проєкцій.

Прямі перпендикулярні до площин проєкцій  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  називаються *проектуючими прямими*, так як вони співпадають з напрямом проєктування.

На рис. 1.13 представлені наочні зображення першої групи прямих окремого положення – прямих рівня. В відповідності з назвою площини проєкцій, до якої вони паралельні, ці прямі отримали наступні назви:

пряма  $h$  – *горизонталь*, так як  $h // \Pi_1$ ;

пряма  $f$  – *фронталь*, так як  $f // \Pi_2$ ;

пряма  $p$  – *профільна пряма*, так як  $p // \Pi_3$ .

На рис. 1.14 представлені комплексні креслення горизонталі  $h$  і фронталі  $f$ . Ці прямі в якості допоміжних достатньо часто будуть зустрічатися в рішеннях задач, тому на них необхідно звернути увагу. По своєму зображенню на комплексних кресленнях вони взаємно зворотні. Одна з їх проєкцій горизонтальна, а друга нахилена і уявляє собою натуральну величину прямої. Кути  $\alpha$  і  $\beta$  визначають кути нахилу цих прямих до відповідних площин проєкцій  $\Pi_2$  і  $\Pi_1$ .

Що ж стосовно профільної прямої  $p$ , то для неї двокартинне креслення являється незворотнім (рис. 1.15, а), так як не визначає дійсного положення даної прямої у просторі. В такому випадку креслення необхідно доповнити або третім зображенням (профільною проєкцією  $p_3$ ) – рис. 1.15, б, або задати на цій прямій дві будь-які точки  $A$  і  $B$ .

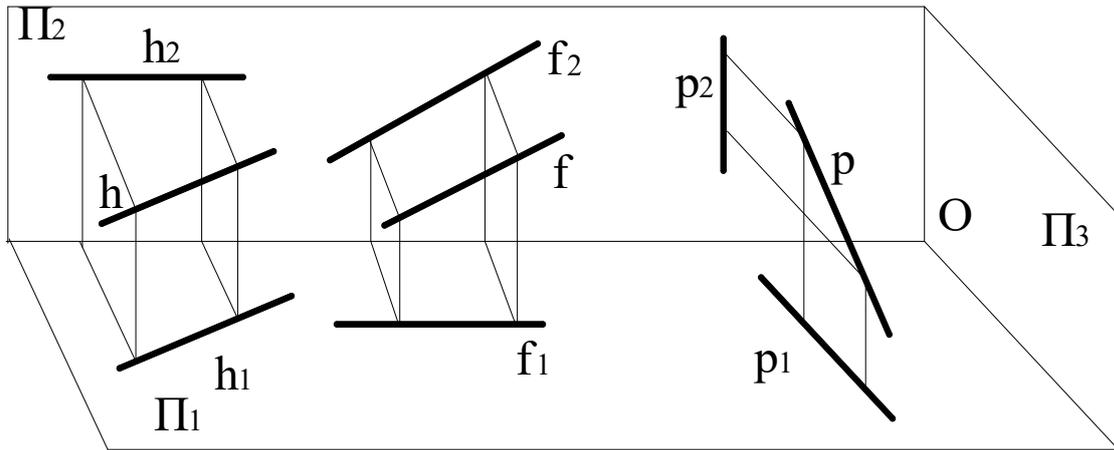
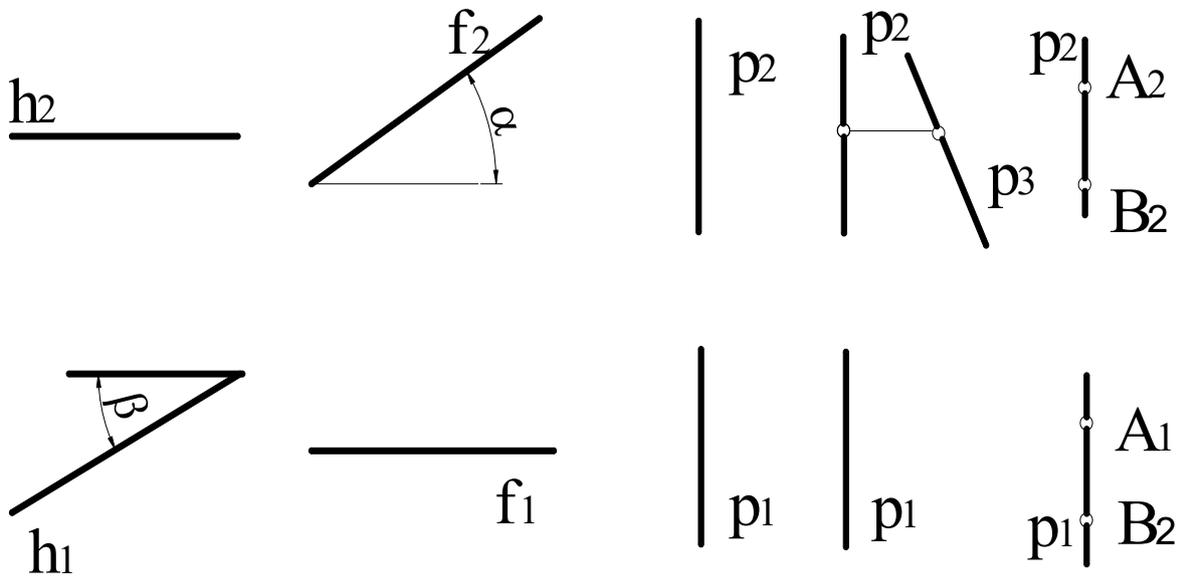


Рис.1.13. Наочні зображення прямих рівня



а б  
Рис. 1.14. Комплексні креслення фронталі і горизонталі

а б в  
Рис. 1.15. Комплексні креслення профільної прямої

На рис.1.16 представлені наочні зображення другої групи прямих окремого положення – проєктуючих прямих.

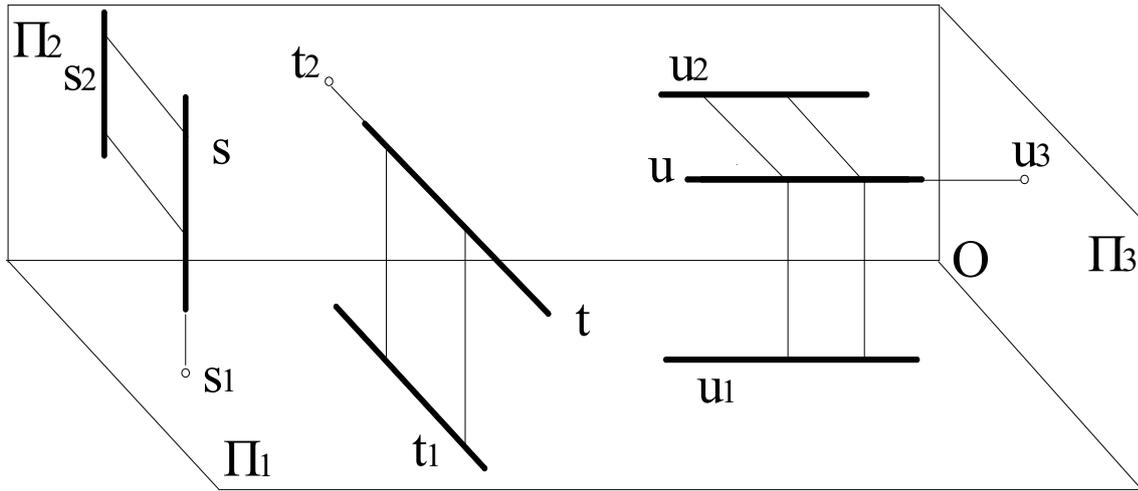


Рис.1.16. Наочні зображення проєктуючих прямих

У відповідності з назвою площини проєкцій, якої вони перпендикулярні, ці прямі отримали наступні назви:

пряма  $s$  – горизонтально-проєктуюча, так як  $s \perp \Pi_1$ ;

пряма  $t$  – фронтально-проєктуюча, так як  $t \perp \Pi_2$ ;

пряма  $u$  – профільно-проєктуюча, так як  $u \perp \Pi_3$ .

На рис.1.17 представлені комплексні креслення проєктуючих прямих  $s, t, u$ .

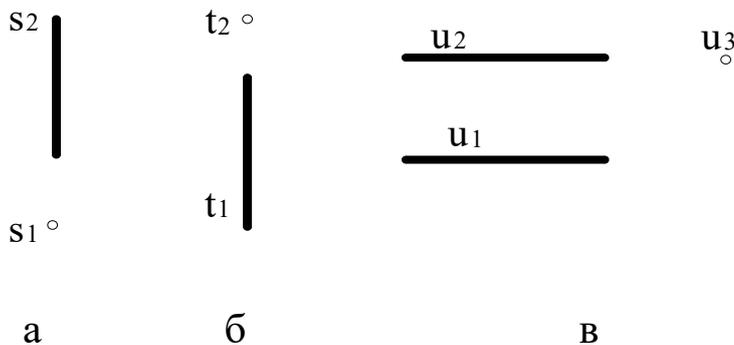


Рис. 1.17. Комплексні креслення проєктуючих прямих

Одна з проєкцій представляє собою точку, а другі співпадають з лініями зв'язку.

### 1.2.3. Взаємне положення двох прямих

*Паралельні прямі.* На комплексному кресленні однойменні проєкції двох паралельних прямих також паралельні між собою, тобто  $s_1 // t_1$  і  $s_2 // t_2$  (рис. 1.18).

При наявності основного двокартинного креслення це твердження дійсно для любых прямих, крім профільних. На рис.1.19 представлені дві профільні прямі:  $p$  і  $u$ . На перший погляд вони здаються паралельними, так як  $p_1 // u_1$  і  $p_2 // u_2$ . Але побудувавши їх треті проекції  $p_3$  і  $u_3$ , ми бачимо зворотне, тобто вони не паралельні.

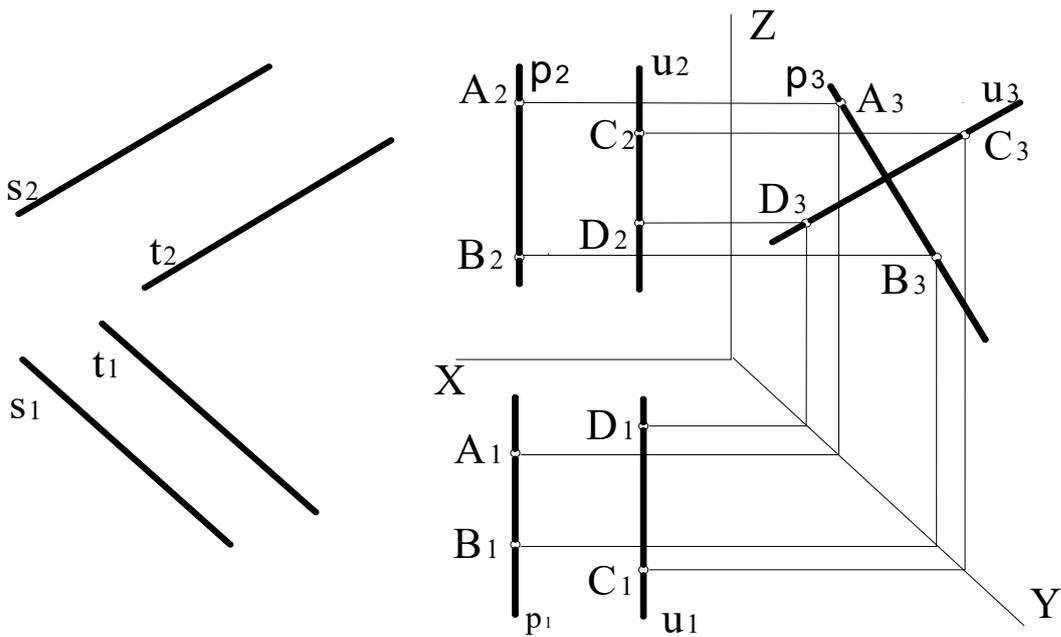


Рис. 1.18.Паралельні прямі

Рис. 1.19.Профільні прямі

*Перетинні прямі.* Дві прямі, що перетинаються мають одну спільну точку. На комплексному кресленні проекції  $T_1$  і  $T_2$  даної точки  $T$  являються точками перетину однойменних проекцій прямих і вони повинні знаходитися на одній вертикальній лінії зв'язку (рис.1.20).

*Перехресні прямі.* Ці дві прямі не паралельні і не перетинаються. На комплексному кресленні їх однойменні проекції перетинаються в точках, що не лежать на одній лінії зв'язку (рис.1.21).

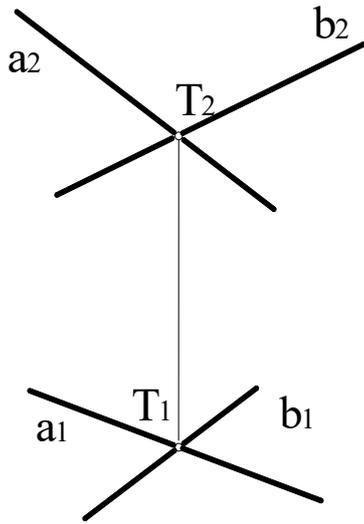


Рис. 1.20.Перетинні прямі

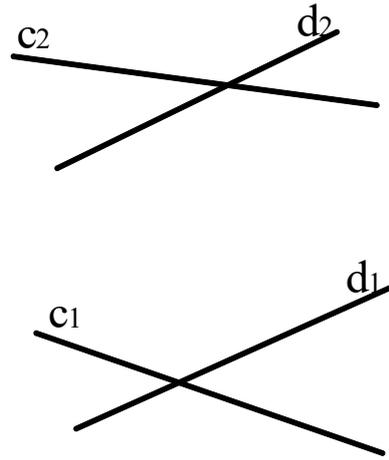
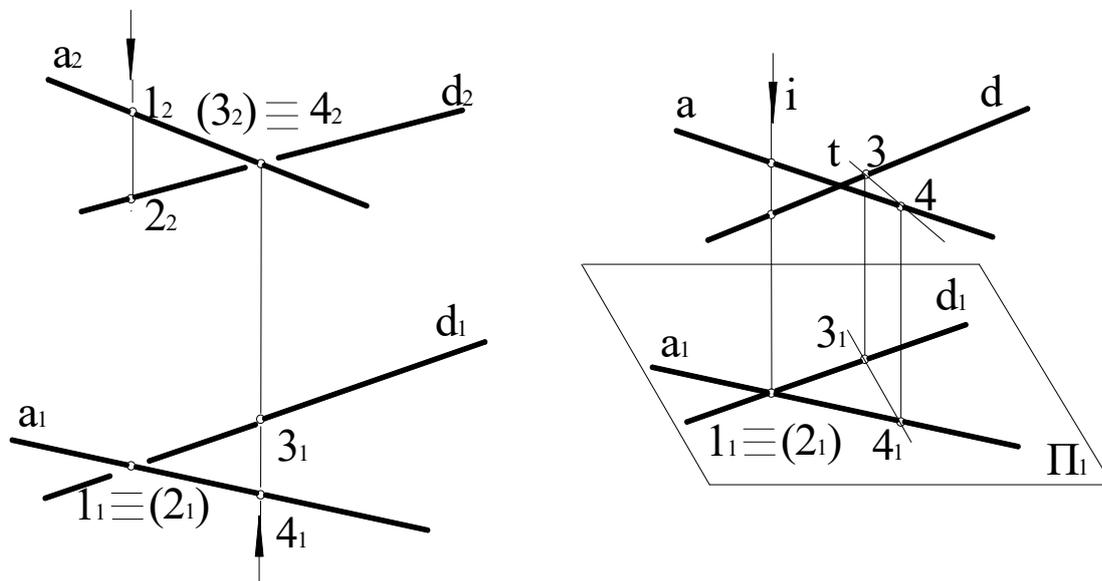


Рис. 1.21.Перехресні прямі

Перехресні прямі часто використовуються для визначення видимості елементів на комплексному кресленні. Нехай задані дві перехресні прямі  $a$  і  $d$  (рис. 1.22, а). Необхідно розв'язати задачу: яка з прямих закриває собою другу в горизонтальній та фронтальній проєкціях. Звернемося спочатку до наочного зображення (рис. 1.22, б).



а

б

Рис. 1.22. Перехресні прямі на комплексному кресленні

Почнемо з горизонтальної проєкції. В місці перетину горизонтальних проєкцій  $a_1$  і  $d_1$  перехресних прямих маємо

співпадаючі проекції точок  $1$  і  $2$ , що належать різним прямим. Нехай точка  $1$  належить прямій  $a$ , а точка  $2$  – прямій  $d$ . Ці дві точки, що знаходяться на горизонтально-проектуючій прямій  $i$ , з якою співпадає наш напрямок зору, називаються *конкуруючими*. Вони конкурують на видимість в горизонтальній площині. З рисунку 1.22, б видно, що виграє точка  $1$ , тобто вона закриває собою точку  $2$  в горизонтальній проекції. Про це ж свідчить і фронтальна проекція на рис.1.22, а. Точка  $1$  знаходиться вище точки  $2$ . Відмітимо факт невидимості точки  $2$  дужками. Значить, пряма  $a$  з точкою  $1$  закриває собою пряму  $d$  з точкою  $2$ . Умовно перериваємо в цьому місці проекцію  $d_1$ .

Переходимо до установлення видимості в фронтальній проекції за допомогою конкуруючих точок  $3$  і  $4$ . Наш промінь зору, що співпадає з фронтально-проектуючою прямою  $t$ , проходить через точку  $4$  (нехай вона належить прямій  $a$ ) і точку  $3$ , що належить прямій  $d$ . Як впливає з рис. 1.22, б, виграє точка  $4$ , яку ми бачимо першою і яка закриває собою точку  $3$ . Значить, пряма  $a$  з точкою  $4$  закриває собою пряму  $d$  з точкою  $3$ . Про це ж говорить і горизонтальна проекція рис. 1.22, а. Точка  $4$  знаходиться ближче точки  $3$ . Умовно перериваємо в цьому місці проекцію  $d_2$  прямої  $d$ .

#### **1.2.4. Проекції прямого кута**

Можливі три випадки розташування сторін прямого кута по відношенню до площин проекцій (рис.1.23). В першому випадку (рис. 1.23а) обидві сторони прямого кута  $hEh'$  паралельні площині проекцій  $\Pi_1$ . Зрозуміло, що цей прямий кут зпроектується на площину  $\Pi_1$  в натуральну величину.

Зайвими будуть докази для ствердження, що в другому випадку (рис. 1.23б) прямий кут не зпроектується на площину  $\Pi_1$  в натуральну величину, так як обидві його сторони  $r$  і  $q$  являються прямими загального положення.

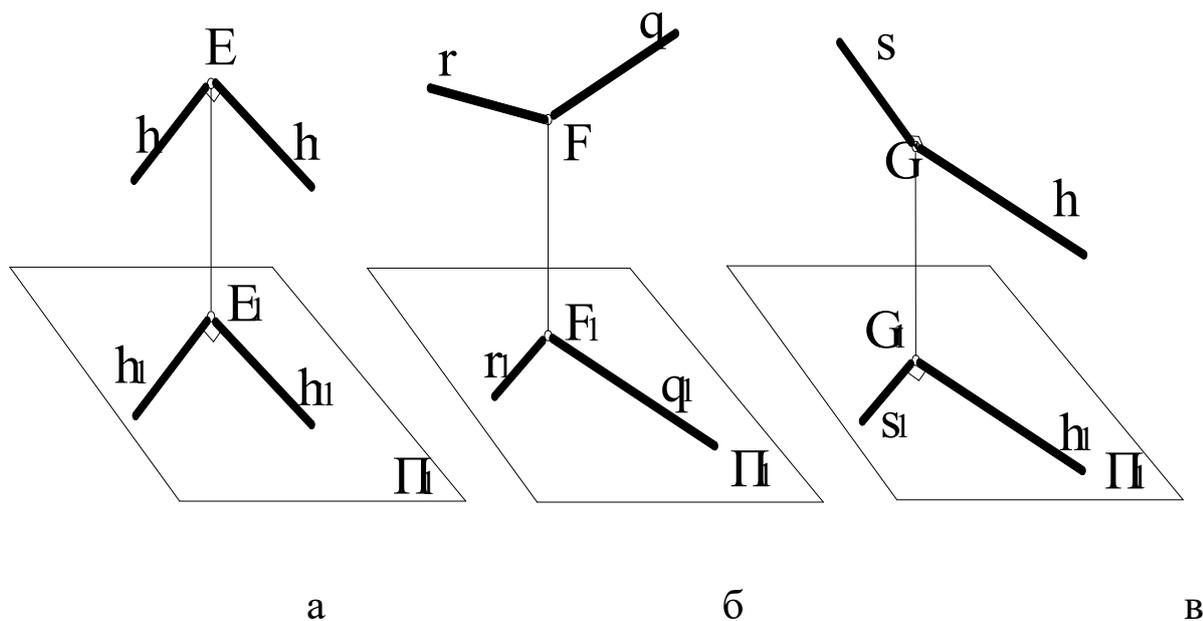


Рис.1.23. Три випадки розташування сторін прямого кута по відношенню до площин проекцій

Розглянемо докладніше третій випадок (рис.1.23в), коли тільки одна сторона прямого кута паралельна площині проекцій. Неважко довести, що в цьому випадку прямий кут  $sGh$  зпроектується на площину  $\Pi_1$  в натуральну величину.

Нехай через прямі  $s$  і  $GG_1$  проходить площина  $\theta$ . Тоді горизонталь  $h \perp \theta$ , так як  $h \perp s$  і  $h \perp GG_1$  (пряма перпендикулярна до площини, якщо вона перпендикулярна двом перетинаючимся прямим цієї площини). А так як  $h // h_1$ , то  $h_1 \perp \theta$ . Значить,  $h_1 \perp s_1$  (тобто пряма  $h_1$  буде перпендикулярна будь-якій прямій в площині  $\theta$ , в тому числі і прямій  $s_1$ ). Таким чином, ми довели, що кут  $s_1G_1h_1 = 90^\circ$ . Всі наведені вище міркування стосовно проєкцій прямих кутів справедливі і в відношенні фронтальної площини проєкцій  $\Pi_2$ . Тільки там в якості прямої рівня повинна розглядатися фронталь.

На рисунках 1.24, а, б наводяться комплексні креслення прямих кутів, коли одна із їх сторін являється горизонталлю (рис. 1.24, а) або фронталлю (рис. 1.24, б).

Таким чином, доведену вище *теорему про проєкції прямого кута* можна сформулювати так: якщо одна сторона прямого кута

паралельна площині проєкцій, то на цю площину даний прямий кут проєктується в натуральну величину.

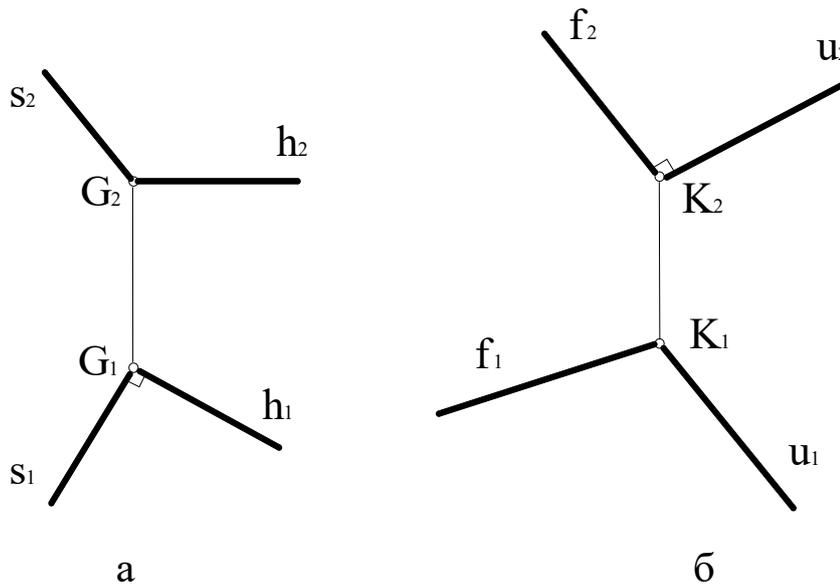


Рис. 1.24. Комплексні креслення прямих кутів

### 1.2.5. Площина на комплексному кресленні

Площина – простий вид поверхні. Вона відноситься до незамкнених поверхонь, тобто може бути продовжена, не має товщини. В задачах будемо вважати її непрозорою. Площина, не паралельна і не перпендикулярна ні до однієї з площин проєкцій  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ , називається площиною загального положення. Площина загального положення на комплексному кресленні не може бути задана безпосередньо своїми проєкціями (як, наприклад, точка чи пряма), так як вона не має меж і покриває собою все поле проєкцій. Тому її задають або відсіком в вигляді  $n$ -кутньої пластинки (рис. 1.25, а), або елементами її визначаючими:

- трьома точками –  $L, M, N$ , що не лежать на одній прямій (рис. 1.25, б);
- прямою  $a$  і точкою  $M$  за її межами (рис. 1.25, в);
- двома паралельними прямими –  $b$  і  $c$  (рис. 1.25, г);
- двома перетинними прямими –  $d$  і  $e$  (рис. 1.25, д).

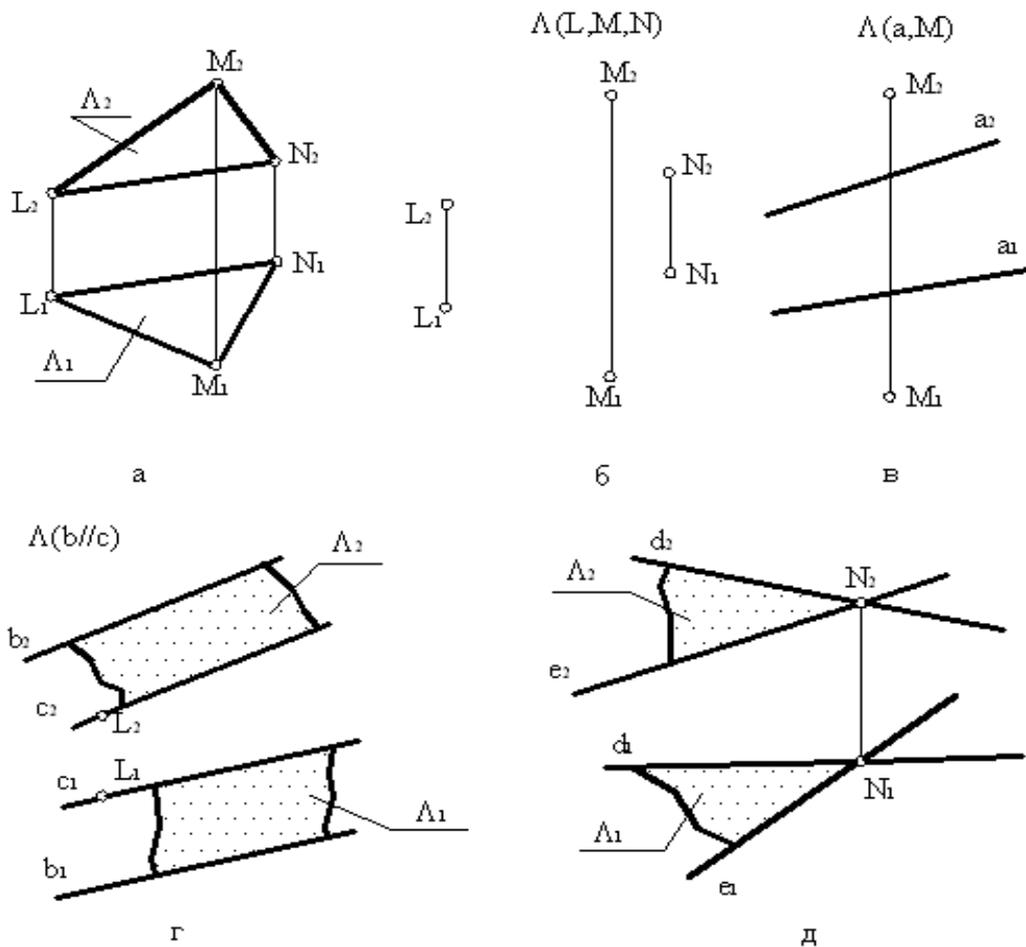


Рис. 1.25. Площина загального положення на комплексному кресленні

Необхідно відмітити, що в основі усіх цих способів завдання знаходяться три точки, що визначають єдину площину. Можна, по бажанню, легко переходити від одного способу завдання до другого.

Існує ще один спосіб завдання площини на комплексному кресленні – це завдання слідами. На рисунку 1.26, а зображена частина площини загального положення  $P$ . Прямі  $h_0$  і  $f_0$ , по яким площина  $P$  перетинає площини проєкцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ , називаються її *слідами*. Якщо тепер розвернути цю модель в плоске креслення (забравши площину-оригінал  $P$ ), то на комплексному кресленні залишаться тільки сліди цієї площини – прямі  $h_0$  і  $f_0$  (рис. 1.26, б).

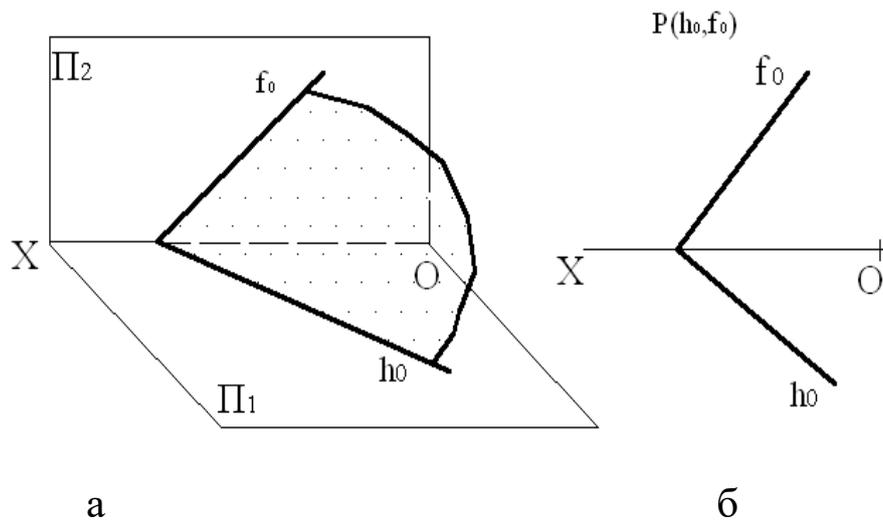


Рис. 1.26. Завдання площини на комплексному кресленні слідами

Переходимо до розгляду *площин окремого положення*. Це площини, або перпендикулярні до будь-якої з площин проєкцій, або паралельні їй. Площини перпендикулярні до площин проєкцій  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$  називаються *проєктуючими площинами*, так як вони співпадають з напрямом проєктування (рис. 1.27).

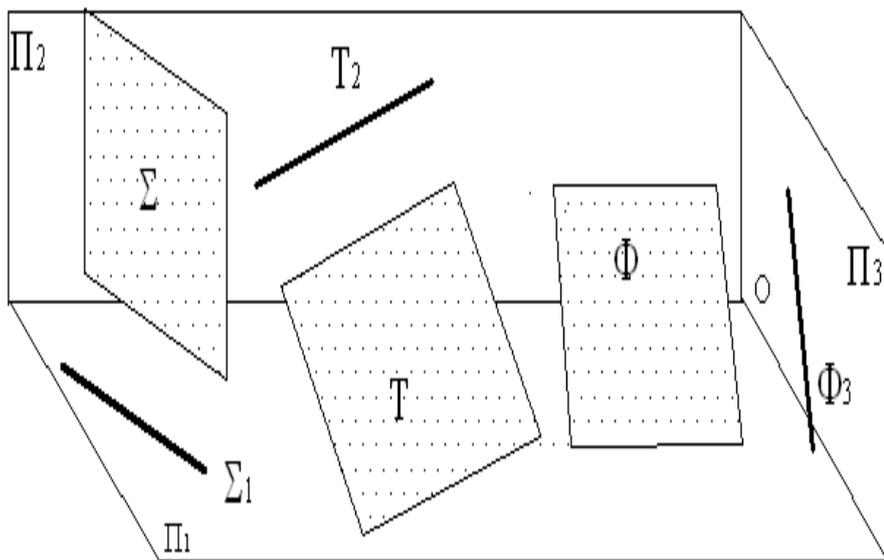


Рис. 1.27. Площини окремого положення

У відповідності з назвою площини проєкцій, якій вони перпендикулярні, ці площини окремого положення отримали наступні назви:

- площина  $\Sigma$  (сигма) – *горизонтально - проєктуюча*, так як  $\Sigma \perp \Pi_1$ ;

- площина Т (тау) – фронтально - проектуюча. Так як  $T \perp P_2$ ;
- площина Ф (фі) – профільно - проектуюча, так як  $\Phi \perp P_3$ .

Таким чином, на відміну від площин загального положення площини окремого положення можуть задаватися на комплексному кресленні безпосередньо своїми проекціями.

Друга група площин окремого положення – площини рівня представлені на рисунку 1.28. Площини рівня – це площини паралельні до площин проєкцій  $P_1, P_2, P_3$ .

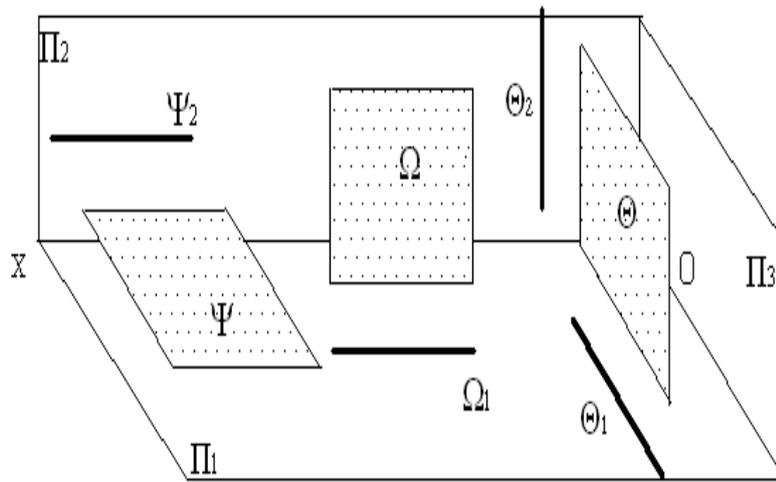


Рис. 1.28. Площини рівня

У відповідності з назвою площин проєкцій, яким вони паралельні, ці площини окремого положення отримали наступні назви:

- площина  $\Psi$  (псі) – горизонтальна площина рівня, так як  $\Psi // P_1$ ;
  - площина  $\Omega$  (омега) – фронтальна площина рівня, так як  $\Omega // P_2$ ;
  - площина  $\Theta$  (тета) – профільна площина рівня, так як  $\Theta // P_3$ .
- На комплексних кресленнях ці площини мають неповні зображення, що складаються з горизонтальних і вертикальних прямих.

### 1.2.6. Точки і прямі в площині

Побудова точок та прямих в площинах окремого положення не викликає складнощів, так як одна з проєкцій цих геометричних об'єктів співпадає з однойменною проєкцією-прямою цих площин.

А як побудувати довільну точку в площині загального положення? Тут ми повинні покликати на допомогу простішу лінію – пряму. Цією допоміжною прямою точка як би прив'язується до площини.

Нехай маємо площину загального положення  $\Gamma$  (рис. 1.29, а). Щоб задати в цій площині точку  $P$ , достатньо провести в ній довільну пряму  $g$ . Із елементарної геометрії відомо, що пряма належить площині в тому випадку, коли дві точки цієї прямої належать даній площині. Хай це будуть точки  $1$  і  $2$ . Залишається задати точку  $P$  в будь-якому місці цієї допоміжної прямої  $g$ .

Рисунок 1.29, б представляє розв'язання цієї задачі на комплексному кресленні. Площина загального положення  $\Gamma$  задана двома перетинними прямими:  $k$  і  $l$ .

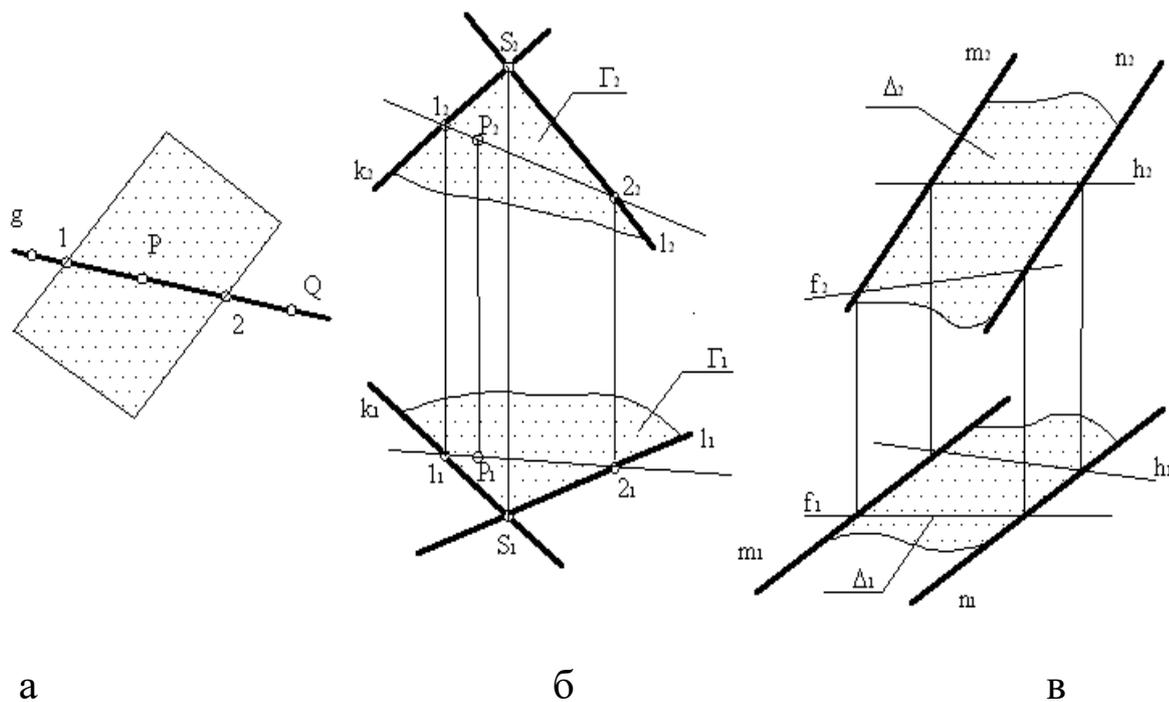


Рис.1.29. Точки і прямі в площині

В якості допоміжних прямих площини в задачах часто використовуються прямі рівня – горизонталь  $h$  і фронталь  $f$ . І в площинах їх треба будувати не задумуючись. Зрозуміло, що необхідно починати з тієї проекції прямої рівня, яка завжди горизонтальна. На рис.1.29в в площині загального положення  $\Delta$ , що

задана двома паралельними прямими  $m$  і  $n$ , побудовані довільні горизонталь  $h$  і фронталь  $f$ .

Існує ще одна цікава пряма в площині – лінія *найбільшого нахилу*, яка є мірою кута нахилу цієї площини до площини проєкцій  $\Pi_1$ . Іноді цю пряму називають лінією *скату* (по такій траєкторії з площини буде котитися куля).

Якщо в площині загального положення  $\Theta$  (рис. 1.30, а) провести пряму  $q$ , перпендикулярну горизонталі  $h$ , то із усіх прямих цієї площини вона одна утворює найбільший кут  $\alpha$  нахилу до площини проєкцій  $\Pi_1$ , тобто вона буде лінією скату. На основі теореми про прямий кут можемо стверджувати, що прямий кут, утворений цією лінією скату  $q$  і горизонталлю  $h$ , зпроєктується на площину  $\Pi_1$  без спотворення. Значить, в горизонтальній проєкції повинно бути  $q_1 \perp h_1$ .

Рис. 1.30, б представляє задачу побудови лінії скату  $q$  на комплексному кресленні. Площина загального положення  $\Theta$  задана її трикутним відсіком. Лінія найбільшого нахилу  $q$  (лінія скату) проходить через вершину  $B$  перпендикулярно горизонталі  $h$ . Продовжуючи цю задачу, можна визначити кут нахилу  $\alpha$  відрізка  $BT$  лінії скату до площини  $\Pi_1$ . Для цього використаємо спосіб прямокутного трикутника. В результаті цей кут  $\alpha$  визначає кут нахилу заданої площини  $\Theta$  до горизонтальної площини проєкцій  $\Pi_1$ .

Для визначення кута  $\beta$  нахилу заданої площини до фронтальної площини проєкцій  $\Pi_2$  необхідно скористатися фронталлю  $f$ . В такому випадку необхідно дотриматися перпендикулярності проєкцій:  $q_2 \perp f_2$ . Пряма  $q$  вже буде називатися лінією найбільшого нахилу до площини  $\Pi_2$ , лінією скату в такому випадку її називати не можна.

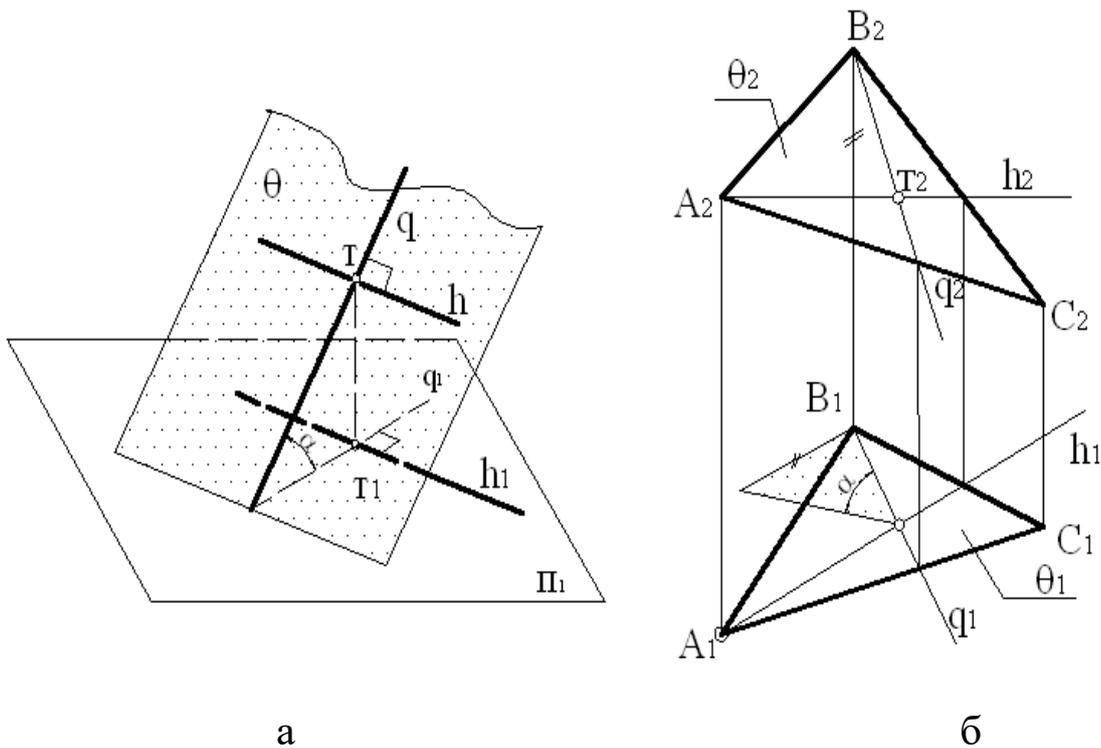


Рис. 1.30. Лінії скату

### 1.2.7. Прямі, паралельні та перпендикулярні до площини

Для того, щоб побудувати прямі паралельні та перпендикулярні до площин загального положення, необхідно спочатку згадати два твердження із стереометрії. Ось перше з них: пряма в тому випадку паралельна площині, якщо вона паралельна іншій прямій, що належить цій площині.

Схема на рис.1.31 пояснює це твердження. Щоб побудувати в просторі через точку  $D$  пряму  $t$ , паралельну заданій площині  $\Lambda$ , необхідно спочатку в цій площині провести деяку допоміжну пряму  $u$ , а потім вже паралельно їй будують через точку  $D$  шукану пряму  $t$ .

Так ми і зробимо на комплексному кресленні (рис.1.31.б), де площина загального положення  $\Lambda$  задана паралельними прямими  $r$  і  $s$ .

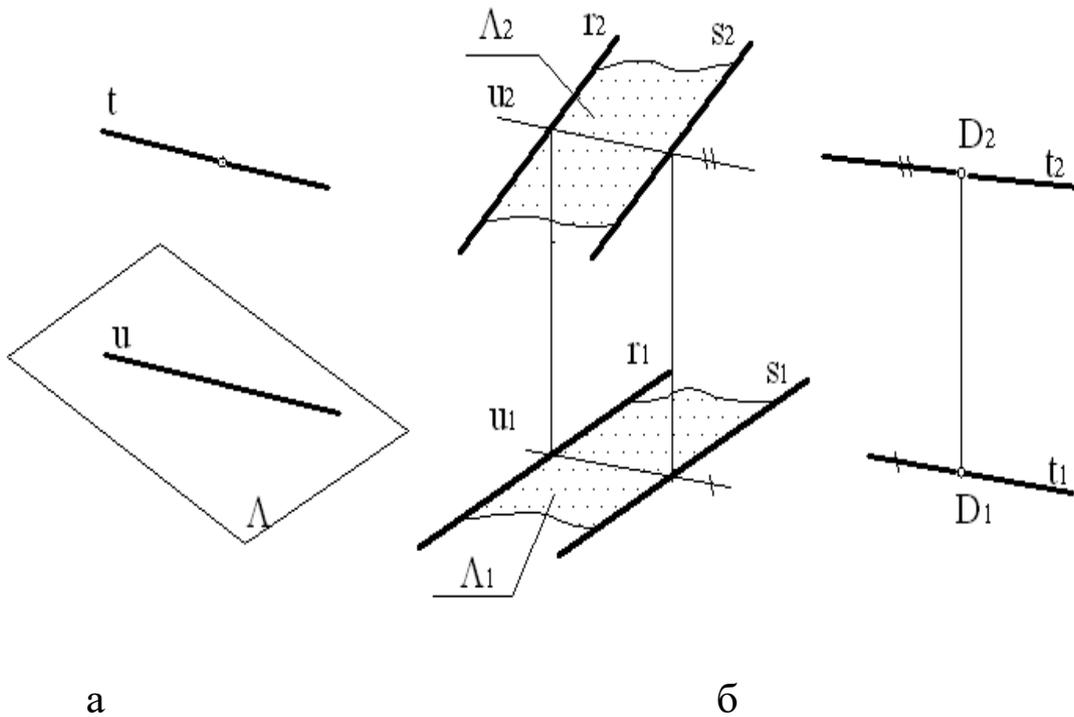


Рис.1.31. Побудова прямих паралельних та перпендикулярних до площин загального положення

А зараз згадаємо друге твердження з стереометрії: пряма в тому випадку перпендикулярна площині, якщо вона перпендикулярна двом перетинним прямим цієї площини.

Схема на рис.1.32.а пояснює це твердження. Пряма  $n$  являється перпендикуляром до площини  $P$ , так як  $n \perp a$  і  $n \perp b$ . Але в якості пари перетинних прямих зручніше брати не довільні прямі  $a$  і  $b$ , а прямі рівня – горизонталь  $h$  і фронталь  $f$  (рис.1.32, б). Тому що на основі теореми о проекції прямого кута прямий кут між горизонталлю  $h$  і шуканим перпендикуляром  $n$  (прямою загального положення) повинен зпроектуватися на площину  $\Pi_1$  в натуральну величину, тобто  $n_1 \perp h_1$ .

Точно таким же чином прямий кут між фронталлю  $f$  і перпендикуляром  $n$  зпроектується в натуральну величину на площину проєкцій  $\Pi_2$ , тобто  $n_2 \perp f_2$ .

Перейдемо до комплексного креслення (рис.1.32, в), на якому необхідно через точку  $S$  провести до площини  $P$ , що задана перетинними прямими  $c$  і  $d$ , перпендикуляр  $n$ . Для цього будуюмо в

площині  $P$  довільні горизонталь  $h$  і фронталь  $f$ , а потім через точку  $S$  проводимо перпендикуляр  $n$ , знаючи, що  $n_1 \perp h_1$  і  $n_2 \perp f_2$ .

Тут необхідно підкреслити суттєву деталь – для побудови перпендикуляра до площини прямі рівня проводяться в будь-якому її місці. Вони потрібні для визначення напрямів проекцій перпендикуляра.

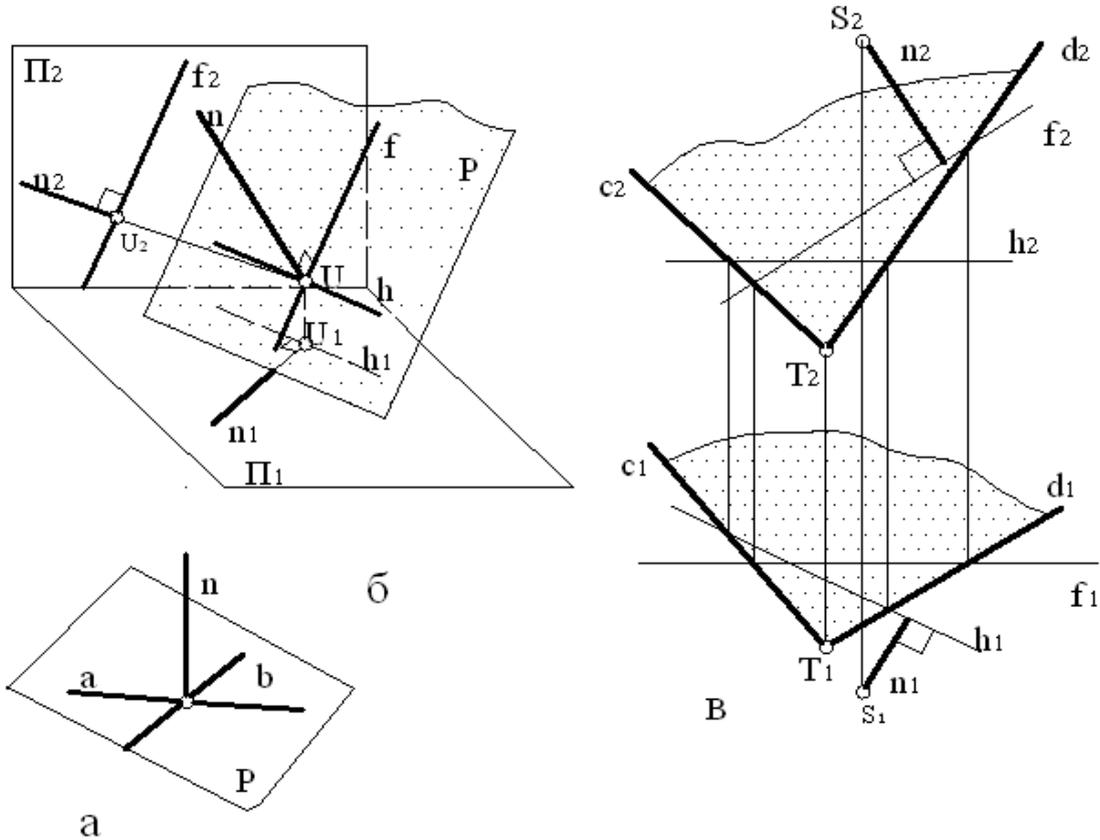


Рис. 1.32. Побудова перпендикуляра до площини

### 1.2.8. Прямі, що перетинаються з площиною

Прямі, не паралельні площині, перетинаються з нею, тобто мають загальну точку. Тому і почнемо з питання побудови їх точки перетину. Тут можливі наступні варіанти перетину:

1. Пряма проєктуюча – площина загального положення.
2. Пряма загального положення – площина окремого положення.
3. Пряма загального положення – площина загального положення.

Два перших варіанта взаємо перетину геометричних образів достатньо прості для розв'язання задач, і здобувачу вищої освіти рекомендується самостійно скласти їх комплексні креслення, а потім і розв'язати ці задачі. Ми же розглянемо третій варіант, тобто загальний випадок взаємо перетину прямої та площини. Спочатку звернемося до схеми на рис.1.33, а.

Задачу на побудову точок перетину прямої з площиною, а в подальшому і з любою поверхнею, можна умовно поділити на три частини:

1. *Задану пряму  $e$  заключаємо в допоміжну площину  $\Sigma$  (для зручності рішення ця площина повинна бути окремого положення).*

2. *Побудуємо лінію перетину допоміжної площини  $\Sigma$  з заданою площиною  $T$  (в нашому випадку – прямою  $g$ ).*

3. *Точка перетину побудованої лінії перетину  $g$  з заданою прямою  $e$  - шукана точка  $K$ .*

Так як допоміжна площина  $\Sigma$  явилася як би посередником між прямою  $e$  і площиною  $T$  в визначенні їх загального елемента (точки  $K$ ), такі площини будемо називати *площинами-посередниками*.

Перейдемо до вирішення задач комплексного креслення (рис. 1.33, б), де площина загального положення  $T$  задана її трикутним відсіком  $HLM$ . Відповідно наведеної вище схеми, заключаємо пряму  $e$  в площину-посередник  $\Sigma$  (горизонтально-проектуючу). Потім будуємо лінію перетину площин  $\Sigma$  і  $T$  (пряму  $g$ ). В завершення визначимо шукану точку  $K$ . Вона і буде точкою перетину заданих прямої  $e$  і площини  $T$ .

Тепер, вважаючи площину  $T$  непрозорою, ми повинні визначити видимість прямої  $e$ . Почнемо з горизонтальної проекції. Виділяємо пару перехресних прямих, якими являються, наприклад, задана пряма  $e$  і сторона  $HM$  трикутного відсіку. На них знаходяться конкуруючі точки  $1$  і  $2$ . При погляді зверху точка  $1$ , яка знаходиться на заданій прямій  $e$ , виграє в конкуренції на видимість. Значить, пряма  $e$  закриває собою сторону  $HM$  в горизонтальній проекції. Обводимо ділянку прямої  $e$  справа від точки  $K$  лінією видимого

контур. Невидиму ділянку прямої зліва обводимо штриховою лінією невидимого контуру.

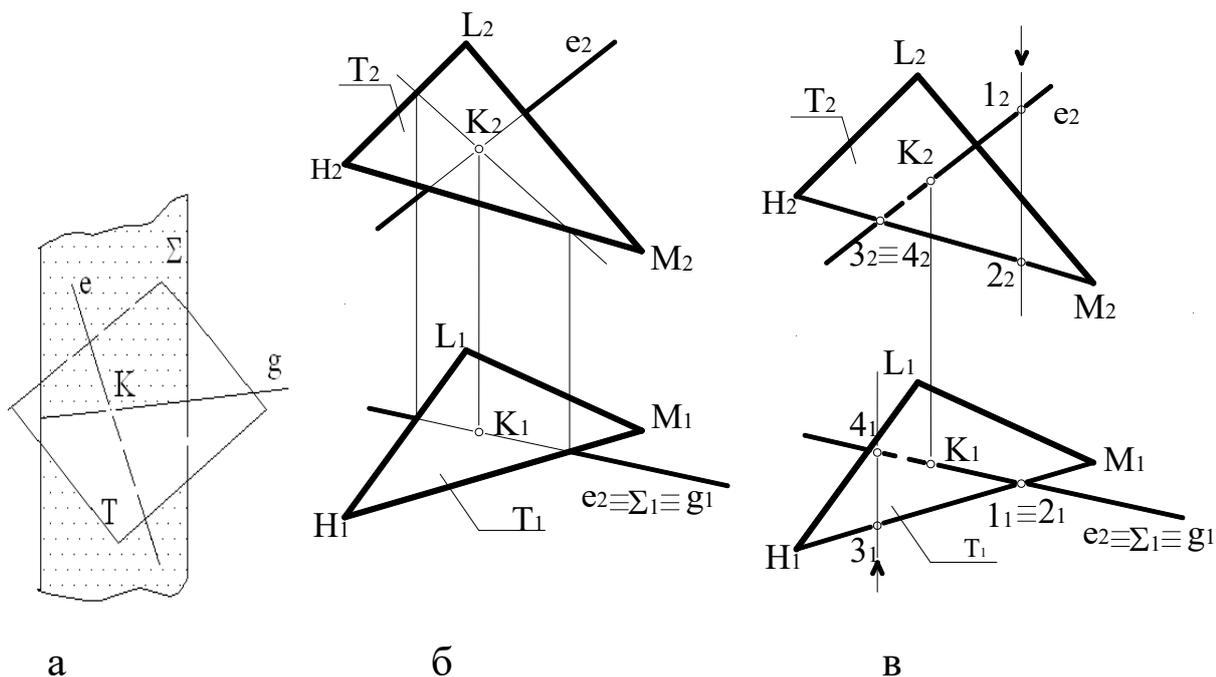


Рис.1.33. Прямі, що перетинаються з площиною

Для визначення видимості прямої в фронтальній проекції також виділяємо пару перехресних прямих, наприклад, ті ж самі задані пряму  $e$  і сторону  $HM$  трикутного відсіку. На них знаходяться конкуруючі точки  $3$  і  $4$ .

При виді спереду точка  $3$  буде видимою і закриває собою точку  $4$ . Значить, сторона  $HM$  відсіку, на якій знаходиться точка  $3$ , закриває собою пряму  $e$ . Обводимо ділянку прямої  $e$  зліва від точки  $K$  штриховою лінією. Справа від точки  $K$  пряма  $e$  видима.

### 1.2.9. Паралельність і перпендикулярність двох площин

Спочатку розглянемо паралельність площин. Згадаємо наступне твердження з стереометрії: дві площини в тому випадку паралельні, якщо дві перетинні прямі однієї площини відповідно паралельні двом перетинним прямим другої площини.

Схема на рис. 1.34, а пояснює це твердження. Площини  $\psi$  і  $\Omega$  паралельні одна одній, так як пара перетинних прямих  $m$  і  $n$

площини  $\psi$  відповідно паралельні другій парі перетинних прямих  $k$  і  $l$ , що знаходяться в площині  $\Omega$ .

Перейдемо до комплексного креслення (рис.1.34, б). Площина загального положення  $\psi$  задана відсіком у вигляді паралелограма  $NPQR$ . Через точку  $S$  простору побудувати площину  $\Omega$ , паралельну заданій площині  $\psi$ .

Для рішення задачі необхідно мати в площині  $\psi$  пару прямих, що перетинаються. Хай це будуть прямі при вершині  $N$ , тобто сторони відсіку  $NP$  і  $NR$ . Тоді через точку  $S$  будуюмо прямі  $r$  і  $t$ , відповідно паралельні відрізкам  $NP$  і  $NR$ . Ці перетинні прямі  $r$  і  $t$  визначають шукану площину  $\Omega$ , що проходить через точку  $S$  і паралельна заданій площині  $\psi$ .

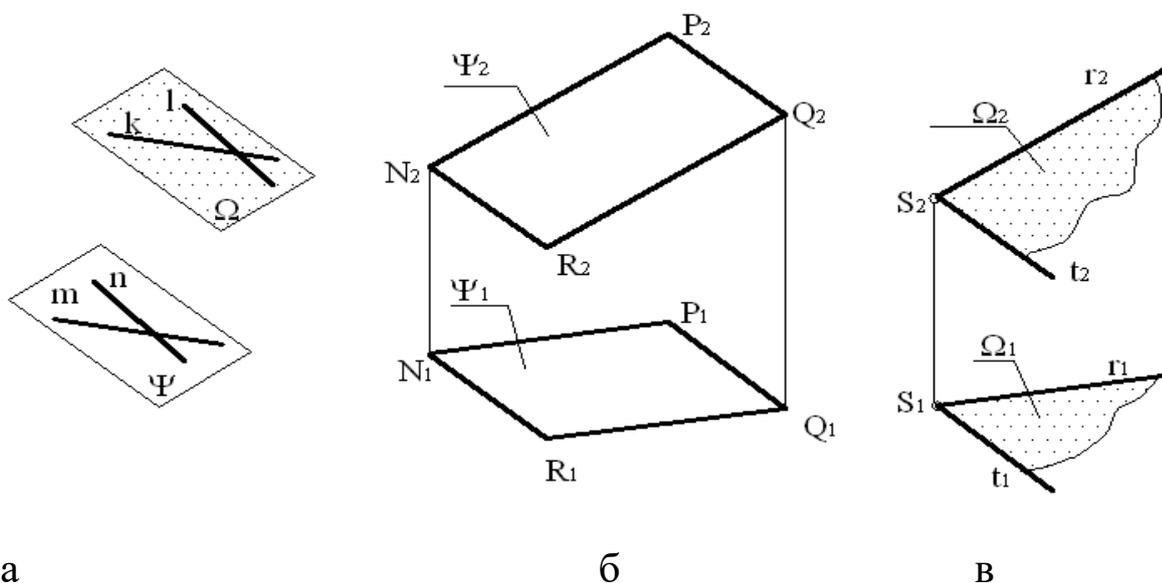


Рис. 1.34. Паралельність і перпендикулярність двох площин

Тепер розглянемо взаємну перпендикулярність двох площин. Для цього згадаємо друге твердження з стереометрії: дві площини в тому випадку взаємно перпендикулярні, якщо одна з них проходить через перпендикуляр до іншої.

На схемі рис.1.35, а площина  $\Delta$ , яка проходить через точку  $T$ , перпендикулярна площині  $\Gamma$ , так як вона проходить через перпендикуляр  $n$  до площини  $\Gamma$ .

Розв'яжемо цю задачу на комплексному кресленні (рис.1.35, б). Площина загального положення  $\Gamma$  задана паралельними

прямими  $p$  і  $q$ . Через точку  $T$  необхідно побудувати площину  $\Delta$ , перпендикулярну до заданої площини  $\Gamma$ . Шукана площина  $\Delta$  повинна проходити через перпендикуляр  $n$  до заданої. Тому спочатку через точку  $T$  будемо перпендикуляр  $n$  за допомогою горизонталі  $h$  і фронталі  $f$ , які проводимо в довільному місці площини  $\Gamma$ . Дотримуємося умови, щоб  $n_1 \perp h_1$  і  $n_2 \perp f_2$ .

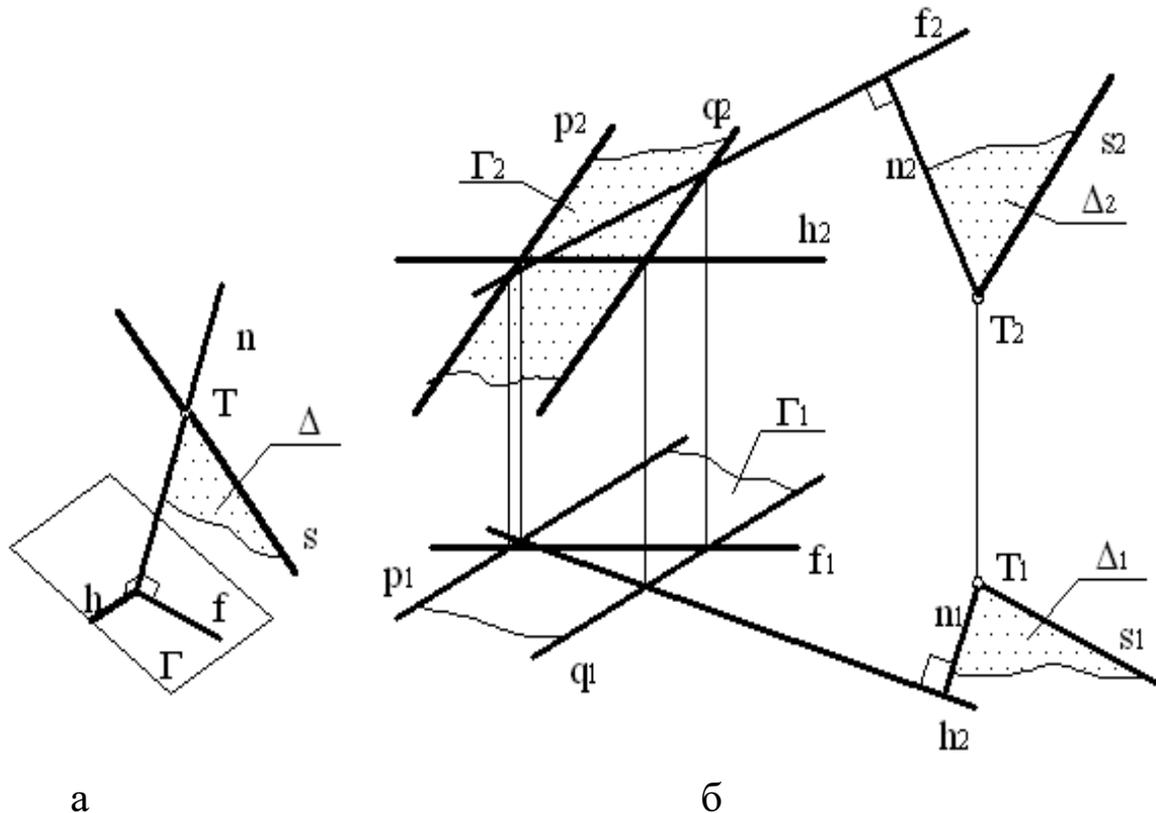


Рис.1.35. Взаємна перпендикулярність двох площин

Так як через перпендикуляр  $n$  і точку  $T$  на ньому можна провести велику кількість площин, то за допомогою деякої прямої  $s$  ми визначаємо одну конкретну площину  $\Delta$ , яка перпендикулярна до заданої площини  $\Gamma$  і проходить через точку  $T$ .

### 1.2.10. Площини, що перетинаються

Тут можливі наступні варіанти взаємо перетину:

1. обидві площини окремого положення;
2. одна площина загального положення, друга – окремого;
3. обидві площини загального положення.

Два перших випадки достатньо прості. Ми розглянемо загальний випадок.

Звернемося до схеми на рис.1.36, на якій своїми відсіками задані площини загального положення  $\Theta$  і  $\Lambda$ . Вони непаралельні і при своєму продовженні повинні перетнутися по якійсь прямій  $u$ . Вона уявляє собою геометричне місце точок, спільних для заданих площин  $\Theta$  і  $\Lambda$ . Отже, для побудови цієї прямої достатньо мати мінімум дві точки, спільні для площин  $\Theta$  і  $\Lambda$ .

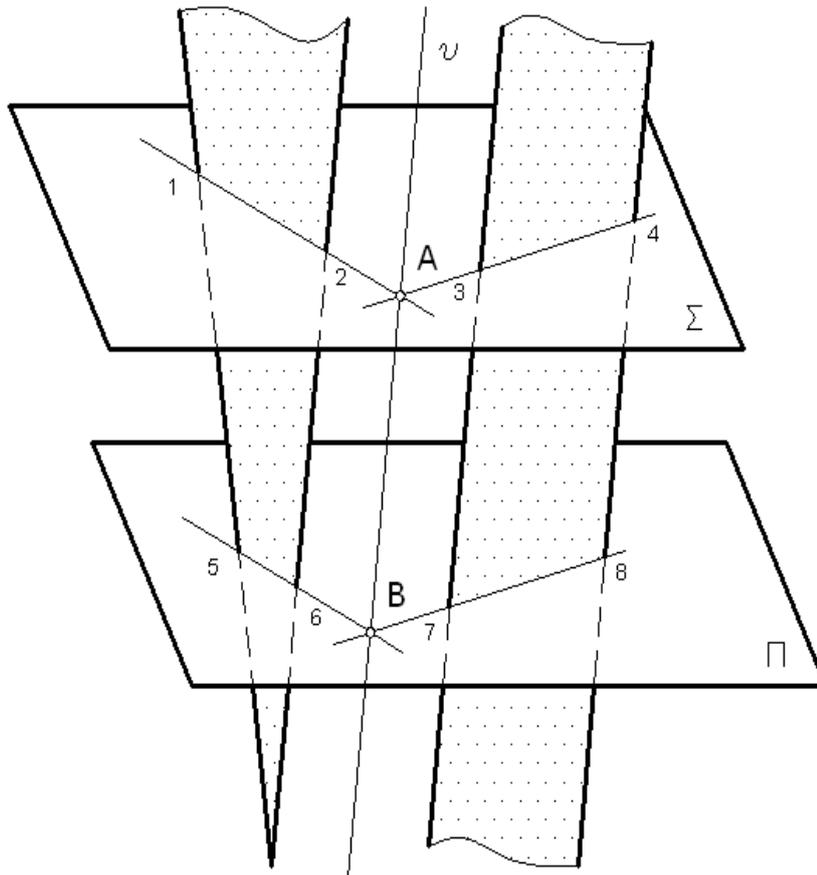


Рис.1.36. Площини, що перетинаються

Першу з них, тобто точку  $A$ , отримуємо за допомогою площини-посередника  $P$ , яка перетинає площину  $\Theta$  по прямій  $1-2$ , а площину  $\Lambda$  – по прямій  $3-4$ . Ці дві прямі, в свою чергу, знаходяться в одній площині  $P$  і перетинаються в точці  $A$ .

Аналогічно будуюмо другу спільну точку  $B$  за допомогою площини-посередника  $\Sigma$ , яка перетинає площину  $\Theta$  по прямій  $5-6$ , а площину  $\Lambda$  – по прямій  $7-8$ . Ці дві прямі при взаємному перетині дають другу спільну точку  $B$ .

На рис.1.37 розглянута задача розв'язана на комплексному кресленні в відповідності до вищерозглянутої схеми. В якості січних

площин-посередників зручніше вибирати або проектуючи площини, або площини рівня. Паралельність їх не обов'язкова.

Якщо плоскі відсіки знаходяться в безпосередньому взаємно перетині, то використання таких площин-посередників не обов'язкове.

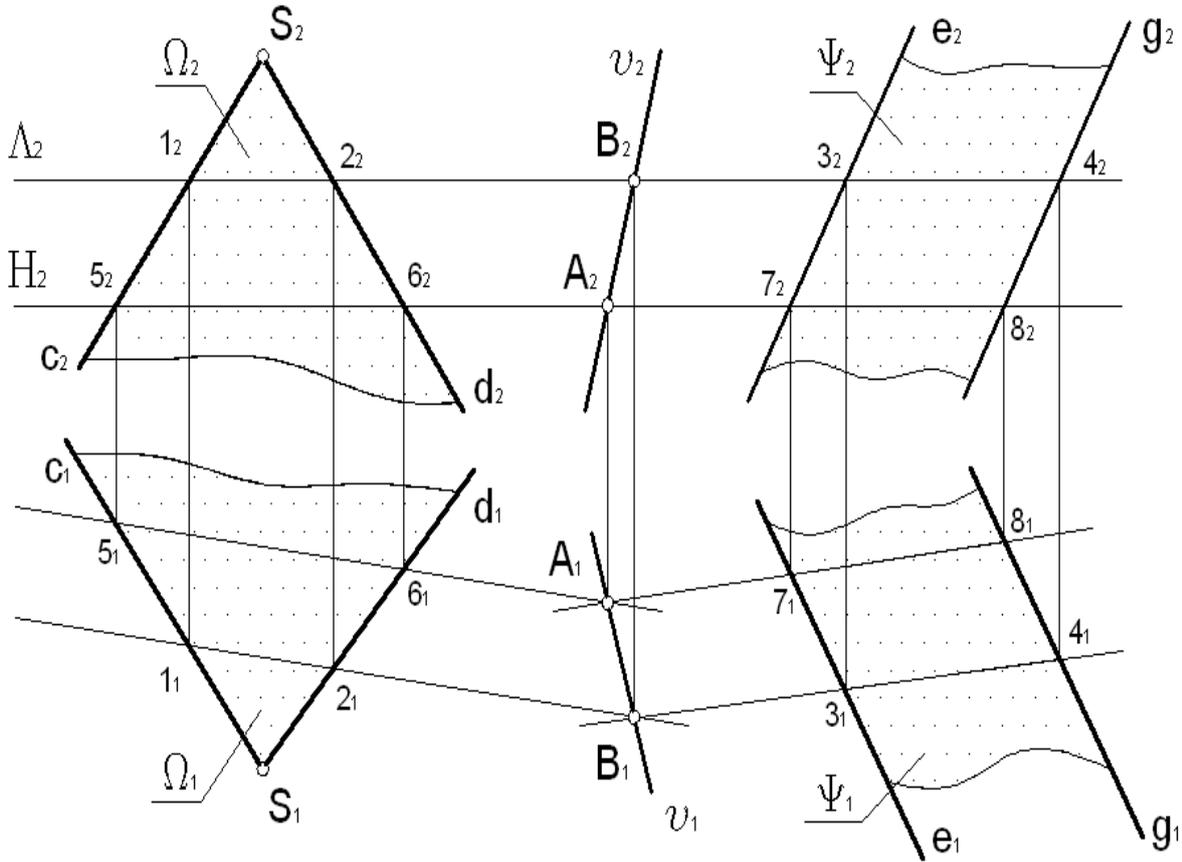


Рис.1.37. Задача розв'язана на комплексному кресленні.

### **1.3. Перетворення комплексного креслення**

#### ***1.3.1. Мета і способи перетворення креслення***

В інженерній практиці при зображенні якого-небудь оригіналу на комплексному кресленні вважають за краще так розміщати оригінал по відношенню до площин проєкцій  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ , щоб найбільш важливі його елементи розташовувалися на прямих або площинах окремого положення. Зрозуміло, що не завжди вдається виконати цю умову по відношенню до усіх елементів оригіналу. І тоді виникають задачі вимірювання відрізків та кутів, а також визначення натуральної форми плоских фігур тих елементів оригіналу, які розташовані невдало по відношенню до площин

проекцій, тобто елементів, які знаходяться на прямих або площинах загального положення.

Бажання спростити рішення вказаних задач приводить до необхідності такого перетворення комплексного креслення, при якому прямі та площини загального положення, які містять елементи оригіналу, що нас цікавлять, перейшли б відповідно в прямі і площини окремого положення.

Існують різноманітні способи перетворення. Розглянемо два, які найбільш часто використовуються в практиці:

1. Зміна положення геометричного образу по відношенню до площин проекцій (обертання навколо проектуючих прямих і прямих рівня).

2. Зміна положення площин проекцій по відношенню до геометричного образу (заміна площин проекцій).

### ***1.3.2. Обертання навколо проектуючих прямих***

Обертання широко використовується в інженерній практиці при дослідженні траєкторій точок елементів механізмів та машин, які обертаються. Головне в процесі обертання при вивченні його на кресленні – це чітке уявлення траєкторії руху точки в просторі і в проекціях. Кожному відомо, що траєкторія точки, яка обертається навколо нерухомої осі, є коло.

І якщо вісь обертання перпендикулярна одній з площин проекцій, тобто являється проектуючою прямою, то траєкторія точки, що обертається, буде знаходитися в відповідній площині рівня.

На рис. 1.47 вісь обертання  $i$  являється горизонтально-проектуючою прямою, а траєкторія-коло  $p$  точки  $U$  разом з її центром обертання  $O$  належить горизонтальній площині рівня  $\Delta$ . Радіусом обертання точки  $U$  являється відрізок  $OU$ , тобто  $R_v = OU$ . Спроекуємо ортогонально траєкторію повного оберту точки  $U$  на площини проекцій  $\Pi_2$  і  $\Pi_1$ . В результаті на комплексному кресленні (рис.1.47, б) фронтальна проекція траєкторії  $p$  представляє собою

горизонтальний відрізок прямої  $p_2$ , по довжині рівний діаметру, а горизонтальна проекція  $p_1$  – коло  $p$  в натуральну величину.

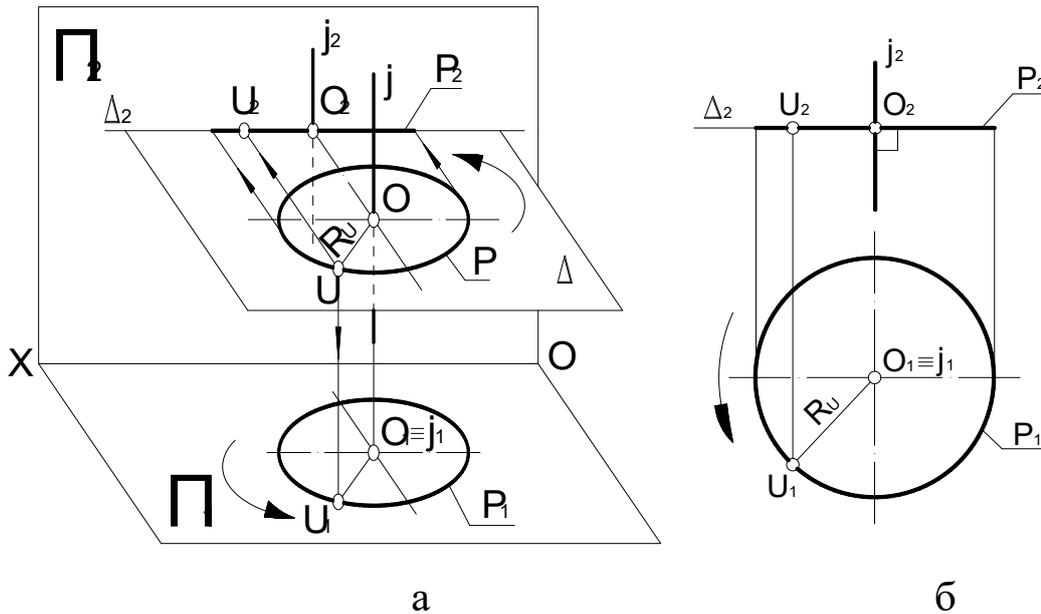


Рис. 1.47. Обертання навколо проєктуючих прямих

При повороті точки або іншого геометричного образу на потрібний кут необхідно вказувати напрям повороту, інакше задача буде мати два рішення. Наприклад, на рис.1.48 задана точка  $T$  повернута навколо профільно-проєктуючої вісі  $i$  на кут  $60^\circ$  по руху часової стрілки (якщо дивитися на площину  $\Pi_3$  в напрямку вісі  $i$ ).

Спочатку в усіх трьох проєкціях намічається траєкторія точки  $T$ , яка обертається. Вона знаходиться в профільній площині рівня  $\theta$ , на горизонтальній і фронтальній проєкціях співпадає з вертикальною лінією зв'язку, а на профільній зображується в натуральну величину, тобто дугою кола радіусом  $R_T = i_3 T_3$ . Залишається повернути на потрібний кут в вказаному напрямі радіус  $R_T$  і зафіксувати нове положення точки  $T$ , яке відмічається однією горизонтальною рисою над літерним позначенням, тобто  $\bar{T}_3$ .

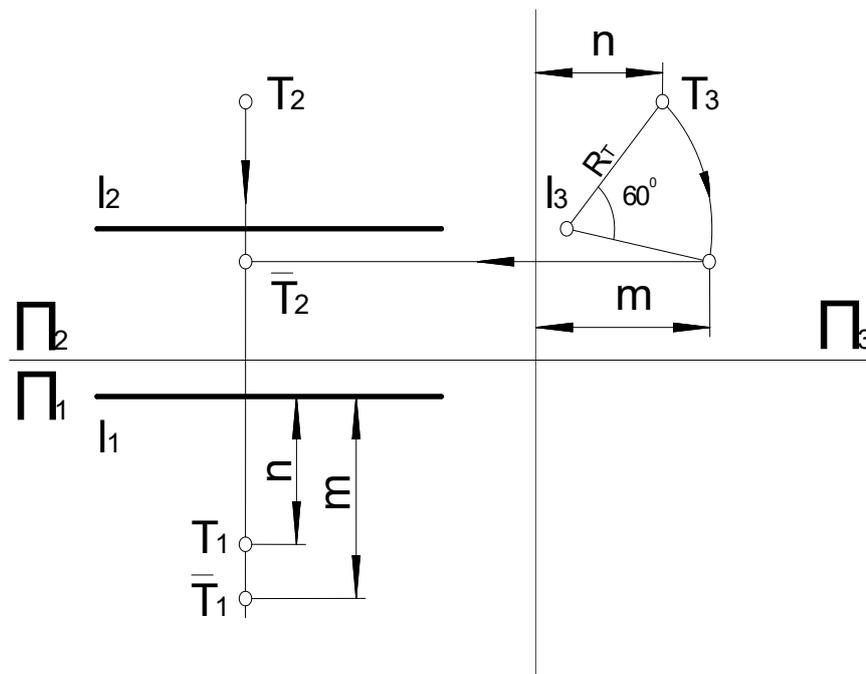


Рис.1.48. Точка  $T$  повернута навколо профільно-проектуючої вісі

Потім по законам побудови профільної проекції визначаємо інші проекції  $\bar{T}_2$  і  $\bar{T}_1$  нового положення точки  $T$  після її повороту на кут  $60^\circ$ .

Для повороту прямої на потрібний кут достатньо повернути на цей кут кожен з її двох точок. На рис.1.49 пряма  $a$  повернута на кут  $120^\circ$  по руху годинникової стрілки навколо фронтально-проектуючої прямої  $i$ . Тут також необхідно починати з нанесення в тонких лініях траєкторій обертання точок  $M$  і  $N$ , які знаходяться в фронтальних площинах рівня  $\Lambda$  і  $P$ .

Значить, в горизонтальній проекції це будуть горизонтальні прямі, а в фронтальній – дуги кола. Повернувши кожен з радіусів  $R_M$  і  $R_N$  на кут  $120^\circ$  в заданому напрямі, фіксуємо нові положення  $\bar{M}_2$  і  $\bar{N}_2$  точок  $M$  і  $N$ , а потім за допомогою ліній зв'язку визначаємо проекції  $\bar{M}_1$  і  $\bar{N}_1$ . З'єднавши нові однойменні проекції точок прямими лініями, отримаємо проекції  $\bar{a}_2$  і  $\bar{a}_1$  нового положення прямої  $a$ , повернутої на кут  $120^\circ$ . Для повороту площини на потрібний кут необхідно повернути на цей кут три її точки, які не лежать на одній прямій.

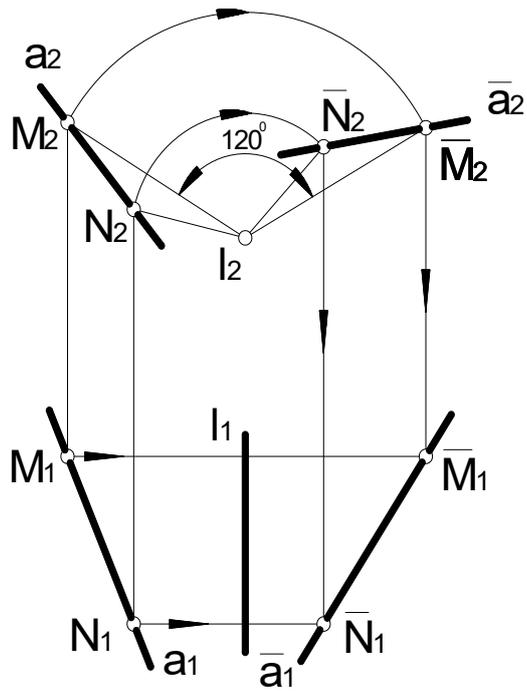


Рис.1.49. Поворот прямої на потрібний кут

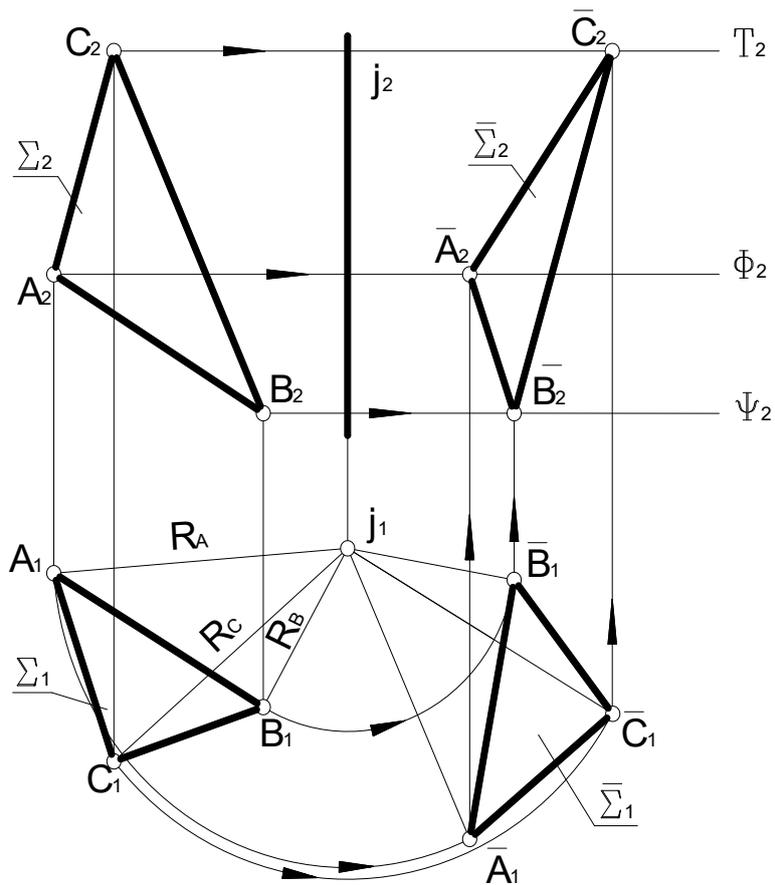


Рис. 1.50. Поворот прямої навколо горизонтально-проектуючої прямої

На рис.1.50 площина  $\Sigma$ , задана трикутним відсіком  $ABC$ , повернута на кут  $90^\circ$  проти руху годинникової стрілки навколо горизонтально-проектуючої вісі  $i$ . Попередніх прикладів достатньо, щоб зрозуміти хід розв'язання цієї задачі.

Тепер використаємо обертання для визначення натуральної величини відрізка прямої загального положення. Спочатку звернемося до просторової моделі задачі (рис.1.51, а).

Щоб відрізок  $DE$  зпроектувався в натуральну величину, його необхідно повернути до положення прямої рівня – горизонталі або фронталі. Для зручності розв'язання задачі проведемо вісь обертання через один із кінців відрізка (наприклад, через точку  $E$ ). Нехай віссю обертання буде горизонтально-проектуюча пряма  $i$ . Повернувши відрізок  $DE$  навколо вісі  $i$  до положення фронталі  $\bar{D}\bar{E}$  і спроектувавши його ортогонально на площину  $\Pi_2$ , отримаємо натуральну величину відрізка  $DE$ . І так як під час руху відрізка  $DE$  навколо вісі  $i$  кут  $\alpha$  нахилу до площини  $\Pi_1$  не мінявся, то одночасно отримуємо його натуральну величину.

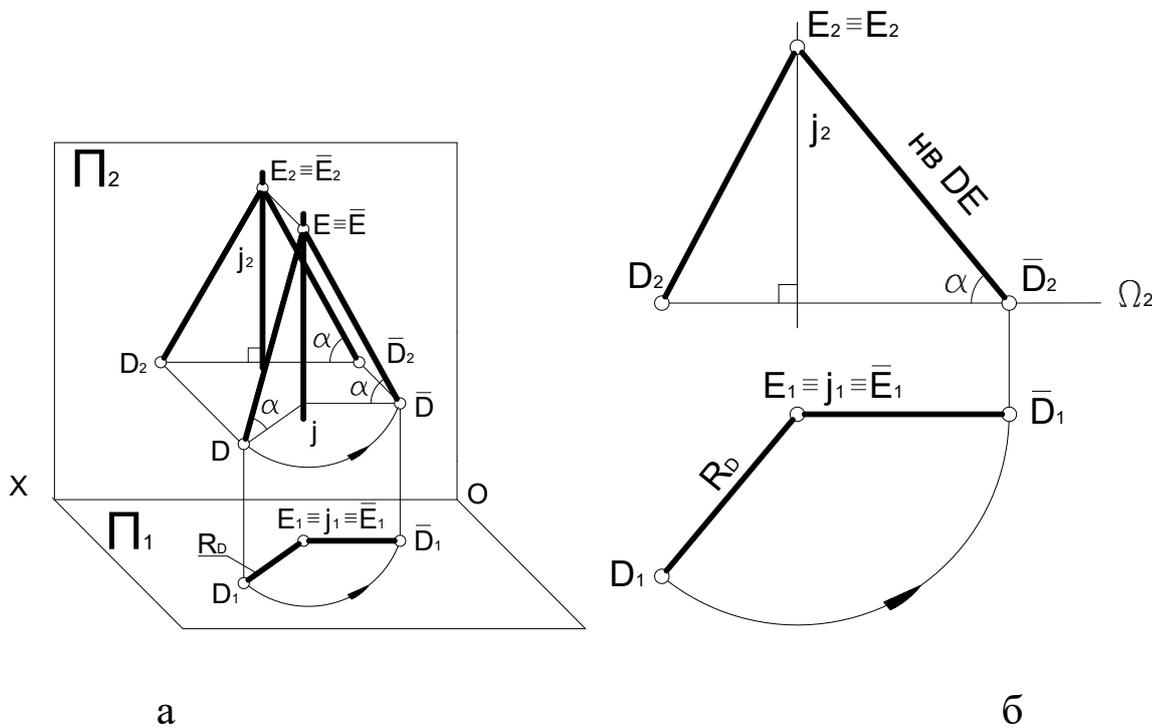


Рис.1.51. Просторова модель задачі

На комплексному кресленні (рис.1.51, б) спочатку намічаємо траєкторію обертання точки  $D$ . Радіусом обертання точки  $D$  є сама горизонтальна проекція  $D_1E_1$  відрізка. Щоб відрізок зайняв положення фронталі, треба його горизонтальну проекцію повернути до горизонтального положення. Точка  $D$  при цьому оберталася в горизонтальній площині рівня  $\Omega$ . За допомогою ліній зв'язку визначаємо проекцію  $D_2$  нового положення точки  $D$ . Точка  $E$  не змінила свого положення, так як вона знаходиться на вісі обертання  $i$ . З'єднуємо її прямою лінією з новим положенням точки  $D$ . Таким чином, ми перетворили креслення, тобто отримали нові, додаткові до основних проекції  $\bar{D}_1\bar{E}_1$  і  $\bar{D}_2\bar{E}_2$  відрізка, які утворюють нове комплексне креслення. На цьому кресленні пряма  $DE$  загального положення стала прямою рівня. Значить, нова проекція  $\bar{D}_2\bar{E}_2$  визначає натуральну величину відрізка  $DE$ , а кут  $\alpha$  – натуральну величину кута нахилу відрізка  $DE$  до горизонтальної площини проєкцій  $\Pi_1$ . Раніше ці параметри прямої загального положення ми визначали способом прямокутного трикутника.

### ***1.3.3.Плоско-паралельне переміщення. Чотири основні способи перетворення***

Перетворення креслення обертанням геометричних об'єктів з вказівкою проєктуючих осей має суттєву незручність, яка заключається в тому, що нові, додаткові проєкції або примикають до основних, або налягають на них. Це ускладнює як сам процес розв'язання задачі, так і читання вже розв'язаних задач. Цю незручність усуває так назване плоско-паралельне переміщення. Сама назва цього способу перетворення поясняє, що переміщення елементів геометричних образів проходить в паралельних площинах.

Повернемося до рис. 1.51, б і звернемо увагу на наступне. Горизонтальна проєкція  $\bar{D}_1\bar{E}_1$  відрізка  $DE$  при його обертанні навколо вертикальної вісі не змінюється по довжині, так як не змінюється кут  $\alpha$  нахилу відрізка до площини проєкцій  $\Pi_1$  (рис. 1.51, а).

Використовуючи цю особливість, спробуємо друге положення горизонтальної проекції відрізка (після його повороту) зразу помістити в будь-якому вільному полі креслення, не міняючи довжини проекції, тобто  $\bar{D}_1\bar{E}_1 = D_1E_1$  (рис. 1.52, а).

Це значить, що відбулося таке переміщення відрізка  $DE$  в його нове положення  $\bar{D}\bar{E}$ , при якому кут  $\alpha$  його нахилу до площини  $\Pi_1$  не мінявся, а точки  $D$  і  $E$  переміщувались відповідно в паралельних площинах рівня  $\Xi$  і  $\Gamma$  (горизонтальних). За допомогою ліній зв'язку будемо фронтальну проекцію  $\bar{D}_2\bar{E}_2$  нового положення відрізка  $DE$ .

Таким чином, перетворення креслення здійснено способом плоско паралельного переміщення. Тут відбулося обертання відрізка навколо відсутньої на кресленні вертикальної вісі («неявної» вісі).

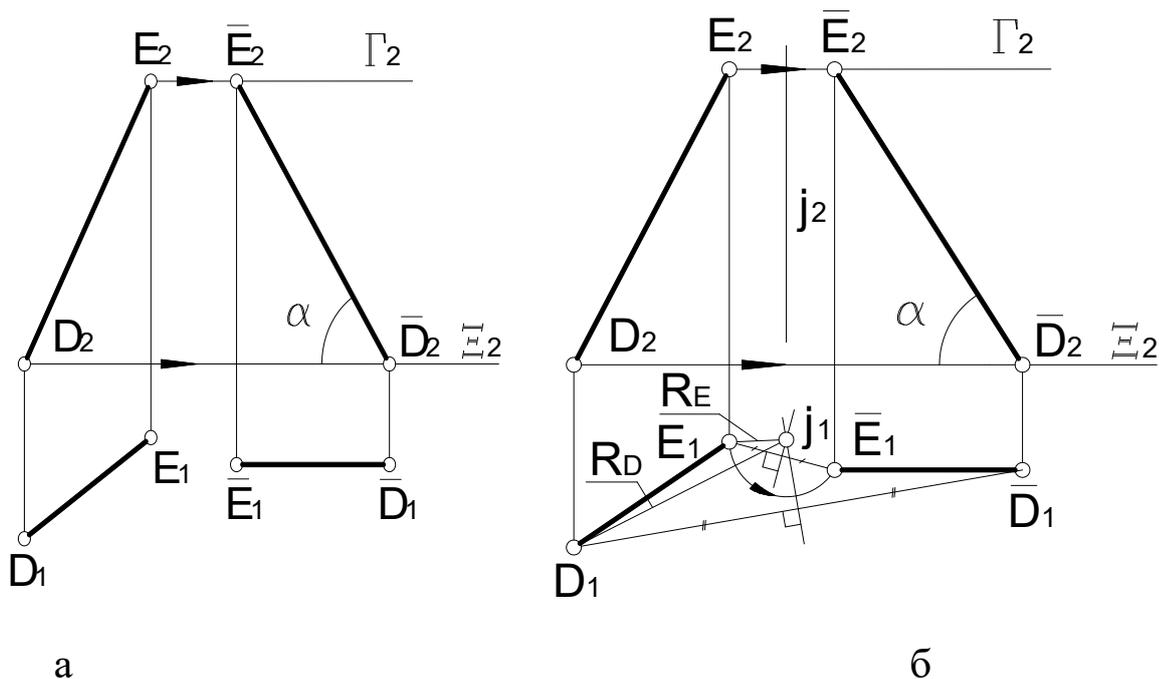


Рис.1.52. Плоско паралельне переміщення

При бажанні можна визначити положення цієї «неявної» вісі обертання, а також вказати горизонтальну проекцію дуг кіл, по яким переміщалися точки  $D$  і  $E$  (рис.1.52, б). З'єднавши однойменні горизонтальні проекції точок прямими і побудувавши до середини відрізків  $D_1\bar{D}_1$  і  $E_1\bar{E}_1$  перпендикуляри, ми знаходимо в точці  $i_1$  їх

перетину проекцію тієї самої «неявної» вісі обертання, навколо якої відбулося обертання відрізка  $DE$ . Тепер, маючи радіуси обертання  $R_D$  і  $R_E$  точок  $D$  і  $E$ , можемо побудувати горизонтальні проекції траєкторій-дуг точок, які обертаються.

Але необхідності в таких побудовах немає. Треба тільки зрозуміти, що плоско-паралельне переміщення є обертання навколо проектуючої прямої, яка не вказана на кресленні. І головне тут – тільки результат руху, а не сам процес безперервної зміни геометричного образу в просторі.

Такий вид обертання цікавить тим, що дає можливість в процесі перетворення відділити нове комплексне креслення від старого, основного. Зменшується також кількість ліній на кресленні (відсутні вісі обертання і проекції-дуги). Все це робить креслення більш чітким та зрозумілим.

В основі розв'язання багатьох задач нарисної геометрії знаходяться наступні чотири задачі перетворення креслення.

1. Перетворення прямої загального положення в пряму рівня.
2. Перетворення прямої рівня в проектуючу пряму.
3. Перетворення площини загального положення в проектуючу площину.
4. Перетворення проектуючої площини в площину рівня.

*Першу* основну задачу перетворення ми вже розв'язали (див. рис. 1.52), тобто способом плоско-паралельного переміщення перетворили пряму загального положення в пряму рівня – фронталь.

Переходимо до розв'язання *другої* основної перетворення прямої рівня в проектуючу пряму. Розв'яжемо цю задачу як продовження попередньої. В подальшому буде часто виникати необхідність в об'єднанні цих двох задач (при перетворенні прямої загального положення в проектуючу пряму).

Щоб пряма рівня стала на новому комплексному кресленні проектуючою прямою, треба її проекцію – натуральну величину – розташувати вертикально.

На рис.1.53 маємо фронталь  $\bar{D}\bar{E}$  в її початковому положенні. Не змінюючи довжини проекції  $\bar{D}_2\bar{E}_2$ , розташовуємо її вертикально у вільному полі креслення. Нове положення відрізка відмічають дві горизонтальні риси над їх літерним позначенням ( $\bar{\bar{D}}_2\bar{\bar{E}}_2$ ).

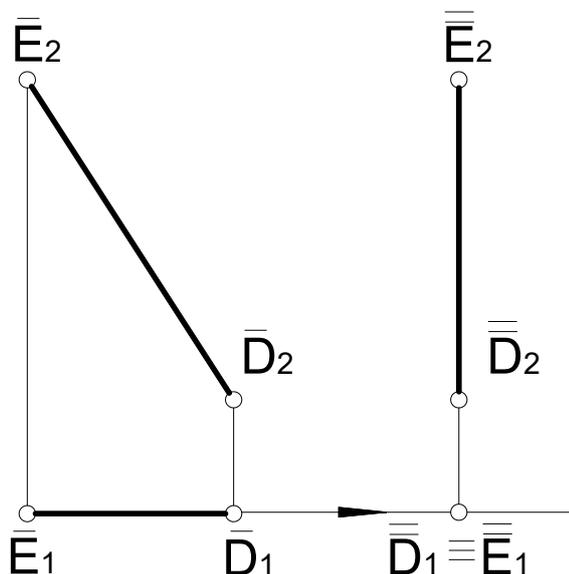


Рис.1.53. Фронталь  $\bar{D}\bar{E}$  в її початковому положенні.

Обидва кінця відрізка, тобто точки  $\bar{D}$  і  $\bar{E}$ , переміщувались в одній фронтальній площині рівня  $\Delta$ , а «неявною» віссю обертання була фронтально-проектуюча пряма. Її місце розташування і фронтальні проекції траєкторій-дуг нас не цікавлять. За допомогою ліній зв'язку визначаємо нову горизонтальну проекцію  $\bar{\bar{D}}_1\bar{\bar{E}}_1$  відрізка, яка зображується точкою  $\bar{\bar{D}}_1 \equiv \bar{\bar{E}}_1$ . Таким чином, в результаті перетворення (плоско-паралельного переміщення) ми отримали нове комплексне креслення, на якому пряма рівня стала проектуючою прямою.

*Третя* основна задача полягає в перетворенні площини загального положення в проектуючу площину. Перетворюючи пряму рівня деякої площини в проектуючу пряму, ми тим самим перетворюємо в проектуючу і саму площину (рис. 1.54).

Почнемо з горизонталі. На комплексному кресленні (рис.1.55) задана площина загального положення  $\theta$  своїм трикутним відсіком

$NPQ$ . Побудуємо в ній горизонталь  $h$  і приведемо горизонтальну проекцію відсіку, не міняючи його форму та розміри, в таке положення, щоб проекція – натуральна величина  $h$  його горизонталі стала вертикальною. Тому і почнемо побудову з горизонталі. На вільному полі креслення будуємо нове положення горизонталі – вертикальну пряму  $\bar{h}_1$ , а потім за допомогою засічок із точок  $Q$  і  $O$  будуємо вершини  $N$  і  $P$  відсіку таким чином, щоб нова проекція  $\bar{N}_1\bar{P}_1\bar{Q}_1$  залишилася рівною проекції  $N_1P_1Q_1$  початкового положення відсіку.

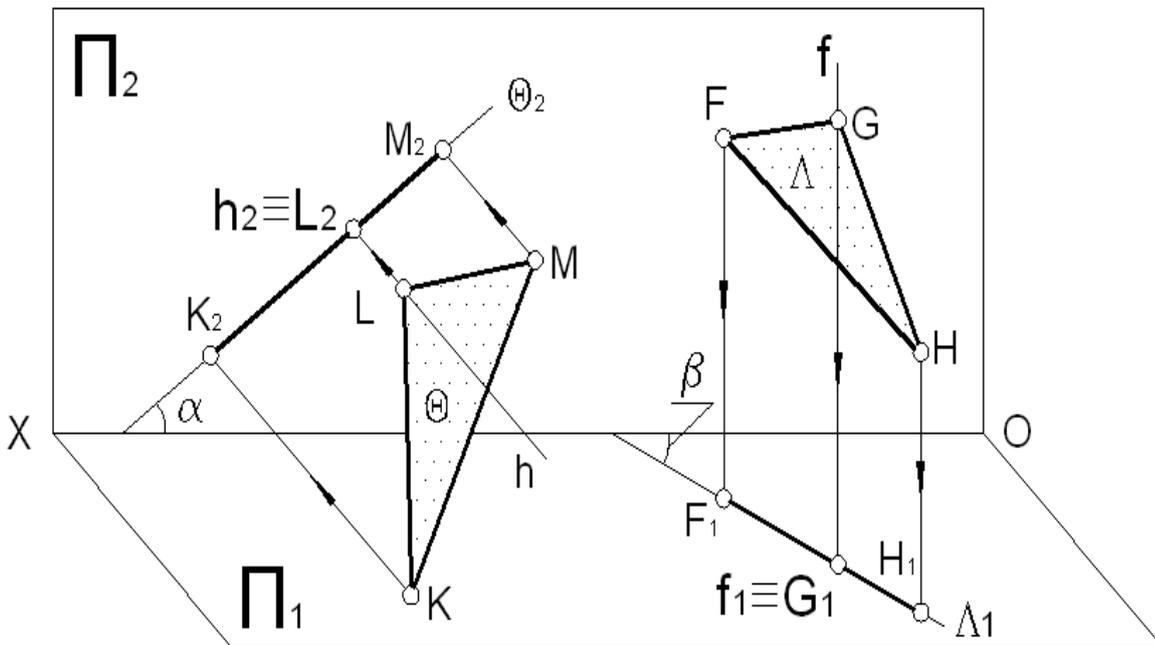


Рис. 1.54. Перетворення площини загального положення в проєктуючу площину

При цьому точки  $N, Q, P$  (вершини відсіку) переміщалися в відповідних площинах рівня  $\Sigma, \Phi, \Gamma$ . За допомогою ліній зв'язку визначаємо нову фронтальну проекцію  $\bar{N}_2\bar{P}_2\bar{Q}_2$  відсіку. Вона повинна бути прямою лінією. В результаті отримуємо нове комплексне креслення, на якому площина загального положення  $\theta$  стала фронтально-проєктуючою.

Так як кут  $\alpha$  нахилу площини  $\theta$  до площини проєкцій  $\Pi_1$  (див. рис. 1.55) при переміщенні, тобто обертанні навколо «неявної»

горизонтально-проектуючої вісі, залишався незмінним, можна стверджувати, що даним перетворенням ми визначили натуральну величину цього кута.

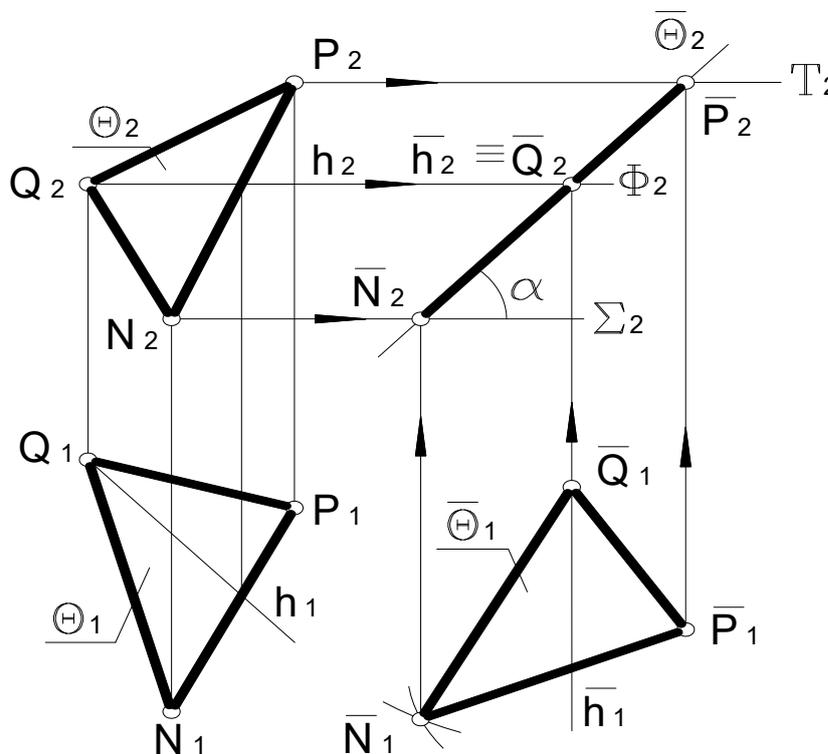


Рис.1.55. Перетворення горизонталі в проектуючу площину

*Четверта* основна задача – перетворення проектуючої площини в площину рівня. Будемо розв’язувати цю задачу як продовження попередньої, третьої задачі, так як вони можуть бути об’єднані в одну безперервну задачу перетворення площини загального положення в площину рівня.

Щоб проектуюча площина стала площиною рівня, треба її проекцію – пряму розташувати горизонтально. На рис.1.56 маємо фронтально-проектуючу площину  $\bar{\theta}$  в її початковому положенні. Не змінюючи довжини і форми фронтальної проекції  $\bar{N}_2 \bar{P}_2 \bar{Q}_2$ , розташовуємо її горизонтально в вільному полі креслення.

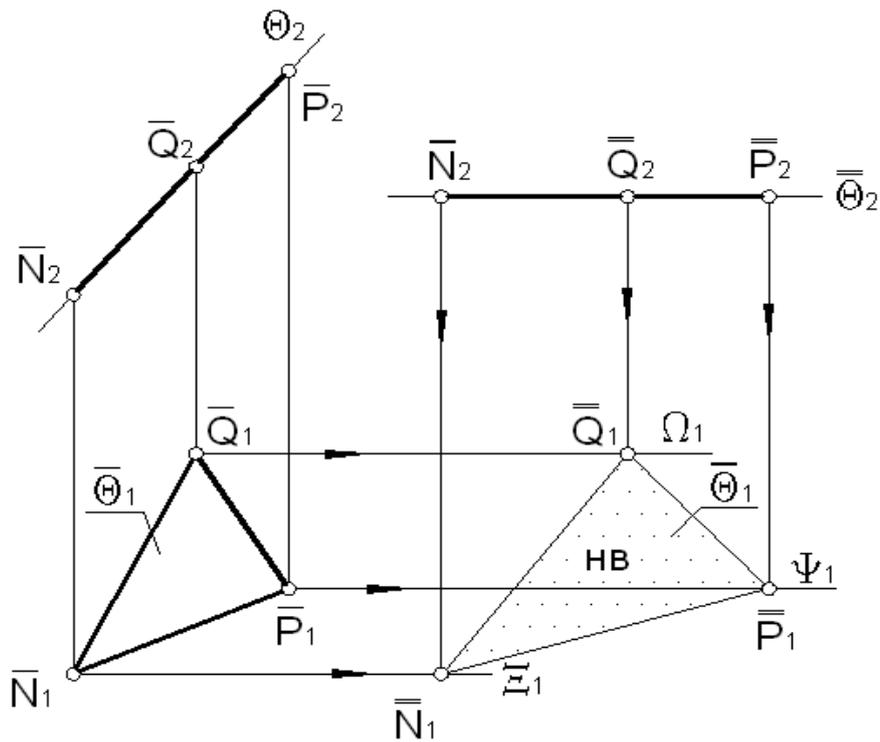


Рис.1.56. Фронтально-проектуюча площина  $\bar{\theta}$   
в її початковому положенні

За допомогою ліній зв'язку визначаємо горизонтальну проекцію  $\bar{N}_1 \bar{P}_1 \bar{Q}_1$  нового положення відсіку. При цьому вершини відсіку (точки  $N, P, Q$ ) переміщувалися відповідно в фронтальних площинах  $\Xi, \Psi, \Omega$ . Тут можна сказати, що здійснено обертання плоского відсіку навколо відсутньої на кресленні фронтально-проектуючої вісі.

Таким чином, в результаті перетворення способом плоско-паралельного переміщення отримали нове комплексне креслення, на якому проектуюча площина стала площиною рівня. Нова горизонтальна проекція  $\bar{N}_1 \bar{P}_1 \bar{Q}_1$  відсіку являється його натуральною величиною.

Шляхом суміщення креслень рис.1.55 і 1.56 таким чином, щоб їх проектуючі площини співпали можна отримати креслення безперервного перетворення площини загального положення в площину рівня, тобто послідовного розв'язання третьої та четвертої задач.

### 1.3.4. Обертання навколо прямих рівня

Перетворення площини загального положення в площину рівня можна здійснити не в два прийоми, як це було розглянуто вище, тобто послідовним розв'язанням третьої та четвертої задач, а в один. Для цього площину треба обертати не навколо проєктуючих прямих, а навколо прямої рівня цієї площини (горизонталі або фронталі).

На схемі (рис.1.57, а) площина загального положення  $P$  задана трикутним відсіком  $STU$  з горизонтальною стороною  $SU$ . Значить сторона  $SU$  буде одночасно і горизонталлю площини  $P$ , і її віссю обертання. Для приведення відсіку  $STU$  в горизонтальне положення достатньо сумістити точку  $T$  з горизонтальною площиною рівня  $\Gamma$  обертанням навколо горизонталі  $h$ . Точка  $T$  при цьому буде переміщуватися в горизонтально-проєктуючій площині  $\Delta$ , перпендикулярній осі обертання – горизонталі  $h$ .

Переходимо до комплексного креслення (рис. 1.57, б). Через точку  $T$  проводимо горизонтально-проєктуючу площину  $\Delta$  перпендикулярно горизонталі  $h$ . Траєкторія обертання точки  $T$  в горизонтальній проєкції співпадає з проєкцією – прямою  $\Delta_1$  площини  $\Delta$ . Залишається знайти натуральну величину радіуса  $R_T$ , тобто відрізок  $OT$  (за способом прямокутного трикутника), і із центра  $O$  зробити засічку на проєкції  $\Delta_1$ . Це і буде шукана точка  $T$  в своєму новому положенні  $\bar{T}$ .

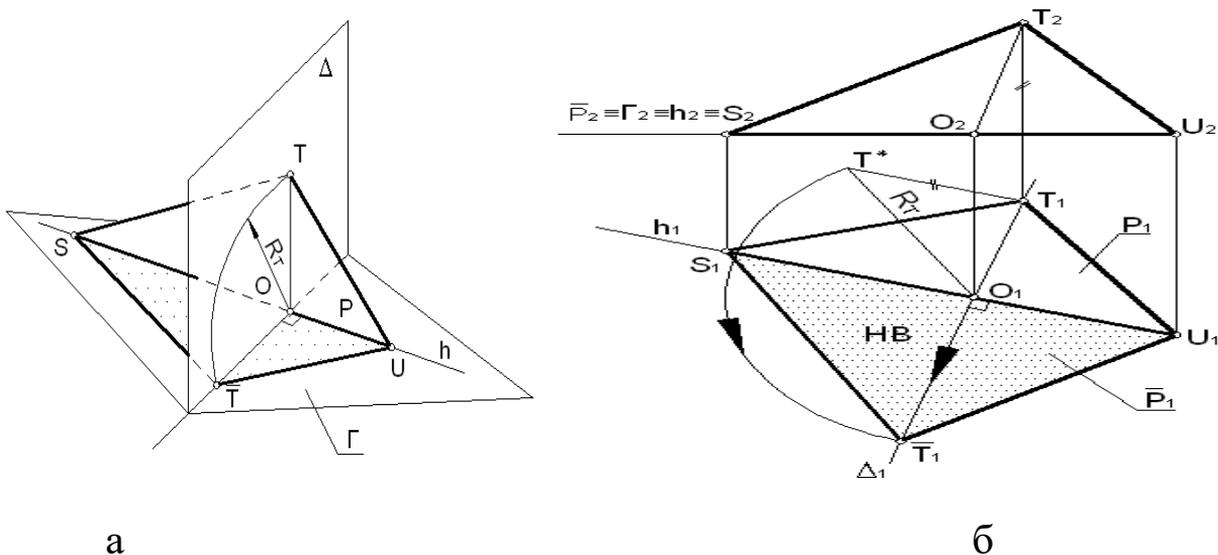


Рис.1.57. Обертання навколо прямих рівня

Потім нове положення точки  $T$  з'єднуємо з нерухомими точками  $S$  і  $U$ , які знаходяться на вісі обертання  $h$ . Отримаємо нове комплексне креслення (суміщене зі старим, основним), на якому площина загального положення  $P$  стала площиною рівня  $\bar{P}$  проминувши стадію проектуючої площини. Нова фронтальна проекція представляє собою горизонтальну пряму  $\bar{P}_2$ , а нова горизонтальна проекція  $S_1\bar{T}_1U_1$  відрізка являється його натуральною величиною.

Як бачимо, таке перетворення програє в наочності – нове комплексне креслення не віддалено від старого і це затрудняє його читання. Але в той же час цей спосіб виграє в швидкості розв'язання задачі – поворот здійснюється в один прийом, і графічно ця побудова займає меншу площину.

При розв'язанні подібних задач необхідно врахувати одну обставину. Якщо плоский відрізок не має сторони – горизонталі (сторони  $SU$  в нашому прикладі), то його треба добудувати таким чином, щоб ця горизонталь була, тобто плоский відрізок повністю повинний бути по одну сторону від горизонталі. Інакше буде накладання нової проекції відрізка на стару (основну), а це значно ускладнить розв'язання деяких задач. На рис.1.58 заданий відрізок  $ABC$ , який не має сторони горизонталі. Через вершину  $C$  проводимо горизонталь  $h$  до перетину з стороною  $BA$  в точці  $R$ . Отримуємо трикутник  $RBC$ , який і обертаємо навколо сторони-горизонталі  $RC$ . Точка  $A$  обертається в площині  $\theta$ , яка паралельна площині  $\Lambda$  (в ній обертається точка  $B$ ).

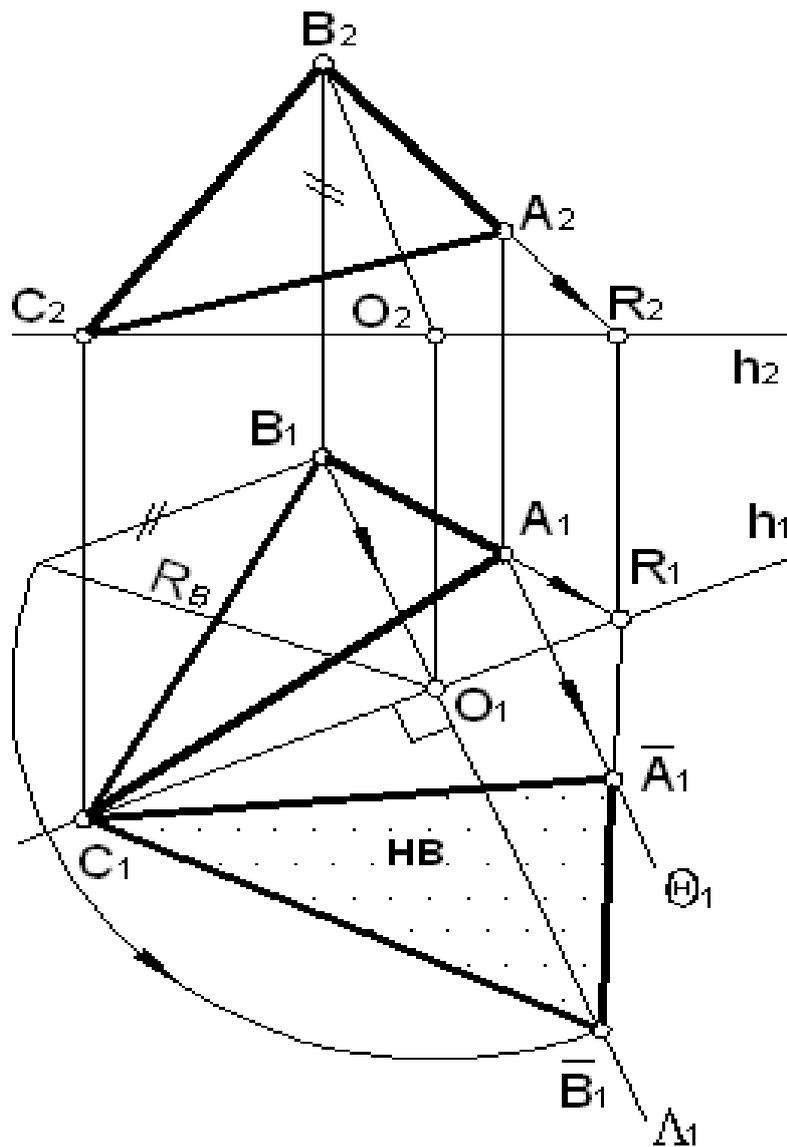


Рис.1.58. Відсік  $ABC$ , який не має сторони горизонталі

З'єднавши нове положення точки  $\bar{B}$  з нерухомими точками  $R$  і  $C$ , отримаємо нове положення трикутного відсіку  $ABC$  і одночасно – нове положення вершини  $A$ . Розглянутий вид перетворення можна використовувати при визначенні натуральних величин плоских фігур і для різноманітних геометричних побудов в площинах загального положення.

### 1.3.5.Заміна площин проєкцій

Спосіб заміни площин проєкцій в своїй основі протилежний способу обертання. Якщо при обертанні (а також при плоскопаралельному переміщенні) змінювалося тільки положення

геометричного образу в просторі, а площини проєкцій залишалися нерухомими, то тут навпаки – нерухомим в просторі буде залишатися геометричний образ, а площини проєкцій змінять своє положення.

При цьому необхідно замітити, що площини проєкцій переміщуються не якимсь визначеним чином, а вказуються їх кінцеві положення. В нових положеннях площини проєкцій будуть називатися послідовно:  $\Pi_4, \Pi_5, \Pi_6$  і т.д. Можна сказати, що старі площини проєкцій  $\Pi_1, \Pi_2$  замінюються новими  $\Pi_4, \Pi_5$  і т.д. Звідси і назва способу перетворення – *заміна площин проєкцій*.

При такому перетворенні необхідно дотримання наступних умов:

- 1) площини проєкцій замінюються не одночасно, а послідовно;
- 2) кожна нова площина проєкцій повинна бути перпендикулярна до залишеної, утворюючи з нею нову систему площин проєкцій.

Розглянемо сутність цього перетворення в застосуванні до рішення чотирьох основних задач по перетворенню прямої та площини. Необхідно відзначити, що при способі заміни площин проєкцій наявність на комплексному кресленні осей проєкцій обов'язкова.

Перша основна задача – перетворення прямої загального положення в пряму рівня. На рис. 1.59, а в системі площин проєкцій  $\Pi_1 \Pi_2$  (назвемо її “старою” системою) задана пряма загального положення своїм відрізком  $DE$ . Для зручності вісь проєкцій позначимо  $\Pi_2 / \Pi_1$ .

Щоб в новій системі площин проєкцій пряма загального положення стала прямою рівня, треба нову площину проєкцій  $\Pi_4$  розташувати паралельно до цієї прямої і одночасно перпендикулярно площині проєкцій, яка залишається.

Нехай нова площина проєкцій  $\Pi_4$  паралельна відрізку  $DE$  і перпендикулярна горизонтальній площині проєкцій  $\Pi_1$ . Це значить,

що нова площина проєкцій  $\Pi_4$  замінила собою фронтальну  $\Pi_2$ , яку умовно назвемо “відпавшою”. Утворюється нова система двох взаємно перпендикулярних площин проєкцій  $\Pi_1$  і  $\Pi_4$  з новою віссю проєкцій  $\Pi_1/\Pi_4$ .

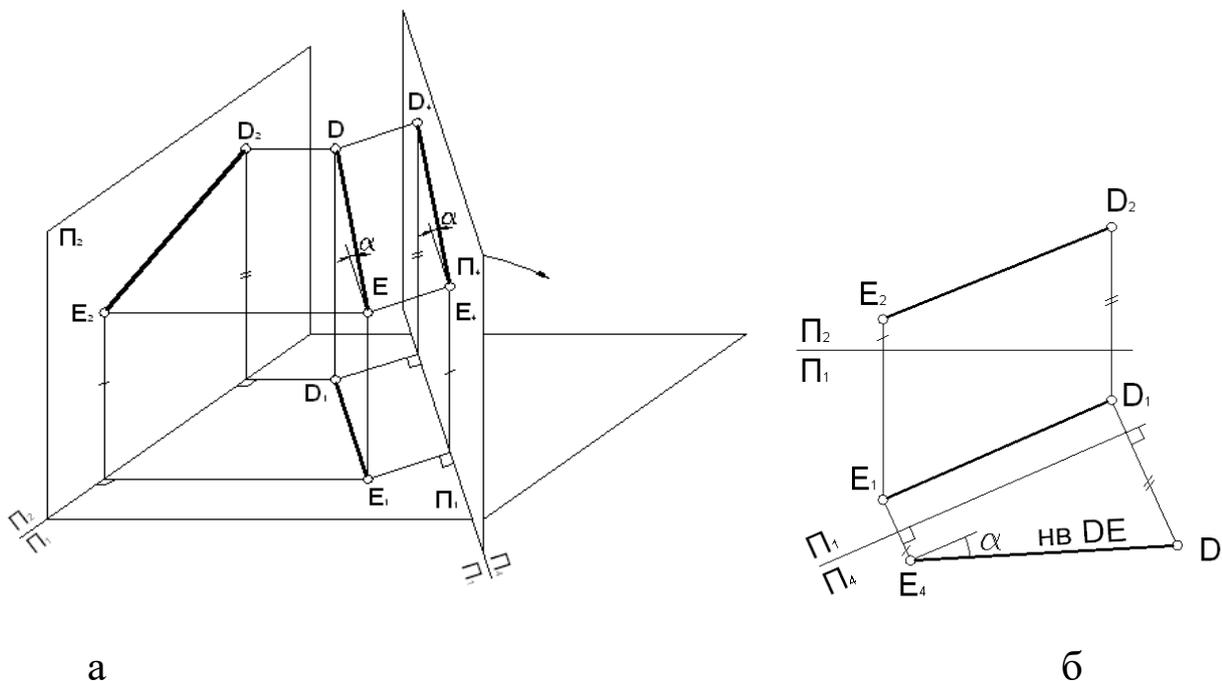


Рис.1.59. Перетворення прямої загального положення в пряму рівня

Зпроектувавши відрізок загального положення  $DE$  ортогонально на нову площину проєкцій  $\Pi_4$ , маємо нову проєкцію  $D_4E_4$  відрізка  $DE$ . Для отримання плоского креслення сумістимо площину  $\Pi_4$  разом з зображенням з площиною  $\Pi_1$  обертом навколо вісі проєкцій  $\Pi_1/\Pi_4$  в напрямку вказаному стрілкою.

Переходимо до комплексного креслення (рис. 1.59, б). Тут ми маємо в старій системі площин проєкцій пряму загального положення  $DE$ , а також стару вісь проєкцій  $\Pi_2/\Pi_1$ .

Звичайно вихідне комплексне креслення не має вісі проєкцій, тобто являється безосним. Але ми знаємо, що вісі проєкцій при необхідності можна вибирати в довільному місці креслення між проєкціями геометричних образів. При перетворенні, яке розглядається, вісі проєкцій служать базами відліку координат

окремих точок. Перехід до нової системи площин на комплексному кресленні здійснюється в три етапи. Їх необхідно запам'ятати.

1. Будується нова вісь проекцій у відповідності з умовою задачі. В даному випадку нова вісь проекцій  $\Pi_1/\Pi_4$  повинна бути паралельна горизонтальній проекції  $D_1E_1$  (так як відрізок  $DE$  повинний стати прямою рівня) – див. рис. 1.59, а. Відстань від нової вісі проекцій до проекції  $D_1E_1$  довільна. Зверніть увагу на порядок постановки літерних позначень  $\Pi_1$  і  $\Pi_4$ : індекси 1 і 4 відповідають полям проекцій.

2. Проводяться нові лінії зв'язку перпендикулярно нової вісі проекцій. Вони повинні починатися від тих проекцій точок, які переходять в нове комплексне креслення. В даному випадку лінії зв'язку йдуть від горизонтальних проекцій  $D_1$  і  $E_1$  перпендикулярно новій вісі проекцій  $\Pi_1/\Pi_4$ .

3. На нових лініях зв'язку від нової вісі проекцій відкладаємо відстань, яка дорівнює відстаням від “відпавших” проекцій точок до старої вісі проекцій. В даному випадку це будуть координати  $Z$  точок  $D$  і  $E$ , тобто відстані від проекцій  $D_2$  і  $E_2$  до старої вісі проекцій  $\Pi_2/\Pi_1$ . Їх величини дає фронтальна проекція комплексного креслення, тобто та проекція, яка “відпадає”, не переходить в нове комплексне креслення.

Таким чином, отримане нове комплексне двокартине креслення, яке складається зі старої проекції  $D_1E_1$  відрізка і нової, додаткової проекції  $D_4E_4$ . На цьому новому кресленні, що отримане з основного, старого креслення, пряма загального положення стала прямою рівня. Правда, її не можна назвати ні горизонталлю, ні фронталлю, так як ми вже відійшли від старої, початкової системи площин проекцій  $\Pi_1\Pi_2$ . Нова, додаткова проекція  $D_4E_4$  являється натуральною величиною відрізка  $DE$ , а кут  $\alpha$  – натуральною величиною його нахилу до горизонтальної площини проекцій  $\Pi_1$  (див. рис.1.59, а).

Незвичність нового комплексного креслення ще і в тому, що вісь проекцій похила. Так як ми вже звикли до того, що вона

повинна бути горизонтальною, можна повернути креслення так, щоб нова вісь проєкцій  $\Pi_1/\Pi_4$  стала горизонтальною. Причому тут вже не має значення, яка з проєкцій буде над віссю або під нею.

Друга основна задача – перетворити пряму рівня в проєктуючу пряму. Будемо розв’язувати цю задачу як продовження попередньої. На рис.1.60,а для рішення поставленої задачі система взаємно перпендикулярних площин  $\Pi_1$  і  $\Pi_4$  вже стає старою. І вісь проєкцій  $\Pi_4/\Pi_1$  також стара. В відповідність до умови задачі новою площиною проєкцій повинна стати площина  $\Pi_5$ , перпендикулярна відрізку  $DE$ , тому що він повинний стати проєктуючою прямою. І ця нова площина повинна бути перпендикулярна площині  $\Pi_4$ , що залишається. А замінюється тут горизонтальна площина проєкцій  $\Pi_1$ . Таким чином, дві взаємно перпендикулярні площини – стара  $\Pi_4$  і нова  $\Pi_5$  утворюють нову систему площин проєкцій з новою віссю проєкцій  $\Pi_5/\Pi_4$ .

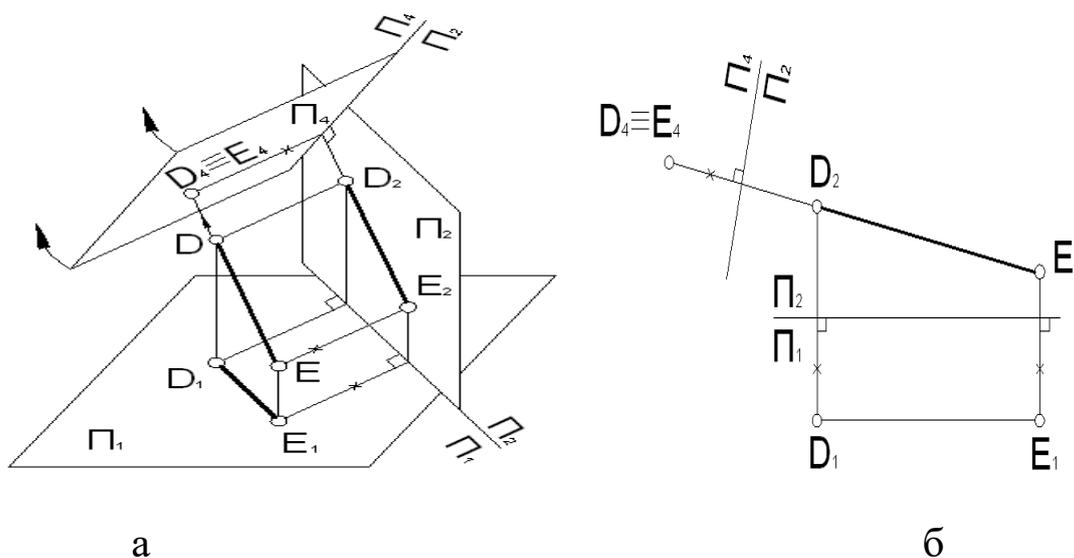


Рис.1.60. Перетворення прямої рівня в проєктуючу пряму

Зпроєктувавши пряму рівня – відрізок  $DE$  ортогонально на нову площину  $\Pi_5$ , отримаємо нову проєкцію  $D_5 \equiv E_5$  відрізка  $DE$ . Як і повинно було бути, вона представляє собою точку. Для отримання плоского креслення сумістимо площину  $\Pi_5$  разом з зображенням з площиною  $\Pi_4$  обертом навколо нової вісі проєкцій  $\Pi_5/\Pi_4$  в напрямку, вказаному стрілками.

Переходимо до комплексного креслення (рис. 1.60, б). Для зручності рішення задачі початкове комплексне креслення прямої рівня, взяте з рис.1.59, б, розташуємо так, щоб його вісь проєкцій  $\Pi_4/\Pi_1$  стала горизонтальною. Причому величина відстані між проєкціями  $D_1E_1$  і віссю проєкцій  $\Pi_4/\Pi_1$  не має значення.

Перехід до нової системи площин проєкцій здійснюється в тому ж самому порядку, як і при рішенні першої задачі:

1. Нову вісь проєкцій  $\Pi_5/\Pi_4$  будемо перпендикулярно проєкції, яка представляє натуральну величину прямої рівня  $DE$ . Ця вісь проєкцій проводиться на довільній відстані.

2. Від проєкцій  $D_4$  і  $E_4$ , які переходять в нове комплексне креслення, проводимо нові лінії зв'язку перпендикулярно новій вісі проєкцій  $\Pi_5/\Pi_4$ . В даному випадку вони співпадають в одну лінію.

3. На нових лініях зв'язку від нової вісі проєкцій  $\Pi_5/\Pi_4$  відкладаємо відстані, на яких знаходилися «відпавші» проєкції  $D_1$  і  $E_1$  від старої вісі проєкцій  $\Pi_4/\Pi_1$ . Ці відстані виявилися рівними, і тому нова, додаткова проєкція відрізка представляє собою точку  $D_5 \equiv E_5$ .

Таким чином, ми отримали нове комплексне креслення, яке складається з старої проєкції  $D_4E_4$  і нової, додаткової проєкції  $D_5 \equiv E_5$ . На цьому кресленні пряма рівня стала проєктуючою прямою. Тут також не має сенсу уточнювати, горизонтально-проєктуюча вона чи фронтально-проєктуюча, так як від основної системи площин проєкцій  $\Pi_1\Pi_2$  ми пішли ще далі.

Для перетворення прямої загального положення в проєктуючи пряму необхідно розв'язати послідовно першу і другу задачі на одному кресленні. Це креслення безперервного перетворення можна отримати суміщенням креслень рис.1.59, б і 1.60, б. При цьому прямі рівня обох креслень повинні співпасти.

Третя основна задача – перетворити площину загального положення в проєктуючи площину.

Щоб площина загального положення стала проєктуючою, достатньо добитися того, щоб одна з прямих рівня цієї площини

стала проектуючою прямою. Почнемо з фронталі. На рис.1.61 площина загального положення  $\Phi$  задана своїм відрітком  $FGH$ . Будуємо в ній фронталь  $f$  і починаємо перетворення по запропонованій вище схемі. Щоб фронталь стала проектуючою, треба нову площину проєкцій  $\Pi_4$  побудувати перпендикулярно проєкції – натуральній величині  $f_2$  фронталі. Значить, нова вісь проєкцій  $\Pi_2/\Pi_4$  повинна бути перпендикулярна проєкції  $f_2$ . І проводити її можна як справа від проєкції відріку, так і зліва.

Потім від проєкцій  $F_2, G_2, H_2$ , які залишаються, тобто переходять в нове комплексне креслення, проводимо нові лінії зв'язку перпендикулярно новій вісі проєкцій  $\Pi_2/\Pi_4$ .

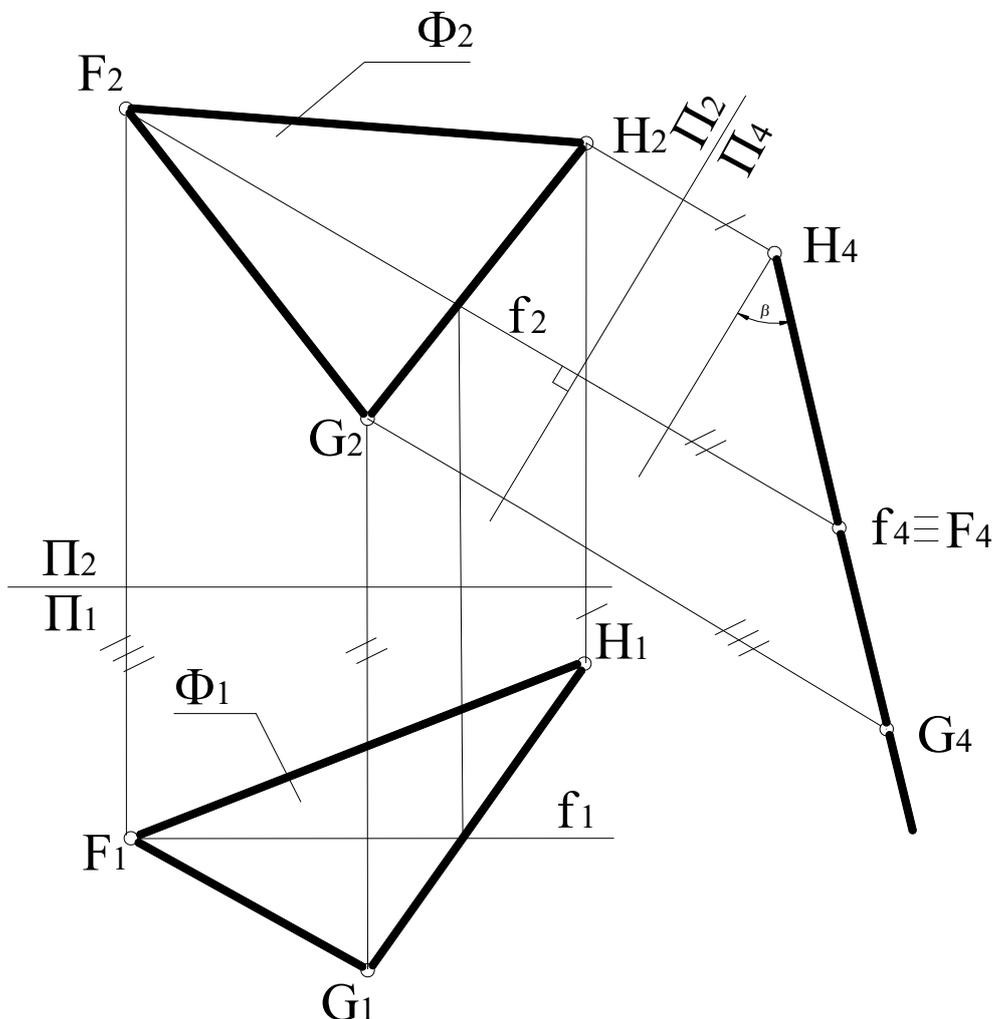


Рис.1.61. Перетворення площини загального положення в проектуючу площину

Так як “відпавшою” проекцією тут являється горизонтальна проекція  $F_1G_1H_1$  відсіку (нова площина  $\Pi_4$  замінила собою горизонтальну площину проекцій  $\Pi_1$ ), вимірюємо відстань проекцій точок від старої вісі проекцій  $\Pi_2/\Pi_1$  і відкладаємо їх на нових лініях зв’язку від нової вісі проекцій  $\Pi_2/\Pi_4$ .

Отримуємо нову, додаткову проекцію  $G_4F_4H_4$  відсіку, яка разом зі старою проекцією  $F_2G_2H_2$  утворює нове комплексне креслення площини  $\Phi$ . На цьому новому кресленні площина загального положення  $\Phi$  стала проектуючою площиною.

Щоб краще зрозуміти це креслення, треба розвернути його так, щоб нова вісь проекцій  $\Pi_2/\Pi_4$  стала горизонтальною. Кут  $\beta$  являється натуральною величиною кута нахилу площини  $\Phi$  до фронтальної площини проекцій  $\Pi_2$ .

Для визначення кута  $\alpha$  нахилу площини  $\Phi$  до горизонтальної площини проекцій  $\Pi_1$  треба замінити площину проекцій  $\Pi_2$  і користуватися при цьому горизонталлю  $h$ .

Четверта основна задача – перетворити проектуючу площину в площину рівня. Розв’язувати її будемо як продовження попередньої.

Вихідним кресленням для розв’язання цієї задачі буде креслення на рис.1.62. Тільки розташуємо його так, що вісь проекцій  $\Pi_2/\Pi_4$  стала горизонтальною, так що система взаємоперпендикулярних площин проекцій  $\Pi_2\Pi_4$  і їх вісь проекцій  $\Pi_2/\Pi_4$  до даного моменту являються вже «старими».

Щоб на новому комплексному кресленні проектуюча площина стала площиною рівня, треба нову площину проекцій  $\Pi_5$  побудувати паралельно проекції прямої  $\Phi_4$ . Тим самим буде замінена фронтальна площина проекцій  $\Pi_2$ .

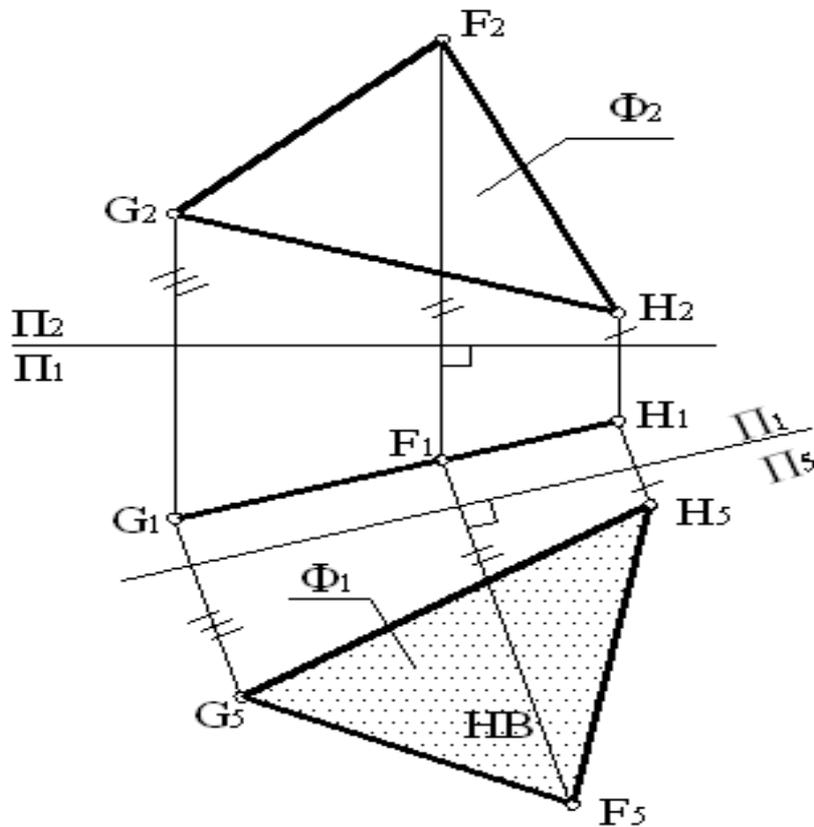


Рис.1.62. Перетворення проєктуючої площини в площину рівня

Таким чином, спочатку паралельно  $\Phi_4$  на довільній відстані будуюмо нову вісь проєкцій  $\Pi_4/\Pi_5$ , а потім від залишених проєкцій  $G_4, F_4, H_4$  точок проводимо нові лінії зв'язку перпендикулярно новій вісі проєкцій  $\Pi_4/\Pi_5$  і на них відкладаємо відстані, які дорівнюють відстаням від старої вісі  $\Pi_2/\Pi_4$  до "відпавших" проєкцій  $G_2, F_2, H_2$  точок  $G, F, H$ . Отримаємо нове комплексне креслення площини  $\Phi$ , яке складається зі старої проєкції-прямої  $G_4F_4H_4$  відріку і його нової, додаткової проєкції  $G_5F_5H_5$ . На цьому новому кресленні проєктуюча площина  $\Phi$  стала площиною рівня. Нова проєкція  $G_5F_5H_5$  відріку являється його натуральною величиною.

Для кращого сприйняття нового креслення повернемо його так, щоб нова вісь проєкцій  $\Pi_4/\Pi_5$  стала горизонтальною.

#### 1.4. Багатогранники та їх розгортки

Багатогранники, як один із видів просторових геометричних форм, знаходять широке застосування в різноманітних інженерних

спорудах і конструкціях сучасних будинків. Багатогранні форми мають також різноманітні деталі машин, механізмів та інструментів. *Багатогранник* – це поверхня, складена з кінцевого числа плоских багатокутників, що не лежать в одній площині. Елементами багатогранників являються його грані, ребра та вершини. Лінії перетину суміжних граней називаються ребрами, точки перетину ребер – вершинами багатогранника. Сукупність всіх ребер багатогранника називають його сіткою. На кресленнях, як правило, багатогранники зображуються проекціями своїх сіток. Між кількістю вершин (В), ребер (Р) та граней (Г) багатогранника існує співвідношення (теорема Ейлера):  $V+G-P=2$ . Багатогранники поділяються на опуклі та не опуклі. Опуклим називається багатогранник, який розміщується по один бік від площини будь-якої його грані. Найбільший практичний інтерес представляють такі багатогранники, як піраміди, призми, призматоїди та тіла Платона.

1. *Піраміди* – багатогранники, одна грань яких (основа) – багатогранник з числом сторін не менше трьох, а інші грані (бічні) є трикутниками з загальною вершиною. На рис. 1.67 (а) зображена піраміда загального виду. Якщо в основі піраміди знаходиться правильний  $n$  – кутник і її висота (перпендикуляр, опущений з вершини на основу) проходить через центр цього  $n$  – кутника, піраміду називають правильною (рис.1.67,б-д).

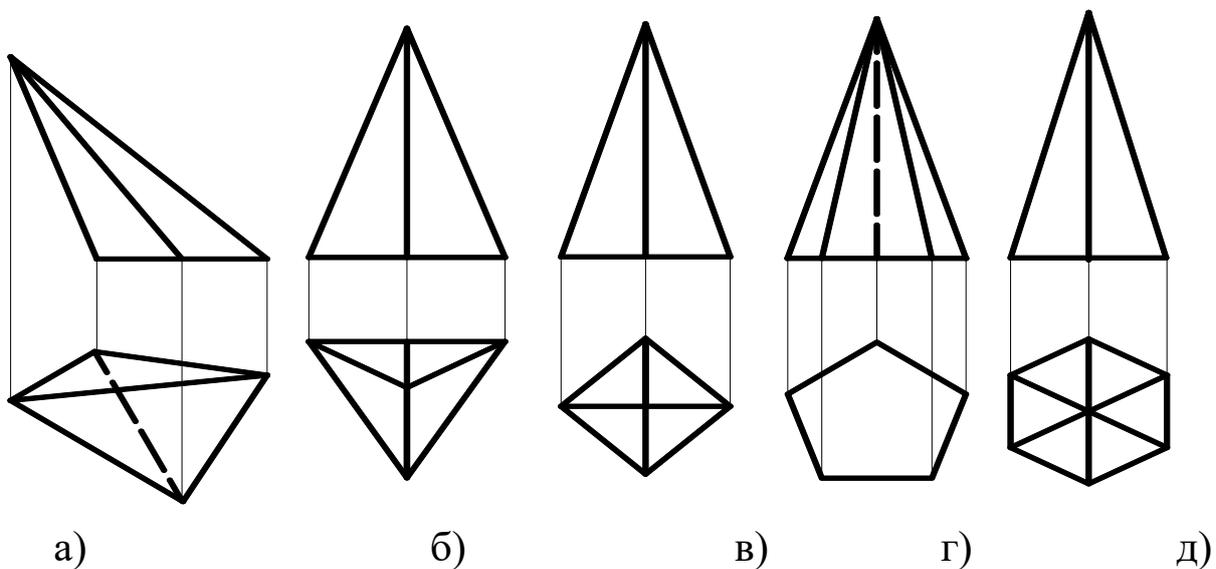


Рис.1.67. Піраміди

2. *Призми* – багатогранники, дві грані яких (основи) – рівні  $n$  – кутники з взаємно паралельними сторонами, які лежать в паралельних площинах, а інші грані (бокові) являються паралелограмами або прямокутниками. На рис.1.68 (а) призма загального виду. Призму, бокові ребра якої перпендикулярні основі, називають прямою. Якщо в основі прямої призми лежить правильний  $n$ - кутник, призма називається правильною(рис.1.68,б-д).

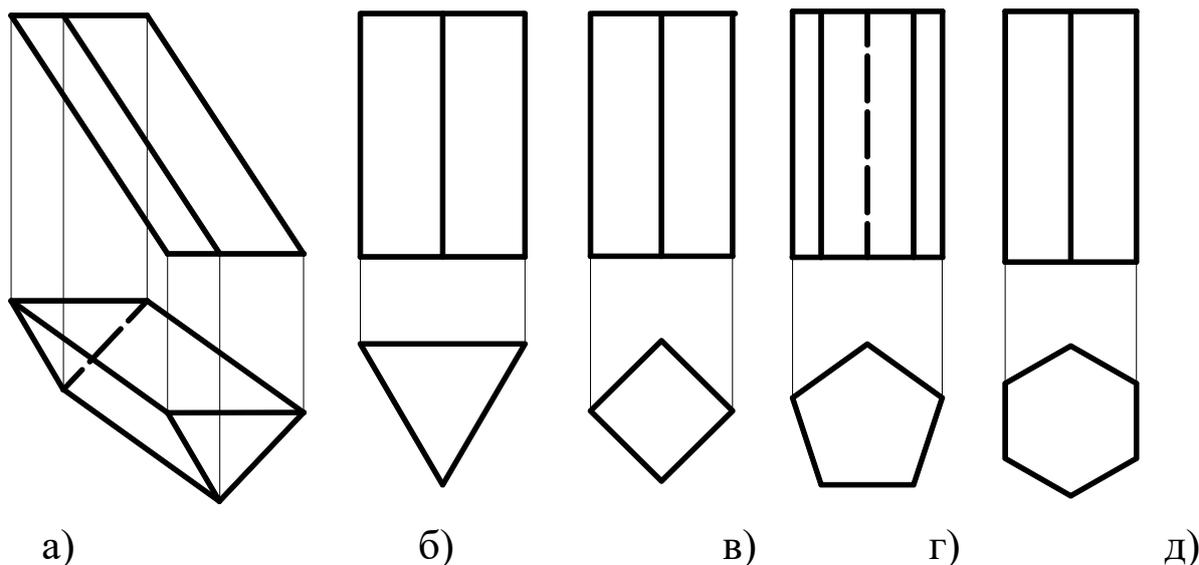


Рис.1.68. Призми

3. *Призматоїди* – багатогранники, дві грані яких (основи) – багатокутники, які лежать в паралельних площинах, а інші грані (бічні) являються трикутниками і трапеціями.

4. *Тіла Платона* – багатогранники, всі грані яких – правильні і рівні  $n$  – кутники. Існують п'ять таких багатогранників. *Тетраедр* (чотиригранник) – це багатогранник, гранями якої є чотири рівносторонні трикутники. *Гексаедр* (шестигранник) – багатогранник обмежений шістьма рівними квадратами. Це звичайний куб. *Октаедр* (восьмигранник) – багатогранник, гранями якого є вісім рівносторонніх трикутників. *Додекаедр* (дванадцятигранник) – багатогранник утворений з дванадцяти правильних п'ятикутників. *Ікосаедр* (двадцятигранник) – обмежений двадцятьма правильними трикутниками. Властивості цих правильних багатогранників були описані більше двох тисяч років назад філософом Платоном, і тому їх зараз називають тіла Платона. Вони мають дві *основні властивості*: 1) багатогранні кути

при вершинах правильних багатогранників (тіл Платона) рівні між собою; 2) навколо цих правильних багатогранників можна описати сферу.

### 1.4.1. Перетин багатогранника прямою лінією.

В практиці виконання креслень часто необхідно розв'язати задачу на побудову точок перетину прямої лінії з поверхнею геометричного тіла. Щоб знайти точки перетину багатогранника прямою лінією необхідно:

1. через пряму провести допоміжну площину;
2. знайти переріз площини з багатогранником;

3. відмітити точки перетину прямої з проекцією перерізу. Це і будуть шукані точки входу і виходу. Допоміжна січна площина називається площина-посередник.

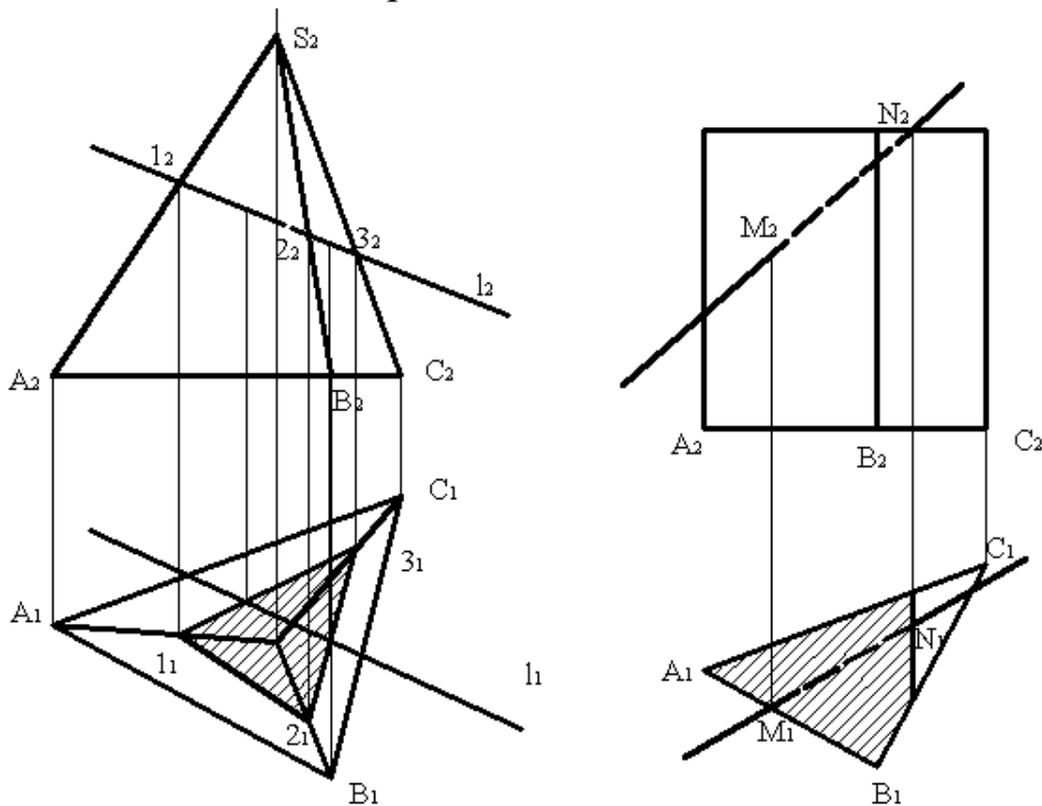


Рис.1.69. Перетин багатогранника прямою лінією

*Перетин багатогранника площиною.* Плоским перерізом багатогранника являється багатогранник, вершинами якого служать

точки перетину його ребер з січною площиною, а сторонами – відрізки прямих перетину його граней з тою ж самою площиною.

На рис.1.70 зображена побудова фігури перерізу поверхні багатогранника проектуючою площиною.

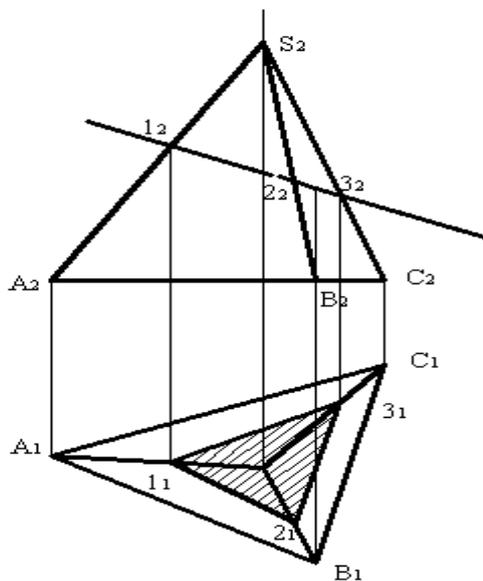


Рис. 1.70. Перетин багатогранника площиною.

*Розгорткою* називається таке перетворення поверхонь, в результаті якого вона суміщається з площиною. Вище ми поверхні ділили на розгортні та нерозгортні. Перші можуть бути сумісними з площиною без складок і розривів, другі – суміщаються з площиною приблизно в результаті деякої деформації або умовної заміни відсіків нерозгортних поверхонь відсіками поверхонь розгортних. Заміна однієї фігури другою більш простішою називається апроксимацією. *Розгорткою може бути тільки лінійчата поверхня, причому саме така, дві суміжні твірні якої перетинаються (в власній або невластній точці).* Плоска фігура, отримана в результаті розгортання поверхні тіла, називається розгорткою, в техніці розгортки використовують при виготовленні конструкцій із листового матеріалу.

#### **1.4.2. Побудова розгорток багатогранників**

Розгортка багатогранника являє собою плоску фігуру, отриману при поєднанні всіх його граней з площиною. Отже,

побудова розгортки багатогранника зводиться до побудови істинних величин його граней. Виконання цієї операції пов'язане з визначенням натуральних величин його ребер, які є сторонами багатокутників – граней, а іноді і деяких інших елементів. Грані багатогранника умовно поділяються на бічні і сторони підстави. Існують три способи побудови розгорток багатогранних поверхонь:

- 1 ) спосіб трикутників (триангуляції);
- 2 ) спосіб нормального перерізу;
- 3 ) спосіб розкатки.

*1.4.1.1.1.1. Побудова розгортки піраміди способом триангуляції*

Бічні грані будь піраміди є трикутниками. Для побудови розгортки піраміди (рис. 1.71) необхідно попередньо визначити натуральні величини бічних ребер і сторін основи.

У зображеній на рисунку піраміди боку основи є горизонталями і проектується на площину  $\Pi_1$  в натуральну величину. Справжні величини бічних ребер визначені способом прямокутних трикутників.  $S_2M_0C_0$ ,  $S_2M_0B_0$  і  $S_2M_0A_0$ , у яких одним катетом є висота піраміди ( $S_2M_0$  – різниця висот точки S і точок A, B, C), а іншим - горизонтальна проекція відповідного ребра.

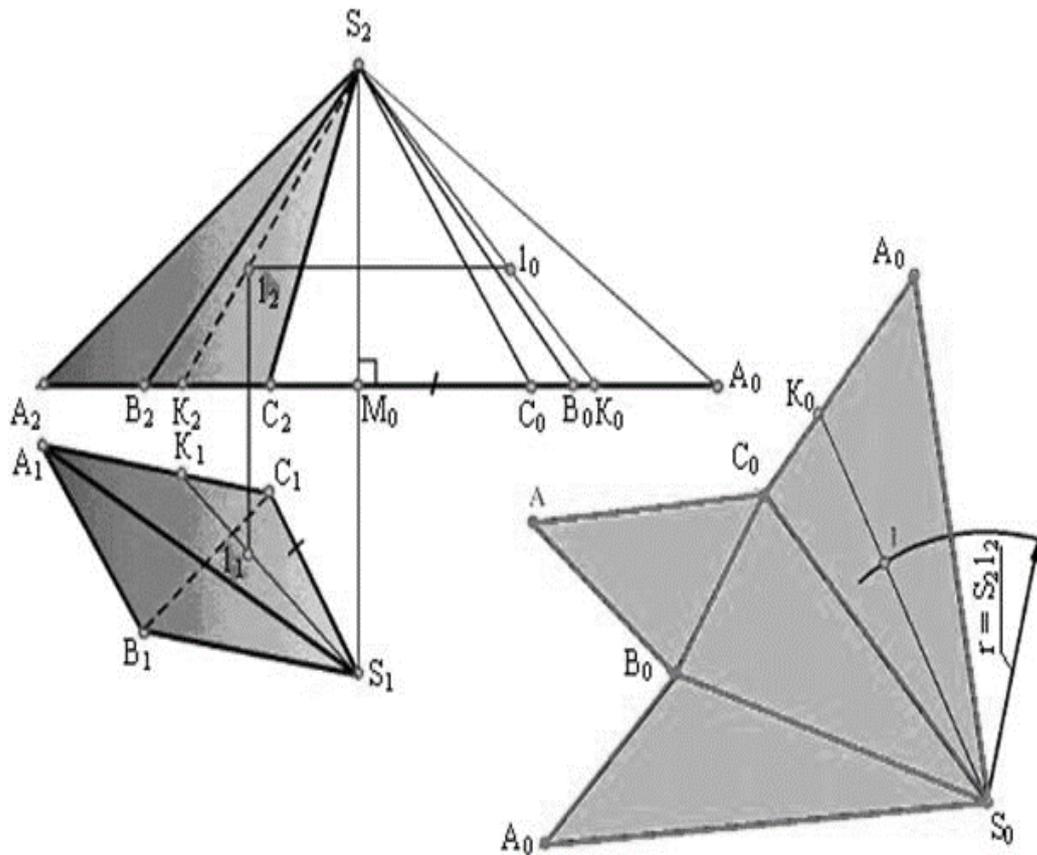


Рис. 1. 71. Побудова розгортки піраміди

$$\begin{aligned}
 / M_0 C_0 / &= / S_1 C_1 / ; / M_0 B_0 / = / S_1 B_1 / ; \\
 / M_0 A_0 / &= / S_1 A_1 / ; / M_0 K_0 / = / S_1 K_1 /
 \end{aligned}$$

Натуральні величини ребер піраміди можуть бути визначені способом обертання навколо осі, що проходить через вершину  $S$  і перпендикулярні площині  $\Pi_1$ .

Наступна операція полягає в побудові кожної бічної грані як трикутника за трьома сторонами. У результаті виходить розгортка бічної поверхні піраміди у вигляді ряду примикають один до одного трикутників із загальною вершиною  $S$ . Приєднавши до отриманої фігури основу  $(ABC)$ , отримаємо повну розгортку піраміди. Побудова на розгортці точки  $1$ , що належить поверхні піраміди, зрозуміло з креслення. Такий метод побудови розгортки поверхні називається способом триангуляції.

*1.4.1.1.1.2. Побудова розгортки призми способом нормального перерізу*

Для побудови розгортки похилої призми, зображеної на рис.1.72 необхідно знайти істинні величини бічних ребер і сторін основи призми. Призма розташована так, що її бічні ребра паралельні площини  $\Pi_2$  і проєктуються на неї у натуральну величину. Сторони основи є горизонталями і проєктуються на площину  $\Pi_1$  без спотворення. Таким чином, довжини сторін кожної грані відомі, однак цього ще недостатньо для побудови істинної форми бічних граней.

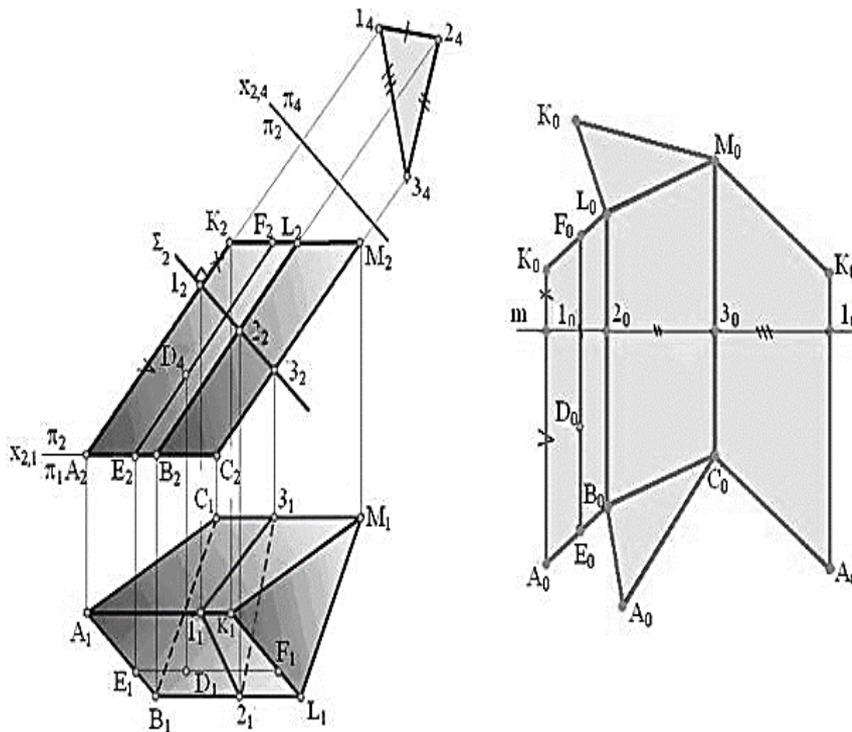


Рис.1.72. Побудова розгортки призми

Бічні грані похилої призми є паралелограмом. Для побудови паралелограма необхідно крім довжини сторін знати ще його висоту. Для визначення висот граней перетнемо призму площиною  $\Sigma$  ( $\Sigma_2$ ), перпендикулярної до ребер (спосіб нормального перерізу), і визначимо справжню величину перерізу шляхом заміни площин проєкцій. Сторони цього нормального перерізу і будуть висотами відповідних граней. Тепер приступаємо до побудови розгортки. На вільному місці креслення проводимо горизонтальну пряму  $m$  і відкладаємо на ній відрізки

$$/ 1 - 2 / = / 1_4 - 2_4 / , / 2 - 3 / = / 2_4 - 3_4 / \text{ і } / 3 - 1 / = / 3_4 - 1_4 / .$$

Через точки 1, 2, 3, 1 проводимо перпендикуляри до прямої  $m$  і відкладаємо на них величини бічних ребер так, щоб  $/A_1/ = /A_2 1_2/$  та  $/1K/ = /1_2 K_2/$ ,  $/B_2/ = /B_2 2_2/$  та  $/2L/ = /2_2 L_2/$  і т. п.

З'єднавши кінці побудованих відрізків, отримаємо розгортку бічної поверхні призми. Приєднавши до неї обидві основи, отримаємо повну розгортку призми. Побудова на розгортці точки 4, що належить поверхні призми, зрозуміло з креслення.

#### 1.4.1.1.1.3. Спосіб розкатки

Спосіб розкатки використовують для побудови розгортки призми, в тому випадку, коли її основи паралельні до однієї площини проекції, а бічні ребра відображаються в натуральну величину на іншій площині проекцій. На рис.1.73 побудовано розгортку поверхні похилої тригранної призми  $ABCDEF$ , використовуючи спосіб розкатки.

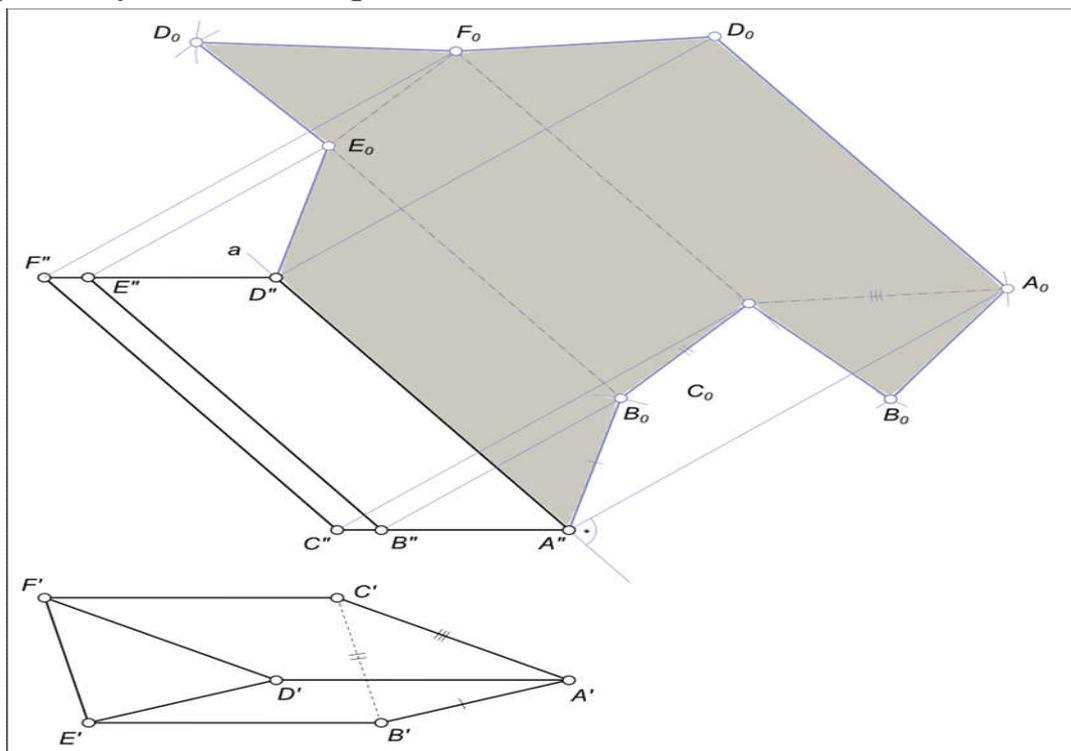


Рис.1.73. Побудова розгортки похилої призми методом розкатки

За площину розгортки приймемо площину  $\beta$ , що проходить через ребро  $AD$ , паралельну фронтальній площині проекцій. Суміщаємо грань  $ADEB$  з площиною  $\beta$ . Для цього подумки розріжемо призму по ребру  $AD$ , і потім виконаємо поворот грані  $ADEB$  навколо ребра  $AD$ . Визначення суміщеного з площиною  $\beta$

положення ребра  $V_0E_0$  з точки  $V''$  опускаємо промінь, перпендикулярний до  $A''D''$  і засікаємо на ньому дугою радіуса  $A'V'$ , проведеної з центру  $A''$ , точку  $V_0$ . З точки  $V_0$  проводимо пряму  $V_0E_0$ , паралельну  $A''D''$ . Суміщене положення ребра  $V_0E_0$  приймаємо за нову вісь і обертаємо навколо неї грань  $VEFC$  до суміщення з площиною  $\beta$ . З точки  $C''$  опускаємо промінь, перпендикулярний до  $V''E''$ , а з точки  $V_0$  – дугу кола радіусом  $V'C'$  засікаємо на ньому положення точки  $C_0$ . З  $C_0$  проводимо  $C_0F_0$  паралельно  $V_0E_0$ . Аналогічно визначається положення ребра  $A_0D_0$ . Поєднавши точки  $A''V_0C_0A_0$  і  $D''E_0F_0D_0$  прямими, одержимо фігуру  $A''V_0C_0A_0D_0E_0F_0D_0$  – розгортку бічної поверхні призми. Повна розгортка призми буде отримана якщо до яких-небудь з ланок ламаних ліній  $A''V_0C_0A_0$  і  $D''E_0F_0D_0$  прилаштувати трикутники основи  $A_0V_0C_0$  і  $D_0E_0F_0$ .

### 1.5. Питання до модуля «Нарисна геометрія»

1. Який метод є основою нарисної геометрії?
2. Чому одне зображення об'єкта не дає уявлення про його форму та розміри?
3. Що називають оберненістю креслення?
4. Яким чином просторова фігура з трьох взаємно перпендикулярних площин перетворюється в плоску модель?
5. Що називають постійною прямою креслення?
6. Який основний недолік системи прямокутних проєкцій (методу Монжа)?
7. Як позначаються проєкції точки, прямої, площини на площинах проєкцій?
8. Які координати на комплексному кресленні визначають горизонтальну та фронтальну проєкції точки?
9. Які прямі називають прямими рівня та проєктуючими прямими?
10. Якими методами можна визначити натуральну величину відрізка та кути його нахилу до площин проєкцій?
11. Як зображуються на кресленні прямі, що перетинаються, паралельні та мимобіжні прямі?

12. Чи можуть мимобіжні прямі мати паралельні проекції на якійсь площині проекцій?
13. Якими способами можна задати положення площини загального положення на комплексному кресленні?
14. Як будують прямі лінії і точки в площині?
15. Чим відрізняються площини рівня від проектуючих площин?
16. Які лінії площини називаються головними, які характерні особливості цих ліній на епюрі Монжа?
17. Як визначають видимість елементів геометричних образів відносно площин проекцій?
18. Сформулюйте умови паралельності та перпендикулярності двох площин.
19. Як визначити відстань на кресленні від точки до прямої окремого положення?
20. Яка мета перетворення комплексного креслення?
21. Які чотири задачі є основою розв'язання всіх метричних задач?
22. У чому складається принцип перетворення ортогональних проекцій способом плоско-паралельного переміщення?
23. У чому різниця способу обертання навколо проектуючих прямих від способу плоско-паралельного переміщення?
24. Як переміщуються проекції точки при її обертанні навколо осі, перпендикулярної до площини проекцій  $\Pi_1$  ( $\Pi_2$ )?
25. Скільки паралельних переміщень і в якій послідовності необхідно виконати, щоб перевести відрізок прямої загального положення у відрізок горизонтально (фронтально) проектуючої прямої?
26. У чому сутність перетворення ортогональних проекцій способом заміни площин проекцій?
27. Що визначає напрям нової площини проекцій при перетворенні площини загального положення в проектуючу площину?

28. Скільки перемін площин проєкцій і в якій послідовності необхідно виконати, щоб площину загального положення перевести у положення площини рівня?

29. Які характеристики геометричних фігур називають метричними?

30. В яких випадках кутові величини проєктуються без спотворення?

31. Як розв'язується задача із визначення величини кута між двома прямими, прямою і площиною, двома площинами?

32. Що є мірою кута між двома мимобіжними прямими?

33. Як визначити відстань від точки до площини; між площинами; між паралельними та мимобіжними прямими?

34. Якими властивостями характеризуються розгортки поверхонь?

35. Що називається розгорткою поверхні?

36. Назвіть способи побудови розгорток та сформулюйте зміст кожного з них.

## 2. МОДУЛЬ 2. ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА

### 2.1. Нанесення розмірів на кресленні

Розміри наносяться за допомогою розмірних чисел, розмірних і виносних ліній.

**Розмірна лінія** визначає границі вимірювання. Її проводять паралельно відрізку елемента деталі, розмір якого вимірюється. Розміщується розмірна лінія за межами контуру деталі на відстані 6-10 мм. Розмірні лінії обмежуються стрілками, які упираються у виносні лінії. Величини елементів стрілок розмірних ліній обирають в залежності від товщини лінії видимого контуру і викреслюють їх приблизно однаковими на всьому кресленні. Форма стрілки і приблизне співвідношення її елементів показано на рис. 2.1.

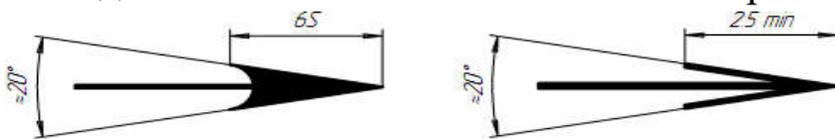


Рис. 2.1. Розмірна стрілка на кресленні

**Виносні лінії** перпендикулярні до контурної лінії елемента, виходять за межі розмірних на 1-5 мм.

**Розмірне число** наносять над розмірною лінією і по можливості ближче до середини, між розмірною лінією і розмірним числом повинна бути відстань в 1 мм.

Розмірні числа наносяться креслярським шрифтом 3,5-5 мм та нахилом  $75^\circ$  до розмірної лінії.

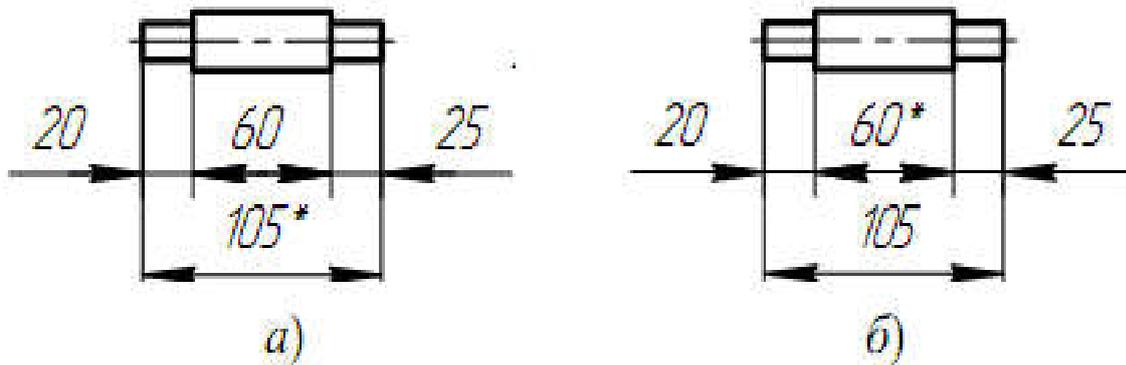
#### 2.1.1. Основні вимоги нанесення розмірів

1. Основою для визначення величини зображеного виробу та його елементів слугують розмірні числа, нанесені на креслення.
2. Загальна кількість розмірів на кресленні повинна бути мінімальною, але достатньою для виготовлення та контролю виробу.
3. Розміри, які не підлягають виконанню на даному кресленні і вказуються для зручності користування кресленням, називаються довідковими.

4. Довідкові розміри на кресленні позначаються знаком «\*», а в технічних вимогах записують: «\* розміри для довідок». Якщо всі розміри на кресленні довідкові, то їх знаком «\*» не позначають, а в технічних вимогах записують: «розміри для довідок».

5. До довідкових відносяться наступні розміри:

а). один із розмірів замкненого розмірного ланцюга (рис. 2.2);



\* Розмір для довідок

Рис.2.2. Розмірна лінія на кресленні

б). розміри на складальному кресленні, по яких визначають граничні положення окремих елементів конструкцій, наприклад хід поршня, хід клапана двигуна внутрішнього згорання і т.п.;

в). розміри на складальному кресленні, які перенесені з креслень деталей і використовуються в якості встановлюючих та з'єднувальних;

г). габаритні розміри на складальному кресленні, які перенесені з креслень деталей або являються сумою розмірів декількох деталей;

6. Не допускається повторювати як виконавчі розміри одного і того ж елемента на різних зображеннях, в технічних вимогах і в специфікації (рис. 2.3).

7. Лінійні розміри на кресленнях і в специфікаціях вказують в міліметрах, без зазначення одиниці вимірювання.

Для розмірів, які вказуються в технічних вимогах і пояснювальних написах на полі креслення, обов'язково вказують одиниці вимірювання.

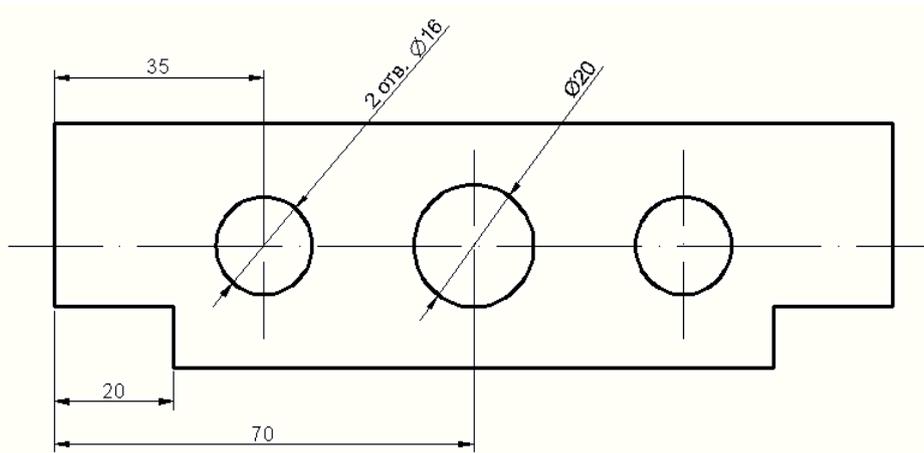


Рис.2.3. Нанесення однакових елементів на кресленні

8. Куткові розміри вказують в градусах, хвилинах та секундах з позначенням одиниці вимірювання, наприклад:  $4^\circ$ ;  $4^\circ 30'$ ;  $12^\circ 45' 30''$ ;  $0^\circ 30' 40''$ ;  $0^\circ 18'$ ;  $0^\circ 5' 25''$ ;  $30^\circ \pm 1^\circ$ ;  $30^\circ \pm 10'$ .

9. Для розмірних чисел застосовувати звичайні дроби не допускається, за виключенням розмірів в дюймах.

10. Розміри, які визначають розміщення поверхонь спряження, проставляють, як правило, від конструктивних баз з врахуванням можливостей виконання і контролю цих розмірів.

11. При розміщенні елементів предмету (отворів, пазів, зубів і т.п.) на одній осі або на одному колі розміри, які визначають їх взаємне розміщення, наносять наступними способами.

а). від загальної бази (поверхні, осі) (рис. 2.4 а, б);

б). заданням розмірів декількох груп елементів від декількох загальних баз (рис. 2.4 в);

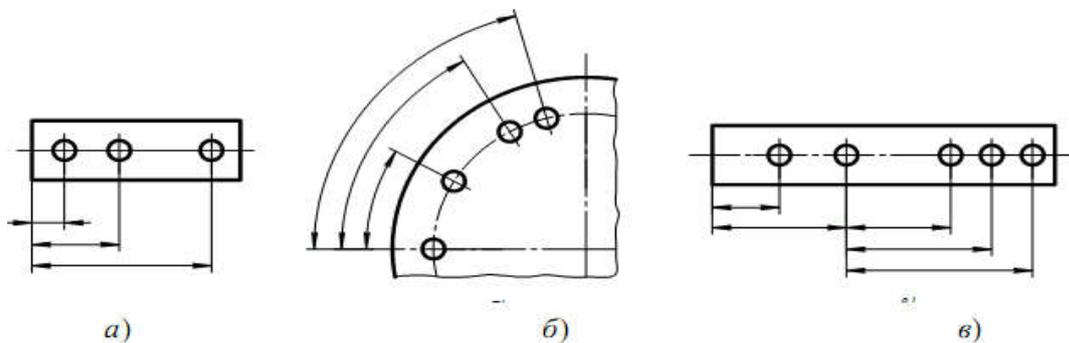


Рис. 2.4. Проставлення розмірних ліній

в). заданням розмірів між суміжними елементами (ланцюгом) (рис. 2.5).

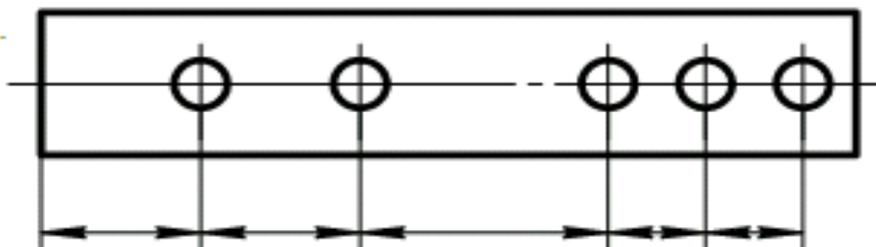


Рис. 2.5. Задання розмірів між суміжними елементами

12. Розміри на кресленнях не можна наносити у вигляді замкненого ланцюга, за винятком випадків, коли один з розмірів вказаний як довідковий (рис. 2.6).

Розміри, які визначають положення симетрично розміщених поверхнь симетричних виробів, наносять, як показано на рис. 2.6.

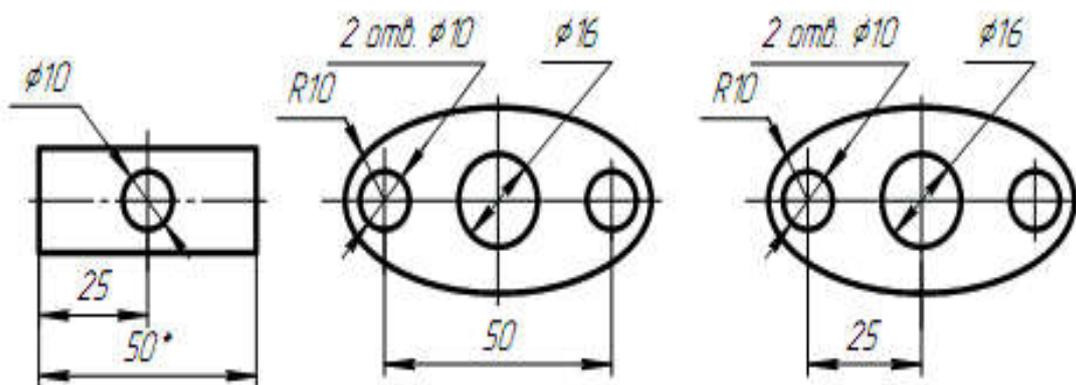


Рис. 2.6. Розміри на кресленні у вигляді замкненого ланцюга

**Основні розміри на креслення наносяться:**

1. Розміри на кресленнях вказують розмірними числами і розмірними лініями.
2. При нанесенні розміру прямолінійного відрізка розмірну лінію проводять паралельно даному відрізку, а виносні лінії – перпендикулярно розмірним (рис. 2.7.а).
3. При нанесенні розміру кута розмірну лінію проводять у вигляді дуги з центром в його вершині, а виносні лінії – радіально (рис. 2.7.б).
4. При нанесенні розміру дуги кола розмірну лінію проводять концентрично дузі, а виносні лінії – паралельно бісектрисі кута, над розмірним числом наносять знак « $\frown$ » (рис. 2.7.в).

5. Розмірну лінію з обох кінців обмежують стрілками, які впираються у відповідні лінії (контурні, виносні, осьові), а при нанесенні розміру радіуса дуги стрілку проставляють з внутрішньої або зовнішньої сторони дуги. (рис. 2.7.г).

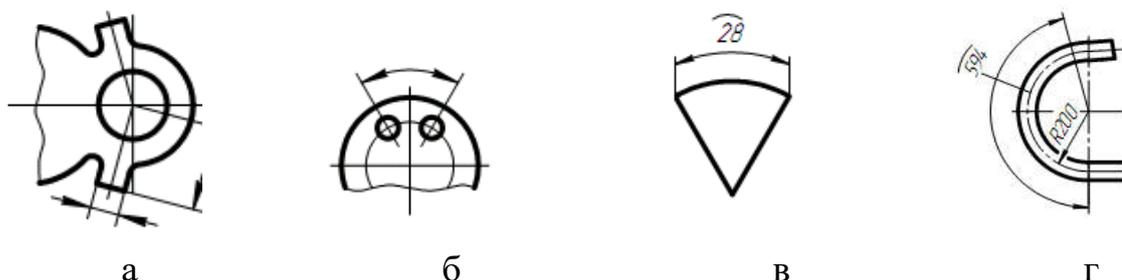


Рис.2.7. Основні розміри на креслення наносяться

6. У випадках, показаних на рис. 2.8.а, розмірну та виносну лінію проводять так, щоб вони разом з відрізком, який вимірюється, утворювали паралелограм.

7. Розмірні лінії зазвичай наносять поза контуром зображення.

8. Виносні лінії повинні виходити за межі кінців стрілок розмірної лінії на 1...5 мм.

9. Мінімальна відстань між паралельними розмірними лініями повинна бути 7 мм, а між розмірною і лінією контуру – 10 мм і обрані в залежності від розмірів зображення і насиченості креслення.

10. Не допускається перетин розмірних ліній будь-якими іншими лініями. Виносні лінії можуть перетинатися між собою. (рис.2.8.б).

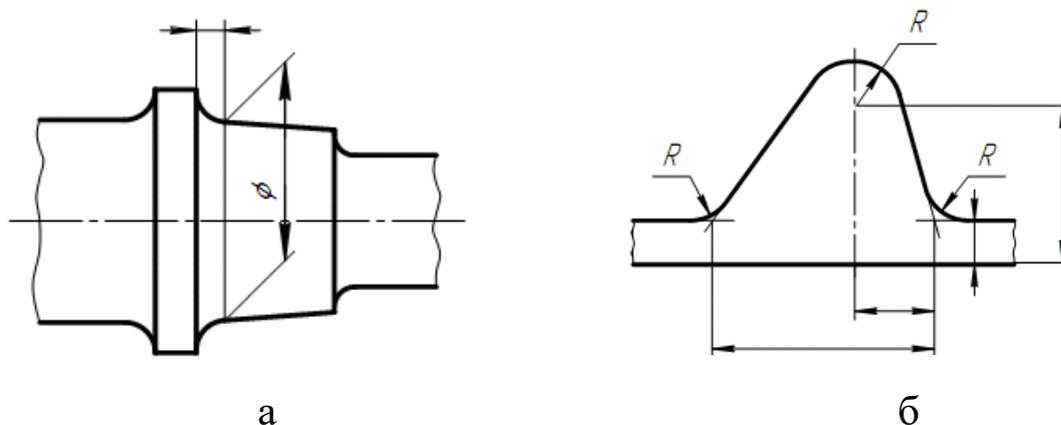


Рис. 2.8. Нанесення ліній на кресленні

11. Не допускається використання лінії контуру, осьових, центрових і виносних ліній в якості розмірних.

12. Якщо треба показати координати вершини заокругленого кута або центру дуги заокруглення, то виносні лінії проводять від точки перетину сторін округленого кута або центра дуги заокруглення (рис. 2.8 а і б).

13. Якщо вид або розріз симетричного предмета або окремих симетрично розміщених елементів зображують тільки до осі симетрії або з обривом, то розмірні лінії, які відносяться до цих елементів, проводять з обривом, і обрив розмірної лінії виконують далі від осі або лінії обриву предмета (рис. 2.9).

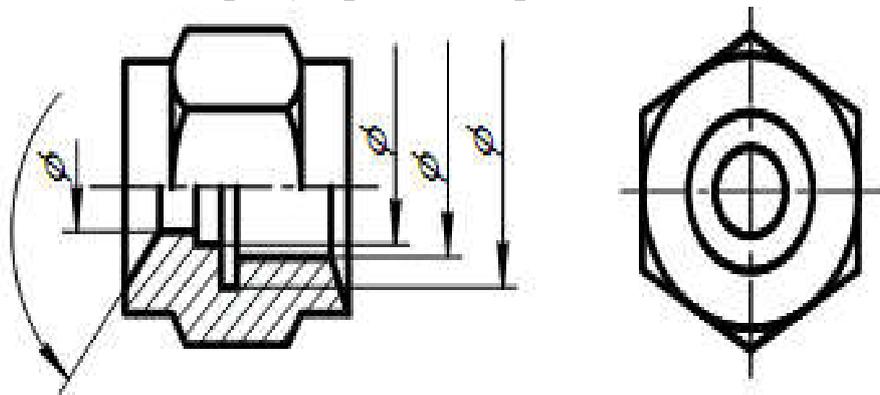


Рис. 2.9. Розмірні лінії для симетрично розміщених елементів

14. Розмірні лінії допускається проводити з обривом в наступних випадках:

а). при зазначенні розміру діаметра кола незалежно від того, зображене і коло повністю або частково; при цьому обрив розмірної лінії роблять далі від центра кола (рис. 2.10);

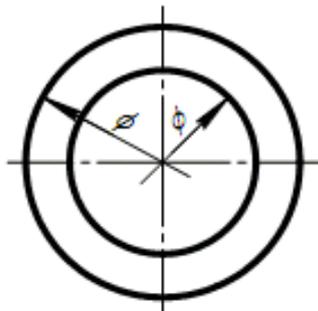


Рис. 2.10. Зазначення розміру діаметра кола

б). при нанесенні розмірів від бази, яка не зображена на даному кресленні (рис. 2.11).

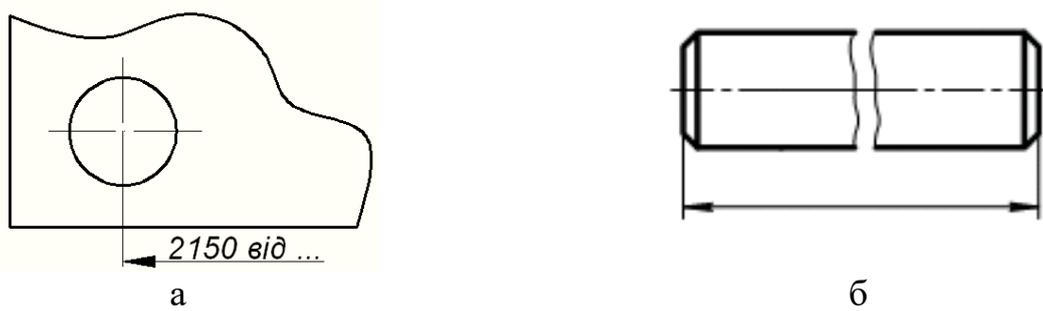


Рис.2.11. Нанесення розмірних ліній

15. При зображенні виробів з розривом розмірну лінію не переривають (рис. 2.11.б).

16. Якщо довжина розмірної лінії недостатня для розміщення на ній стрілок, то розмірну лінію продовжують за виносні лінії (або відповідно за контурні, осьові, центрові і т.д.) і стрілки виносять, як показано на рис. 2.12.

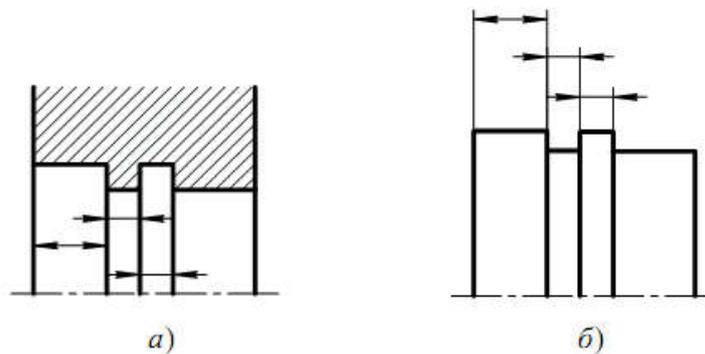


Рис. 2.12.Винесення стрілок

17. При недостатній кількості місця для стрілок на розмірних лініях, розміщених ланцюгом, стрілки допускається замінити засіками, які наносять під кутом  $45^\circ$  до розмірних ліній (рис. 2.13а), або чітко нанесеними точками (рис. 2.13.б).

18. При недостатній кількості місця для стрілки через близько розміщену контурну або виносну лінію останні допускається переривати (рис. 2.13.в).

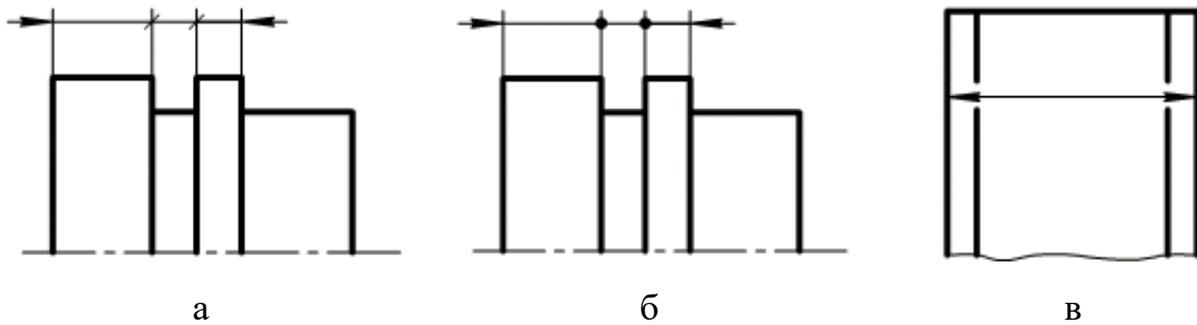


Рис.2.13. Нанесення розмірних ліній за браку місця на кресленні

19. Розмірні числа наносять над розмірною лінією по можливості ближче до її середини (рис. 2.14).

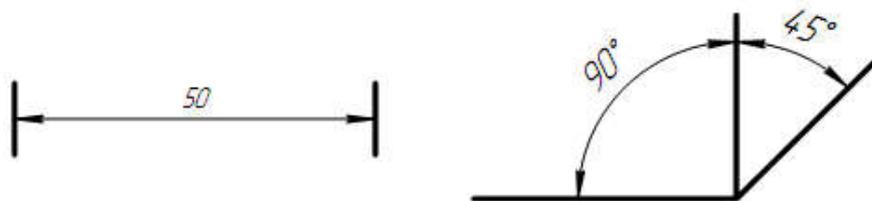


Рис. 2.14. Нанесення розмірних чисел

20. При нанесенні розміру діаметра всередині кола розмірні числа зміщують відносно середини розмірних ліній.

21. При нанесенні декількох паралельних або концентричних розмірних ліній на невеликій відстані одна від одної розмірні числа над ними рекомендується розміщувати в шаховому порядку (рис. 2.15).

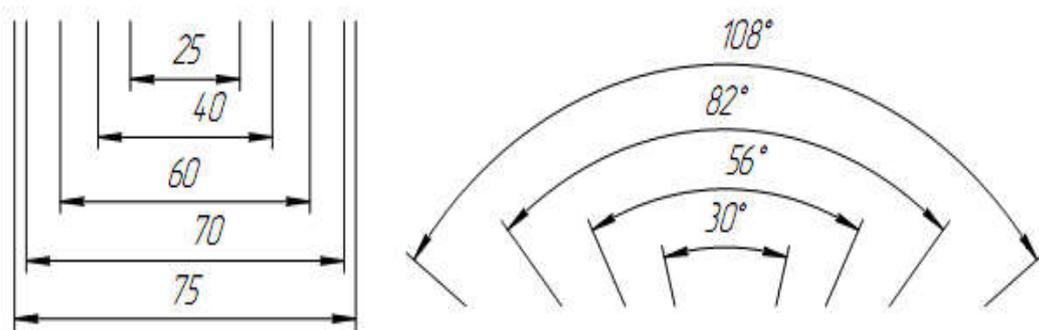


Рис. 2.15. Нанесення паралельних розмірних чисел

22. Розмірні числа лінійних розмірів при різних нахилах розмірних ліній розміщують як показано на рис. 2.16.а.

Якщо необхідно нанести розмір в заштрихованій зоні, відповідне розмірне число наносять на поличці-виносці (рис. 2.16.б).

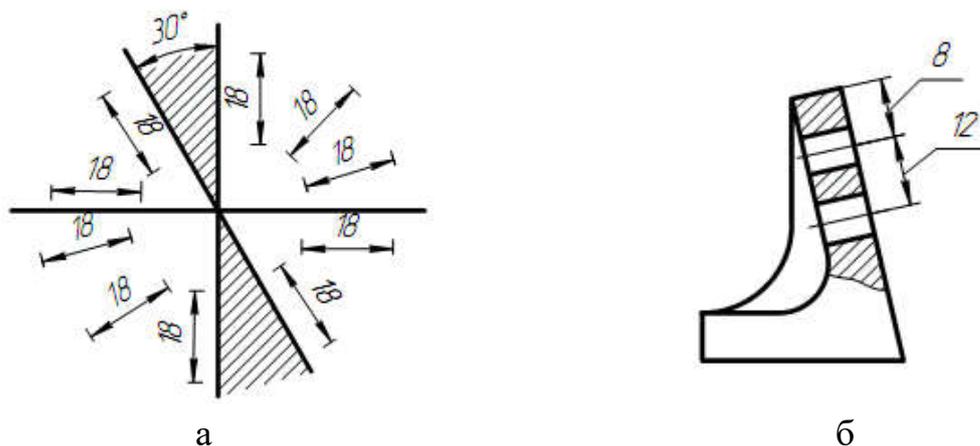


Рис.2.16. Розмірні числа лінійних розмірів при різних нахилах розмірних ліній

23. Кутові розміри наносять так, як показано на рис. 2.17.а.

Для кутів малих розмірів при недостатній кількості місця розмірні числа поміщають на поличках-виносках в будь-якій зоні (рис. 2.17.б).

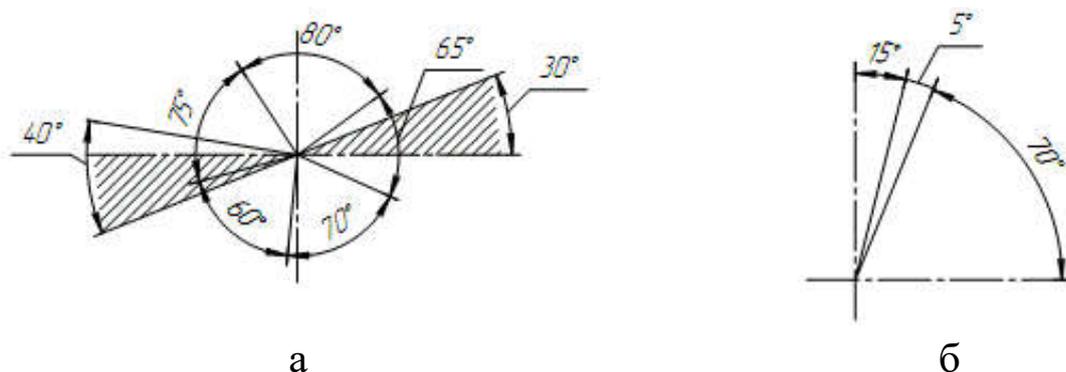


Рис.2.17. Нанесення кутових розмірів

24. Якщо для написання розмірного числа недостатньо місця над розмірною лінією, то розміри наносять як показано на рис. 2.18.а; якщо недостатньо місця для нанесення стрілок, то їх наносять як показано на рис. 2.18.б.

Спосіб нанесення розмірного числа при різноманітних положеннях ліній (стрілок) на кресленні визначається найбільшою зручністю читання.

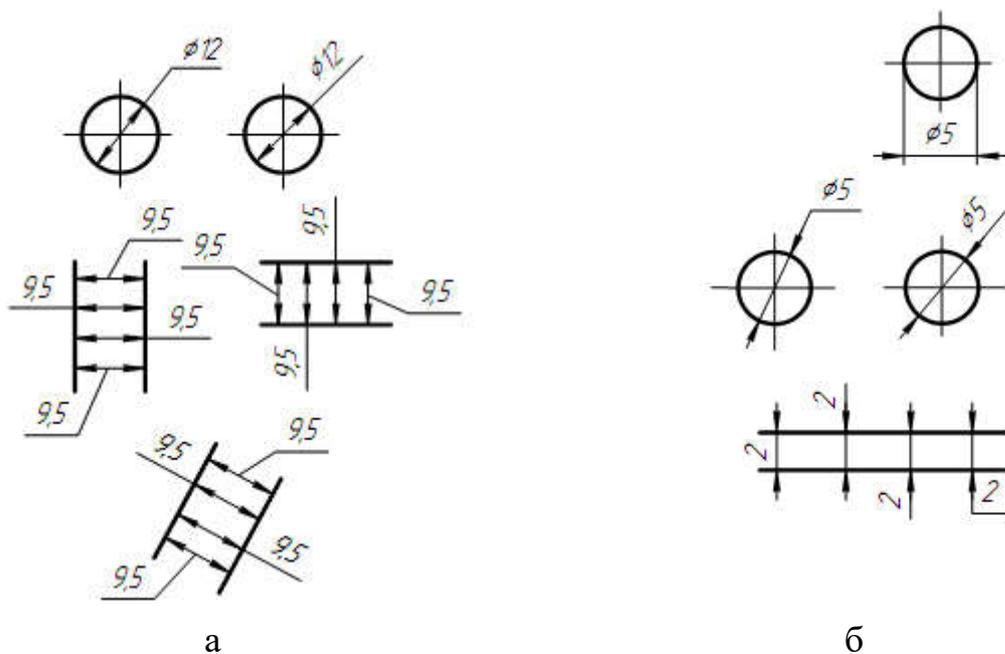


Рис.2.18. Нанесення розмірів якщо недостатньо місця

25. Розмірні числа не допускається розділяти або перетинати будь-якими лініями креслення. Не допускається розривати лінію контуру для нанесення розмірного числа в місцях перетинання розмірних, осьових або центрових ліній. В місці нанесення розмірного числа осьові, центрові лінії і лінії штриховки перериваються (рис.2.19 а і б).

26. Розміри, які відносяться до одного і того ж конструктивного елементу (пазу, виступу, отвору і т.п.), рекомендується групувати в одному місці, розміщуючи їх на тому зображенні, на якому геометрична форма даного елементу показана найбільш повно (рис. 2.19.в).

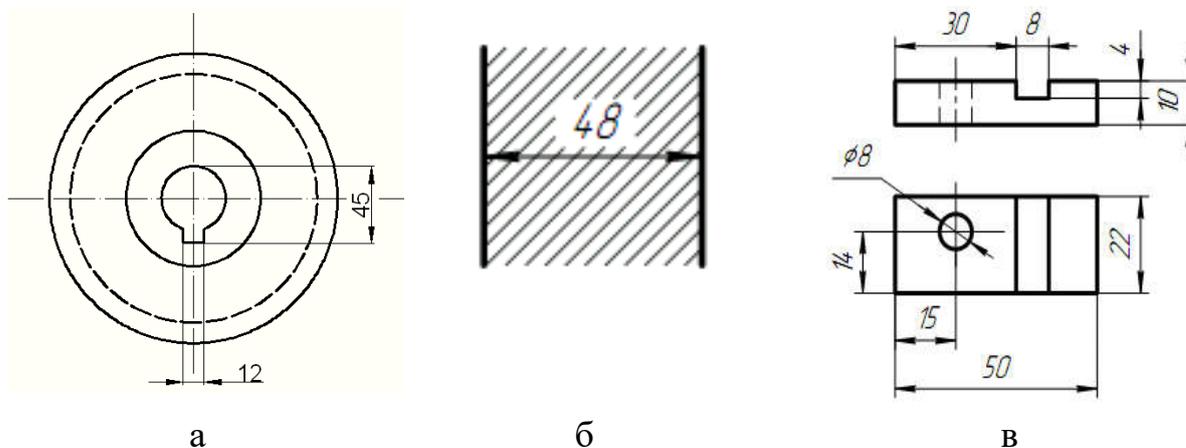


Рис.2.19. Нанесення розмірів

27. При нанесенні розміру радіуса перед розмірним числом розміщують прописну літеру *R*.

28. Якщо при нанесенні розміру радіуса дуги кола необхідно вказати розмір, який визначає положення її центра, то останній зображують у вигляді перетину центрових або виносних ліній. При великій величині радіуса центр дозволяється наближувати до дуги, в даному випадку розмірну лінію радіуса показують зі зламом під кутом  $90^\circ$  (рис. 2.20.а).

29. Якщо не потрібно вказувати розміри, які визначають положення центра дуги кола, то розмірну лінію радіуса допускається не доводити до центра і зміщувати її відносно центра (рис. 2.20.б).



Рис.2.20. Нанесення радіусу

30. При побудові декількох радіусів із одного центра розмірні лінії будь-яких двох радіусів не розміщуються на одній прямій (рис. 2.21.а).

При співпаданні центрів декількох радіусів їх розмірні лінії допускається не доводити до центра, окрім крайніх (рис. 2.21.б).

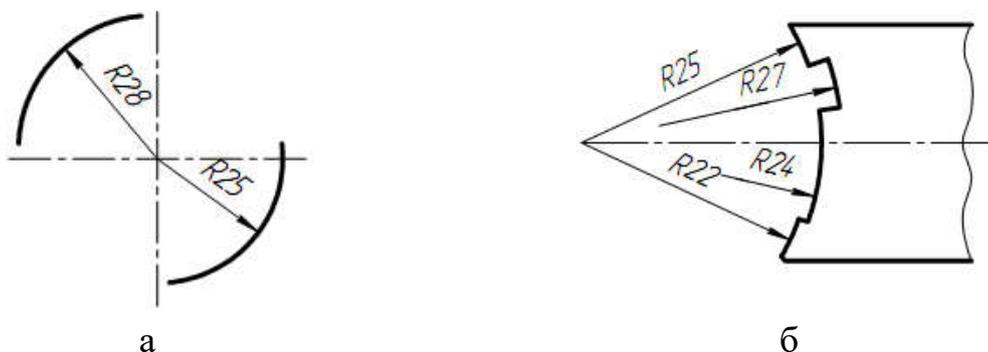


Рис.2.21. Нанесення декількох радіусів

31. Розміри радіусів зовнішніх округлень наносять як показано на рис.2.22.а, внутрішніх округлень – на рис.2.22.б.

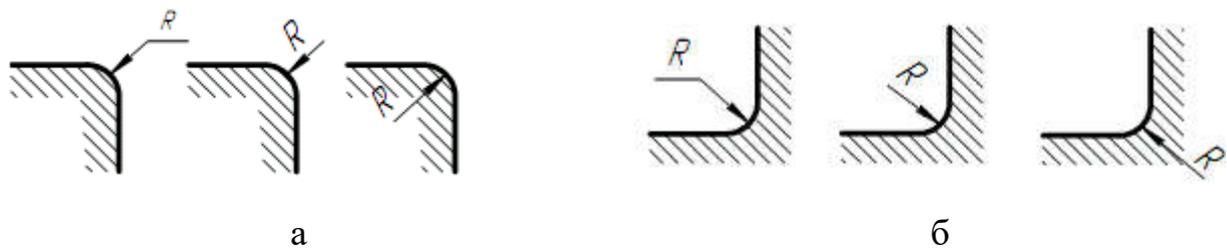


Рис.2.22. Розміри радіусів зовнішніх заокруглень

Розміри однакових радіусів допускається вказувати на спільній полиці, як показано на рис. 2.23.

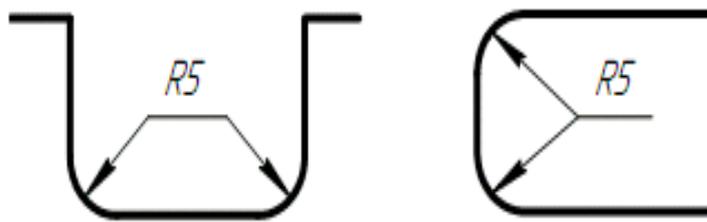


Рис. 2.23. Розміри однакових радіусів

32. При вказуванні розміру діаметра (у всіх випадках) перед розмірним числом наносять знак « $\varnothing$ ».

33. Перед розмірним числом діаметра (радіуса) сфери також наносять знак  $\varnothing$  (R) без напису «Сфера». Якщо на кресленні важко відрізнити сферу від інших поверхонь, то перед розмірним числом діаметра (радіуса) допускається наносити слово «Сфера» або знак «O», наприклад: «Сфера  $\varnothing 18$ , OR12».

34. Розмір квадрата наносять як показано на рис. 2.24.а,б,в.

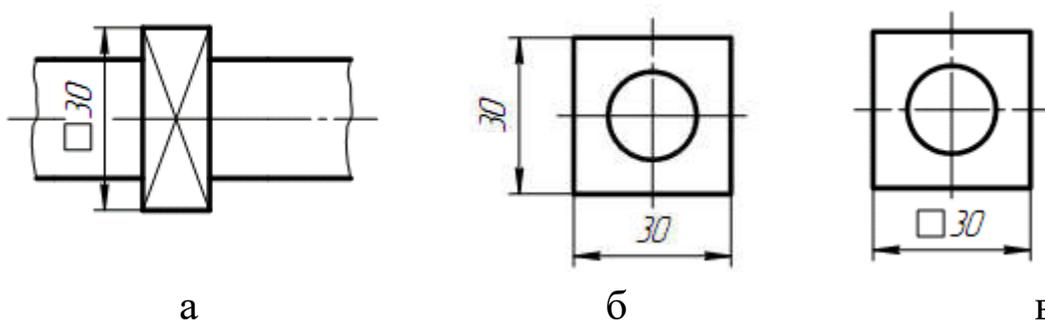


Рис.2.24. Нанесення розмірів квадратних отворів

Висота знаку  $\square$  повинна бути рівна висоті розмірних чисел на кресленні.

35. Перед розмірним числом, що характеризує конусність, наносять знак « $\nabla$ », гострий кут якого повинен бути направлений в сторону вершини конуса (рис. 2.25).

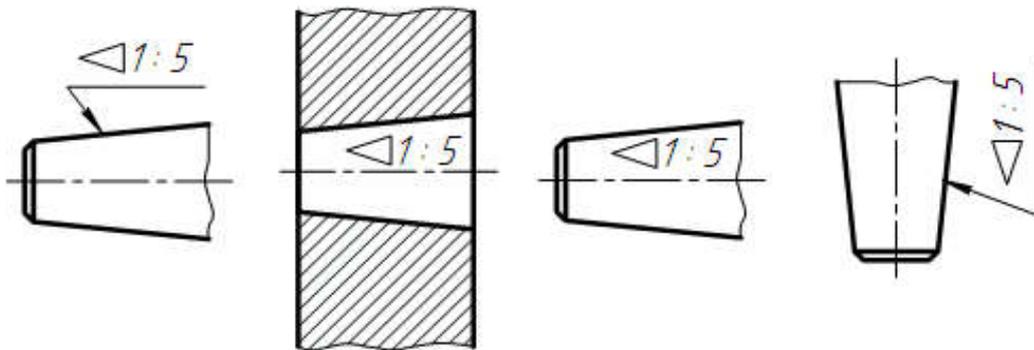


Рис. 2.25. Нанесення позначки конусності

Знак конуса і конусність у вигляді співвідношення слід наносити над осьовою лінією або на поличці-виносці.

36. Кут поверхні слід вказувати безпосередньо біля зображення поверхні нахилу або на поличці-виносці у вигляді співвідношення (рис. 2.26а), у відсотках (рис. 2.26б). перед розмірним числом, яке визначає нахил, наносять знак « $\nabla$ », гострий кут якого повинен бути направлений в сторону нахилу.

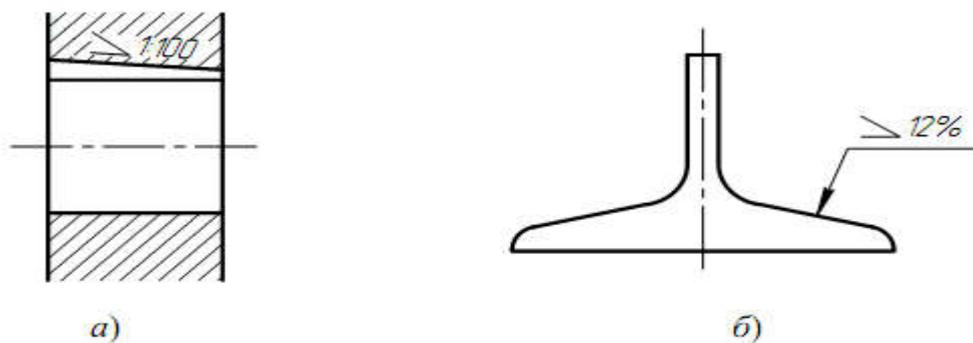


Рис.2.26. Нанесення позначки ухилу

37. Розміри фасок під кутом  $45^\circ$  наносять як показано на рис. 2.27.

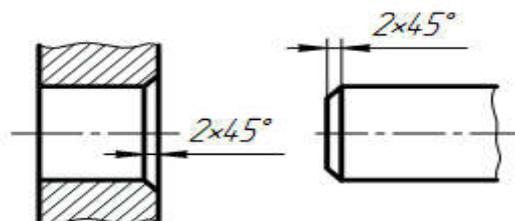


Рис. 2.27. Нанесення розмірів фасок

Розміри фасок під іншими кутами вказують керуючись загальними правилами – лінійним та кутовим розмірами (рис. 2.28.а, б) або двома лінійними розмірами (рис. 2.28в).

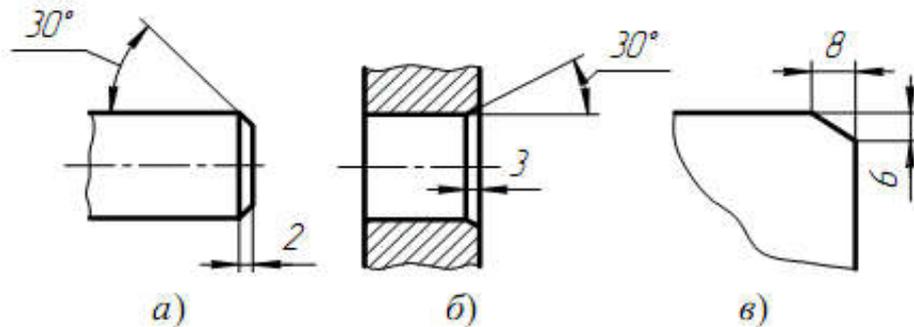


Рис. 2.28. Нанесення розмірів фасок

38. Розміри декількох однакових елементів виробу, як правило, наносять один раз з вказівкою їхньої кількості на поличці лінії-виноски (рис. 2.29.а).

Допускається вказувати кількість елементів (рис. 2.29.б).

39. При нанесенні розмірів елементів, рівномірно розміщених по колу виробу (наприклад, отворів), замість кутових розмірів, визначаючих взаємне розміщення елементів, вказують тільки їх кількість (рис. 2.30.а-в).

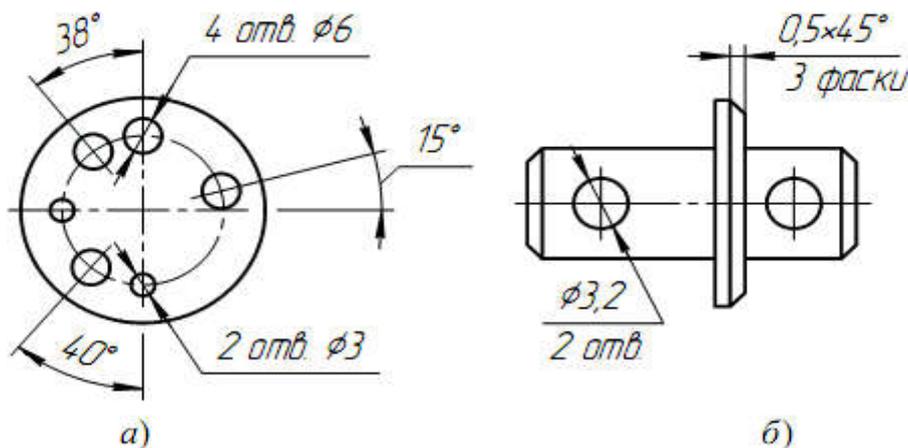


Рис. 2.29. Нанесення розмірів однакових елементів виробу

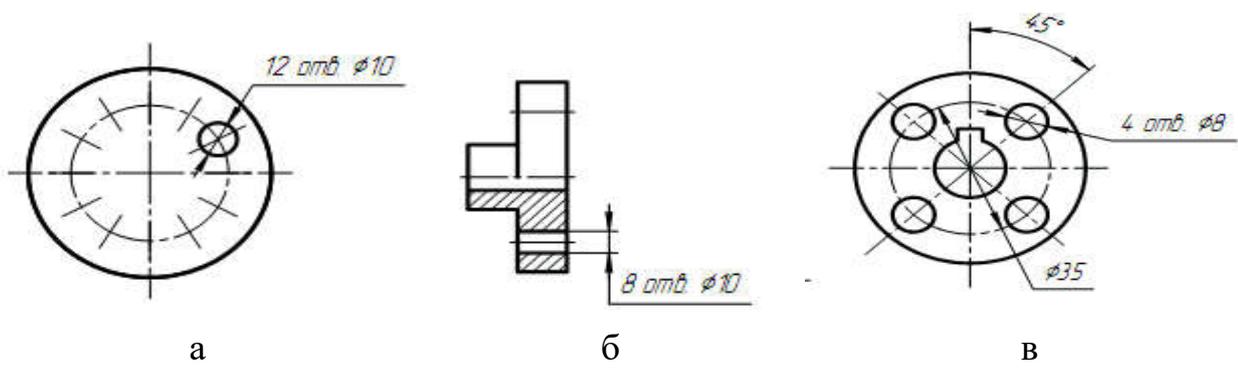


Рис.2.30. нанесення розмірів елементів, розташованих по колу 40. Розміри двох симетрично розміщених елементів виробу (окрім отворів) наносять один раз без вказування їх кількості, групуючи, як правило, в одному місці всі розміри (рис. 2.31.а,б).

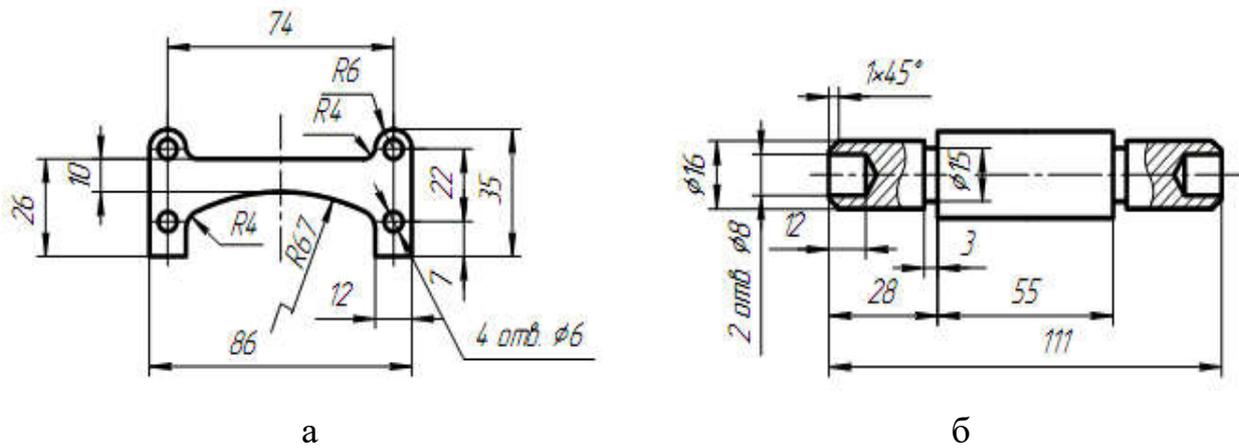


Рис.2.31. Розміри двох симетрично розміщених елементів виробу

Повністю вказують кількість однакових отворів, а їх розміри – тільки один раз.

41. При нанесенні розмірів, визначаючих відстань між рівномірно розміщеними однаковими елементами виробу (наприклад, отворами), рекомендується замість розмірних ланцюгів наносити розміри між сусідніми елементами і розмір між крайніми елементами у вигляді добутку кількості проміжків між елементами на розмір проміжку (рис.2.32).

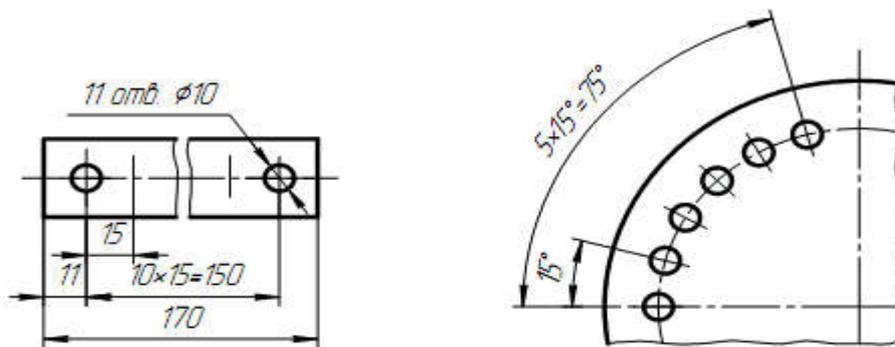


Рис. 2.32. Нанесення розмірів, визначаючих відстань між рівномірно розміщеними однаковими елементами виробу

### 2.3. Спряження

В кресленнях технічних форм часто зустрічаються плавні переходи від однієї лінії до іншої. Плавний перехід однієї лінії в іншу, виконаний за допомогою проміжної лінії, називається **спряженням**. Побудова спряження обґрунтована наступними положеннями геометрії:

1. Перехід кола в пряму буде вірним лише тоді, коли задана пряма являється дотичною до кола (рис. 2.33.а). Радіус кола, проведений в точку дотику  $K$  перпендикулярний до дотичної прямої.

2. Перехід від одного кола до іншого в точці  $K$  тільки тоді буде плавним, коли кола мають в даній точці спільну дотичну (рис. 2.33.б).

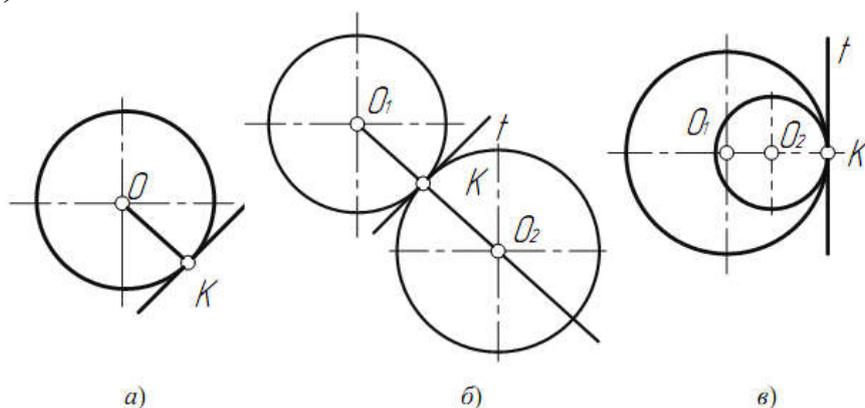


Рис. 2.33. Побудова дотичної

Точка дотику  $K$  і центри кіл  $O_1$  і  $O_2$  лежать на одній прямій. Якщо центри кіл лежать по різні боки від дотичної  $t$ , то спряження називається зовнішнім (рис. 2.33б); якщо центри  $O_1$  і  $O_2$  знаходяться з

одного боку від спільної дотичної – відповідно внутрішнім (рис. 2.33.в).

В теорії спряження застосовуються наступні терміни:

- а). центр спряження – точка  $O$ ;
- б). радіус спряження  $R$ ;
- в). точки спряження  $A$  і  $B$ ;
- г). дуга спряження  $AB$ .

*Центром спряження  $O$*  називається точка, яка рівновіддалена від ліній спряження (рис. 2.34).

*Точкою спряження  $A$  ( $B$ )* називається точка дотику двох ліній спряження (рис. 2.34).

*Дуга спряження  $AB$*  – це дуга кола, за допомогою якої виконується спряження (рис. 2.34).

*Радіус спряження  $R$*  – це радіус дуги спряження (рис. 2.34).

Для виконання спряження необхідно визначити три елемента побудови: 1). радіус спряження; 2). центр спряження; 3). точки спряження.

#### 2.4.1. Спряження двох прямих ліній, що перетинаються

Розглянемо дві прямі  $m$ ,  $n$ , що перетинаються і радіус спряження  $R$  (рис. 2.34). Необхідно побудувати спряження даних прямих колом радіусом  $R$ .

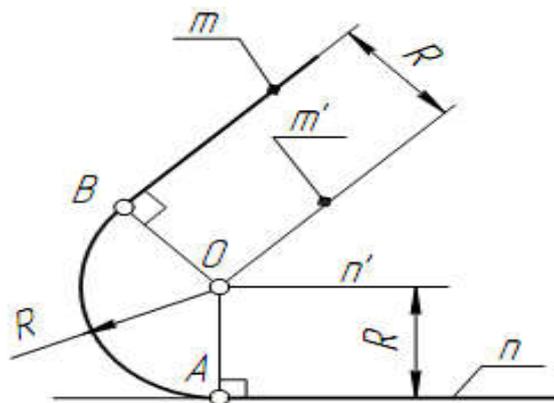


Рис. 2.34. Побудова спряження

Виконуємо наступні побудови:

1. Побудуємо множину точок центрів спряження, віддалених від прямої  $n$  на відстань радіуса  $R$  спряження. Такою множиною являється пряма  $n'$ , паралельна даній прямій  $n$  і віддалена від неї на відстань  $R$ .

2. Побудуємо множину точок центрів спряження, віддалених від прямої  $m$  на відстань радіуса спряження. Такою множиною являється пряма  $m'$ , паралельна  $m$  і віддалена від останньої на відстань  $R$ .

3. На перетині побудованих прямих  $m'$  і  $n'$  знаходимо центр спряження  $O$ .

4. Визначимо точку  $A$  спряження прямої  $n$ . Для цього опустимо із центру  $O$  перпендикуляр на пряму  $n$ . Для визначення точки спряження  $B$  на прямій  $m$ , необхідно опустити відповідно перпендикуляр із центра  $O$  на пряму  $m$ . Проведемо дугу спряження  $AB$ . Тепер будуть визначені всі елементи спряження: радіус, центр і точки спряження.

#### **2.4.2. Спряження прямої з колом**

Спряження прямої з колом може бути зовнішнім та внутрішнім. Розглянемо побудову зовнішнього спряження прямої з колом.

Приклад 1. Нехай задано коло радіусом  $R$  з центром в точці  $O_1$  і пряма  $m$ . Необхідно побудувати спряження кола з прямою дугою кола заданого радіуса  $R$  (рис. 2.35.а).

Для вирішення задачі виконаємо наступні побудови:

1. Побудуємо множину точок центрів спряження, які віддалені від прямої спряження на відстань  $R$ . Цю множину задає пряма  $m'$ , паралельна  $m$  і віддалена від неї на відстань  $R$ .

2. Множина точок центрів спряження, віддалених від кола  $n$  на відстань  $R$ , являється колом  $n'$ , яка проведена радіусом  $R_1 + R$ .

3. Центр спряження  $O$  знаходимо як точку перетину лінії  $n'$  і  $m'$ .

4. Точка спряження  $A$  знаходиться як основа перпендикуляра, проведеного із точки  $O$  на пряму  $m$ . Щоб побудувати точку спряження  $B$ , необхідно провести лінію центрів

$OO_1$ , тобто з'єднати центри спряження дуг. На перетині лінії центрів з заданим колом визначимо точку  $B$ .

5. Побудуємо дугу спряження  $AB$ .

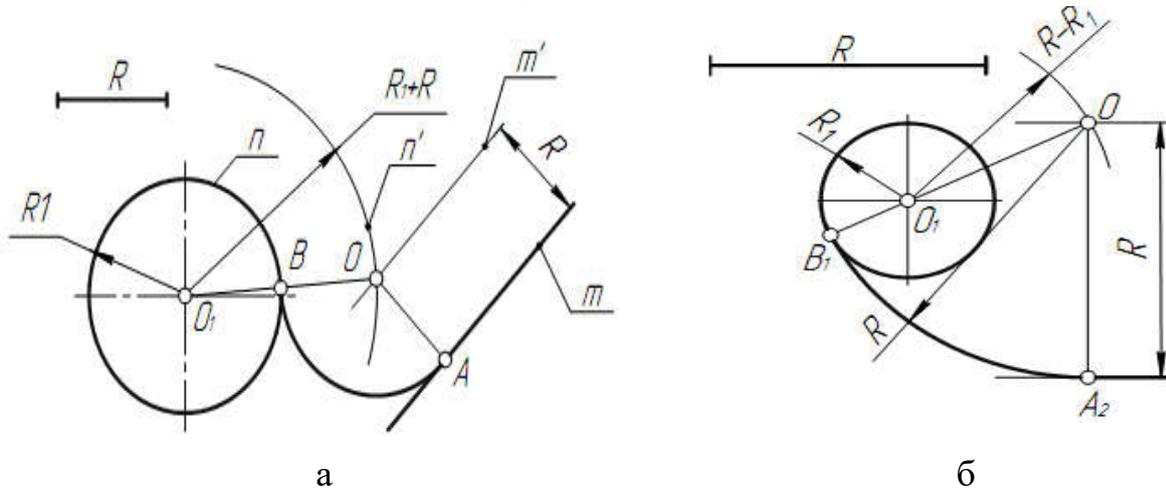


Рис.2.35.Спряження прямої з колом

**Приклад 2.** При побудові внутрішнього спряження (рис.2.35.б) послідовність побудови залишається такою ж, як і в прикладі 1. Але центр спряження визначається за допомогою допоміжної дуги кола, яка проведена із центра  $O_1$ , радіусом  $R-R_1$ .

### 2.4.3. Спряження кіл

Спряження двох кіл може бути зовнішнім, внутрішнім і змішаним. Нехай задано радіус спряження  $R$ , а центри спряження і точки спряження треба знайти.

**Приклад 1.** Побудуємо спряження з зовнішнім дотиком двох даних кіл  $m$  і  $n$  з радіусами  $R_1$  і  $R_2$  дугою заданого радіуса  $R$  (рис. 2.36.а).

1. Для знаходження центра спряження  $O$  проведемо коло  $m^1$ , віддалену від даного кола  $m$  на відстань  $R$ . Так як спряження з зовнішнім торканням, то радіус кола  $m^1$  рівний  $R_1+R$ .

2. Радіусом  $R_2+R$  проведемо коло  $n^1$ , яка віддалена від даного кола  $n$  на відстань  $R$ .

3. Знайдемо центр спряження  $O$  як точку перетину кіл  $m^1$  і  $n^1$ .

4. Знайдемо точку спряження  $A$ , як перетин ліній центрів  $OO_1$  з дугою  $m$ .

5. Аналогічно знайдемо точку  $B$ , як перетин ліній центрів  $OO_2$  з дугою  $n$ .
6. Проведемо дугу спряження  $AB$ .

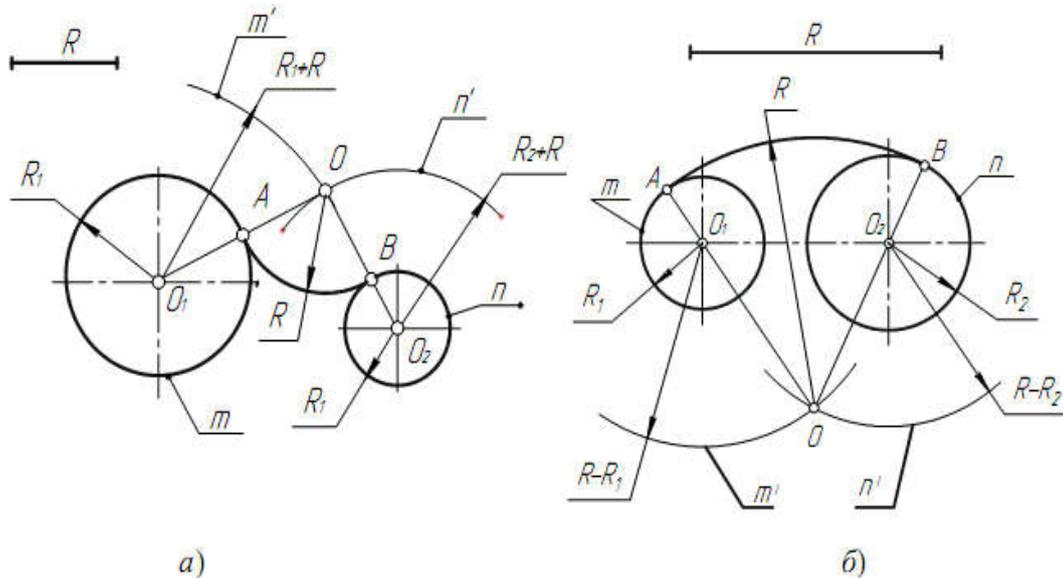


Рис.2.36. Спряження кіл

Приклад 2. Побудуємо спряження з внутрішнім торканням двох даних кіл  $m$  і  $n$  з радіусами  $R_1$  і  $R_2$  дугою радіусом  $R$  (рис. 2.36.б).

1. Для знаходження центра спряження  $O$  проведемо коло  $m'$  на відстані  $R-R_1$  від даного кола  $m$ .
2. Проведемо коло  $n'$  на відстані  $R-R_2$  від даного кола  $n$ .
3. Центр спряження  $O$  знайдемо як точку перетину кіл  $m'$  і  $n'$ .
4. Точку спряження  $A$  знайдемо як точку перетину ліній центрів  $OO_1$  з заданим колом  $m$ .
5. Точку спряження  $B$  знайдемо як точку перетину ліній центрів  $OO_2$  з заданим колом  $n$ .
6. Проведемо дугу спряження  $AB$  з центром в точці  $O$ .

Приклад 3. На рис.2.37 представлено приклад побудови спряження з змішаним торканням.

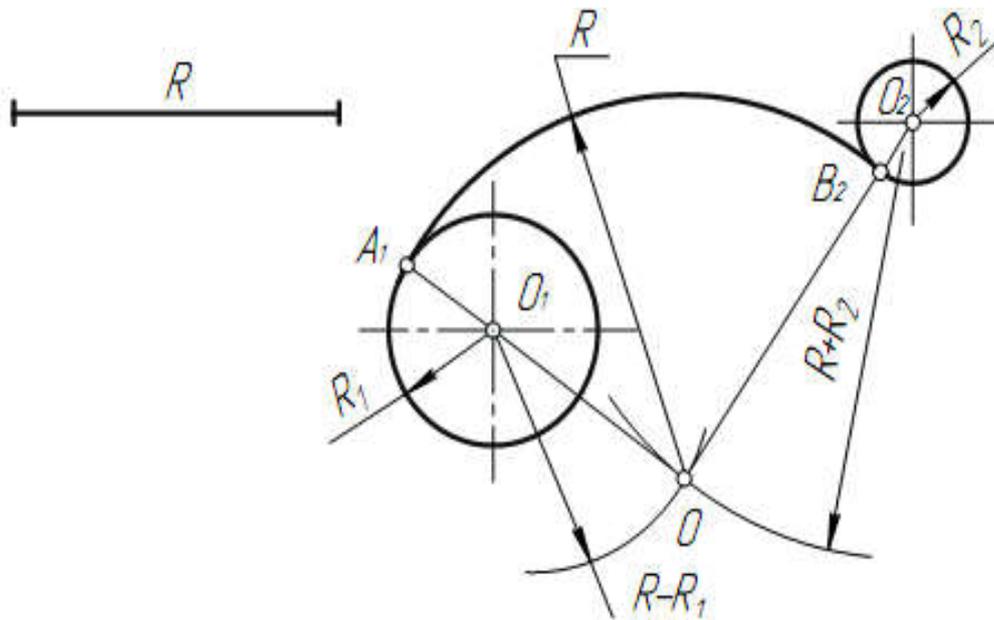


Рис. 2.37. Побудова спряження із змішаним торканням.

### ***Побудова дотичних***

Приклад 1. Дано коло з центром в точці  $O_2$  і точка  $O_1$  за нею.

Через дану точку  $O_1$  провести дотичну до даного кола (рис. 2.38).

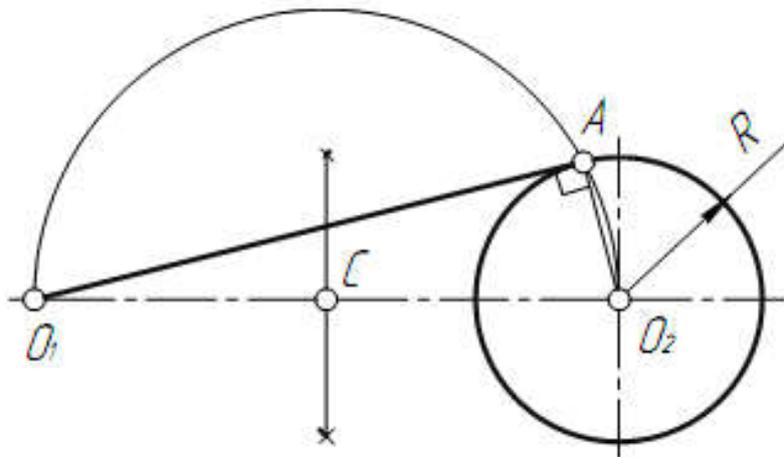


Рис. 2.38. Побудова дотичних

Для вирішення задачі виконаємо наступні побудови:

1. З'єднаємо точку  $O_1$  з центром кола  $O_2$ .
2. Знайдемо середину  $C$  відрізка  $O_1O_2$ .
3. Із точки  $C$ , як з центра, проведемо допоміжне коло радіусом  $CO_1 = CO_2$ .
4. В точці перетину допоміжного кола з заданим отримаємо точку торкання  $A$ . З'єднаємо точку  $O_1$  з точкою  $A$ .

Приклад 2. Побудуємо спільну дотичну  $AB$  до двох заданих кіл радіусами  $R_1$  і  $R_2$  (рис. 2.39).

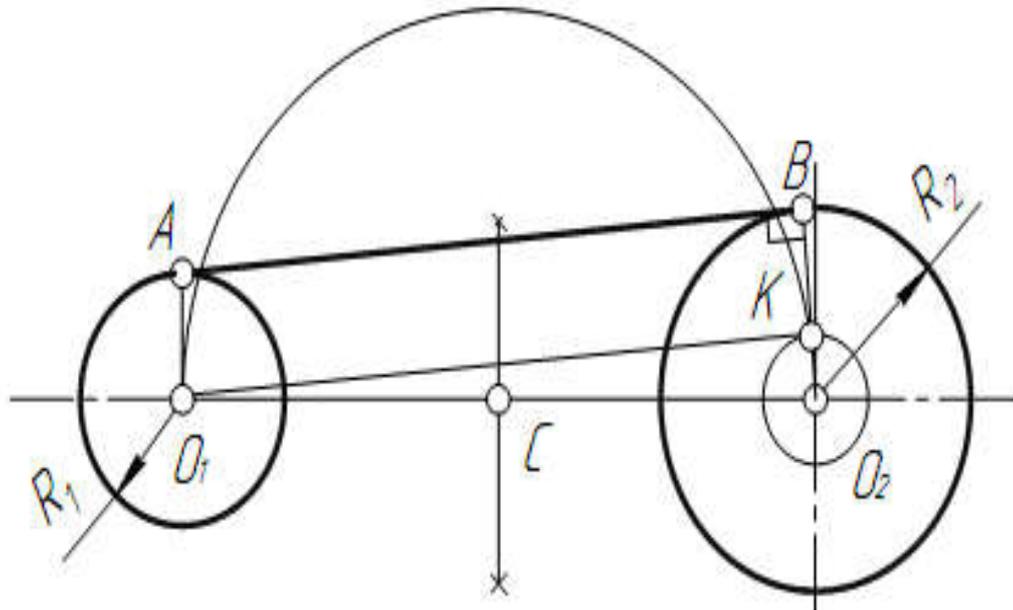


Рис.2.39. Побудова спільної дотичної двох кіл

1. Знаходимо середину  $C$  відрізка  $O_1O_2$ .
2. Із точки  $C$ , як із центра, радіусом  $CO_1=CO_2$  проведемо допоміжне коло.
3. Із центра великого кола  $O_2$  проведемо друге допоміжне коло радіусом  $R_2-R_1$ .
4. Перетин двох допоміжних кіл визначає точку  $K$ , через яку проходить радіус  $O_2K$ , що проходить до точки дотику  $B$ .
5. Для побудови другої точки дотику  $A$  проведемо  $O_1A \parallel O_2B$ .
6. З'єднаємо точки  $A$  і  $B$  відрізком прямої лінії.

#### 2.4. Лекальні криві

Дуже часто в техніці зустрічаються плоскі криві: еліпс, парабола, гіпербола, циклоїда, синусоїда, евольвента та інші. Вони обводяться за допомогою лекала.

**Еліпс** – плоска замкнена крива, яка представляє собою геометричні місця точок, сума відстаней від яких до двох заданих точок, які називаються фокусами, являється постійною величиною.

Методи побудова еліпса:

- побудова еліпса за його фокусами;

- побудова еліпса по координатним точкам;
- побудова еліпса по двох осях;
- побудова еліпса по спряженим діаметрам.

Побудова еліпса одним з методів приведено на рис.2.40.

Дано:  $AB$  – велика вісь еліпса;

$CD$  – мала ось еліпса.

Для побудови еліпса по великій і малій осях через точку  $O$  – центр еліпса – проводять дві взаємно перпендикулярні прямі у напрямку осей еліпса. Із центра  $O$  проводять два допоміжні концентричні кола з діаметрами, які рівні великій і малим осям еліпса. Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$ , побудовані на перпендикулярних прямих, належать еліпсу як кінці його осей.

Для знаходження проміжних точок коло ділять на декілька рівних частин, наприклад 12; точки поділу повинні лежати на великому колі. Відмічають, наприклад, точки  $M$  і  $N$ . Провівши через точку  $M$  пряму, паралельну малій осі еліпса ( $CD$ ), а через точку  $N$  – пряму, паралельну великій осі еліпса ( $AB$ ), отримують на їх перетині точку  $E$ , яка належить еліпсу. Аналогічно можна знайти будь яке число точок еліпса. З'єднуючи за допомогою лекала знайдені точки. Будують еліпс.

Для побудови дотичної і нормалі в точці  $K$ , треба з'єднати точку  $K$  з фокусами і розділити навпіл кут між радіус-векторами  $E_1K$  і  $E_2K$ ; бісектриса внутрішнього кута  $F_1KF_2$  і є нормаллю, а перпендикулярна до неї бісектриса зовнішнього кута – дотична.

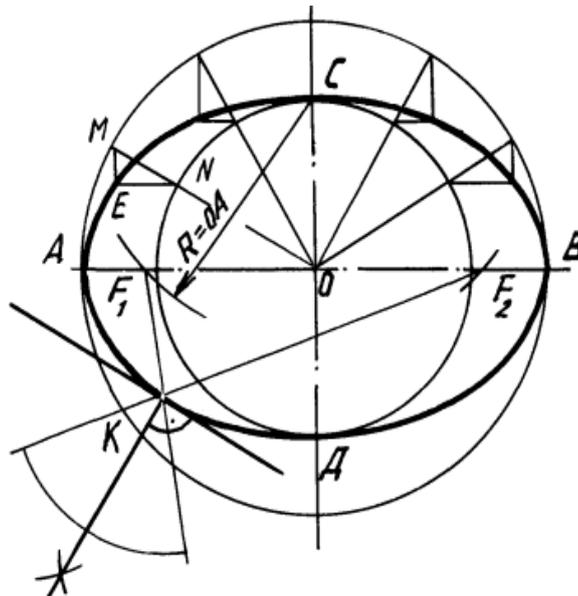


Рис.2.40. Побудова еліпса

**Параболою** називається крива, яка є геометричним місцем точок площини, рівновіддалених від даної точки (що називається фокусом), і даної прямої тієї ж площини (директриси параболу).

Методи побудови параболу:

- за заданими директрисою і фокусом;
- за заданими вершиною, віссю і одною із точок параболу (рис.2.41);
- за допомогою дотичних прямих до параболу.

Розглянемо спосіб побудови параболу за направленням вісі, вершини і однієї з точок. Сторони  $A6$  і  $66$  ділимо на однакове число рівних частин. Перетин променя  $A5$  з прямою, паралельною осі  $AB$  і проведеної через точку  $5$ , яка знаходиться на прямій  $A5$ , визначає точку  $5'$ , яка належить окресленню параболу. Аналогічно знаходять положення точок  $4'$ ,  $3'$  та ін.

Дотична до параболу в даній точці  $M$  є бісектрисою кута  $GMN$ . Якщо фокус невідомий – опускають з точки  $M$  на вісь перпендикуляр і відкладають від вершини відрізок  $AB=OA$ . Дотична проходить через точки  $O$  і  $M$ . Нормаль перпендикулярна до дотичної.



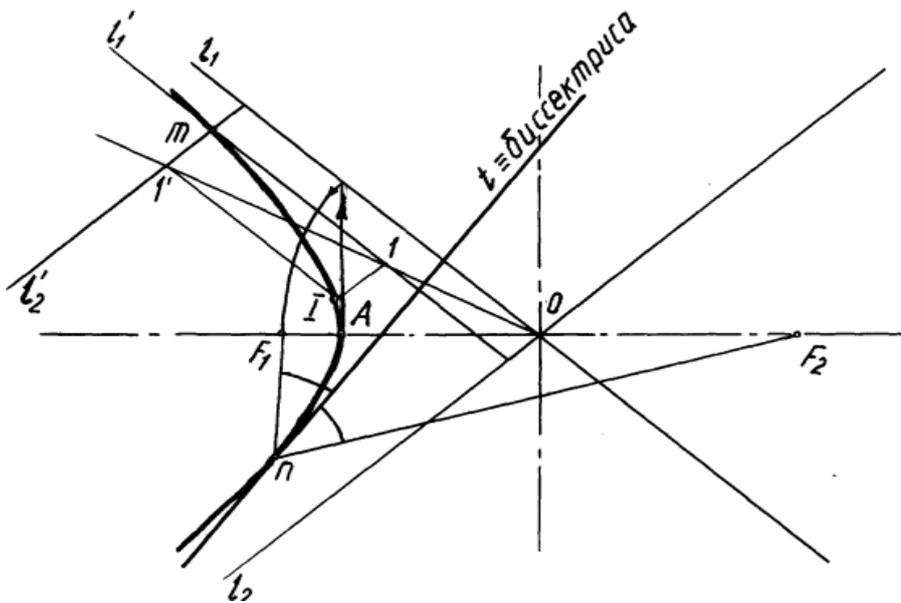


Рис. 2.42. Побудова гіперболи

**Синусоїдою** називається траєкторія точки, яка рухається по циліндричній гвинтовій лінії, на площину, паралельну осі циліндра. Рух точки складається із рівномірно-обертового руху (навколо осі циліндра) і рівномірно-поступального (паралельно осі циліндра). Синусоїда – це плоска крива, яка показує зміну тригонометричної функції синуса в залежності від зміни величини кута.

Для побудови синусоїди коло ділять на довільне число рівних частин, наприклад 12. На це ж число частин ділять і пряму  $AB$ , довжина якої дорівнює довжині хвилі. Із отриманих та пронумерованих точок проводять взаємно перпендикулярні прямі. Отримані точки перетину цих прямих з'єднують за допомогою лекала плавною кривою (рис.2.43).

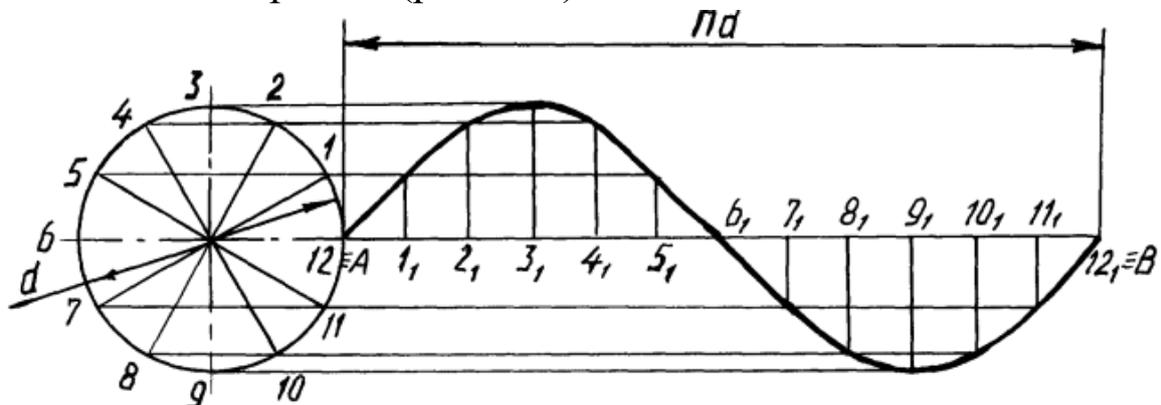


Рис. 2.43. Побудова синусоїди

**Евольвента кола.** Евольвентою або розгорткою кола називається плоска крива, яка є траєкторією точки кола, утвореною її розгортанням і витравлюванням (рис.2.44). Для побудови евольвенти кола радіуса  $R$  ділять на декілька рівних частин, наприклад 12. В точках поділу 1, 2, 3, ..., 12 проводять дотичні до кола. На дотичній в точці 12 відкладають довжину кола ( $2\pi R$ ), яку ділять на ту ж кількість рівних частин. Послідовно на дотичних відкладають  $1/12$ ,  $2/12$ , ...,  $12/12$  довжини кола. Отримані точки з'єднують за допомогою лекала плавною кривою. Дотична до евольвенти, наприклад в точці  $X$ , перпендикулярна до дотичної  $X-10$  кола.

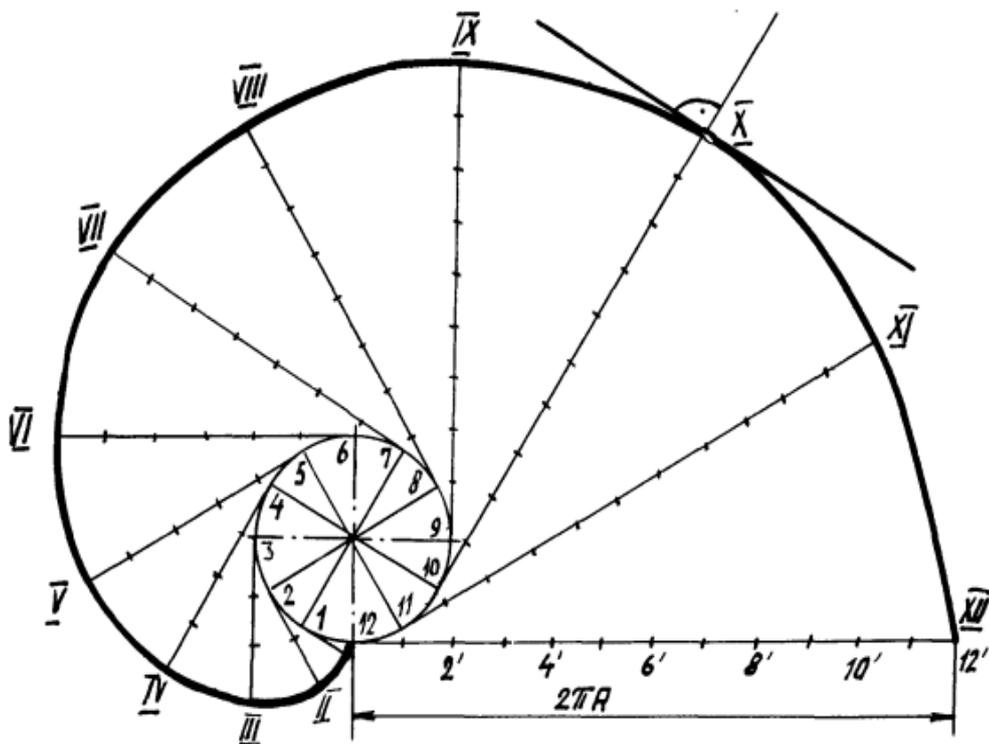


Рис.2.44. Побудова евольвенти

**Спіралю Архімеда** називається плоска крива, яка описується точкою, що рівномірно рухається по радіус-вектору, який в той же час рівномірно обертається в площині навколо нерухомої точки  $O$ . Розглянемо побудову спіралі Архімеда по заданим центру і кроку (рис.2.45). Проведемо коло, відрізок  $O 12$  і коло ділять на рівне число частин, наприклад на дванадцять; через точки ділення кола 1, 2, ..., 12 і центр  $O$  проводять промені, на яких від центру  $O$

відкладають відрізки відповідно рівні  $1/12$ ,  $2/12$  і т.д. кроку спіралі. Лекальна крива, яка з'єднає отримані на променях точки, і буде шуканою спіраллю.

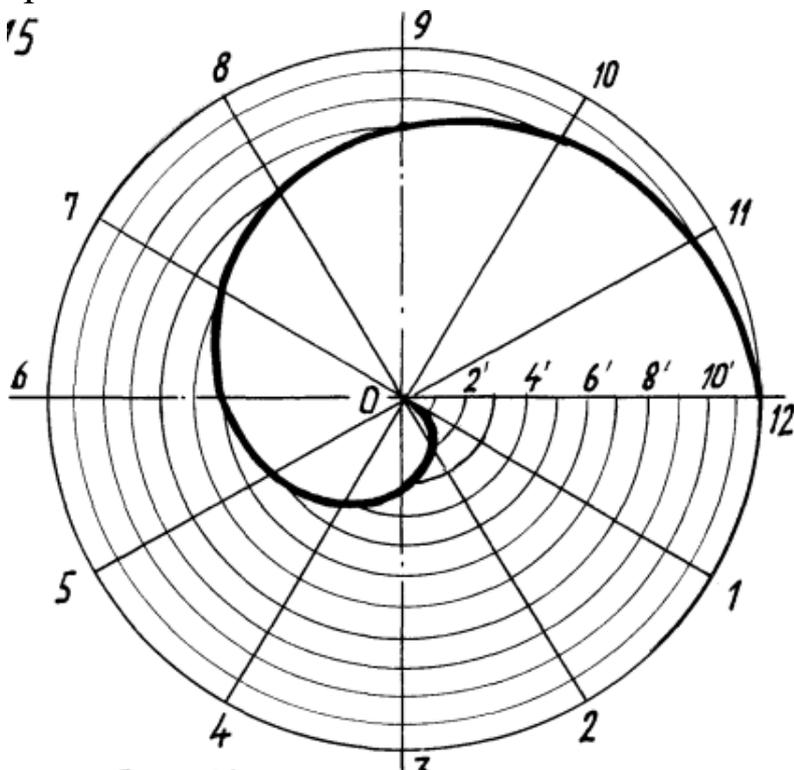


Рис.2.45. Побудова спіралі Архімеда

**Циклоїда** є плоскою кривою, що представляє собою траєкторію точки  $A$  утворюючої коло, яке котиться без ковзання по нерухомій прямій (рис. 2.46).

Для побудови циклоїди проводять коло даного радіуса і ділять його на довільне число рівних частин (наприклад 12). На заданій направляючій горизонтальній прямій  $AA_1$  відкладають довжину кола, рівну  $2\pi R$  і ділять її на таке ж число рівних частин. Із точок ділення прямої 1, 2, ..., 12 встановлюють перпендикуляри до перетину їх з прямою, яка проходить через центр  $O$  паралельно  $AA_1$ , в точках  $O_1, O_2, \dots, O_{12}$ . З цих точок, як з центрів, роблять засічки на відповідних лініях, проведених паралельно горизонтальній осі, через точки ділення кола, що котиться. У результаті отримують точки, які належать циклоїді. Пряма  $N8$ , яка з'єднає точку  $N$  з точкою 8 дотику кола, яка котиться, до направляючої  $AA_1$ , є

нормаллю циклоїди в даній точці; перпендикуляр опущений до  $N8$  – дотична.

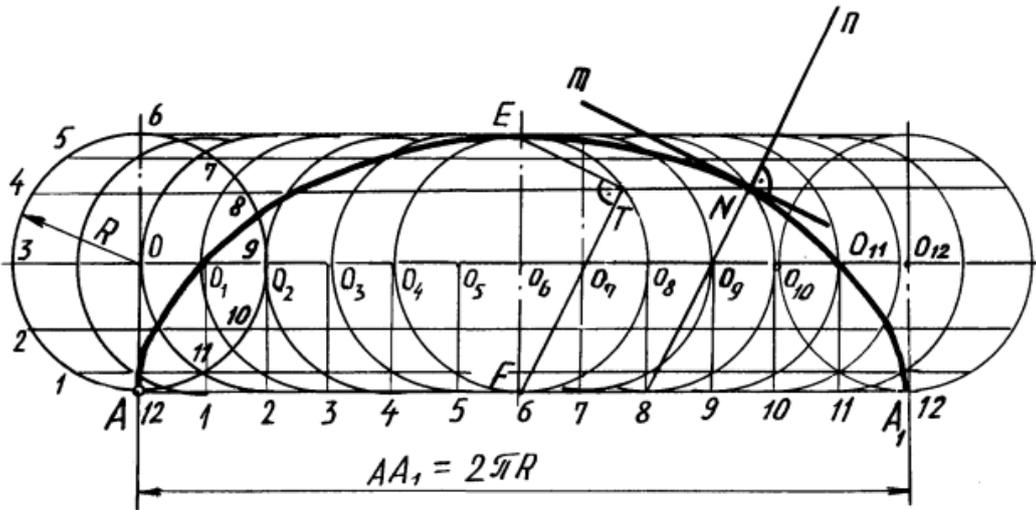


Рис. 2.46. Побудова циклоїди

Побудова *епіциклоїди* і *гіпоциклоїди*. Епіциклоїду і гіпоциклоїду можна розглядати як окремі випадки циклоїди, коли направляюча пряма  $AA_1$  перетворюється в дугу кола. При перекочуванні утворюючої кола радіуса  $r$  із зовнішньої сторони направляючої кола радіуса  $R$  утворюється епіциклоїда (рис. 2.47), при перекочуванні утворюючої кола всередині направляючої – гіпоциклоїда. Довжина дуги  $AA_1$  визначається центральним кутом  $\alpha = 360^\circ \times \frac{r}{R}$ .

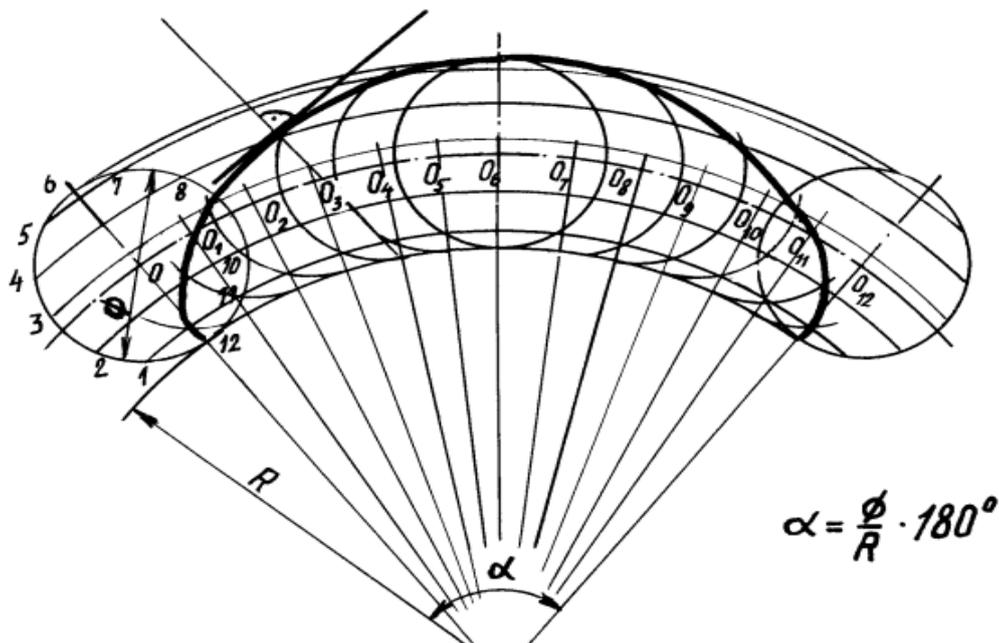


Рис. 2.47. Побудова гіпоциклоїди

Побудова точок епіциклоїди та гіпоциклоїди проводиться також, як для циклоїди, з тією різницею, що всі прямі, які паралельні лінії  $AA_1$  замінюються концентричними дугами, а перпендикуляри до лінії  $AA_1$  – радіусами. Епіциклоїда, яку отримують при  $R=r$ , називається кардіоїдою. Гіпоциклоїда, яку отримують при  $R=4r$ , називається астроїдою. При  $R=2r$  гіпоциклоїда перетворюється в пряму, яка являється діаметром направляючого кола.

## 2.5. Види, розрізи, перерізи

**Вид** – зображення зверненої до спостерігача видимої частини поверхні предмета. Для зменшення кількості зображень допускається на видах показувати необхідні невидимі частини поверхні предмета за допомогою штрихових ліній(рис.2.48).

Встановлюються такі назви видів, одержуваних на основних площинах проекцій: вид спереду (головний вид); вид зверху; вид зліва; вид праворуч; вид знизу; вид ззаду.

Назви видів на кресленнях надписувати не слід, за винятком випадку, коли види зверху, зліва, справа, знизу, ззаду не знаходяться в безпосередній проекційної зв'язку з головним зображенням (видом або розрізом, зображеним на фронтальній площині проекцій).

При порушенні проекційного зв'язку, напрямок проектування повинен бути вказаний стрілкою біля відповідного зображення. Над стрілкою і над отриманим зображенням (видом) слід нанести одну і ту ж велику літеру. Креслення оформляють так само, якщо перераховані види відокремлені від головного зображення іншими зображеннями або розташовані не на одному аркуші з ним.

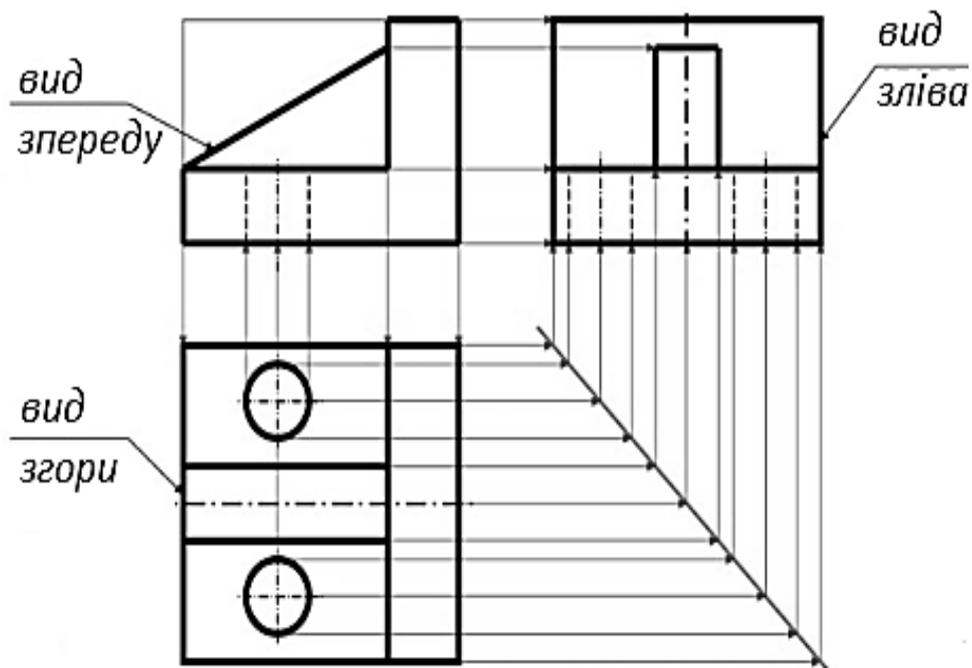


Рис.2.48. Зображення видів на кресленні

**Розрізи** поділяються, залежно від положення січної площини відносно горизонтальної площини проєкцій, на:

**горизонтальні** – січна площина паралельна горизонтальній площині проєкцій (наприклад, рис.2.49). У будівельних кресленнях горизонтальним розрізах можуть присвоюватися інші назви, наприклад, «план»;

**вертикальні** – січна площина перпендикулярна горизонтальній площині проєкцій (наприклад, рис.2.50);

**похилі** – січна площина становить з горизонтальною площиною проєкцій кут, відмінний від прямого (наприклад, рис.2.51).

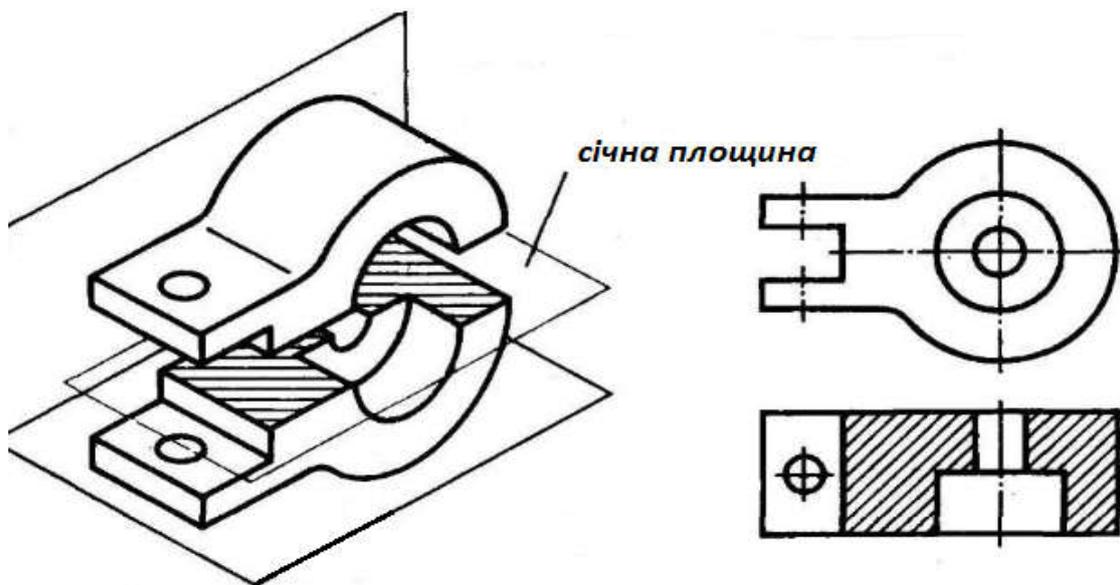


Рис.2.49. Горизонтальний розріз

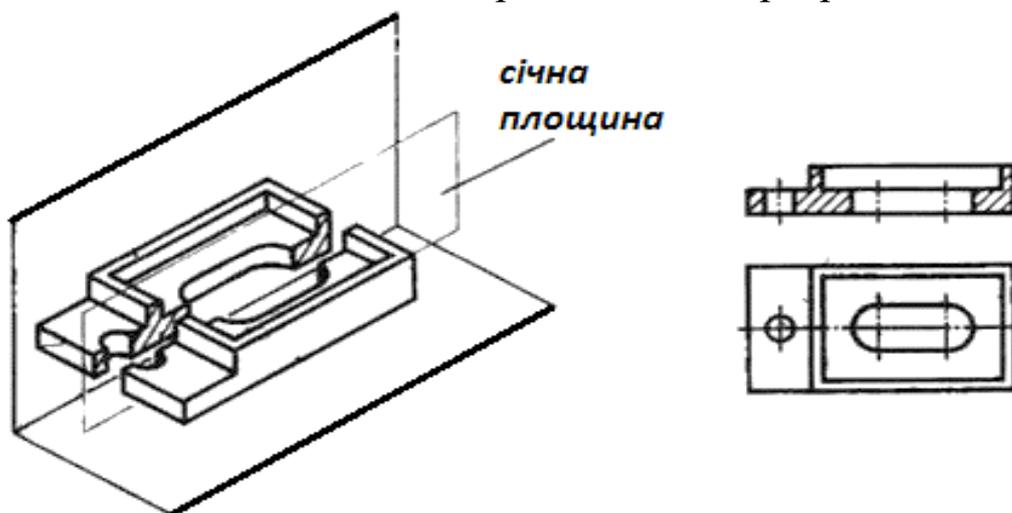


Рис.2.50. Вертикальний розріз

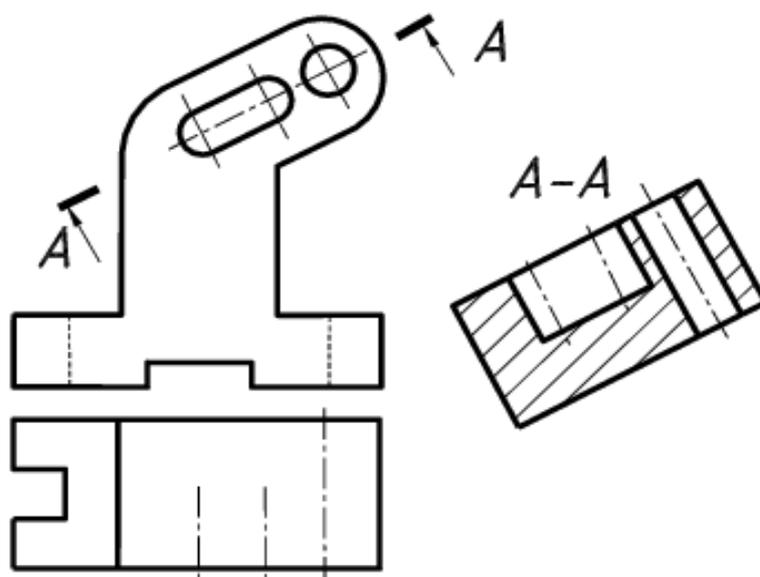


Рис.2.51. Похилий розріз

Залежно від числа січних площин розрізи поділяються на:

**прості** – при одній січній площині (рис.2.49-2.51);

**складні** – при кількох січних площинах (рис.2.52).

Вертикальний розріз називається фронтальним, якщо січна площина паралельна фронтальній площині проєкцій і профільним, якщо січна площина паралельна профільній площині проєкцій.

Складні розрізи бувають **ступінчасті**, якщо січні площини паралельні (рис.2.52.а), і **ламани**, якщо січні площини перетинаються (рис.2.52.б).

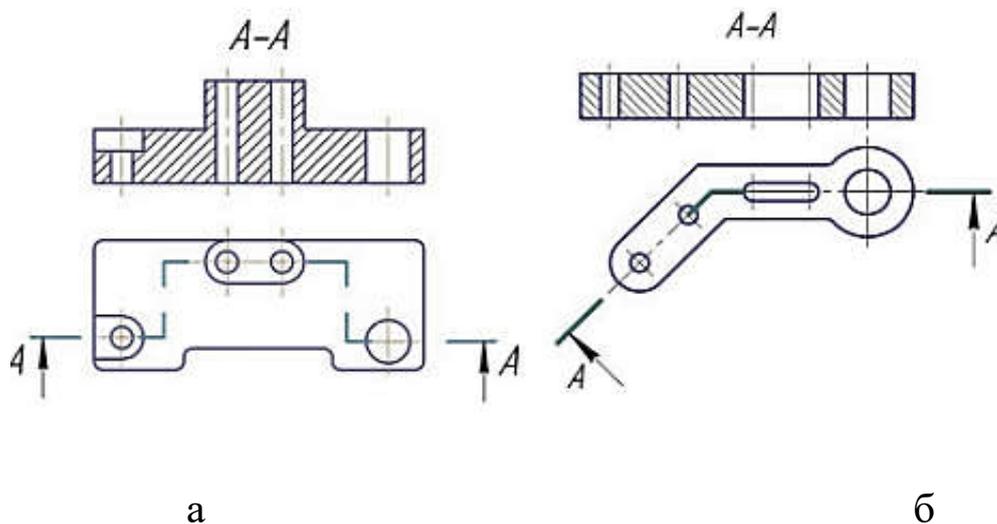


Рис.2.52. Складні розрізи

Розрізи називаються поздовжніми, якщо січні площини спрямовані уздовж довжини або висоти предмета і поперечними, якщо січні площини спрямовані перпендикулярно довжині або висоті предмета.

Положення січної площини вказують на кресленні лінією перетину. Для лінії перетину повинна застосовуватися розімкнена лінія. При складному розрізі штрихи проводять також у місцях перетину січних площин між собою. На початковому і кінцевому штрихах слід ставити стрілки, що вказують напрямок погляду стрілки повинні наноситися на відстані 2-3 мм від кінця штриха. Початковий і кінцевий штрихи не повинні перетинати контур

відповідного зображення. Стрілки, що вказують напрямок погляду, наносяться на одній лінії.

У початку і кінця лінії перетину, а при необхідності і у місць перетину січних площин ставлять одну й ту ж велику літеру українського алфавіту. Букви наносять близько стрілок, що вказують напрямок погляду, і в місцях перетину з боку зовнішнього кута.

Розріз повинен бути відзначений написом на кшталт «А-А» (завжди двома буквами через тире). У будівельних кресленнях у лінії перетину замість букв допускається застосовувати цифри, а також надписувати назву розрізу (плану) з присвоєним йому літерним, цифровим або іншим позначенням.

Коли січна площина збігається з площиною симетрії предмета в цілому, а відповідні зображення розташовані на одному і тому ж аркуші в безпосередній проекційній зв'язку і не розділені будь-якими іншими зображеннями, для горизонтальних, фронтальних і профільних розрізів не відзначають положення січної площини, і розріз написом не супроводжують.

Фронтальним і профільним розрізам, як правило, надають положення, що відповідає прийнятому для даного предмета на головному зображенні креслення. Горизонтальні, фронтальні і профільні розрізи можуть бути розташовані на місці відповідних основних видів.

При ламаних розрізах січні площині умовно повертають до суміщення в одну площину, при цьому напрямок повороту може не збігатися з напрямком погляду.

Якщо суміщені площини виявляться паралельними до однієї з основних площин проекцій, то ламаний розріз допускається поміщати на місці відповідного виду (розрізи А - А). При повороті січної площини елементи предмета, розташовані за нею, викреслюють так, як вони проектуються на відповідну площину, з якою виконується суміщення .

Розріз, що служить для з'ясування складу предмета лише в окремому, обмеженому місці, називається місцевим. Місцевий

розріз виділяється на вигляді суцільної хвилястою лінією або суцільною тонкою лінією зі зломом. Ці лінії не повинні збігатися з будь-якими іншими лініями зображення.

Частину виду і частину відповідного розрізу допускається з'єднувати, розділяючи їх суцільною хвилястою лінією або суцільною тонкою лінією зі зломом. Якщо при цьому з'єднуються половина виду і половина розрізу, кожен з яких є симетричною фігурою, то розділяє лінією служить вісь симетрії.

**Переріз** – зображення фігури, що виходить при уявному розсіченні предмета однією або декількома площинами (рис.2.53). На перерізі показується тільки те, що виходить безпосередньо в січній площині. На розрізі показують те, що знаходиться в січній площині і за нею, відповідно, розріз завжди включає переріз.

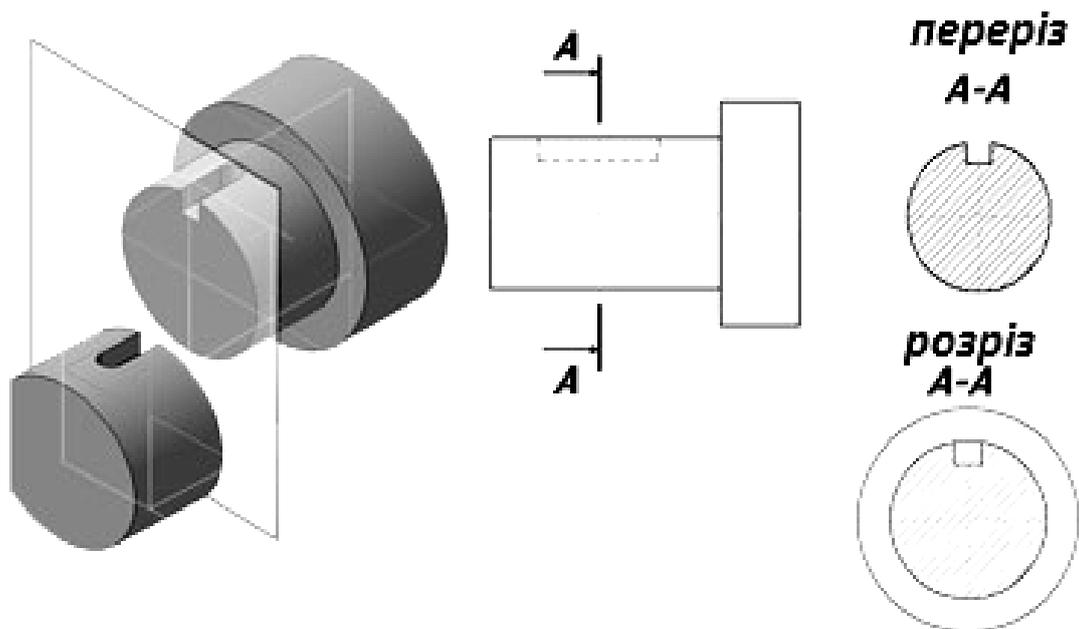


Рис.2.53. Різниця між розрізом і перерізом

Перерізи, що не входять до складу розрізу, поділяють на: винесені і накладені. Винесені перерізи є кращими і їх допускається розташовувати в розриві між частинами одного і того ж виду.

Контур винесеного перерізу, а також перерізу, що входить до складу розрізу, зображують суцільними основними лініями, а контур накладеного перерізу – суцільними тонкими лініями,

причому контур зображення в місці розташування накладеного перерізу не переривають.

Вісь симетрії винесеного або накладеного перерізу вказують штрих-пунктирною тонкою лінією без позначення літерами і стрілками і лінію перетину не проводять

У всіх інших випадках для лінії перерізу застосовують розімкнену лінію із зазначенням стрілками напрямку погляду і позначають її однаковими великими літерами українського алфавіту (в будівельних кресленнях – великими або малими літерами або цифрами). Переріз супроводжують написом на кшталт «А-А». У будівельних кресленнях допускається надписувати назву перерізу.

## 2.6. Аксонометрія

**Аксонометрія** – особливий розділ в кресленні, в якому вивчається те, як отримати наочне зображення предметів на площині. Аксонометрична проекція виглядає як точний рисунок предмета. Аксонометрія розшифровується як вимір по осях.

Проекції в аксонометрії поділяють на кілька видів:

1) **Прямокутна** – це коли проектуються прямі, перпендикулярні до площини аксонометричної проекції. До неї відносяться диметрична та ізометрична проекції.

2) **Косокутна** – це коли прямі йдуть не під кутом  $90^0$  відносно аксонометричної проекції. До неї відносяться косокутну диметричну (фронтальну); косокутну ізометричну (фронтальну); косокутну ізометричну (горизонтальну).

Найчастіше використовуються в роботі прямокутна ізометрична, прямокутна диметрична та косокутна диметрична (фронтальна) проекції.

### **Прямокутна ізометрична проекція**

Проекція цього виду відрізняється тим, що в ній осі аксонометрії розташовуються один по відношенню до одного під кутом  $120^{\circ}$ . При цьому спотворення зображення по всіх аксонометричних осях мають один і той же коефіцієнт, що дорівнює 0,82.

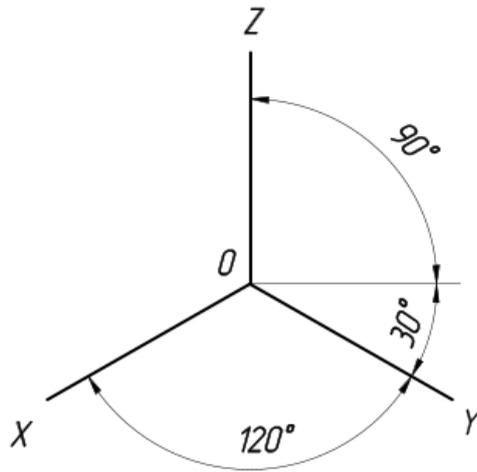


Рис.2.54. Розташування осей в ізометрії

Щоб спростити ізометричну проекцію, зображення по осях  $x$ ,  $y$  і  $z$ , як правило, виконують без спотворень, тобто його коефіцієнт вибирають рівним одиниці. На рис.2.55 зображено побудову аксонометричної проекції кола.

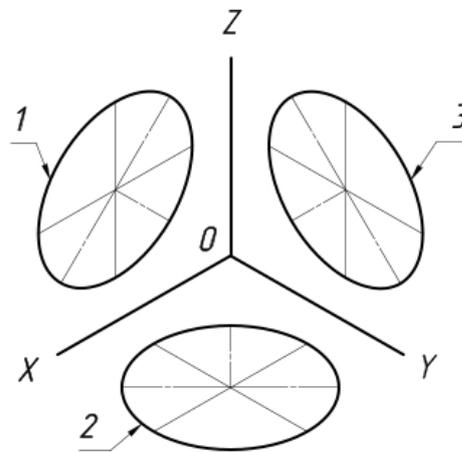


Рис.2.55 Побудова аксонометричної проекції кола.

Якщо кола розташовуються в тих площинах, які паралельні площинам проекцій, то в аксонометричній площині вони зображуються у вигляді еліпсів.

У тих випадках, коли по осях  $x$ ,  $y$ , і  $z$  ізометрична проекція виконується без спотворень, довжина великої і малої осей еліпсів складає, відповідно, 1,22 і 0,71 від діаметра кола. У тих випадках, коли по осях  $x$ ,  $y$  і  $z$  ізометрична проекція виконується з

спотвореннями, довжина великої осі еліпсів дорівнює діаметру кола, що відображується, а довжина малої осі – 0,58 від неї.

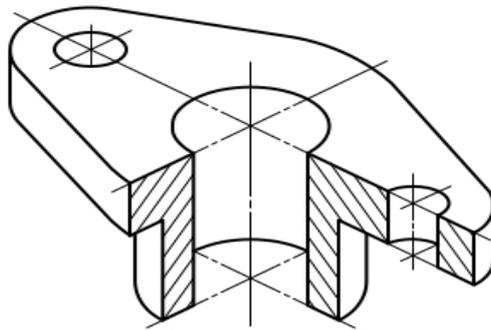


Рис.2.56. Зображення деталі в прямокутній ізометрії

Щоб найбільш наочно передати особливості форми різних виробів і предметів, їх зображують у прямокутній ізометричній проекції.

**Прямокутна диметрична проекція.**

Відмінною особливістю прямокутної диметричної проекції є те, що вона має різні коефіцієнти спотворення по різних аксонометричних осях: для  $x$  і  $z$  він має значення 0,94, а по  $y$  дорівнює значенню 0,47.

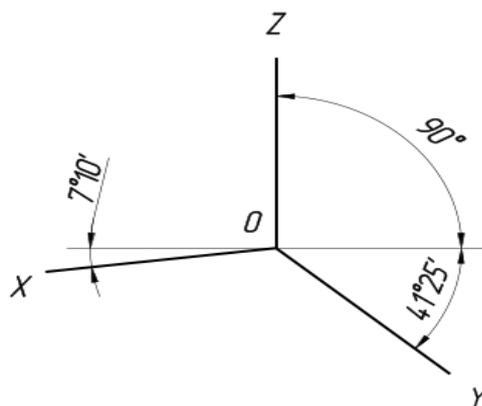


Рис.2.57. Зображення осей в прямокутній диметричній проекції

У більшості випадків диметрична проекція виконується з коефіцієнтом спотворення по осі аксонометрії  $y$ , що дорівнює 0,5, і по осях аксонометрії  $z$  і  $x$  рівним одиниці.

Ті кола, які розташовуються в площинах, які є паралельними по відношенню до площини проєкції, при проєктуванні на площину зображуються у вигляді еліпсів.

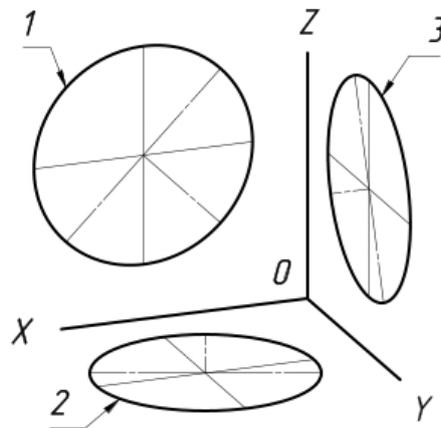


Рис.2.58. Зображення кіл в прямокутній диметрії

У тих випадках, коли диметрична проєкція кола виконується в неспотвореному вигляді по осях  $z$  і  $x$ , довжина великої осі еліпсів складає 1,06 від діаметра зображуваного кола, при цьому мала вісь еліпса під номером 1 рівна 0,95, а еліпсів під номерами 2 і 3 рівна 0,35 діаметра кола.

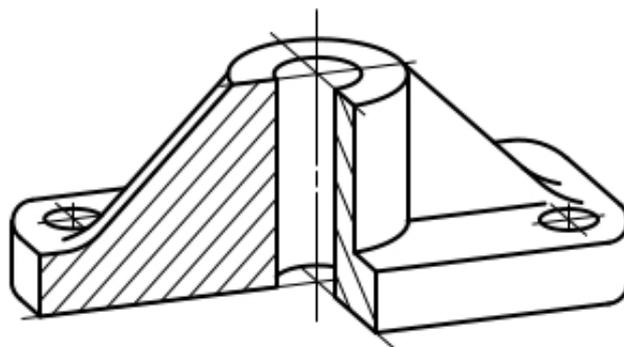


Рис.2.59. Зображення кола в прямокутній диметричній проєкції

У тих випадках, коли диметрична проєкція кола виконується в спотвореному вигляді по осях  $x$  і  $z$ , довжина великих осей всіх еліпсів відповідає діаметру кола, малої осі еліпса під номером 1 дорівнює 0,9, а еліпсів з номерами 2 і 3 дорівнює 0,33 довжини діаметрів кола.

***Косокутна фронтальна диметрична проєкція.***

Для цієї проекції характерно те, що проекції з кутом нахилу осі у допускається розташовувати з кутом нахилу від  $30^\circ$  до  $60^\circ$ . Коефіцієнт спотворення по осі  $OY$  дорівнює  $0,5$  а по осях  $OX$  та  $OZ$  дорівнює  $1$ .

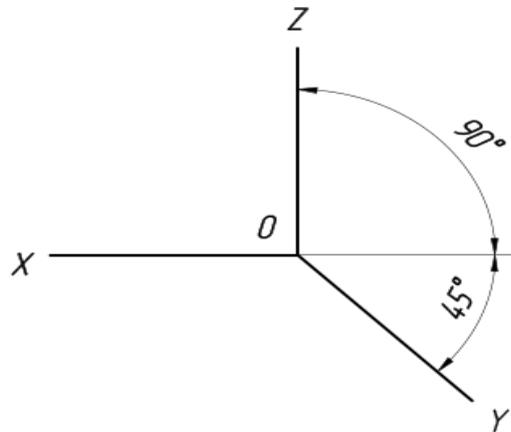


Рис.2.61. Осі в косокутній фронтальній диметричній проекції

Кола, що лежать в площинах, паралельних фронтальній площині проекцій, проектуються на площину  $XOZ$  без спотворення. Великі осі еліпсів  $2$  і  $3$  рівні  $1,07D$ , а мала вісь -  $0,33D$  ( $D$  – діаметр кола). Велика вісь еліпса  $2$  становить з віссю  $OX$  кут  $7^\circ 14'$ , а велика вісь еліпса  $3$  становить такий же кут з віссю  $OZ$ .

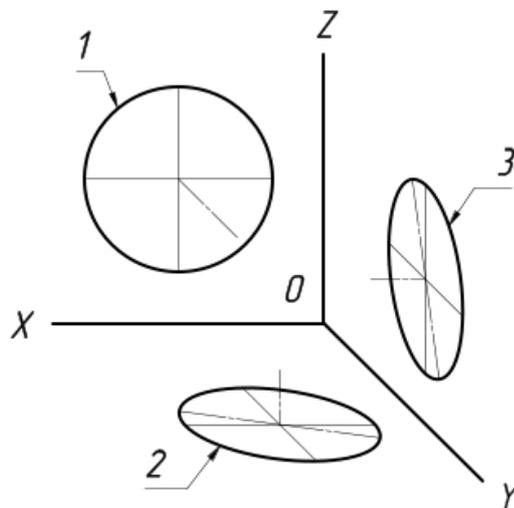


Рис.2.62. Осі в косокутній фронтальній диметричній проекції

Зображення деталей в косокутній фронтальній диметрії, використовується для того, щоб найбільш наочно передати форму виробів і предметів (рис.2.63).

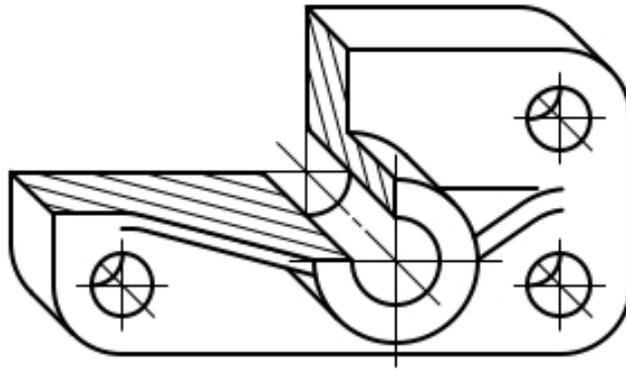


Рис.2.63. Зображення деталі в косокутній фронтальній диметрії

Розмірні лінії при зображенні аксонометричних проєкцій повинні наноситися паралельно вимірюваним відрізкам, а виносні – паралельно аксонометричних осей.

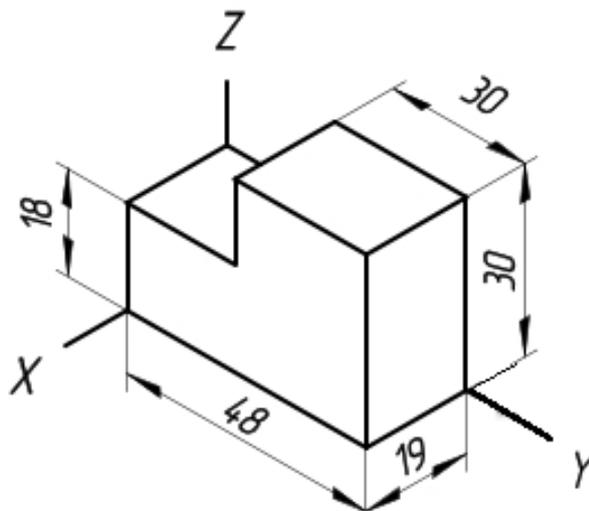


Рис.2.64. Нанесення розмірних ліній в аксонометрії

Перерізи у всіх аксонометричних проєкціях наноситься штрихуванням. При цьому її лінії повинні бути паралельні лежачим у відповідних координатних площинах діагоналям проєкцій.

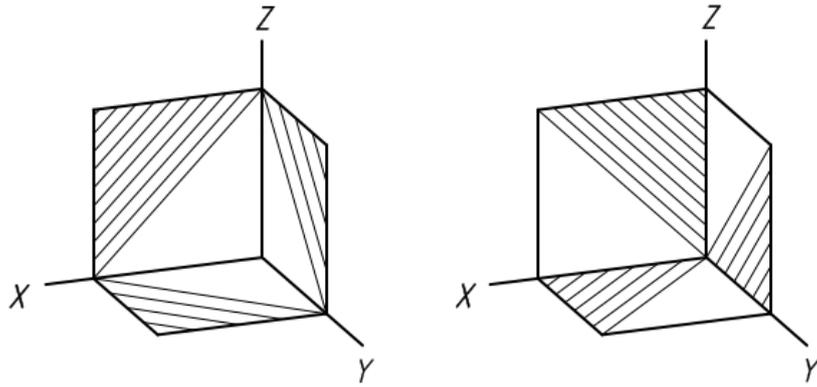


Рис.2.65. Штрихування аксонометричних проєкцій

## 2.7. Питання до модуля «Інженерна графіка»

1. Що називають форматом? Чим відрізняється основний формат від додаткового?
2. Як проводять рамку креслення?
3. Де розміщують основний напис? Які його розміри?
4. Які основні типи ліній застосовуються під час виконання креслень? Які співвідношення між їх товщинами?
5. У яких межах можна вибрати довжину штрихів для штрихової та штрих-пунктирної лінії?
6. Що таке масштаб зображення? На які три групи вони поділяються?
7. Які розміри та типи шрифтів застосовують у кресленні?
8. Які загальні правила виконання штрихування на кресленнях?
9. Як виконують штрихування двох суміжних деталей?
10. Як проводять розмірні та виносні лінії для прямолінійного відрізка, кола, дуги, кута?
11. На якій мінімальній відстані проводять розмірну лінію від контуру та від паралельної розмірної лінії?
12. Як записують розмірні числа при різних нахилах розмірних ліній для лінійних розмірів та для кутових розмірів?
13. Як виконують розмірні лінії та наносять розмірні числа, якщо не вистачає місця для стрілок та чисел?
14. Як проставляють розміри радіусів і діаметрів?

15. Що називають конусністю і ухилом?
16. Які правила нанесення розмірів конусності та ухилів?
17. Що називають спряженням? Які його основні елементи?
18. Яке спряження називають зовнішнім, внутрішнім, змішаним?
19. Що називають видом? Які є основні види?
20. Як розміщують та позначають основні види?
21. Які види називають додатковими? Як їх розміщують та позначають?
22. Чим відрізняються місцеві види від додаткових?
23. У чому відмінність між розрізом і перерізом?
24. Як поділяють розрізи залежно від кількості січних площин?
25. Як виконують місцевий розріз?
26. У яких випадках прості розрізи не позначаються?
27. Як оформити поєднання частини вигляду з частиною розрізу?
28. Чим відрізняється накладений переріз від винесеного? Коли переріз не позначається?
29. Як виконують кілька однакових перерізів, що належать одному предмету?
30. Що називають виносним елементом і як його виконують?
31. Яка умовність дозволяється при зображенні симетричних зображень?
32. Як зображують кілька однакових рівномірно розміщених елементів?
33. Що таке аксонометрія? Які види аксонометрії бувають?
34. Як виконуються аксонометричні креслення?
35. Що називають різцю? Назвіть основні їх види.
36. Як позначають на кресленнях метричні різі з крупним і дрібним кроком?
37. Як показують у розрізі болти, гвинти, шпильки тощо?
38. Із яких деталей складається болтове з'єднання?
39. Як визначається довжина болта для з'єднання деталей?

40. Які розміри вказують на кресленні болтового з'єднання?
41. З яких деталей складається з'єднання шпилькою?
42. За якими умовними співвідношеннями креслять шпильку і гніздо під шпильку?
43. Чому дорівнює відстань від кінця шпильки до кінця різі в гнізді?
44. Як зображують на розрізі тонкі стінки та ребра жорсткості?
45. Які вимоги ставлять до зображень деталі на робочому кресленні?
46. Як наносять розміри при ланцюговому, координатному та комбінованому способах?
47. У чому полягає загальне правило позначення матеріалів на кресленнях?
48. Які розміри називають довідковими та як їх наносять на кресленні?
49. Чим відрізняється ескіз деталі від її робочого креслення?
50. Які роз'ємні та нероз'ємні з'єднання найбільше застосовують у техніці?
51. Які види різьби розрізняють залежно від її профілю?
52. Які основні види кріпильних деталей? Призначення їх.
53. Які спрощення допускають при зображенні різьбових з'єднань?
54. Що таке збіг різьби і яке його застосування?

## 3. МОДУЛЬ 3. КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА

### 3.1. Креслення електричної схеми

*Схема* – це графічний конструкторський документ, на якому показані у вигляді умовних зображень або позначень складові частини виробу і зв'язок між ними. Схеми застосовують при вивченні принципу дії механізмів, машин, приладів, апаратів, при їх наладці і ремонті, монтажі трубопроводів і електричних сітей, для з'ясування зв'язку між окремими складовими частинами виробу без уточнення особливостей їх конструкції.

Схеми входять в комплект конструкторської документації і містять разом з іншими документами необхідні дані для проектування, виготовлення, збирання, регулювання, експлуатації виробів.

Призначення схем:

✓ *на етапі проектування* – для виявлення структури майбутнього виробу при подальшому конструкторському опрацюванні;

✓ *на етапі виробництва* – для ознайомлення з конструкцією виробу, розробки технологічних процесів виготовлення і контролю деталей;

✓ *на етапі експлуатації* – для виявлення несправностей і використання при технічному обслуговуванні.

#### 3.1.1. Загальні вимоги до виконання схем

1. Схеми виконують без дотримання масштабу і дійсного просторового розташування складових частин виробу.

2. Необхідна кількість типів схем, що розробляються на проєктований виріб, а також кількість схем кожного типу визначається розробником залежно від особливостей виробу. Комплект схем повинен бути по можливості мінімальним, але містити відомості в об'ємі, достатньому для проектування, виготовлення, експлуатації і ремонту виробу. Між схемами одного комплекту конструкторських документів на виріб повинен бути

встановлений однозначний зв'язок, який забезпечує можливість швидкого отримання необхідної інформації про елемент, пристрої і з'єднання на всіх схемах даного комплекту.

3. На схемах, як правило, використовують стандартні графічні умовні позначення. Якщо необхідно використовувати не стандартизовані позначення деяких елементів, то на схемі роблять відповідні пояснення.

4. Слід дотримуватися якнайменшого числа зламів і перетинів ліній зв'язку, зберігаючи між паралельними лініями відстань не менше 3 мм.

5. На схемах допускається поміщати різні технічні дані, що характеризують схему в цілому і її окремі елементи. Ці відомості поміщають або біля графічних позначень, або на вільному полі схеми, як правило, над основним написом.

6. Дозволяється виконувати схему на декількох листах (з'єднану або комбіновану схему). Найменування з'єднаної схеми визначається виглядом і з'єднаними типами схем (наприклад, схема електрична принципова і з'єднань), найменування комбінованої схеми – комбінованими видами і типом схеми (наприклад, схема електрогідравлічна принципова).

Стандартом встановлені також терміни, що використовуються в конструкторській документації, і їх визначення.

*Елементи схеми* – складова частина схеми, яка виконує певну функцію у виробі і не може бути розділена на частини, має самостійне призначення (резистор, конденсатор, інтегральна мікросхема, трансформатор, насос і т.п.).

*Пристрій* – сукупність елементів, що представляє єдину конструкцію (блок, плата). Може не мати у виробі певного функціонального призначення.

*Функціональна група* – сукупність елементів, що виконують у виробі певну функцію і не з'єднаних в єдину конструкцію (підсилювач, модулятор, генератор і т.п.).

*Функціональна частина* – елемент, пристрій або функціональна група, що має строго певне функціональне призначення.

*Функціональний ланцюг* – лінія, канал, тракт певного призначення (канал звуку, відеоканал і т.д.).

*Лінія взаємозв'язку* – відрізок лінії на схемі, який вказує на наявність зв'язку між функціональними частинами виробу.

*Лінія електричного зв'язку* – лінія на схемі, яка вказує шлях проходження струму, сигналу і т.д.

*Установка* – умовне найменування об'єкту в енергетичних спорудах, на який випускається схема, наприклад, головні ланцюги.

### **3.1.2.Класифікація схем**

Схеми залежно від елементів і зв'язків між ними підрозділяють на наступні види, що позначаються буквами: електричні – Е, гідравлічні – Г, пневматичні – П, газові (окрім пневматичних) – Х, кінематичні – К, вакуумні – В, оптичні –Л, енергетичні – Р, розподільні – Е.

Схему розподілу виробу на складові частини (схему розподілу) випускають для визначення складу виробу.

По основному призначенню схем їх підрозділяють на типи, що позначаються цифрами: структурні – 1, функціональні – 2, принципові (повні) – 3, з'єднань (монтажні) – 4, підключення – 5, загальні – 6, розташування – 7, об'єднання – 0.

Найменування схеми визначається її виглядом і типом, наприклад: схема електрична принципова, схема електрична функціональна, схема розподілу структурна, схема гідравлічна з'єднань.

Код схем складається з буки, що визначає вид схеми і цифри, що позначає тип схеми, наприклад, Е3 – схема електрична принципова, Е4 – схема електрична з'єднань, Г1 – схема гідравлічна структурна.

Найменування і код комбінованої схеми визначаються комбінованими видами схем і типом схеми, наприклад, схема електрогідравлічна принципова – С3, схема термогідравлічна – С4.

*Структурна схема* визначає основні функціональні частини виробу, їх визначення і взаємозв'язки.

Структурні схеми розбирають при проектуванні виробів на стадіях, передуючих розробці схем інших типів. Схемами користуються для загального ознайомлення з виробом.

*Функціональна схема* служить для роз'яснення процесів, що протікають в окремих функціональних ланцюгах виробу або у виробі в цілому.

Схемами користуються для вивчення принципів роботи виробів, а також при їх наладці, контролі і ремонті в процесі експлуатації.

*Принципова (повна) схема* визначає повний склад елементів і зв'язків ними і дає детальне уявлення про принципи роботи виробу.

Принциповими схемами користуються для вивчення принципів роботи виробу, а також при їх наладці, контролі і ремонті. Схеми служать підставою для розробки інших конструкторських документів, наприклад, схем з'єднань (монтажних) і креслень.

*Схема з'єднань (монтажна)* показує з'єднання складових частин виробу і визначає дроти, джгути, кабелі або трубопроводи, якими здійснюються ці з'єднання, а також місця їх приєднань і введення роз'єми, затиски і т.п.).

Схемами з'єднань користуються при розробці інших конструкторських документів, в першу чергу креслень. Що визначають прокладку і способи кріплення дротів, джгутів, кабелів або трубопроводів у виробі, а також для здійснення приєднань. Схеми використовують при контролі, експлуатації і ремонті виробів в процесі експлуатації.

*Схема підключення* показує зовнішні підключення виробу.

Схемами користуються при розробці інших конструкторських документів, а також для здійснення підключень виробів і при їх експлуатації.

*Загальна схема* визначає складові частини комплексу і з'єднання їх між собою на місці експлуатації.

*Схема розташування* визначає відносне розташування складових частин виробу установки, за необхідності також джгутів, дротів, кабелів, трубопроводів і т.п. Схемами користуються при

розробці інших конструкторських документів, а також при експлуатації і ремонті виробів.

*З'єднувальна схема* – схема, коли на одному конструкторському документі виконують схеми двох або декількох типів, випущених на один виріб.

Для виробу, до складу якого входять елементи різних видів, розробляють декілька схем відповідних видів одного типу, наприклад, схема електрична принципова і схема гідравлічна принципова. Або одну комбіновану схему, що містить елементи і зв'язки різних видів.

На схемі одного вигляду дозволяється зображати елементи схем іншого вигляду а також елементи і пристрої, що не входять у виріб, але необхідні для роз'яснення принципів його роботи. Графічні позначення таких елементів і пристроїв відділяють на схемі штрихпунктирними тонкими лініями, указуючи місцезнаходження елементів і інші необхідні дані.

Дозволяється розробляти суміщені схеми, коли на схемах одного типу зображають фрагменти схем інших типів, наприклад, на схемі з'єднань виробу показують його зовнішні підключення.

*Суміщенні схеми* виконують за правилами, встановленими для схем відповідних типів. При необхідності допускається розробляти схеми інших видів і типів.

### **3.1.3. Лінії**

В залежності від призначення і типу схем лініями зображають: електричні взаємозв'язки (функціональні, логічні і т.д.), шляхи проходження електричного струму (електричні зв'язки), механічні взаємозв'язки, матеріальні провідники (дроти, кабелі, шини), екрануючі оболонки, корпуси приладів і т.п., умовні межі приладів і функціональних груп.

Лінії зв'язку повинні складатися з горизонтальних або вертикальних відрізків і мати мінімальну кількість зламів і взаємних перетинів. В окремих випадках допускається застосовувати похилі відрізки лінії зв'язку, довжину яких слід по можливості обмежувати.

Товщину ліній вибирають залежно від формату схеми і розмірів умовних графічних позначень. На одній схемі рекомендується застосовувати не більше трьох типорозмірів по товщині: тонку  $b$ , потовщену  $2b$ , товсту  $3b\dots4b$ , де  $b$  – товщина лінії, яка вибирається залежно від розмірів схеми. Вибрана товщина ліній повинна бути постійною у всьому комплекті схем на вибір.

Електричні зв'язки зображають, як правило, тонкими лініями, товщину яких вибирають в межах від 0,2 до 1,0 мм.

Для виділення найважливіших ланцюгів (наприклад, ланцюгів силового живлення) можна використовувати потовщені і товсті лінії. Умовні графічні позначення і лінії зв'язку виконують лінії однієї і тієї ж довжини. Оптимальна товщина 0,3...0,4 мм, що відповідає суцільній тонкій лінії.

Найменування, зображення, товщину ліній по відношенню до товщини  $b$  основне призначення ліній приведено в табл.3.1.

Довжину штрихів і штрихпунктирних лініях вибирають у вказаних межах залежно від розміру схеми. Штрихи в лінії, а також проміжки між штрихами повинні бути приблизно однакової довжини.

Таблиця 3.1

Найменування	Накреслення	Товщина ліній	Основне призначення
Суцільна тонка		$b$	Лінія електричного зв'язку; дріт; кабель; лінія групового зв'язку
Суцільна тонка основні		$b$	Лінії умовних графічних позначень <i>Примітка.</i> Допускається для лінії групового зв'язку використовувати потовщені ( $2b$ ) і товсті ( $3b\dots4b$ ) лінії
Штрихова		$b$	Лінії екранування, механічного зв'язку

Штрих Пунктирна тонка	— · — · — · — · — · — · —	b	Лінії для виділення на схемі груп елементів, які складають пристрій або функціональну групу
Штрих пунктирна двома точками	— · — · — · — · — · — · —	b	Лінія роз'єднувальна (для графічного розподілу частин схеми)

### 3.1.4.Перелік елементів

Дані про елементи, що входять до складу виробу і зображені на схемі, повинні бути записані в перелік елементів у вигляді таблиці, яка розміщується на першому листі схеми або окремо на форматі А4 як самостійний конструкторський документ.

Форма і розміри таблиці переліку елементів представлені на рис.3.1.

Позначення	Найменування	Кількість	Примітка	15
20	110	10		min8
185				

Рис.3.1. Форма і розміри таблиці переліку елементів

В графах переліку вказують наступні данні:

в графі «Позначення» – позиційне позначення елемента, пристрою або функціональної групи;

в графі «Найменування» – найменування елемента (пристрою) відповідно до документа, на підставі якого він застосований, і позначення цього документа (основний конструкторський документ, державний стандарт, технічні умови); для функціональної групи – найменування;

в графі «Кіл» – кількість однакових елементів;

в графі «Примітка» – технічні дані елемента (пристрою), що не містяться в його найменуванні.

При розміщенні переліку елементів на першому листі схеми його розташовують над основним написом на відстані не менше 12 мм від неї.

Перелік елементів записують в специфікацію після схеми, до якої він випущений. Допускається вводити в перелік додаткові графи, якщо вони не дублюють відомостей в основних графах.

Елементи записують по групам (видам) в алфавітному порядку буквених позиційних позначень, розташовуючи за збільшенням порядкових номерів в межах кожної групи, а при цифрових позначеннях – в порядку їх зростання. Між окремими групами елементів або між елементами у великій групі рекомендується залишати декілька незаповнених рядків для внесення змін.

Таблиця 3.2.

Зона	Поз. позначення	Найменування	Кількість	Примітка
	R1, R2	Резистори МЛТ-566кОм ГОСТ 7113-81	2	
	C1	Конденсатор Км-5а-Н30-0,01 ОЖО.460.043.ТУ		
	C2	Конденсатор Кт-ІЕ-М47-10,0ОЖО.460.030.ТУ		
	C3	Конденсатор КМ-6-Н90-1,0 ОЖО.460.061.ТУ		
	L1,L2	Котушки індуктивності		
		VII 06.0.473.003.ТУ		
	G1	Елемент гальванічний 165Л ГОСТ3.316-81		
	B1	Тумблер		
	B	Гучномовець		
	Др.1:Др.2	Дроселі Д-18 ШТЗ.362.002.ТУ		
		<u>Діоди</u>		
	VD1	Д7Ж ГОСТ14758-69		
	VD2	Д20 ШТЗ 362.003.ТУ		
<i>Основний напис</i>				

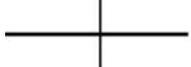
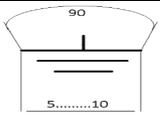
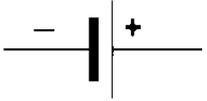
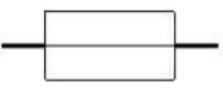
Для скорочення переліку допускається однотипні елементи з однаковими параметрами і послідовними порядковими номерами записувати в перелік одним рядком, указуючи тільки позиційні позначення з якнайменшим і найбільшим порядковими номерами, наприклад, С1, С2; К4, К5. В графі «Кіл» указують загальну кількість таких елементів. При записі однотипних елементів допускається не повторювати в кожному рядку найменування елемента, а записувати його у вигляді загального найменування до відповідної групи елементів.

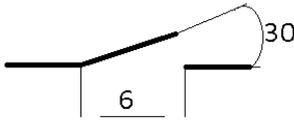
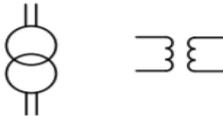
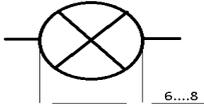
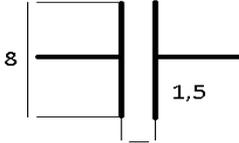
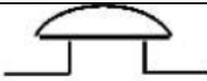
### 3.1.5. Умовні графічні позначення

При виконанні схем використовують умовні графічні позначення елементів схем.

Умовні графічні позначення будуються у вигляді схематичного знаку (графічного символу), форма якого може не відповідати зображенню реальної конструкції елемента (пристрою). Умовні графічні позначення не повинні мати текстову частину, допускати різні тлумачення або розумітися двозначно, бути ідентично з іншими позначеннями, значення яких вже визначено.

Таблиця 3.7. Позначення умовні графічні в схемах

Елемент	Позначення	Умовне позначення
Перетин дротів	-	
Заземлення	-	
З'єднання електричне	-	
Елемент гальванічний або акумуляторний	G	
Запобіжник	F	

Антенa	W	
Вимикач	S	
Резистор	R	
Котушка індуктивності	-	
Дросель феромагнітним осердям	L	
Трансформатор однофазний	T	
Лампа освітлювальна	H	
Конденсатор постійної ємкості	C	
Дзвоник		

### **3.3. Питання до модуля «Комп'ютерна графіка»**

1. Назвіть основні елементи електричних схем.
2. Яка роль умовних позначень на схемах?
3. Які вимоги встановлюють до виконання умовних позначень на схемах?
4. Класифікація схем по призначенню.
5. Для чого призначені схеми?
6. Перерахуйте основні загальні вимоги до виконання електричних схем.
7. Яка роль ліній на електричних схемах?
8. Яким чином надаються дані про елементи, що входять до складу виробу?
9. Як заповнюється таблиця переліку складових виробу?
10. Які графічні позначення застосовують при виконанні схем?
11. Як класифікуються схеми залежно від елементів і зв'язків між ними?
12. Яка послідовність читання складальних креслень? Що розуміти під деталюванням складального креслення?
13. З яких етапів складається процес деталювання?
14. Що розуміти під виразом «узгодження розмірів сполучних деталей»?

15. Як зображують на робочому кресленні деталі, елементи яких не показані на складальному кресленні (наприклад, фаски, проточки, заокруглення, ухили і т. п.)?

16. Як по складальному кресленню визначити шорсткість поверхонь деталей?

17. Які креслення називають складальними?

18. Назвіть вимоги, які встановлені до виконання складальних креслень.

19. В якій послідовності виконують з натури складальне креслення?

20. Які розміри проставляють на складальному кресленні?

21. Як заповнюють специфікацію до складального креслення?

22. Вкажіть основні вимоги, пропоновані до нанесення номерів позицій деталей на складальному кресленні.

23. Як умовно позначають на складальному кресленні посадки і граничні відхилення сполучених деталей?

24. Як зображують на кресленні рухомі деталі та контури прикордонних деталей?

25. Які умовності та спрощення застосовують на складальних кресленнях?

26. Яким чином в AutoCAD будуються геометричні образи? Назвіть команди.

27. Назвіть команди редагування в AutoCAD.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Бенке Й. З. Збірник тестів з інженерної графіки. Технічне креслення: навч. посіб. Київ: Кондор, 2024. 184 с.
2. Браїлов О. Ю. Інженерна геометрія: підручник. Київ: Каравела, 2023. 524 с.
3. Веселовська Г. В., Ходакова В. Є. Комп'ютерна графіка: навч. посіб. Київ: Кондор, 2015. 584 с.
4. Інженерна та комп'ютерна графіка. Частина 1 [Електронний ресурс]: навч. посіб. / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: С. В. Залевський, О. П. Колосова, М. П. Волоха. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. 113 с.
5. Інженерна та комп'ютерна графіка: електронний веб-ресурс МНАУ MOODLE. URL: <https://moodle.mnau.edu.ua/course/view.php?id=353>
6. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища: навч. посіб. / Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко, С. М. Степанов. Миколаїв: МНАУ, 2020. 256 с. URL: <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/8072>
7. Інженерна та комп'ютерна графіка: практикум для навчання в умовах інформаційно-освітнього середовища: навч. посіб. / уклад.: Д. В. Бабенко, Н. А. Доценко, О. А. Горбенко, С. М. Степанов. Миколаїв: МНАУ, 2020. 256 с. URL: <http://dspace.mnau.edu.ua/jspui/handle/123456789/8072>
8. Козяр М. М., Стрілець О. Р., Сафоник А. П. Інженерна графіка: машинобудівне креслення: підручник. Херсон: Олді+, 2022. 476 с.
9. Козяр М. М., Фещук Ю. В. Комп'ютерна графіка: AutoCAD: навч. посіб. (стереотип. вид.). Херсон: Олді-плюс, 2025. 304 с.
10. Костюкова Т. І. Інженерна графіка: практикум: навч. посіб. Львів: Новий Світ-2000, 2025. 364 с.
11. Кривцов В. В., Козяр М. М., Полінчук А. Е. Розв'язування задач підвищеної складності з нарисної геометрії: навч. посіб. (стереотип. вид.). Херсон: Олді-плюс, 2025. 224 с.
12. Основи інженерної графіки з елементами професійного конструювання: підручник / за ред. І. О. Чермних. Київ: Кондор, 2020. 240 с.

13. Система конструкторської документації. Терміни та визначення основних понять: ДСТУ 3321:2003. Київ: Держспоживстандарт України, 2005. 55 с.
14. Система розроблення та поставлення продукції на виробництво. Правила виконання дослідно-конструкторських робіт. Загальні положення: ДСТУ 3974-2000. Київ: Держстандарт України, 2001. 38 с.
15. Технічне креслення та комп'ютерна графіка: навч. посіб. / П. П. Волошкевич, О. О. Бойко, П. А. Базишин, Н. О. Мацура. Київ: Кондор, 2017. 234 с.
16. Хмеленко О. С. Нарисна геометрія: підручник (стереотип. вид.). Київ: Кондор, 2024. 440 с.
17. Bethune J., Byrnes D. Engineering Graphics with AutoCAD 2023. Peachpit Press, 2022. 792 p.

**Навчальне видання**

**ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА**

Методичні рекомендації

**Укладачі: Полянський Павло Миколайович,  
Доценко Наталя Андріївна,  
Іванов Геннадій Олександрович,  
Степанов Сергій Миколайович,  
Баранова Олена Володимирівна**

Формат 60x84 1/16. Ум. друк. арк. 8,5.

Тираж 50 прим. Зам № \_\_\_\_.

Надруковано у видавничому відділі  
Миколаївського національного аграрного університету  
54020, м. Миколаїв, вул. Георгія Гонгадзе, 9.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4490 від 20.02.2013 р.